Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice (fără circuite)

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

- **Ipoteze:**
  - Graful <u>nu</u> conţine circuite
  - Arcele pot avea <u>şi cost negativ</u>

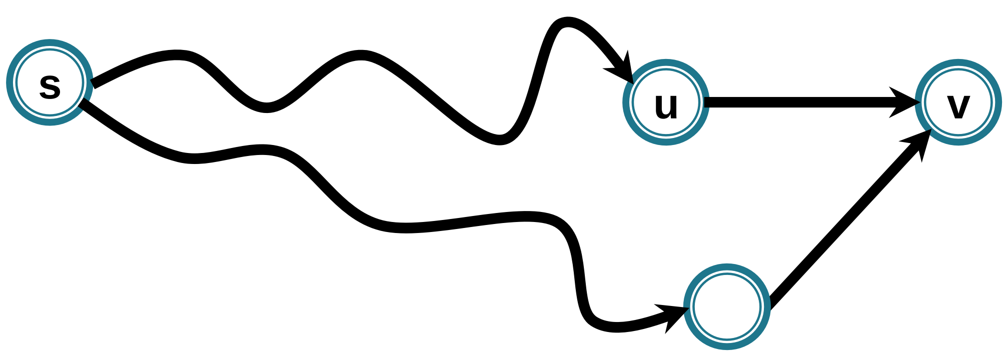
Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

- **Amintim:**

  Când considerăm un vârf v, pentru a calcula d(s,v) ar fi util să ştim deja $\delta(s,u)$ pentru orice u cu $uv \in E$

  - atunci putem calcula distanţele după relaţia

$$\delta(s,v) = \min\{\delta(s,u) + w(u,v) \mid uv \in E\}$$

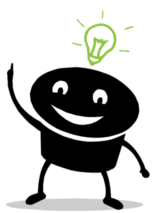


Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

- **Amintim:**

  Când considerăm un vârf v, pentru a calcula d(s,v) ar fi util să ştim deja $\delta(s,u)$ pentru orice u cu $uv \in E$ $\Rightarrow$

  - Ar fi utilă o ordonare a vârfurilor astfel încât dacă $uv \in E$, atunci u se află înaintea lui v



O astfel de ordonare <u>există</u> dacă graful <u>nu</u> conţine circuite = sortarea topologică

Pseudocod

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

- Considerăm vârfurile în ordinea dată de sortarea topologică
  - Pentru fiecare vârf u relaxăm arcele uv către vecinii săi (pentru a găsi drumuri noi către aceștia)

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

```
s – vârful de start

//initializam distante – ca la Dijkstra
```

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

```
s – vârful de start

//initializam distante - ca la Dijkstra
pentru fiecare u∈V executa
        d[u] = ∞; tata[u]=0
d[s] = 0

//determinăm o sortare topologică a vârfurilor
```

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

```
s - vârful de start

//initializam distante - ca la Dijkstra
pentru fiecare u∈V executa
        d[u] = ∞; tata[u]=0
d[s] = 0

//determinăm o sortare topologică a vârfurilor
SortTop = sortare_topologica(G)

pentru fiecare u ∈ SortTop
```

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

```
s - vârful de start

//initializam distante - ca la Dijkstra
pentru fiecare u∈V executa
        d[u] = ∞; tata[u]=0
d[s] = 0

//determinăm o sortare topologică a vârfurilor
SortTop = sortare_topologica(G)

pentru fiecare u ∈ SortTop
        pentru fiecare uv∈E executa
```

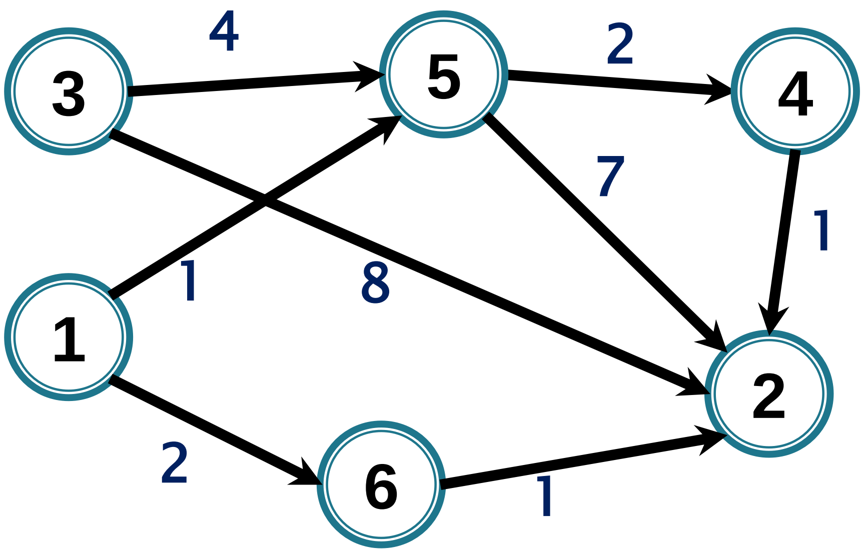
Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

```
s - vârful de start

//initializam distante - ca la Dijkstra
pentru fiecare u∈V executa
       d[u] = ∞; tata[u]=0
d[s] = 0

//determinăm o sortare topologică a vârfurilor
SortTop = sortare_topologica(G)

pentru fiecare u ∈ SortTop
       pentru fiecare uv∈E executa
            daca d[u]+w(u,v)<d[v] atunci  //relaxam uv
                  d[v] = d[u]+w(u,v)
                  tata[v] = u
```

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

```
s - vârful de start

//initializam distante - ca la Dijkstra
pentru fiecare u∈V executa
        d[u] = ∞; tata[u]=0
d[s] = 0

//determinăm o sortare topologică a vârfurilor
SortTop = sortare_topologica(G)

pentru fiecare u ∈ SortTop
        pentru fiecare uv∈E executa
             daca d[u]+w(u,v)<d[v] atunci  //relaxam uv
                  d[v] = d[u]+w(u,v)
                  tata[v] = u
scrie d, tata
```

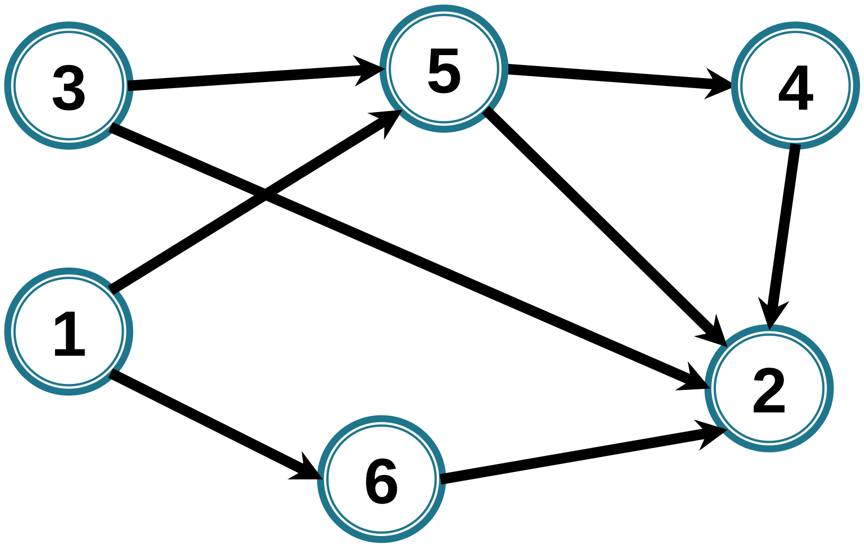
Exemplu

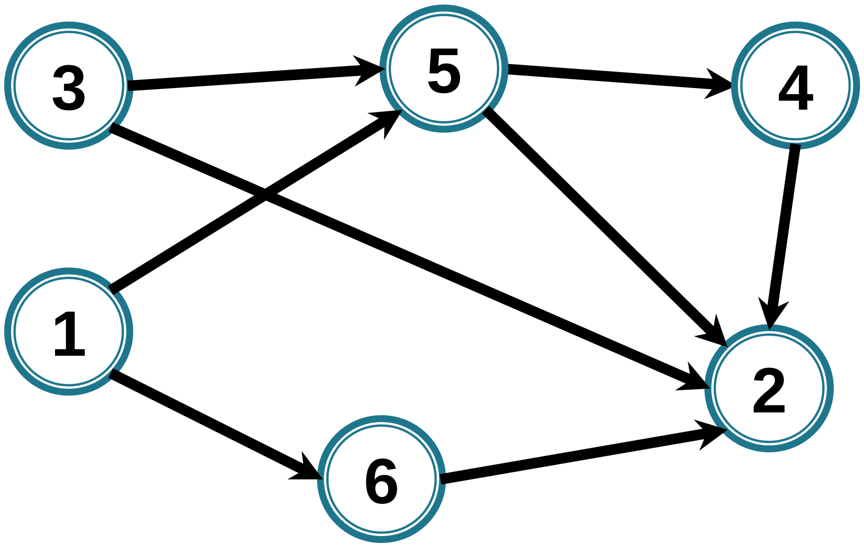

3
5
4
1
6
2
4
2
7
1
1
8
2
1

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

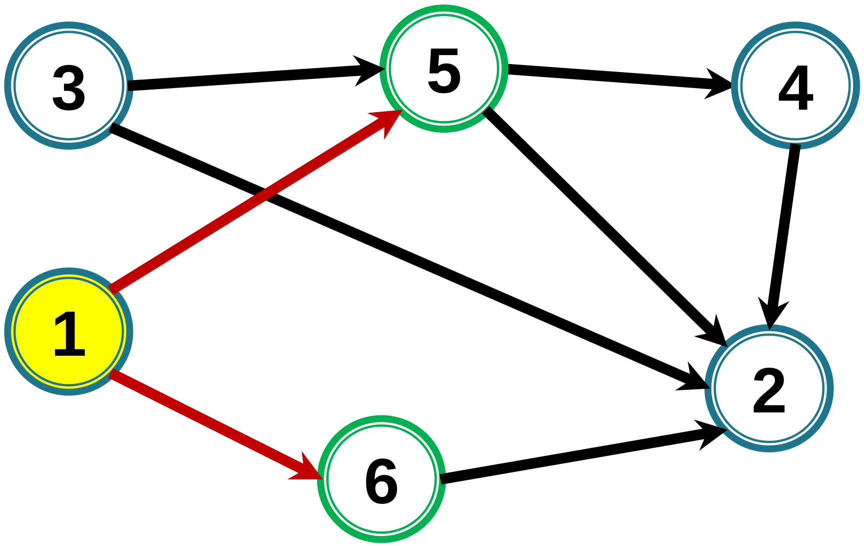
- <u>Etapa 1</u> – determinăm o ordonare topologică a vârfurilor
- Amintim algoritm

```
SortTop ← ∅;
coada C ← ∅;
adauga in C toate vârfurile v cu d⁻[v]=0

cat timp C ≠ ∅ executa
     i ←  extrage(C);
     adauga i in SortTop

     pentru ij ∈ E executa
          d⁻[j] = d⁻[j] - 1
          daca d⁻[j]=0 atunci
               adauga(j, C)

returneaza SortTop
```

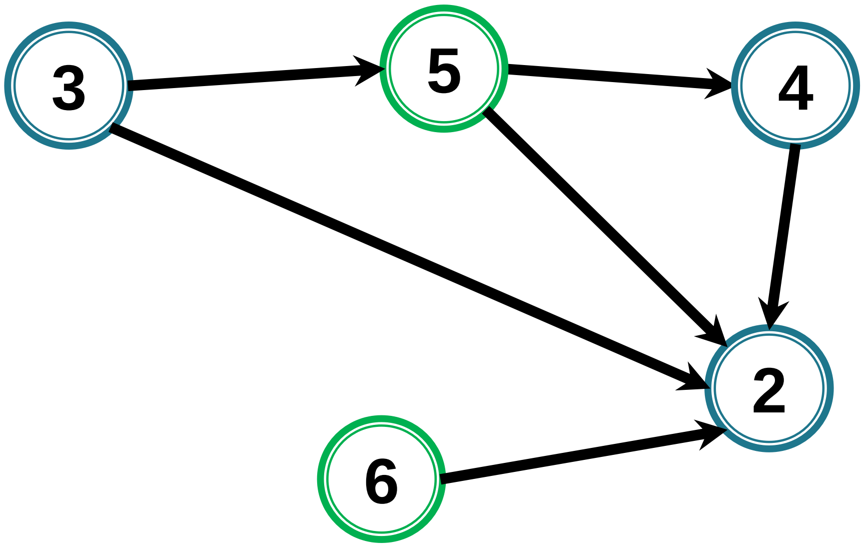

3
5
4
1
2
6



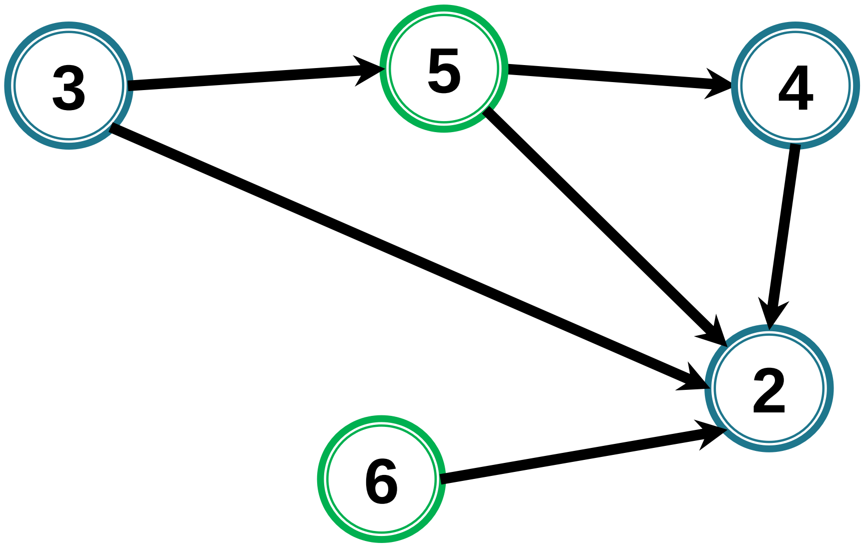
C: 1 3



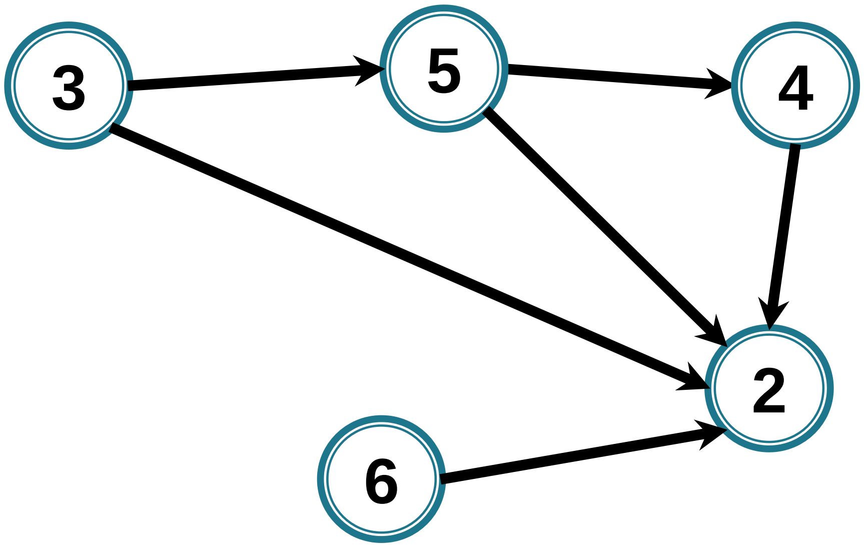
C: 1 3



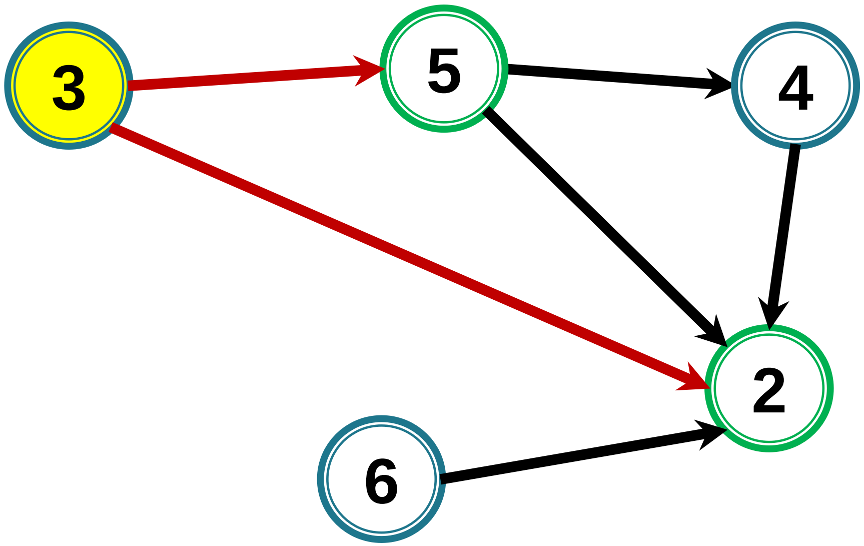
C: 1 3



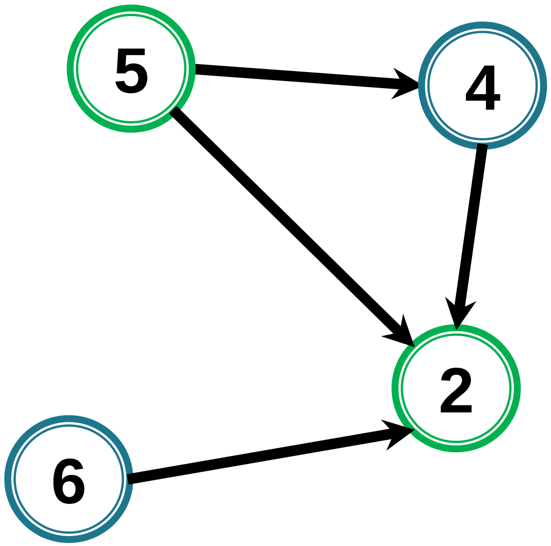
C: 1 3 6



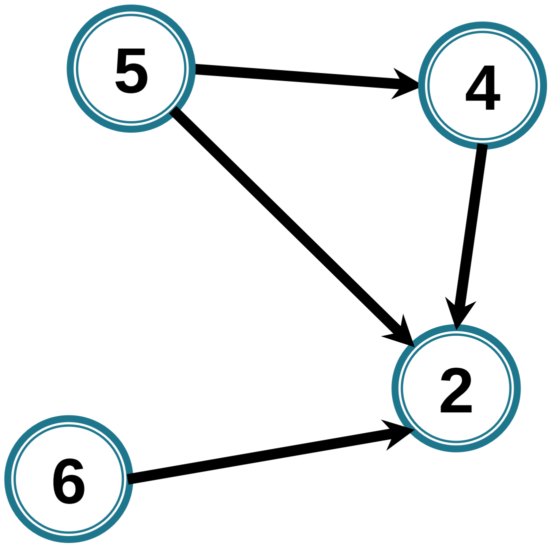
C: 1 3 6



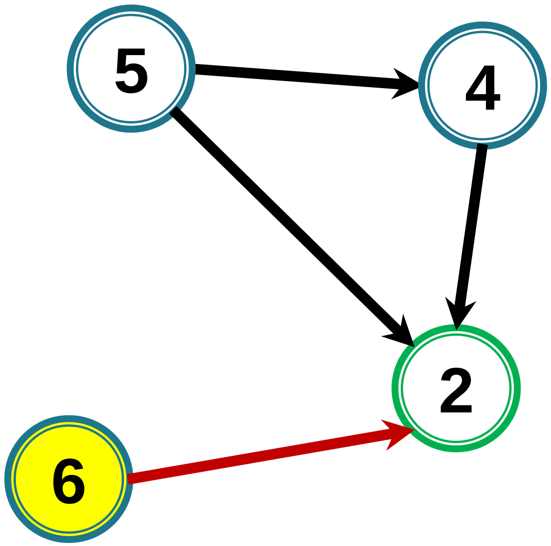
C: 1 3 6



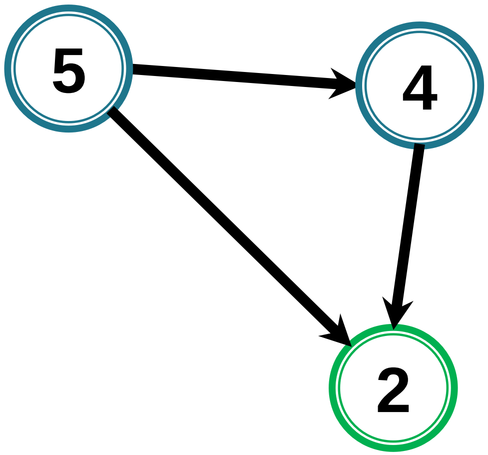
C: 1 3 6



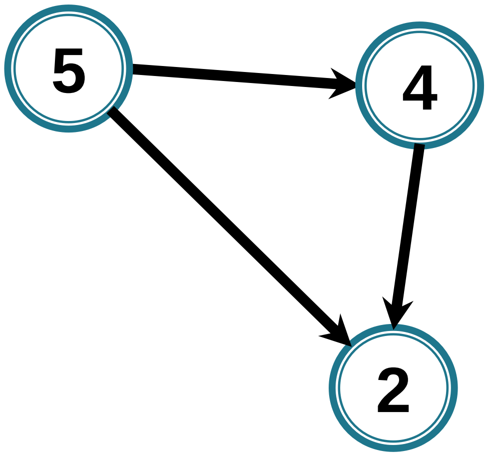
C: 1 3 6 5



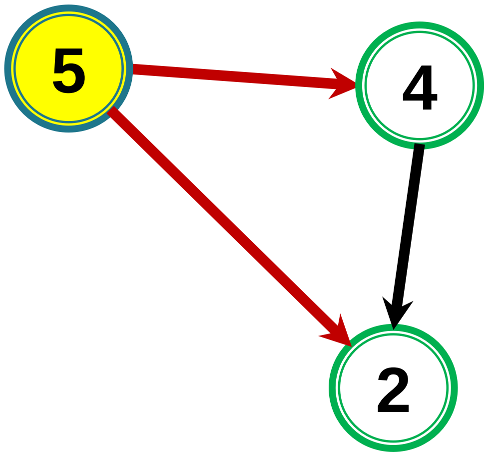
C: 1 3 6 5



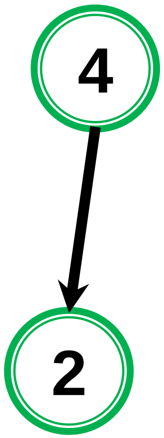
C: 1 3 6 5



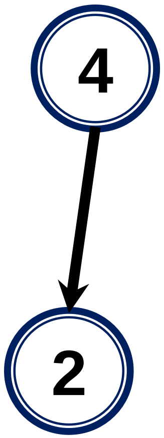
C: 1 3 6 5



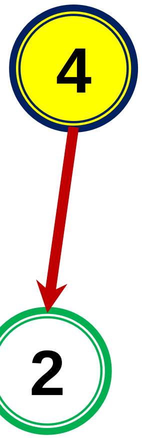
C: 1 3 6 5



C: 1 3 6 5



C: 1 3 6 5 4



C: 1 3 6 5 4

2

C: 1 3 6 5 4

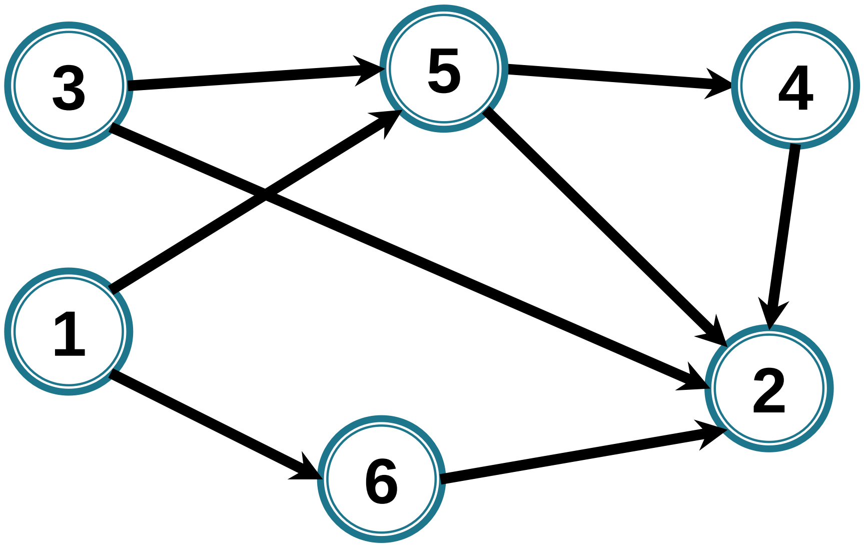
2

C: 1 3 6 5 4 2

2

C: 1 3 6 5 4 2

C: 1 3 6 5 4 2



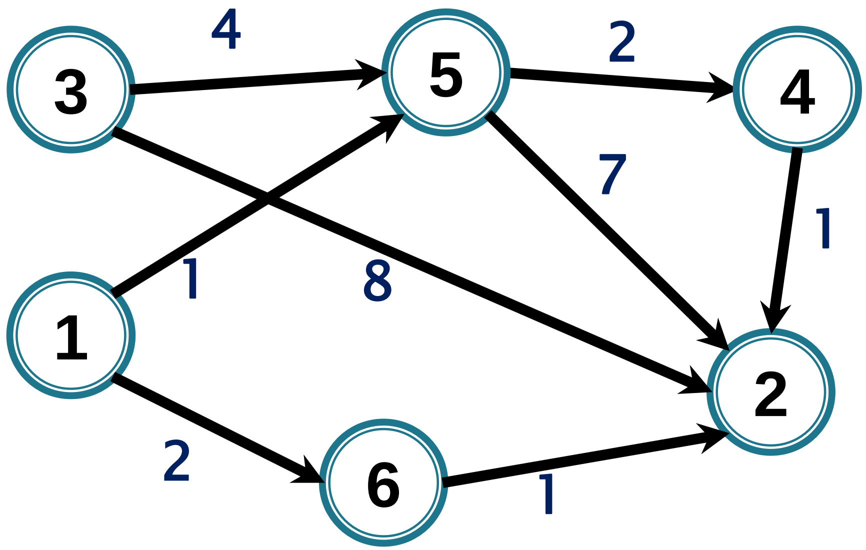
Sortare topologică: 1 3 6 5 4 2

Sortare topologică – Algoritm

```
coada C ← ∅;
adauga in C toate vârfurile v cu d⁻[v]=0

cat timp C ≠ ∅ executa
    i ←  extrage(C);
    adauga i in sortare
    pentru ij ∈ E executa
        d⁻[j] = d⁻[j] - 1
        daca d⁻[j]=0 atunci
            adauga(j, C)
return C
```

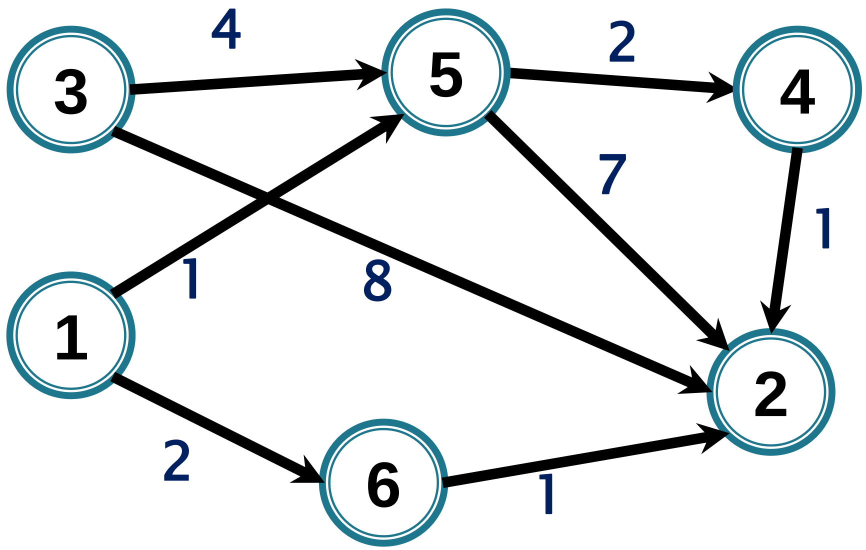
Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

- <u>Etapa 2</u> – parcurgem vârfurile în ordinea dată de sortarea topologică și relaxăm pentru fiecare vârf arcele care ies din acesta



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2



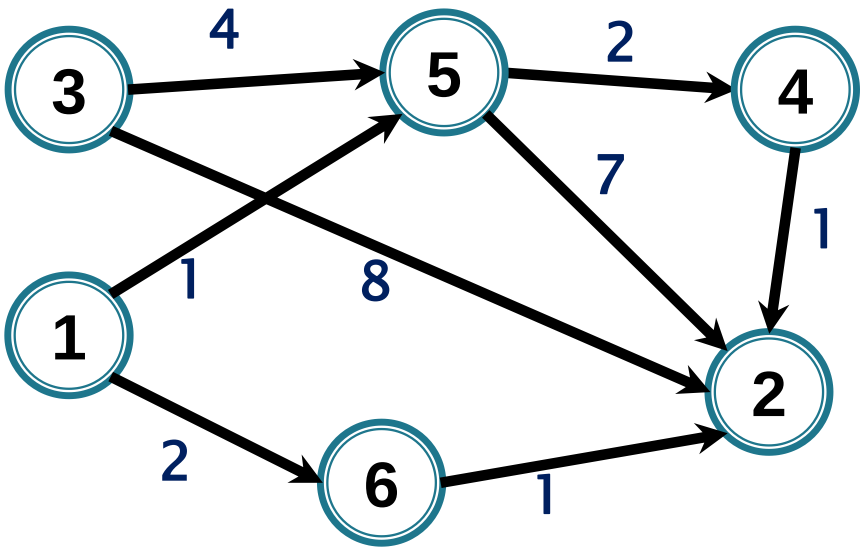
Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2



Sortare topologică

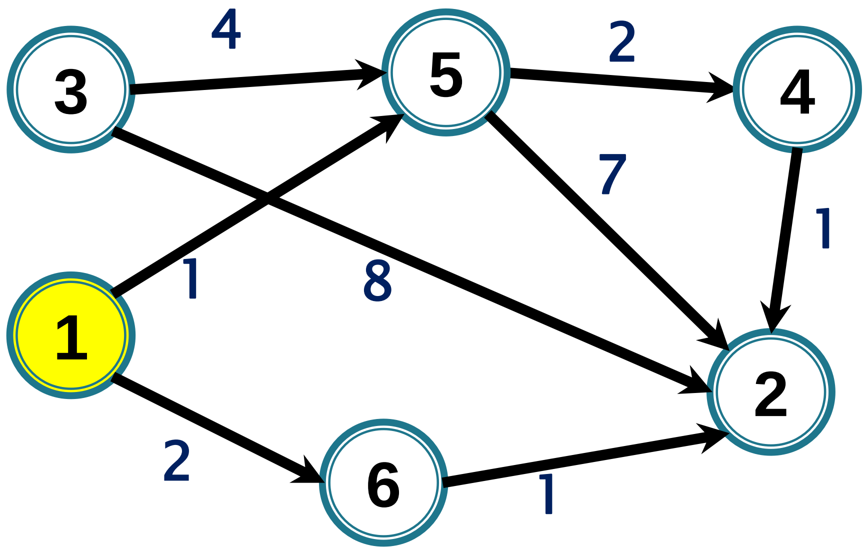
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	1	2	3	4	5	6
d/tata	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

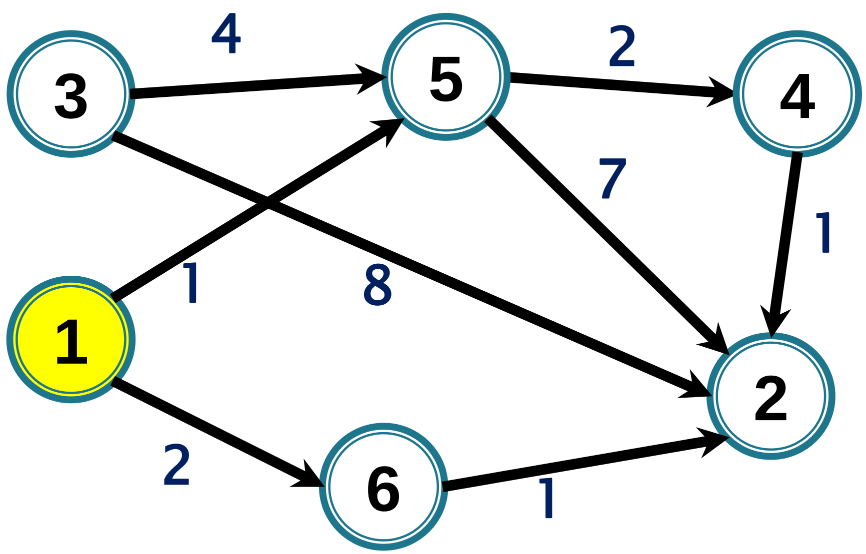
s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:						

d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

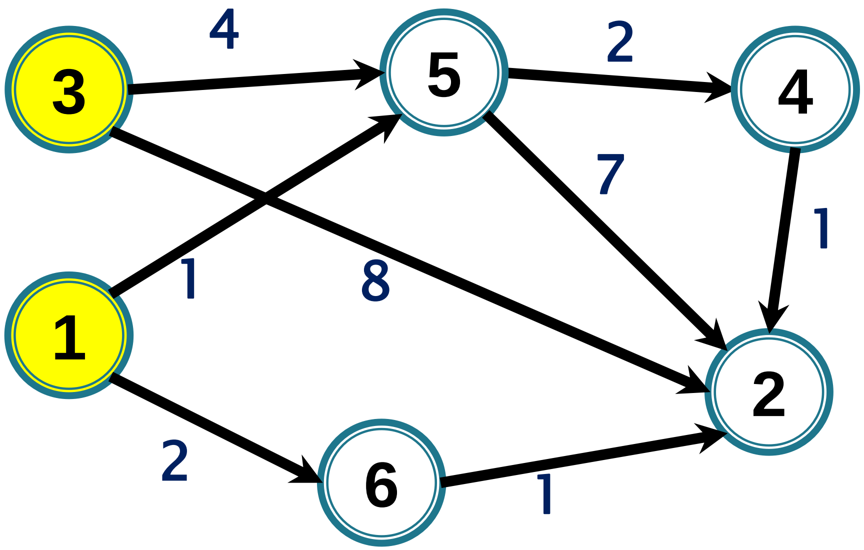
Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

	1	2	3	4	5	6
d/tata	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]

1 nu este accesibil din s, puteam să nu îl considerăm
(să ignorăm vârfurile din ordonare topologică aflate înaintea lui s)

`d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}`



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

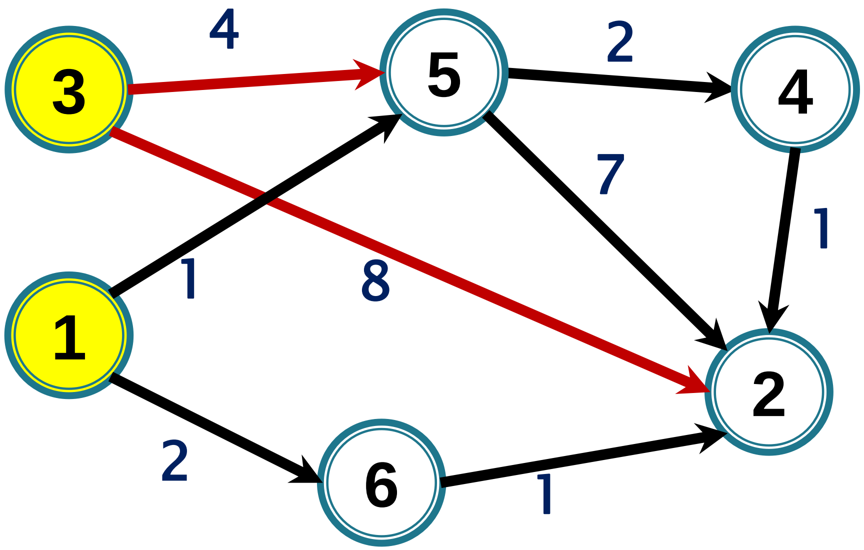
s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:						

d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

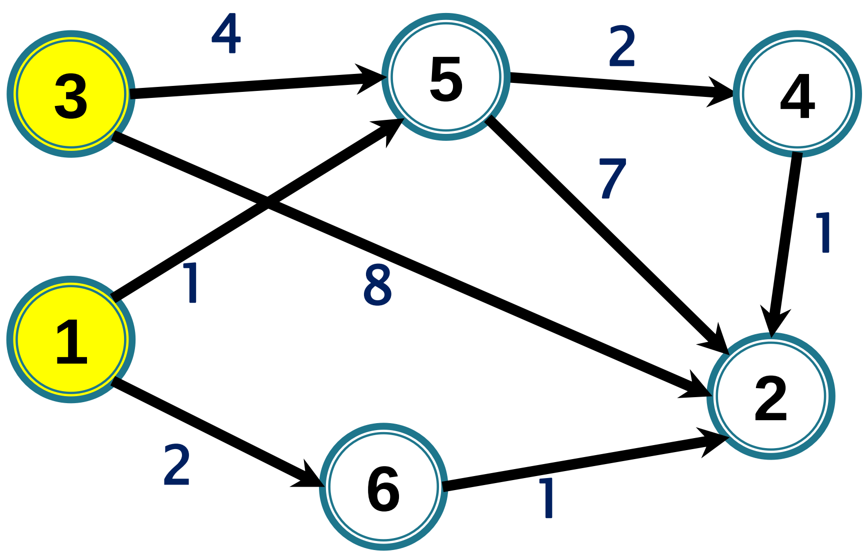
s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:						

d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

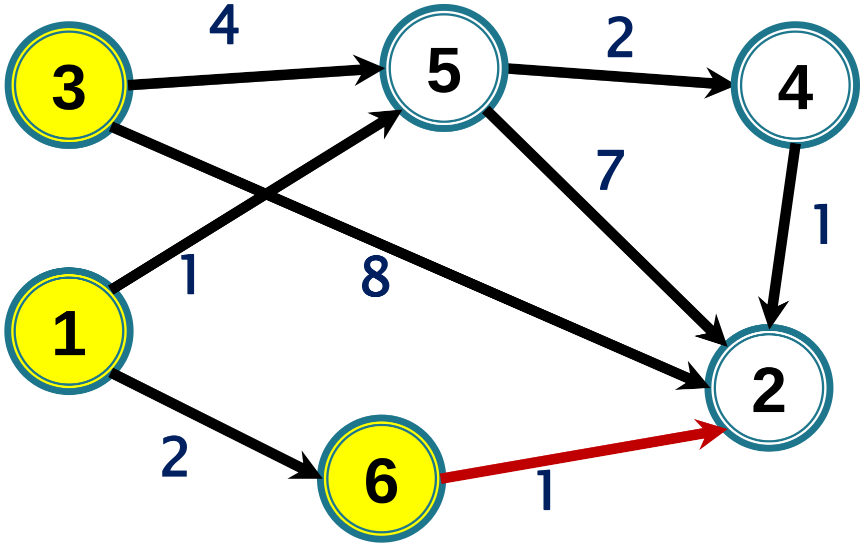
s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]

d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

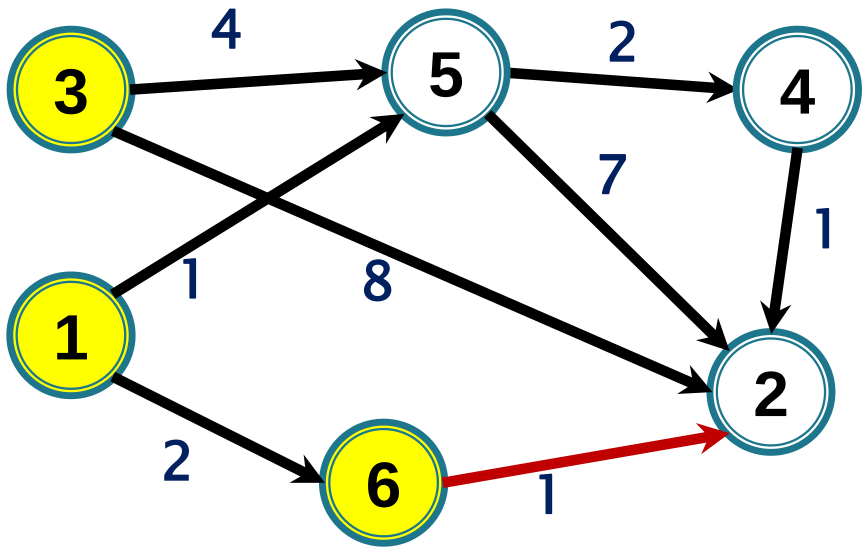
s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:						

```
d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}
```



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

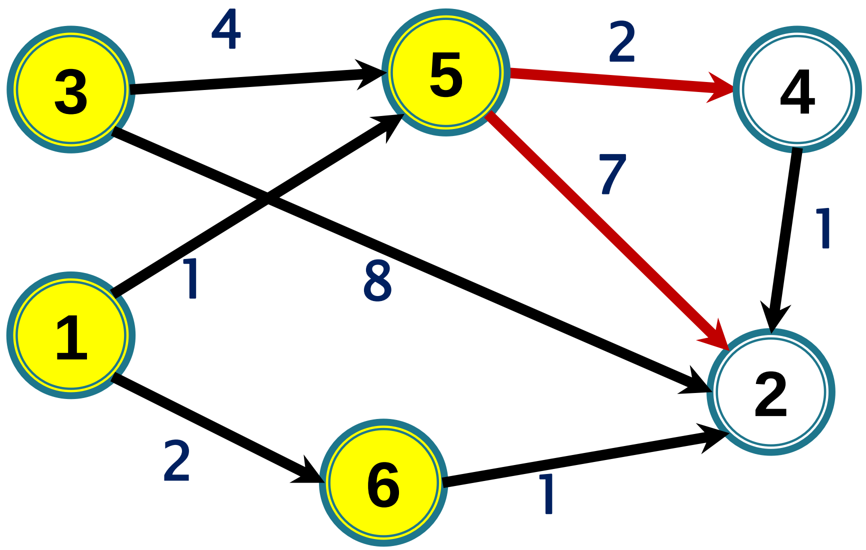
s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]

```
d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}
```



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

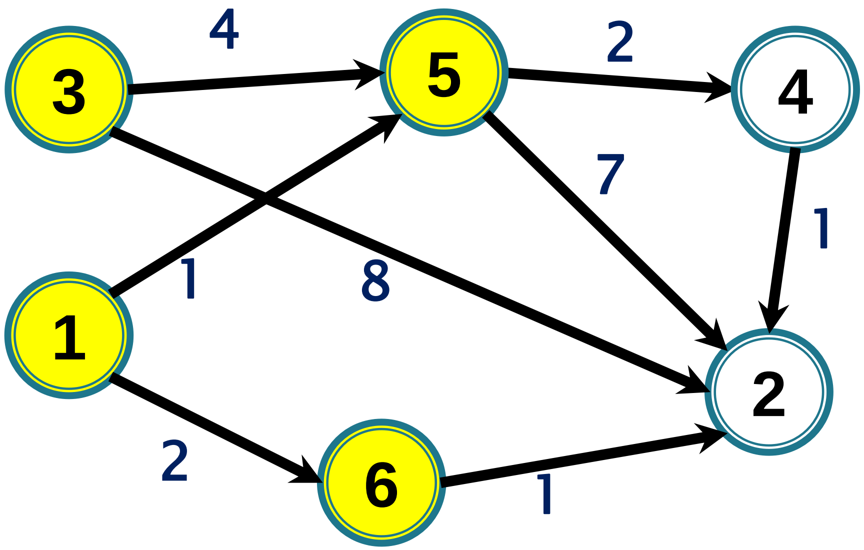
s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:						

```
d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}
```



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

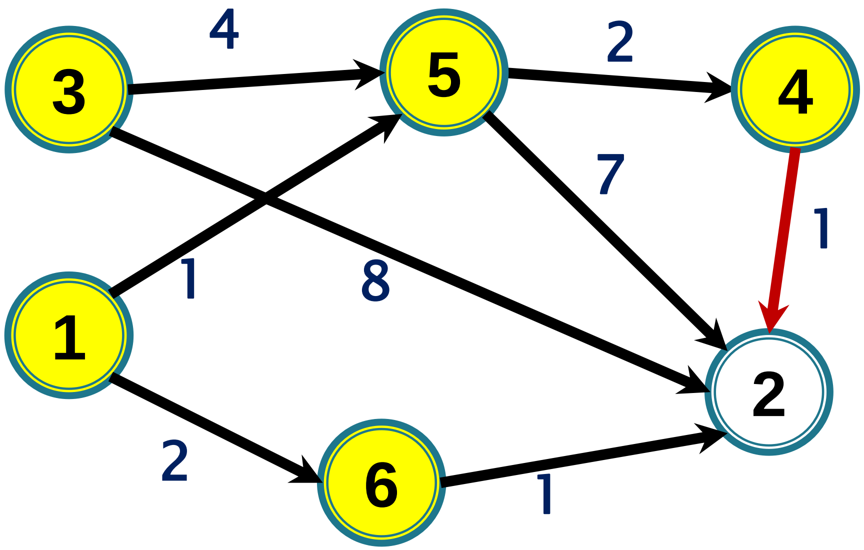
s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:	[∞/0,	8/3,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]

```
d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}
```



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

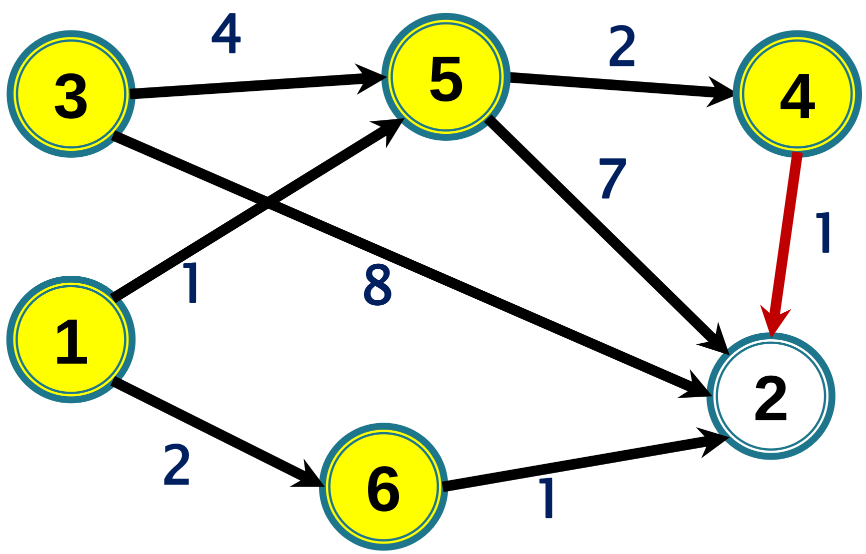
s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:	[∞/0,	8/3,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 4:						

d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

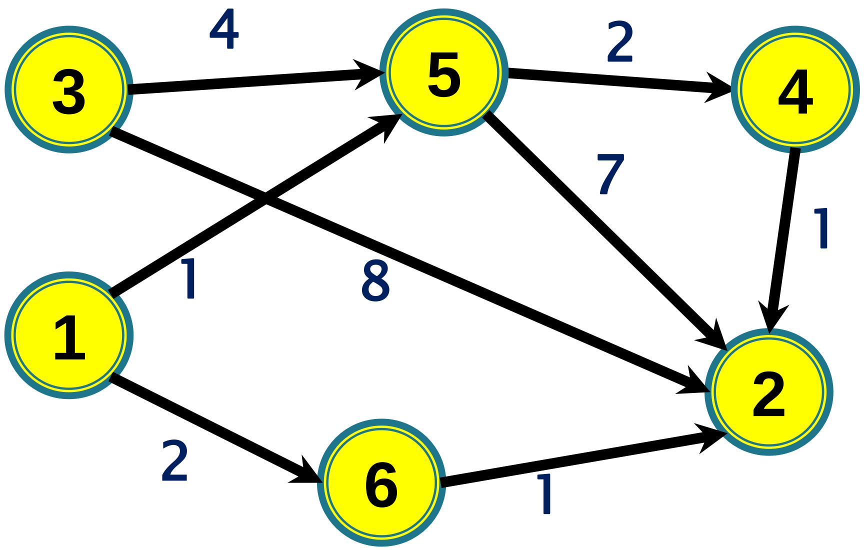
s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:	[∞/0,	8/3,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 4:	[∞/0,	7/4,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]

`d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}`



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

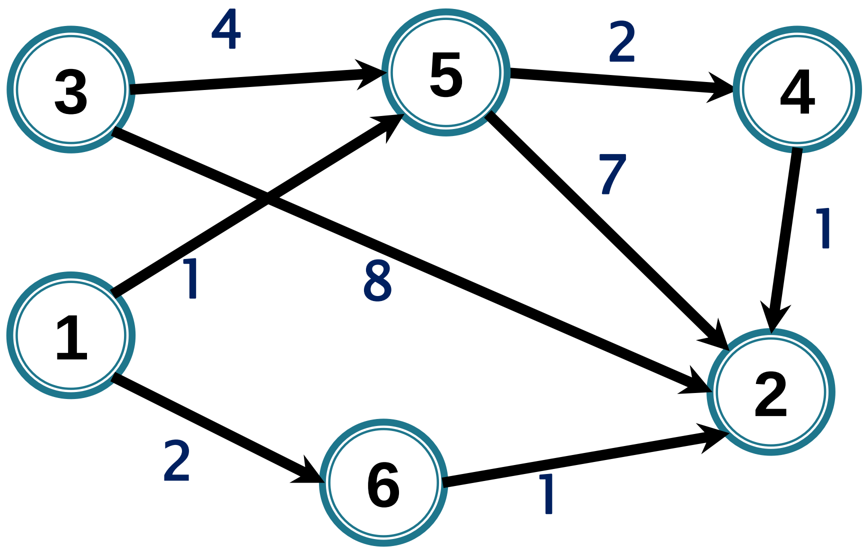
s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:	[∞/0,	8/3,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 4:	[∞/0,	7/4,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 2:						

```
d[v] = min{d[v],d[u]+w(u,v)}
```



Sortare topologică

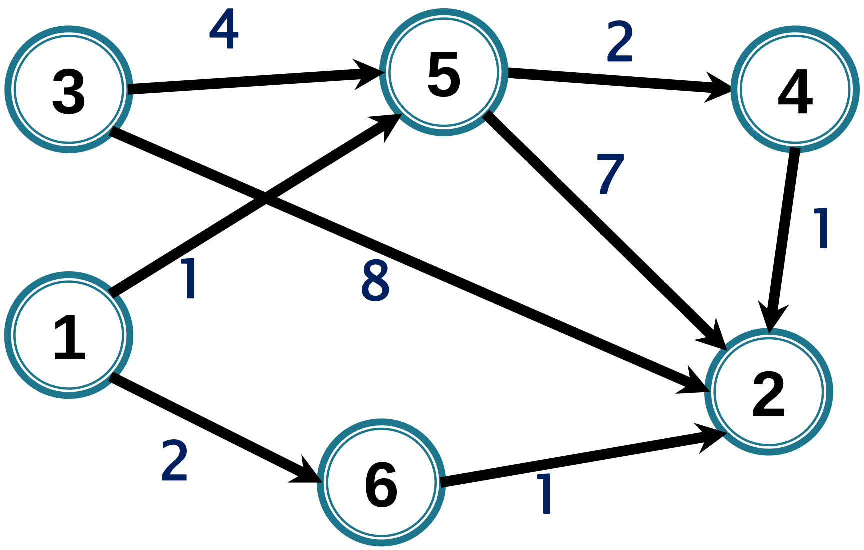
1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 1:	[∞/0,	∞/0,	0/0,	∞/0,	∞/0,	∞/0]
u = 3:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 6:	[∞/0,	8/3,	0/0,	∞/0,	4/3,	∞/0]
u = 5:	[∞/0,	8/3,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 4:	[∞/0,	7/4,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]
u = 2:	[∞/0,	7/4,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]



Sortare topologică

1, 3, 6, 5, 4, 2

s=3 – vârf de start

Ordine de calcul distanțe:

1, 3, 6, 5, 4, 2

d/tata	1	2	3	4	5	6
Soluție	[∞/0,	7/4,	0/0,	6/5,	4/3,	∞/0]

Un drum minim de la 3 la 2?

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

- **Observație**
  - **Este suficient să considerăm în ordonarea topologică doar vârfurile accesibile din s**
  - **În exemplu** – fără 1 și 6

Complexitate

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

```
s - vârful de start

//initializam distante - ca la Dijkstra
pentru fiecare u∈V executa
        d[u] = ∞; tata[u]=0
d[s] = 0

//determinăm o sortare topologică a vârfurilor
SortTop = sortare_topologica(G)

pentru fiecare u ∈ SortTop
        pentru fiecare uv∈E executa
             daca d[u]+w(u,v)<d[v] atunci  //relaxam uv
                   d[v] = d[u]+w(u,v)
                   tata[v] = u
scrie d, tata
```

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

Complexitate

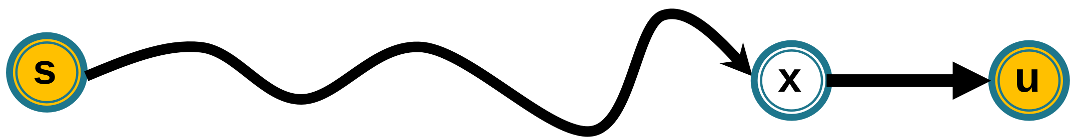
- **Inițializare** -> O(n)
- **Sortare topologică** -> O(m+n)
- **m * relaxare uv** -> O(m)

O(m + n)

Corectitudine

Drumuri minime de sursă unică în grafuri aciclice

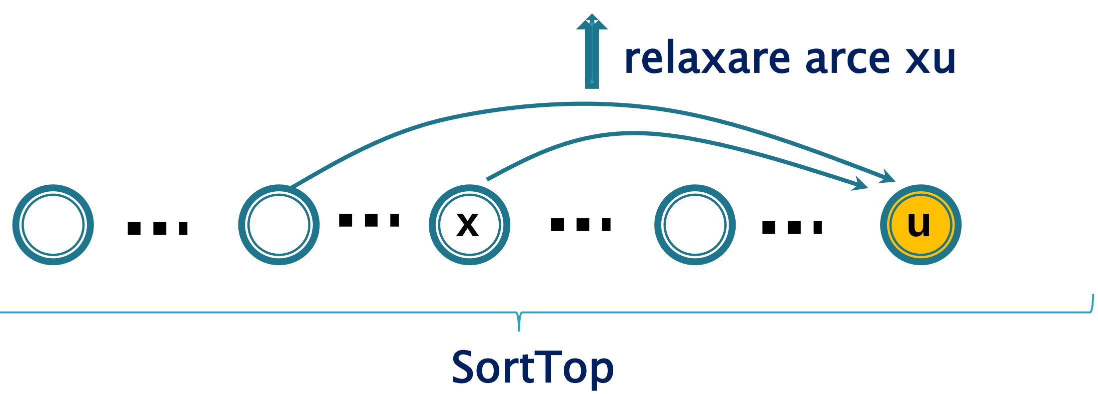
- **Algoritmul funcționează corect și dacă există arce cu cost negativ**



$$\delta(s,u) = \min\{\delta(s,x) + w(x,u) \mid xu \in E\}$$

Când algoritmul ajunge la vârful u avem

$$d[u] = \min\{ d[x] + w(x,u) \mid xu \in E \}$$



Aplicație –
Drumuri critice

Drumuri critice

- **Se cunosc pentru un proiect cu n activități, numerotate 1,…, n:**
  - **durata** fiecărei activități
  -
  -

Drumuri critice

- **Se cunosc pentru un proiect cu n activități, numerotate 1,…, n:**
  - **durata** fiecărei activități
  - perechi (i, j) = activitatea i trebuie să se încheie **înainte** să înceapă j (activitatea j depinde de i)
  -

Drumuri critice

- **Se cunosc pentru un proiect cu n activități, numerotate 1,..., n:**
  - **durata** fiecărei activități
  - perechi (i, j) = activitatea i trebuie să se încheie **înainte** să înceapă j
  - activitățile se pot desfășura **și în paralel**

Drumuri critice

- **Se cunosc pentru un proiect cu n activități, numerotate 1,..., n:**
  - **durata** fiecărei activități
  - perechi (i, j) = activitatea i trebuie să se încheie **înainte** să înceapă j
  - activitățile se pot desfășura și **în paralel**

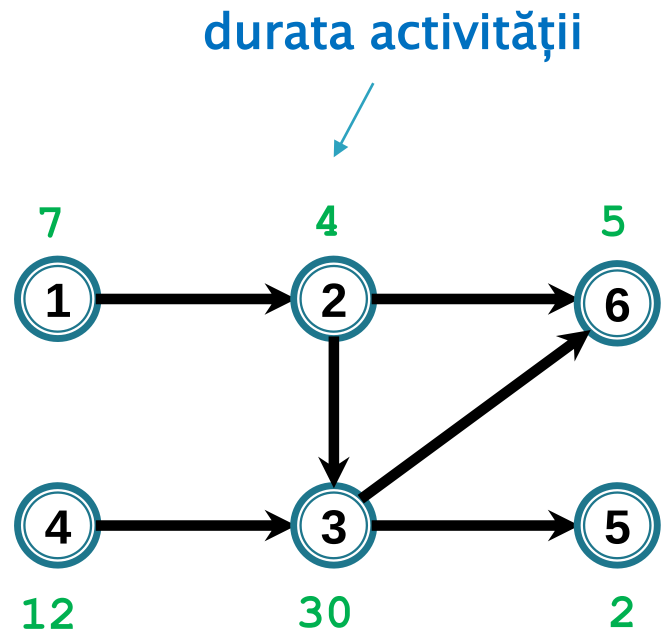
Se cere: **timpul minim de finalizare a proiectului** (dacă începe la ora 0) + **planificarea activităților**

Drumuri critice

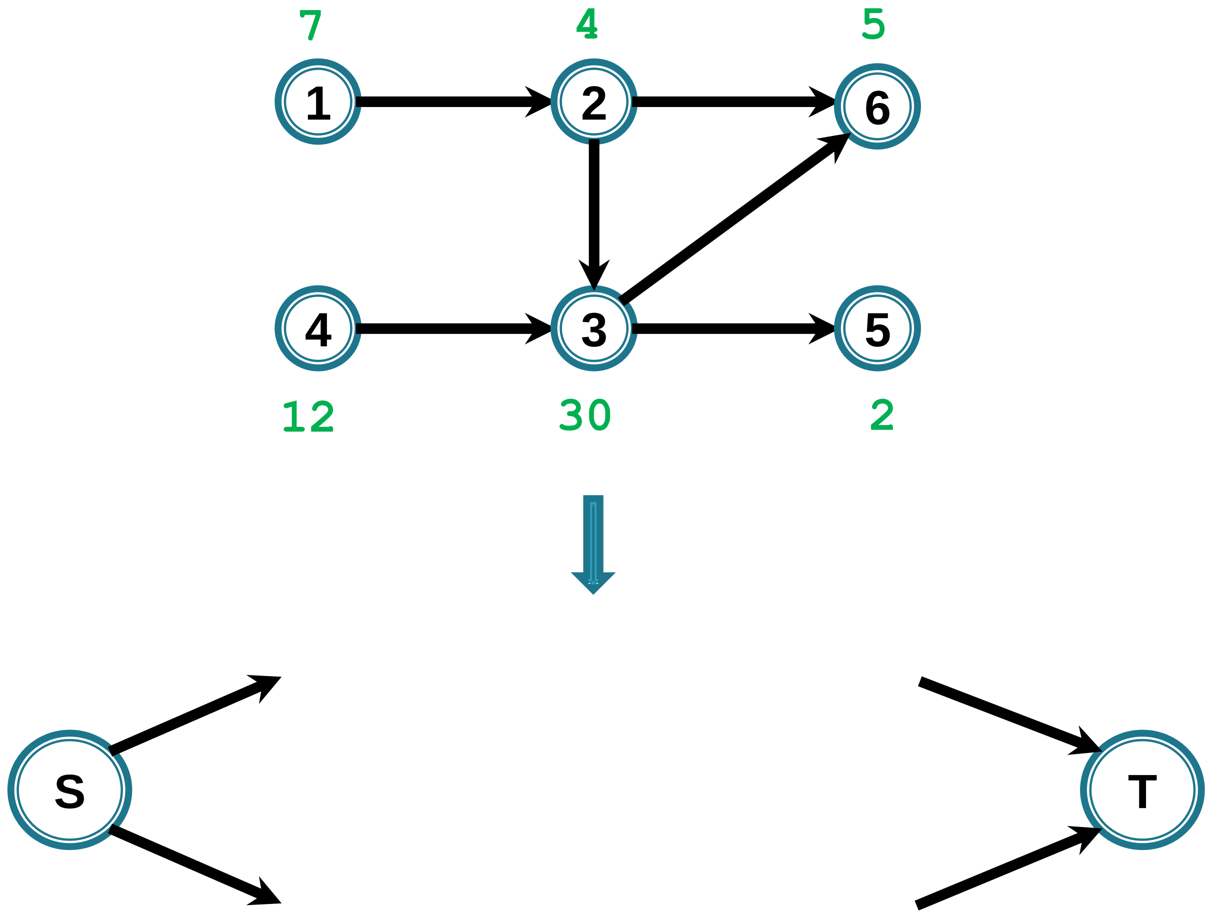
- n = 6
  - Activitatea 1 – durata 7
  - Activitatea 2 – durata 4
  - Activitatea 3 – durata 30
  - Activitatea 4 – durata 12
  - Activitatea 5 – durata 2
  - Activitatea 6 – durata 5
  - (1, 2)
  - (2, 3)
  - (3, 6)
  - (4, 3)
  - (2, 6)
  - (3, 5)

Drumuri critice

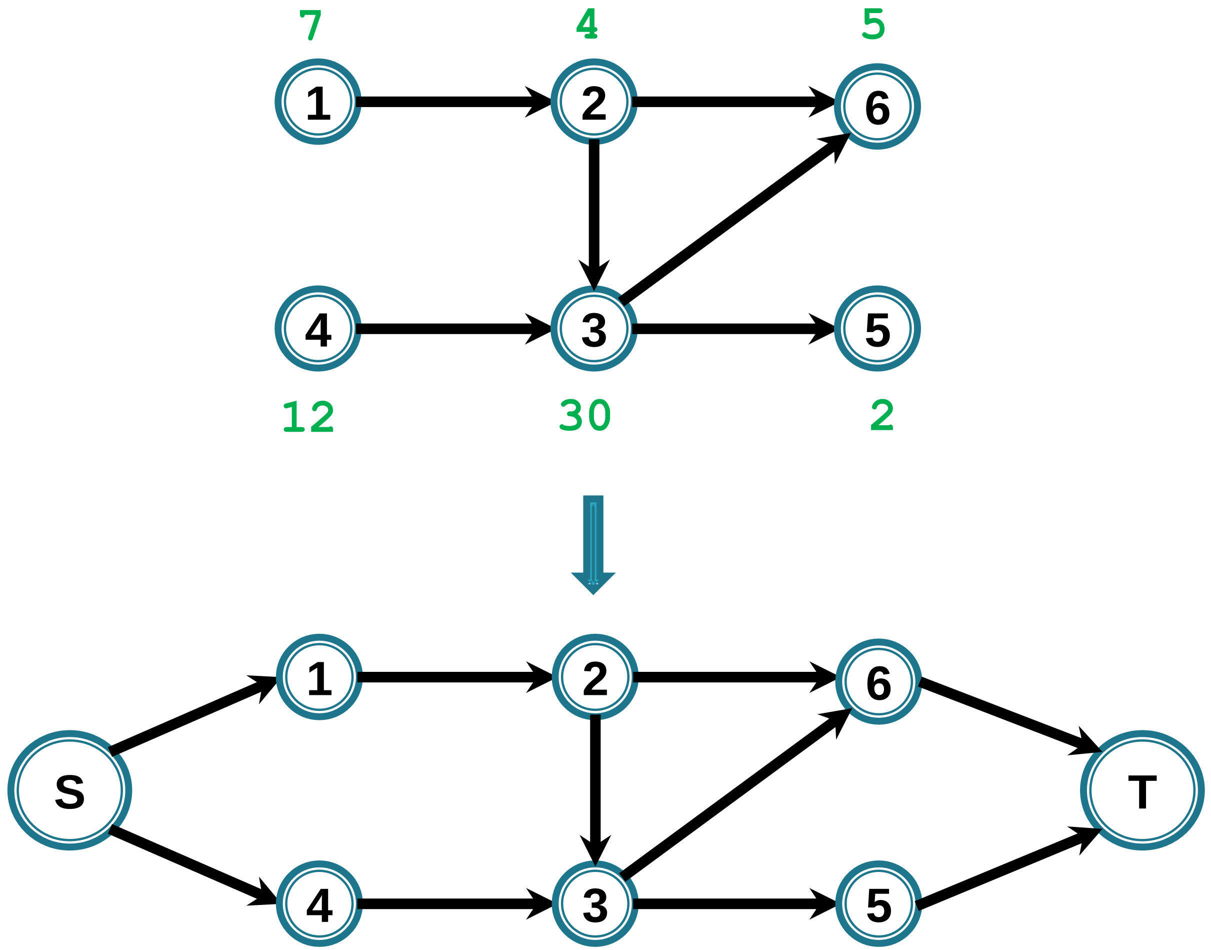
- n = 6
  - Activitatea 1 – durata 7
  - Activitatea 2 – durata 4
  - Activitatea 3 – durata 30
  - Activitatea 4 – durata 12
  - Activitatea 5 – durata 2
  - Activitatea 6 – durata 5
  - (1, 2)
  - (2, 3)
  - (3, 6)
  - (4, 3)
  - (2, 6)
  - (3, 5)



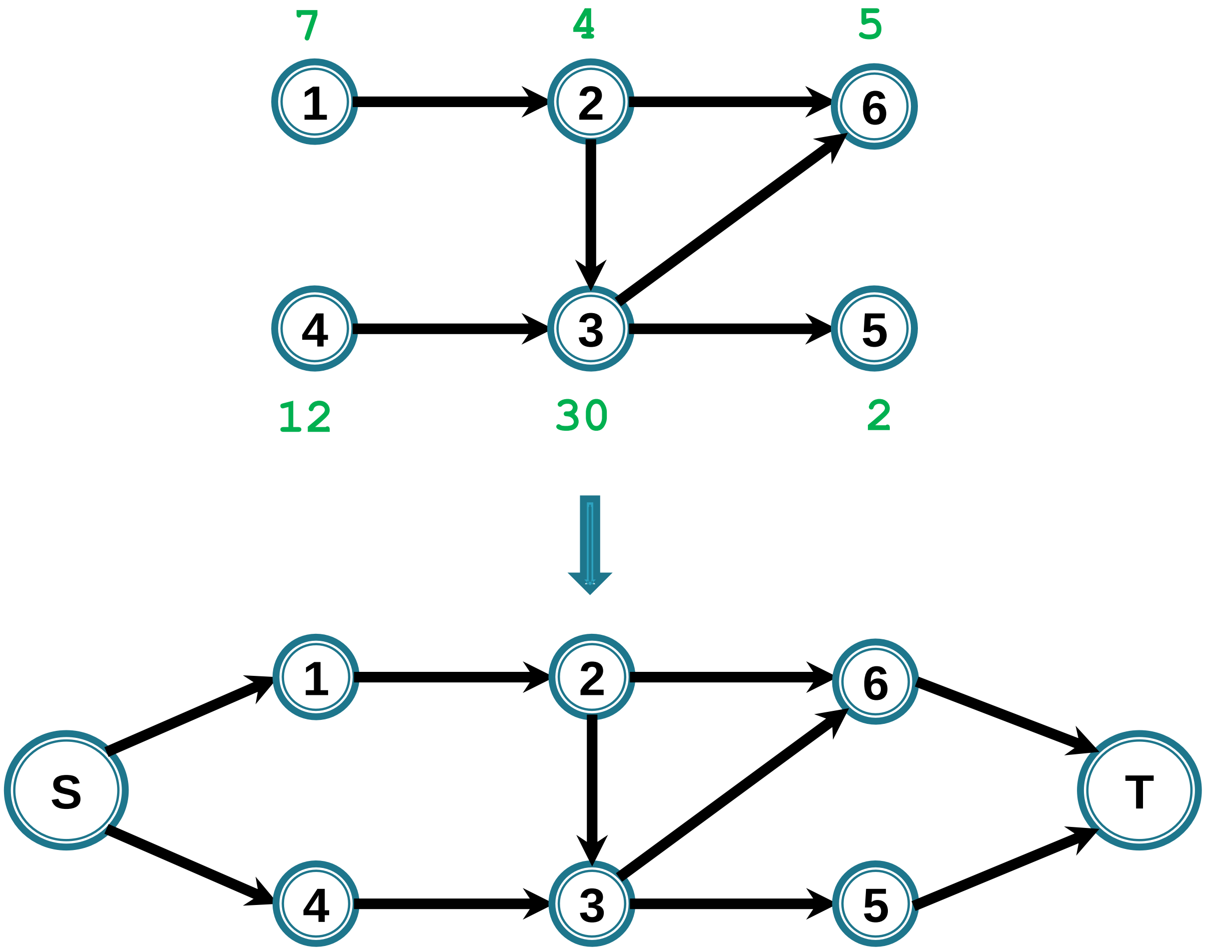
Drumuri critice



Drumuri critice

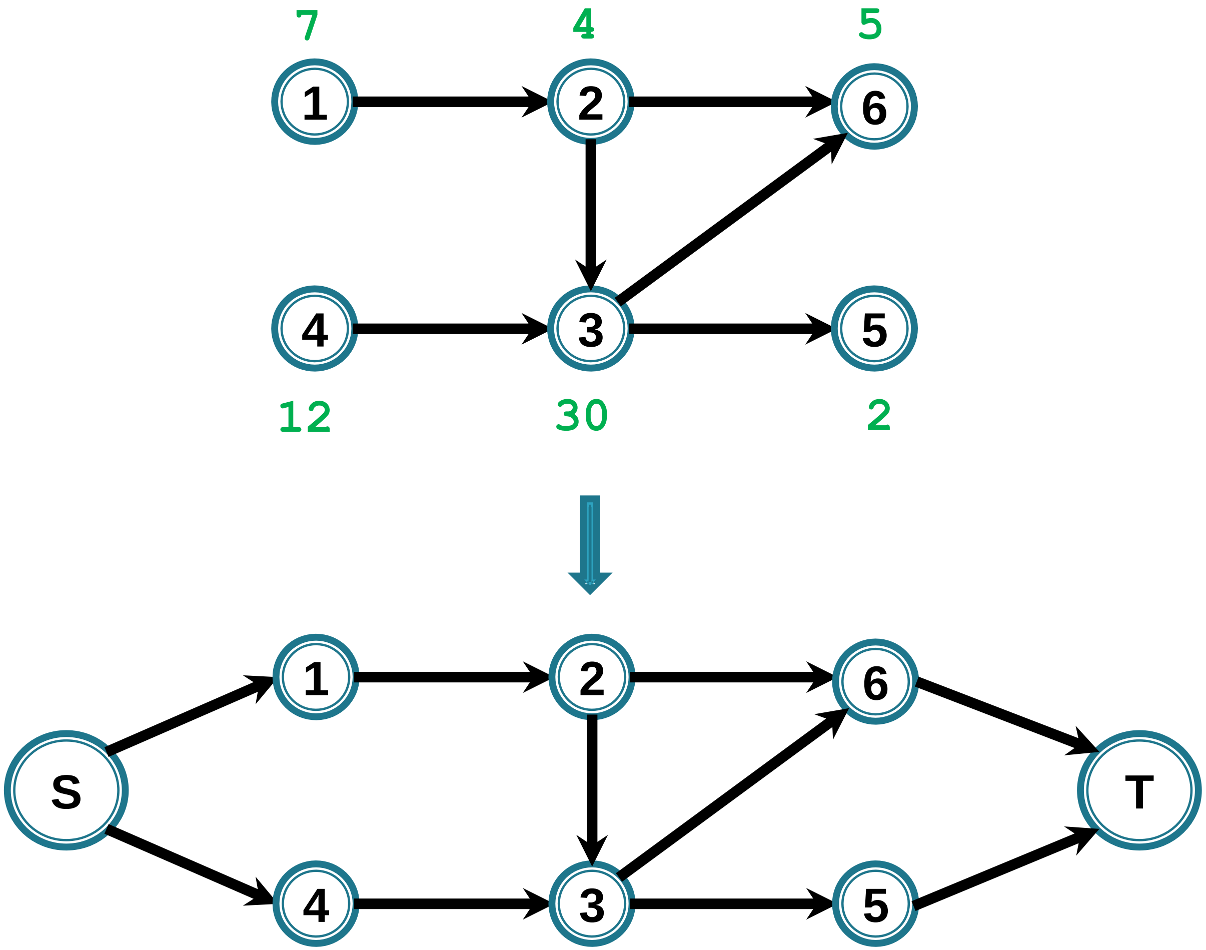


Drumuri critice



w(i,j) = ?

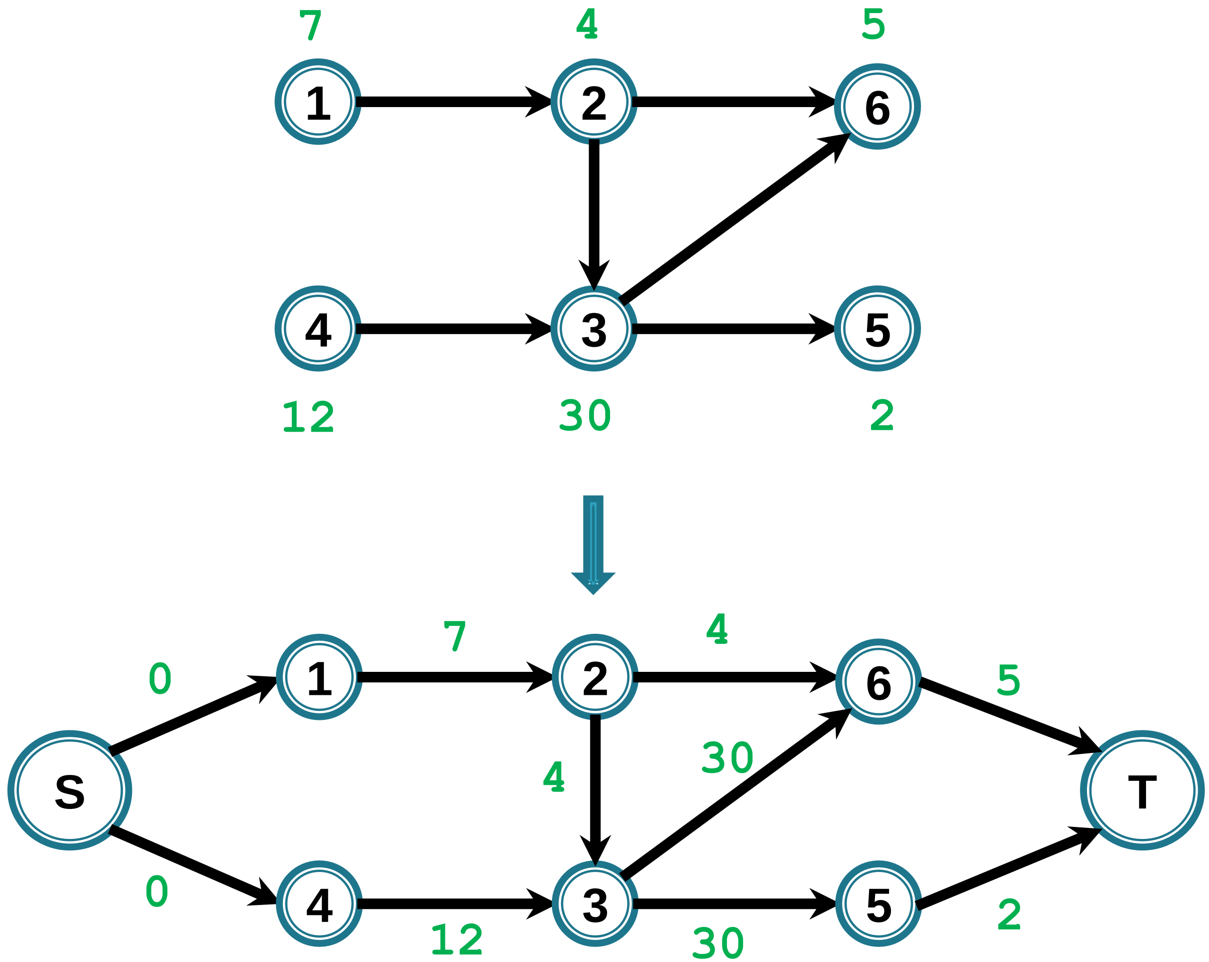
Drumuri critice



w(i,j) = durata activității i

= întârzierea minimă între începutul activității i și începutul activității j (mai general)

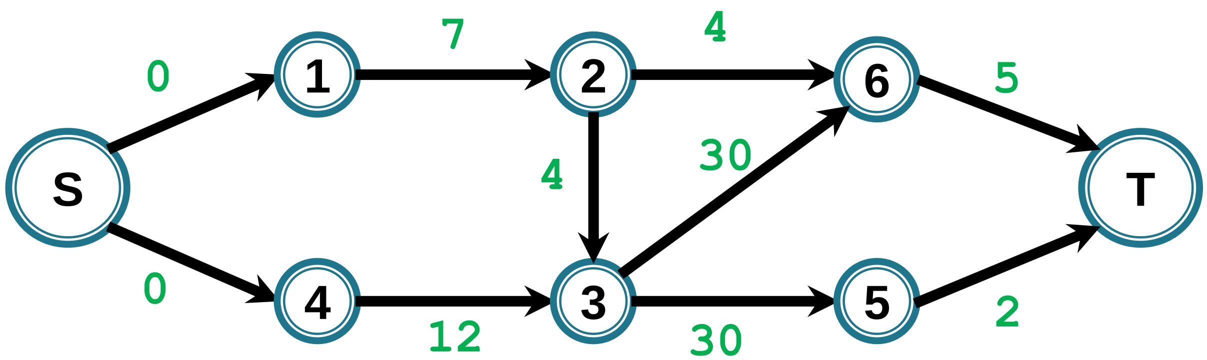
Drumuri critice



w(i,j) = durata activității i

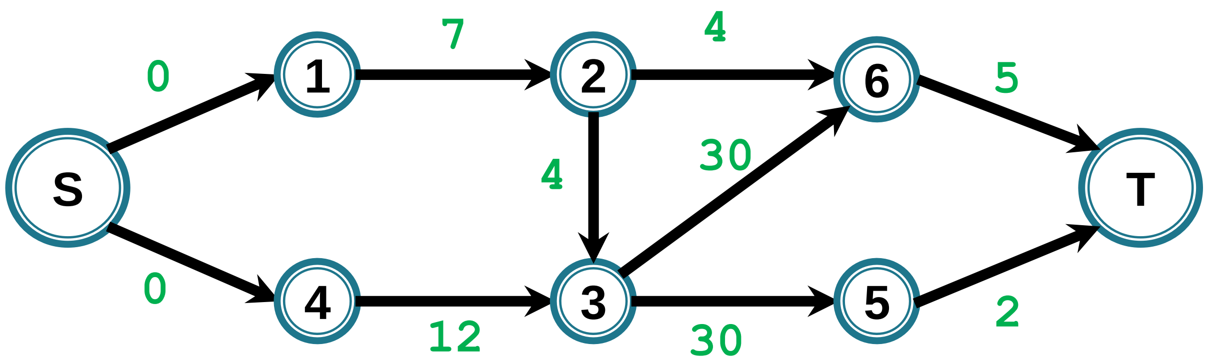
= întârzierea minimă între începutul activității i și începutul activității j (mai general)

Drumuri critice



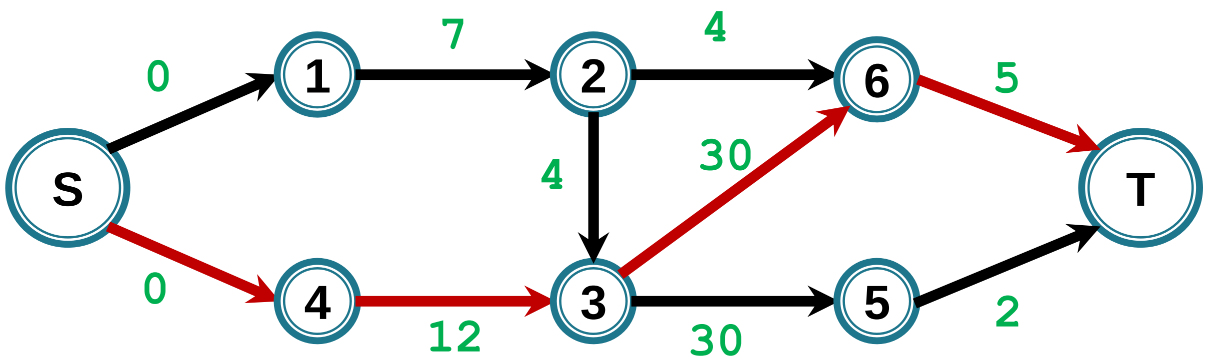
Timpul minim de finalizare a proiectului = ?

Drumuri critice

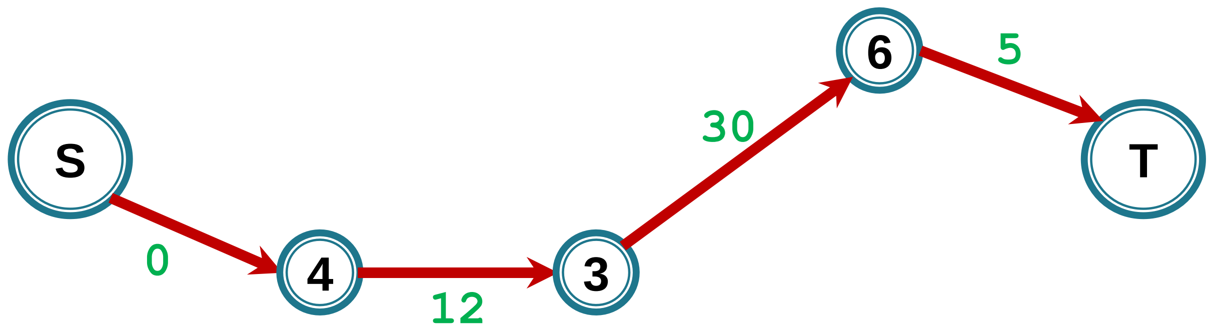


Timpul minim de finalizare a proiectului = **costul <u>maxim</u> al unui drum de la S la T**

Drumuri critice



Timpul minim de finalizare a proiectului = costul maxim al unui drum de la S la T



Drum CRITIC

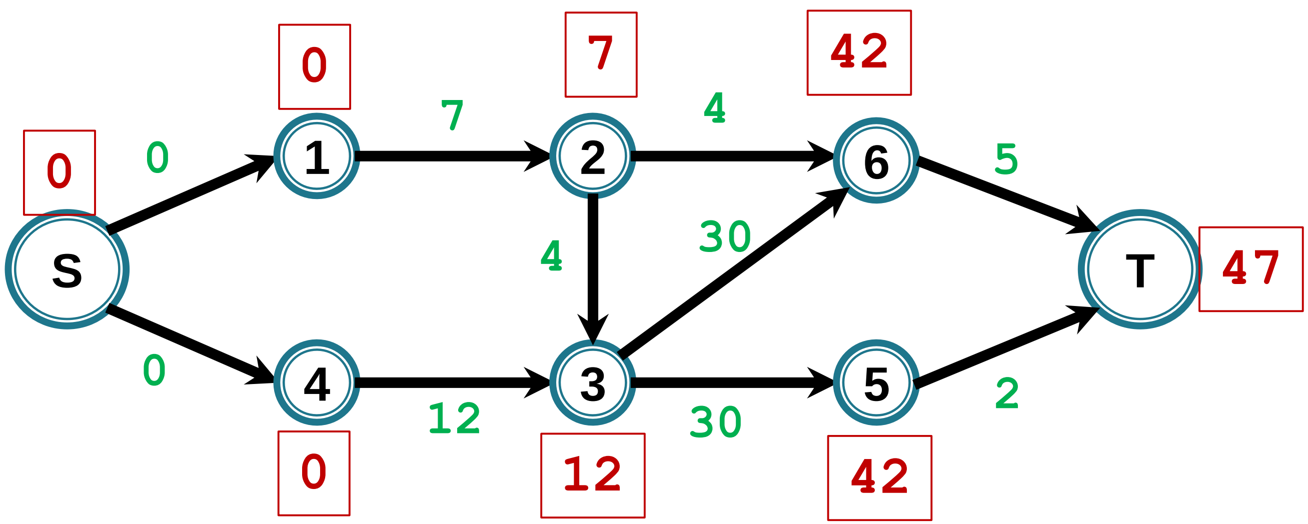
Drumuri critice

- Durata minimă a proiectului = costul maxim al unui drum de la S la T
  - Drum critic = drum de cost maxim de la S la T
  - Orice întârziere în desfășurarea unei activități de pe acest drum duce la creșterea timpului de terminare al proiectului
  - PERT/CPM – Program Evaluation and Review Technique / Critical Path Method

Drumuri critice

- **Durata minimă a proiectului = costul maxim al unui drum de la S la T**

- **Timpul minim de început al unei activități u =** costul maxim al unui drum de la S la u



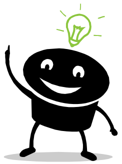
activitatea 1: intervalul de desfășurare (0,7)

activitatea 3: intervalul de desfășurare (12, 42)

Drumuri critice

Putem modifica algoritmul de determinare de drumuri minime în grafuri aciclice a.î. să determine drumuri maxime (de cost maxim) de la S la celelalte vârfuri?

Drumuri critice



Putem modifica algoritmul de determinare de drumuri minime în grafuri aciclice a.î. să determine drumuri maxime (de cost maxim) de la S la celelalte vârfuri

- Problema este echivalentă cu a determina **drumuri minime** din S în graful în care **înlocuim fiecare pondere w(e) cu –w(e)**

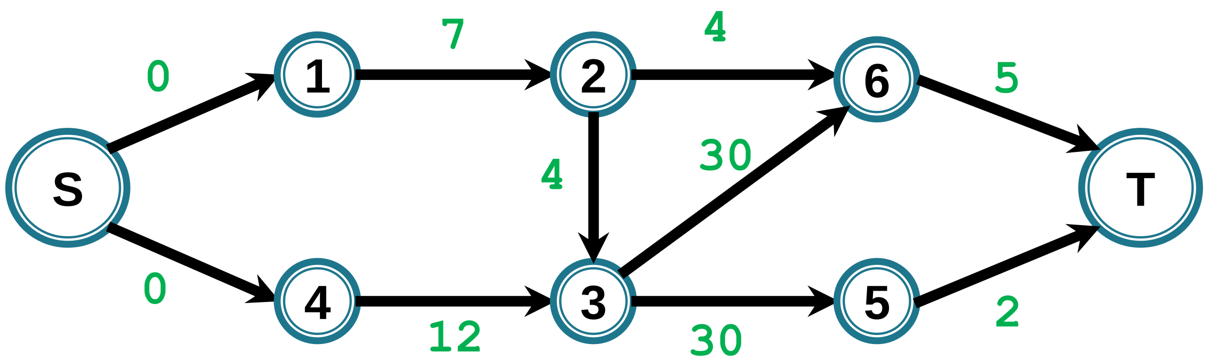
- Modificăm astfel doar inițializarea distanțelor (cu $-\infty$ în loc de $+\infty$) și **inversam condiția de la relaxarea** arcelor pentru a calcula maxim în loc de minim

- **Corectitudine** – rezultă din corectitudinea algoritmului pentru drumul minim

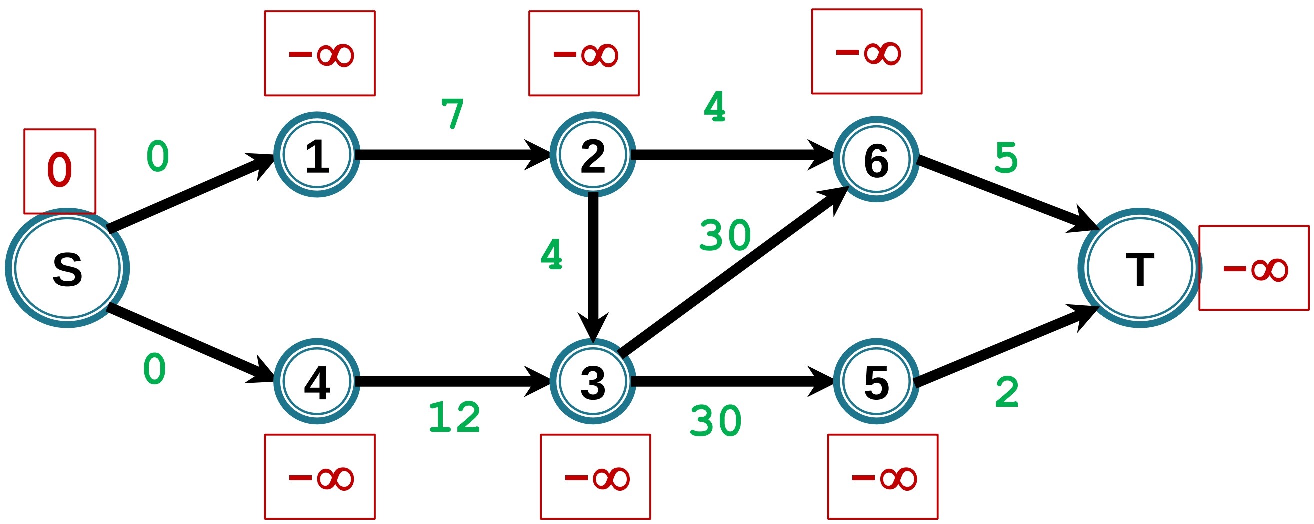
Drumuri maxime de sursă unică în grafuri aciclice

```
s - vârful de start

//initializam distante - ca la Dijkstra
pentru fiecare u∈V executa
        d[u] = -∞; tata[u]=0
d[s] = 0

//determinăm o sortare topologică a vârfurilor
SortTop = sortare_topologica(G)

pentru fiecare u ∈ SortTop
        pentru fiecare uv∈E executa
             daca d[u]+w(u,v) > d[v] atunci  //relaxam uv
                  d[v] = d[u]+w(u,v)
                  tata[v] = u
scrie d, tata
```

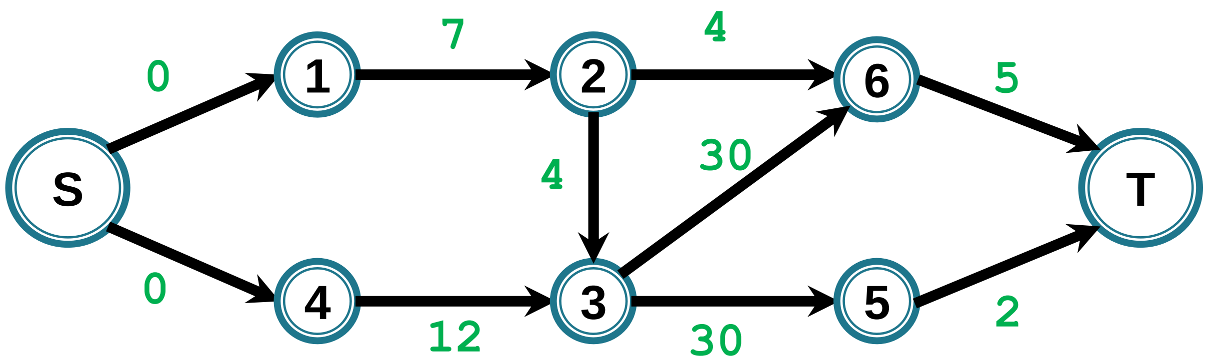
Drumuri critice



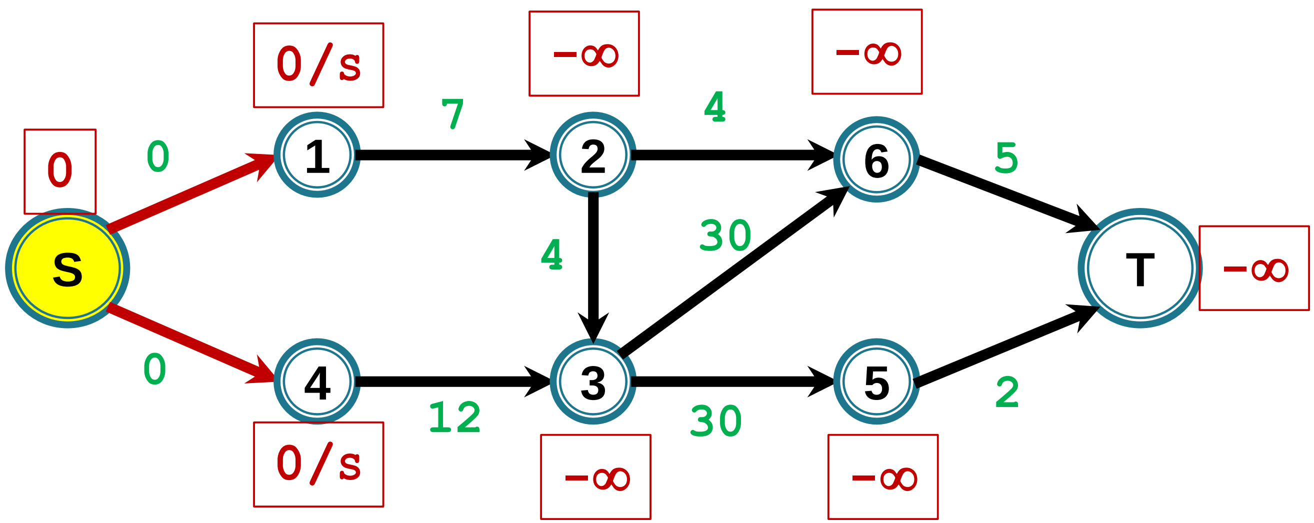
Ordine de calcul distanțe: **S**, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



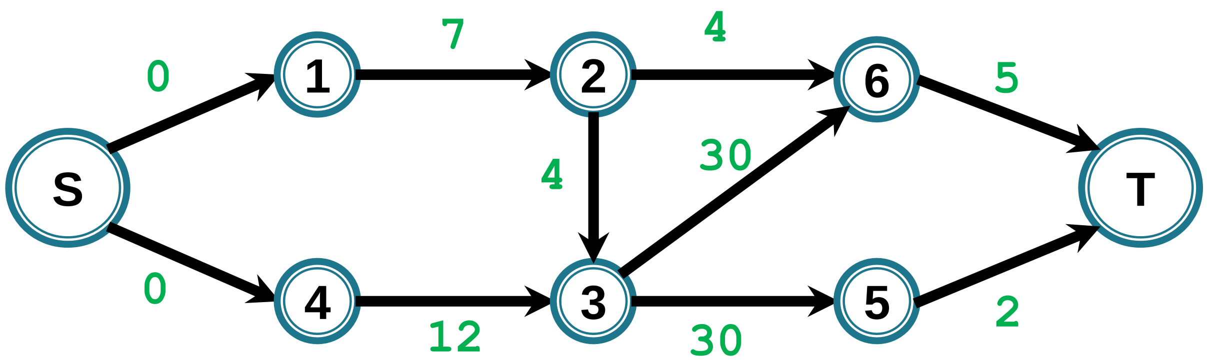
Drumuri critice



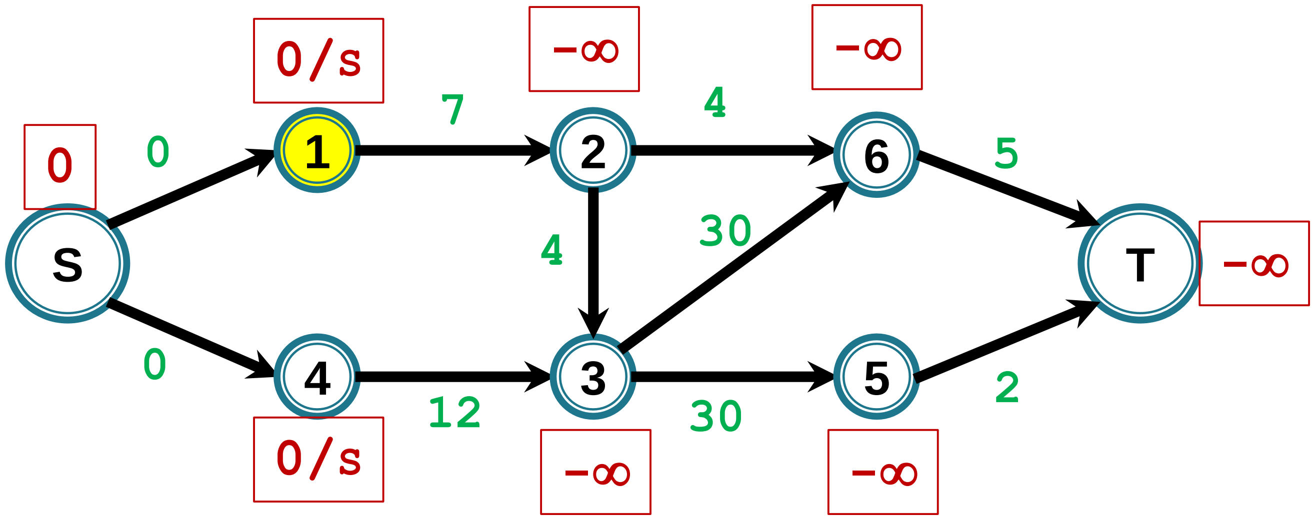
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



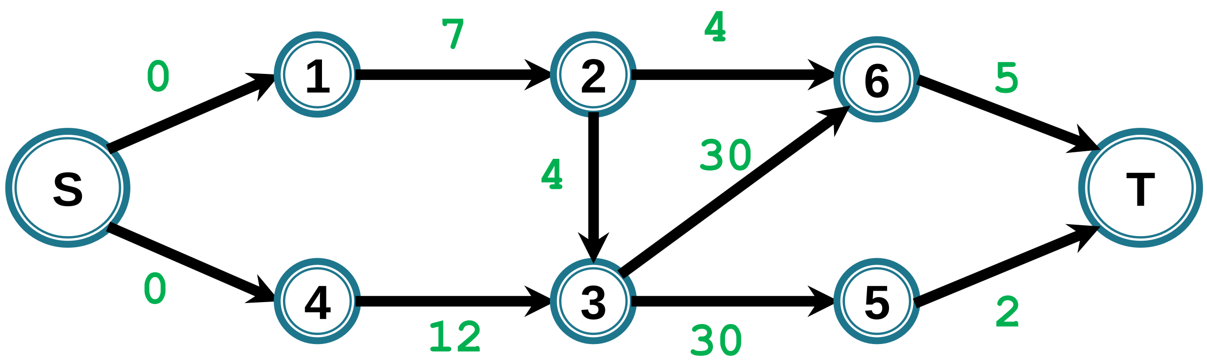
Drumuri critice



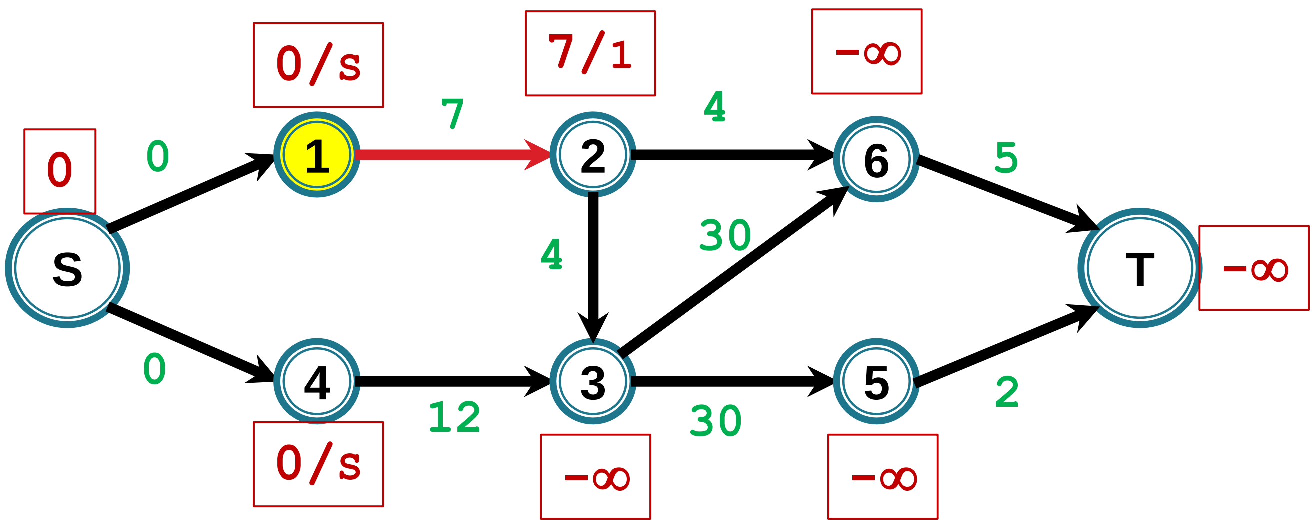
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



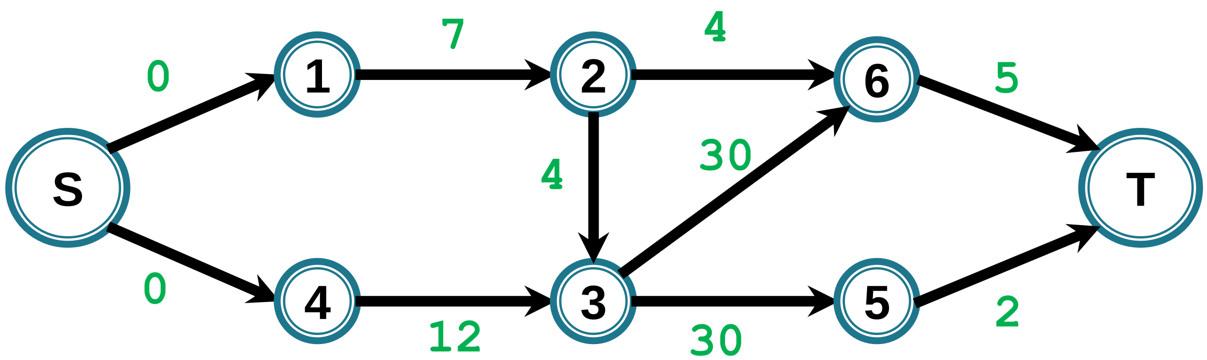
Drumuri critice



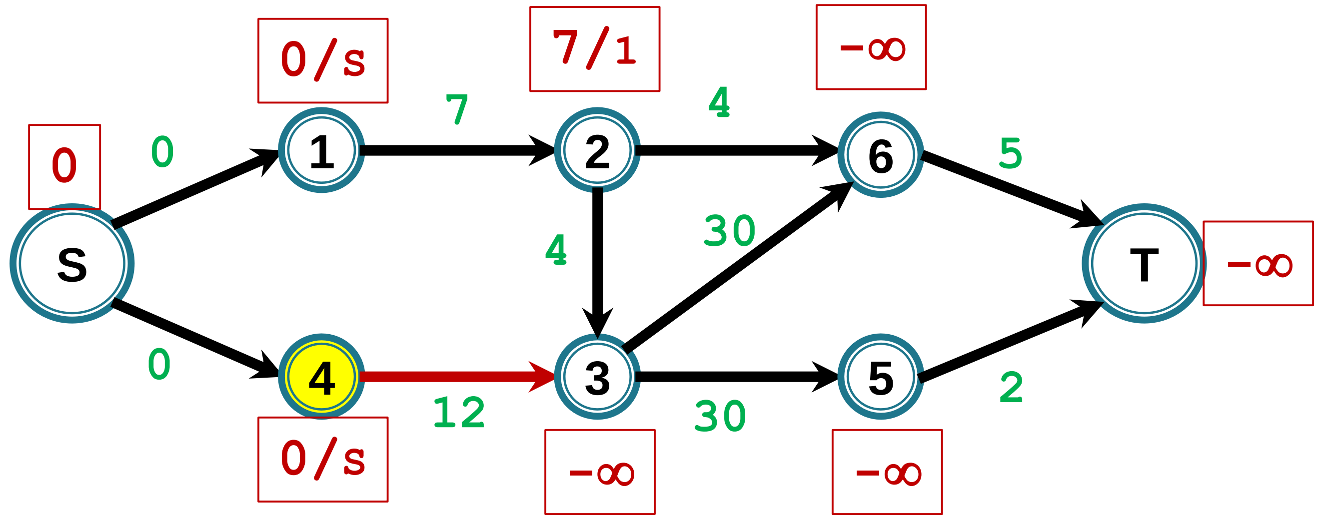
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



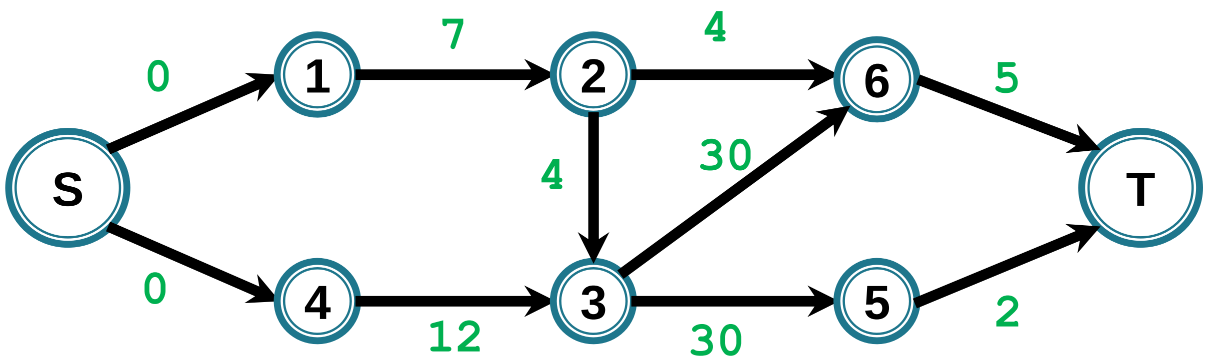
Drumuri critice



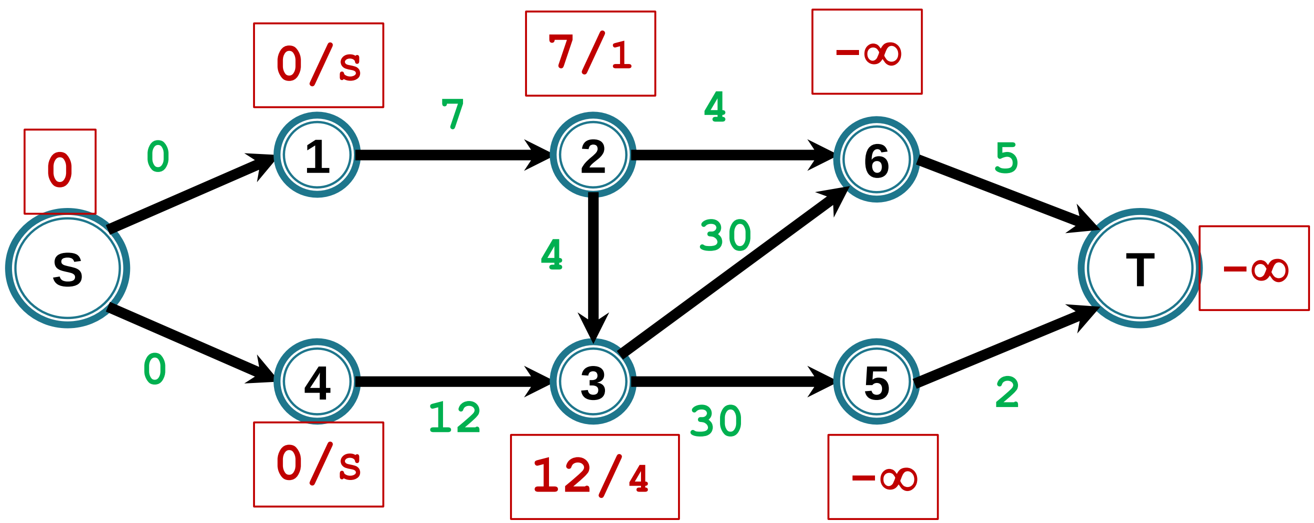
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



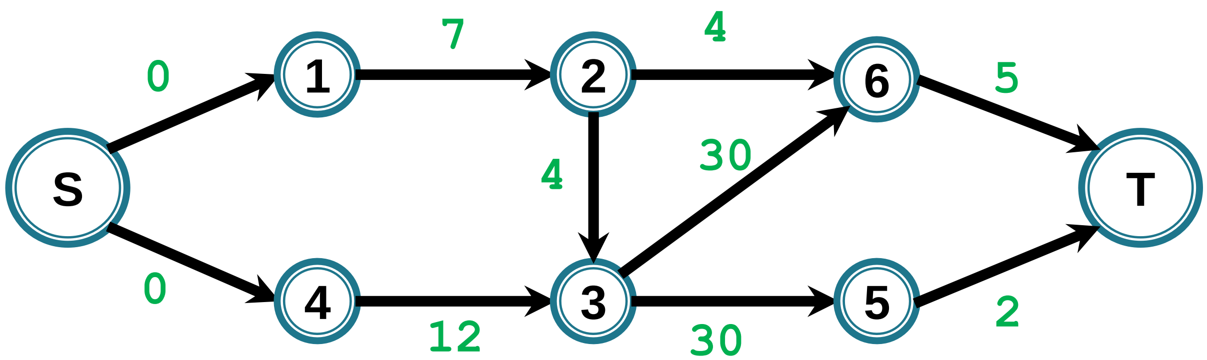
Drumuri critice



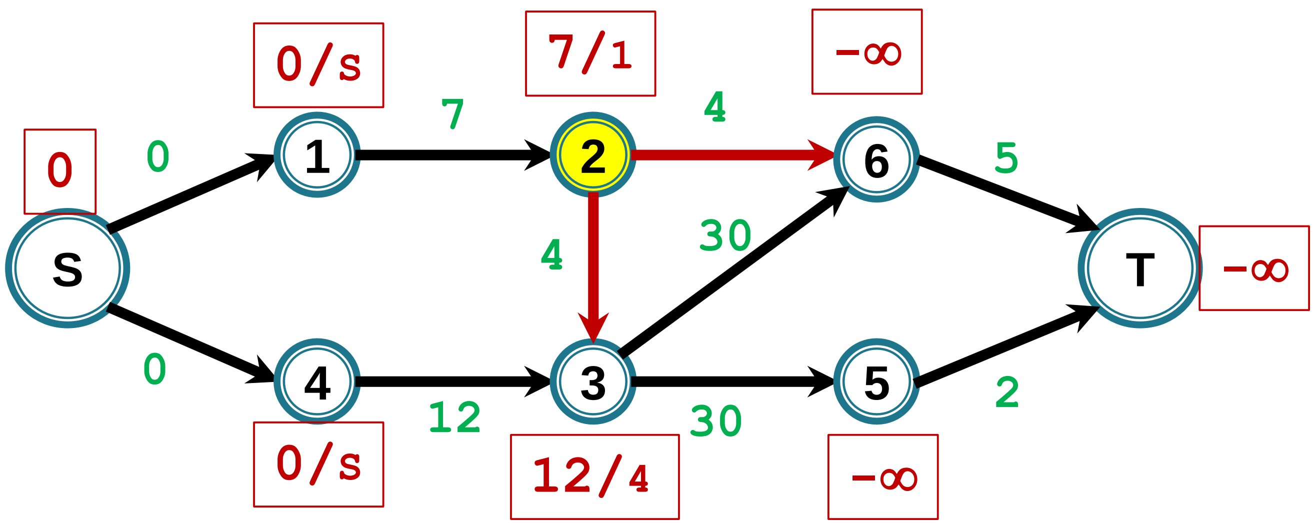
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



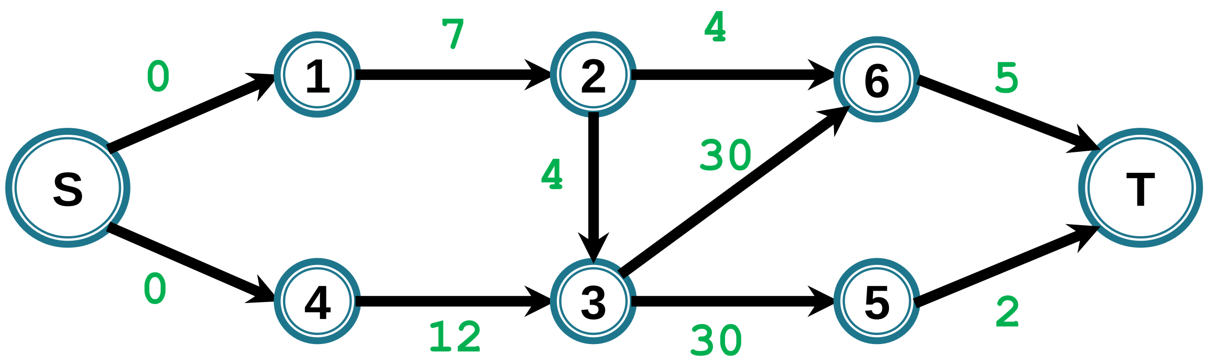
Drumuri critice



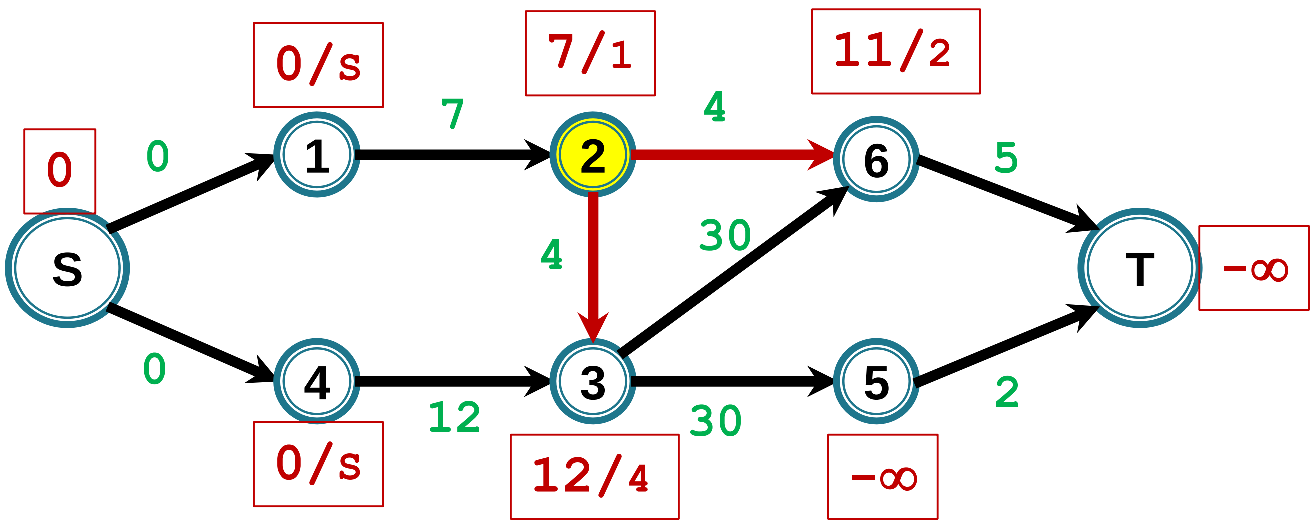
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



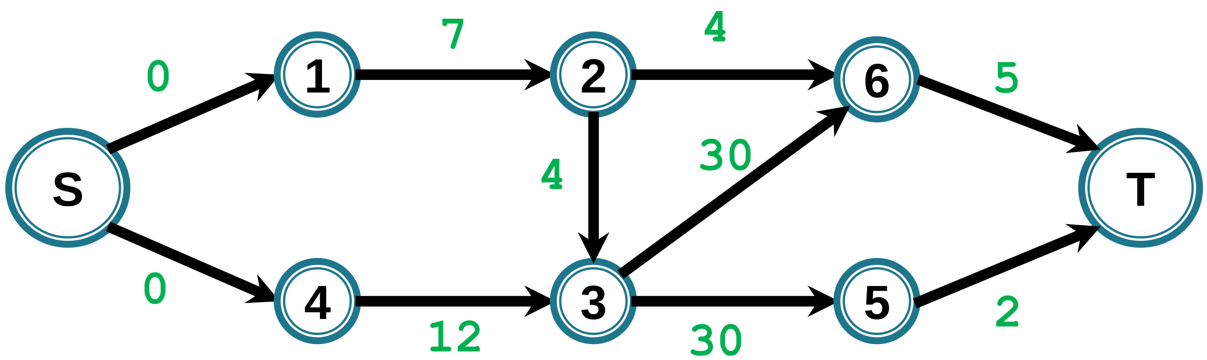
Drumuri critice



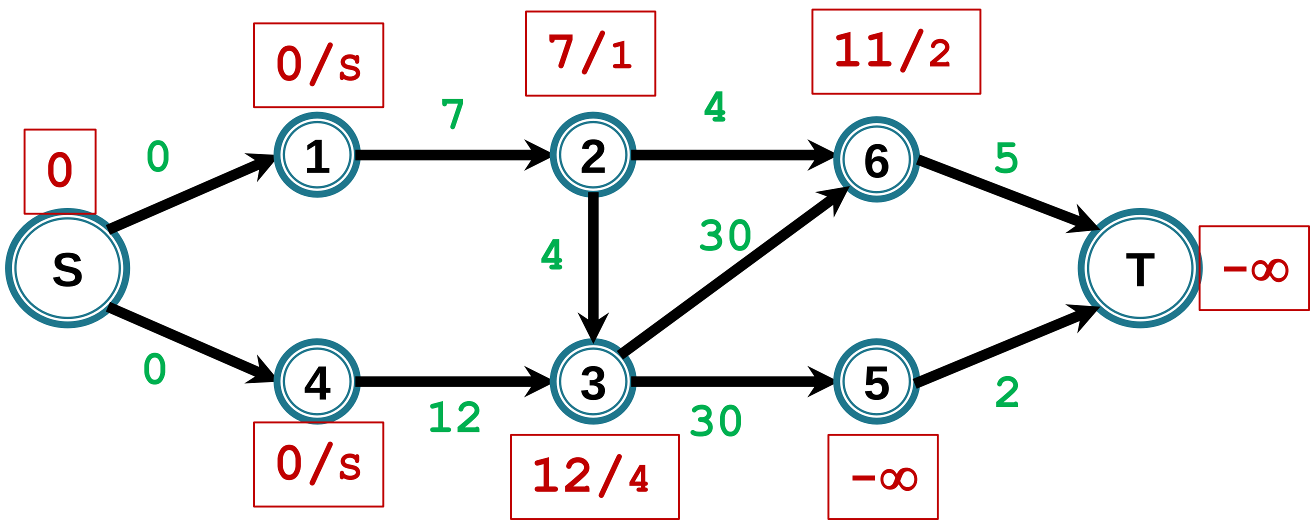
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



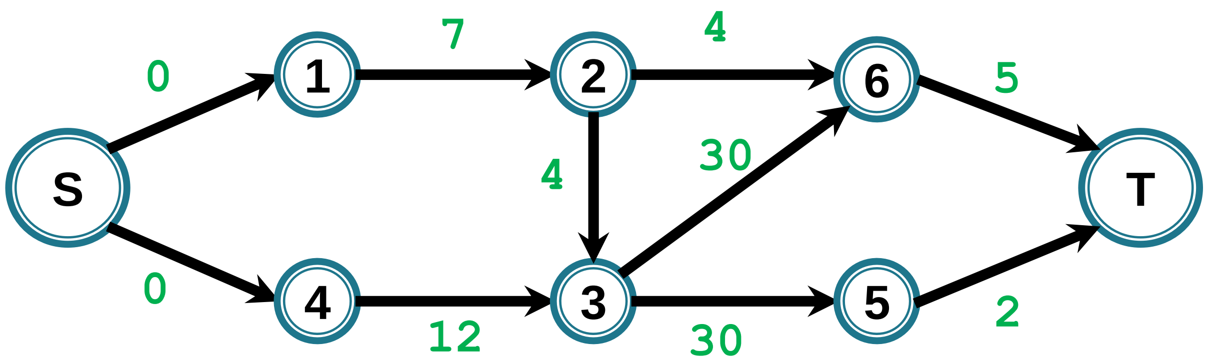
Drumuri critice



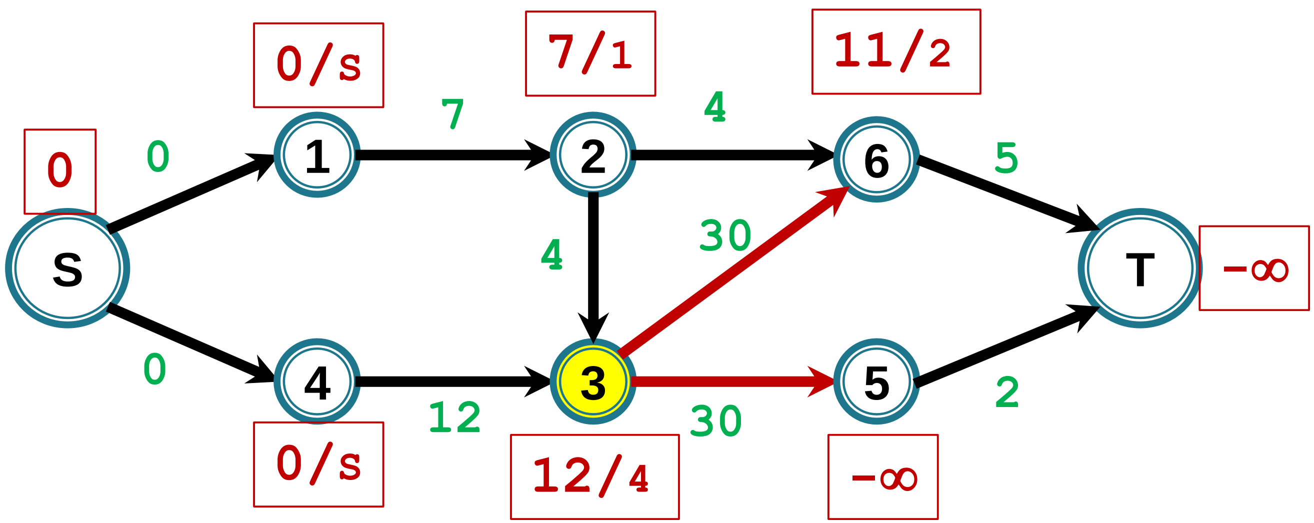
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



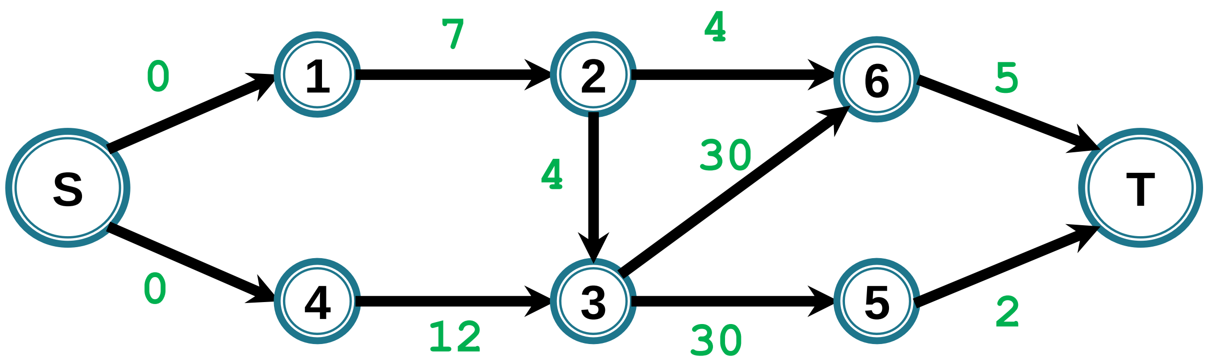
Drumuri critice



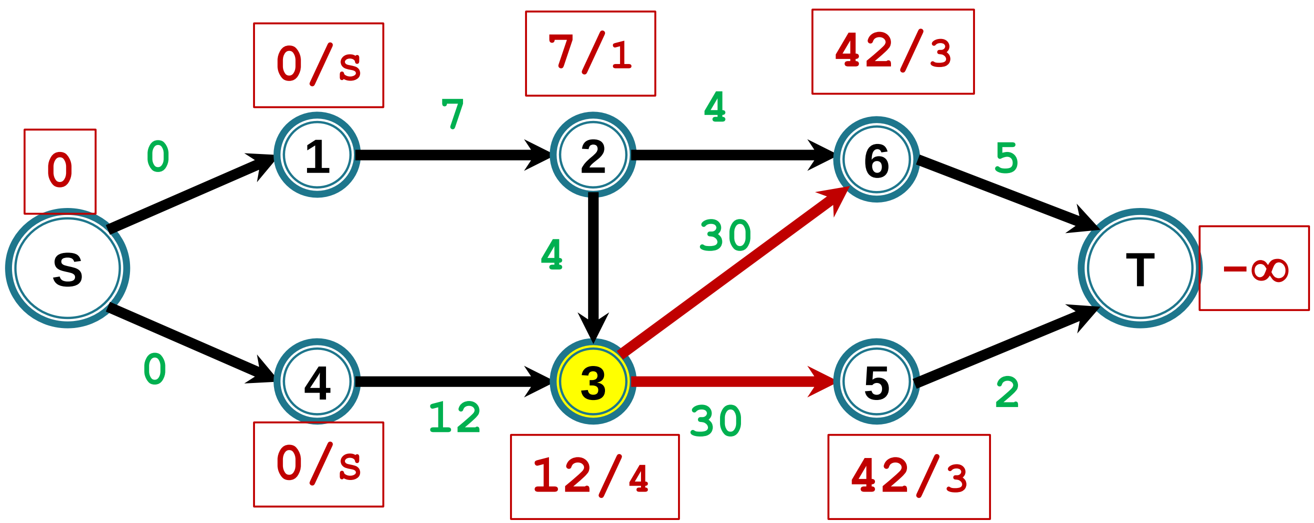
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



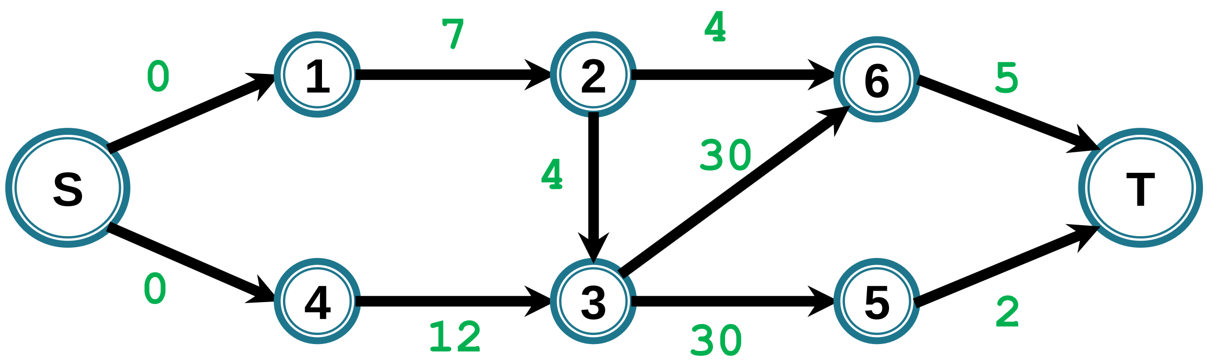
Drumuri critice



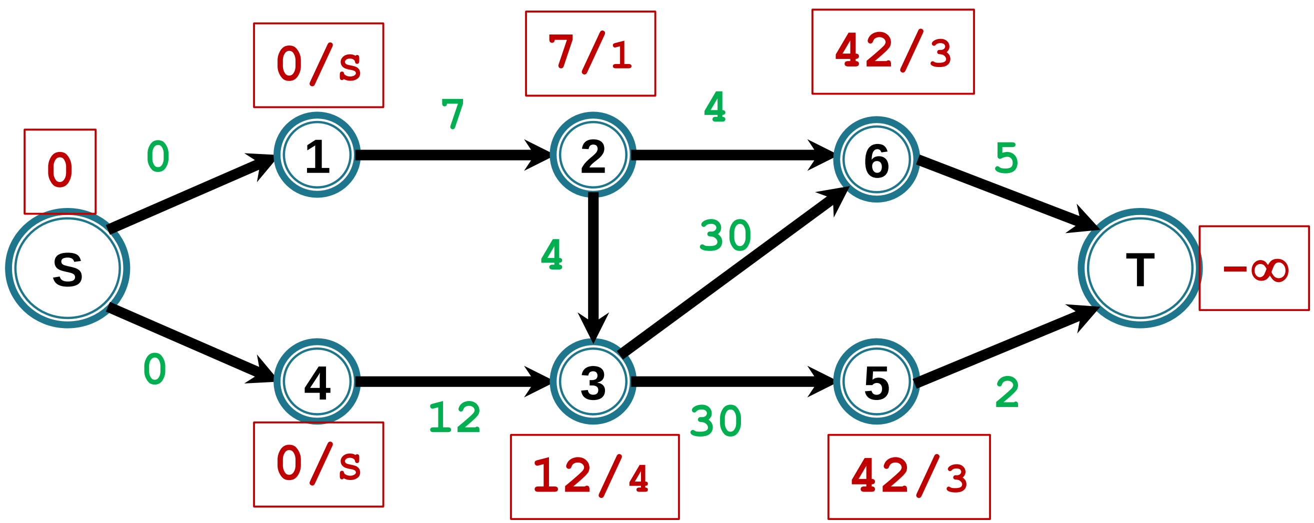
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



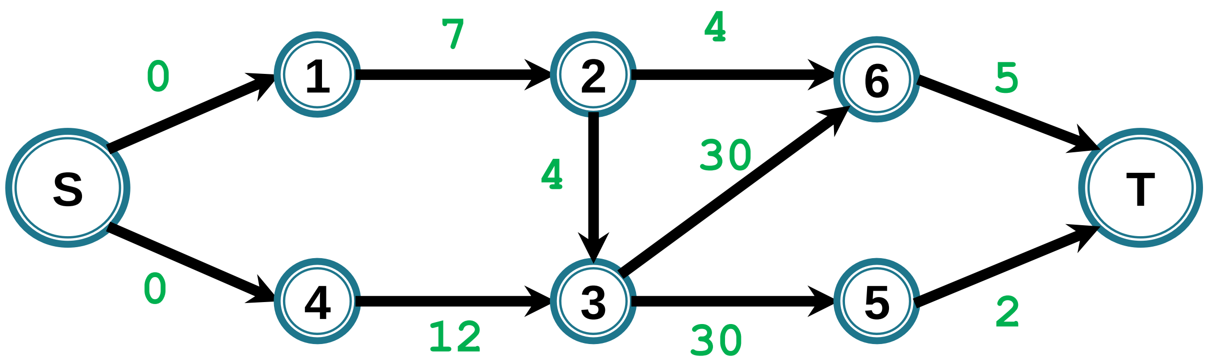
Drumuri critice



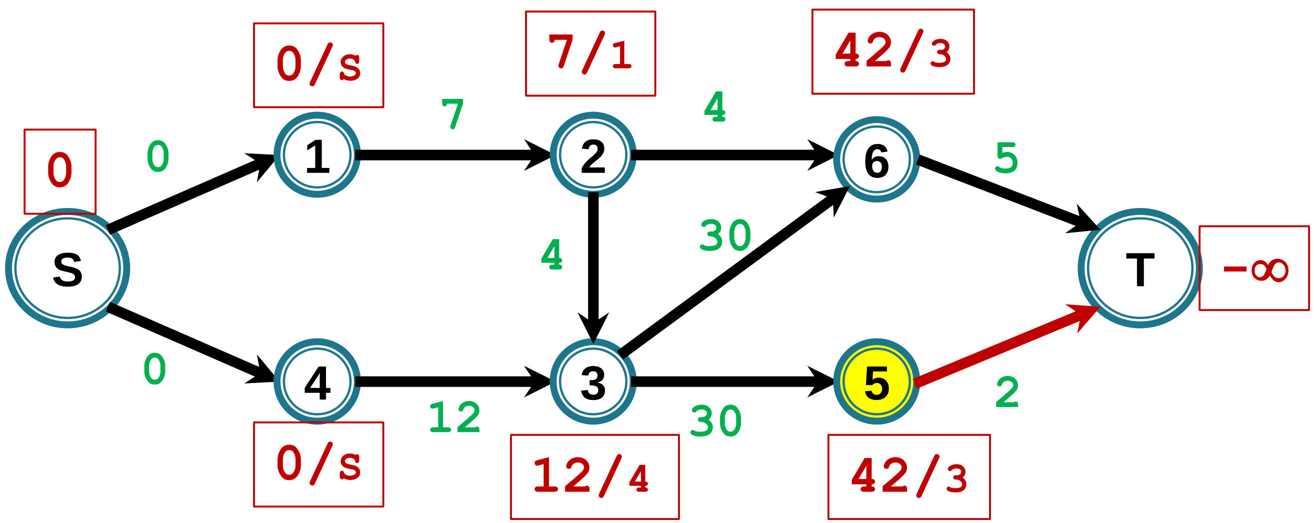
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



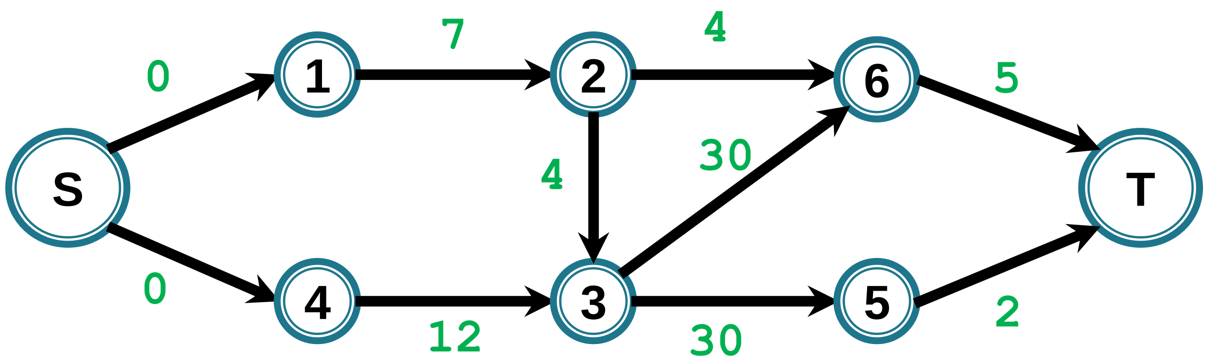
Drumuri critice



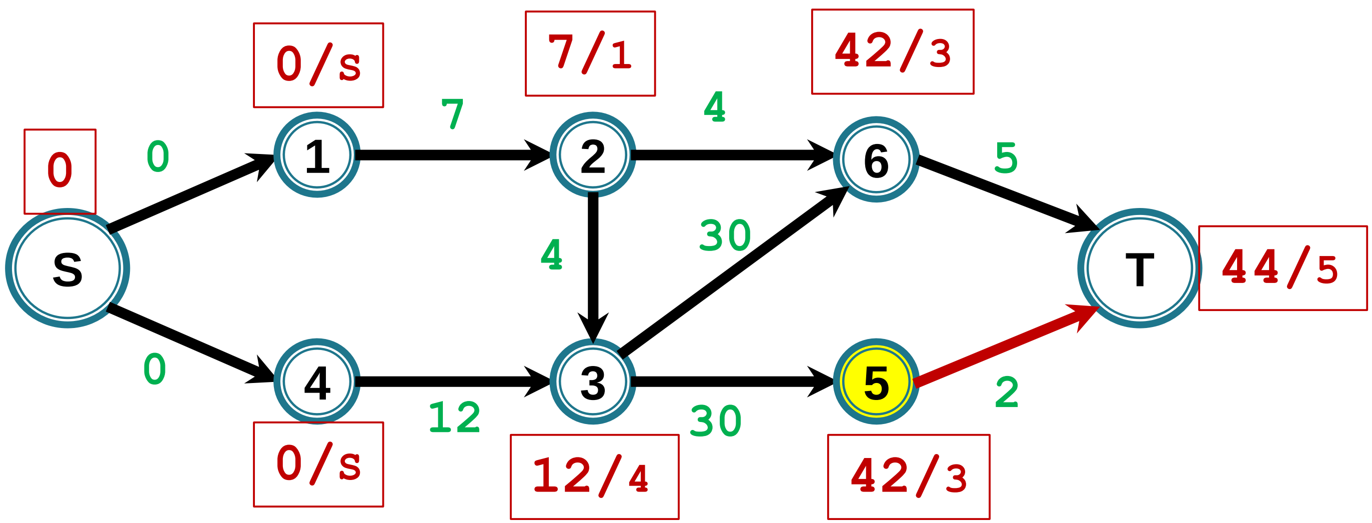
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



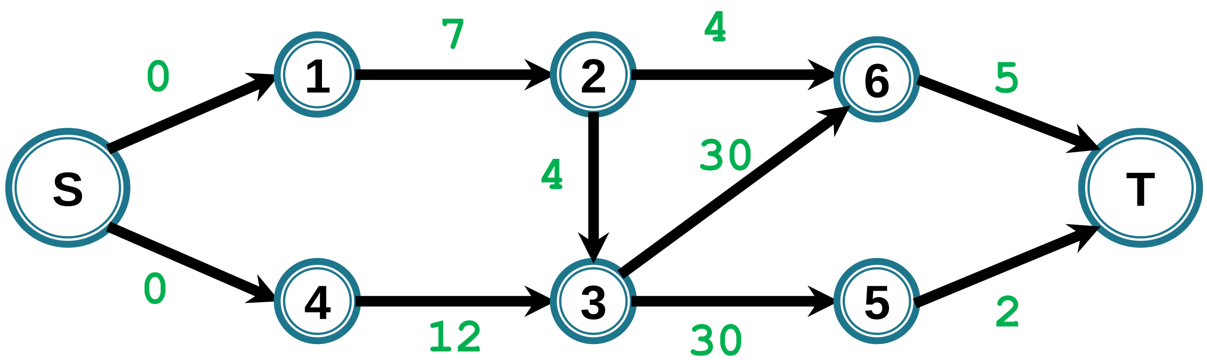
Drumuri critice



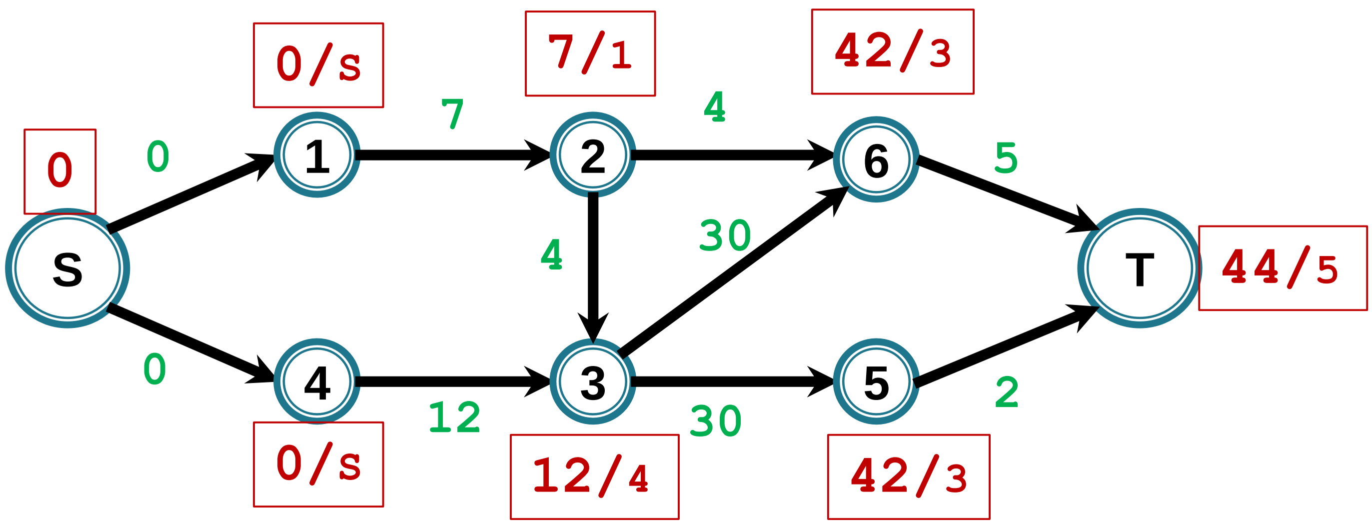
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



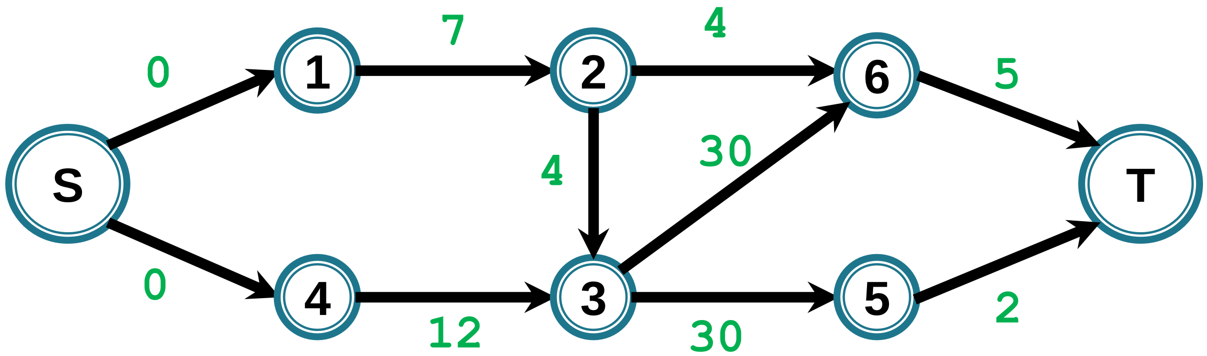
Drumuri critice



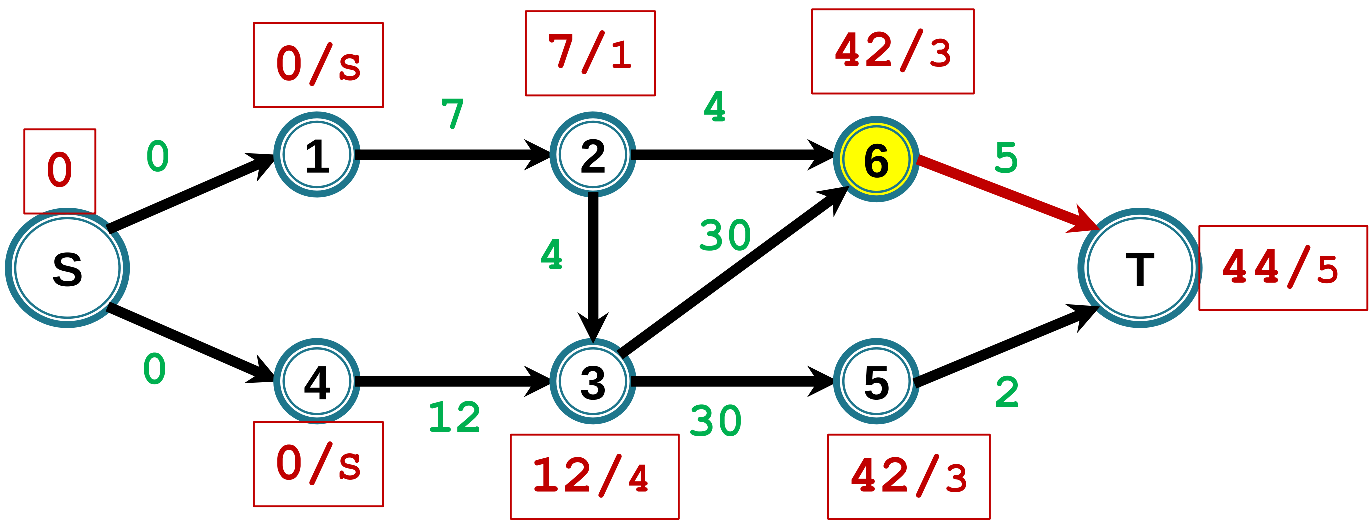
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



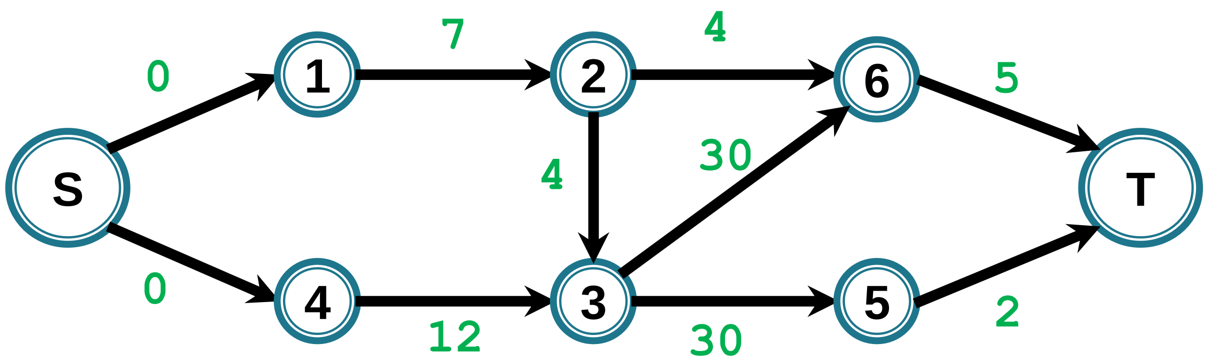
Drumuri critice



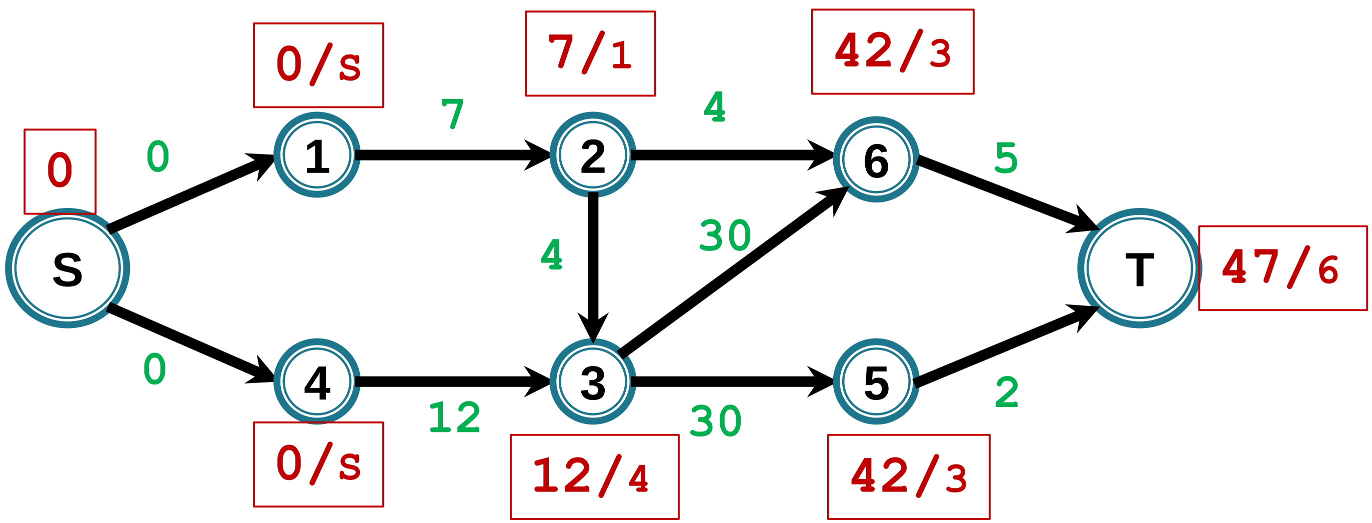
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



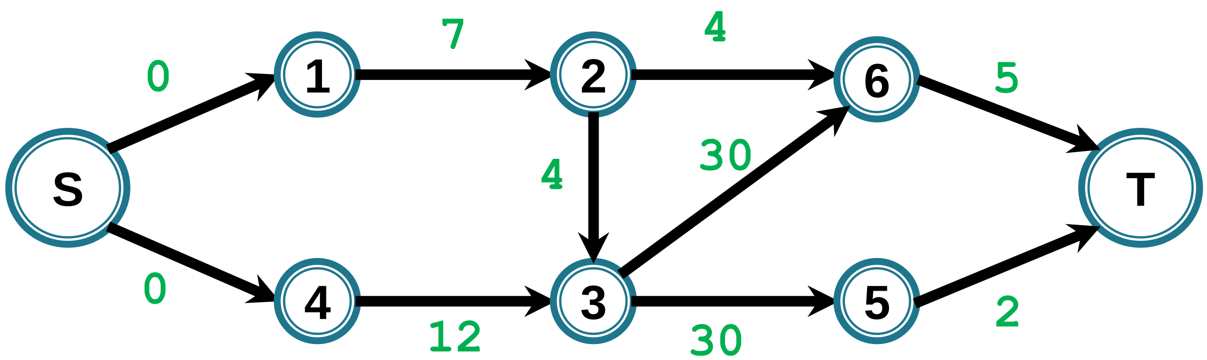
Drumuri critice



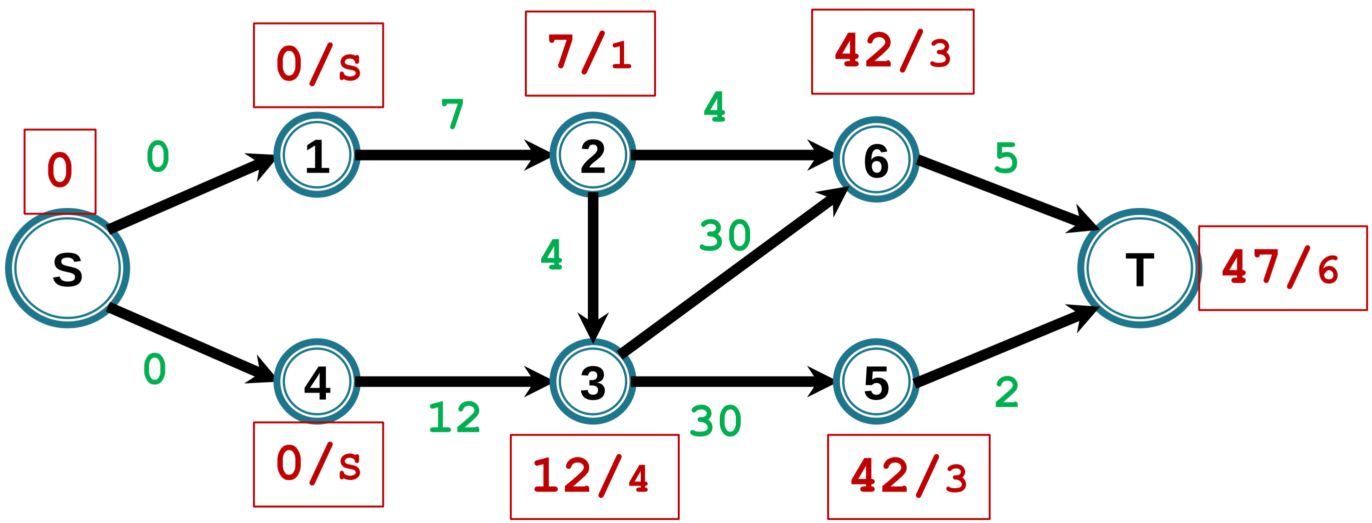
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



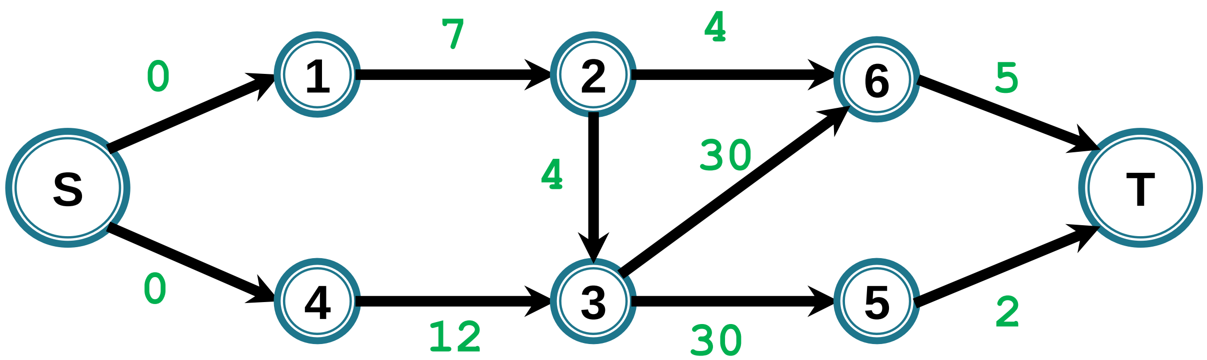
Drumuri critice



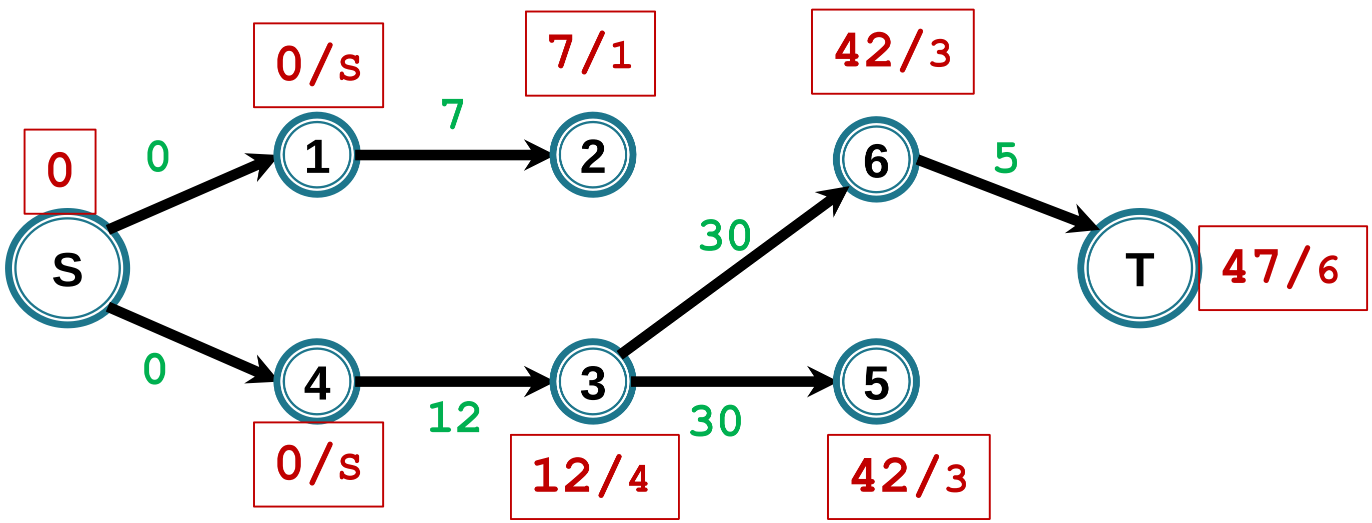
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



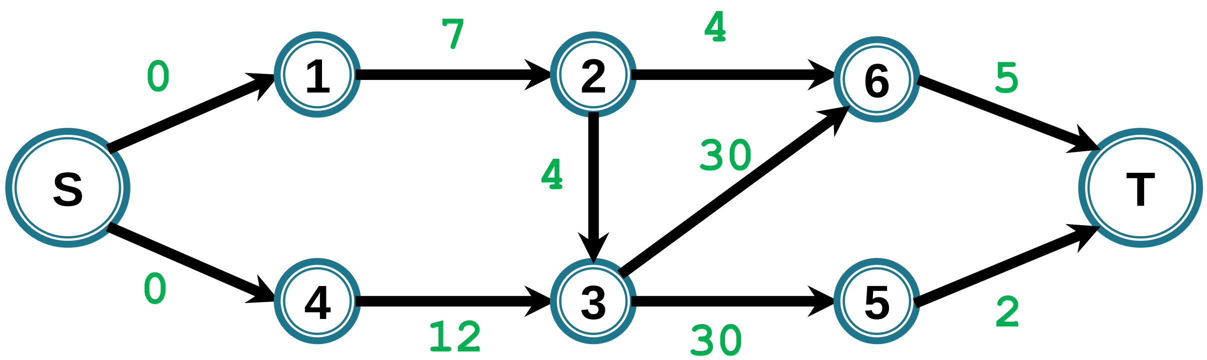
Drumuri critice



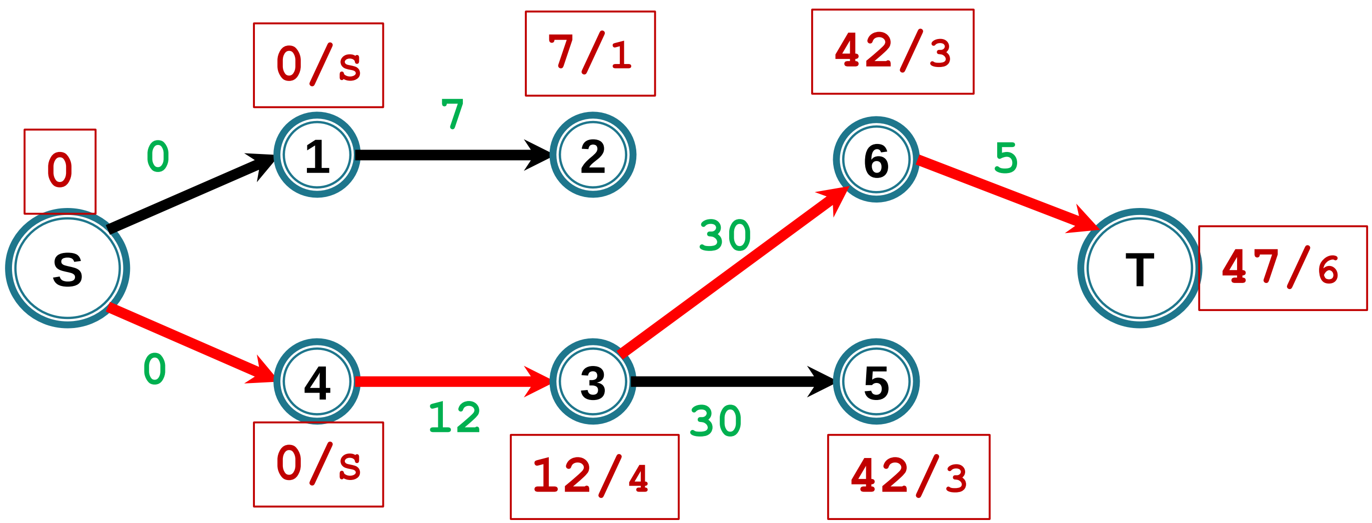
Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



Drumuri critice

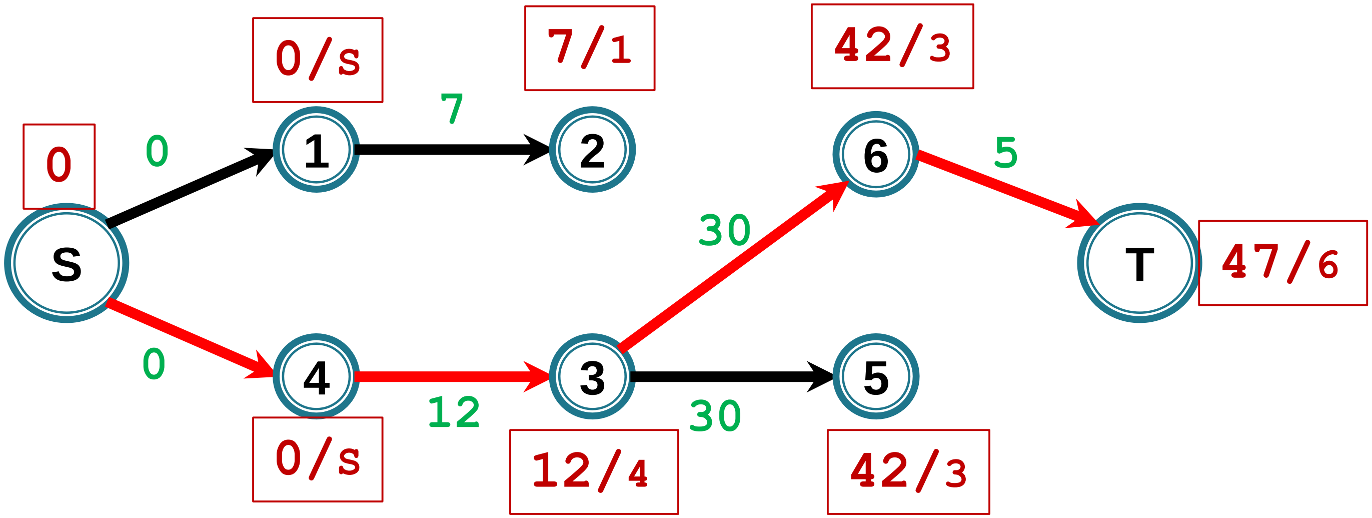


Ordine de calcul distanțe: S, 1, 4, 2, 3, 5, 6, T



Drum critic ⇒ succesiune de activități care determină durata proiectului

Drumuri critice



- **Durata minimă a proiectului: 47**
- Activități critice: 4 3 6
- Intervalele de desfășurare pentru fiecare activitate:

  1: (0, 7)

  2: (7, 8)

  3: (12, 42)

  4: (0, 12)

  5: (12, 42)

  6: (42, 47)

Drumuri maxime

Putem modifica algoritmul lui Dijkstra de determinare de drumuri minime în grafuri (nu neapărat aciclice) a.î. să determine drumuri maxime (elementare) de la s la celelalte vârfuri?

Drumuri maxime

Putem modifica algoritmul lui Dijkstra de determinare de drumuri minime în grafuri (nu neapărat aciclice) a.î. să determine drumuri maxime (elementare) de la S la celelalte vârfuri

- Modificăm astfel doar inițializarea distanțelor (cu -∞ în loc de + ∞) și inversam condiția de la relaxarea arcelor pentru a calcula maxim în loc de minim

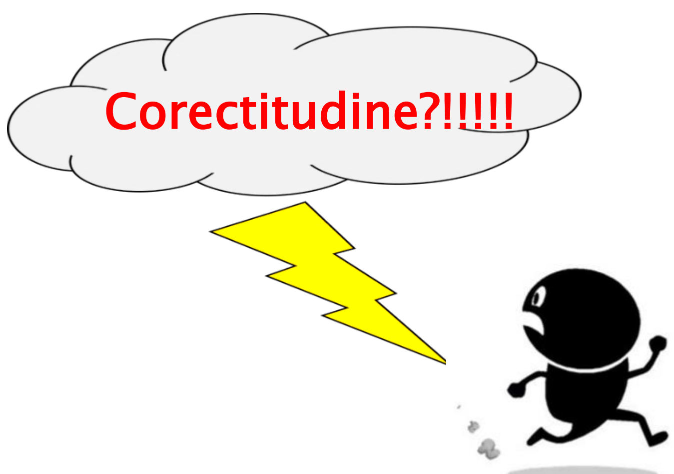
Corectitudine – probabil similar cu Dijkstra?!!

Drumuri maxime

Putem modifica algoritmul lui Dijkstra de determinare de drumuri minime în *grafuri* (nu neapărat aciclice) a.î. să determine drumuri maxime (elementare) de la S la celelalte vârfuri

- Modificăm astfel doar inițializarea distanțelor (cu -∞ în loc de + ∞) și inversam condiția de la relaxarea arcelor pentru a calcula maxim în loc de minim

- **Corectitudine** – probabil similar cu Dijkstra?!!



Temă Suplimentar - Drumuri de capacitate maximă

- **Problemă**: Într-o rețea orientată de comunicație
  - w(e) = capacitatea legăturii e (exp: lățimea de bandă, diametrul unei conducte etc)
  - Pentru un drum P

    w(P) = min {w(e) \ e∈ E(P)}

    = cantitatea de informație care se poate transmite de-a lungul drumui P

    = capacitatea minimă a arcelor ce îl compun (pentru ca informația să poată trece prin toate arcele drumului)

Date două vârfuri s și t, să se determine un drum de capacitate maximă de la s la t - Propuneți un algoritm bazat pe o idee similară cu cea din algoritmul lui Dijkstra. Justificați corectitudinea algoritmului propus.