MD-FORMULARIO.pdf

antoniommff

Matemática Discreta

2º Grado en Ingeniería Informática - Ingeniería del Software

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Universidad de Sevilla

Tema 1

L.a.m: $\sum \partial(v) = 2a$

$\partial(v)$: VALENCIA DEL VÉRTICE "V"

v : VÉRTICE

a : Nº DE ARISTAS

n : Nº DE VÉRTICES

Alg. Havel-Hakimi:

Para una lista decreciente $(a_1, \ldots a_n)$

Mientras $a_1 > 0$ {

Eliminar elem. a_1 de la lista

Restar 1 a los a_1 primeros elem. de la lista

Ordenamos la nueva lista

}

Devolvemos la lista

Es una S.G. si {

Es una lista de ceros.

ó posee un nº par de valencias impares

ó NO posee valencias 0 y n-1 a la vez

}

Tipos de grafos:

- GRAFO TRIVIAL : sin aristas
- GRAFO K-REGULAR : vértices con mismas $\partial(v)$

CICLO C_n : vert. con valencia 1

COMPLETO K_n : vert. con valencia n-1

n : nº de vértices

$\partial(v) = n-1$: valencia

$a = \frac{n(n-1)}{2}$: nº de aristas

- ÁRBOL : grafo sin ciclos
- GRAFO BIPARTITO : ¡¡todos los grafos C_n con n par!!
- GRAFO BIPARTITO COMPLETO $K_{n,m}$:

n : nº vértices de un subgrafo

m : nº vértices del otro subgrafo

$\partial(v)_n = m$: valencia de vértices n

$\partial(v)_m = n$: valencia de vértices m

$a = m \cdot n$: nº de aristas

$\sum \partial(v) = 2a \quad m \cdot n + n \cdot m = 2a \quad \cancel{2} mn = \cancel{2} a$

Isomorfismo

→ Si G y G' son isomorfos $G \sim G'$ si para $\{u,v\} \ni \{f(u), f(v)\}$

- = nº de vértices
- = nº de aristas
- = lista de grados
- = nº de comp. conexas
- = nº de ciclos en vértices con mismas valencias

$G \sim G' \Leftrightarrow \overline{G} \sim \overline{G'}$

Grafos autocompl. $G \sim \overline{G}$

→ Si G es autocomplementario, $\overline{G}$ es su grafo isomorfo.

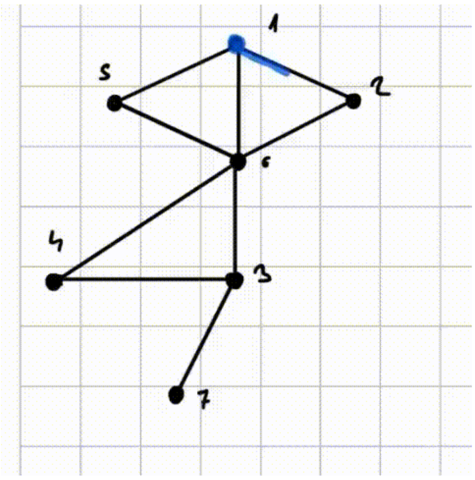
¿DÍA DE CLASES infinitas?

WRIGLEY'S Orbit

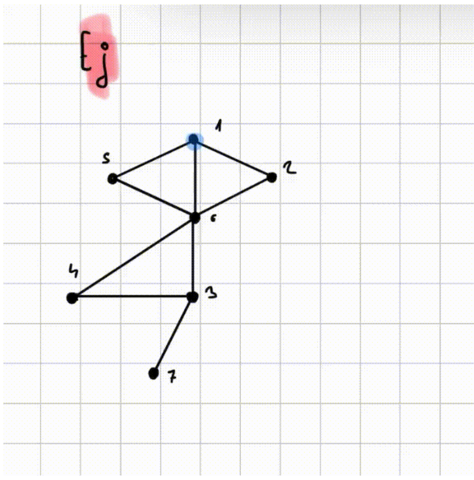
masca y fluye

Tema 2

DFS



BFS



N° de ***clique*** (ω): n° de vértices del mayor subgrafo completo.

N° de ***independencia*** (α): n° de vértices del mayor conjunto de vértices independientes.

Excentricidad e de un vértice *v*, es la mayor distancia desde v al resto de vértices del grafo.
Radio de un grafo: la menor excentricidad
Diámetro: la mayor excentricidad
Centro: conjunto de vértices con menor excentricidad
Periferia: conjunto de vértices con mayor excentricidad

Alg. Tarjan (comp. fuertemente conexas)

1. Aplicar DFS sobre G. Crear lista de vértices ordenados según se van eliminando de la pila: "ℓ".
2. Obtener grafo transpuesto GT a partir de "ℓ"
3. Aplicar DFS sobre GT, eligiendo los vértices en orden contrario al que aparecen en ℓ.

Teorema de Whitney

$$\kappa(G) \leq \lambda(G) \leq \partial_{min}(G)$$

Teorema de Menger

La conectividad de un grafo coincide con el número de caminos disjuntos que hay entre los dos vértices del grafo que están conectados por menos caminos disjuntos.

Tema 3

Propiedades árboles m-arios:

$h \leq m^p \longrightarrow p \geq \log_m h$ h: nº hojas p: altura

$n = m \cdot i + 1$ n: nº vértices i: nº vértices internos

Alg. Kruskal (minimum spanning-tree):

1. Obtenemos lista de aristas según su peso (ℓ)
2. Obtenemos tabla ordenada de vértices (t)
3. Por cada arista en "ℓ", mientras los vértices de "t" no tengan mismo orden:
   - Asignamos a ambos vértices de t el orden del menor
   - Si hay más elem. de "t" con el orden del elem. mayor, también se cambia el orden

Alg. Djikstra (shortest path):

1. Obtenemos tabla con los vértices, la base (vértice desde el que veremos el peso de la arista) y arista (arista de peso mínimo)
2. Elegimos el vértice desde el que queremos calcular peso mínimo.
3. Por cada base, hasta que se hayan cubierto todos los vértices:
   - Si el vértice [i] es ady. con la base añadimos la distancia a la tabla. distancia [i] = distancia + distancia [i]
   - Elegimos vértice con menor distancia como base.
   - Elegimos la arista = {base_antigua, base_nueva} como arista.

Tema 4

Propiedades planaridad

Si G tiene **c** caras y **a** aristas: **$3c \leq 2a$**

Si G tiene **a** aristas y **c** caras , cada una delimitada al menos por **d** aristas: **$dc \leq 2a$** (generalización)

Fórmula de Euler

G=(V,A) plano y conexo, con **c** caras, **a** aristas y **n** vértices: **$n + c = a + 2$**

G=(V,A) plano con **d** componentes conexas: **$n + c = a + d + 1$**

Test de planaridad

Si G=(V,A) es un grafo plano maximal, con n >= 3: **$a \leq 3n - 6$**

Teorema de Kuratowski

Un grafo es plano syss, ***no*** contiene ningún subgrafo isomorfo a **K5** ni a **K3,3**, ni a **subdivisiones** de ellos**.

Teorema de Wagner

Un grafo es plano syss, ***no*** contiene ningún subgrafo que se pueda **contraer** a K5 o K3,3

Grafo dual G*=(V*, A*)

- Cada **cara** de G se identifica con un **vértice** de G*
- Cada **arista** de G se identifica con una **arista** de G*, que pasa entre los dos vértices de la arista de G que separa dos caras.

G	G*
n	**n* = c**
a	**a* = a**
c (n° caras)	**c* = n**

Todo grafo plano es 4-coloreable χ**(G*) ≤ 4**

Dado un grafo G con n_v valencias impares:

$\boxed{n\ \text{veces} = \frac{n_v}{2} - 1}$ $\boxed{n\ \text{TRAZOS} = \frac{n_v}{2}$}

En nº de veces que se necesita levantar el lápiz para dibujar el grafo es n veces.

Tema 5

Grafos eulerianos

Grafos eulerianos

1. **Es conexo**
2. **Todos sus vértices son pares** (tiene valencia par)

Grafos semieulerianos

1. **Es conexo**
2. **Tiene exactamente 2 vértices son impares**

Grafos hammiltonianos

Grafos Hamiltonianos

1. **Es conexo**
2. **d(G) >= 2**
3. **No tiene vértices de corte**
4. **Al eliminar c vértices (c>1) no pueden aparecer más de c componentes conexas**

Grafos Semihamiltonianos

1. **Es conexo**
2. **Como máximo tiene dos vértices con d=1, el resto tendrán d >= 2**
3. **No tiene vértices de corte cuya eliminación de lugar a más de dos componentes conexas.**
4. **Al eliminar c vértices (c>1) no pueden aparecer más de c+1 componentes conexas.**

*** Si G = $K_{m,n}$, con $n=m$**

¡¡Cuidado, sólo son *condiciones necesarias y no suficientes*! Si un grado no cumple estas propiedades NO será hamiltoniano/euleriano, pero si las cumple no tienen porqué serlo.

Condiciones suficientes: teorema de Dirac

Grafos Hamiltonianos

Si G tiene n ≥ 3 y δ_{min}(G) ≥ n/2

Grafos Semihamiltonianos

Si G tiene n ≥ 3 y δ_{min}(G) ≥ (n-1)/2

Tema 6

Tª de Brooks

1. **$\omega(G) \leq \chi(G) \leq \Delta$, $\forall\ G \neq K_n, C_{2n+1}$**
2. **$\chi(K_n) = 1 + \Delta = n$**
3. **$d_{min} + 1 \leq \chi(C_{2n+1}) \leq 1 + \Delta$**

Grafos bipartitos

G es ***bipartito syss:***

1. **No admite ciclos de longitud impar**.
2. Ó **$\chi(G) = 2$**
3. Ó **$\chi 1(G) = \Delta$**

Teorema de Vizing

$\Delta \leq \chi 1(G) \leq \Delta + 1$, $\forall\ G \neq K_n$

$$\chi^1(K_n) = \begin{cases} n-1 & si\ \ n = 2k \\ n & si\ \ n = 2k+1 \end{cases}$$

n es par
n es impar

Tª de Hall

$|P| \leq |T(P)|$ siendo P: vértices del un grafo G T(P) : vértices a los que llega P

Alg. de árbol de camino aumentante

1. Obtener emparejamiento "M" cualquiera de G. P → T(P)
2. Obtener los vertices p[i] no emparejados
3. Por cada vértice no emparejado, obtener arbol de cam. alternado.
   - Arbol de cam. alternado: desde el 1er vértice, ir alternando aristas "nuevas" y aristas del emparejamiento.
   - Obtener un nuevo emparejamiento M' = M ∪ {nuevas aristas del árbol}