Algoritmos Numéricos DI/CT/UFES

Roteiro da Aula de Laboratório sobre os Métodos de Runge Kutta (de 2^a ordem e de 4^a ordem) para resolver EDOs.

O objetivo deste roteiro é guiar o estudo dos métodos numéricos de Runge Kutta de 2^a ordem e de 4^a ordem para resolver uma EDO de 1^a ordem, com valor inicial (PVI) do tipo abaixo:

$$\begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(a) = y(x_0) = y_a \end{cases}$$

em $D = [a, b]$.

1. Ver os slides e/ou notas de notas de aulas sobre os métodos de Runge Kutta de 2^a ordem e de 4^a ordem e fazer os exercícios abaixo. O exercício abaixo deve ser feitos à mão (se quiserem podem, é claro, usar os códigos disponibilizados para conferir os resultados). Dado o PVI abaixo (exemplo dos slides).

$$\begin{cases} y' = -x/y \\ y(1.0) = 4.0 \end{cases}$$

(a) Resolva pelo método de Runge Kutta de 2^a ordem em $D = [1.0, 2.2]$, dando $m = 2$ passos (2 subdivisões do domínio, ou seja, $h = (2.2 - 1.0)/2 = 0.6$).
(b) Resolva pelo método de Runge Kutta de 4^a ordem, em $I = [1.0, 2.2]$, dando $m = 2$ passos (2 subdivisões do domínio).

2. Implemente o método de Runge Kutta de 2^a ordem e determine a solução do PVI abaixo

$$\begin{cases} y' = -x/y \\ y(1.0) = 4.0 \end{cases}$$

em $D = [1.0, 2.2]$ com $m = 12$.

Observe que o método implementado deve ser tal que os dados de entrada serão: a, b, y_a, m e f, onde m é o tamanho da partição do domínio. Os dados de saída devem ser: um vetor com a partição do dominio e um outro vetor com os valores de Y para esta partição.
Assim, por exemplo, a chamada de uma função que tenha sido gravada com o nome de RK2.m e com parametros de entrada na seguinte ordem (a, b, ya, m ,f), para o problema acima, com $m = 12$, ficaria:

```
>> f = @(x,y) -x/y;
>> m = 12
>> [X,YRK2]  = RK2( 1.0, 2.2, 4.0, m ,f)
```

3. Implemente o método de Runge Kutta de 4^a ordem e determine a solução do PVI abaixo

$$\begin{cases} y' = -x/y \\ y(1.0) = 4.0 \end{cases}$$

em $D = [1.0, 2.2]$, com $m = 12$

Observe que o método implementado deve ser tal que os dados de entrada serão: a, b, y_a, m e f, onde m é o tamanho da partição do domínio. Os dados de saída devem ser: um vetor com a partição do dominio e um outro vetor com os valores de Y para esta partição.
Assim, por exemplo, a chamada de uma função, para o problema acima, com $m = 12$, ficaria:

```
>> f = @(x,y) -x/y;
>> [X,YRK4]  = RK4( 1.0, 2.2, 4.0, 12 ,f)
```

4. Com as implementações dos métodos de Euler, de Taylor de 2^a ordem, de Runge Kutta de 2^a ordem e de Runge Kutta de 4^a ordem:

(a) determinar a solução do PVI:

$$\begin{cases} y' = f(x,y) = -x * y \\ y(a=0) = y_0 = 1.0 \end{cases}$$

Em $D = [0.0, 1.0]$, com $m = 10$, pelo 4 métodos, com $m = 10$,

(b) Sabendo que a solução exata do problema acima é:

$$y_{ex}(x) = e^{-(x^2/2)}$$

Calcule o erro verdadeiro (em módulo) da solução obtida por cada um dos métodos em cada ponto x_i da discretização, com $m = 10$.

Lembrando que o erro verdadeiro (em módulo) é calculado por :

$$Erro(x_i) = |y_{ex}(x_i) - y_{Metodo}(x_i)|$$

Por exemplo, para o método de Euler seria

$$Erro(x_i) = |y_{ex}(x_i) - y_{Euler}(x_i)|$$

para Runge Kutta de 2a ordem:

$$Erro(x_i) = |y_{ex}(x_i) - y_{RK2}(x_i)|$$

e assim por diante.