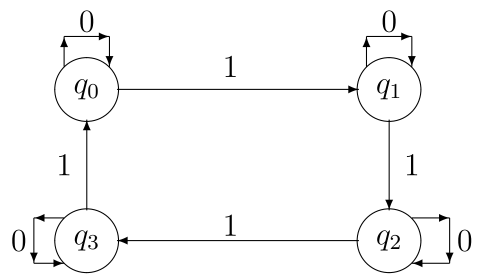
Seminarul nr. 6

1. Să se construiască un counter pe trei biţi ($UD - COUNT_3$).

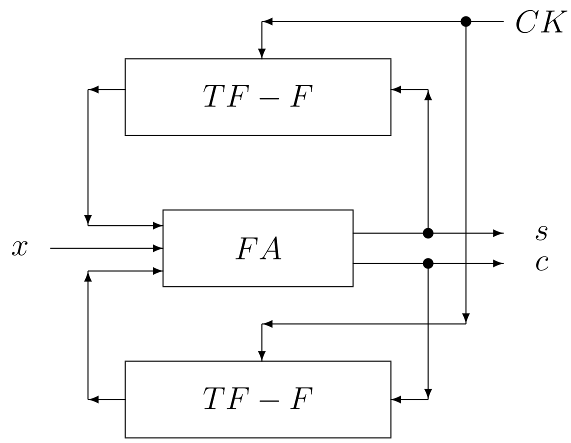
2. Se dă automatul finit reprezentat de graful



   Să se construiască un circuit care să implementeze acest automat.

   Cum trebuie definită funcţia de ieşire λ pentru ca acest automat să funcţioneze ca un counter descrescător pe 2 biţi ?

3. Se dă automatul:



   Să se listeze comportarea sa (tabela funcţiei de tranziţie, graful de tranziţie).

4. Să se implementeze automatul anterior folosind numai DFF.

5. Să se implementeze automatul anterior folosind numai JK regiştri.

6. Să se construiască un circuit care primeşte o secvenţă binară şi numără de câte ori apare subsecvenţa 00. Numărul de apariţii se va da pe 3 biţi.

   De exemplu, pentru intrarea 0101110010000110 răspunsul este 100 (apar patru subsecvenţe 00).

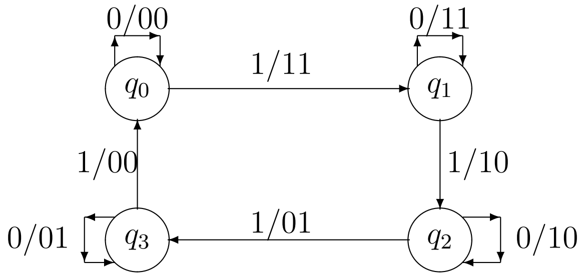
7. Să se implementeze circuitul anterior folosind numai DFF.

8. Să se implementeze circuitul anterior folosind numai JK regiştri.

Rezolvări

1. Se particularizează counterul din curs pentru $n = 3$, sau – eventual – se foloseşte exemplul de la sumatorul prefix.

2. Completăm marcajele arcelor cu ieşirile:



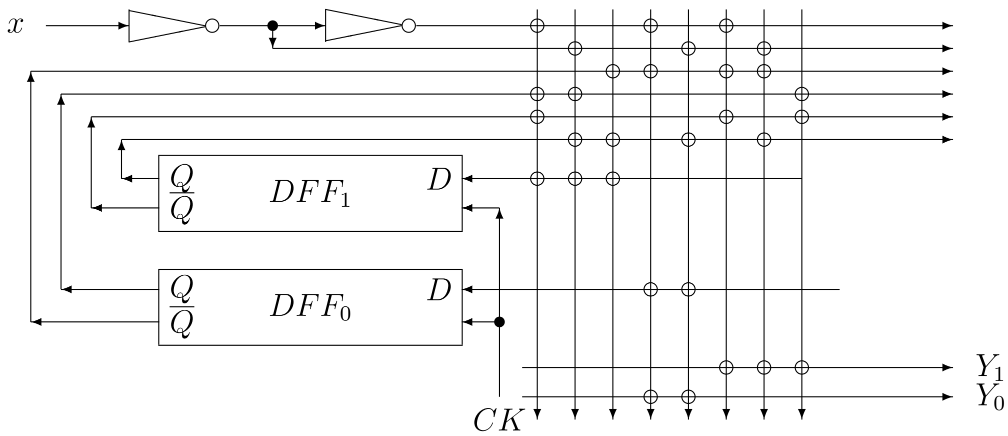
Notăm stările q_i cu reprezentarea în baza 2 a lui i. Pentru cele patru stări sunt suficienţi doi biţi. Deci: $X = \{0, 1\}$, $Q = Y = \{0, 1\}^2$ şi (am notat cu x bitul de intrare curent)

δ	0	1	Q_1^+	Q_0^+
00	00	01	0	x
01	01	10	x	$\overline{x}$
10	10	11	1	x
11	11	00	$\overline{x}$	$\overline{x}$

λ	0	1	Y_1	Y_0
00	00	11	x	x
01	11	10	1	$\overline{x}$
10	10	01	$\overline{x}$	x
11	01	00	0	$\overline{x}$

De aici rezultă forma funcţiilor de tranziţie şi de ieşire:

$$\delta(Q_1Q_0, x) = (\overline{Q}_1Q_0x + Q_1Q_0\overline{x} + Q_1\overline{Q}_0,\ \overline{Q}_0x + Q_0\overline{x})$$
$$\lambda(Q_1Q_0, x) = (\overline{Q}_1\overline{Q}_0x + Q_1\overline{Q}_0\overline{x} + \overline{Q}_1Q_0,\ \overline{Q}_0x + Q_0\overline{x})$$

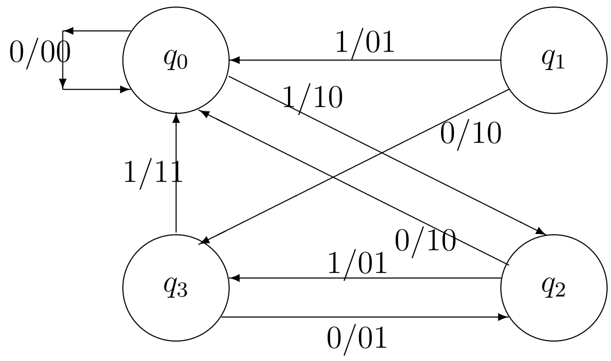


3. Din reprezentarea grafică rezultă $X = \{0, 1\}$, $Q = Y = \{0, 1\}^2$ şi

δ	0	1
00	00	10
01	11	00
10	00	11
11	10	00

λ	0	1
00	00	10
01	10	01
10	10	01
11	01	11

Graful de tranziţie este



De aici (sau – eventual folosind un algoritm de eliminare a stărilor inaccesibile – se observă că starea 01 poate fi eliminată, ea neputând fi accesibilă plecând din starea iniţială 00.

4. Reluăm tabelele celor două funcţii din exerciţiul anterior, completând cu coloanele care dau informaţii despre forma lor analitică:

δ	0	1	Q_1^+	Q_0^+
00	00	10	x	0
01	$--$	$--$	$-$	$-$
10	00	11	x	x
11	10	00	$\overline{x}$	0

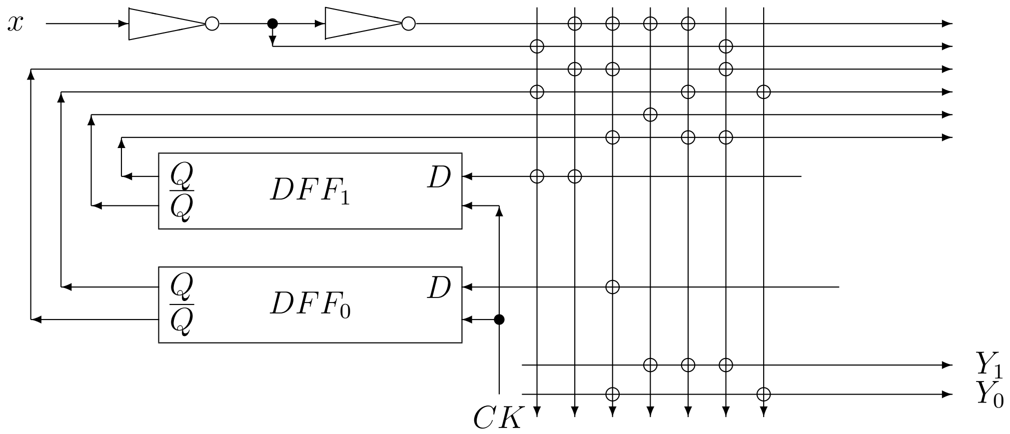
λ	0	1	Y_1	Y_0
00	00	10	x	0
01	$--$	$--$	$-$	$-$
10	10	01	$\overline{x}$	x
11	01	11	x	1

Deci putem da o formă redusă funcţiilor de tranziţie şi de ieşire:

$$\delta(Q_1Q_0, x) = (\overline{Q}_0x + Q_0\overline{x},\ Q_1\overline{Q}_0x),$$

$$\lambda(Q_1Q_0, x) = (\overline{Q}_1x + Q_1Q_0x + Q_1\overline{Q}_0\overline{x},\ Q_1\overline{Q}_0x + Q_0)$$

O implementare bazată pe tablouri logic programabile este:



5. Separăm tabloul funcţiei de tranziţie pe cele două tablouri pentru δ_J respectiv δ_K:

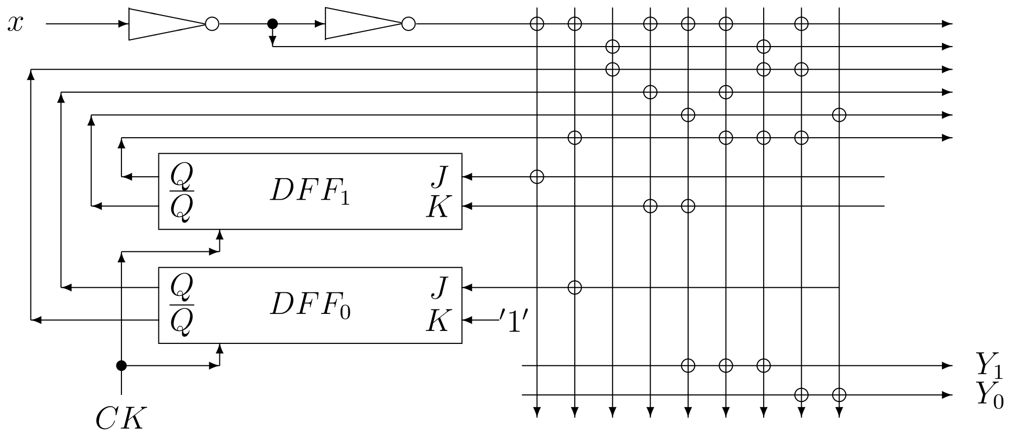
δ_J	0	1	J_1^+	J_0^+
00	00	10	x	0
01	$--$	$--$	$-$	$-$
10	-0	-1	$-$	x
11	$--$	$--$		$-$

δ_K	0	1	K_1^+	K_0^+
00	$--$	$--$	$-$	$-$
01	$--$	$--$	$-$	$-$
10	$1-$	$0-$	$\overline{x}$	$-$
11	01	11	x	1

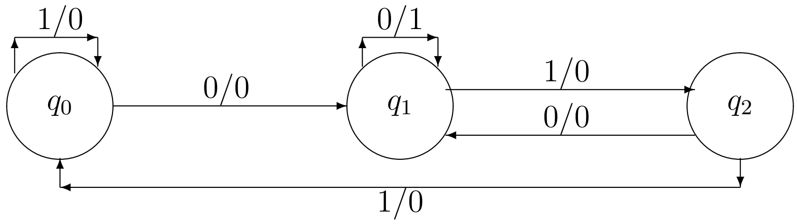
O formă pentru cele două funcţii poate fi:

$$\delta_J(Q_1Q_2, x) = (x,\ Q_1x), \qquad \delta_K(Q_1Q_0, x) = (\overline{Q}_0\overline{x}, +Q_0x,\ '1')$$

Funcţia de ieşire rămâne neschimbată.



6. Folosind cunoştinţe de limbaje formale, se poate construi automatul care acceptă secvenţe binare marcând orice apariţie de două zerouri consecutive:



Ieşirea este legată apoi de un counter crescător pe 3 biţi (eventual cel construit la exerciţiul 1.

Din graful de tranziţie rezultă tabelele de valori ale celor două funcţii:

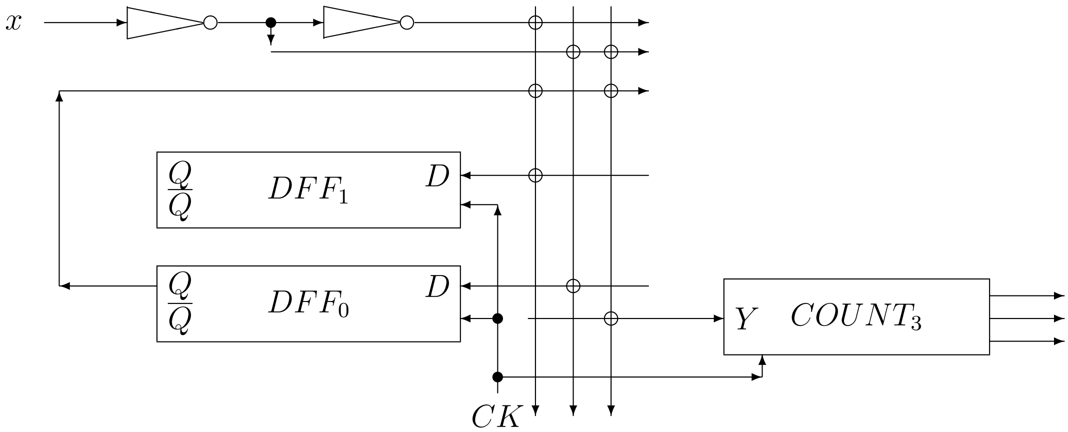
δ	0	1	Q_1^+	Q_0^+
00	01	00	0	$\overline{x}$
01	01	10	x	$\overline{x}$
10	01	00	0	$\overline{x}$

λ	0	1	Y^+
00	0	0	0
01	1	0	$\overline{x}$
10	0	0	0

Deci

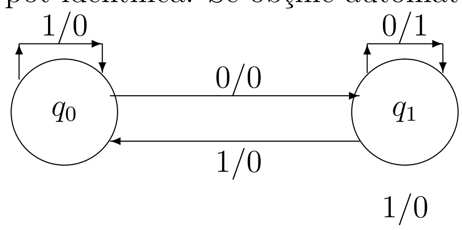
$$\delta(Q_1Q_0, x) = (Q_0x,\ \overline{x}), \qquad \lambda(Q_1Q_0, x) = Q_0\overline{x}$$

Un circuit care rezolvă problema este:



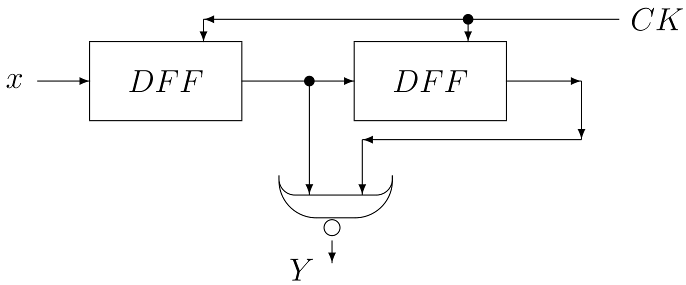
Observaţii:

(a) O analiză a automatului arată că unul din cele două DFF nu este utilizat. Deci el se poate reduce, fapt care revine formal la ideea că stările q_0 şi q_2 sunt echivalente – deci ele se pot identifica. Se obţine automatul



a cărui implementare utilizează un singur DFF.

(b) O soluţie interesantă – primită de la mulţi studenţi – este:



Eroarea constă în faptul că în fază iniţială auotmatul este resetat şi ambele DFF conţin valoarea 0. Deci atunci când va începe să funcţioneze, automatul va scoate 1 ca primă valoare (deşi nu a primit încă nici un bit), ceea ce va afecta valoarea counterului.