ALGORITMI

Tutti gli algoritmi di ordinamento condividono l'obiettivo di generare un elenco ordinato, ma il modo in cui ciascun algoritmo svolge questa attività può variare. Quando si lavora con qualsiasi tipo di algoritmo, è importante sapere quanto è veloce e in quanto spazio opera. Questi fattori sono indicati come **Time Complexity** e **Space Complexity** dell'algoritmo.

Ecco alcuni algoritmi di ordinamento noti:

- Bubble Sort
- Selection Sort
- Insertion Sort
- Merge Sort
- QuickSort

Quando si sceglie un algoritmo di ordinamento, è necessario considerare la quantità di dati che si sta ordinando e il tempo necessario per implementare l'algoritmo. Ad esempio, QuickSort è molto efficiente, ma può essere piuttosto complicato da implementare, mentre, Bubble Sort è semplice da implementare, ma è lento.

Per ordinare piccoli set di dati, Bubble Sort potrebbe essere un'opzione migliore poiché può essere implementata rapidamente, ma per set di dati più grandi, la velocità di QuickSort potrebbe valere la pena di implementare l'algoritmo seppur complesso. Prima di buttarsi sull'algoritmo che preferiamo o che conosciamo meglio vale la pena valutare tutti gli algoritmi per determinare la soluzione migliore.

Bubble Sort

Bubble Sort è un algoritmo utilizzato per ordinare una lista di elementi, ad esempio elementi in un array. L'algoritmo confronta due elementi adiacenti e quindi li scambia se non sono in ordine. Il processo viene ripetuto fino a quando non è necessario più lo scambio. Per esempio, consideriamo il seguente array [3,1,5,2] :

1. [1,3,5,2], i primi due elementi vengono confrontati e scambiati.
2. [1,3,5,2], la coppia successiva viene confrontata e non scambiata, poiché sono in ordine.
3. [1,3,2,5], gli ultimi due elementi vengono scambiati.

Questa è stata la prima iterazione sull'array. Ora dobbiamo iniziare la seconda iterazione:

1. [1,3,2,5]
2. [1,2,3,5]
3. [1,2,3,5]

La terza iterazione non cambierà alcun elemento, il che significa che l'elenco è ordinato!

Il vantaggio principale di Bubble Sort è la semplicità dell'algoritmo. In termini di complessità, Bubble Sort è considerato non ottimale, poiché ha richiesto più iterazioni sull'array. Nel peggiore dei casi, in cui tutti gli elementi devono essere scambiati, richiederà:

$$(n-1)+(n-2)+(n-3)+\cdots+3+2+1=\frac{n\,(n-1)}{2}$$

scambi (n è il numero di elementi).

Implementazione: C++, Python

Bonus: L'algoritmo si chiama Bubble Sort, perché ad ogni iterazione l'elemento più piccolo dell'elenco si sposta verso l'alto, proprio come una bolla d'acqua sale sulla superficie dell'acqua.

Selection Sort

Selection Sort è un semplice algoritmo che trova l'elemento più piccolo nell'array e lo scambia con l'elemento nella prima posizione, quindi trova il secondo elemento più piccolo e lo scambia con l'elemento nella seconda posizione, e continua in questo modo fino a quando l'intero array è ordinato. Per esempio, consideriamo il seguente array [3,1,5,2] :

1. L'elemento più piccolo è 1. Lo scambiamo con il primo elemento. Risultato: [1,3,5,2]
2. Il secondo più piccolo viene scambiato con il secondo elemento. Risultato: [1,2,5,3]
3. Il terzo più piccolo viene scambiato con il terzo elemento. Risultato: [1,2,3,5]

L'array è ordinato!

Implementazione: C++, Python

Bonus: l'algoritmo è efficiente per gli elenchi più piccoli, ma molto inefficiente per gli elenchi più grandi.

Insertion Sort

Insertion Sort è un semplice algoritmo che funziona nello stesso modo in cui vengono ordinate le carte da gioco nelle nostre mani. Ordiniamo le prime due carte e quindi posizioniamo la terza carta nella posizione appropriata all'interno delle prime due, quindi la quarta viene posizionata tra le prime tre e così via fino a quando l'intera mano non viene ordinata. Durante un'iterazione, un elemento dell'elenco viene inserito nella parte ordinata dell'array alla sua sinistra. Quindi, sostanzialmente, per ogni iterazione, abbiamo un array di elementi ordinati a sinistra e un array di elementi ancora da ordinare a destra.

Sembra confuso?

Diamo un'occhiata ad un esempio per capire meglio l'algoritmo. Consideriamo il seguente array [3,1,5,2] :

1. Iniziamo con il secondo elemento (1) e lo posizioniamo correttamente "nell'array" dei primi due elementi. Risultato: [1,3,5,2], ora abbiamo un array ordinato a sinistra ([1,3]) e gli altri elementi a destra.
2. L'elemento successivo è 5. Inserendolo nell'array a sinistra si ottiene: [1,3,5,2].
3. L'ultimo elemento (2) viene inserito nella posizione corrispondente, risultando in: [1,2,3,5].

Ora l'array è ordinato!

Implementazione: C++, Python

Bonus: l'algoritmo è efficiente per elenchi più piccoli, ma molto inefficiente per elenchi di grandi dimensioni.

Merge Sort

Il Merge Sort appartiene alla categoria di algoritmi di divisione e conquista (divide and conquer). Questi algoritmi funzionano suddividendo grossi problemi in più piccoli e più facilmente risolvibili. L'idea dell'algoritmo di tipo Merge è di dividere l'array a metà più e più volte fino a quando ogni pezzo è lungo solo un oggetto. Quindi quegli elementi vengono rimessi insieme (uniti) nell'ordinamento. Diamo un'occhiata ad un esempio, iniziamo dividendo l'array [31, 4, 88, 1, 4, 2, 42]:

1. Divido l'array in 2 parti: [31, 4, 88, 1] [4, 2, 42]
2. Divido l'array in 4 parti: [31, 4] [88, 1] [4, 2] [42]
3. Divido l'array in singoli elementi: [31] [4] [88] [1] [4] [2] [42]

Ora dobbiamo riunirli di nuovo insieme in ordine: innanzitutto uniamo singoli elementi in coppie. Ogni coppia viene unita nell'ordinamento: [4, 31] [1, 88] [2, 4] [42], quindi uniamo le coppie, sempre nell'ordinamento: [1,4,31,88] [2,4,42], e poi uniamo gli ultimi due gruppi: [1,2,4,4,31,42,88].

Ora l'array è ordinato!

L'idea alla base dell'algoritmo è che le parti più piccole sono più facili da ordinare. L'operazione di unione è la parte più importante dell'algoritmo.

Implementazione: C++, Python

Bonus: il Merge Sort è utile per ordinare gli elenchi collegati, poiché le operazioni di unione possono essere implementate senza spazio aggiuntivo per gli elenchi collegati.

QuickSort

QuickSort è un altro algoritmo della categoria divide and conquer. Funziona abbattendo grossi problemi in problemi più piccoli e più facilmente risolvibili. L'idea di QuickSort è di scegliere un elemento perno (pivot). Le versioni di QuickSort si differenziano per il metodo di pivot picking. Il primo, l'ultimo, il mediano o anche un elemento selezionato casualmente è un candidato da scegliere come perno. La parte principale del processo di ordinamento è il partizionamento.

Una volta scelto il perno, l'array viene suddiviso in due metà: una metà contenente tutti gli elementi minori del perno e l'altra contenente gli elementi maggiori del perno. Quindi, lo stesso processo si verifica in modo ricorsivo per le restanti metà dell'array, risultando infine in un array ordinato.

Consideriamo il seguente esempio, supponiamo di avere la seguente sequenza [2, 0, 7, 4, 3]:

1. Scegliamo 3 (ultimo elemento in posizione 4) come perno.
2. Dopo aver fatto 4 confronti otteniamo le due metà: [2,0] (3) [7,4]
3. Ora, lo stesso processo si ripete per le due metà: scegliamo (0) come perno per la metà inferiore e (4) per la metà maggiore.
4. Dopo un confronto per ogni metà, otteniamo:
   [(0)[2]] (3) [(4)[7]] quale è una sequenza ordinata.

Implementazione: C++, Python

Vantaggi e Svantaggi QuickSort

La scelta del pivot fa una grande differenza, poiché una selezione del pivot non riuscita può ridurre significativamente la velocità dell'algoritmo. Una variante di QuickSort è il QuickSort a 3 vie, che lo rende più conveniente per i dati con elevata ridondanza. La versione casuale di QuickSort è la più efficiente, sceglie il perno in modo casuale, evitando così i casi peggiori per modelli particolari (come array ordinati), sebbene non del tutto.

Linear Search

La ricerca lineare è un algoritmo di ricerca molto semplice. Ogni elemento viene controllato e se viene trovata una corrispondenza, viene restituito quel particolare elemento, altrimenti la ricerca continua fino alla fine dell'elenco. La ricerca lineare non richiede un elenco ordinato. Proviamo a cercare di trovare il valore x nell'elenco. L'algoritmo è formato dai seguenti passaggi:

1. Inizia dall'elemento più a sinistra dell'elenco e uno per uno confronta x con ciascun elemento dell'elenco.
2. se x corrisponde a un elemento, restituisce l'indice.
3. se x non corrisponde a nessuno degli elementi, restituisce -1.

Implementazione: C++, Python

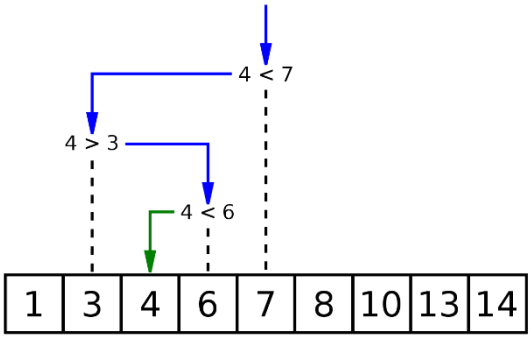
Bonus: la ricerca lineare viene raramente utilizzata praticamente perché altri algoritmi di ricerca, come l'algoritmo di ricerca binaria, consentono confronti di ricerca significativamente più veloci.

Binary Search

La ricerca binaria è un algoritmo di ricerca rapida che funziona su elenchi ordinati. Appartiene alla categoria Divide e Conquer, il che significa che scompone grossi problemi in problemi più piccoli e più facilmente risolvibili. L'algoritmo cerca una corrispondenza confrontando l'elemento centrale di un array. Se si verifica una corrispondenza, viene restituito l'indice dell'elemento. Se l'elemento centrale è maggiore dell'elemento da trovare, viene confrontato l'elemento centrale del sotto array a sinistra, altrimenti viene confrontato l'elemento centrale del sotto array a destra. Questo processo si ripete sui sotto array fino a quando la dimensione del sotto array non si riduce a zero. Fondamentalmente, l'elenco è diviso in due metà e la ricerca continua nella metà in cui l'elemento ha la possibilità di essere localizzato. Questo è il motivo per cui l'algoritmo richiede un elenco ordinato. Prendiamo un array ordinato di esempio [2,5,16,18,24,42] e cerchiamo l'elemento 24:

1. prendiamo l'elemento più centrale (18) e lo confrontiamo con 24. Avremmo potuto prendere anche un altro elemento centrale ma di solito si divide per 2 il numero di elementi nell'array e si prende come risultato l'indice dell'elemento centrale.
2. 18 < 24, quindi dividiamo l'array in due parti e continuiamo a lavorare con il sotto array a destra: [24, 42].
3. Lo stesso processo si ripete e visto che 42 > 24, consideriamo il sotto array sinistro: [24].

Proviamo a cercare l'elemento 4, prendendo come elemento centrale 7:



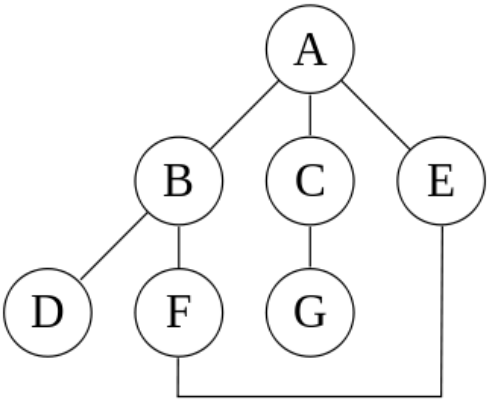
Implementazione: C++, Python

Bonus: si chiama Ricerca Binaria perché divide continuamente l'array in due parti, con il risultato nella parte sinistra o destra.

Depth-First Search (Ricerca Approfondita)

Questo algoritmo di ricerca è appositamente progettato per grafici (graphs) e alberi (trees). Un grafico è un insieme di nodi collegati. Ogni nodo è chiamato vertice (vertex) e la connessione tra due di essi è chiamata bordo (edge). Mentre un albero (trees) è un grafico aciclico cioè un grafico non orientato, in cui due vertici sono collegati esattamente da un percorso.

La ricerca approfondita (DFS) è un algoritmo di ricerca ricorsiva ce utilizza il backtracking. Inizia dalla radice dell'albero (nodo arbitrario nel caso del grafico) ed esplora il più possibile fino a quando tutti i nodi vengono visitati. La parola backtrack significa che quando ci si sposta in avanti e non ci sono più nodi lungo il percorso, ci si sposta indietro sullo stesso percorso per trovare nodi da attraversare.



Esempio: eseguiamo l'algoritmo sul grafico di lato e vediamo in quale ordine verranno visitati i nodi.

Supponiamo che l'algoritmo scelga i bordi a sinistra prima di quelli a destra:

1. Visitare il nodo A. Continuare sul nodo sinistro.

2. Visitare il nodo B. Continuare sul nodo sinistro.
3. Visitare il nodo D. Non ci sono più nodi disponibili nel percorso, torna al nodo B.
4. Visitare il nodo F. Continuare con il nodo disponibile nel percorso.
5. Visitare il nodo E. Il nodo A è già stato visitato.
6. Tornare al nodo A. Visitare il nodo C. Continuare con il nodo disponibile nel percorso.
7. Visitare il nodo G. Tutti i nodi sono stati visitati

Quindi, ricordando i nodi visitati l'ordine sarà: A, B, D, F, E, C, G.

Senza ricordare i nodi visitati: A, B, D, F, E (il percorso si ripeterà di nuovo) e non raggiugerà mai i nodi C e G.

Se rimuoviamo il bordo tra i nodi F ed E, otterremo un albero (trees) e l'ordine dei nodi visitati sarà: A, B, D, F, C, G, E.

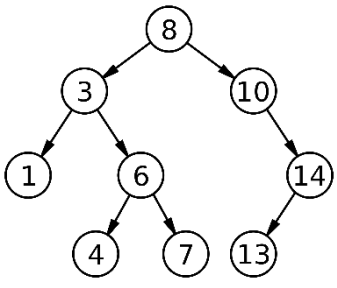
Implementazione: C++, Python

Bonus: DFS viene solitamente implementato utilizzando uno stack o un array / matrice di adiacenza.

Binary Search Tree

Binary Search Tree (BST) è un albero binario speciale in cui la chiave in ciascun nodo deve essere maggiore o uguale a qualsiasi chiave memorizzata nella sottostruttura sinistra e minore o uguale a qualsiasi chiave memorizzata nella sottostruttura destra.

Per esempio:



I BST consentono una rapida ricerca (aggiunta e rimozione di elementi) e possono essere utilizzati per implementare array dinamici o tabelle di ricerca che consentono di trovare un elemento tramite la sua chiave (ad esempio, trovare il numero di telefono di una persona con il cognome).

Le operazioni di ricerca, inserimento ed eliminazione sono fondamentali nei BST. Poiché le chiavi sono memorizzate in un ordine particolare, il principio della ricerca binaria può essere utilizzato per la ricerca. Partiamo dalla radice e confrontiamo la chiave. Se la radice ha la chiave, viene restituita come risultato. Se la chiave è maggiore della radice, la sottostruttura destra viene controllata in modo ricorsivo. Se la chiave è inferiore alla radice, la sottostruttura sinistre viene controllata in modo ricorsivo. La ricorsione continua fino a quando non viene trovata la chiave. Le operazioni di inserimento ed eliminazione sono molto simili, poiché entrambe utilizzano la stessa logica di ricerca per individuare il nodo necessario.

Implementazione: C++, Python

Bonus: gli alberi di ricerca binaria sono utilizzati in molte applicazioni di ricerca.

Time Complexity

In Informatica, la complessità temporale misura o stima il tempo impiegato per l'esecuzione di un algoritmo e viene stimata contando il numero di operazioni elementari eseguite dall'algoritmo, supponendo che un'operazione elementare richieda una quantità fissa di tempo per essere eseguita. Poiché il tempo di esecuzione di un algoritmo può variare con input diversi della stessa dimensione, si considera comunemente la complessità temporale peggiore espressa usando la notazione Big-O, che è il tempo massimo impiegato sugli

input di una data dimensione. Ad esempio, un algoritmo con complessità temporale $O(n)$ è un algoritmo temporale lineare.

È comune escludere costanti e coefficienti di ordine inferiore che non hanno un impatto così grande sulla complessità complessiva del problema. Ad esempio: $O(2n)$ e $O(n+5)$ sono uguali a $O(n)$.

Complessità Temporali Comuni

$O(1) \rightarrow Tempo\ Costante$: dato un input di dimensione n, è sufficiente un solo passaggio per eseguire l'algoritmo. Pseudocodice:

```
1 var arr=[1,2,3,4]
2 arr[3]
```

Regola generale n. 1: dichiarazioni di ritorno, inizializzazione di una variabile, incremento, assegnazione, ecc. Tutte queste operazioni richiedono tempo $O(1)$.

$O(\log n) \rightarrow Tempo\ Logaritmico$: il numero di passaggi necessari per eseguire l'attività viene ridotto di un fattore ad ogni passaggio. L'algoritmo di ricerca binaria è un esempio. Pseudocodice:

```
1 for(var i=1; i<n; i=i*2){
2     ...
3 }
```

$O(n) \rightarrow Tempo\ Lineare$: il tempo di esecuzione aumenta al massimo in modo lineare con la dimensione dell'ingresso. Pseudocodice:

```
1 for(var i=0; i<n; i++){
2       ...
3 }
```

Regola generale n. 2: il tempo massimo di esecuzione di un ciclo è il tempo di esecuzione delle istruzioni all'interno del ciclo moltiplicato per il numero di iterazioni.

$O(n \log n) \rightarrow Tempo\ Quasilineare$: in molti casi, il tempo di esecuzione $n \log n$ è semplicemente il risultato di un'operazione $O(\log n)$ n volte. Ad esempio, l'ordinamento dell'albero binario crea un nuovo albero binario inserendo ogni elemento dell'array di dimensioni n uno per uno. Inoltre, Quicksort, Heapsort e Merge Sort vengono eseguiti nel tempo $O(n \log n)$. Pseudocodice:

```
1 for(var i=0; i<n; i++){
2     for(var j=n; j>0; j/=2){
3         ...
4     }
5 }
```

$O(n^2) \rightarrow Tempo\ Quadratico$: un algoritmo di ordinamento comune come Bubble Sort, Selection Sort e Insertion Sort viene eseguito in $O(n^2)$. Pseudocodice:

```
1 for(var i=0; i<n; i++){
2     for(var j=0; j<n; j++){
3         ...
4     }
5 }
```

Regola generale n. 3: il tempo di esecuzione totale dei loop nidificati, è il tempo di esecuzione del loop esterno moltiplicato per i loop interni.

$O(2^n) \rightarrow Tempo\ Esponenziale$: questo è comune nelle situazioni in cui si attraversano tutti i nodi di un albero binario. Esempio di pseudocodice:

```
1 function fib(n){
2     if(n <= 1){
3         return n
4     }
5     return fib(n-2) + fib(n-1);
6 }
```

$O(n!) \rightarrow Tempo\ Fattoriale$: questo è comune nel generare permutazioni. Pseudocodice:

```
1 function fact(n){
2     for(var i=0; i<n; i++){
3         fact(n-1);
4     }
5 }
```

Tabella di complessità degli algoritmi di ricerca e ordinamento più comuni:

Algorithm	Best Time Complexity	Average Time Complexity	Worst Time Complexity
Linear Search	O(1)	O(n)	O(n)
Binary Search	O(1)	O(log n)	O(log n)
Bubble Sort	O(n)	O(n^2)	O(n^2)
Selection Sort	O(n^2)	O(n^2)	O(n^2)
Insertion Sort	O(n)	O(n^2)	O(n^2)
Merge Sort	O(nlogn)	O(nlogn)	O(nlogn)
Quick Sort	O(nlogn)	O(nlogn)	O(n^2)
Heap Sort	O(nlogn)	O(nlogn)	O(nlogn)
Bucket Sort	O(n+k)	O(n+k)	O(n^2)
Radix Sort	O(nk)	O(nk)	O(nk)
Tim Sort	O(n)	O(nlogn)	O(nlogn)
Shell Sort	O(n)	O((nlog(n))^2)	O((nlog(n))^2)