

# Algebraiska Uttryck - Uppgifter

Antonio Prgomet

<https://www.linkedin.com/in/antonioprgomet>

## Bakgrund

Uppgifterna är kopplade till teorin från kapitlet "Algebraiska uttryck" i Matte 3 kursen från hemsidan: <https://www.matteboken.se/lektioner/matte-3#!/> Dessa uppgifter ger möjlighet för extra träning och repetition, dessutom så kommer några av uppgifterna komma på den examinerande kunskapskontrollen.

## 1 Multiplikation av Polynom

**Fråga 1.** En av dina kollegor frågar om följande begrepp, förklara dem:

- a) Polynom, variabel, koefficient.
- b) Distributiva lagen, kvadreringsreglerna, konjugatregeln.
- c) En av kvadreringsreglerna säger att  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ , ge ett geometriskt bevis till detta.

**Fråga 2.** Skriv ut följande uttryck:

- a)  $(x+y)(x-y) =$
- b)  $x(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) =$
- c)  $(3x^7 + 5)^2 =$

## 2 Andragradsekvationer och pq-formeln

**Fråga 1.** För ekvationen  $x^2 + px + q = 0$  så säger pq-formeln att:

$$x = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

- a) Här påbörjas ett bevis för pq-formeln med hjälp av kvadratkomplettering, slutför det:

$$\begin{aligned}x^2 + px + q &= 0 \\x^2 + px &= -q \\x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 &= -q + \left(\frac{p}{2}\right)^2\end{aligned}$$

- b) Lös ekvationen  $x^2 + 4x - 5 = 0$
- c) Lös ekvationen  $4x^2 + 16x - 20 = 0$
- d) Lös ekvationen  $4x^2 - 16x + 140 = 12 + 32x$

**Fråga 2.** Lös följande ekvationer:

- a)  $x(x+4) = 0$

b)  $(x - 7)(x + 8) = 0$

c)  $(x^2 - 4)(x^2 + 9) = 0$

**Fråga 3.** Skapa en värdetabell och visualisera följande funktion:  $x^2 - 6x + 5$ .  
Hur kan du grafiskt hitta lösningarna till ekvationen  $x^2 - 6x + 5 = 0$  ?

**Fråga 4.** Skapa en värdetabell och visualisera följande funktion:  $x^2 - 2x + 2$ .  
Vad är lösningen till ekvationen:  $x^2 - 2x + 2 = 0$  ?

### 3 Faktorisering och rationella uttryck

**Fråga 1.** Förenkla följande uttryck:

a)  $\frac{15xy^2}{3xy}$

b)  $\frac{4a+a^2}{a}$

c)  $\frac{5x+35}{10x+25}$

d)  $\frac{x^2-8x+16}{x-4}$

e)  $\frac{4x^2-12x+9}{4x^2-9}$

**Fråga 2.** Förenkla följande uttryck:

a)  $\frac{\frac{h^2-h}{h+1}}{h}$

b)  $\frac{3(x-5)}{5x} \cdot \frac{15x}{x-5}$

c) Bestäm ett förenklat uttryck för  $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  när  $f(x) = x^2$ .

### 4 Gränsvärden

**Fråga 1.** Rita upp följande funktion i t.ex. <https://www.desmos.com/calculator>:  
 $f(x) = \frac{1}{(x-4)} + 2$  och bestäm följande gränsvärden genom att visuellt kolla på funktionen:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

d)  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

e) Från ditt svar i c) och d), finns det ett gränsvärde definierat när  $x$  går mot 4?

f)  $\lim_{x \rightarrow 15} f(x)$

**Fråga 2.** Vad är följande funktions:  $f(x) = \frac{1}{(x-4)} + 2$  definitionsmängd respektive värdemängd?

**Fråga 3.** Bestäm följande gränsvärde:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 4}{x - 1}$$

## 5 Absolutbelopp

**Fråga 1.** Definiera funktionen  $|x|$ .

**Fråga 2.** Lös följande ekvationer, såväl algebraiskt som visuellt. Hur många lösningar finns det, varför?

a)  $|x - 5| = 1$

b)  $|1 - x| = 2$

## 6 Några mer utmanande uppgifter

Dessa uppgifter är för dem som har tid över.

**Fråga 1.** Förklara varför sambandet  $|x + y| \leq |x| + |y|$  måste gälla för alla reella tal.

**Fråga 2.** Funktionerna  $f_1(x) = 3x + 16$  och  $f_2(x) = 2x - 3$  är givna. Lös ekvationen  $f_2(f_1(x)) = f_2(x)$ . Notera,  $f_1$  och  $f_2$  används här för att särskilja de två funktionerna.

**Fråga 3.** Bestäm ett förenklat uttryck för  $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  då  $f(x) = 5x^2$ .

**Fråga 4.** Aktien "AAA" går upp med 5% varannan vecka och ner med 5% varannan vecka. Med hur många procent ändras "AAA:s" aktiekurs på ett år

(52 veckor)?