

Summor - Uppgifter

Antonio Prgomet

<https://www.linkedin.com/in/antonioprgomet>

1 Summation

I detta avsnitt skall vi lära oss om hur kan vi kan skriva summor på ett kompakt sett med hjälp av sigma notationen. Sigma, \sum , är en bokstav från det grekiska alfabetet.

Kolla följande video som går igenom summa symbolen: <https://www.youtube.com/watch?v=KbvD6F1IJGU&t=42s>

En summa är en följd av tal som adderas. Exempelvis, summan $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 100$ kan skrivas som $\sum_{i=1}^{50} 2i$. Skriver vi ut denna summan så får vi:

$$\sum_{i=1}^{50} 2i = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + 2 \cdot 50.$$

Vanligtvis så används bokstäverna i, k, j som index men det har formellt sett ingen betydelse vad du använder. Därför är t.ex. $\sum_{i=1}^{50} 2i = \sum_{k=1}^{50} 2k$.

Inom AI, Statistik och programmerings litteraturen kommer du ofta se summa symbolen. Exempelvis inom statistik beräknar man ofta medelvärde, och det kan enkelt skrivas enligt följande $\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i$.

Exempel.

a) $\sum_{j=1}^4 j(j+1) = 1 \cdot (1+1) + 2 \cdot (2+1) + 3 \cdot (3+1) + 4 \cdot (4+1) = 2 + 6 + 12 + 20 = 40.$

b) $\sum_{i=3}^5 2^i = 2^3 + 2^4 + 2^5 = 8 + 16 + 32 = 56.$

Exempel. Antag att vi vill beräkna den totala inkomsten i Sverige, då kan vi beteckna inkomsten för person i som y_i och då blir summan av alla personers inkomst i Sverige $= \sum_i y_i$. I detta exemplet så ser du att vi inte explicit skrivt ut den övre index begränsningen, n , vilket då innebär att man tar alla möjliga index. En annan variation du kommer se är $= \sum y_i$ där det då är underförstått

att man skall summera över alla möjliga index.

Summation är en linjär operation:

$$\sum_{i=1}^n (\alpha x_i + \beta y_i) = \alpha \sum_{i=1}^n x_i + \beta \sum_{i=1}^n y_i$$

där α, β är två reella konstanter. Du kan prova bevisa ovanstående genom att skriva ut summan för båda led och därefter visa att de är lika.

Fråga 1. Skriv ut och beräkna följande summor.

a) $\sum_{k=0}^5 (2k + 1)$

b) $\sum_{j=0}^4 3^j$

c) $\sum_{j=3}^7 4$

d) $\sum_{i=0}^3 (i(i + 1) \cdot 3i + 1)$

Fråga 2. Skriv följande summor med ett summatecken.

a) $3 + 6 + 9 + 12 + 15$.

b) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$