

Teoria dos Números e Computação: Uma abordagem utilizando problemas de competições de programação

Antonio Roberto de Campos Junior
Supervisor: Carlos Eduardo Ferreira

Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo

16 de novembro de 2015

Agenda

- 1 Introdução
- 2 Crivo
- 3 Problema
- 4 Curiosidades

Objetivos

- Estudar tópicos específicos relacionados à Teoria dos Números

Objetivos

- Estudar tópicos específicos relacionados à Teoria dos Números
- Criar um material que mostre a aplicação direta dessa teoria na solução de problemas de competições de programação

Objetivos

- Estudar tópicos específicos relacionados à Teoria dos Números
- Criar um material que mostre a aplicação direta dessa teoria na solução de problemas de competições de programação
- Demonstração da teoria e implementação dos algoritmos que resolvem os problemas que serão abordados

Motivação

- Experiência nesse tipo de competição

Motivação

- Experiência nesse tipo de competição
- Falta de um bom material didático nesse molde

Crivo

- 1 Introdução
- 2 Crivo**
- 3 Problema
- 4 Curiosidades

Crivo de Erastótenes

Algoritmo criado pelo matemático **Erastótenes** (a.C. 285-194 a.C.) para o cálculo de números primos até um certo valor limite N . O algoritmo mantém uma tabela com N elementos, e para cada primo, começando pelo número 2, marca na tabela os números compostos múltiplos desses primos. Desse modo, ao final do algoritmo, os elementos não marcados são números primos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figura: Tabela usado no *Crivo de Erastóteles* com $N = 100$.

Pseudocódigo

Algorithm 3 Crivo de Erastótenes para o cálculo de números primos

```
1: procedure CRIVOERASTÓTENES ( $N$ )  
2:    $isPrime[] \leftarrow \text{new Array}[N]$   $\triangleright isPrime[]$  é um vetor booleano  
3:  
4:   for ( $p = 2; p \leq N; p++$ ) do  
5:      $isPrime[p] \leftarrow true$   
6:  
7:   for ( $p = 2; p^2 \leq N; p++$ ) do  
8:     if  $isPrime[p] = false$  then  
9:       continue  
10:    for ( $n = p^2; n \leq N; n = n + p$ ) do  
11:       $isPrime[n] \leftarrow false$   
12:  
13: return  $isPrime[]$ 
```

Problema

- 1 Introdução
- 2 Crivo
- 3 Problema**
- 4 Curiosidades

Problema Exemplo: Goldbach's Conjecture

Link do Problema: https://uva.onlinejudge.org/index.php?option=onlinejudge&page=show_problem&problem=484

Resumo: É dado um número inteiro n ($6 \leq n < 10^6$). O problema consiste em verificar se n pode ser escrito como a soma de dois números primos ímpares. E em caso positivo dizer quais são esses primos.

Solução

Para resolver esse problema basta rodar o **Crivo de Erastótenes** para $N = n$, e fazer uma varredura linear no vetor $isPrime[]$. Se existir um índice a ($6 \leq a \leq n$) tal que $isPrime[a]$ é *true* e $isPrime[n - a]$ também é *true*, então o problema acima tem solução.

Algorithm 5 Sum of odd primes

```
1: procedure SumOfPrimes( $n$ )  
2:    $isPrime[] \leftarrow CrivoErastotenes(n)$   
3:  
4:   for  $i := 6$  to  $n$  do  
5:     if  $isPrime[i]$  e  $isPrime[n - i]$  then  
6:       return  $[i, n - i]$   
7:  
8:   return "No Solution"
```

Figura: Pseudocódigo da solução acima.

Curiosidades

- 1 Introdução
- 2 Crivo
- 3 Problema
- 4 Curiosidades**

Curiosidades da ACM-ICPC

Nos últimos anos a ACM-ICPC teve um crescimento significativo. Se compararmos o número de competidores, temos que de 1997 (ano em que começou o patrocínio da IBM) até 2014 houve um aumento maior que 1500%, totalizando 38160 competidores de 2534 universidades em 101 países ao redor do mundo.

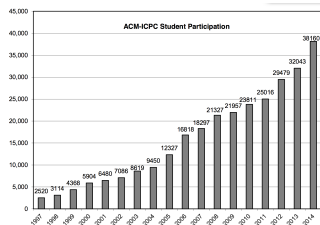


Figura: Crescimento do número de participantes por ano.

Obrigado!!