Algoritmos Numéricos DI/CT/UFES
Roteiro para a aula de laboratório
sobre Raízes de funções.

PARTE 1 Método da bisseção

Para lembrar os conceitos e os métodos, refaça o exercício abaixo, inicialmente na "mão." Se quiser, veja os slides, para ajudar. Para ver os slides abra no modo de visualização (e não no pdf "corrido").

1. Seja a função $f(x) = \sqrt{x} - 5e^{-x}$
   Pela análise gráfica, sabe se que há uma raíz em $I = [1.0, 2.0]$. Partindo deste intervalo, obtenha uma aproximação para a raíz de $f(x)$, pelo método da bisseção, fazendo 4 iterações do método da bisseção.

2. Agora use o script disponibilzado (arquivo do octave) para resolver o problema. Olhe a implementação do código bissecao.m fornecido e entenda a sua construção. No código fornecido, o último argumento de entrada é uma função (matemática).

   (a) Obter a raíz de $f(x) = \sqrt{x} - 5e^{-x}$, pelo método da bisseção com precisão $tol = 10^{-5}$, partindo de $I = [1.0, 2.0]$. Para isso, na janela de comandos do octave, rode o método da bisseção com $a = 1.0$, com $b = 2.0$ e $tol = 10^{-5} = 0.00001$, isto é, execute os seguintes comandos:

```
>> f1   =  @(x)   sqrt(x) - 5*exp(-x);
>> r = bissecao(1.0, 2.0, 0.00001, f1)
```

   Nos comandos acima, observe que primeiro se definiu a função a ser usada (é o último argumento da bisssecao). A função "matemática " foi, neste caso, "denominada" de f1. Para definir uma expressão matemática, basta usar a seguinte sintaxe:

```
Sintaxe:
<nomefunçao> =  @(x)   <expressao>
Exemplos:
>> q    =  @(x)   x^2
>> f1   =  @(x)   sqrt(x) - 5*exp(-x);
>> g    =  @(x)   x^3- exp(x)
>> glin =  @(x)  3*x.^2- exp(x);
```

   OBS: exp(x) se refere, no octave, à função e^x.
   Por exemplo, só para entender a sintaxe, tendo digitado na linha de comandos as definições acima, faça:

```
>>q(2)
>>f1(0)
>>f1(1)
>>f1(2)
```

   (b) Explique o comportamento da sequencia, ao executar o método da bisseção para a função acima porém usando $I = [4.0, 5.0]$.

3. **(a)** Localize graficamente a(s) raízes de $f(x) = sen x - x^2 + 1$ indicando, em um par de eixos cartesianos, os intervalo(s) (de tamanho, no máximo, igual a 1) onde se encontra(m) a(s) raíz(es). **(b)** Obtenha a menor raiz com precisão $tol = 10^{-15}$, pelo método da bisseção. **(c)** Obtenha a maior raiz com precisão $tol = 10^{-15}$, pelo método da bisseção.

PARTE 2 O Método da Tangente

Agora use o script disponibilzado (arquivo do octave chamado tangente) que traz uma implementação (inicial) do método tangente, uma versão que faz uma quantidade fixa de iterações.

1. **(a)** Usando a implementação do método da tangente fornecida (tangente.m) obtenha a raíz de $f(x) = \sqrt{x} - 5e^{-x}$ usando $x_0 = 2.0$ e fazendo 10 iterações, isto é, faça as seguintes execuções:

   ```
   >> f1   =  @(x)   sqrt(x) - 5*exp(-x);
   >> df1  =  @(x) ((0.5)*(x)^(-0.5) ) + 5*exp(-x);
   >> r = tangente(2.0, 10, f1, df1)
   ```

   Observe que na implementação fornecida do método da tangente, os dois últimos argumentos são as funções ($f(x)$ e $f'(x)$). Assim, as expressões de $f(x)$ e $f'(x)$ devem estar previamente definidas e deverão ser passadas como argumentos de entrada.

   (b) Repita o processo usando $x_0 = 1.0$, isto é, execute:

   ```
   >> r=tangente(1.0, 10, f1, df1)
   ```

2. A implementação do método da tangente fornecida faz uma quantidade fixa de iterações. Implementar uma nova versão de forma que o processo iterativo pare quando a distância relativa entre dois valores gerados (x^k e x^{k+1}) seja inferior a um dado valor fornecido, isto é, verificando o seguinte critério:
   PARAR quando $\frac{|x_{k+1} - x_k|}{|x_{k+1}|} \leq tol$
   (a) Rode o seu código para o obter a raíz de $f(x) = \sqrt{x} - 5e^{-x}$, com $tol = 10^{-10}$ e $x_0 = 2.0$,.
   (b) Use, agora, os seguintes chutes iniciais: $x_0 = 1.0$, em seguida, $x_0 = 3.0$.

3. **(a)** Localize, graficamente, a(s) raízes de de $f(x) = x^3 - e^x$ e rode o seu código (do método da tangente) para obter, com o chute inicial que quiser:
   (b) a menor raiz com precisão $tol = 10^{-15}$
   (c) a maior raiz com precisão $tol = 10^{-15}$
   Para cada ponto de partida (chute inicial) observer a sequência de aproximações gerada.