

Svar till övningsuppgifter

Uppgift 1.1.1 För att beräkna hur mycket pengar man är skyldig någon.

Uppgift 1.1.2 10.

Uppgift 1.1.3 102.

Uppgift 1.1.4 0. Multiplikation med 0 blir 0.

Uppgift 1.1.5 0. Multiplikation med 0 blir 0.

Uppgift 1.1.6 19.

Uppgift 1.1.7 För att ett godtyckligt heltal k kan skrivas som $\frac{k}{1}$.

Uppgift 1.2.1

- (a) Falskt. Att man gillar att cykla medför inte nödvändigtvis att man äger en cykel.
- (b) Sant.
- (c) Falskt. Bor man i Norge så medför det att man bor i Norden. Men bor man i Norden så medför det inte nödvändigtvis att man bor i Norge, man kan till exempel bo i Danmark.

Uppgift 1.3.1 Positiva heltal som är större än 1 och endast är delbara med 1 och sig självt.

Uppgift 1.3.2 Man skriver ett tal som en produkt av primtal.

Uppgift 1.3.3 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43.

Uppgift 1.3.4 110, 236, 400.

Uppgift 1.3.5 105, 1023.

Uppgift 1.3.6 236, 400.

Uppgift 1.3.7 105, 110, 400.

Uppgift 1.3.8 $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$.

Uppgift 1.3.9 $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

Uppgift 1.3.10 $99 = 3 \cdot 3 \cdot 11$.

Uppgift 1.3.11 $2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$.

Uppgift 1.3.12 $420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Uppgift 1.3.13 Ja.

Uppgift 1.4.1

(a) $\frac{9}{5}$.

(b) $\frac{1}{8}$.

(c) $-\frac{2}{11}$.

Uppgift 1.4.2

(a) $\frac{2}{3}$.

(b) $\frac{11}{10}$.

(c) $\frac{41}{15}$.

Uppgift 1.4.3

(a) $\frac{13}{12}$.

(b) $-\frac{1}{10}$.

(c) $\frac{16}{8} = 2$.

Uppgift 1.4.4

(a) $\frac{51}{56}$.

(b) $\frac{5}{56}$.

Uppgift 1.4.5

(a) 1.

(b) 4.

(c) $\frac{15}{4}$.

Uppgift 1.4.6

(a) $\frac{5}{8}$.

(b) $\frac{5}{7}$.

(c) $\frac{1}{12}$.

Uppgift 1.4.7

(a) 2.

(b) $\frac{18}{25}$.

(c) $\frac{2}{3}$.

Uppgift 1.4.8

$\frac{27}{32}$.

Uppgift 1.4.9

(a) $\frac{1}{20}$.

(b) 200 min.

(c) 6.

Uppgift 1.5.1

(a) 7^6 .

(b) $(2x)^3 = 2^3 x^3$.

(c) $(-1)^5$.

Uppgift 1.5.2

(a) 3^3 .

(b) 3^4 .

(c) 3^6 .

Uppgift 1.5.3

(a) 4^8 .

(b) $5^{11} + 3^8$.

(c) $7^{11} - 4^{15}$.

Uppgift 1.5.4

(a) 9^4 .

(b) $3^2 + 5^4$.

(c) $8 - 2^{-2}$.

Uppgift 1.5.5

(a) 7^6 .

(b) 3^{-6} .

(c) 5^{-2} .

Uppgift 1.5.6

(a) 5^{12} .

(b) 7^{16} .

(c) 14^{-6} .

Uppgift 1.5.7

(a) $4^3 x^6$.

(b) $\frac{x^8}{3^{12}}$.

(c) $11^{-3} x^{-6}$.

Uppgift 1.5.8

(a) 3^7 .

(b) 5^{17} .

(c) 2^7 .

Uppgift 1.5.9

(a) 4.

(b) 6.

(c) 8.

Uppgift 1.5.10

(a) 3.

(b) 2.

Uppgift 1.5.11

(a) 27.

(b) 16.

(c) 64.

Uppgift 1.6.1

(a) 18.

(b) 0.

(c) 103.

(d) 36.

Uppgift 1.6.2

(a) 20.

(b) 81.

Uppgift 1.6.3

(a) 16.

(b) 64.

(c) -4 .

Uppgift 1.6.4

(a) 4.

(b) 5.

(c) 2.

Uppgift 1.6.5

(a) $4 \cdot (6 - 5) = 4$.

(b) $4 + (5 - 6) \cdot 7 = -3$.

(c) $\frac{36}{4} \cdot 7 - (3 + 2) \cdot 8 = 23$.

Upppgift 1.7.1 Att faktorisera ett uttryck innebär att skriva det som en produkt av dess faktorer.

Uppgift 1.7.2

(a) 3.

(b) $2x$.

(c) $(2x - 5)$.

Uppgift 1.7.3

(a) $8x(1 + 3x)$.

(b) $8x(2x + 4y)$.

(c) $8x(5 - x^2)$.

Uppgift 1.7.4

(a) $5m^3(3 - 5m^2)$.

(b) $ac(17 + 15c)$.

(c) $6a^2b(4a + 3b)$.

(d) $2x(3x + 7 - 15y)$.

Uppgift 1.7.5

(a) $\frac{8a^2 + 4a}{3}$.

(b) $\frac{10b - b^2}{5a}$.

Uppgift 1.7.6

(a) $2a + a^2$.

(b) $4a$.

Uppgift 1.8.1

(a) Nej .

(b) Ja .

(c) Nej .

(d) Nej .

Uppgift 1.8.2

(a) $x = 11$.

(b) $a = 7$.

(c) $y = \frac{19}{5}$.

Uppgift 1.8.3

(a) $y = -5.5$.

(b) $x = 0$.

Uppgift 1.8.4

(a) $a = 9$.

(b) $z = 2$.

Uppgift 1.8.5

(a) $x = \frac{2}{5}$.

(b) $x = \frac{3}{4}$.

Uppgift 1.8.6

(a) $x = 7$.

(b) $x = 6$.

(c) $z = 16.5$.

Uppgift 1.9.1

(a) $x \geq -5$.

(b) $x < \frac{3}{2}$.

(c) $x \leq 2$.

(d) $x < -\frac{2}{5}$.

Uppgift 1.9.2

(a) $x \geq 4$.

(b) $x < -4$.

(c) $y > -\frac{2}{3}$.

Uppgift 1.9.3

(a) $0 \leq 12(x - 2) < 156$. Notera att en area måste vara större än eller lika med 0 också.

(b) $2 \leq x < 15$.

Uppgift 1.9.4

(a) $x \leq \frac{101}{15}$.

(b) $x > 2$.

Uppgift 1.9.5

(a) $-10 \leq x \leq 10$.

(b) $-18 \leq x \leq 12$.

(c) $-5 < x < 5$.

Uppgift 2.1.1 Hundradel.

Uppgift 2.1.2

(a) 43%.

(b) 80%.

(c) 115%.

Uppgift 2.1.3

(a) $0.14 = 14\%$.

(b) $0.67 = 67\%$.

(c) $1.18 = 118\%$.

Uppgift 2.1.4

(a) $4\% \quad \frac{6}{16} \quad 0.38$.

(b) $0.3 \quad 33\% \quad \frac{1}{3}$.

Uppgift 2.1.5 Ja, Melissa klarade provet ($\approx 60.3\%$).

Uppgift 2.1.6

(a) 335294 kr.

(b) 9%.

Uppgift 2.1.7

(a) 57 elever.

(b) 20%.

Uppgift 2.1.8 4 meter.

Uppgift 2.1.9

(a) 1.13.

(b) 0.93.

(c) 1.015.

Uppgift 2.1.10 13%.

Uppgift 2.1.11 20 procentenheter. 50%.

Uppgift 2.2.1

(a) Medelvärde: 8.4.
Median: 8.

(b) Medelvärdet: 9.6.
Median: 8.

Uppgift 2.2.2

- (a) Medelvärde: 2.675 böcker.
- (b) Typvärdet: 1 bok.

Uppgift 2.2.3 22 år, vi antar att det inte tillkommer en ny familjemedlem.

Uppgift 2.2.4 De är alla 4.

Uppgift 2.2.5

Klass A har högst medelvärde (89.4).

Klass B har högst median (98).

Klass C har högst typvärde (99).

Uppgift 2.3.1 Variationsbredden är 66 kg.

Uppgift 2.3.2

- (a) 16.
- (b) 11.
- (c) 6.
- (d) 20.
- (e) 10.

Uppgift 2.3.3

- (a) 75%.
- (b) 50%.

Uppgift 2.3.4

- (a) 9 gram.
- (b) Undre kvartil: 498 gram.
Median: 500 gram.
Övre kvartil: 502 gram.
- (c) 4 gram.

Uppgift 2.4.1

- (a) För att visualisera data.
- (b) För att visa hur något ändras över tid.
- (c) För att visualisera andelar.
- (d) För att visa olika kategoriers frekvens.
- (e) För att visa frekvensen för olika värden på x-variabeln.
- (f) För att visa frekvensen för olika delintervall.
- (g) För att se eventuella mönster i datan.

Uppgift 2.4.2 Cirkeldiagram.

Uppgift 2.4.3 Stapeldiagram används för att visa olika kategoriers frekvenser. Ett exempel är för att visa antalet yrkeshögskoleutbildade respektive antalet universitetsutbildade personer på ett företag där de två kategorierna då är ”yrkeshögskoleutbildade” och ”universitetsutbildade”.

Stolpdigram används för att visa frekvensen för olika värden på x-variabeln. Ett exempel är för att visa antalet människor

som motionerar en gång i veckan, två gånger i veckan, tre gånger i veckan och så vidare.

Uppgift 3.1.1

(a) $2x^2 + 13x + 21$.

(b) $-3x^2 + 28x - 9$.

(c) $a^2 - 3a - 10$.

Uppgift 3.1.2

(a) $2a^2 - ab - 3b^2$.

(b) $6x^2 + 24x - 8xy - 32y$.

(c) $21a^2 - 47ab + 20b^2$.

Uppgift 3.1.3

(a) $(2x - 1)(x + 4)$.

(b) $(2x^2 + 7x - 4)$ a.e.

Uppgift 3.1.4

(a) $y = \frac{2}{3}$.

(b) $x = -1$.

Uppgift 3.1.5

(a) 1.

(b) 10 och 80.

(c) $3x$ och 2.

Uppgift 3.1.6

(a) $9x^2 + 16x - 18$.

(b) $8x^2 + 0.5x - 9$.

Uppgift 3.1.7

(a) $x = 2$.

(b) $x = 5$.

Uppgift 3.1.8

(a) $x^2 + 6x + 9$.

(b) $x^2 + 12x + 36$.

(c) $x^2 + 20x + 100$.

(d) $9x^2 + 12x + 4$.

Uppgift 3.1.9

(a) $x^2 - 10x + 25$.

(b) $x^2 - 2x + 1$.

(c) $x^2 - 20x + 100$.

(d) $4x^2 - 12x + 9$.

Uppgift 3.1.10 Se sats 3.11.

Uppgift 3.1.11

(a) 3.

(b) 5.

Uppgift 3.1.12

(a) $x^2 - x + \frac{1}{4}$.

(b) $25x^2 + 50xy + 25y^2$.

(c) $81a^2 - 54ax + 9x^2$.

(d) $0.01a^2 - 2ab + 100b^2$.

Uppgift 3.1.13

(a) $2y$ och $20y$.

(b) $4a$.

Uppgift 3.1.14

(a) 2704.

(b) 3969.

(c) 1296.

(d) 9801.

Uppgift 3.1.15

(a) $-8a^2 - 8ab$.

(b) $3m^2 - 3n^2$.

Uppgift 3.1.16

(a) $x = -4$.

(b) $x = \frac{1}{4}$.

Uppgift 3.1.17

(a) $x^2 - 25$.

(b) $49a^2 - 81$.

(c) $36x^2 - 9y^2$.

(d) $4z^2 - 25$.

Uppgift 3.1.18 $3x - 4$.

Uppgift 3.1.19

(a) $x = 25$.

(b) $a = -\frac{29}{8}$.

Uppgift 3.1.20

(a) 6, 6 och a^2 .

(b) $3b$, 1 och 1.

Uppgift 3.1.21

(a) $2a^2 + 32$.

(b) $-4b + 8$.

Uppgift 3.1.22

(a) $(a + 2)^2$.

(b) $(x + 3)^2$.

(c) $(s + 3t)^2$.

(d) $(y + 7)^2$.

Uppgift 3.1.23

(a) $(y + 5)(y - 5)$.

(b) $(2x + 1)(2x - 1)$.

(c) $(a + 3b)(a - 3b)$.

Uppgift 3.1.24

(a) $(a - 3)^2$.

(b) $(2x - 1)^2$.

(c) $(3s - t)^2$.

Uppgift 3.1.25

(a) $a + 6$.

(b) $x - 5$.

(c) $a + b$.

Uppgift 3.1.26 $2(x + 2)^2$.

Uppgift 3.1.27

(a) $2(x + 12)^2$.

(b) $(2y + 4)(2y - 4)$.

(c) $-(z - 3)^2$.

Uppgift 3.1.28 $(0.5x - 0.5y)^2$.

Uppgift 3.1.29 $(a - 11)$ dm.

Uppgift 3.2.1 Definitionsmängden är alla tillåtna ingångsvärden till en funktion.

Uppgift 3.2.2 Värdeområdet är alla möjliga funktionsvärden som en funktion kan anta.

Uppgift 3.2.3

(a) $0 < x \leq 6$.

(b) $0 < f(x) \leq 66$.

Uppgift 3.2.4

(a) $4 \leq x \leq 10$. Definitionsmängden är antalet lag som kan delta i turneringen.

(b) $24 \leq f(x) \leq 80$. Värdeområdet är antalet spelare som kan delta i turneringen.

Uppgift 3.2.5

(a) $g(4) = 25$.

(b) $g\left(\frac{1}{5}\right) = 6$.

(c) $x = 12$.

Uppgift 3.2.6

(a) $f(0) = 5$.

(b) $f(-2) = 25$.

(c) $x = \frac{1}{2}$.

Uppgift 3.2.7

(a) $g(4) = 4$.

(b) $g(-1) = 3.5$.

(c) $g(3b) = 8^b - 9b$.

Uppgift 3.2.8 A = (-3, 4), B = (-2, 2), C = (1, -1), D = (-3, -3) och E = (2, 2).

Uppgift 3.2.9

(a) $g = 4$ och $h = 5$.

(b) $g : 2 \leq x \leq 6 \quad h : 0 \leq x \leq 7$.

(c) $g : 0 \leq y \leq 4 \quad h : -2 \leq y \leq 5$.

(d) Graferna skär varandra i punkterna (2, 0) och (5, 3).

Uppgift 3.2.10

(a) $g(4) = 4$.

(b) $h(2) = 0$.

(c) $x = 4$.

(d) $x = 0$.

Uppgift 4.1.1

A: $m = 2$.

B: $m = -1$.

Uppgift 4.1.2

(a) y_1 : $m = 7$
 y_2 : $m = -2$.

(b) y_1 : $k = -2$
 y_2 : $k = 3$.

Uppgift 4.1.3

(a) A: $k = 0.5$.
B: $k = -1$.

(b) A: $(0, 1)$.
B: $(0, 4)$.

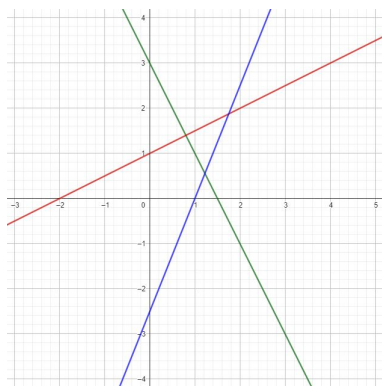
(c) A: $y = 0.5x + 1$.
B: $y = -1x + 4$.

Uppgift 4.1.4 $y = -1x + 6$.

Uppgift 4.1.5 $y = 3x + 8$.

Uppgift 4.1.6 Se figuren på sidan 425. Den gröna linjen är funktionen $y = -2x + 3$, den röda linjen är funktionen $y = 0.5x + 1$ och den blå linjen är funktionen $y = \frac{5}{2}x - 4$.

Uppgift 4.1.7 $y = 2x + 2$.



Figur 11.1: Lösning till uppgift 4.1.6.

Uppgift 4.1.8

A: $y = 2x - 1$.

B: $y = -0.5x + 2$.

Uppgift 4.1.9

(a) $k = 0.5$.

(b) $k = 1$.

(c) $k = -1$.

(d) $k = -\frac{2}{5}$.

Uppgift 4.1.10

(a) $\frac{8}{7}$.

(b) $-\frac{3}{10}$.

Uppgift 4.1.11

A: $k = 3$.

B: $k = -\frac{3}{4}$.

Uppgift 4.1.12 Linjerna är parallella.

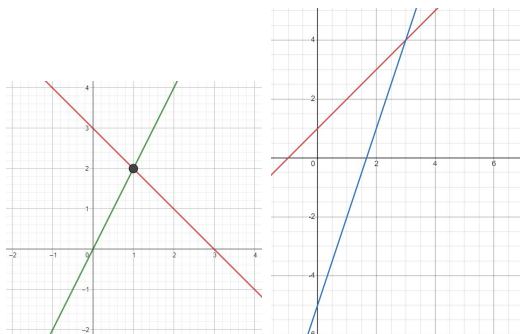
Uppgift 4.1.13 $a = 6$.

Uppgift 4.2.1

(a) $x = -1$ $y = 4$.

(b) $x = 2$ $y = 1$.

Uppgift 4.2.2



(a) Lösningen är $x = 1, y = 2$.

(b) Lösningen är $x = 3, y = 4$.

Uppgift 4.2.3

(a) Ingen lösning.

(b) En lösning.

Uppgift 4.2.4

(a) $x = -0.5 \quad y = 2.$

(b) $x = 1 \quad y = 0.5.$

(c) $x = -2 \quad y = -1.$

Uppgift 4.2.5

(a) Exempelvis $a = -6 \quad b = 0.$

(b) Exempelvis $a = 9 \quad b = 0.$

(c) $a = 9 \quad b = 4.$

Uppgift 4.2.6

(a) $x = -4 \quad y = 3.$

(b) $x = -6 \quad y = -2.$

Uppgift 4.2.7

(a) $x = 3 \quad y = 13.$

(b) $x = 3 \quad y = 4.$

Uppgift 4.2.8 33 och 68.

Uppgift 4.2.9

(a) $x = 0.5 \quad y = 1.$

(b) $x = 9 \quad y = 1.5.$

Uppgift 4.2.10

(a) $x = 3 \quad y = 3.$

(b) $x = 2 \quad y = -1.$

Uppgift 4.2.11 25 pizzor och 12 kebabrullar.

Uppgift 4.2.12

(a) $x = 3 \quad y = 5.$

(b) $x = 2 \quad y = -0.5.$

Uppgift 4.2.13

(a) Multiplicera med 0.5 för att lösa ut y eller med -1.5 för att lösa ut x .

(b) $x = 3 \quad y = 3.$

Uppgift 4.2.14

(a) $x = 5 \quad y = -3.$

(b) $x = 3 \quad y = 5.$

Uppgift 4.2.15

(a) $x = 2 \quad y = 1.$

(b) $x = -2 \quad y = 3.$

Uppgift 4.2.16 Jacob sålde 140 hamburgare och 170 läsk.

Uppgift 4.2.17

(a) $x = 6 \quad y = 3.$

(b) $x = -2$ $y = 6$.

Uppgift 5.1.1

(a) $x_1 = 9$ $x_2 = -9$.

(b) $x_1 = 11$ $x_2 = -11$.

(c) $x_1 = 10$ $x_2 = -10$.

Uppgift 5.1.2

(a) 8 cm.

(b) 0.3 dm.

(c) 2.5 m.

Uppgift 5.1.3

(a) $x_1 = 5$ $x_2 = -5$.

(b) $x_1 = 1$ $x_2 = -1$.

Uppgift 5.1.4 Omkretsen är 48 cm.

Uppgift 5.1.5

(a) $b_1 = \sqrt{5}$ $b_2 = -\sqrt{5}$.

(b) $a_1 = \sqrt{6}$ $a_2 = -\sqrt{6}$.

(c) $t_1 = \sqrt{3}$ $t_2 = -\sqrt{3}$.

Uppgift 5.1.6

(a) $x_1 = 7$ $x_2 = -7$.

(b) $x_1 = \sqrt{7}$ $x_2 = -\sqrt{7}$.

Uppgift 5.1.7

(a) $x_1 = 4.47$ $x_2 = -4.47$.

(b) $x_1 = 3.16$ $x_2 = -3.16$.

(c) $x_1 = 1.78$ $x_2 = -1.78$.

Uppgift 5.1.8

(a) $x_1 = 0$ $x_2 = -8$.

(b) $x_1 = 0$ $x_2 = 13$.

(c) $x_1 = 0$ $x_2 = 36$.

Uppgift 5.1.9

(a) $x_1 = 12$ $x_2 = 4$.

(b) $x_1 = 10$ $x_2 = -6$.

(c) $x_1 = 3$ $x_2 = 2.5$.

Uppgift 5.1.10

(a) $x_1 = 0$ $x_2 = -8$.

(b) $x_1 = 0$ $x_2 = 21$.

(c) $x_1 = 0$ $x_2 = -0.5$.

Uppgift 5.1.11

(a) $x(x - 9) = 0$.

(b) $x(x + 5) = 0$.

(c) $(x - 2)(x + 3) = 0$.

Uppgift 5.1.12

(a) $x_1 = 0 \quad x_2 = 4$.

(b) $x_1 = 0 \quad x_2 = 0.5$.

(c) $x_1 = 0 \quad x_2 = -\frac{1}{3}$.

Uppgift 5.1.13

(a) $x_1 = 7 \quad x_2 = -1$.

(b) $x_1 = 5 \quad x_2 = -9$.

(c) $x_1 = 3 \quad x_2 = 1$.

Uppgift 5.1.14

(a) $x_1 = 5 \quad x_2 = -1$.

(b) $x_1 = 3 \quad x_2 = -9$.

Uppgift 5.1.15

(a) $x = 1$.

(b) $x_1 = 0 \quad x_2 = -3$.

Uppgift 5.1.16

(a) 4.

(b) 1.

Uppgift 5.1.17

(a) $x = 1$.

(b) $x_1 = -3 \quad x_2 = -5$.

(c) $x_1 = 8 \quad x_2 = -2$.

Uppgift 5.1.18

(a) $(x + 4)(x - 4) = 0$.

(b) $x_1 = -4 \quad x_2 = 4$.

(c) $x_1 = -4 \quad x_2 = 2$.

Uppgift 5.2.1

(a) $x_1 = 3 \quad x_2 = -7$.

(b) $x_1 = 11 \quad x_2 = -5$.

(c) $x_1 = 13 \quad x_2 = 1$.

Uppgift 5.2.2

(a) $a_1 = -1 \quad a_2 = -6$.

(b) $b_1 = 3 \quad b_2 = -4$.

(c) $c_1 = -1 \quad c_2 = 4$.

Uppgift 5.2.3

(a) $x_1 = 10 \quad x_2 = -2$.

(b) $x_1 = 7 \quad x_2 = -19$.

(c) $x_1 = 2 + 2\sqrt{3}$ $x_2 = 2 - 2\sqrt{3}$.

Uppgift 5.2.4

(a) $k_1 = 5 + \sqrt{2}$ $k_2 = 5 - \sqrt{2}$.

(b) $m_1 = \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$ $m_2 = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}$.

(c) $n_1 = 4$ $n_2 = -1$.

Uppgift 5.2.5

(a) 155 m.

(b) $h = 0$.

(c) ≈ 4.27 s.

Uppgift 5.2.6

(a) $x_1 = 5$ $x_2 = -2$.

(b) $x_1 = 9$ $x_2 = 3$.

(c) $x_1 = 5$ $x_2 = 1$.

Uppgift 5.2.7

Om diskriminanten är större än 0 så existerar två reella lösningar.

Om diskriminanten är 0 så existerar en reell lösning.

Om diskriminanten är mindre än 0 så saknas reella lösningar.

Uppgift 5.2.8

(a) 41; ekvationen har två lösningar.

(b) 0; ekvationen har en lösning.

(c) -10 ; ekvationen saknar reell lösning.

Uppgift 5.2.9

(a) $q < 9$.

(b) $q = 9$.

(c) $q > 9$.

Uppgift 5.2.10

(a) (2) $x^2 - 4x + 4 = 0$.

(b) (1) $0.5x^2 - x + 2 = 0$.

(c) (3) $0.8x^2 - 4x + 4$.

Uppgift 5.2.11

(a) $a < -\sqrt{40}$ och $a > \sqrt{40}$.

(b) $a = \pm\sqrt{40}$.

(c) $-\sqrt{40} < a < \sqrt{40}$.

Uppgift 5.3.1

(a) $f(2) = -8$.

(b) $(2, -8)$.

(c) $x_1 = -2$ $x_2 = 6$.

(d) $x = 2$.

Uppgift 5.3.2

- (a) Minimipunkt.
- (b) Maximipunkt.
- (c) Maximipunkt.

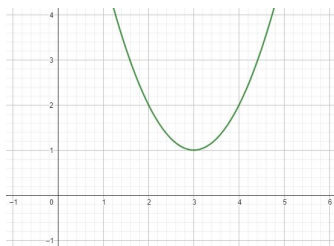
Uppgift 5.3.3

- (a) Minsta värde som är -4 .
- (b) Minsta värde som är 0 .
- (c) Största värde som är 3 .

Uppgift 5.3.4

- (a) $x = -\frac{7}{4}$.
- (b) $x = -3$.
- (c) $x = \frac{3}{2}$.

Uppgift 5.3.5



Uppgift 5.3.6 37 m.

Uppgift 6.1.1

- (a) 4.5 %.
- (b) 4300 bakterier.
- (c) 4696 bakterier (vi har avrundat uppåt).
- (d) 19.2 timmar.

Uppgift 6.1.2

- (a) 1.06.
- (b) $v(x) = 12000 \cdot 1.06^x$.
- (c) 7 år.

Uppgift 6.1.3 $\approx 20.6\%$.

Uppgift 6.1.4 Vid 3% årsränta tar det 23.5 år medan det tar 5 år med en årsränta på 15%.

Uppgift 6.1.5 $f(x) = 3 \cdot 1.5^x$.

Uppgift 6.2.1

- (a) 10^5 .
- (b) 10^6 .
- (c) 10^{-3} .
- (d) 10^0 .

Uppgift 6.2.2

- (a) $x = 4$.

(b) $x = -3$.

(c) $x = 3$.

Uppgift 6.2.3

(a) $10^{lg(20)}$.

(b) $10^{lg(8)}$.

(c) $10^{lg(74)}$.

Uppgift 6.2.4

(a) 2.

(b) -3 .

(c) 88.

Uppgift 6.2.5 $lg(98) - 2 - 10^{lg(2.1)} - 2.2 - lg(982) =$

Uppgift 6.2.6

(a) $10^{lg(25)}$.

(b) $x = lg(25)$.

Uppgift 6.2.7

(a) $x = lg(4.5)$.

(b) $x = lg(0.7)$.

(c) $x = lg(3.2)$.

(d) $x = \frac{lg(53)}{3}$.

Uppgift 6.2.8

(a) $x = 8$.

(b) $x = \sqrt{10}$.

(c) $x = 10^{3.2}$.

(d) $x = 0.5$.

Uppgift 6.2.9

(a) $x \approx 1.5$.

(b) $x \approx 2.3$.

(c) $x \approx 0.4$.

Uppgift 6.2.10

(a) $x \approx 15.7$.

(b) $x \approx 36.1$.

(c) $x \approx 23.4$.

(d) $x \approx 0.7$.

Uppgift 6.2.11 6.4 år.

Uppgift 6.2.12

(a) 1.

(b) 1.

(c) -1 .

(d) 2.

Uppgift 6.2.13

(a) $x \approx 1.21$.

(b) $x \approx 1.95$.

(c) $x \approx 0.51$.

Uppgift 6.2.14

(a) $x \approx 0.88$.

(b) $x \approx -0.082$.

(c) $x \approx 0.089$.

Uppgift 6.2.15

(a) $x = 12$.

(b) $x = 2$.

(c) $x = 1$.

Uppgift 6.2.16 Folkmängden hade fördubblats år 2015 (35 år senare).

Uppgift 6.2.17

$$\begin{aligned}VL &= 2(lg(20) - lg(5)) \\&= 2\left(lg\left(\frac{20}{5}\right)\right) \\&= 2lg(4) \\&= lg(4^2) \\&= lg(16) \\&= lg(2 \cdot 8) \\&= lg(2) + lg(8) = HL.\end{aligned}$$

□

Uppgift 7.1.1 $k = 2$.

Uppgift 7.1.2 $y = -2x + 8$.

Uppgift 7.1.3 $k = -0.1875$.

Uppgift 7.1.4 1 meter/dag.

Uppgift 7.1.5

(a) Förändringen är 3.85 kr/år.

(b) Förändringen är 3.1 kr/år.

(c) Förändringen är $\left(3.4 - \frac{3h}{20}\right)$ kr/år.

Uppgift 7.1.6

(a) $x < 0$ och $x > 2$.

(b) $x = 0$ och $x = 2$.

(c) $0 < x < 2$.

Uppgift 7.1.7 $k = \frac{5}{2}$.

Uppgift 7.1.8 $y = -1$.

Uppgift 7.1.9 $(3, 3)$.

Uppgift 7.2.1

(a) 0.

(b) -3 .

(c) -6 .

Uppgift 7.2.2

(a) 2.

(b) $\frac{2}{3}$.

(c) $-\frac{11}{5}$.

Uppgift 7.2.3

(a) 0.

(b) -6 .

Uppgift 7.2.4

(a) -8 .

(b) 0.

Uppgift 7.3.1

(a) $-h^2 - 4h - 4$.

(b) $-h - 4$.

Uppgift 7.3.2 $f'(1) = -2$.

Uppgift 7.3.3

(a) $f'(3) = 2$.

(b) $f'(3) = 6$.

(c) $f'(3) = 8$.

Uppgift 7.3.4 $f'(x) = 2x$.

Uppgift 7.3.5 $a = \pm\sqrt{2}$.

Uppgift 7.3.6 $f'(1) = 3$.

Uppgift 7.3.7 $f'(x)$ kommer ha enheten km/h. Eftersom derivatan, enligt derivatans definition, bildas genom att ta kvoten av y-värden och x-värden så blir enheten för derivatan enheten för y dividerat med enheten för x .

Uppgift 7.3.8 Ja.

Uppgift 7.3.9 $x = 1$: olika gränsvärden från vänster och höger.
 $x = 2$: ej kontinuerlig.

Uppgift 7.3.10 Gränsvärdet när vi går mot 0 från höger och vänster är olika och därför är funktionen inte deriverbar när $x = 0$.

Uppgift 7.3.11 Gränsvärdet när vi går mot 1 från höger och vänster är olika och därför är funktionen inte deriverbar när $x = 1$.

Uppgift 7.3.12 Funktionen är inte kontinuerlig vid $x = 2$.

Uppgift 7.4.1

(a) $f'(x) = 1$.

(b) $g'(x) = 12$.

(c) $f'(x) = 2x$.

(d) $g'(x) = 12x^3$.

Uppgift 7.4.2 $h(x)$ i c) uppgiften.

Uppgift 7.4.3

(a) $f'(4) = 8$.

(b) $f'(4) = 96$.

Uppgift 7.4.4

(a) $g'(-1) = \pi$.

(b) $g'(-1) = 35$.

Uppgift 7.4.5

(a) $f'(x) = 6x^5$.

(b) $f'(x) = 4\pi x$.

(c) $f'(x) = \sqrt{3}x^2$.

Uppgift 7.4.6 $f'(2) = 16$.

Uppgift 7.4.7 $(-2, -40)$ och $(2, 40)$.

Uppgift 7.4.8

(a) $f'(x) = 10x^9 + 12x^5$.

(b) $f'(x) = 5x^4 + 5$.

(c) $f'(x) = 1$.

(d) $f'(x) = 1.5 - x$.

Uppgift 7.4.9

(a) $g'(x) = 3x^2 - 18x$.

(b) $g'(-3) = 81$.

Uppgift 7.4.10

(a) $h'(4) = 1$.

(b) $h'(4) = \pi$.

Uppgift 7.4.11

(a) $f'(x) = \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{4}$.

(b) $f'(x) = x^6 + x^5 - x^4$.

(c) $f'(x) = \frac{1}{4}$.

(d) $f'(x) = \frac{4x^3}{3} - 3x^2 + 2x$.

Uppgift 7.4.12 d).

Uppgift 7.4.13

(a) $x = \pm 1$.

(b) $x = 1$.

Uppgift 7.4.14 $a = 5$ och $b = -6$.

Uppgift 7.4.15

(a) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

(b) $g'(x) = -\frac{2}{x^3}$.

(c) $h'(x) = -\frac{3}{x^4}$.

(d) $k'(x) = \frac{1}{3x^{\frac{2}{3}}}$.

Uppgift 7.4.16

(a) $f'(x) = x^2 - \frac{9}{x^4}$.

(b) $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{3x^2}$.

$$(c) \quad f'(x) = 4x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x^2}.$$

$$(d) \quad f'(x) = 5x^4 + \frac{1}{2x^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{5x^{\frac{4}{5}}}.$$

Uppgift 7.4.17

$$(a) \quad y'(1) = 6.$$

$$(b) \quad y'(1) = 0.$$

Uppgift 7.4.18 År 1920 så ökar den genomsnittliga åldern på nyblivna föräldrar ≈ 0.03 år per år.

Uppgift 7.4.19

$$(a) \quad f'(x) = e^x.$$

$$(b) \quad f'(x) = e^x.$$

$$(c) \quad f'(x) = e^x - 5.$$

Uppgift 7.4.20

$$(a) \quad g'(x) = 4e^x - 14x.$$

$$(b) \quad g'(x) = e^x + e \cdot x^{e-1}.$$

$$(c) \quad g'(x) = \frac{e^x}{4} - \frac{1}{x^2}.$$

Uppgift 7.4.21 $x = 0$.

Uppgift 7.4.22 $f'(2) = 12 - e^2$.

Uppgift 7.4.23 c och d.

Uppgift 7.4.24 $x = 5$ och $x = 1$.

Uppgift 7.4.25

(a) $f'(x) = 7e^{7x}$.

(b) $f'(x) = \ln(7) \cdot 7^x$.

(c) $f'(x) = 15e^{5x}$.

(d) $f'(x) = \ln(4) \cdot 2 \cdot 4^{2x}$.

Uppgift 7.4.26

(a) $g'(x) = -1.5e^{-0.05x}$.

(b) $g'(x) = 3e^{3x} - 3e^{-3x}$.

(c) $g'(x) = 20 \cdot \ln(5) \cdot 5^{2x}$.

(d) $g'(x) = 14e^{2x} + 14e^{-2x}$.

Uppgift 7.4.27

(a) $f'(0) = 2$.

(b) $f'(0) = \ln(12) + \ln(3) - 12 = \ln(36) - 12$.

Uppgift 7.4.28 $h'(3) = -\pi e^{\pi \cdot 3} \approx -38930$.

Uppgift 7.4.29 $C = 3$ och $k = \frac{4}{3}$.

Uppgift 7.4.30

(a) $f'(x) = e - \frac{1}{e}$.

(b) $g'(x) = \ln(3) \left(3 - \frac{1}{3}\right)$.

(c) $h'(x) = C \cdot k \cdot e^k$.

Uppgift 7.4.31 $y = (-\sqrt{2}e^2)x + 2e^2$.

Uppgift 7.4.32

(a) $25 = e^{\ln(25)}$.

(b) $7 = e^{\ln(7)}$.

(c) $77 = e^{\ln(77)}$.

Uppgift 7.4.33

(a) $\ln(e) = 1$.

(b) $\ln(e^4) = 4$.

(c) $\ln\left(\frac{1}{e^2}\right) = -2$.

Uppgift 7.4.34

(a) $x = \ln(6)$.

(b) $x = \ln(3.2)$.

(c) $x = \frac{\ln(47)}{3}$.

Uppgift 7.4.35

(a) $x = \frac{\ln(12)}{\ln(5)}.$

(b) $x = \frac{\ln(5)}{\ln(2)}.$

(c) $x = \frac{\ln(2)}{2 \cdot \ln(5)}.$

Uppgift 7.5.1 Positiv derivata: växande.

Negativ derivata: avtagande.

Uppgift 7.5.2 Vi kollar var derivatan är 0.

Uppgift 7.5.3

(a) $x < -1$ och $x > 1.$

(b) $-1 < x < 1.$

(c) $x = -1$ och $x = 1.$

Uppgift 7.5.4




(a) $x = -5$, $x = 1$ och $x = 7$.

(b) $x = 7$.

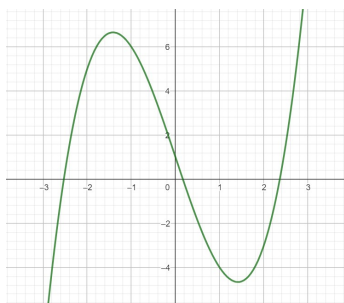
(c) $x = 1$

(d) $(1, -1)$.

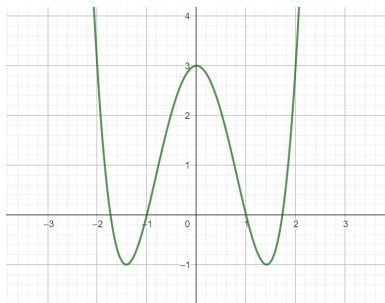
Uppgift 7.5.5

x	$-1 \leq x < 0$	$x = 0$	$0 < x < 2$	$x = 2$	$2 < x \leq 3$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		2		-6	

Uppgift 7.5.6

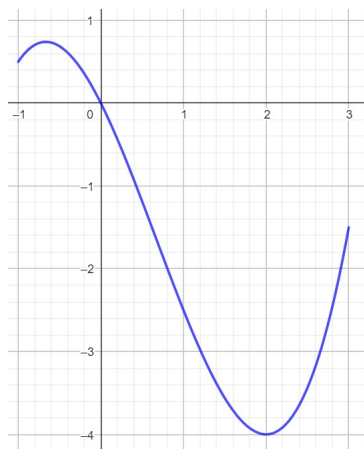


(a)



(b)

Uppgift 7.5.7 Extremvärde då $x = -\frac{2}{3}$: ≈ 0.74 . Extremvärde



då $x = 2$: -4 .

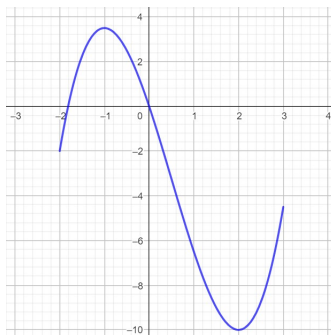
Uppgift 7.5.8 Största värde $f(9) = 1704$, minsta värde $f(-3) = -24$.

Uppgift 7.5.9

(a) Alla punkter är lokala extremvärden.

(b) Största värde $x = C$, minsta värde $x = D$.

Uppgift 7.5.10 Största värde $f(-1) = 3.5$, minsta värde $f(2) = -10$.



Uppgift 7.5.11 Största värde $g(2) \approx 6.14$, minsta värde $g(-2) \approx 1.39$.

Uppgift 7.5.12

(a) $f''(x) = 2$.

(b) $f''(x) = 0$.

(c) $f''(x) = 12x^2$.

Uppgift 7.5.13

(a) $f''(2) = 20$.

(b) $f''(2) = -e^2$.

(c) $f''(2) = -4e^4$.

Uppgift 7.5.14 Lokala maximipunkter: $x = 0$ och $x = 2$.
Lokal minimipunkt: $x = 1$.

Uppgift 7.5.15

(a) $f''(-1) = 4$.

(b) $f''(-1) \approx 0.41$.

Uppgift 7.5.16 $a = -3$ och $b = 6$.

Uppgift 7.6.1

(a) $f(g(x)) = (x^2 + 2x + 3)^3$.

(b) $f(g(x)) = e^{x^2-3}$.

(c) $f(g(x)) = \sqrt{x^2 - 10}$.

Uppgift 7.6.2

(a) Inre: $3x + 3$.
Yttre: z^2 .

(b) Inre: $x^2 + 1$.
Yttre: \sqrt{z} .

(c) Inre: $2x - 7$.
Yttre: e^z .

Uppgift 7.6.3

(a) $f'(x) = 42x(7x^2 + 11)^2$.

(b) $f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x-2}}$.

(c) $f'(x) = 4e^{4x+2}$.

Uppgift 7.6.4

(a) $h(x) = x^4 + 2$.

(b) $h'(2) = 32$.

Uppgift 7.6.5

(a) $f'(2) = 8e^{11}$.

(b) $f'(2) = 12e^4$.

(c) $f'(2) = 312$.

Uppgift 7.6.6 $x = 0$, $x = -2$ och $x = -4$.

Uppgift 7.6.7

(a) $f'(x) = 12x - 2$.

(b) $6x^2 + 4x + 2$.

(c) $8x^3 - 12x$.

Uppgift 7.6.8 13.

Uppgift 7.6.9

(a) $5x^4 - 3x^2 - 2$.

(b) $\frac{7x^{\frac{5}{2}}}{2}$.

Uppgift 7.6.10 $y = 8e^2x - 12e^2$.

Uppgift 7.6.11 $x = 1 \pm \sqrt{3}$.

Uppgift 7.6.12

(a) $14x^6 + 12x^5 - 12x^2 - 8x - 2$.

(b) $4xe^{2x^2}$.

Uppgift 7.6.13 $\frac{8 - 3\sqrt{x}}{2x^3}$.

Uppgift 7.6.14

(a) $\frac{10}{(3x + 2)^2}$.

(b) $\frac{2x - x^2}{e^x}$.

(c) $\frac{1}{2}$.

(d) $\frac{1 - 2x}{e^{2x}}$.

Uppgift 7.6.15 -11 .

Uppgift 7.6.16

(a) $\frac{-4x^2 - 2x - 2}{x^4 - 4x^3 + 4x^2}$.

(b) $\frac{2e^xx^2 - 4e^xx + e^x}{4x^4 + 4x^2 + 1}$.

Uppgift 7.6.17 1.3 elever per timme.

Uppgift 7.6.18 $\frac{8e^{4x}}{(e^{4x} + 1)^2}$.

Uppgift 8.1.1

(a) Nej.

(b) Ja.

(c) Ja.

Uppgift 8.1.2

(a) $F(x) = x + C$.

(b) $F(x) = 2x^2 + C$.

(c) $F(x) = 7x - \frac{x^2}{2} + C$.

(d) $F(x) = x^3 + \frac{3x^2}{2} - 3x + C$.

Uppgift 8.1.3

(a) $F(x) = 4\sqrt{x} + x^2 - x + C$.

(b) $F(x) = 3e^x + 5x + C$.

(c) $F(x) = \frac{x^2}{14} + \frac{5x^3}{3} + C$.

(d) $F(x) = \frac{ax^3}{3} + bx + C$.

Uppgift 8.1.4

(a) $h(x) = 3x^2 - \frac{x^4}{4} + \frac{1}{4}.$

(b) $\frac{x^2}{2} + 2\sqrt{x} + \frac{1}{2}.$

Uppgift 8.1.5 $G(x) = 4x^3 - 3x^2 + 4x - 3.$

Uppgift 8.1.6 $F(x) = x^2 + 5\sqrt{x} - 6.$

Uppgift 8.2.1

(a) 9.

(b) 42.

(c) 6.

(d) $\frac{14}{3}.$

Uppgift 8.2.2

(a) 20.

(b) $\frac{2\sqrt{7}}{5} - \frac{2\sqrt{2}}{5}.$

(c) $\frac{3}{4}.$

Uppgift 8.2.3

(a) $\int_0^2 4 - x^2 \, dx.$

(b) $\frac{16}{3}.$

Uppgift 8.2.4

$$(a) \int_1^4 \sqrt{x} \, dx = \frac{14}{3}.$$

$$(b) \int_{-1}^1 x^2 \, dx = \frac{2}{3}.$$

Uppgift 8.2.5 Integralen av $f(x)$ kommer ha enheten km. Anledningen är att när vi intuitivt härledde hur integraler beräknas så summerade vi areor av rektanglar där varje rektangel har en area som fås genom att ta dess bas multiplicerat med höjd. Det innebär att enheten för integralen blir enheten för x multiplicerat med enheten för y . I detta fallet får vi alltså $\frac{km}{h} \cdot h = km$.

Uppgift 8.2.6

$$(a) \frac{1}{6}.$$

$$(b) \frac{4}{3}.$$

$$(c) 4\sqrt{3}.$$

Uppgift 8.2.7

$$(a) 4.5 \, a.e.$$

$$(b) 3.375 \, a.e.$$

Uppgift 8.2.8

$$(a) \int_0^1 x^3 \, dx + \int_1^2 -(x-2)^3 \, dx.$$

(b) 0.5 a.e.

Uppgift 8.2.9

(a) $\int_{-2}^0 x^3 - 4x \, dx = 4 \text{ a.e.}$

(b) $\int_0^2 4x - x^3 \, dx = 4 \text{ a.e.}$

Uppgift 8.2.10

(a) $\frac{16}{3} + 8e^2.$

(b) $\frac{16}{3} - 8e^2.$

(c) $\frac{260}{3}.$

(d) $\frac{52}{3} + 40e^2$

Uppgift 8.2.11

$$\int_0^5 2e^x \, dx = 2e^5 - 2.$$

$$\begin{aligned} & \int_0^2 2e^x \, dx + \int_2^4 2e^x \, dx + \int_4^5 2e^x \, dx \\ &= (2e^2 - 2) + (2e^4 - 2e^2) + (2e^5 - 2e^4) \\ &= 2e^5 - 2. \end{aligned}$$

Vi ser att vi får samma svar när vi beräknar integralen på de två sätten.

Uppgift 8.2.12

(a) $\frac{8}{3}$.

(b) $\frac{28}{3}$.

(c) 4.

Uppgift 9.0.1

(a) 36.

(b) 121.

(c) 20.

(d) 154.

Uppgift 9.0.2

(a) $\sum_{k=1}^5 3k$.

(b) $\sum_{k=1}^5 \frac{1}{k}$.

Uppgift 9.0.3

(a) 384.

(b) 840.

Uppgift 10.1.1

(a) 1×2 .

(b) $5\mathbf{x} = (5 \cdot 4, 5 \cdot 3) = (20, 15)$.

$$(c) \quad 3\mathbf{x} = (3 \cdot 4, 3 \cdot 3) = (12, 9).$$

$$(d) \quad 5\mathbf{x} + 3\mathbf{x} = (20, 15) + (12, 9) = (32, 24).$$

$$(e) \quad 8\mathbf{x} = (8 \cdot 4, 8 \cdot 3) = (32, 24).$$

$$(f) \quad 4\mathbf{x} - \mathbf{x} = (4 \cdot 4, 4 \cdot 3) - (4, 3) = (16, 12) - (4, 3) = (12, 9).$$

$$(g) \quad \mathbf{x}^\top = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \text{ och den nya dimensionen efter transponeringen är } 2 \times 1.$$

$$(h) \quad \mathbf{x} + \mathbf{x}^\top \text{ är inte definierat eftersom } \mathbf{x} \text{ är en } 1 \times 2 \text{ vektor och } \mathbf{x}^\top \text{ är en } 2 \times 1 \text{ vektor.}$$

$$(i) \quad \|\mathbf{x}\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5.$$

Uppgift 10.1.2

$$(a) \quad 4 \times 1.$$

$$(b) \quad 2\mathbf{v} = 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \\ 0 \\ 22 \end{pmatrix}.$$

$$(c) \quad 5\mathbf{v} + 2\mathbf{v} = 5 \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 35 \\ 0 \\ 55 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \\ 0 \\ 22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 49 \\ 0 \\ 77 \end{pmatrix}.$$

$$(d) \quad 4\mathbf{v} - 2\mathbf{v} = 4 \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 28 \\ 0 \\ 44 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \\ 0 \\ 22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \\ 0 \\ 22 \end{pmatrix}.$$

(e) $\mathbf{v}^\top = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 0 & 11 \end{pmatrix}$, och den nya dimensionen efter transponeringen är 1×4 .

(f) $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{3^2 + 7^2 + 0^2 + 11^2} = \sqrt{9 + 49 + 0 + 121} = \sqrt{179}.$

Uppgift 10.1.3

(a) $\|\mathbf{v}_1\| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{16 + 9 + 1 + 25} = \sqrt{51}.$

(b) $\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 = (4, 3, 1, 5) - (2, 3, 1, 1) = (4 - 2, 3 - 3, 1 - 1, 5 - 1) = (2, 0, 0, 4)$
 $\|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2\| = \sqrt{2^2 + 0^2 + 0^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 0 + 0 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$

Uppgift 10.2.1

(a) $2A = 2 \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$

(b) $B - 2A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 3 \\ 0 & -2 & -4 \end{bmatrix}.$

(c) Ej definierat.

(d) $2D - 3C = 2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}.$

(e) $D^\top + 2D = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^\top + 2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 12 \\ 12 & 9 \end{bmatrix}.$

$$\begin{aligned} \text{(f)} \quad 2C^\top - 2D^\top &= 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^\top - 2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^\top = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

(g) Ej definierat.

(h) $AC = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ är inte definierat eftersom antalet kolumner i A (3) inte matchar antalet rader i C (2).

(i)

$$\begin{aligned} CD &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 & 1 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 & 2 \cdot 4 + 1 \cdot 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 + 8 & 4 + 6 \\ 6 + 4 & 8 + 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 10 \\ 10 & 11 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(j)

$$\begin{aligned}CB &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & -2 \end{bmatrix} \\&= \begin{bmatrix} 1 \cdot 4 + 2 \cdot 2 & 1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-4) & 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) \\ 2 \cdot 4 + 1 \cdot 2 & 2 \cdot (-2) + 1 \cdot (-4) & 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) \end{bmatrix} \\&= \begin{bmatrix} 4 + 4 & -2 - 8 & 1 - 4 \\ 8 + 2 & -4 - 4 & 2 - 2 \end{bmatrix} \\&= \begin{bmatrix} 8 & -10 & -3 \\ 10 & -8 & 0 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(k)} \quad CI &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 & 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 \\ 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \\&C.\end{aligned}$$

$$\text{(l)} \quad AB^{\top} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}.$$

Uppgift 10.2.2

$$AA^T = \begin{bmatrix} 29 & 26 \\ 26 & 42 \end{bmatrix}.$$

Uppgift 10.2.3

$$AB = AC = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 8 & 14 \end{bmatrix}.$$

Uppgift 10.2.4 Vi definierar matriserna:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 8 \\ 4 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 11 \\ 9 \end{bmatrix}$$

Därefter kan vi skriva ekvationssystemet på formen:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}.$$

Uppgift 11.1.1

$$(a) \ f(1, -2) = 1^2 - (-2)^2 + 1 \cdot (-2) + 1 = 1 - 4 - 2 + 1 = -4.$$

$$(b) \ f(-2, 1) = (-2)^2 - 1^2 + (-2) \cdot 1 + 1 = 4 - 1 - 2 + 1 = 2.$$

$$(c) \ f(1, 1) = 1^2 - 1^2 + 1 \cdot 1 + 1 = 1 - 1 + 1 + 1 = 2.$$

Uppgift 11.1.2

$$(a) \ f(1, 2, 2) = 1 + 2 \cdot 2 + 2^2 + 1 \cdot 2 + 1 = 1 + 4 + 4 + 2 + 1 = 12.$$

$$(b) \ f(0, 0, 1) = 0 + 2 \cdot 0 + 1^2 + 0 \cdot 0 + 1 = 0 + 0 + 1 + 0 + 1 = 2.$$

Uppgift 11.1.3

$$(a) \ \frac{\partial f}{\partial x} = 4. \quad \frac{\partial f}{\partial y} = -5.$$

$$(b) \ \frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{3}{2}. \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2}{3}.$$

$$(c) \ \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 3x^2y + y^2. \quad \frac{\partial f}{\partial y} = -x^3 - 1 + 2xy.$$

$$(d) \ \frac{\partial f}{\partial x} = 2y + 2x. \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 2x.$$

$$(e) \ \frac{\partial f}{\partial x} = 4 - 5y. \quad \frac{\partial f}{\partial y} = -5x - 2y.$$

Uppgift 11.1.4

$$(a) \ \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{(x_1=2, x_2=5)} = 42.$$

När x_1 ändras marginellt i punkten $(x_1 = 2, x_2 = 5)$ och x_2 hålls konstant så förändras funktionsvärdet med 42.

$$(b) \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{(x_1=9, x_2=3)} = 18.$$

När x_2 ändras marginellt i punkten $(x_1 = 9, x_2 = 3)$ och x_1 hålls konstant så förändras funktionsvärdet med 18.

Uppgift 11.1.5

- (a) Fyra stycken.
- (b) Vi skriver ned varje partialderivata. Evaluering i en valfri punkt och tolkningen överlämnas till läsaren.

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 4x_1^3 + 5x_2x_3 + x_4$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = 1 + 5x_1x_3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_3} = -5x_3^{-6} + 5x_1x_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_4} = x_1.$$

Uppgift 11.2.1

- (a) $f(2, 1) = (12, 6, 5)$.
- (b) $f(10, 3) = (52, 90, 5)$.