

Simulación de eventos discretos. Informe escrito

Nombre y apellidos: Antonio Jesús Otaño Barrera

Grupo: C-411

Orden del problema asignado

En el Aeropuerto de Barajas, se desea conocer cuánto tiempo se encuentran vacías las pistas de aterrizaje. Se conoce que el aeropuerto cuenta con un máximo de 5 pistas de aterrizaje dedicadas a aviones de carga y que se considera que una pista está ocupada cuando hay un avión aterrizando, despegando o cuando se encuentra cargando o descargando mercancía o el abordaje o aterrizaje de cada pasajero. Se conoce que el tiempo cada avión que arriba al aeropuerto distribuye, mediante una función de distribución exponencial con $\lambda = 20$ minutos. Si un avión arriba al aeropuerto y no existen pistas vacías, se mantiene esperando hasta que se vacíe una de ellas (en caso de que existan varios aviones en esta situación, pues se establece una suerte de cola para su aterrizaje). Se conoce además que el tiempo de carga y descarga de un avión distribuye mediante una función de distribución exponencial con $\lambda = 30$ minutos. Se considera además que el tiempo de aterrizaje y despegue de un avión distribuye normal ($N(10,5)$) y la probabilidad de que un avión cargue y/o descargue en cada viaje corresponde a una distribución uniforme. Además de esto se conoce que los aviones tienen una probabilidad de tener una rotura de 0.1. Así, cuando un avión posee alguna rotura debe ser reparado en un tiempo que distribuye exponencial con $\lambda = 15$ minutos. Las roturas se identifican justo antes del despegue de cada avión. Igualmente cada avión, durante el tiempo que está en la pista debe recargar combustible y se conoce que el tiempo de recarga de combustible distribuye exponencial $\lambda = 30$ minutos y se comienza justamente cuando el avión aterriza. Se asume además que los aviones pueden aterrizar en cada pista sin ninguna preferencia o requerimiento. Simule el comportamiento del aeropuerto por una semana para estimar el tiempo total en que se encuentran vacía cada una de las pistas del aeropuerto.

Principales Ideas seguidas para la solución del problema

Para simular el comportamiento del aeropuerto se utilizó el modelo de simulación de eventos discretos basado en servidores en paralelo. Específicamente los aviones constituyen los clientes y las pistas de aterrizaje, los servidores. El tiempo que demora en atender un servidor a un cliente es la suma de los tiempos que demora el avión en realizar todas las operaciones: aterrizaje, carga y descarga de mercancías, recarga de combustible, reparación y despegue, teniendo en cuenta que la reparación y la carga y descarga de mercancías son opcionales (están sujetos a cierta probabilidad). Además, se asume que todas estas operaciones se realizan secuencialmente. Para estimar el tiempo de demora de cada una de estas actividades se implementaron las variables aleatorias correspondientes. Para calcular el tiempo que permanece la pista i vacía se lleva una variable, llamémosle R_i , en la cual se almacena el total de minutos que la pista i ha permanecido vacía hasta el instante de tiempo que se está analizando y además se lleva otra, sea ET_i , que indica el instante de tiempo desde el cual la pista i está vacía. Cada vez que un avión abandona la pista i , se actualiza ET_i y cuando llegue un nuevo avión a la misma en un tiempo t , se incrementa R_i en el tiempo que pasó desde ET_i hasta el momento t . El tiempo total que permanecen las pistas del aeropuerto vacías es la suma de los R_i .

Modelo de Simulación de Eventos Discretos desarrollado para resolver el problema

Entrada: T: tamaño del intervalo de tiempo a simular
Tiempo: t (tiempo transcurrido hasta el momento)
Contadores: N_A : número de arribos (hasta el momento t)
Estado del sistema: n: Cantidad de clientes en el sistema (en el momento t)
 SS_i : Id del cliente que está siendo atendido en la pista i
 t_A : tiempo del próximo arribo
 CT_i : Tiempo de finalización del cliente en la pista i
 ET_i : Momento desde el cual la pista i se encuentra vacía
 T_t : Próximo arribo luego del momento t
Salida: R_i : Cantidad de tiempo que la pista i estuvo vacía.

Inicialización:

- (1) $t = 0, N_A = 0, n = 0$
- (2) $SS = ET = R = (0, 0, 0, 0, 0)$
- (3) $CT = (\infty, \infty, \infty, \infty, \infty)$
- (4) Generar $T_0, t_A = T_0$

Mientras $t < T$:

Caso 0: $t_A = \min(t_A, CT_1, CT_2, CT_3, CT_4, CT_5)$ (Llega un avión)

- (1) Si $t_A > T$: parar
- (2) $t = t_A$
- (3) $N_A = N_A + 1$
- (4) Generar $T_t, t_A = T_t$
- (5) Si $n \leq 4$: (Quedan pistas vacías)
 - (5.1) Buscar SS_i tal que $SS_i = 0$ (Buscar una pista que esté vacía)
 - (5.2) $SS_i = N_A$
 - (5.3) $R_i = R_i + t - ET_i$
 - (5.4) Calcular CT_i
- (6) $n = n + 1$

Casos 1 - 5: $CT_i = \min(CT_1, CT_2, CT_3, CT_4, CT_5), CT_i < t_A$ (Se va un avión)

- (1) Si $CT_i > T$: parar
- (2) $t = CT_i$
- (3) Si $n \leq 5$: (Una pista se va a quedar vacía)
 - (3.1) $SS_i = 0$
 - (3.2) $CT_i = \infty$
 - (3.3) $ET_i = t$
- (4) Si no: (Entra el primero en la cola)
 - (4.1) $M = \max(SS_1, SS_2, SS_3, SS_4, SS_5)$
 - (4.2) $SS_i = M + 1$
 - (4.3) Calcular CT_i
- (5) $n = n - 1$

Por último:

- (1) Para todo i ($i = 1..5$), tal que $SS_i = 0$: (Pistas que se quedaron vacías hasta el momento T)
 - (1.1) $R_i = R_i + T - ET_i$

Subrutina para generar CT_i (tiempo de finalización del cliente en la pista i):

- (1) $r = 0$ (Tiempo del servicio)
- (2) Generar $Z \sim N(10, 5)$, $r = r + Z$ (Aterrizaje)
- (3) Generar $Y \sim \text{Exp}(1/30)$, $r = r + Y$ (Recargar combustible)
- (4) Generar $U_1 \sim U(0, 1)$, $U_2 \sim U(0, 1)$ (Prob(cargar y/o descargar) $\sim U(0, 1)$)
- (5) Si $U_2 < U_1$:
 - a. Generar $Y \sim \text{Exp}(1/30)$ (Cargar y/o descargar)
 - b. $r = r + Y$
- (6) Generar $U \sim U(0, 1)$ (Prob(rotura) = 0.1)
- (7) Si $U < 0.1$:
 - a. Generar $Y \sim \text{Exp}(1/15)$, $r = r + Y$ (Reparar)
- (8) Generar $Z \sim N(10, 5)$, $r = r + Z$ (Despegar)
- (9) Devolver $CT_i = t + r$

Subrutina para generar T_t (próximo arribo a partir del momento t):

- (1) Generar $Y \sim \text{Exp}(1/20)$
- (2) Devolver $T_t = t + Y$

Consideraciones obtenidas a partir de la ejecución de las simulaciones del problema

Con respecto a los parámetros lambda de las exponenciales, sus valores originales causaban que el tiempo de los procesos de llegada de nuevos aviones, carga y descarga, reparación y recargar combustible fuera demasiado pequeño. Por ejemplo el tiempo de arribo entre aviones, asumiendo que distribuye $\text{Exp}(20)$, posee una media de $1/20 \text{ min} = 3\text{s}$, lo cual no es un valor realista. Por ende, se sustituyeron los parámetros lambda de las exponenciales: 20, 30, 15, 30 por $1/20$, $1/30$, $1/15$, $1/30$, que hace que estos procesos duren una media de 20, 30, 15, 30 min respectivamente, lo cual se acerca mucho más a la realidad. Con el objetivo de calcular cuánto tiempo permanece vacía una pista del aeropuerto durante una semana, asumiendo que este funciona las 24 horas durante los 7 días, se realizaron 10000 simulaciones y se obtuvo que en promedio una pista permanece vacía 2 días, 8 horas y 55 minutos. Esto da a entender que el aeropuerto puede atender a más clientes sin sobrecargarse. Para comprobarlo se cambió el parámetro lambda de la exponencial que genera el tiempo entre arribos, que antes era $1/20$, por $1/12$ y se obtuvo que en promedio una pista permanecía vacía 1 hora y 43 minutos durante una semana de funcionamiento del aeropuerto.

El enlace al repositorio del proyecto en Github:

<https://github.com/AntonioJesus0398/airport-simulation>