

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

TRABALHO DE FORMATURA

Teoria dos Números e Computação: Uma abordagem utilizando problemas de competições de programação

Autor:

Antonio R. de Campos Junior

Supervisor:

Dr. Carlos Eduardo Ferreira

*Tese apresentada em cumprimento dos requisitos para o curso
Bacharel em Ciência da Computação*

Instituto de Matemática e Estatística

19 de outubro de 2015

“To raise new questions, new possibilities, to regard old problems from a new angle, requires creative imagination and marks real advance in science.”

Albert Einstein

Resumo

Teoria dos Números é um vasto ramo da matemática que estuda números inteiros. Números primos, fatorização de números inteiros, funções aritméticas, são alguns dos tópicos mais estudados e também importantes para resolução de problemas computacionais.

Hoje em dia a importância da Teoria dos Números na Computação é inquestionável, e desse modo, esse trabalho vem ilustrar como a teoria pode ser aplicada na criação de algoritmos para resolução de problemas computacionais, em especial problemas de competições de programação.

Equações diofantinas, Congruência Modular, Números de Fibonacci, são alguns dos assuntos que serão abordados nesse trabalho. Após a devida demonstração da teoria serão exibidos alguns problemas de competições de programação que aplicam essa teoria, seguido da implementação e análise do algoritmo que resolve o problema abordado.

Agradecimientos

I like to acknowledge ...

Sumário

1	Divisibilidade	1
1.1	Introdução	1
1.2	Números Primos	2
1.3	Máximo Divisor Comum	2
1.4	Crivo de Erastóteles	3
1.5	Problemas Propostos	3
1.5.1	UVA-10407	3
2	Congruência	5
2.1	Congruência	5
2.2	Congruência Linear	5
2.3	Teorema de Fermat, Euler e Wilson	5
2.3.1	Teorema de Fermat	5
2.4	Teorema do Resto Chinês	5
2.5	Problemas Propostos	5
2.5.1	UVA-10090	5
2.5.2	CodeChef-IITK2P10	6
3	Funções Aritméticas	9
3.1	φ de Euler	9
3.2	Sequência de Fibonacci	9
3.3	Problemas Propostos	10
3.3.1	UVA-11424	10
3.3.2	TJU-3506	11
3.3.3	CodeChef-MODEFB	11
3.3.4	UVA-10311	12
3.3.5	Codeforces-227E	12
4	Conclusão	13
A	Curiosidades da ACM-ICPC	15
B	Juízes Online (Online Judges)	17
B.1	UVa	17
B.2	Topcoder	17
B.3	Codeforces	17
B.4	CodeChef	17
	Bibliografia	19

Lista de Figuras

A.1 Crescimento do número de participantes por ano.	16
---	----

Lista de Tabelas

For/Dedicated to/To my...

Capítulo 1

Divisibilidade

1.1 Introdução

Nessa seção vamos descrever algumas definições e propriedades dos números inteiros que serão utilizados ao longo desse trabalho.

Definição 1

Corolário 1 *Dado um subconjunto dos inteiros $S = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n\}$ ordenado crescentemente, e um número inteiro d , tal que, $d|(S_i - S_{i-1})$, $2 \leq i \leq n$.*

Nessas Condições temos que: $d|(S_i - S_j)$, $\forall S_i, S_j \in S$.

Demonstração: Tome $S_i, S_j \in S$ quaisquer, e sem perda de generalidade assumamos que $S_i \geq S_j$ (ie, $i \geq j$, pois S está ordenado crescentemente).

Como $i \geq j$, tome $r \in \mathbb{N}$ como sendo a diferença entre i e j : $i = j + r$.

Vamos agora provar por indução que $d|(S_{j+r} - S_j)$.

Para $r = 0$ ou $r = 1$ a demonstração segue trivialmente.

Assumamos que o corolário funciona para $(r - 1)$, ie, $d|(S_{j+r-1} - S_j)$.

Temos então que:

$$d|(S_{j+r} - S_{j+r-1}) \Rightarrow d|(S_{j+r} - S_{j+r-1}) + (S_{j+r-1} - S_j) \Rightarrow d|(S_{j+r} - S_j)$$

Corolário 2 *O Corolário 1 funciona mesmo se o conjunto S não estiver ordenado.*

Demonstração: Deixaremos a demonstração a cargo do leitor.

Teorema 1 (Teorema da divisão) *Para todo número inteiro a e qualquer número inteiro positivo n , existe inteiros únicos q e r , tal que:*

$$a = qn + r, 0 \leq r < n$$

*O valor q ($q = \lfloor \frac{a}{n} \rfloor$) é chamado de **quociente** da divisão, e o valor r ($r = a \bmod n$) é chamado de **resto** (ou **resíduo**) da divisão.*

Demonstração: Suponha que q e r não sejam únicos, ie, que exista q^* e r^* tal que: $a = q^*n + r^*$, $0 \leq r^* < n$.

$$a = qn + r = q^*n + r^* \Rightarrow (r - r^*) = (q^* - q)n \Rightarrow (r - r^*) \equiv (q^* - q)n \equiv 0 \pmod{n}$$

Porém, como $r \neq r^*$, e tanto r quanto r^* são menores que n , temos que:

$$r \not\equiv r^* \pmod{n} \Rightarrow (r - r^*) \not\equiv 0 \pmod{n}$$

Chegando numa contradição, e assim q e r são únicos \square

1.2 Números Primos

Definição 2 Todo número inteiro n ($n > 1$) que têm apenas dois divisores distintos (1 e n) é chamado de número primo. Se n ($n > 1$) não for primo, dizemos que n é número composto.

Teorema 2 (Fatoração Única) Um número natural qualquer n , pode ser escrito unicamente como um produto da forma: $n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_k^{a_k}$, onde os p_i são números primos, $p_1 < p_2 < \dots < p_k$, e os números a_i são inteiros positivos.

Demonstração: Deixaremos a demonstração a cargo do leitor. **Dica:** Use o fato de que o conjunto dos primos que divide um número inteiro é único, e fato de que se qualquer potência a_i for alterado o valor de n será alterado.

1.3 Máximo Divisor Comum

Definição 3 O Máximo Divisor Comum de dois inteiros quaisquer a e b (com a ou b diferente de zero), denotado por $MDC(a, b)$, é o maior inteiro que divide ambos a e b .

Pseudocódigo:

Algorithm 1 Máximo Divisor Comum

```

1: procedure MMC (A, B)
2:   while  $b \neq 0$  do
3:      $t \leftarrow b$ 
4:      $b \leftarrow a \bmod b$ 
5:      $a \leftarrow t$ 
6:   return a

```

Corolário 3 $MDC(a, b) = d \Rightarrow MDC(a/d, b/d) = 1$

Demonstração:

Teorema 3 (Teorema de Bézout) $\forall a, b \in \mathbb{Z}, \exists x, y \in \mathbb{Z} \mid ax + by = mdc(a, b)$.

Demonstração: De acordo com **Teorema 3**

Corolário 4 Para números inteiros quaisquer a e b , $MDC(a, b) = MDC(a, a \pm b)$

Demonstração: A prova dessa expressão vem do fato de que qualquer divisor de a e b , é também divisor de $(a \pm b)$.

Corolário 5 Para números inteiros quaisquer a e b , temos:

$$MDC(a, b) = 1 \Rightarrow MDC(a, bk) = MDC(a, k), \text{ com } k \in \mathbb{Z}$$

Demonstração: A prova dessa expressão vem do fato de que qualquer divisor d de a e b , é também divisor de k , pois d não divide b ($MDC(a, b) = 1$).

1.4 Crivo de Erastóteles

1.5 Problemas Propostos

1.5.1 UVA-10407

10407 - Simple Division

Resumo: Tome $P(S) := \{x \in \mathbb{Z} \mid \forall a, b \in S, a \equiv b \pmod{x}\}$ em que $S \subset \mathbb{Z}$.

O problema consiste em encontrar o valor máximo de $P(S)$ dado um conjunto S .

Solução: Seja $S = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n\}$, com $n = |S|$, o conjunto dado pelo problema (assumiremos que os valores de S estão ordenados crescentemente).

Tome um número qualquer $d \in P(S)$. Por definição temos que $\forall S_i, S_j \in S, S_i \equiv S_j \pmod{d} \Rightarrow (S_i - S_j) \equiv 0 \pmod{d} \Rightarrow d \mid (S_i - S_j)$.

Pelo **Corolário 1** sabemos que:

$d \mid (S_i - S_{i-1}), \forall i \in \mathbb{N}, 2 \leq i \leq n \Rightarrow d \mid (S_i - S_j), \forall S_i, S_j \in S \Rightarrow d \in P(S)$.

E desse modo, para calcular o valor máximo de $P(S)$ só precisamos calcular o Máximo Divisor Comum das diferenças $(S_i - S_{i-1})$ com i variando de 2 à n \square .

Pseudocódigo:

Algorithm 2 Simple Division

```

1: procedure GETMAXIMUMVALUE (S)
2:    $S \leftarrow \text{sort}(S)$  ▷  $\text{sort}(X)$  retorna o conjunto  $X$  ordenado.
3:    $\text{maxValue} \leftarrow 0$ 
4:   for  $i := 2$  to  $|S|$  do
5:      $\text{maxValue} \leftarrow \text{MDC}(\text{maxValue}, S_i - S_{i-1})$ 
6:   return  $\text{maxValue}$ 

```

Capítulo 2

Congruência

2.1 Congruência

2.2 Congruência Linear

2.3 Teorema de Fermat, Euler e Wilson

2.3.1 Teorema de Fermat

Teorema 4 (Pequeno Teorema de Fermat) *Dado um número primo qualquer p , temos que:*
 $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}, \forall a \in \mathbb{Z} \mid \text{MDC}(a, p) = 1$

Demonstração: Deixaremos a demonstração a cargo do leitor.

Teorema 5 *Dados os inteiros quaisquer a, b, c e um número primo p , com $\text{MDC}(a, p) = 1$, temos que:*

$$a^{b^c} \equiv a^{b^c \bmod (p-1)} \pmod{p}$$

Demonstração: Deixaremos a demonstração a cargo do leitor.

2.4 Teorema do Resto Chinês

Teorema 6 (Teorema do Resto Chinês) *Tome o sistema de congruências lineares:*

$$\begin{aligned} a_1x &\equiv c_1 \pmod{m_1} \\ a_2x &\equiv c_2 \pmod{m_2} \\ a_3x &\equiv c_3 \pmod{m_3} \\ &\dots \\ a_nx &\equiv c_n \pmod{m_n} \end{aligned}$$

Em que $c_i \in \mathbb{Z}$, $\text{MDC}(a_i, m_i) = 1$, e $\text{MDC}(m_i, m_j) = 1$ para $i \neq j$. Nessas condições o sistema acima tem solução única módulo M , em que $M = m_1m_2m_3\dots m_n$.

Demonstração: Deixaremos a demonstração a cargo do leitor.

2.5 Problemas Propostos

2.5.1 UVA-10090

10090 - Marbles

Resumo: É dado um número inteiro n ($0 < n \leq 10^8$). O problema consiste em verificar se n pode, ou não pode, ser escrito como a soma de dois números primos. E em caso afirmativo encontrar o valor desses dois primos.

Solução:

Pseudocódigo:

Algorithm 3 Marbles

1: **procedure** FINDTWOPRIMESUM (N)

Análise:

2.5.2 CodeChef-IITK2P10

IITK2P10 - Chef and Pattern

Resumo: Tome a seguinte função $f_K : \mathbb{N}^* \mapsto \mathbb{N}$:

$$f_K(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = 1 \\ K & \text{se } x = 2 \\ \prod_{i=1}^{x-1} f_K(i) & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

São dados dois número inteiro N, K ($1 \leq N \leq 10^9, 1 \leq K \leq 10^5$). O problema consiste em calcular a expressão: $f_K(N) \bmod p$, em que $p = (10^9 + 7)$.

Solução: Escrevendo os valores dos primeiros termos que a função assume, temos: $f(1) = 1, f(2) = K, f(3) = K, f(4) = K^2, f(5) = K^4, f(6) = K^8, f(7) = K^{16}$.

Provaremos, por indução, que $f_K(N) = K^{2^{N-3}}, N \geq 3$.

Para os primeiros termos essa expressão é trivialmente verificada.

Assuma que a expressão funciona para algum número natural qualquer $(R-1) \geq 3$ ($f_K(R-1) = K^{2^{R-4}}$).

Nessas condições temos que:

$$f_K(R) = \prod_{i=1}^{R-1} f_K(i) = 1 \cdot K \cdot \prod_{i=3}^{R-1} f_K(i) = K \prod_{i=3}^{R-1} K^{2^{i-3}} = K \prod_{j=0}^{R-4} K^{2^j}$$

$$f_K(R) = K K^{\sum_{j=0}^{R-4} 2^j} = K K^{2^{R-3}-1} = K^{2^{R-3}} \quad \square$$

Para calcular o valor de $f_K(N) \bmod p$, podemos aplicar o **Teorema 5**, já que p é um número primo e $\text{MDC}(p, K) = 1$:

$$f_K(N) \bmod p = K^{2^{N-3}} \bmod p = K^{2^{N-3} \bmod (p-1)} \bmod p$$

Reduzindo o problema, dessa maneira, em calcular: $K^{2^{N-3} \bmod (10^9 + 7)}$.

Pseudocódigo:

Algorithm 4 Chef and Pattern

1: **procedure** F (N, K)
2: $p \leftarrow (10^9 + 7)$
3: $exp \leftarrow \text{EXPMOD}(2, N - 3, p - 1)$ $\triangleright exp = 2^{N-3} \bmod (p - 1)$
4: $solution \leftarrow \text{EXPMOD}(K, exp, p)$ $\triangleright solution = K^{2^{N-3} \bmod (p-1)} \bmod p$
5: **return** $solution$

Análise: Como vimos anteriormente, as linhas 3 e 4 do algoritmo consomem tempo proporcional à $O(n \log n)$, e assim a complexidade total é $O(n \log n)$.

Capítulo 3

Funções Aritméticas

3.1 φ de Euler

Definição 4 A Função Totiente de Euler, denotada por $\varphi(n)$, é a função aritmética que conta o número de inteiros positivos menores ou iguais a n que são primos entre si com n .

$$\varphi(n) := |\{x \in \mathbb{N}^* \mid \text{MDC}(x, n) = 1\}|$$

Teorema 7 $\varphi(n^k) = n^{k-1}\varphi(n)$, para inteiros positivos quaisquer n e k . Em particular $\varphi(p^k) = (p^k - p^{k-1})$, para p primo.

Demonstração:

Teorema 8 $\varphi(n)$ é função multiplicativa, ie, $\varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n)$ para $\text{MDC}(m, n) = 1$.

Demonstração:

Teorema 9 (Fórmula Produto de Euler) $\varphi(n) = n \prod_{p|n} (1 - \frac{1}{p})$

Demonstração: Pelo Teorema 2, Teorema 7, Teorema 8 segue as seguintes recorrências:

$$\begin{aligned}\varphi(n) &= \varphi(p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_k^{a_k}) \\ \varphi(n) &= \varphi(p_1^{a_1}) \varphi(p_2^{a_2}) \dots \varphi(p_k^{a_k}) \\ \varphi(n) &= (p_1^{a_1} - p_1^{a_1-1})(p_2^{a_2} - p_2^{a_2-1}) \dots (p_k^{a_k} - p_k^{a_k-1}) \\ \varphi(n) &= p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_k^{a_k} (1 - 1/p_1)(1 - 1/p_2) \dots (1 - 1/p_k) \\ \varphi(n) &= n \prod_{p|n} (1 - \frac{1}{p}) \quad \square\end{aligned}$$

3.2 Sequência de Fibonacci

Definição 5 A sequência de Fibonacci Fib_n é uma sequência de números inteiros positivos em que cada termo subsequente corresponde a soma dos dois termos anteriores.

$$Fib_n := \begin{cases} 1 & \text{se } n = 1 \text{ ou } n = 2 \\ Fib_{n-1} + Fib_{n-2} & \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Corolário 6 $\text{MDC}(Fib_n, Fib_{n-1}) = 1$, para $n \geq 2$

Demonstração: Tome os primeiros termos da sequência de fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, Claramente a expressão acima funciona para os primeiros termos. Assuma que a expressão funciona para um inteiro qualquer $(k-1) > 2$ ($\text{MDC}(Fib_{k-1}, Fib_{k-2}) = 1$).

Provaremos por indução que a expressão sempre funciona.

$$\text{MDC}(Fib_k, Fib_{k-1}) = \text{MDC}(Fib_{k-1} + Fib_{k-2}, Fib_{k-1})$$

$$\text{MDC}(Fib_{k-1} + Fib_{k-2}, Fib_{k-1}) = \text{MDC}(Fib_{k-2}, Fib_{k-1}) \quad (\triangleright \text{Pelo Corolário 4})$$

Logo, temos que:

$$\text{MDC}(Fib_k, Fib_{k-1}) = \text{MDC}(Fib_{k-2}, Fib_{k-1}) = 1 \quad \square$$

Corolário 7 $Fib_{m+n} = Fib_m Fib_{n+1} + Fib_{m-1} Fib_n$

Demonstração: Provaremos esse corolário por indução no índice n .

A base da indução será, $n = 2$:

$$Fib_{m+2} = Fib_m + Fib_{m+1} = Fib_m + Fib_m + Fib_{m-1}$$

$$Fib_{m+2} = 2Fib_m + 1Fib_{m-1} = Fib_m Fib_3 + Fib_{m-1} Fib_2$$

Assumindo que a expressão funciona para todos os valores menores que n , temos:

$$Fib_{m+n} = Fib_{m+n-2} + Fib_{m+n-1}$$

$$Fib_{m+n} = (Fib_m Fib_{n-1} + Fib_{m-1} Fib_{n-2}) + (Fib_m Fib_n + Fib_{m-1} Fib_{n-1})$$

$$Fib_{m+n} = Fib_m (Fib_{n-1} + Fib_n) + Fib_{m-1} (Fib_{n-2} + Fib_{n-1})$$

$$Fib_{m+n} = Fib_m Fib_{n+1} + Fib_{m-1} Fib_n \quad \square$$

Teorema 10 $MDC(Fib_m, Fib_n) = Fib(MDC(m, n)), \forall m, n \in \mathbb{Z}$

Demonstração: Primeiro escreva $n = qm + r, 0 \leq r < m$ (**Teorema 1**). Assim temos:

$$MDC(Fib_m, Fib_n) = MDC(Fib_m, Fib_{qm+r})$$

$$MDC(Fib_m, Fib_n) = MDC(Fib_m, Fib_{qm} Fib_{r+1} + Fib_{qm-1} Fib_r) \quad (\triangleright \text{Corolário 7}).$$

$$MDC(Fib_m, Fib_n) = MDC(Fib_m, Fib_{qm-1} Fib_r)$$

$$MDC(Fib_m, Fib_n) = MDC(Fib_m, Fib_r) \quad (\triangleright \text{Corolário 5}).$$

3.3 Problemas Propostos

3.3.1 UVA-11424

11424 - GCD - Extreme (I)

Resumo: É dado um inteiro positivo N ($1 < N < 200001$). O problema consiste em calcular o mais rápido possível a expressão:

$$G(N) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N MDC(i, j).$$

Solução: Trivialmente a expressão acima pode ser calculada em tempo proporcional à $O(n^2 \log(N))$, porém essa solução consome muito tempo e não será aceita no Judge Online. Vamos então mostrar uma solução mais eficiente.

Primeiramente reescrevemos a expressão acima da seguinte maneira:

$$G(N) = \sum_{j=2}^N \sum_{i=1}^{j-1} MDC(i, j) \quad (\triangleright \text{Observe que as expressões são equivalentes}).$$

$$\text{Tome agora a função } F(M) = \sum_{i=1}^{M-1} MDC(i, M) \Rightarrow G(N) = \sum_{j=2}^N F(j).$$

Sabemos que todos os valores resultantes do método $MDC(i, M)$ calculados em $F(M)$ são divisores de M . Desse modo, podemos reescrever $F(M)$ da seguinte maneira:

$F(M) = \sum_{i=1}^{M-1} MDC(i, M) = \sum_{l=1}^n \lambda_l d_l$, em que, d_1, d_2, \dots, d_n são os divisores de M , λ_l é o número de vezes que o divisor d_l aparece na somatória $\sum_{i=1}^{M-1} MDC(i, N)$, e n é o número de divisores de M .

Pelo Corolário 3 temos que: $MDC(i, M) = d_l \Rightarrow MDC(i/d_l, M/d_l) = 1$. Logo o número de vezes que o divisor d_l aparece na somatória, será igual ao número de primos entre si com (M/d_l) , ie, $\lambda_l = \varphi(M/d_l)$.

Reescrevendo novamente $F(M)$, temos:

$$F(M) = \sum_{i=1}^{M-1} MDC(i, M) = \sum_{l=1}^n \lambda_l d_l = \sum_{l=1}^n \varphi(M/d_l) d_l.$$

$$G(N) = \sum_{j=2}^N \sum_{l=1}^n \varphi(j/d_l) d_l \square.$$

Pseudocódigo:

Algorithm 5 GCD - Etreme(I)

```

1: procedure G (N)
2:    $\varphi[] \leftarrow PHI(N)$ 
3:    $solution \leftarrow 0$ 
4:   for  $j := 2$  to  $N$  do
5:     for each divisor  $d$  de  $j$  do
6:        $solution \leftarrow solution + \varphi[j/d]d$ 
7:   return  $solution$ 

```

Análise: O método $PHI(N)$ na linha 2 consome tempo proporcional à $O(N\sqrt{N})$.

O número de divisores de j é proporcional à $O(\sqrt{N})$, já que $j \leq N$.

Assim a complexidade das linhas 4, 5, 6 do algoritmo é $O(N\sqrt{N})$.

Complexidade final do algoritmo: $O(N\sqrt{N})$.

OBS.: Para resolver o problema no Judge Online será preciso armazenar as soluções usando **Programação Dinâmica**.

3.3.2 TJU-3506

3506 - Euler Function

Resumo: São dados dois números positivos n, m ($1 < n < 10^7, 1 < m < 10^9$). O problema consiste em calcular a expressão: $\varphi(n^m) \bmod 201004$.

Solução: Pelo **Teorema 7**

Pseudocódigo:

Algorithm 6 GCD - Etreme(I)

```

1: procedure G (N)
2:    $\varphi[] \leftarrow PHI(N)$ 
3:    $solution \leftarrow 0$ 
4:   for  $j := 2$  to  $N$  do
5:     for each divisor  $d$  de  $j$  do
6:        $solution \leftarrow solution + \varphi[j/d]d$ 
7:   return  $solution$ 

```

Análise:

3.3.3 CodeChef-MODEFB

71544 - Another Fibonacci

Resumo: São dados dois números inteiros N, K ($1 \leq N \leq 50000, 1 \leq K \leq N$) e um conjunto $S \subset \mathbb{N}$ com N elementos, tal que, $\forall s \in S, 1 \leq s \leq 10^9$. O problema consiste em calcular a expressão: $F(S) = \sum_{A \subset S \text{ e } |A|=K} Fib(sum(A))$, onde $sum(A) = \sum_{a \in A} a$.

Solução:

Pseudocódigo:

Algorithm 7 Another Fibonacci

1: **procedure** F (S)

Análise:

3.3.4 UVA-10311

10311 - Goldbach and Euler

Resumo: É dado um número inteiro n ($0 < n \leq 10^8$). O problema consiste em verificar se n pode, ou não pode, ser escrito como a soma de dois números primos. E em caso afirmativo encontrar o valor desses dois primos.

Solução:

Pseudocódigo:

Algorithm 8 Goldbach and Euler

1: **procedure** FINDTWOPRIMESUM (N)

Análise:

3.3.5 Codeforces-227E

227E - Anniversary

Resumo:

É dado um número inteiro n ($0 < n \leq 10^8$). O problema consiste em verificar se n pode, ou não pode, ser escrito como a soma de dois números primos. E em caso afirmativo encontrar o valor desses dois primos.

Solução:

Pseudocódigo:

Algorithm 9 Goldbach and Euler

1: **procedure** FINDTWOPRIMESUM (N)

Análise:

Capítulo 4

Conclusão

...

Apêndice A

Curiosidades da ACM-ICPC

ACM-ICPC (International Collegiate Programming Contest) é uma competição de programação de várias etapas e baseada em equipe. O principal objetivo é encontrar algoritmos eficientes, que resolvem os problemas abordados pela competição, o mais rápido possível.

Nos últimos anos a ACM-ICPC teve um crescimento significativo. Se compararmos o número de competidores, temos que de 1997 (ano em que começou o patrocínio da IBM) até 2014 houve um aumento maior que 1500%, totalizando 38160 competidores de 2534 universidades em 101 países ao redor do mundo.

Para mais informações sobre as competições passadas acesse icpc.baylor.edu.

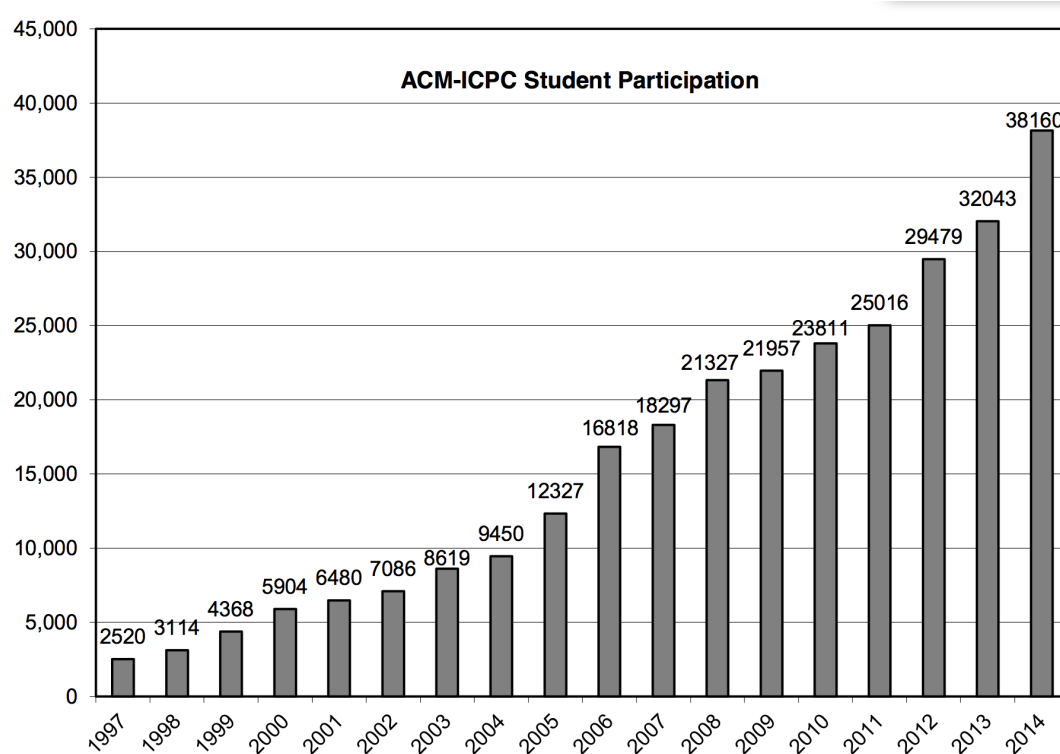


FIGURA A.1: Crescimento do número de participantes por ano.

Apêndice B

Juízes Online (Online Judges)

Online Judges são plataformas online que contam com um banco de dados com diversos tipos de problemas de competições de programação, e com um sistema de correção online.

Para afirmar que sua solução está correta, basta enviar o código fonte da sua solução (em geral escrito em C++ ou JAVA) para uma dessas plataformas.

Alguns desses Online Judges são citados em seguida.

B.1 UVa

Criado em 1995 pelo matemático Miguel Ángel Revilla, é atualmente um dos Online Judges mais famoso entre os participantes da ACM-ICPC.

É hospedado pela [Universidade de Valhadolide](https://uva.onlinejudge.org/) e conta com mais de 100000 usuários registrados.

Site: <https://uva.onlinejudge.org/>

B.2 Topcoder

Empresa que administra competições de programação nas linguagens Java, C++ e C#.

É responsável também por aplicar competições de design e desenvolvimento de software.

Site: <https://www.topcoder.com/>

B.3 Codeforces

Site Russo dedicado competições de programação.

Em 2013, Codeforces superou Topcoder com relação ao número de usuários ativos, apesar de ter sido criado quase 10 anos depois.

O estilo de problemas que esse site aplica é similar aos problemas encontrados na ACM-ICPC.

Site: <http://codeforces.com/>

B.4 CodeChef

Iniciativa educacional sem fins lucrativos lançada em 2009 pela [Direct](https://www.codechef.com/).

É uma plataforma de programação competitiva que suporta mais de 35 linguagens de programação.

Site: <https://www.codechef.com/>

Bibliografia

- Arnold, A. S. et al. (1998). "A Simple Extended-Cavity Diode Laser". Em: *Review of Scientific Instruments* 69.3, pp. 1236–1239. URL: <http://link.aip.org/link/?RSI/69/1236/1>.
- Hawthorn, C. J., K. P. Weber e R. E. Scholten (2001). "Littrow Configuration Tunable External Cavity Diode Laser with Fixed Direction Output Beam". Em: *Review of Scientific Instruments* 72.12, pp. 4477–4479. URL: <http://link.aip.org/link/?RSI/72/4477/1>.
- Wieman, Carl E. e Leo Hollberg (1991). "Using Diode Lasers for Atomic Physics". Em: *Review of Scientific Instruments* 62.1, pp. 1–20. URL: <http://link.aip.org/link/?RSI/62/1/1>.