3) Aflarea coef monoamelor

pt a det coef A și B dăm val nedet.

$x_1 = 1 \quad s_1 = 2$
$x_2 = 1 \quad s_2 = 1$
$x_3 = 0 \quad s_3 = 0$

$f(1,1,0) = 2 = 4 + A \Rightarrow A = -2$

$x_1 = 1 \quad s_1 = 3$
$x_2 = 1 \quad s_2 = 3$
$x_3 = 1 \quad s_3 = 1$

$f(1,1,1) = 6 = 27 + (-2) \cdot 9 + B \cdot 3 = 9 + 3B$

$\Rightarrow 6 = 9 + 3B \Rightarrow 3B = -3 \Rightarrow B = -1$

Seminar 3

Rezultat: R_1, R_2 inele comutative

$U(R_1 \times R_2) = U(R_1) \times U(R_2)$

$Idem(R_1 \times R_2) = Idem(R_1) \times Idem(R_2)$

$N(R_1 \times R_2) = N(R_1) \times N(R_2)$

$\mathcal{D}(R_1 \times R_2) = ?$

Prop:

Fie R un inel comut. și $f = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ un polinom. grad$(f) = n$, $a_n \neq 0$. Atunci:

i) $f \in N(R[X]) \Leftrightarrow a_0, a_1, \dots, a_n \in N(R)$

ii) $f \in U(R[X]) \Leftrightarrow a_n, \dots, a_1 \in N(R), a_0 \in U(R)$

iii) $f \in \mathcal{D}(R[X]) \Leftrightarrow \exists d \in R$ a.î. $d f = 0$
$d \neq 0$.

Ex: Câte polinoame inv sunt în $\mathbb{Z}_5[X]$?

$|U(\mathbb{Z}_5[X])| = ?$

Fie $f = a_n X^n + \dots + a_1 x + a_0$; $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{Z}_5$

$f \in U(\mathbb{Z}_5[X]) \Leftrightarrow a_n, \dots, a_1 \in N(\mathbb{Z}_5)$ și $a_0 \in U(\mathbb{Z}_5)$ (1)

$U(\mathbb{Z}_5) = \{\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}\}$ (2)

$N(\mathbb{Z}_5) = \{\hat{0}\}$ (3)

Din (1) (2) (3) $\Rightarrow$ 4 polinoame inversabile

$\mathcal{N}(\mathbb{Z}_{54}[x]) = ?$

R: $f = a_n x^n + \dots + a_1 \cdot x + a_0$ cu $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathcal{N}(\mathbb{Z}_{54})$

$\mathcal{N}(\mathbb{Z}_{54}) = 2 \cdot 3 \mathbb{Z}_{54} = 6\mathbb{Z}_{54} = \{\hat{0}, \hat{6}, \hat{12}, \dots, \hat{48}\}$

$54 = 2 \cdot 3^2$

$d = 2 \cdot 3$

Polinoame nilpotente în $\mathbb{Z}_{54}[x]$. Exemplu:

$f = \hat{12}x^4 + \hat{6}x^3 + \hat{48}$

② Factorizați urm. polinoame în $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$

a) $f_1(x) = x^4 + x^3 - x - 1$

b) $f_2(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

c) $f_3(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 1$

d) $f_4(x) = 4x^4 + 12x^3 + x^2 + 12x + 4$

Sg. polinoame ired din $\mathbb{C}[x]$ sunt cele de gradul I. Sg. pol ired din $\mathbb{R}[x]$ sunt cele de grad I + cele de grad II cu $\Delta < 0$.

a) $f_1(x) = x^4 + x^3 - x - 1$

$f_1(x) = x^3(x+1) - (x+1) = (x+1)(x^3 - 1) = (x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

$\Delta < 0 \Rightarrow x^2 - x + 1$ ired în $\mathbb{R}[x]$

$x^2 + x + 1 \Rightarrow \Delta = -3 \Rightarrow x_1 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$

$x_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow f = (x+1)(x-1)\left(x - \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)$ în $\mathbb{C}[x]$

continuare Seminar 3

b) $f_2(X) = x^3+2x^2-5x-6$ div lui sunt o soluție?

$f_2(X) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x^2-5x-6 & x-2 \\ \hline -x^3+2x^2 & x^2+4x+3 \\ \hline / \ 4x^2-5x-6 & \\ -4x^2+8x & \\ \hline 3x-6 & \\ -3x+6 & \\ \hline = & \end{array}$$

$f_2(x) = (x-2)(x^2+4x+3)$

$\Delta = 16-12 = 4$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$ $x_1 = -3$, $x_2 = -1$

$f_2(x) = (x-2)(x+3)(x+1)$

c) $f_3(x) = x^3+2x^2-4x+1$

$f_3(1) = 0$

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x^2-4x+1 & x-1 \\ \hline -x^3+x^2 & x^2+3x-1 \\ \hline 3x^2-4x+1 & \\ -3x^2+3x & \\ \hline -x+1 & \\ \hline \end{array}$$

$f_3(x) = (x-1)(x^2+3x-1)$ - desc peste $\mathbb{Z}[X]$

$\Delta = 9+4 = 13$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$ $x_1 = \frac{-3+\sqrt{13}}{2}$, $x_2 = \frac{-3-\sqrt{13}}{2}$

$f_3(x) = (x-1)\left(x - \frac{(-3+\sqrt{13})}{2}\right)\left(x - \frac{(-3-\sqrt{13})}{2}\right)$

d) $f_4(x) = 4x^4 - 12x^3 + x^2 + 12x + 4$

$f_4(2) = 0$

$$\begin{array}{l|l} 4x^4-12x^3+x^2+12x+4 & x-2 \\ \hline -4x^3+x^2+12x+4 & 4x^3-4x^2-7x-2 \\ 4x^3-8x^2 & \\ \hline -7x^2 \ 12x+4 & \\ 7x^2-14x & \\ \hline -2x+4 & \\ 2x+4 & \\ \hline // & \end{array}$$

$f_4(x) = (x-2)(4x^3-4x^2-7x-2)$

2 sol

$$
\begin{array}{l|l}
4x^3-4x^2-7x-2 & x-2 \\
\hline
-4x^3+8x^2 & 4x^2+4x+1 \\
\hline
-4x^2-7x-2 & \\
-4x^2+8x & \\
\hline
x-2 & \\
-x+2 &
\end{array}
$$

$f_4(x) = (x-2)(x-2)(4x^2+4x+1)$

$f_4(x) = (x-2)^2(2x+1)^2$

desc peste toate mult.