

SuperComputação

Branch and bound

2021 – Engenharia

André Filipe de Moraes Batista <andrefmb@insper.edu.br>



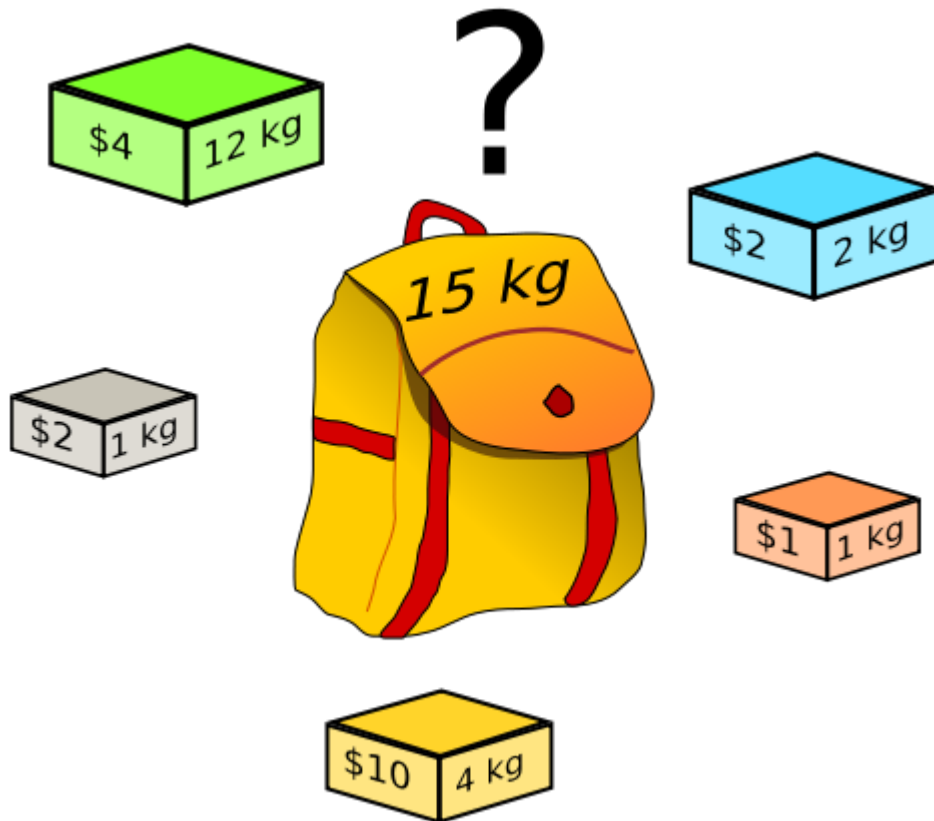
Hoje

- Branch and Bound

Branch and Bound

- O método consiste em enumerar soluções viáveis, consideradas promissoras, em uma árvore de busca explícita ou implícita. Cada nó na árvore pode ser visto como uma possível solução ou uma solução parcial do problema.
- Utilizando funções matemáticas e/ou algoritmos que determinam limites superiores (upper bound) e inferiores (lower bound) do problema com respeito ao valor ótimo da função objetivo, uma grande quantidade de nós da árvore podem ser descartados, reduzindo assim, não só o espaço de armazenamento para resolver o problema, como também o tempo de execução do algoritmo para a instância fornecida. No pior caso, o algoritmo obtido pela aplicação do método é exponencial. O termo branching, indica que a partir de um nó selecionado, deve ser possível explorar outros nós como alternativas de solução para o problema.
- O termo bound, sugere a identificação de dois limites com relação ao valor ótimo do problema: o inferior e o superior. O valor obtido pela solução ótima do problema de otimização, se existir, é encontrado em um intervalo delimitado por estes dois limites. O método vai reduzindo este intervalo até que estes dois limites sejam iguais quando, portanto, encontra-se o ótimo.

A mochila binária



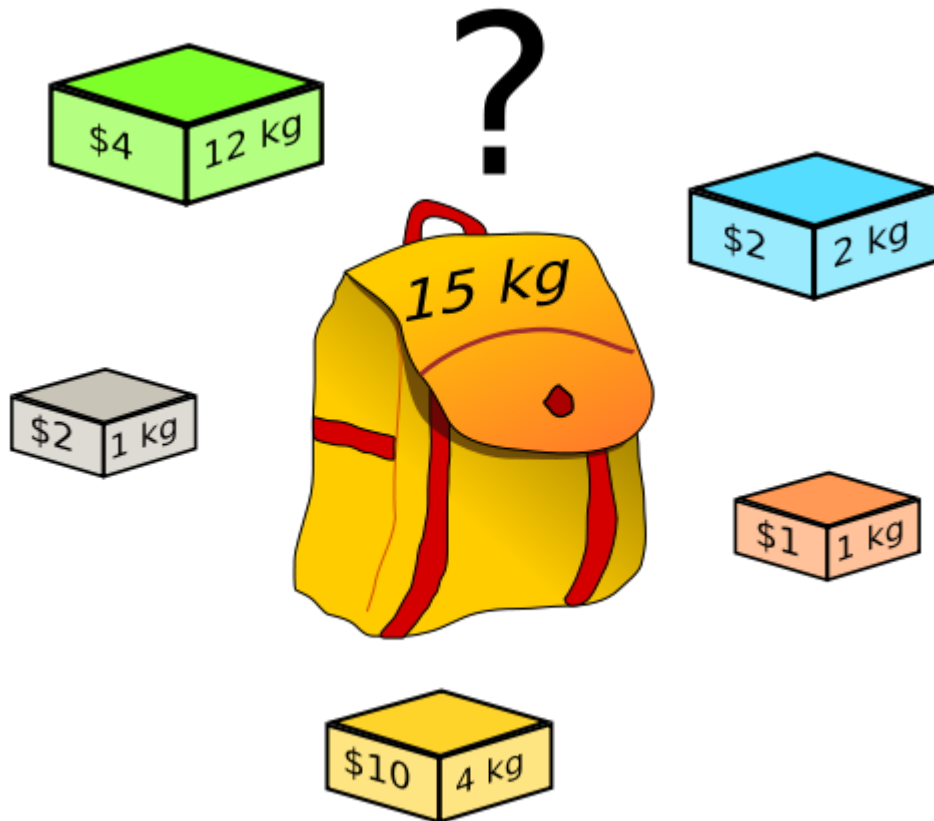
Melhor até agora: \$12



Solução atual: \$4 (i=2)



A mochila binária



Melhor até agora: \$12



Solução atual: \$4 ($i=2$)



**Existe alguma chance
dessa solução parcial
ser ótima?**

Formalizando nosso problema

Até agora descrevemos nosso problema em termos simples.

- Escolhas
- Descrição informal da função objetivo
- Descrição informal das restrições

Formalizando nosso problema

Até agora descrevemos nosso problema em termos simples.

- Escolhas
- Descrição informal da função objetivo
- Descrição informal das restrições

Precisamos ser mais precisos se quisermos avançar

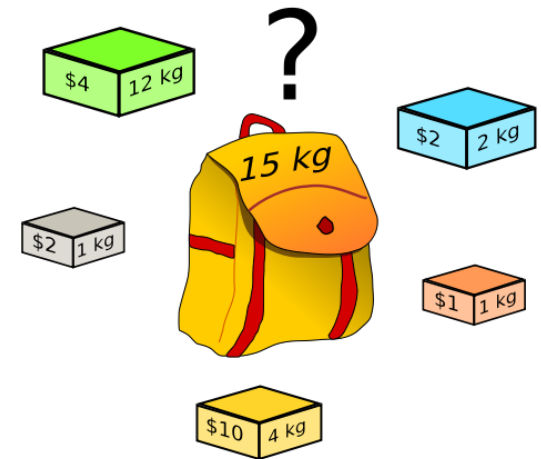
A mochila binária

Quais escolhas podem ser feitas?

- Quais produtos pegar?

Qual é a função objetivo?

- Maximizar valor dos objetos guardados



Quais são as restrições?

- Peso dos objetos não pode exceder capacidade da mochila

Ideia

Será que conseguimos "economizar" trabalho inútil?

Evitar terminar uma solução parcial que não tem chance alguma de ser ótimas

Ideia - Bound

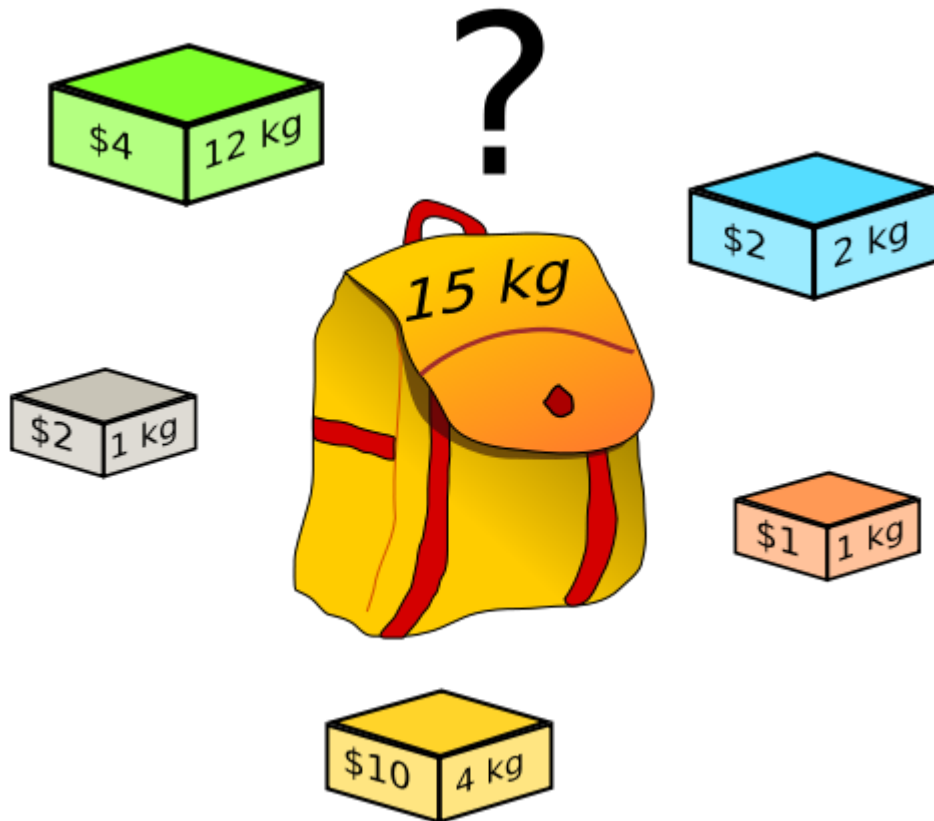
Será que conseguimos "economizar" trabalho inútil?

Evitar terminar uma solução parcial que não tem chance alguma de ser ótimas

Bound:

- **estimativa otimista da qualidade de uma solução parcial**
- **não precisa ser o valor de uma mochila válida**

A mochila binária



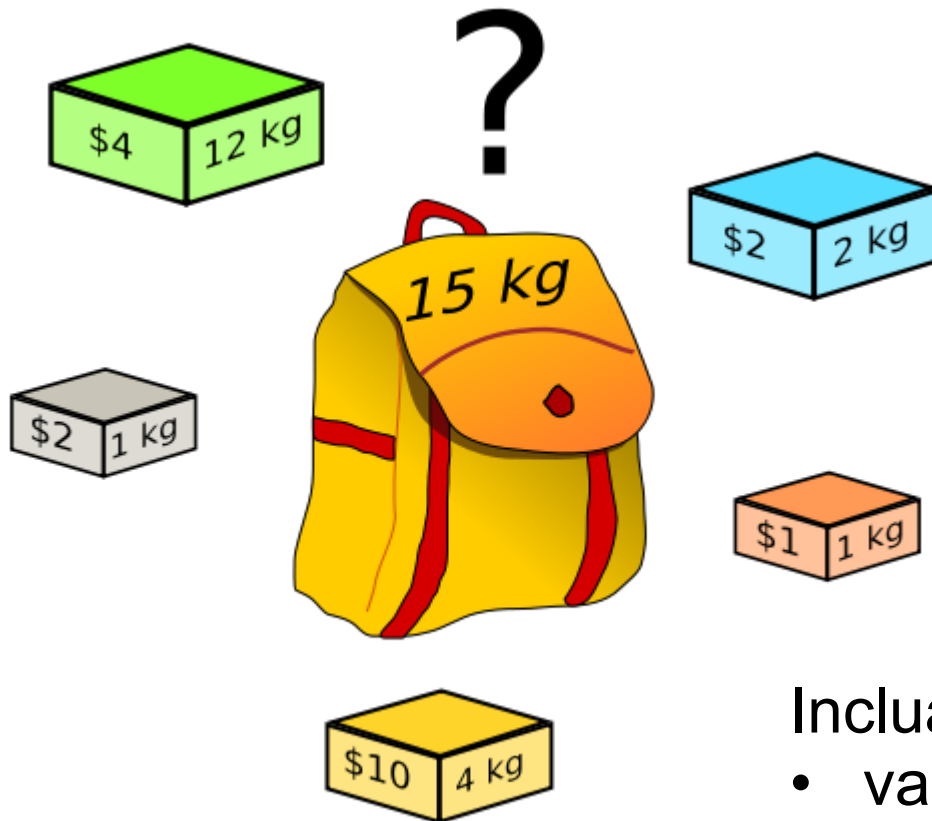
Melhor até agora: \$12



Solução atual: \$4 (i=2)



A mochila binária



Melhor até agora: \$12



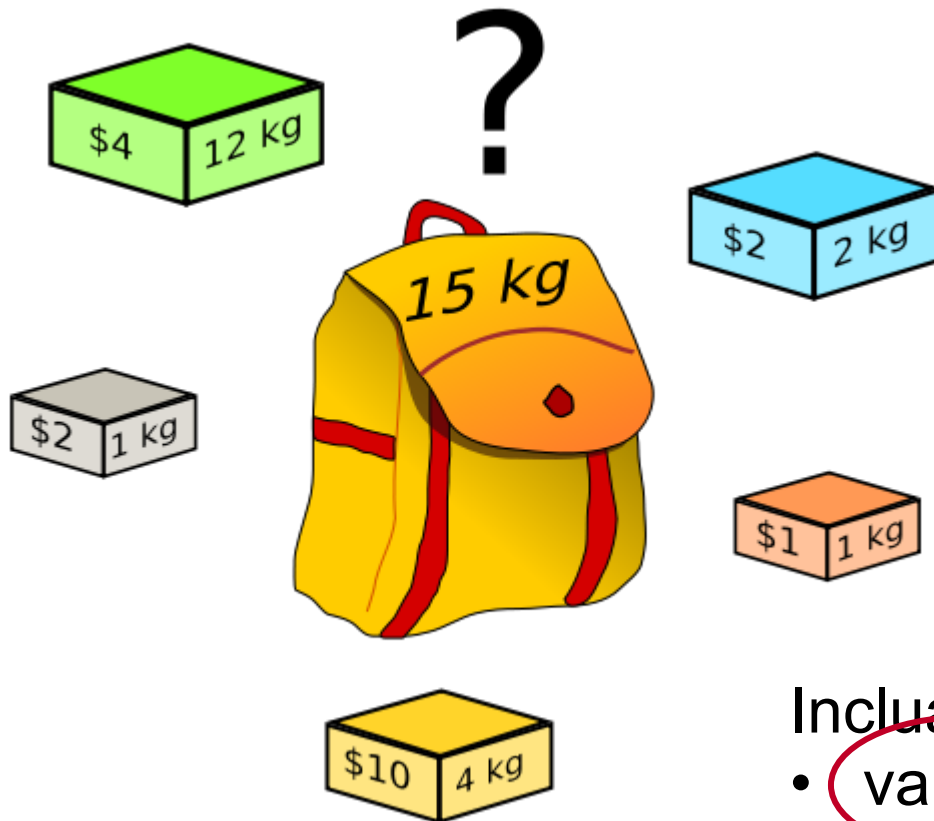
Solução atual: \$4 (i=2)



Inclua TODOS os objetos faltantes

- valor \$9
- peso 17kg

A mochila binária



Melhor até agora: \$12



Solução atual: \$4 (i=2)



Inclua TODOS os objetos faltantes

- valor \$9
- **peso 17kg**

Relaxando nosso problema

Nossa ideia de otimismo inclui "ignorar" alguma restrição!

- **Restrição implica em diminuir função objetivo**
- Não restringir sempre aumenta (ou fica igual)
- Ser otimista = relaxar alguma restrição

Relaxando nosso problema

Branch and Bound - ignorar peso



Atividade prática

Implementar o branch and bound - ignorar peso (20 minutos)

1. Praticar implementação de algoritmos a partir de pseudo-código
2. Comparar soluções com outras abordagens



Discussão: resultados obtidos por um bound



Como descobrir se um bound é bom?

Como descobrir se um bound é bom?

1. Quantas vezes ele é ativado?
2. Em qual altura ele é ativado?
3. O quão bem ele estima a qualidade da solução parcial?

Nosso bound é justo?

- **Melhor caso**
- Pior caso

Nosso bound é justo?

- **Melhor caso**
 - Cabe todo mundo e ele acerta
 - Raro
- Pior caso

Nosso bound é justo?

- Melhor caso
 - Cabe todo mundo e ele acerta
 - Raro
- **Pior caso**
 - Não cabe ninguém
 - Mais frequente que o anterior



Atividade prática

O bound *ignorar peso* é bom? (20 minutos)

1. Medir indicadores de desempenho de um algoritmo



Discussão: o bound é bom?



Atividade prática

O bound *ignorar peso* foi bem implementado? (20 minutos)

1. Encontrar oportunidades de economizar trabalho

Insper

www.insper.edu.br