

## **Лабораторная работа №2**

# **Исследование муравьиного алгоритма для решения задачи коммивояжера**

## **1 Цель работы**

Ознакомление с методами муравьиных алгоритмов при решении задач оптимизации.

Реализация муравьиного алгоритма для решения задачи коммивояжера.

## **2 Описание алгоритма**

### **2.1 Муравьиный алгоритм**

Муравьиные алгоритмы — это семейство приближенных алгоритмов для решения различных сложных оптимизационных задач. Идея этих алгоритмов основана на моделировании поведения муравьиной колонии, выполняющей поиск пути от муравейника к источнику пищи. Первый вариант муравьиного алгоритма, предназначенный для приближенного решения задачи коммивояжера, был разработан Марко Дориго в 1992 году.

Муравьиные алгоритмы основаны на следующей особенности поведения муравьев в природе. При поиске путей к источникам пищи муравьи помечают пройденный путь специальным веществом — феромоном. Остальные муравьи, попадая на такой путь, с большой вероятностью начинают двигаться по этому пути, эта вероятность тем больше, чем больше концентрация феромона. Таким образом, феромон играет роль положительной обратной связи в системе — чем больше муравьев движется по помеченному пути, тем больше он становится привлекательным для других муравьев. В результате, через некоторое время большая часть муравьев будет передвигаться от муравейника до найденного источника пищи по одному и тому же пути.

Отличительными особенностями такого способа коммуникации, являются: 1) обмен информацией между муравьями является непрямым (безадресным), а производится путем изменения окружающей муравьев среды; 2) информация является локально распределенной, другие муравьи могут получить доступ к ней, только переместившись в конкретную точку пространства.

Интересной особенностью поведения муравьев является то, что

найденный ими путь, при некоторых условиях, иногда оказывается кратчайшим путем, связывающим муравейник с источником пищи. Этот факт был подтвержден опытами с настоящими муравьями. Схема одного такого классического опыта показана на рисунке 1. На рисунке 1а имеется два пути одинаковой длины от муравейника до источника пищи. На начальном этапе опыта муравьи двигаются по обоим возможным направлениям, но постепенно за счет случайных флуктуаций, один из путей получает небольшое преимущество, которое очень быстро приводит к тому, что все муравьи переключаются на этот путь. Если повторять этот опыт несколько раз, то оказывается, что в среднем каждый из двух таких путей (равной длины) выбирается примерно в половине случаев.

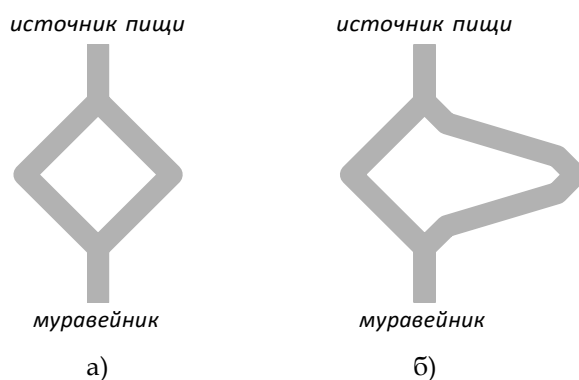


Рисунок 1 - Схема опыта с двумя мостами

Иная ситуация наблюдается в том случае, если пути до пищи имеют разную длину (рисунок 1б). Результатом такого опыта, как правило, является нахождение муравьями кратчайшего из двух путей. Этот результат объясняется экспериментаторами тем, что короткие пути посещаются муравьями чаще, чем длинные, поэтому они и феромоном помечаются чаще, что и приводит к усилению коротких путей по сравнению с длинными.

Описанная схема коммуникации муравьев легла в основу модели, разработанной Марко Дориго, и получившей название муравьиного алгоритма. В этой модели предполагается, что средой обитания муравьев является ненаправленный граф, в вершинах которого и располагаются муравьи. Все ребра графа являются помеченными, в качестве метки ребра используется действительное число, представляющее собой концентрацию феромона на этом ребре.

Перемещаются муравьи по ребрам графа. Муравей, находясь в вершине  $u$  графа, может переместиться на следующем шаге в вершину  $v$  только в том случае, если в графе имеется ребро  $(u, v)$ . Выбор ребра для

перемещения делается каждым муравьем на вероятностной основе, исходя из значений концентрации феромона на ребрах исходящих из вершины  $i$  — чем больше концентрация (относительно других ребер), тем вероятнее выбор этого ребра.

При этом, на выбор ребра могут влиять и другие факторы, обычно определяемые спецификой решаемой задачи. Например, каждый муравей может иметь ограниченную память, в которой хранится номер последней посещенной им вершины. Тогда, ребро, ведущее в эту вершину (по которому был произведен последний переход) исключается из списка возможных кандидатов на перемещение. Этот прием позволяет избежать короткого закливания муравья на одном ребре графа, но сохраняет возможность образования более длинных циклов.

Чтобы построить муравьиный алгоритм для задачи коммивояжера берется колония из  $N$  муравьев и помещается в одну из вершин графа, которую будем называть стартовой вершиной. Все ребра графа помечаются одинаковым значением феромона  $\tau_{ij} = \tau_0$ . После этого муравьи начинают перемещаться по графу. Каждый муравей в процессе своего движения по графу хранит так называемый список запретов  $X$ , в который помещаются номера всех городов (вершин), в которых этот муравей уже побывал. При выборе следующей вершины для посещения муравьи опираются на значения концентрации феромона на исходящих ребрах и на значения длин этих ребер. Пусть  $k$ -ый муравей находится в  $i$ -ой вершине, а его запретный список  $X_k$  еще не является до конца заполненным (посещены еще не все вершины). Тогда вероятность перемещения в  $j$ -ую вершину определяется формулой:

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum \tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}, & \text{если } j \notin X_k; \\ 0, & \text{если } j \in X_k. \end{cases}$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — параметры, управляющие относительной важностью между феромонной информацией  $\tau_{ij}$  и эвристической информацией  $\eta_{ij} = 1/w_{ij}$ . Если же у  $k$ -го муравья не осталось непосещенных вершин, то он уже не используя вероятностного выбора, просто возвращается в стартовую вершину.

После того, как все муравьи вернутся домой, сделав ровно по  $n$  перемещений, производится обновление значений концентрации феромона на ребрах графа. Каждый муравей обновляет только те ребра, по которым он перемещался. Концентрация феромона на ребре  $(i, j)$

пересчитывается по формуле:

$$\tau_{ij} = \rho\tau_{ij} + \sum_{k=1}^N Q/D_k$$

где  $\rho$  — коэффициент испарения феромона,  $Q$  — некоторая фиксированная величина (количество феромона на весь путь),  $D$  — общая длина пути. Таким образом, чем короче путь  $k$ -го муравья, тем больше феромона он оставит на ребрах, по которым он ходил. Обратите внимание, что данное уравнение применяется ко всему пути, при этом каждая грань помечается ферментом пропорционально длине пути. Поэтому следует дождаться, пока муравей закончит путешествие и только потом обновить уровни фермента, в противном случае истинная длина пути останется неизвестной. Константа  $\rho$  — значение между 0 и 1.

Описанные действия (перемещение по графу и обновлений феромонов) представляют собой одну итерацию муравьиного алгоритма. Итерации повторяются до тех пор, пока не окажется выполненным какой-нибудь из критериев останова алгоритма — исчерпано число итераций, достигнута нужная точность, получен единственный путь (алгоритм сошелся к некоторому решению).

## 2.2 Вариации муравьиного алгоритма

### 2.2.1 Элитные муравьиные системы

Модель элитной муравьиной системы является развитием стандартной муравьиной системы. Ее главные отличительные особенности:

- обновление феромоном производится только для одного лучшего пути, найденного либо на последней итерации, либо на всех предыдущих итерациях;
- концентрация феромона на ребрах графа ограничивается и снизу и сверху.

Обновление феромона в данной модели производится согласно формуле:

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= [\rho\tau_{ij} + \Delta\tau_{ij}^{best}] \\ \tau_{ij} &\in [T_{min}, T_{max}]\end{aligned}$$

где  $T_{min}$  и  $T_{max}$  — минимальная и максимальная концентрация феромона. Приращение феромона  $\Delta\tau_{ij}^{best}$  в этой модели вычисляется только для лучшего найденного пути.

Учет только лучшего из найденных путей приводит к более

быстрой сходимости муравьиного алгоритма, но результатом скорее будет некоторый локальный экстремум целевой функции. Для того, чтобы сохранить разнообразие в возможных путях и вводятся ограничения на концентрацию феромона. Ограничение снизу не позволяет «умирать» плохим путям, а ограничение сверху не дает слишком больших преимуществ хорошим путям. Подбор конкретной комбинации параметров муравьиного алгоритма, как обычно, определяется спецификой решаемой задачи.

### 2.2.2 Алгоритмы муравьиной колонии

В модели муравьиной колонии наиболее существенными являются следующие отличия от стандартной модели:

- Помимо (глобального) обновления феромона после завершения каждой итерации алгоритма, вводится дополнительное локальное обновление, выполняемое каждым муравьем сразу же после прохода по ребру  $(i, j)$ :

$$\tau_{ij} = [(1 - \varphi)\tau_{ij} + \varphi\tau_0]$$

где  $\varphi$  — коэффициент ослабления феромона,  $\tau_0$  — начальное значение феромона. Целью локального обновления является ослабление ребра, по которому только что прошел муравей, для того чтобы следующие за ним муравьи с большей вероятностью выбрали другие ребра для продолжения маршрута;

- Глобальное обновление феромона выполняется по стандартным формулам, но только для лучшего на данной итерации пути;

- Для выбора нового ребра каждый муравей использует схему псевдо - случайного пропорционального выбора: если случайное число  $q$   $[0, 1]$  меньше заданного параметра  $q_0$ , то выбирается ребро с максимальным уровнем феромона, в противном случае используется стандартная формула (метод рулетки).

## 3 Порядок выполнения работы

Реализовать решение задачи коммивояжера методом муравьиного алгоритма для случая  $n = 10$  городов. Исходные данные предоставляются в виде `numtru.array` – массива, содержащего матрицу смежности полносвязного графа. Номер варианта задания из прилагаемого архива соответствует номеру студента в журнал группы. Критерием останова для всех реализаций муравьиных алгоритмов выбрать равенство  $\rho \leq \rho_5$ ,

где  $\rho_5$  — значение сумм длин пятого варианта пути из ранжированного списка, найденных с помощью полного перебора кратчайших путей.

1. Исследовать базовую реализацию муравьиного алгоритма для соответствующего варианта задания. Показать, как изменение значений параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\rho$  влияют на итоговый результат работы алгоритма (длина найденного кратчайшего пути, время работы алгоритма). Значения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  варьируются в пределах от 0.1 до 10. Параметр  $\rho$  изменять в пределах от 0 до 1. Подобранные значения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\rho$  использовать в следующих пунктах задания.
2. Реализовать модель элитной муравьиной системы, производя обновление феромоном для одного лучшего пути, найденного на предыдущей итерации, а также предусмотреть ограничение концентрации феромона на ребрах графа в некотором диапазоне значений. Показать, как изменение значений границ данного диапазона влияет на итоговый результат работы алгоритма (сумма длин путей для найденного оптимума, время работы алгоритма).
3. Реализовать модель алгоритма муравьиной колонии. Показать, как изменение значения параметра  $\phi$  на итоговый результат работы алгоритма (сумма длин путей для найденного оптимума, время работы алгоритма).
4. В отчете представить графики зависимости времени вычисления оптимума для соответствующих реализаций муравьиного алгоритма от значения
  - Параметров  $\rho$  и  $\phi$ , изменяемых в диапазоне  $[0,1; 1]$  с шагом 0,1;
  - Параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  в диапазоне от 0 до 10 с шагом 0.5.Сравнить полученные результаты с временем, необходимым для полного перебора всех возможных наборов путей.

