

Algebra #1

2 p maxim pt "prezentă" la seminar

0,5 puncte

1,5 <  $\begin{matrix} 3 \text{ teme} \\ 3 \text{ lucrări} \end{matrix}$

Cărți: 1. Ion D. Ioan, N Radu, "Algebră" 1991 BUC

2. T Dumitrescu, "Algebră" 2006 BUC

Culegeri 3. Dăscălescu, Băietică, Mănescu

Def 1. Operație algebrică (lege de compoziție) pe o mulțime: o funcție  $f: G \times G \rightarrow G$

$$f(x, y) \stackrel{\text{not.}}{=} x \circ y$$

2. Operația se numește asociativă  $\Leftrightarrow x \circ (y \circ z) =$

$$= (x \circ y) \circ z, \quad \forall x, y, z \in G$$

3.  $e$  se numește element neutru  $\Leftrightarrow$

$$(2) \quad x \circ e = e \circ x = x \quad \forall x \in G$$

\* Remarcă: elementul neutru este unic

• Pp că  $f, e$  sunt elemente neutre  $e \neq f$

$$e \circ f = e = f \circ e$$

$$\cancel{f \circ e = f}$$

$$\cancel{x \circ f = f}$$

$$x \circ f = f \circ x = x$$

$$e \circ f = e \mid \Rightarrow e = f \text{ (contradicție)}$$

$$f \circ e = f$$

4. Spunem că  $g \in G$  este inversabil dacă există  $g'$

$$g \circ g' = g' \circ g = e$$

$g' =$  element

$g'$  este inversul lui  $g$

operația este asociativă,  $\exists$  element neutru

Remarcă: Dacă  $\exists g'$ , atunci este unic

$$g, g', g'' \in G$$

$$g \circ g' = e \mid \Rightarrow g' = g'$$

$$g \circ g'' = e \mid \Rightarrow g' \circ g \circ g'' = g' \mid (2)$$

2/4



$$\odot \quad e \circ g'' = g'(e) \quad g'' = g'$$

5.  $(G, \circ)$  se numește grup dacă  $\leftarrow \begin{array}{l} \text{op este asociativă} \\ \exists \text{ element neutru} \\ \forall x \in G, x \text{ inversabil} \end{array}$   
+ def simbolică

Există o formulă folosind  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ ,  $\sqrt{\quad}$  pentru a rezolva

Th (Abel - Ruffini)

Ecuația generală de grad  $\geq 5$  nu poate fi rezolvată doar cu ajutorul operațiilor  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ ,  $\sqrt{\quad}$

Th (Galois)

În ce condiții, ecuația  $x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \dots + a_1x + a_0 = 0$  se rezolvă prin cele 5 operații?