

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Informática
Disciplina: Cálculo Numérico
Profs.: Moisés Dantas

Exercícios de Avaliação: Resolução Numérica de Equações

1- Aplicação em Física

A velocidade de ascensão de um foguete em vôo vertical próximo à superfície terrestre (v) pode ser aproximada pela seguinte expressão:

$$v = u \cdot \ln\left(\frac{M_0}{M_0 - c \cdot t}\right) + g \cdot t$$

na qual: u - velocidade de exaustão relativa ao foguete;

M_0 - massa do foguete ao ser lançado;

c - taxa de consume de combustível;

g - Aceleração gravitacional; e

t - Tempo (medido a partir do lançamento).

Considerando $u = 200 \text{ m/s}$, $m_0 = 1600 \text{ Kg}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ e $q = 27 \text{ Kg/s}$, determinar o instante em que $v=100 \text{ m/s}$. Empregar o método da **bisseccção** para determinar uma raiz aproximada para a equação, com *intervalo inicial* **[6, 8]** e tolerância de **0,8%**. Explícite o erro relativo associado a cada iteração.

2- Aplicação em Física

Um cabo telefônico suspenso entre dois postes tem um peso de \square quilogramas-força por metro linear. Considerando que a tensão (T) na metade do cabo é obtida a partir resolução da seguinte equação:

$$\frac{2 \cdot T}{\alpha} \cdot \sinh\left(\frac{\alpha \cdot L}{2 \cdot T}\right) = S$$

na qual: S é o comprimento do cabo e

L é a distância entre os postes,

utilizar o método da **bisseccção** para determinar a tensão T a partir das seguintes condições: $S = 32 \text{ m}$, $L = 30 \text{ m}$, $\alpha = 0.10 \text{ Kgf}$. Considerar o *intervalo inicial* **[2,3]** e a tolerância superior ou igual a **1%**.

3- Aplicação em Engenharia Ambiental

Considerando que a concentração de microorganismos em um lago (C) é modelada em função do tempo (t) pela expressão:

$$C(t) = 85e^{k_1 t} + 18e^{k_2 t}$$

e que foram efetuadas duas medições da concentração, cujos resultados foram:

t	1	2
C(t)	27.5702	17.6567

empregar o método de **Newton-Raphson** para determinar k_1 e k_2 . Considerar como aproximação inicial o ponto $(\beta, \omega) = (-1.9, -0.15)$ e efetuar 3 iterações, determinando o erro relativo em cada uma delas.

4- Aplicação em Engenharia Elétrica

Em um dado circuito, a chave A é passada, após o equilíbrio, da posição 1 para a posição 2. Calcular o tempo necessário para que a carga do capacitor caia a 1/3 da carga inicial, após 0,1 s. (erro menor que 1%)

Dados: $L = 5 \text{ H}$ e $C = 10^{-4} \text{ F}$.

$$q(t) = q_0(t) e^{-Rt/2L} \cos(\text{Sqrt}(1/(LC) - (R/LC)^2 t))$$

Obs: Sqrt significa raiz quadrada($1/(LC) - (R/LC)^2 t$)

5- Aplicação em Engenharia Mecânica

Em um automóvel, a massa m do carro é $1.2 \cdot 10^6 \text{ g}$, a constante da mola k vale $1,25 \cdot 10^9 \text{ g/s}^2$ e o amortecimento c corresponde a $1,4 \cdot 10^7 \text{ g/s}$.

Sabe-se que o deslocamento vertical do centro de gravidade do carro é dado por:

$$x(t) = x_0(t) e^{-nt} (\cos(pt) + n/p(\sin(pt))),$$

Em que x_0 é o deslocamento provocado por um buraco, sendo:

$$N = c/2m, \quad p = \text{Sqrt}(k/m - c^2/(4m^2)), \quad k/m > c^2/(4m^2).$$

Calcular os três primeiros instantes em que o CG passa por sua posição de equilíbrio, isto é, $x = 0$. (erro menor que 0,1%)

Obs: Sqrt significa raiz quadrada $((k/m - c^2/(4m^2)))$

6- Aplicação em Engenharia Ambiental

Em engenharia ambiental, a equação abaixo pode ser usada para calcular o nível de oxigênio em um rio, após a chegada de uma descarga de esgoto.

$$C = 10 - 15 (e^{-0.1x} - e^{-0.5x}),$$

em que x é a distância rio abaixo.

Determine em que ponto, após a descarga de esgoto, o nível de oxigênio terá caído para 4. Calcule com erro menor que 1%.

7- Um estudante comprou um notebook no valor de R\$ 2499,00 e vai pagar 12 parcelas de R\$ 249,00. A matemática financeira estabelece que

$$P = (F \cdot i) / (1 - (1 + i)^{-n})$$

onde F é o valor financiado, P é o valor da parcela, n é o número de parcelas e i é a taxa de juros. Qual é a taxa de juros do financiamento?