

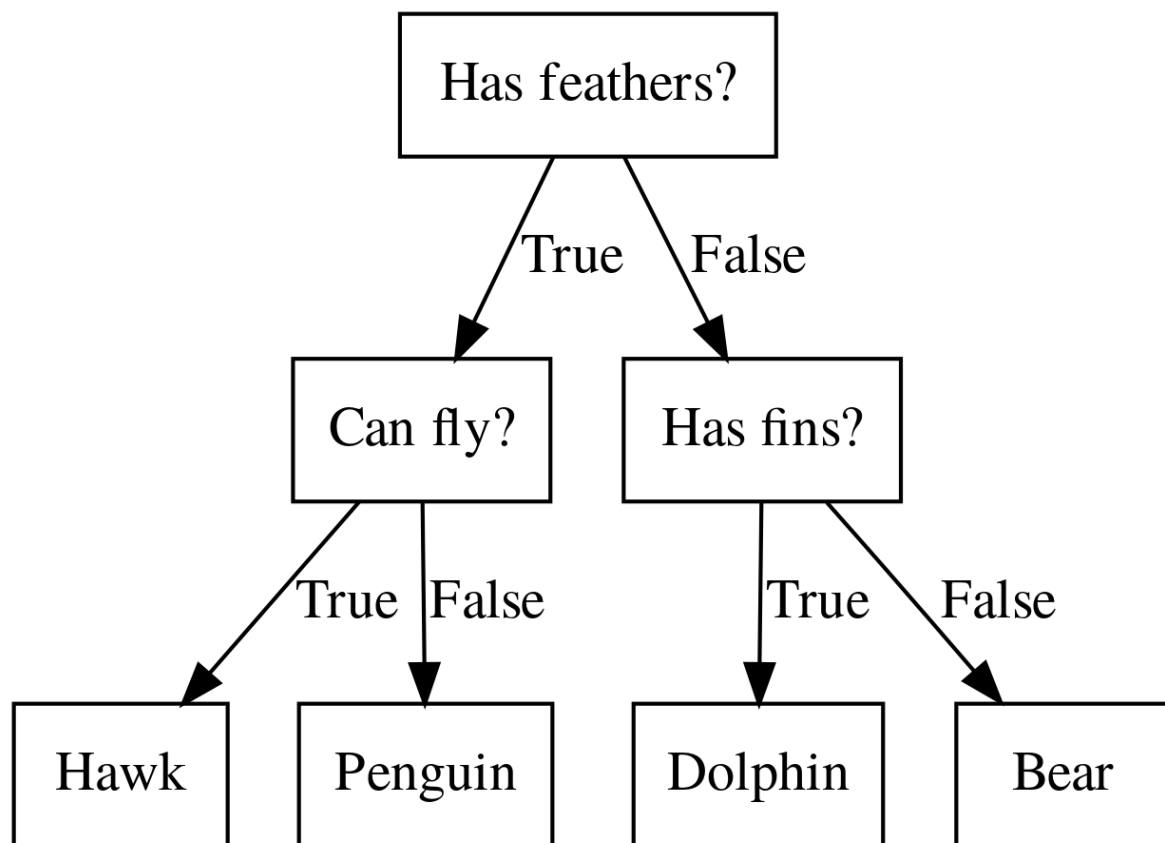
MACHINE LEARNING AVANZATO DA ZERO

ANTONIO DI CECCO - SCHOOL OF AI

Decision Tree, Random Forest ed Ensemble di modelli

Decision Tree per la classificazione

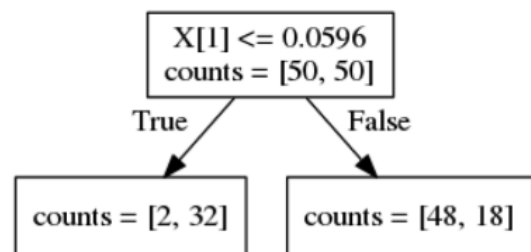
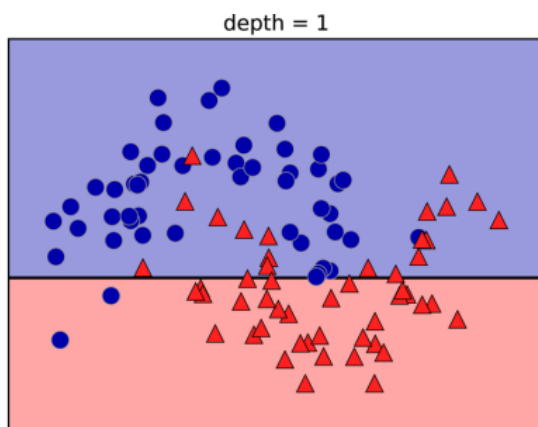
"Akinator" Idea: una serie di domande binarie

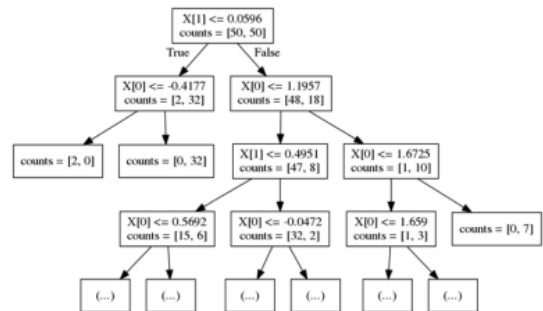
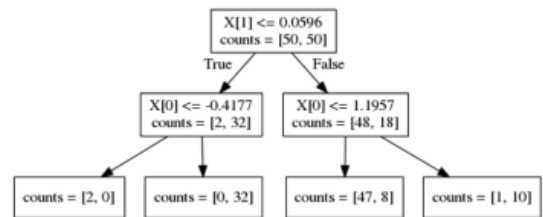
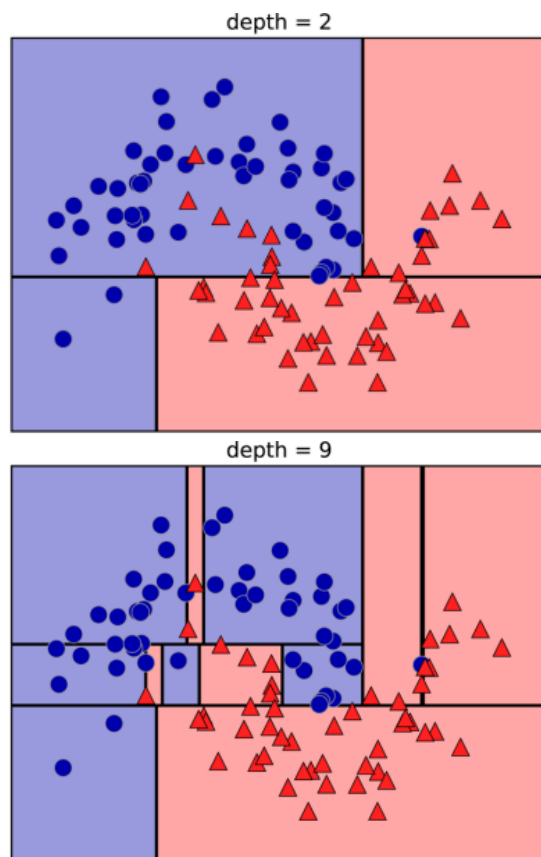


Costruire gli alberi

Feature continue:

- le "domande" sono i treshold su ogni feature
- Minimizzare l'impurità





Criteri (per la classificazione)

- Indice di Gini:

$$H_{\text{gini}}(X_m) = \sum_{k \in \mathcal{Y}} p_{mk} (1 - p_{mk})$$

- Cross-Entropy:

$$H_{\text{CE}}(X_m) = - \sum_{k \in \mathcal{Y}} p_{mk} \log(p_{mk})$$

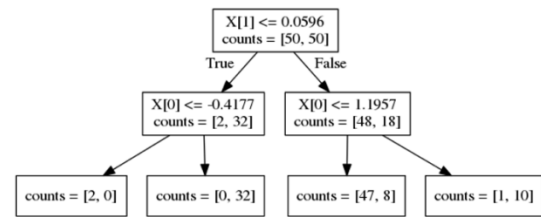
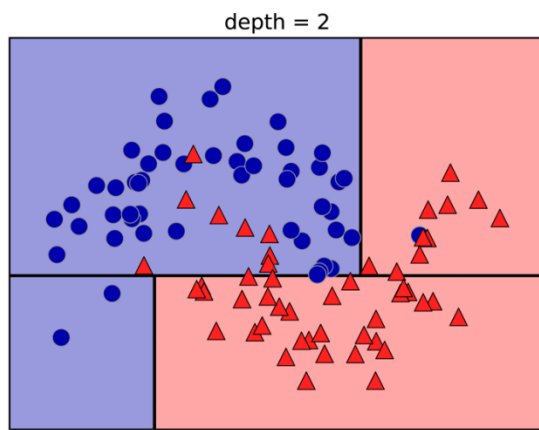
X_m osservazioni nel nodo m

y classi

p_m distribuzione sulle classi nel nodo m

Predizione

attraverso l'albero fino alla foglia molto veloce



Alberi di regressione

La predizione è la media dei target nella foglia

- Predizione

$$\bar{y}_m = \frac{1}{N_m} \sum_{i \in N_m} y_i$$

Il criteri di impurity invece

- Mean Squared Error:

$$H(X_m) = \frac{1}{N_m} \sum_{i \in N_m} (y_i - \bar{y}_m)^2$$

- Mean Absolute Error:

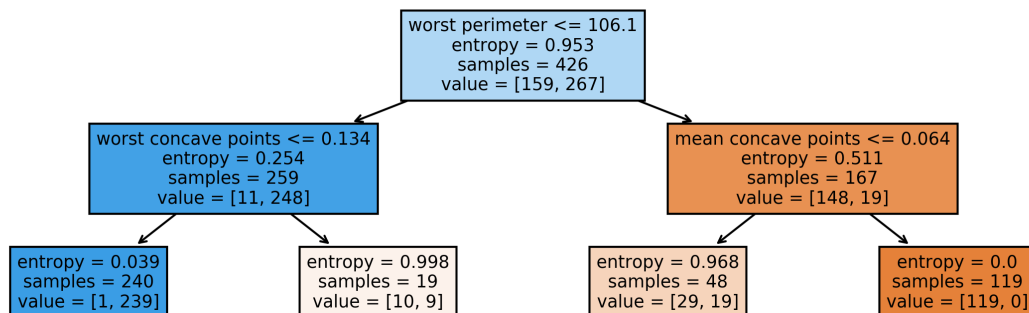
$$H(X_m) = \frac{1}{N_m} \sum_{i \in N_m} |y_i - \bar{y}_m|$$

Visualizzare gli alberi con sklearn

```
from sklearn.datasets import load_breast_cancer
cancer = load_breast_cancer()
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(cancer.data, cancer.target,
                                                    stratify=cancer.target,
                                                    random_state=0)
```

```
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
tree = DecisionTreeClassifier(max_depth=2)
tree.fit(X_train, y_train)
```

```
from sklearn.tree import plot_tree
tree_dot = plot_tree(tree, feature_names=cancer.feature_names)
```



Tuning dei parametri

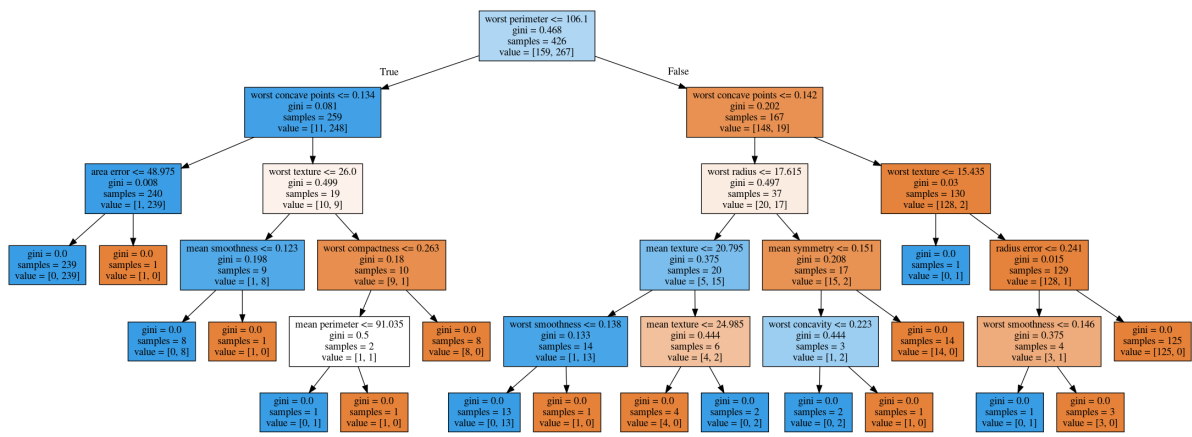
Pre-pruning vs post-pruning

Pre-pruning: Limita la dimensione dell'albero

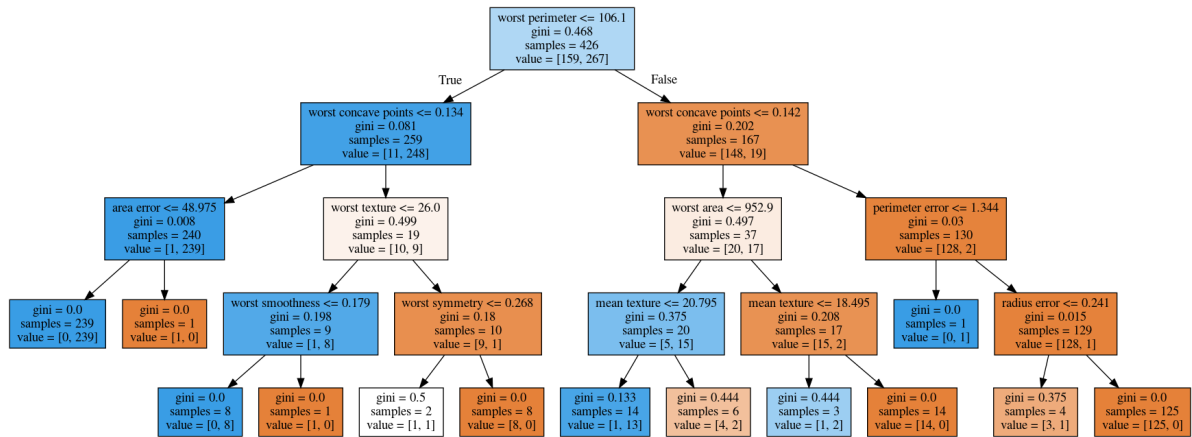
esempi

- max_depth
- max_leaf_nodes
- min_samples_split
- min_impurity_decrease

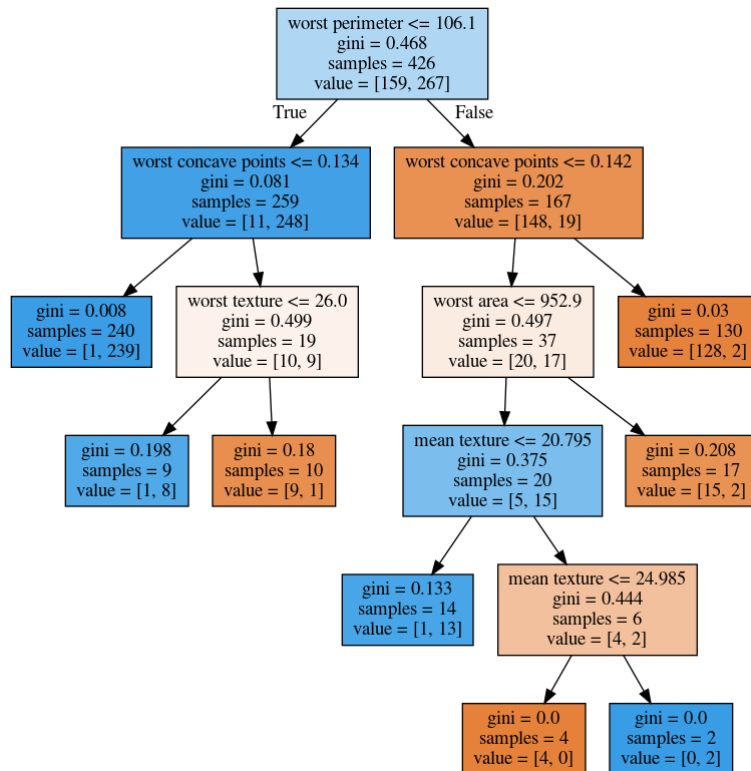
Nessun pruning



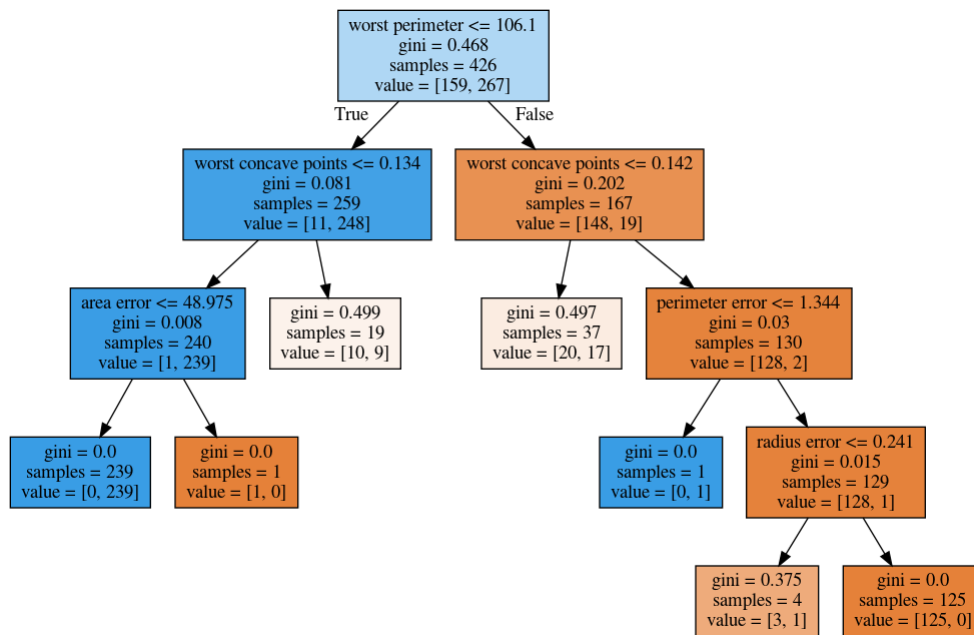
max_depth = 4



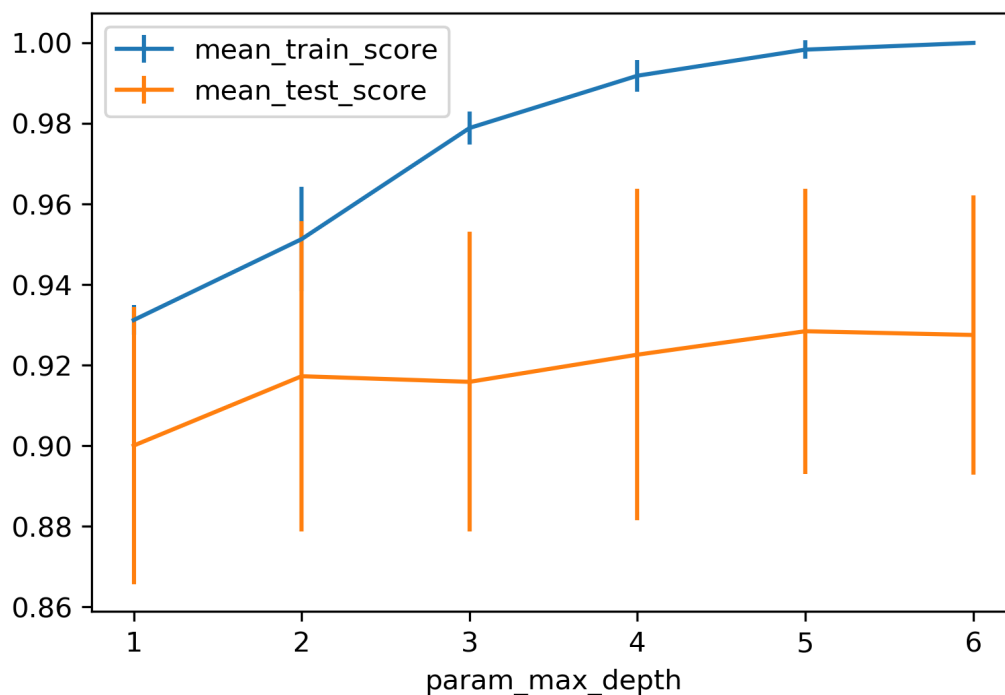
max_leaf_nodes = 8



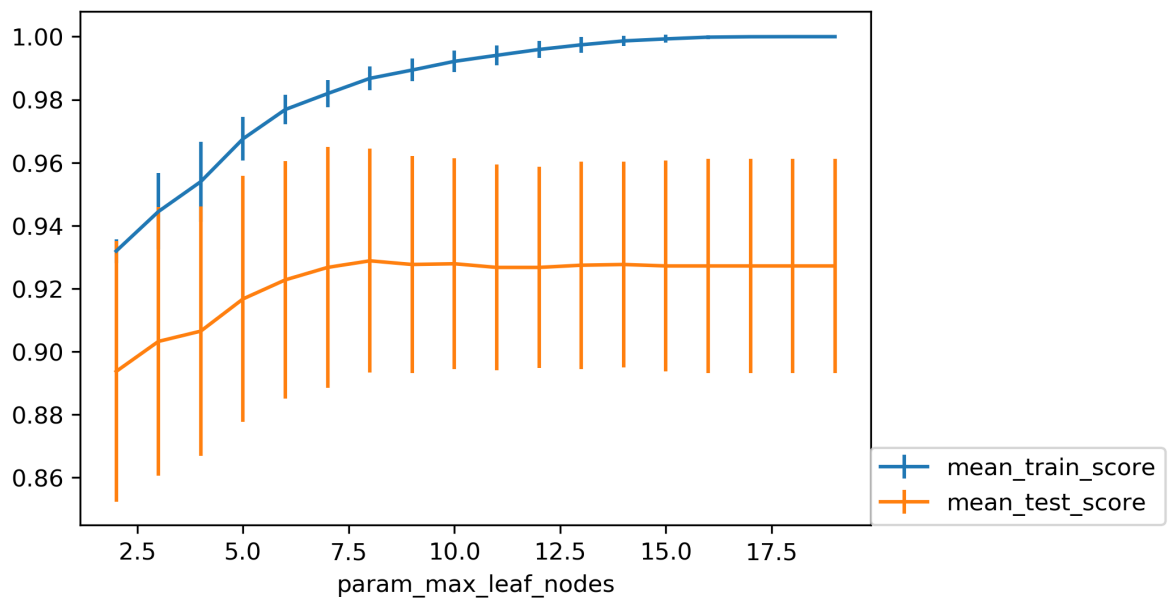
min_samples_split = 50



```
from sklearn.model_selection import GridSearchCV
param_grid = {'max_depth':range(1, 7)}
grid = GridSearchCV(DecisionTreeClassifier(random_state=0),
                    param_grid=param_grid, cv=10)
grid.fit(X_train, y_train)
```



```
param_grid = {'max_leaf_nodes':range(2, 20)}
```



Post pruning

Cost Complexity Pruning

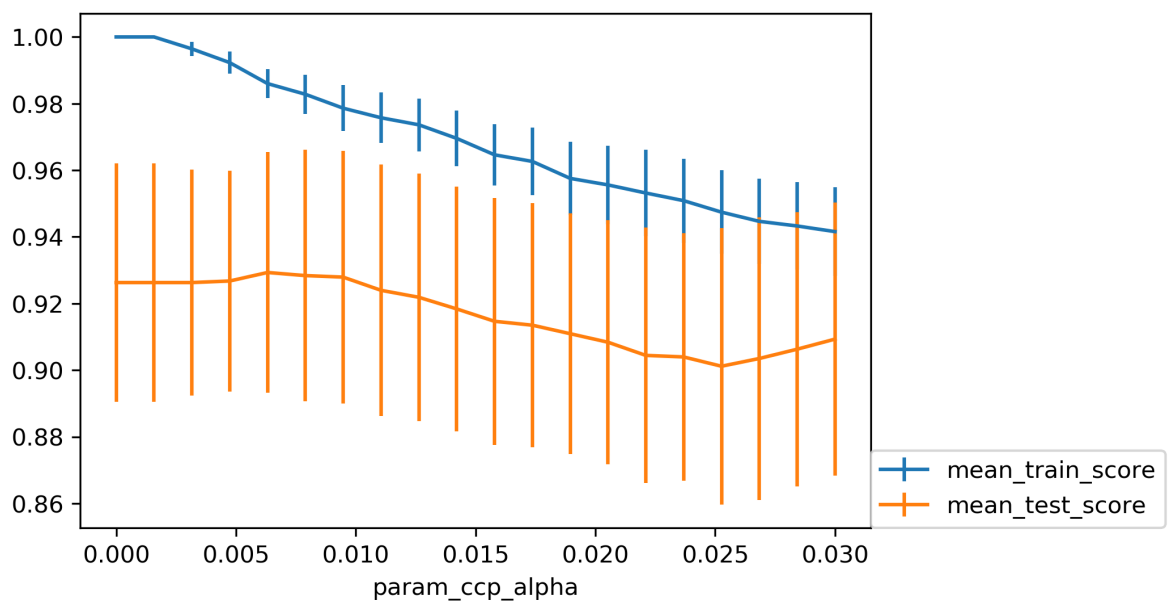
$$R_{\alpha}(T) = R(T) + \alpha|T|$$

$R(T)$ is total leaf impurity

$|T|$ is number of leaf nodes

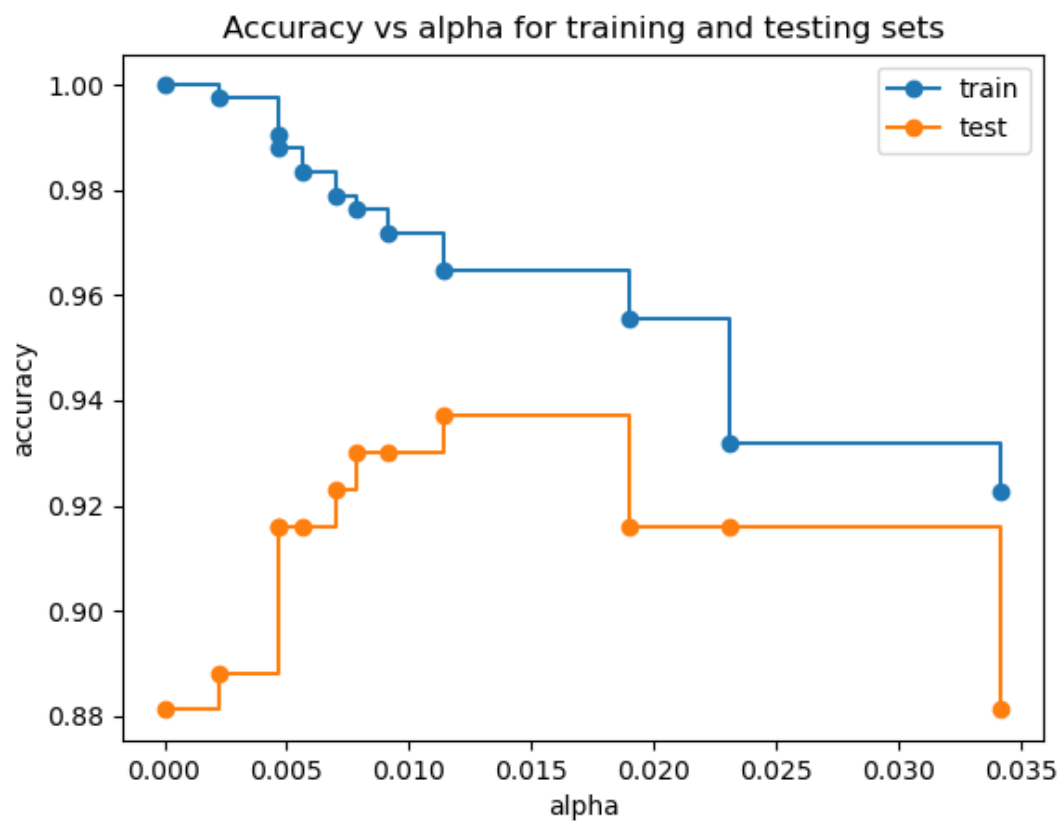
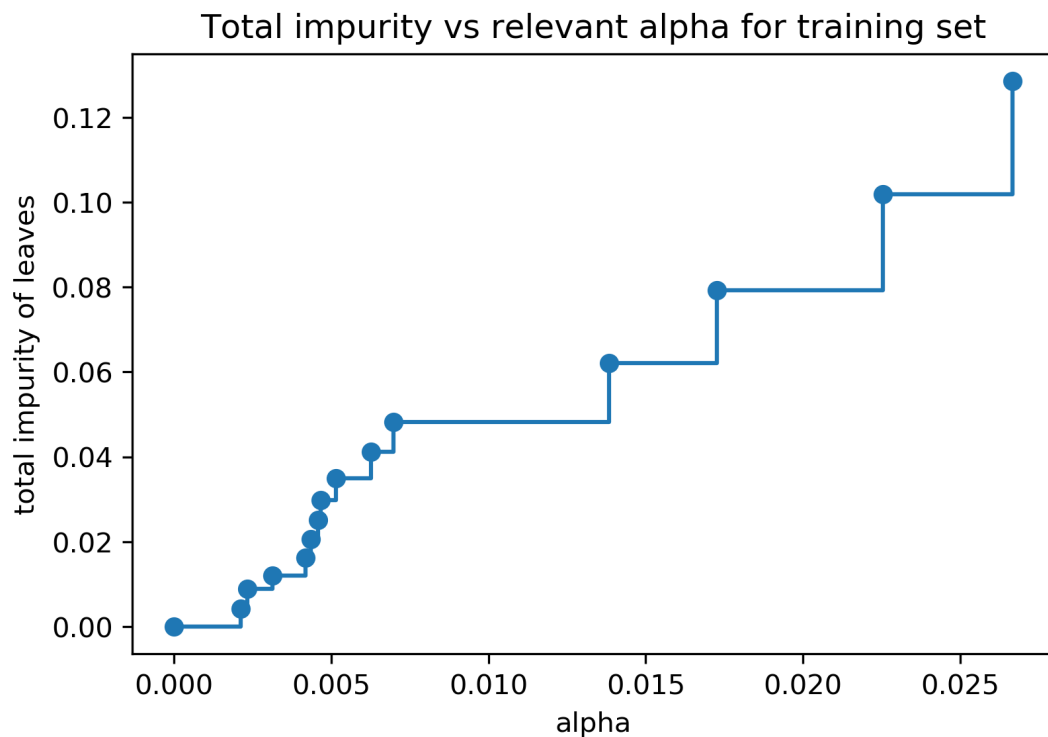
α is free parameter.

```
param_grid = {'ccp_alpha': np.linspace(0., 0.03, 20)}
```



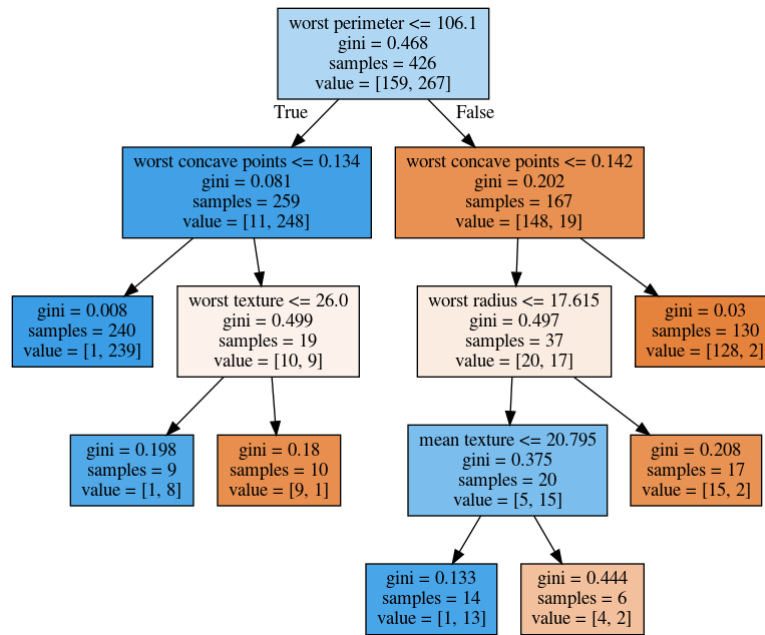
Pruning efficiente

```
clf = DecisionTreeClassifier(random_state=0)
path = clf.cost_complexity_pruning_path(X_train, y_train)
ccp_alphas, impurities = path.ccp_alphas, path.impurities
```

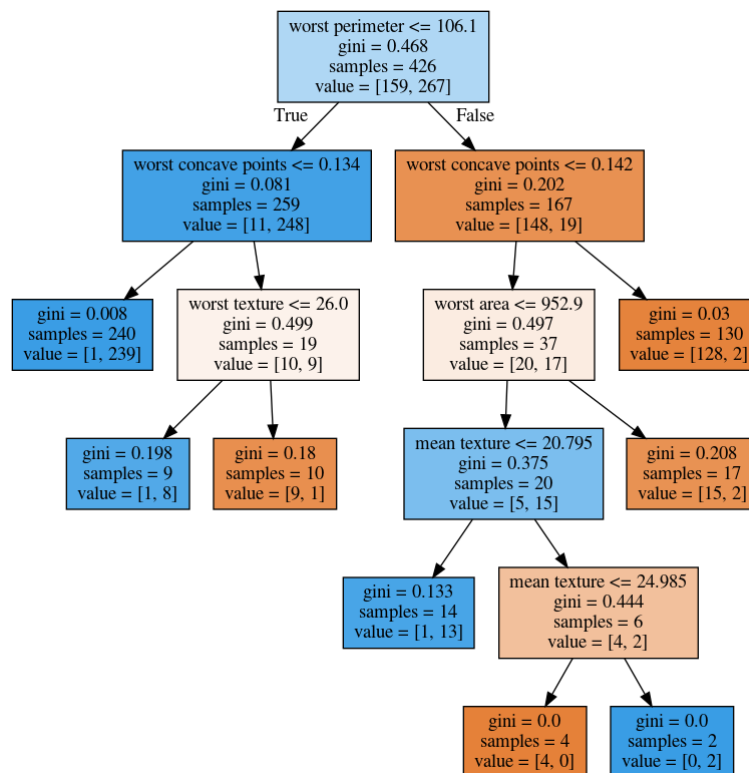


Confronto post-pruned vs pre-pruned

Cost-complexity pruning



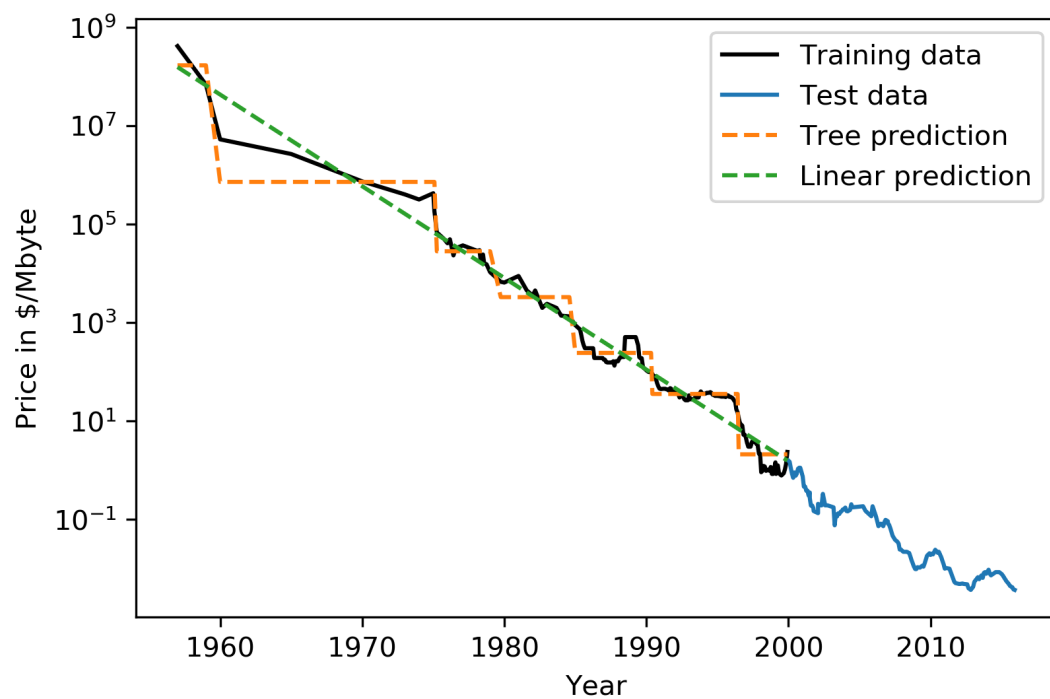
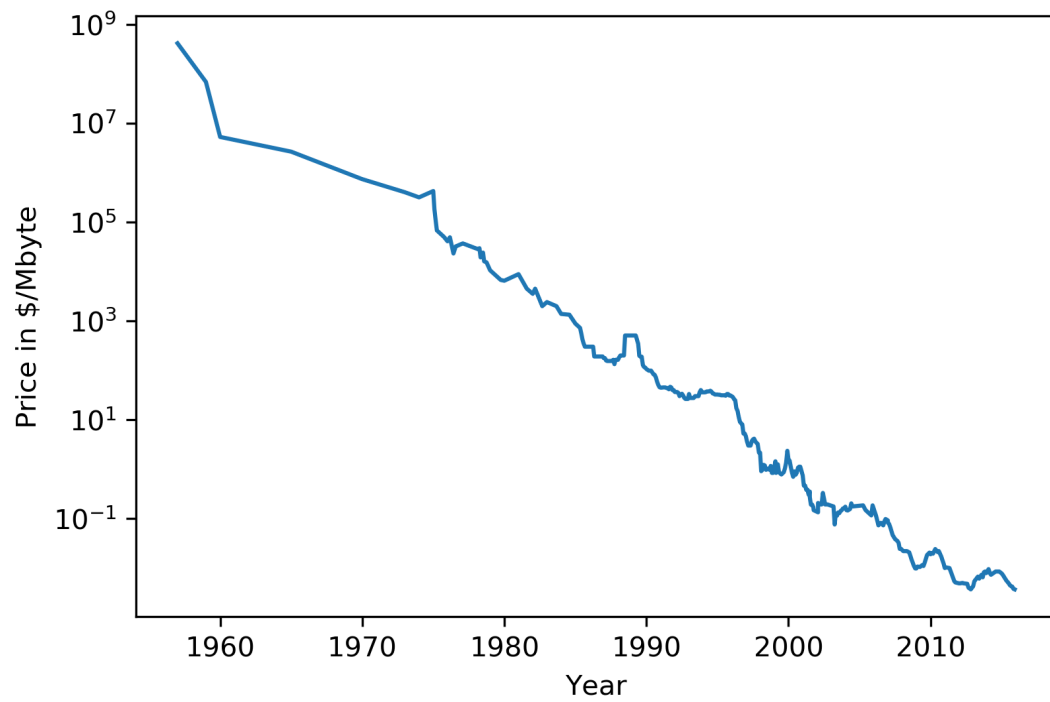
Max leaf nodes search



Extrapolazione

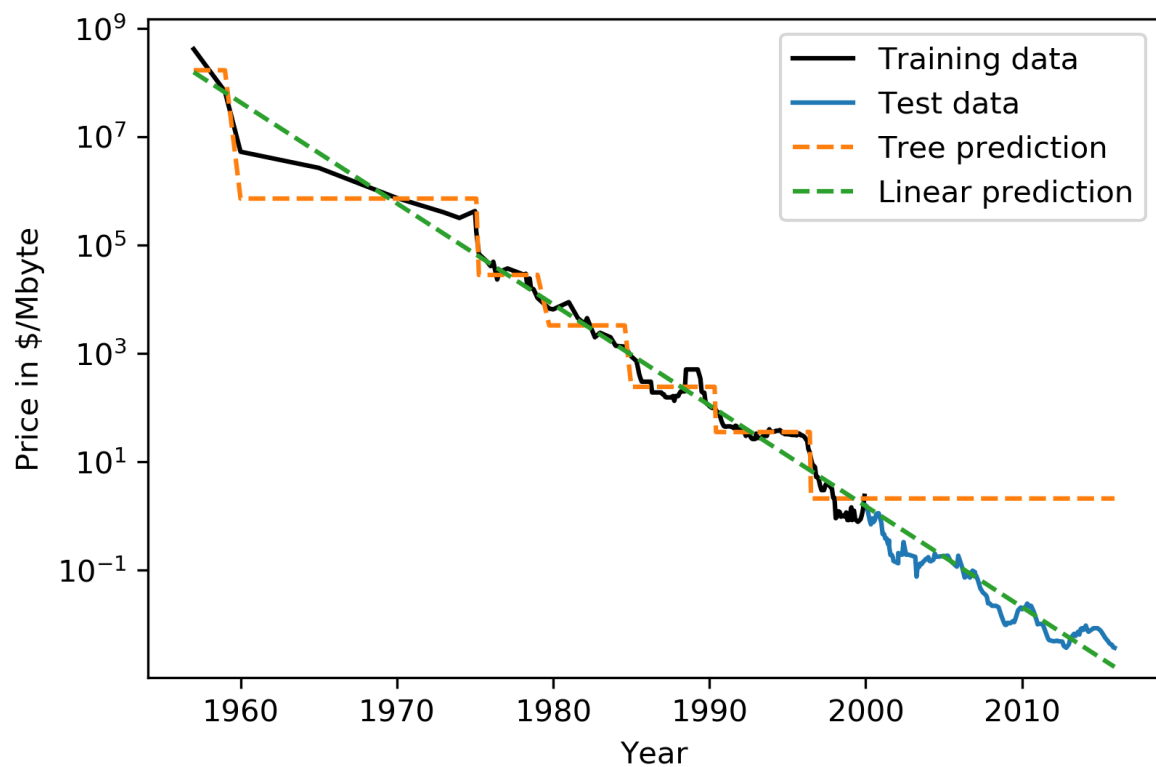
Molti modelli in Machine Learning sono nati per interpolare e non sanno estrapolare
estrapolare è estendere la predizione lontano dall "*nuvola*" dei dati

Prendiamo una serie temporale



“gli alberi non sanno estrapolare”

I Decision Tree sono come il KNN effettuano medie dei valori vicini (quelli presenti nella stessa foglia)



non riescono a vedere il trend

come posso ovviare a questa situazione?

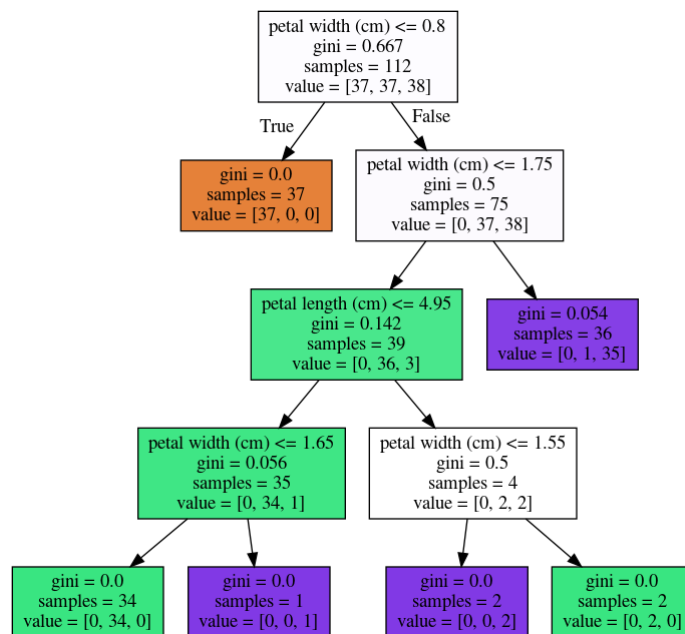
OSSERVAZIONE: C'è differenza tra estrapolazione e generalizzazione

Relatione con il Nearest Neighbors

- Predice la media dei vicini che siano k , una ϵ -palla o una foglia.
- Gli alberi sono molto più veloci in predizione.
- Entrambi non riescono ad estrapolare
- 1KK e Decision Tree non regolarizzati hanno un *perfetto overfit*

Instabilità

```
x_train, x_test, y_train, y_test = train_test_split(
    iris.data, iris.target, stratify=iris.target, random_state=0)
tree = DecisionTreeClassifier(max_leaf_nodes=6)
tree.fit(x_train, y_train)
```

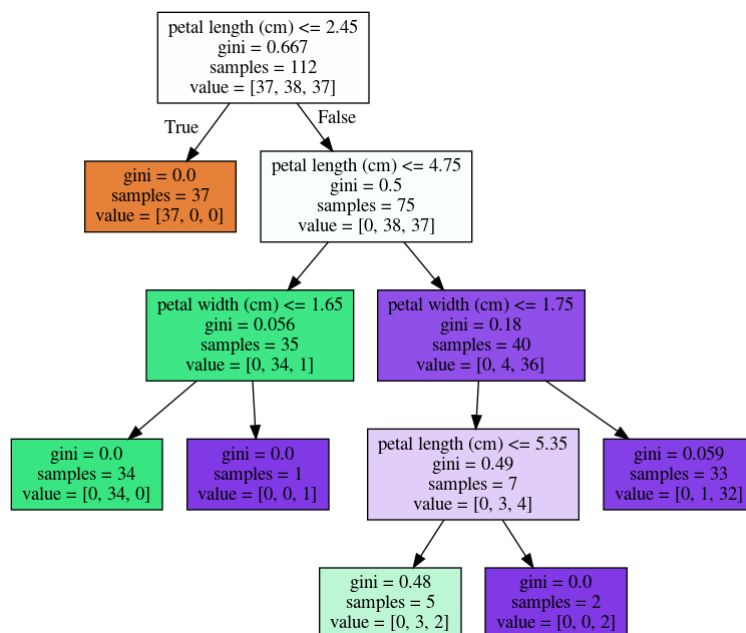


cambio solo il seme

```

X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(
    iris.data, iris.target, stratify=iris.target, random_state=1)
tree = DecisionTreeClassifier(max_leaf_nodes=6)
tree.fit(X_train, y_train)

```

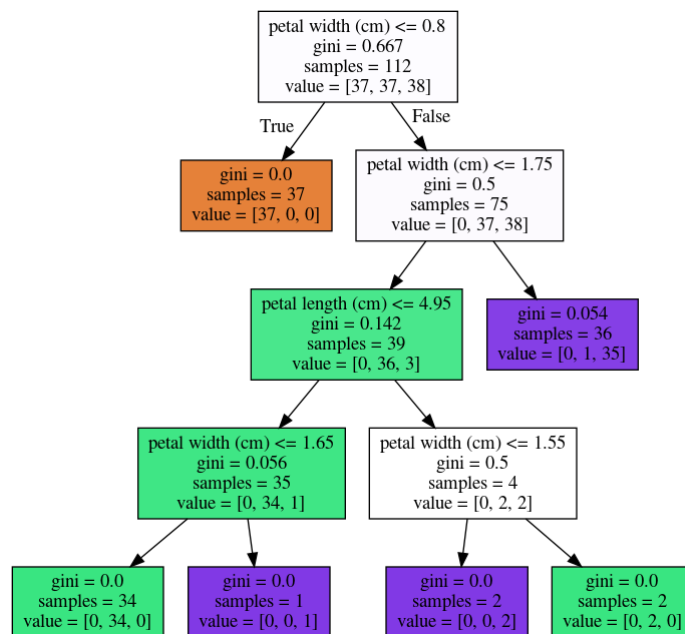


Feature importance

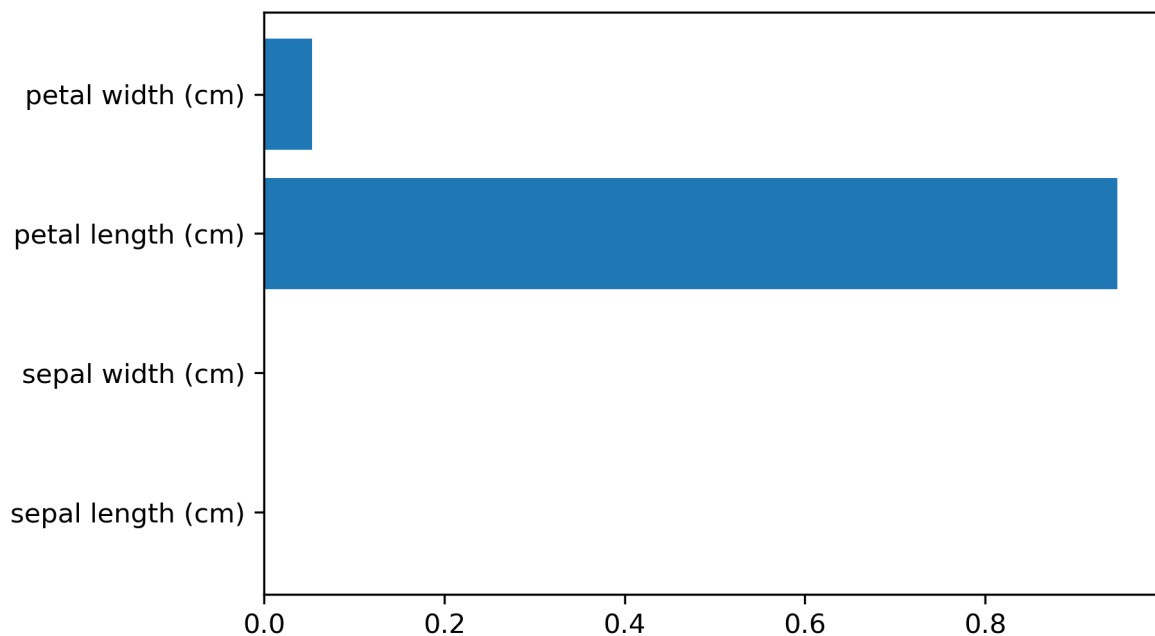
```

X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(
    iris.data, iris.target, stratify=iris.target, random_state=0)
tree = DecisionTreeClassifier(max_leaf_nodes=6)
tree.fit(X_train, y_train)

```



```
tree.feature_importances_
array([0.0, 0.0, 0.414, 0.586])
```



Ogni volta che una particolare feature è scelta nell'albero accumuli come viene diminuita la sua impurezza.

Se uso una feature più volte aggiungo le diminuzioni di purezza (gli aumenti di purezza)

Il problema principale è che l'instabilità del modello rende instabile anche la feature importance

(ci sono poi problemi che vanno oltre i limiti del modello la causalità, se diverse feature sono correlate *sostituibili tra loro* e trattare modelli con un numero enorme di feature).

Dati Categorici

- Trattano i dati categorici nativamente
- Gli split vengono fatti tra insiemi diversi
- 2^n valori molte possibilità di split
- Possibile da fare in $O(n_values \cdot \log(n_values))$ esattamente per gini index e classificazione binaria
- Viene usata un'euristica in pratica per il multiclasse
- Non c'è ancora in sklearn

Predire le probabilità

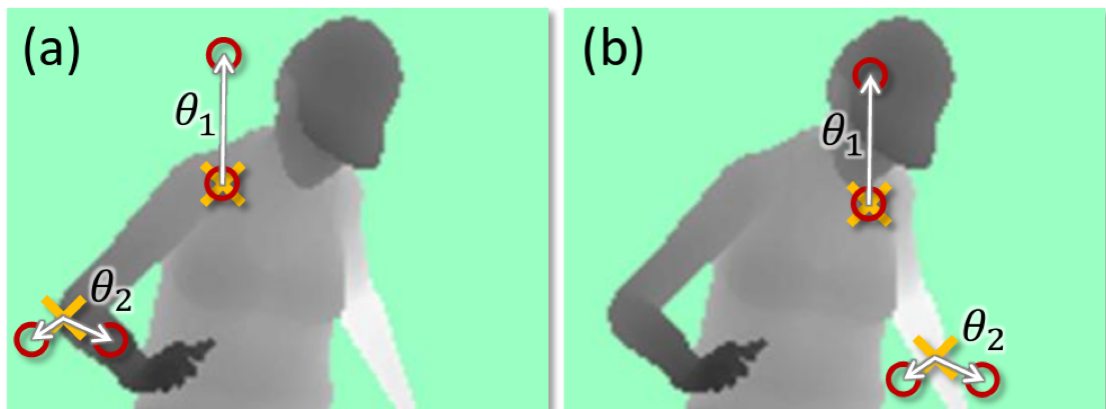
- Frazione della classe nella foglia
- Senza il pruning sempre 100% certo
- Perfino con il pruning troppa sicurezza

Alberi di inferenza condizionale

- Scelgono il "best" split correggendo per diversi test di ipotesi
- Più "fair" verso le variabili categoriche
- c'è solo in R

I decision tree sono molto flessibili

(preso da Shotton et. al. Real-Time Human Pose Recognition ..)



Un'immagine di profondità per capire dove sono le differenti parti del corpo

Mi chiedo la profondità di altri pixel rispetto a un pixel di riferimento

Quindi paragono pixel o regioni di pixel

Vantaggi

- posso usare qualsiasi cosa come candidato allo split

- Computer vision: paragoni di pixel
- ad esempio alberi che hanno modelli lineari sulle foglie

Ensemble di modelli

- Costruisco modelli differenti
- Medio i risultati
- Owen Zhang (primo su kaggle per molto tempo): modelli XGBoosting con diversi random seed
- Più modelli sono meglio se non sono correlati
- Funziona anche con le reti neurali
- Puoi fare la media di quanti modelli vuoi basta che diano buone probabilità (*calibrate*)
- Scikit-learn: VotingClassifier hard and soft voting

Soft voting vuol dire fare la media delle probabilità e prendere arg max.

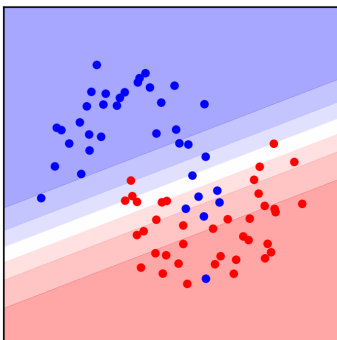
Hard voting vuol dire ognuno fa una previsione e prendiamo quello più votato

VotingClassifier

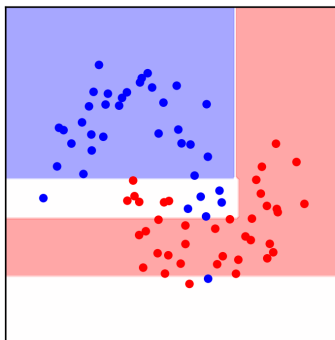
```
voting = VotingClassifier(  
    [('logreg', LogisticRegression(C=100)),  
    ('tree', DecisionTreeClassifier(max_depth=3, random_state=0))],  
    voting='soft')  
voting.fit(X_train, y_train)  
lr, tree = voting.estimators_  
tree.score(X_test, y_test), lr.score(X_test, y_test), voting.score(X_test,  
y_test)
```

0.80 0.84 0.88

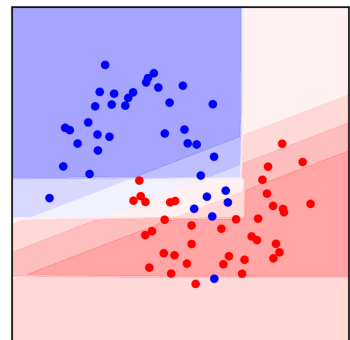
Logistic Regression acc=0.84



Decision Tree acc=0.80

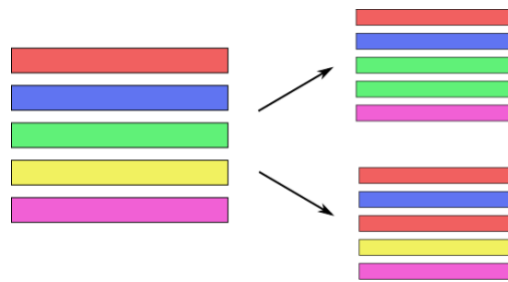


Voting Classifier acc=0.88



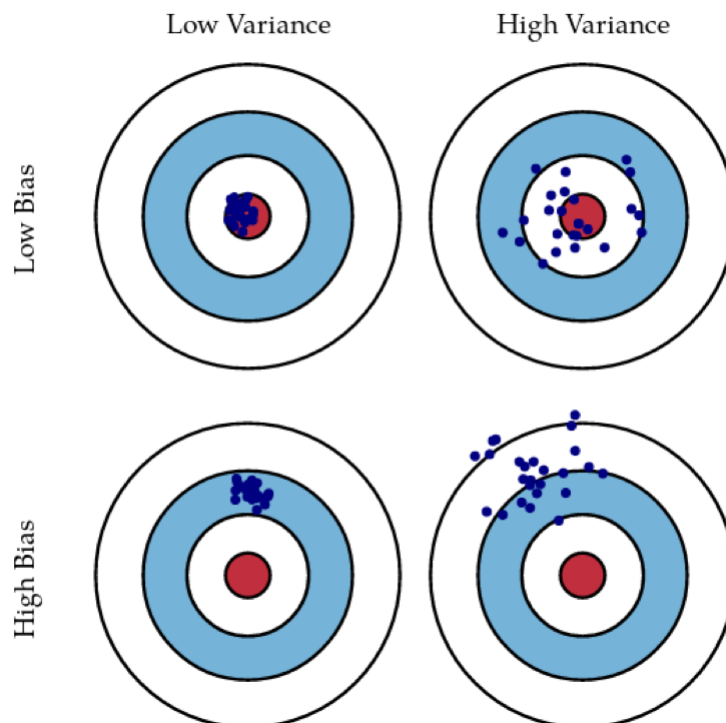
Bagging (Bootstrap AGGregation)

- Modo generale per costruire modelli abbastanza differenti
- Bootstrap sollevandosi tirandosi per i lacci



- BaggingClassifier, BaggingRegressor

Bias and Varianza



<http://scott.fortmann-roe.com/docs/BiasVariance.html>

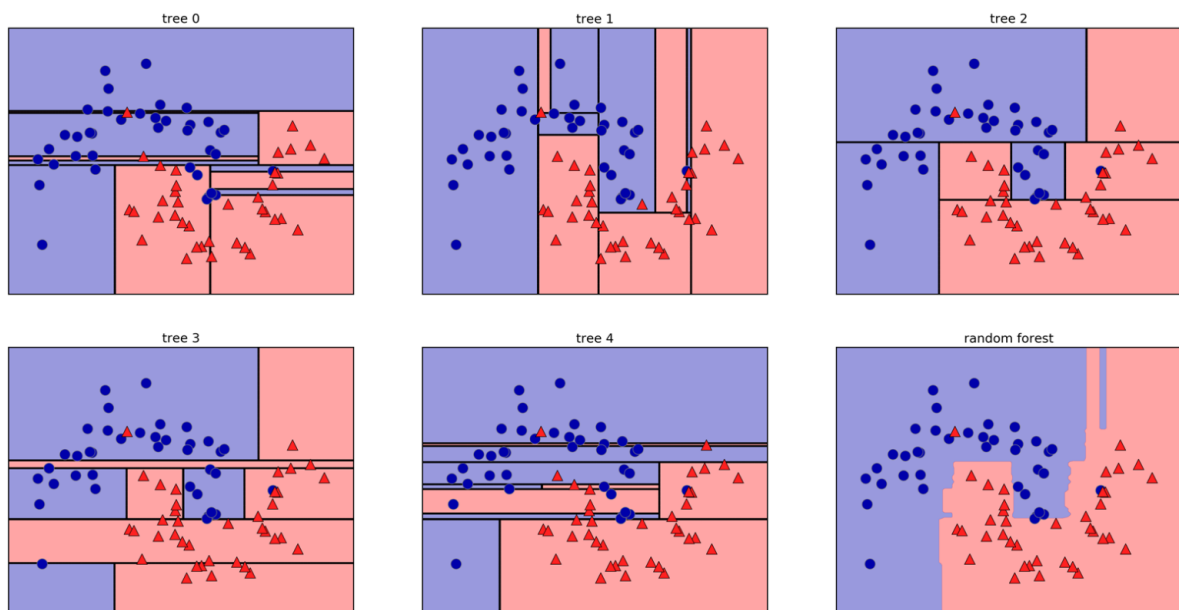
$$Err(x) = E[(Y - \hat{f}(x))^2]$$

$$Err(x) = \left(E[\hat{f}(x)] - f(x)\right)^2 + E\left[\left(\hat{f}(x) - E[\hat{f}(x)]\right)^2\right] + \sigma_\epsilon^2$$

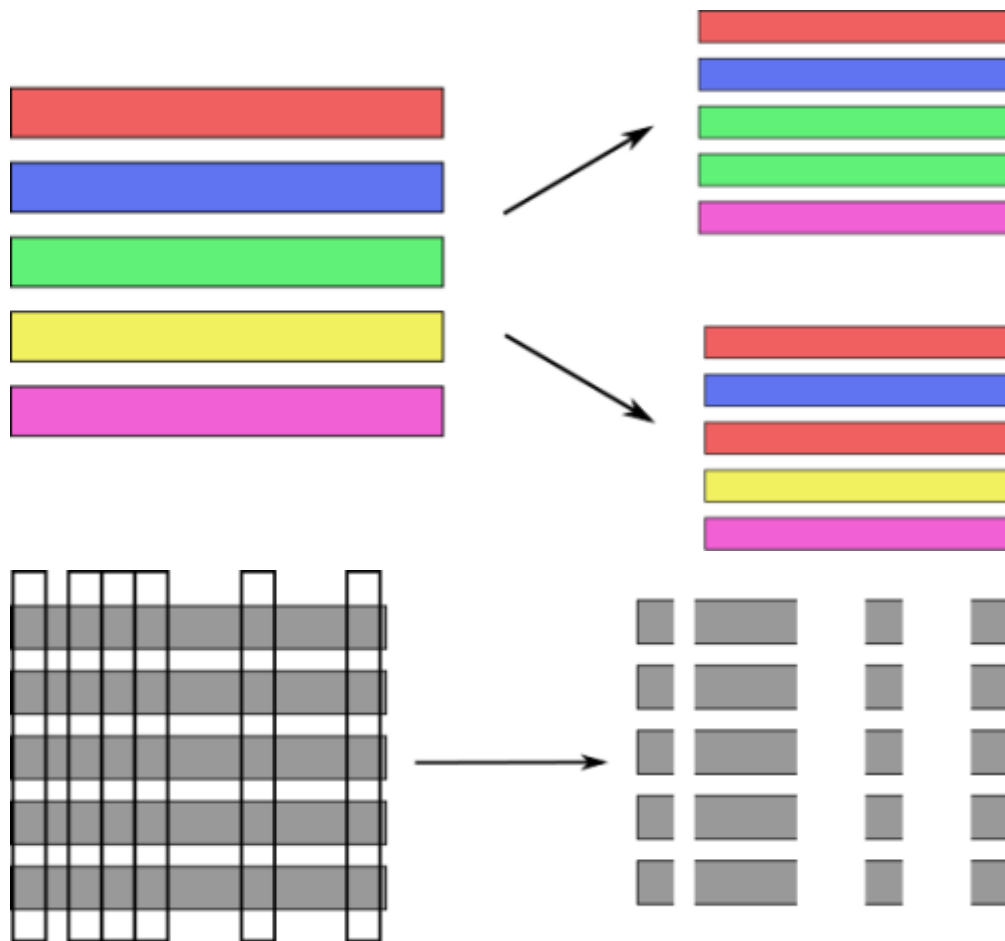
$$Err(x) = \text{Bias}^2 + \text{Variance} + \text{Irreducible Error}$$

- Breiman ha mostrato che la generalizzazione dipende dalla forza dei singoli classificatori e *inversamente* dalla loro correlazione
- Trovare modelli scorrelati potrebbe essere più importante che trovare modelli forti

Random Forest



Randomizzare in due modi



- Per ogni albero:
 - campionamento bootstrap dei dati
- Per ogni split:
 - campionamento random delle feature a caso
- Più alberi sono sempre meglio

Tuning Random Forest

- Il parametro più importante: `max_features`
 - circa $\sqrt{n_features}$ per la classificazione
 - circa `n_features` per la regressione
- `n_estimators > 100`
- Prepruning potrebbe aiutare sicuramente ridurre la dimensione del modello
- `max_depth`, `max_leaf_nodes`, `min_samples_split`

Extremely Randomized Trees

- Ancora più a caso
- Il threshold è scelto a caso per ogni feature
- non usa il bootstrap
- più veloce non cerca e non mette in ordine

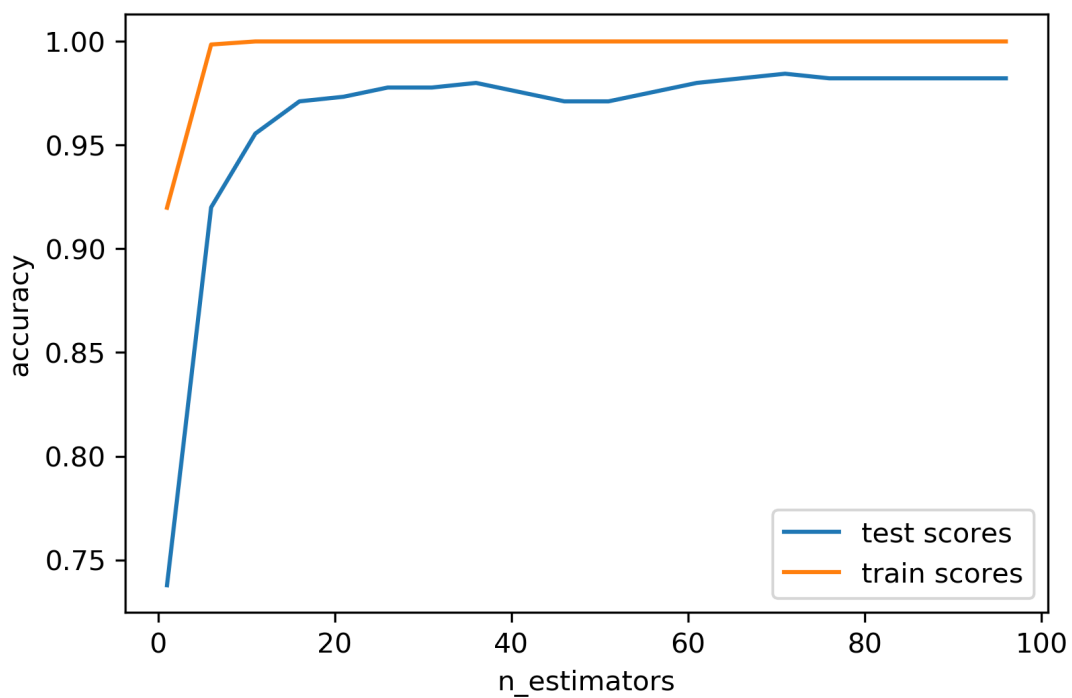
- ha boundary più smooth

Random forest e ERT funzionano senza preprocessing. Basta che metti gli estimatori abbastanza alti. Non sarà il modello migliore ma funzionano

Warm-Start

```
train_scores = []
test_scores = []

rf = RandomForestClassifier(warm_start=True)
estimator_range = range(1, 100, 5)
for n_estimators in estimator_range:
    rf.n_estimators = n_estimators
    rf.fit(X_train, y_train)
    train_scores.append(rf.score(X_train, y_train))
    test_scores.append(rf.score(X_test, y_test))
```



Stime Out-of-bag

- Ogni tree usa circa ~66% dei dati
- Possiamo valutarlo sul resto!
- Facciamo previsioni sull' out-of-bag, average, score.
- Ogni predizione è una media su differenti sottoinsiemi di alberi

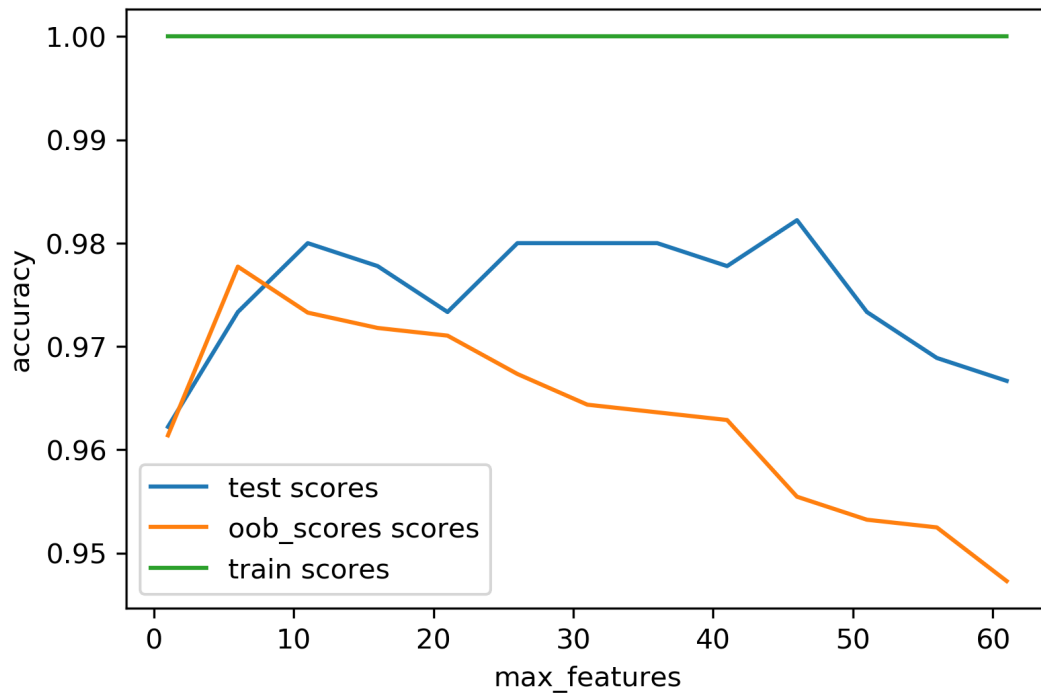
```

train_scores = []
test_scores = []
oob_scores = []

feature_range = range(1, 64, 5)
for max_features in feature_range:
    rf = RandomForestClassifier(max_features=max_features, oob_score=True,
                               n_estimators=200, random_state=0)

    rf.fit(X_train, y_train)
    train_scores.append(rf.score(X_train, y_train))
    test_scores.append(rf.score(X_test, y_test))
    oob_scores.append(rf.oob_score_)

```



E' molto carino e perbette di avere un risultato paragonabile alla cross validation (in pratica anche più pessimista)

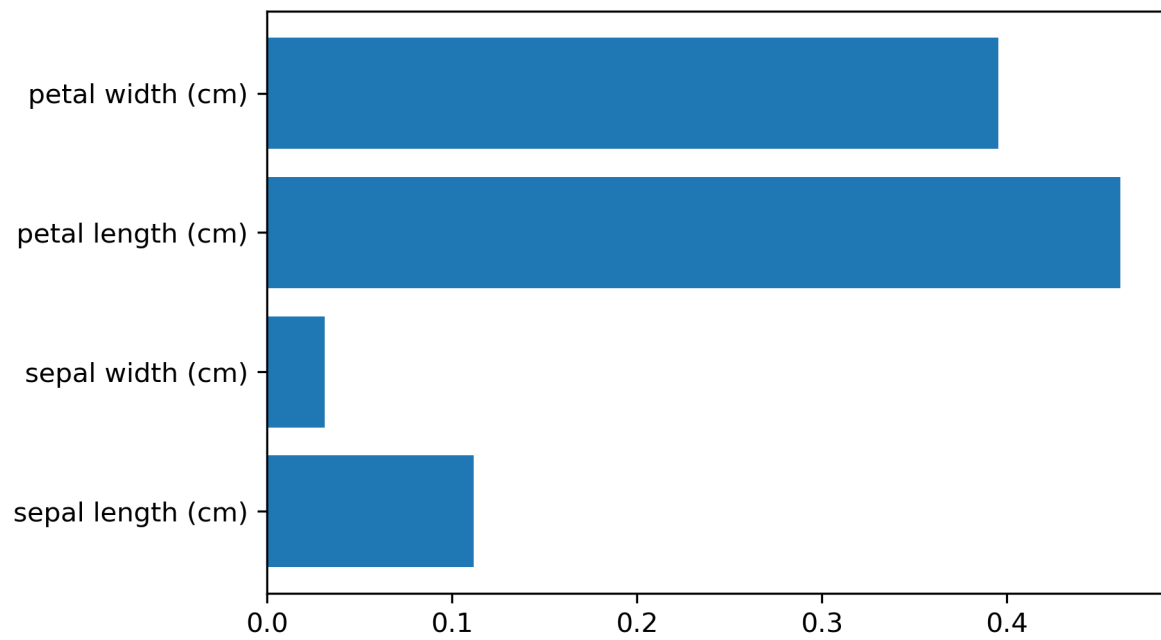
Variable Importance

```

X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(
    iris.data, iris.target, stratify=iris.target, random_state=1)
rf = RandomForestClassifier().fit(X_train, y_train)
rf.feature_importances_
plt.barh(range(4), rf.feature_importances_)
plt.yticks(range(4), iris.feature_names);

```

```
array([ 0.126,  0.033,  0.445,  0.396])
```



Com'è calcolata la feature importance?

Quando una particolare feature viene usata guardo alla diminuzione di impurità che aggrego e alla fine la normalizzo a somma 1