Algoritmos Numéricos DI/CT/UFES

Roteiro para a Aula de Laboratório sobre Resolução de Sistemas lineares (parte 2)

Objetivo: Entender a estratégia de pivoteamento e comparar a solução de alguns sistemas lineares com e sem o emprego da técnica de pivoteamento.

Os experimentos

Usando os códigos elimGaussSemPivot.m e elimGaussCOMPivot.m fornecidos, comparar a solução de alguns sistemas lineares obtidos pelo método direto de Eliminação de Gauss com e sem a técnica de pivoteamento. Para fazer a comparação, o erro das soluções obtidas usando a Eliminação de Gauss sem e com estratégia de pivoteamento deverá ser calculada. Para rodar vários exemplos e poder fazer comparações para sistemas lineares quadrados Ax=b, de várias dimensões, criei uma função (script do tipo function) que gera um sistema linear de dimensão n (parâmetro a ser fornecido na chamada da function) cujos elementos são quaisquer e são gerados aleatoriamente entre 0 e 1. Além disso, com o objetivo de criar sistemas cuja solução seja previamente conhecida (para fins de comparações didáticas) o vetor b é gerado fazendo o produto da matriz A com um vetor todo unitário (ver detalhes no arquivo geraexemploRAND.m).

Para ajudar a rodar os experimentos, criei, também, um script (chamado de menu.m) que poderá ser usado para guiar a realização das tarefas. Este script deverá ser complementado por vocês com os comandos pertinentes de forma a executar o que se pede.

1. Rode o método de eliminação de Gauss ingênua (com o código elimGaussSemPivot.m fornecido ou com a sua própria implementação) para resolver o sistema linear A1x = b1 com a matriz e vetor dados abaixo:

```
A1=[10 -2 1; 5 2 5; -1 -1 0];
b1=[0; 4; 1];
```

2. Rode o método de eliminação de Gauss ingênua para resolver o sistema linear A2x = b2, com a matriz A2 dada abaixo:

```
A2=[ 1.8 10 0.3 4 1.0 1.0 3.4;

1.0 0.3 0.5 2.0 4.0 11.0 2.5;

5.5 1.1 5.0 0.0 4.7 1.0 -8.3;

17.0 2.3 3.0 8.2 4.0 1.0 12.5;

905.0 0.3 31.0 -6.2 7.0 1.0 7.8;

7777 7.0 8.0 -2.2 0.0 3.0 4.0;

47 7.0 8.0 -2.2 0.0 3.0 4.0]
```

o vetor b2 é gerado dentro do arquivo menu.m Anote e transcreva os resultados.

3. Rode o código elimGaussSemPivot.m para obter a solução do sistema A = b, com a matriz A e vetor b dados abaixo:

```
A=[ -3 8 -2 3; 0.47 -2 6 2; -2 3 1 6; 70 -1 2 3];
b=[ 6; 6.47; 8; 74];
```

4. Sabendo que a solução exata do sistema Ax = b, acima, é o vetor $x=[1\ 1\ 1\ 1]$, inclua no script fornecido, linhas de comandos que façam o cálculo do erro verdadeiro

relativo da solução obtida com a eliminação sem pivotamento (relativo ao exato). Observe que o erro verdadeiro relativo (Ev,rel) pode ser calculado fazendo a comparação relativa componente a componente ou calculando, inicialmente, a diferença (d) entre o vetor solução obtido e a solução exata, isto é, via: d = xobtido - xexato e, em seguida, tomando a norma do vetor d (||d||) relativa à norma do vetor exato, isto é, via:

$$|Ev, rel| = ||d||/||xexato||$$

Use esta definição para calcular o erro verdadeiro relativo. Anote e transcreva os resultados.

5. Usando o script geraexemploRAND.m fornecido, gere um sistema de dimensão n=5 (para entender, gere por exemplo, na linha de comandos, um sistema de dimensão n=3, isto é, faça:

>>[A3,b3]= geraexemploRAND(3)

E, em seguida, obtenha a solução deste sistema Ax = b, de dimensão n= 5 gerado pela function geraexemploRAND.m, via Eliminação de Gauss sem e com pivoteamento e calcule o erro (relativo à solução exata) da solução obtida pelo método de eliminação de Gauss sem pivoteamento e, também, da solução obtida pelo método de eliminação de Gauss COM pivoteamento, para o problema gerado acima. Anote e transcreva os resultados.

6. Complete o script menu.m, na opção 6 do menu, de forma a gerar sistemas Ax = b, com A e b fornecidos pela execução da function geraexemploRAND.m e calcular o erro (relativo à solução exata) da solução obtida pelo método de eliminação de Gauss sem pivoteamento e, também, da solução obtida pelo método de eliminação de Gauss COM pivoteamento, para problemas de dimensão n = 10, 20, 30 e 40. Anote e transcreva os resultados.

O que entregar/enviar: um documento relatando todos os experimentos, em pdf. Neste relatório, para cada experimento, deve-se descrever o problema que está sendo abordado e os resultados obtidos.