

SuperComputação

Aula 9 – Branch and Bound

2020 – Engenharia

Luciano Soares <lpsoares@insper.edu.br>

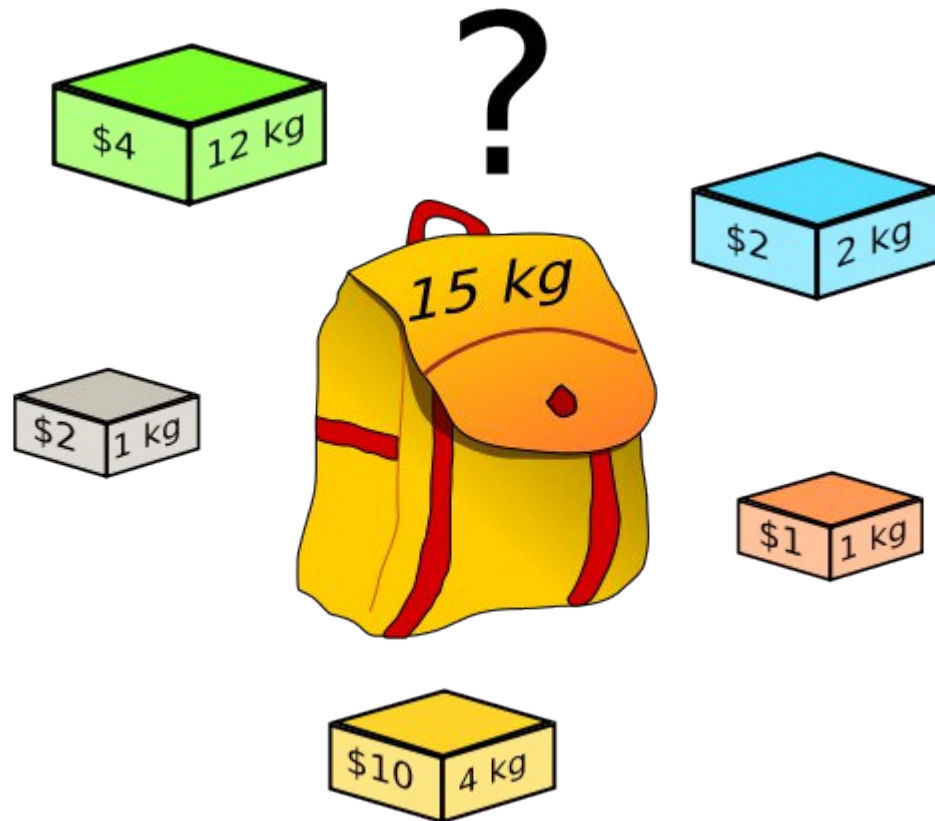
Igor Montagner <igorsm1@insper.edu.br>

Hoje

- Branch and Bound
- Relaxando restrições

Revisão

A mochila binária



<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Knapsack.svg>

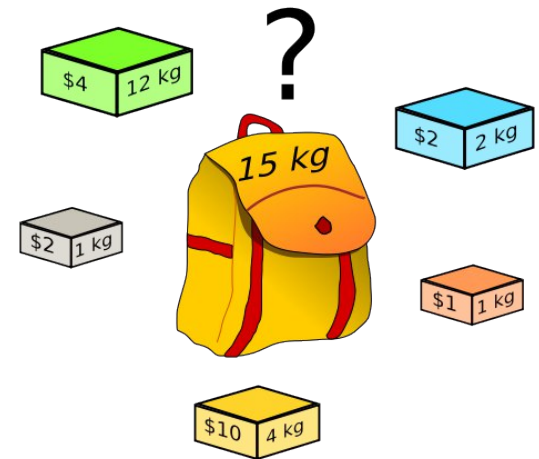
A mochila binária

Quais escolhas podem ser feitas?

- Quais produtos pegar?

Qual é a função objetivo?

- Maximizar valor dos objetos guardados



Quais são as restrições?

- Peso dos objetos não pode exceder capacidade da mochila

Heurística

"truque" usado para resolver um problema rapidamente

Ainda assim, uma boa heurística é suficiente para obter resultados aproximados ou ganhos de curto prazo.

- Mais leve/carro primeiro
- Não garante resultados bons em todas situações

Busca local

1. Repetir N vezes:

1. Cria uma solução

2. Aplicar, sucessivamente, uma operação que melhora esta solução.

3. Parar quando não for mais possível

2. Retorne a melhor solução

Solução ótima global

Para todo objeto só tenho duas possibilidades:

- **Incluir na mochila**
 - Resolva a mochila com os outros objetos e capacidade diminuída do valor do objeto incluído.
- **Não incluir na mochila**
 - Resolva problema da mochila com os outros objetos

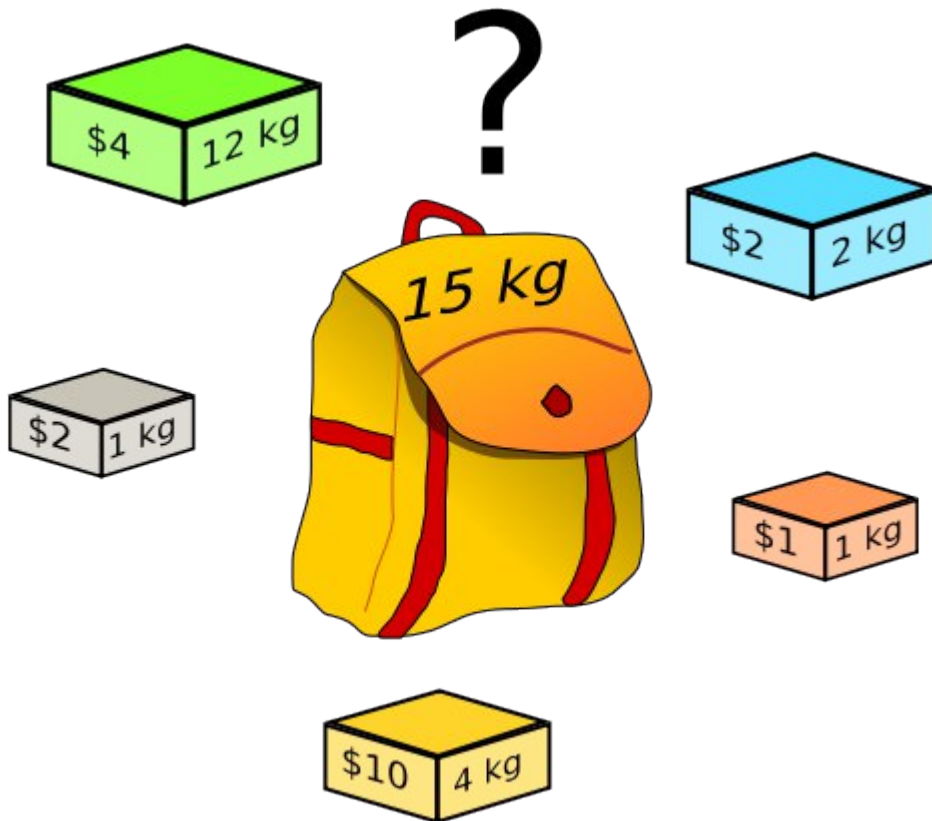
Problemas de decisão

Tem uma solução com valor maior que 13?

- **P** = existe algoritmo determinístico que leva tempo polinomial para responder a pergunta
- **NP** = caso a resposta seja **SIM**, existe um algoritmo polinomial que verifica se a resposta está correta.
- **co-NP** = caso a resposta seja **NÃO**, existe um algoritmo polinomial que verifica se a resposta está correta.

Busca exhaustiva

A mochila binária



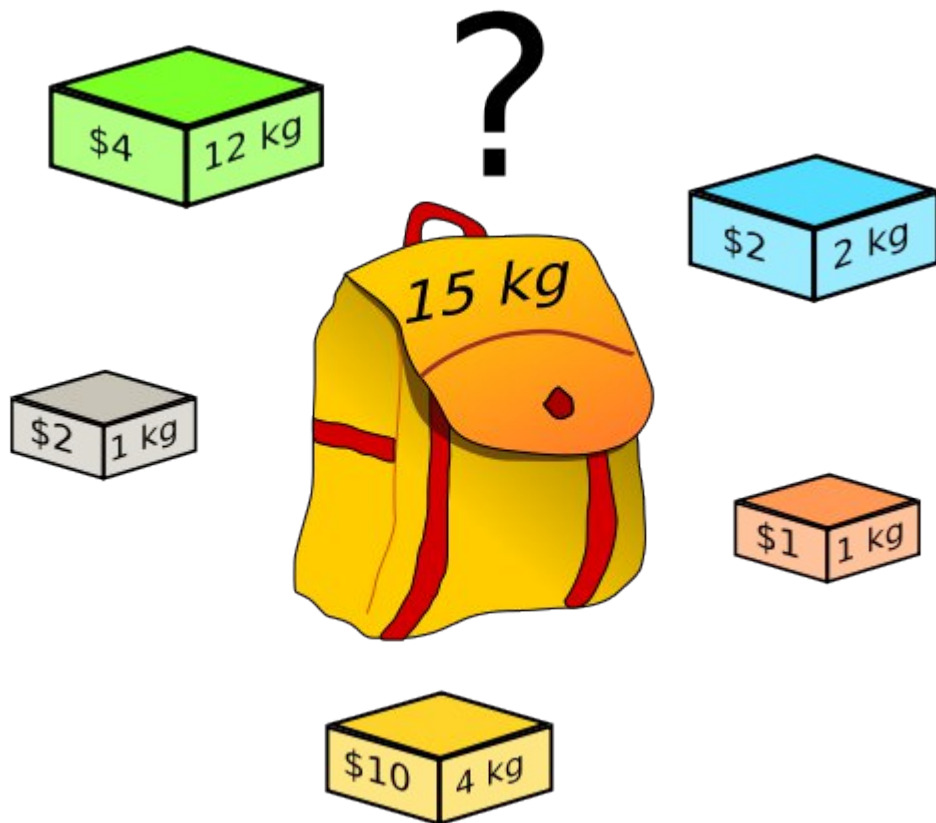
Melhor até agora: \$12



Solução atual: \$4 (i=2)



A mochila binária



Melhor até agora: \$12



Solução atual: \$4 ($i=2$)



**Existe alguma chance
dessa solução parcial
ser ótima?**

Formalizando nosso problema

Até agora descrevemos nosso problema em termos simples.

- Escolhas
- Descrição informal da função objetivo
- Descrição informal das restrições

Formalizando nosso problema

Até agora descrevemos nosso problema em termos simples.

- Escolhas
- Descrição informal da função objetivo
- Descrição informal das restrições

Precisamos ser mais precisos se quisermos avançar

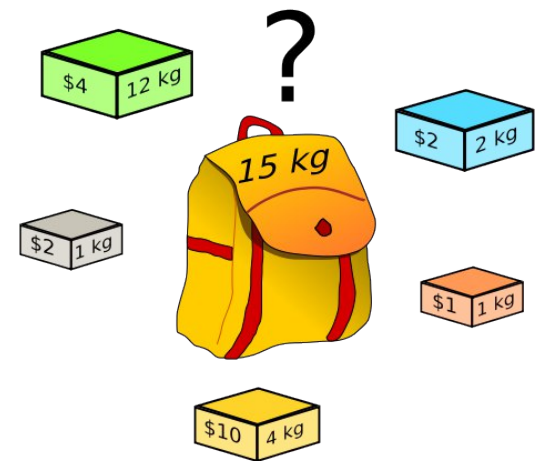
A mochila binária

Quais escolhas podem ser feitas?

- Quais produtos pegar?

Qual é a função objetivo?

- Maximizar valor dos objetos guardados



Quais são as restrições?

- Peso dos objetos não pode exceder capacidade da mochila

Formalizando nosso problema

Ideia

Será que conseguimos "economizar" trabalho inútil?

Evitar terminar uma solução parcial que não tem chance alguma de ser ótimas

Ideia - Bound

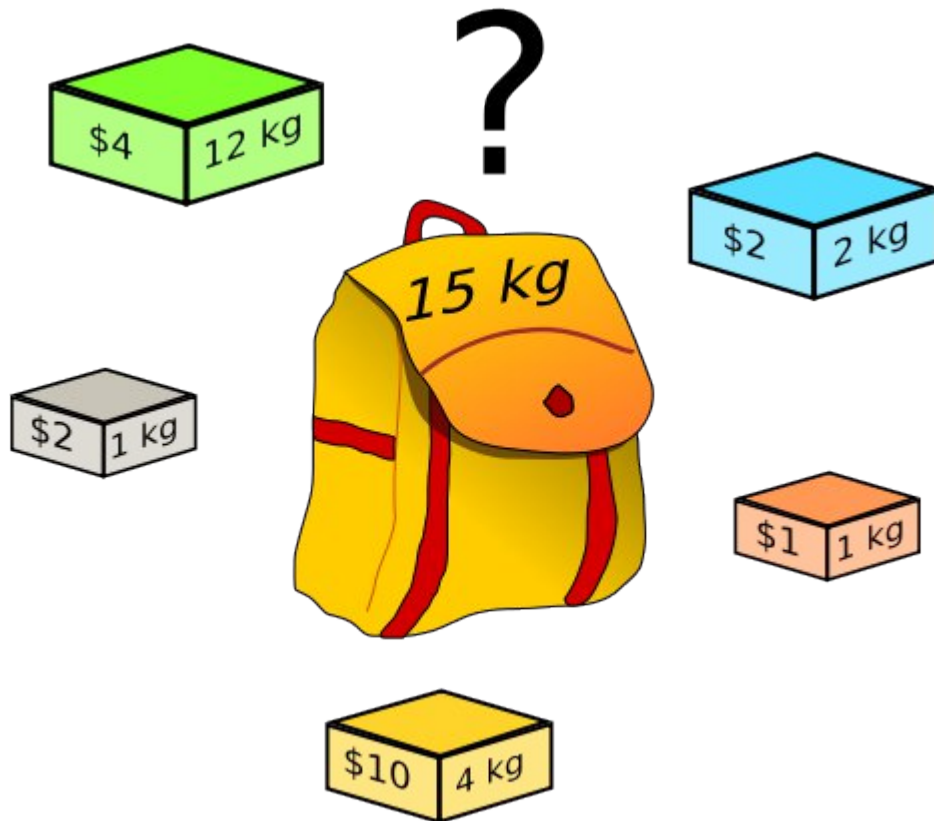
Será que conseguimos "economizar" trabalho inútil?

Evitar terminar uma solução parcial que não tem chance alguma de ser ótimas

Bound:

- **estimativa otimista da qualidade de uma solução parcial**
- **não precisa ser o valor de uma mochila válida**

A mochila binária



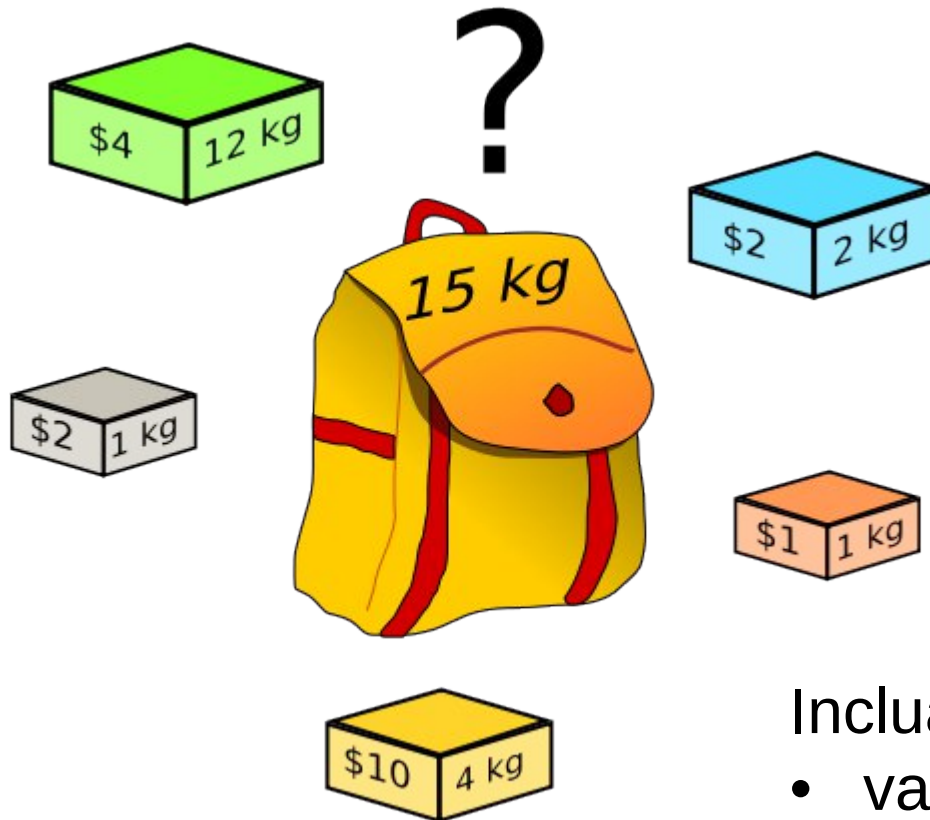
Melhor até agora: \$12



Solução atual: \$4 (i=2)



A mochila binária



Melhor até agora: \$12



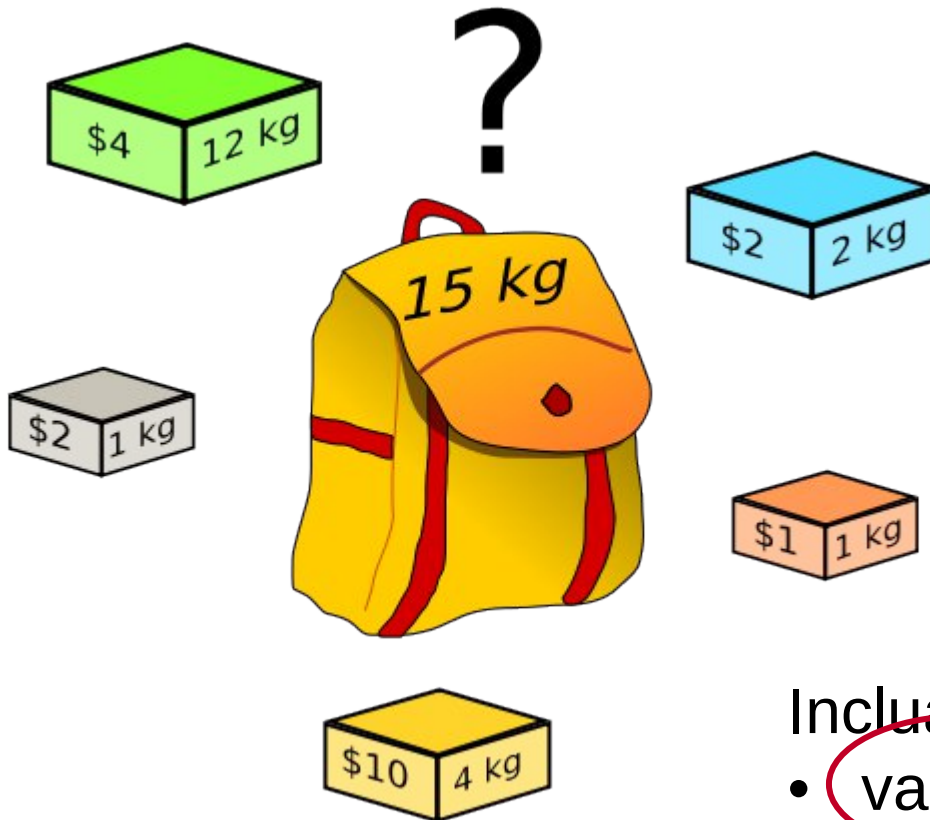
Solução atual: \$4 (i=2)



Inclua TODOS os objetos faltantes

- valor \$9
- peso 17kg

A mochila binária



Melhor até agora: \$12



Solução atual: \$4 (i=2)



Inclua TODOS os objetos faltantes

- valor \$9
- **peso 17kg**

Relaxando nosso problema

Nossa ideia de otimismo inclui "ignorar" alguma restrição!

- **Restrição implica em diminuir função objetivo**
- Não restringir sempre aumenta (ou fica igual)
- Ser otimista = relaxar alguma restrição

Relaxando nosso problema

Branch and Bound - ignorar peso

Atividade prática

Implementar o branch and bound - ignorar peso (30 minutos)

1. Praticar implementação de algoritmos a partir de pseudo-código
2. Comparar soluções com outras abordagens

Discussão: resultados obtidos por um bound



Como descobrir se um bound é bom?

Como descobrir se um bound é bom?

1. Quantas vezes ele é ativado?
2. Em qual altura ele é ativado?
3. O quão bem ele estima a qualidade da solução parcial?

Nosso bound é justo?

- **Melhor caso**
- Pior caso

Nosso bound é justo?

- **Melhor caso**
 - Cabe todo mundo e ele acerta
 - Pouco frequente
- Pior caso

Nosso bound é justo?

- Melhor caso
 - Cabe todo mundo e ele acerta
 - Raro
- **Pior caso**
 - Não cabe ninguém
 - Mais frequente que o anterior

Atividade prática

O bound *ignorar peso* é bom? (30 minutos)

1. Medir indicadores de desempenho de um algoritmo

Discussão: o bound é bom?

Insper

www.insper.edu.br

Um bound melhor: a mochila fracionária

Podemos relaxar a outra restrição e pegar **frações de um objeto**.

Este problema é mais fácil ou mais difícil?

A mochila fracionária: algoritmo

1. Ordene os objetos por valor / peso
2. Nesta ordem, inclua o objeto todo se possível.
3. Se não inclua a maior fração que puder.

A mochila fracionária: algoritmo

1. Ordene os objetos por valor / peso
2. Nesta ordem, inclua o objeto todo se possível.
3. Se não inclua a maior fração que puder.

A solução final é ótima