Instituto Tecnológico de Estudios Superiores Monterrey

CAMPUS PUEBLA

Emprendimiento tecnológico

(Gpo 501)

Actividad 2 (Espacio de estados)

Profesor

Alfredo García Suárez

Alumno

Antonio Silva Martínez - A01173663

Fecha:

8 de Abril del 2024

Instrucciones

Obtener la representación en espacio de estados de cada uno de los siguientes modelos dinámicos

a) $J\ddot{q}+k\dot{q}+mga\cos(q)=\tau$, a=l/2, J=4/3 ma^2, donde la entrada es "τ" y la salida es "q" (Robot de 1 link)

b) $L\ddot{q}+R\dot{q}+1/C\, q=E$, donde la entrada es "E" y la salida es "q" (Circuito electrico RLC)

c) $\tau^2\ddot{y}+2\varepsilon\tau\dot{y}+y=x$, donde la entrada es "x" y la salida es "y" (Sistema arbitrario)

Resolución

a) $J\ddot{q}+k\dot{q}+mga\cos(q)=\tau$

$$x1 = q \qquad x2 = q'$$

$$x1' = q' = x2 \qquad x' = b$$

$$J\ddot{q} + k\dot{q} = \tau - mga\cos(q)$$

$$J\ddot{q} = \tau - mga\cos(q) - kq'$$

$$q'' = (1/J) * (-kq' - mga\cos(q) + \tau)$$

$$x2' = (1/J) * (-kx2 - mga\cos(x1) + \tau)$$

b) $L\ddot{q}+R\dot{q}+1/C\, q=E$

$$x1 = q \qquad x2 = q'$$

$$x1' = q' = x2 \qquad x' = b$$

$$q'' = 1/L\,(E - Rq' - 1/LC\, q)$$

$$x2' = (E/L - Rx2/L - x1/LC)$$

$$x1' = (0x1 + 1x2 + 0C)$$

$$x2' = (-x1/LC - x2R/L + E/L)$$

$$\begin{bmatrix} x1' \\ x2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1/LC & -R/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/LC \end{bmatrix} E$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} X + 0 \quad E$$

c) τ^2 ÿ+2ετy ̇+y=x

$$x1 = y \qquad\qquad x2 = y'$$

$$x1' = y' = x2 \qquad\qquad x' = b$$

$$y'' = 1/\tau^2 \, (x - 2E\tau y' - y)$$

$$x2' = (x/\tau^2 - 2Ex2/\tau - x1/\tau^2)$$

$$\begin{bmatrix} x1' \\ x2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1/\tau^2 & -2E/\tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau^2 \end{bmatrix} y$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} X + 0 \quad y$$

Conclusiones

Los espacios de estados son una herramienta fundamental en el análisis y diseño de sistemas dinámicos, utilizados en campos como la ingeniería eléctrica, mecánica, aeroespacial, entre otros. Estos sistemas se representan mediante ecuaciones diferenciales de primer orden, donde las variables de estado describen completamente el comportamiento del sistema en un instante dado.

Una representación en espacio de estados descompone un sistema en variables de estado, entradas, salidas y ecuaciones dinámicas. Las variables de estado son las cantidades mínimas necesarias para determinar completamente el comportamiento futuro del sistema, y las ecuaciones dinámicas describen cómo estas variables evolucionan en el tiempo.

Esta representación matricial facilita el análisis y diseño de sistemas complejos. Por ejemplo, permite analizar la estabilidad del sistema mediante la determinación de los valores propios de la matriz de estados, así como verificar la controlabilidad y observabilidad del sistema, que son propiedades clave para el diseño de controladores y observadores.

Además, los espacios de estados son ideales para modelar sistemas multidimensionales y no lineales, ya que pueden manejar sistemas con múltiples entradas y salidas, así como sistemas cuyo comportamiento varía con el tiempo o depende de condiciones no lineales.