

## Реферат

Данная пояснительная записка к научно-исследовательской работе студента на тему: «Расчет прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.» содержит 32 страниц, 8 рисунков, 7 источников.

Ключевые слова: ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ, ЧАСТОТНАЯ ВЫБОРКА, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ, КИХ-ФИЛЬТРЫ, ДВУМЕРНЫЕ ФИЛЬТРЫ.

Объектом исследования, проводимого в данной работе, является модель реактора типа РБМК.

Цель работы – реализация метода расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.

Первый раздел посвящён анализу особенностей внутриреакторной информации и требований к её фильтрации. Рассмотрен метод расчета прогнозного значения сигнала датчика.

Во втором разделе рассматривается разработка алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков..

В третьем разделе описывается проектирование структуры программного комплекса для реализации алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков..

Четвёртый раздел посвящён непосредственной реализации метода расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.

Заключение включает общие выводы по проведённой работе, достигнутые результаты и возможные направления для дальнейших исследований и улучшений.

## Содержание

Введение .....	4
1. Аналитическая часть .....	5
1.1. Анализ особенностей внутриреакторной информации и требований к её фильтрации. 6	
1.2. Изучение алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков. ....	9
2. Теоретическая часть .....	13
2.1. Разработка алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков. ....	13
3. Инженерная часть .....	14
3.1. Разработка структуры программного комплекса для реализации алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков. ....	14
4. Технологическая и практическая часть .....	21
4.1. Программная реализация алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков. ....	21
4.2 Разработка программного блока применения фильтра к данным. ....	24
4.3 Анализ результатов применения метода .....	26
Заключение .....	31
Список литературы .....	32

## Введение

В системах сбора и обработки измерительной информации, как правило, вначале осуществляется проверка сигналов датчиков на достоверность. При этом если сигнал  $i$ -го датчика в  $k$ -ый момент времени классифицируется как недостоверный, он обычно исключается из дальнейших алгоритмов обработки. В результате возникают пробелы в последовательности исходных данных, которые увеличивают, иногда значительно, погрешность выполняемых затем расчетов.

В связи с этим представляется целесообразным разработка эффективного алгоритма восстановления недостающих данных. Его использование, в частности, позволит не только повысить точность обработки информации в штатных системах контроля, но и даст возможность оперативно проверять датчики контроля физических полей.

Целью данной работы является изучение алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков. В рамках работы будет проведено исследование теоретических основ метода, разработан алгоритм расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков, а также выполнена программная реализация с последующим анализом результатов применения метода к данным.

Задачи, поставленные для достижения цели, включают:

1. Анализ особенностей внутриреакторной информации и требований к её фильтрации.
2. Изучение алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.
3. Разработка алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.
4. Разработка структуры программного комплекса для реализации алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.
5. Проведение анализа результатов расчета прогнозного значения сигнала.

## 1. Аналитическая часть

Цифровой фильтр, который описывается передаточной функцией в виде полинома:

$$H(z) = h_0 + h_1 z^{-1} + \dots + h_{N-1} z^{-(N-1)} = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) z^{-k}$$

называется цифровым фильтром с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтром). Импульсная характеристика  $h(k)$  имеет  $N$  отсчетов. Такие фильтры широко используются на практике. Важным примером КИХ-фильтра является трансверсальный фильтр.

Основные достоинства КИХ-фильтров:

- легко создавать КИХ-фильтры с линейной фазовой характеристикой;
- КИХ-фильтры можно строить как по рекурсивной, так и по нерекурсивной схемам;
- при нерекурсивной реализации КИХ-фильтр всегда устойчив;
- при рекурсивной реализации шумы округления из-за конечного числа разрядов можно минимизировать.

Недостатки КИХ-фильтров:

- для получения частотных характеристик  $A(\omega)$  с крутыми срезами импульсная характеристика должна иметь большое число отсчетов

$$H(\omega) = \sum_k h(k) \exp(j\omega k \Delta t);$$

это выражение имеет вид усеченного ряда Фурье; если  $A(\omega) = |H(\omega)|$  имеет крутые срезы, то слева и справа от этого среза возникают колебания, обусловленные явлением Гиббса;

- задержка в КИХ-фильтрах с линейной фазовой характеристикой не всегда равна целому числу тактов дискретизации  $\Delta t$ , что иногда нежелательно.

Вклад КИХ-фильтров в обработку сигналов

1. Стабильность:
  - КИХ-фильтры всегда стабильны, так как их характеристика полностью зависит от конечного числа входных отсчётов.
2. Простота реализации:
  - Благодаря конечному числу коэффициентов, такие фильтры легко реализуются в цифровых устройствах.
3. Применение в реальных задачах:
  - Удаление шумов в аудиозаписях и изображениях.
  - Усиление полезного сигнала в телекоммуникациях.

- Выделение частотных диапазонов в медицинских данных.

Двумерные КИХ-фильтры — это тип фильтров, которые используются для обработки изображений и сигналов, особенно в контексте анализа данных и сигналов в различных областях, включая ядерную промышленность.

В ядерной промышленности такие фильтры могут быть полезны для нескольких целей:

- Обработка изображений: Используются для фильтрации данных с различных датчиков или камер, например, для улучшения качества изображений из гамма или нейтронных камер, которые могут быть использованы для мониторинга реакторов или выявления утечек радиации.

- Обработка спектров: В ядерных установках часто используются спектрометры для анализа радиации. Двумерные ких фильтры могут применяться для сглаживания спектров и удаления шумов, что позволяет более точно измерять уровни излучения и проводить анализ.

- Моделирование физических процессов: Ких фильтры могут быть полезны для численного моделирования процессов, таких как нейтронный поток или температурное распределение в реакторе. Это помогает в обеспечении безопасности и оптимизации работы ядерных установок.

- Диагностика и контроль состояния оборудования: Применяются для анализа сигналов с датчиков и обеспечения своевременного обнаружения аномалий в работе оборудования, например, в системах контроля ядерных реакторов.

В целом, двумерные КИХ-фильтры могут служить для улучшения точности данных и повышения безопасности в ядерной энергетике, позволяя более точно отслеживать и контролировать параметры работы реакторов и других критически важных систем.

### **1.1. Анализ особенностей внутриреакторной информации и требований к её фильтрации.**

Современные системы контроля распределения энерговыделения (РЭ) в активной зоне ядерного реактора основаны на обработке внутриреакторной информации, получаемой от различных типов датчиков. Особенности этой информации обусловлены

как техническими характеристиками детекторов, так и физическими условиями эксплуатации в активной зоне.

К числу факторов, влияющих на точность внутриреакторных измерений, относятся высокая радиационная и температурная нагрузка, необходимость долгосрочной работы без обслуживания, ограниченное количество измерительных каналов, а также наличие шумов и случайных отклонений, обусловленных изменением состояния топлива и оборудования. Внутриреакторные детекторы, как правило, не покрывают всю активную зону, что требует интерполяции и восстановления РЭ на основе ограниченного объёма измерений. Расположение датчиков в реакторе представлено на рисунке 1.

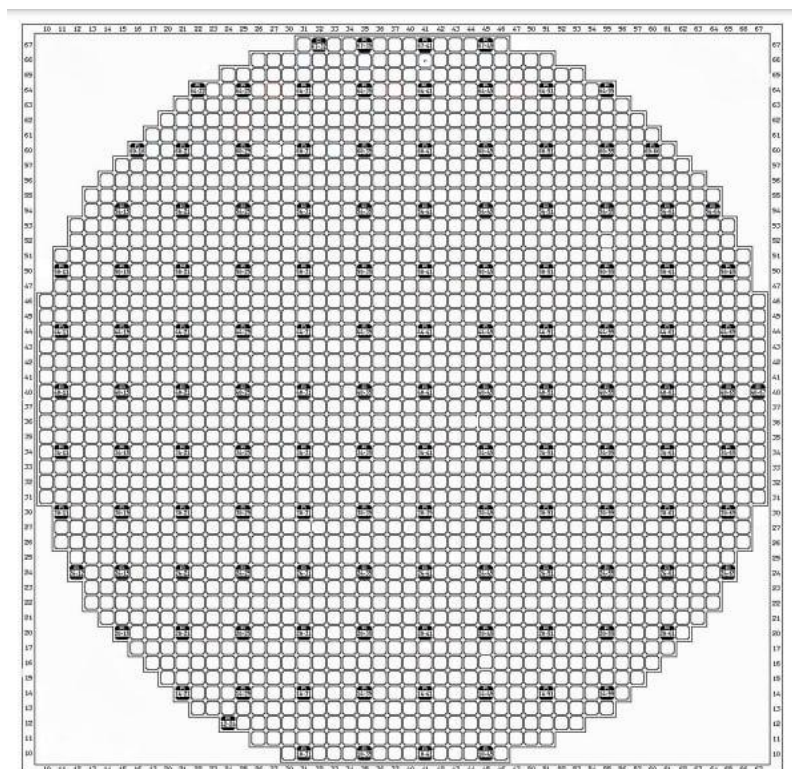


Рисунок 1 - Расположение датчиков в реакторе.

Таким образом, внутриреакторная информация представляет собой дискретные, зашумлённые данные, полученные в условиях сложной физической среды.

Для повышения точности и достоверности восстановления РЭ необходимо учитывать как случайную, так и детерминированную составляющие измеренного сигнала. Истинное распределение мощности можно представить следующим образом:

$$N(\vec{r}) = \tilde{N}(\vec{r}) + N^{(o)}(\vec{r})$$

Где  $\tilde{N}(\vec{r})$  — математическое ожидание распределения (ДРЭ), получаемое из физического расчёта или статистического усреднения, а  $N^{(o)}(\vec{r})$  — случайное отклонение, обусловленное измерительными шумами или моделируемыми ошибками [4].

Применение данного подхода позволяет точно оценивать влияние случайных факторов и, соответственно, формулировать требования к алгоритмам фильтрации. Например, при проектировании алгоритмов обработки внутриреакторных сигналов необходимо обеспечить:

- максимальную точность и пространственную детальность восстановления РЭ;
- способность алгоритма работать с сигналами от любых типов детекторов: локальных и нелокальных, внутри- и внереакторных, размещённых как по регулярной сетке, так и произвольно;
- независимость метода от геометрии активной зоны и конфигурации загрузки топлива;
- устойчивость к ошибкам измерений и физического моделирования;
- способность к адаптации и учёту деградации характеристик детекторов со временем[4].

Таким образом, требования к фильтрации внутриреакторной информации сводятся к необходимости использования гибких, высокоточных и вычислительно эффективных методов, которые могут обрабатывать дискретные и неполные данные с учётом шумов и ошибок. Этим требованиям в значительной степени соответствует использование аппроксимационных методов и оптимизационных подходов, например, линейного программирования или методов наименьших квадратов.

Дополнительно в задачах контроля РЭ важно уметь оценивать погрешность в любой точке активной зоны. Такая оценка может зависеть от расположения и состояния детекторов, степени их деградации, а также от распределения выгорания топлива и потока теплоносителя. В связи с этим требования к системам фильтрации расширяются до способности выполнять:

- автоматический учёт изменения конфигурации топливных сборок;
- учёт отказов отдельных датчиков;
- расчёт локальной погрешности в реальном времени;
- диагностику ложных срабатываний измерительных каналов.

Важно подчеркнуть, что внутриреакторная информация нередко сопровождается значительным количеством случайных возмущений, связанных с переходными режимами работы, температурными градиентами и радиационным фоном. Поэтому методы фильтрации не должны лишь устранять шумы, но и сохранять важные особенности сигнала, относящиеся к физическим аномалиям или аварийным ситуациям. Это требует

внедрения таких алгоритмов, которые обладают не только низкой рябью в полосе пропускания, но и высокой избирательностью в полосе подавления.

На практике для этих целей активно применяются методы частотной фильтрации, включая КИХ-фильтры (конечно-импульсные характеристики), синтез которых может быть адаптирован под конкретные частотные свойства сигналов. В сочетании с регулярной верификацией на основе физических расчётов и периодических проверок система контроля способна обеспечивать высокую точность восстановления РЭ на всех этапах работы реактора.

## **1.2. Изучение алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.**

Предлагаемый алгоритм вначале рассмотрим для одномерного случая на примере восстановления одного отсутствующего отсчета  $v(l)$  последовательности  $\{v(k)\}$ . Затем приведем его обобщение для многомерных случаев. При этом будем предполагать, что при переходе от непрерывной функции  $v(x)$  к ее дискретному аналогу  $\{v(k)\}$  интервал дискретизации  $\Delta x$  выбран в соответствии с теоремой Котельникова [2] и наложение частот отсутствует.

При разработке алгоритма учтем, что идеальное качество восстановления будет гарантировать алгоритм интерполяции или аппроксимации с линейной фазой и амплитудно-частотной характеристикой  $|H(e^{j\omega})|=1$  во всем нормированном частотном диапазоне сигнала, то есть

$$|H(e^{j\omega})|=1 \quad \text{при} \quad 0 \leq \omega \leq \frac{\pi}{\Delta x}. \quad (1)$$

Однако создание такого алгоритма на основе известных методов численного анализа не представляется возможным. Это связано как с нелинейностью фазовых характеристик классических алгоритмов, так и с невозможностью выбора конечного набора базисных функций, имеющего свойства всепропускающего фильтра вида (1) [3,4,5].

В связи с этим задачу восстановления отсутствующего отсчета  $v(l)$  в настоящей работе предлагается решать методами цифровой обработки сигналов, так как только цифровые фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ) имеют линейную фазу, позволяют наиболее полно учесть эффекты дискретности и спектральный состав



обрабатываемой последовательности  $\{v(k)\}$ , а современные методы их расчета [2,4,6] дают возможность воспроизвести желаемую частотную характеристику вида (1) с погрешностью 0.1% и менее.

При применении цифрового КИХ-фильтра будем использовать следующее соотношение между его входом и выходом [2]:

$$y(l) = \sum_{k=l-M}^{l+M} v(k) \cdot h(L+k-l) + h(L) \cdot v(l), \quad (2)$$

где N – число отсчетов импульсной характеристики  $\{h(k)\}$  КИХ-фильтра,  $M=(N-1)/2$ ,  $L=M+1$ .

Выражение (2) позволяет сравнительно просто восстановить недостающий отсчет  $v(l)$ . В частности, если спектр последовательности  $\{v(k)\}$  ( по Фурье ) не превосходит полосы пропускания цифрового фильтра (2), то

$$v(l) = y(l) = \frac{\sum_{\substack{k=l-M \\ k \neq l}}^{l+M} v(k) \cdot h(L+k-l)}{1-h(L)} \quad (3)$$

Если спектр последовательности  $\{v(k)\}$  превосходит полосу пропускания цифрового фильтра (2), то на основе соотношений (2) и (3) в настоящей работе предлагается следующий алгоритм вычисления недостающего отсчета  $v(l)$ , имеющий практически идеальную характеристику вида (1). Алгоритм включает три основных этапа.

Этап 1. Выполняется частотное разделение исходной последовательности  $\{v(k)\}$  на низкочастотные  $\{v_n(k)\}$  и высокочастотные  $\{v_e(k)\}$  составляющие. Предположим, что применяемый для этого фильтр нижних частот (ФНЧ) имеет полосу пропускания  $0 \leq \omega \leq \omega_n$ , и полосу непропускания  $\omega_n \leq \omega \leq \pi / \Delta x$  (Рис.1). Значения граничных частот  $\omega_n$  и  $\omega_n$  при этом можно выбирать произвольно в широких пределах, однако для упрощения последующих расчетов целесообразно положить  $\omega_n \sim (0.4-0.5) \cdot \pi / \Delta x$ ,  $\omega_n \sim (0.7-0.8) \cdot \pi / \Delta x$ .

Этап 2. С использованием ФНЧ, имеющего полосу пропускания шире, чем спектр последовательности  $\{v_n(k)\}$  (Рис.1), по формуле (3) вычисляется низкочастотная составляющая  $v_n(l)$  недостающего отсчета  $v(l)$ .

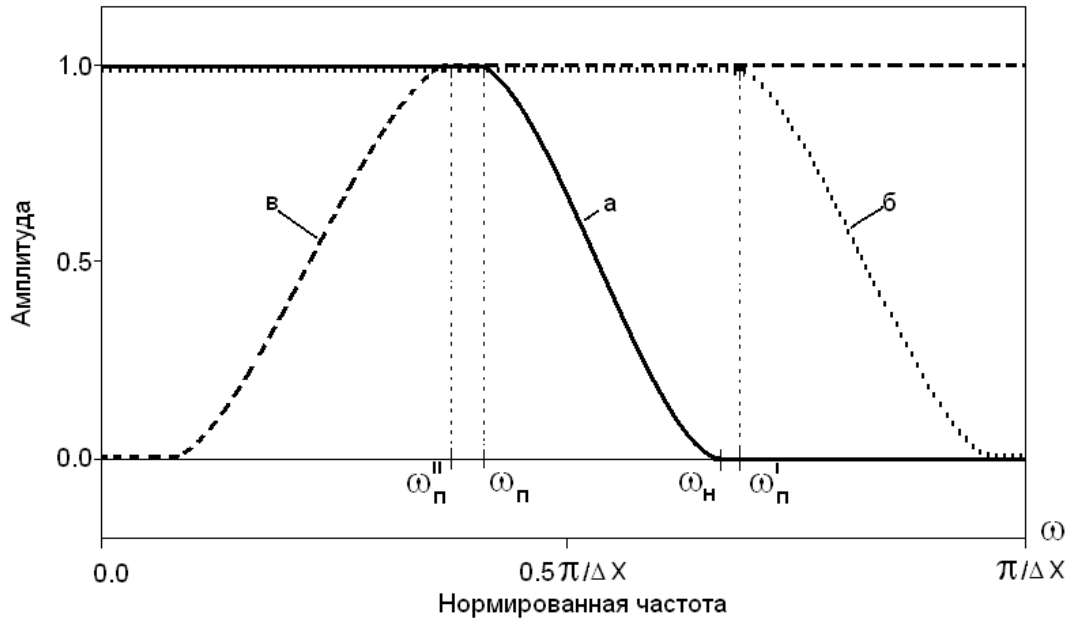


Рис.1. Амплитудно-частотные характеристики цифровых фильтров: а) ФНЧ этапа 1; б) ФНЧ этапа 2 ( $\omega_n' > \omega_n$ ); в) ФВЧ этапа 3 ( $\omega_n'' < \omega_n$ ).

Этап 3. С использованием фильтра верхних частот (ФВЧ), имеющего полосу пропускания шире, чем спектр последовательности  $\{v_s(k)\}$  (Рис.1), по формуле (3) вычисляется высокочастотная составляющая  $v_s(l)$  недостающего отсчета  $v(l)$ .

Этап 4. Складывая значения  $v_n(l)$  и  $v_s(l)$ , окончательно получим значение недостающего отсчета  $v(l)$ :

$$v(l) = v_n(l) + v_s(l). \quad (4)$$

Для обеспечения высокой точности восстановления отсутствующего отсчета  $v(l)$  ФНЧ этапа 1 должен иметь возможно меньшие погрешности аппроксимации в полосах пропускания и непропускания, а ФНЧ и ФВЧ этапов 2 и 3 – удовлетворять этому условию только в полосах пропускания. Ширина переходных полос при этом может быть весьма большой, что дает возможность намного уменьшить число отсчетов импульсных характеристик используемых в алгоритме цифровых фильтров и минимизировать объем вычислений при выполнении фильтрации. Проведенные расчеты показывают, что при восстановлении  $v(l)$  с погрешностью порядка 0.1% длина оптимальных КИХ-фильтров [2] не превышает 17 отсчетов (т.е.  $N=17$ ,  $M=8$ ).

Предложенный алгоритм без принципиальных изменений можно использовать и в многомерных случаях – для этого вместо одномерных КИХ-фильтров на этапах 1-3 необходимо использовать соответствующие двух- или трехмерные фильтры. Методы их расчета к настоящему времени хорошо разработаны [2,6] и не вызывают заметных трудностей при практической реализации.

## 2. Теоретическая часть

### 2.1. Разработка алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.

Пусть фильтр имеет конечную импульсную характеристику длиной  $2M+1$ , а его центральный коэффициент равен  $h(M)$ .

Если спектр последовательности  $\{v(k)\}$  не превосходит полосу пропускания цифрового фильтра, то на основе уравнения свёртки пропущенный отсчёт  $v(l)$  может быть восстановлен по формуле:

$$v(l) = y(l) = \frac{\sum_{\substack{k=l-M \\ k \neq l}}^{l+M} v(k) \cdot h(L + k - l)}{1 - h(L)}$$

Рассмотрим теперь двумерный дискретный сигнал  $v(i,j)$ , определённый на прямоугольной сетке. Пусть используется двумерный цифровой фильтр с конечной импульсной характеристикой

$$h(p, q), \quad p, q \in [-M, M]$$

причём центральный коэффициент фильтра равен  $h(0,0)$ .

Спектр двумерного сигнала  $v(i,j)$  целиком лежит в полосе пропускания данного фильтра. Уравнение двумерной свёртки имеет вид:

$$y(i, j) = \sum_{p=-M}^M \sum_{q=-M}^M h(p, q) v(i - p, j - q).$$

Если в точке  $(i_0, j_0)$  значение сигнала отсутствует, а во всех остальных точках внутри окна фильтра значения известны, то, полагая  $y(i_0, j_0) = v(i_0, j_0)$ , можно выделить неизвестный отсчёт:

$$v(i_0, j_0) (1 - h(0, 0)) = \sum_{p=-M}^M \sum_{q=-M}^M 'h(p, q) v(i_0 - p, j_0 - q)$$

где штрих указывает на исключение члена при  $p=0, q=0$ .

Таким образом, пропущенный отсчёт двумерного сигнала может быть восстановлен по формуле:

$$v(i_0, j_0) = \frac{\sum_{k=i_0-M}^{i_0+M} \sum_{l=j_0-M}^{j_0+M} 'v(k, l) h(L + k - i_0, L + l - j_0)}{1 - h(L, L)}$$

### 3. Инженерная часть

#### 3.1. Разработка структуры программного комплекса для реализации алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.

Общая структура программного комплекса

Программный комплекс состоит из четырёх основных модулей, каждый из которых реализует определённую функциональность для удобного и эффективного выполнения задач синтеза, фильтрации и анализа данных.

Ниже приведены подробные описания модулей:

##### 1. Модуль синтеза фильтра

Этот модуль отвечает за создание двумерных КИХ-фильтров методом частотной выборки.

- Функция генерации частотной сетки:
  - Формирует двумерную сетку частотных координат  $(u, v)$  на равномерной решётке размером  $G \times G$ .
  - Вычисляет расстояния до центра  $R = u^2 + v^2$ , чтобы определить маски полосы пропускания и задерживания.
  - Используется для задания частотных ограничений фильтра.
- Формирование матрицы частотных откликов:
  - Строится матрица  $A$ , описывающая, как каждый коэффициент фильтра влияет на частотный отклик в заданной точке.
  - Для каждой частоты  $(u_k, v_k)$  используется экспоненциальное ядро  $e^{-j 2 \pi (u_k x + v_k y)}$ .
  - Отдельно формируются матрицы для полосы пропускания ( $A_{\text{pass}}$ ) и полосы задерживания ( $A_{\text{stop}}$ ).
- Постановка задачи линейного программирования:

Для минимизации максимального отклонения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) от желаемого идеала в полосе пропускания и полосе задерживания была поставлена следующая задача линейного программирования:

##### Переменные

- $M = N^2$  — количество коэффициентов фильтра.
- $h \in \mathbb{R}^M$  — вектор коэффициентов фильтра.
- $\delta \in \mathbb{R}$  — переменная, представляющая максимальное отклонение (рябь).

Вектор переменных задачи:

$$x = [h_1, h_2, \dots, h_M, \delta]^T \in \mathbb{R}^{(M+1)}$$

### Целевая функция

Минимизировать рябь  $\delta$ :

$$\min \delta \Leftrightarrow \min c^T * x, \text{ где } c = [0, \dots, 0, 1]^T$$

### Ограничения

1. Нормировка по постоянной составляющей:

$$\sum h_{ij} = 1 \Leftrightarrow A_{eq} * x = b_{eq}, \text{ где } A_{eq} = [1, 1, \dots, 1, 0]$$

2. Ограничения в полосе пропускания (passband):

Для каждой частоты  $(u_k, v_k)$  с  $\sqrt{(u_k^2 + v_k^2)} \leq f_p$ :

$$1 - \delta \leq H(u_k, v_k) \leq 1 + \delta$$

Это эквивалентно двум линейным ограничениям:

$$A_k * h - \delta \leq 1$$

$$-A_k * h - \delta \leq -1$$

3. Ограничения в полосе задерживания (stopband):

Для каждой частоты  $(u_k, v_k)$  с  $\sqrt{(u_k^2 + v_k^2)} \geq f_s$ :

$$|H(u_k, v_k)| \leq \delta \Leftrightarrow \begin{cases} A_k * h - \delta \leq 0 \\ -A_k * h - \delta \leq 0 \end{cases}$$

4. Границы переменных:

$$-1 \leq h_i \leq 1 \quad \text{для всех } i = 1, \dots, M$$

$$\delta \geq 0$$

### Итоговая форма задачи ЛП

Искомое:

$$\text{minimize } (c^T * x)$$

при условиях:

$$A_{ub} * x \leq b_{ub}$$

$$A_{eq} * x = b_{eq}$$

и границы на  $x$ .

- Решение задачи оптимизации:
  - Используется `scipy.optimize.linprog` с методом 'highs'.
  - На выходе получается оптимальный вектор коэффициентов  $h$ .
  - Функция симметризации фильтра:
  - Обеспечивает пространственную симметрию ядра (нулевая фаза).
  - Усредняет значения по центрально-симметричным точкам ядра  $h(x, y)$ .

## 2. Модуль работы с данными

Данный модуль отвечает за формирование входных данных, моделирование пропусков и выполнение операций фильтрации.

- Генерация тестовых сигналов

Для проверки работоспособности алгоритма используются синтетические двумерные сигналы, формируемые в виде суммы низкочастотной и высокочастотной составляющих. Это позволяет контролировать спектральный состав сигнала и анализировать качество разделения и восстановления.

- Формирование пропусков

Пропуски моделируются путём задания бинарной маски, определяющей отсутствующие значения сигнала. В соответствующих точках значения сигнала заменяются нулевыми, при этом маска используется на последующих этапах восстановления.

- Частотное разделение сигнала

Разделение сигнала на низкочастотную и высокочастотную компоненты осуществляется с использованием двумерной свёртки с синтезированным разделяющим КИХ-фильтром. Для уменьшения влияния пропусков применяется нормализованная свёртка, при которой вклад фильтра учитывается только по известным отсчётам сигнала.

## 3. Модуль восстановления пропущенных значений.

Восстановление пропущенных значений выполняется локально, отдельно для каждой спектральной компоненты сигнала.

Локальная формула восстановления:

Для каждой точки пропуска  $(i_0, j_0)$  восстановление осуществляется на основе значений соседних отсчётов в окне фильтра согласно выражению:

$$v(i_0, j_0) = \frac{\sum_{k=i_0-M}^{i_0+M} \sum_{l=j_0-M}^{j_0+M} 'v(k, l) h(L+k-i_0, L+l-j_0)}{1 - h(L, L)}$$

где  $h(p, q)$  - импульсная характеристика восстанавливающего фильтра, а штрих означает исключение центрального коэффициента.

Восстановление выполняется только в точках пропусков, тогда как остальные значения сигнала сохраняются неизменными.

Алгоритм восстановления применяется независимо к низкочастотной и высокочастотной компонентам сигнала с использованием соответствующих восстанавливающих фильтров. После восстановления компоненты суммируются, формируя итоговую оценку сигнала.

#### 4. Конфигурационный модуль

Данный модуль предназначен для оценки качества восстановления и наглядного представления результатов.

##### **Метрики качества**

В программной реализации рассчитываются следующие показатели:

- среднеквадратическая ошибка (MSE);
- отношение сигнал/шум (PSNR);
- средняя абсолютная ошибка в точках пропусков.

##### **Визуализация результатов**

Предусмотрена визуализация:

- исходного сигнала;
- сигнала с пропусками;
- восстановленного сигнала;
- ошибок восстановления;
- импульсных и частотных характеристик используемых фильтров.

Поток выполнения программы:

Этап 1. Ввод и инициализация данных

На первом этапе выполняется:

- загрузка или генерация двумерного входного сигнала;
- формирование бинарной маски пропусков;
- задание параметров фильтрации (размер фильтра, частоты среза, ширина переходной зоны).



## Этап 2. Синтез двумерных КИХ-фильтров

На втором этапе осуществляется синтез фильтров, используемых в дальнейшем алгоритме:

- разделяющего низкочастотного фильтра;
- восстанавливающего низкочастотного фильтра;
- фильтра, используемого для формирования высокочастотной восстанавливающей компоненты.

Синтез фильтров выполняется методом линейного программирования с заданными ограничениями на амплитудно-частотную характеристику.

## Этап 3. Частотное разделение сигнала

На третьем этапе входной сигнал с пропусками разделяется на низкочастотную и высокочастотную составляющие.

Для уменьшения влияния пропусков применяется нормализованная двумерная свёртка, при которой вклад фильтра учитывается только по известным значениям сигнала. В результате формируются оценки низкочастотной и высокочастотной компонент, содержащие пропуски в тех же точках, что и исходный сигнал.

## Этап 4. Локальное восстановление пропущенных значений

На четвёртом этапе выполняется восстановление пропущенных значений отдельно для каждой спектральной компоненты.

Для каждой точки пропуска осуществляется:

- формирование локального окна вокруг восстанавливаемой точки;
- вычисление восстановленного значения по двумерной формуле восстановления;
- замена пропущенного значения на вычисленную оценку.

Восстановление выполняется только в точках, отмеченных в маске пропусков.

## Этап 5. Формирование итогового сигнала

На пятом этапе восстановленные низкочастотная и высокочастотная компоненты суммируются, формируя итоговую оценку восстановленного сигнала.

## Этап 6. Анализ результатов и визуализация

На заключительном этапе выполняется:

- вычисление метрик качества восстановления;
- построение изображений исходного, повреждённого и восстановленного сигналов;
- визуализация частотных характеристик фильтров и спектров сигналов.

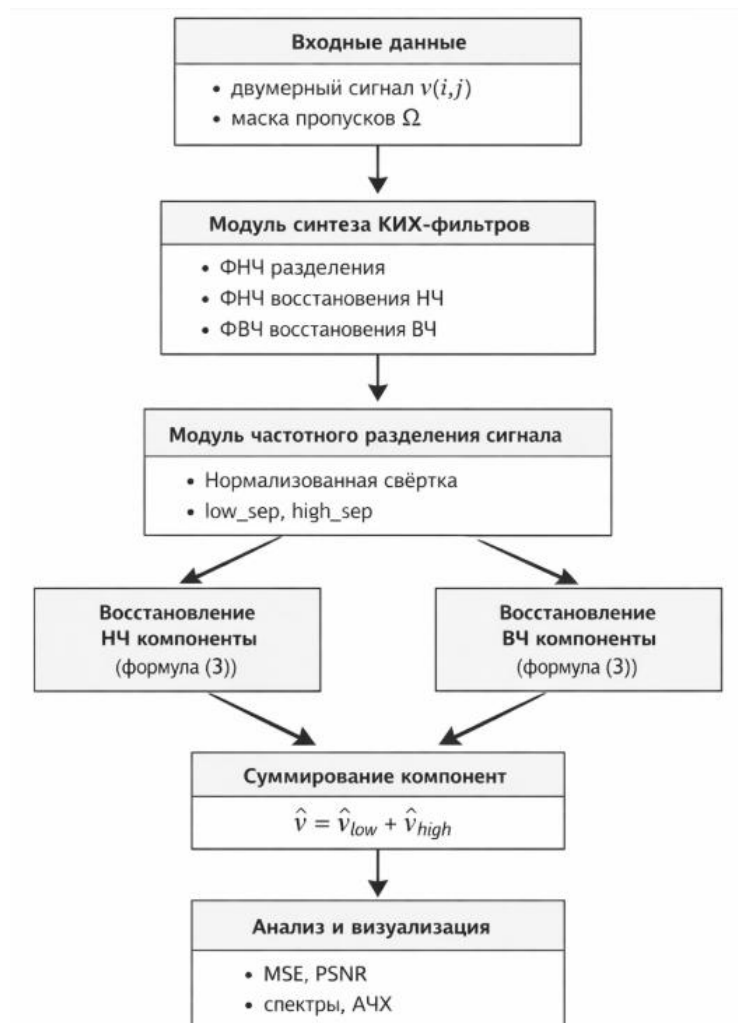


Рисунок 3 – Архитектура программного комплекса.

На рисунке 3 представлена архитектура программного комплекса для реализации расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.

Структурная схема алгоритма восстановления включает следующие функциональные блоки:

1. Блок входных данных  
Принимает двумерный сигнал и маску пропусков.
2. Блок синтеза фильтров  
Формирует набор двумерных КИХ-фильтров на основе заданных параметров.
3. Блок частотного разделения  
Выполняет разделение сигнала на низкочастотную и высокочастотную компоненты с учётом пропусков.

4. Блок восстановления НЧ-компоненты

Выполняет локальное восстановление пропущенных значений в низкочастотной составляющей.

5. Блок восстановления ВЧ-компоненты

Выполняет локальное восстановление пропущенных значений в высокочастотной составляющей.

6. Блок суммирования компонент

Формирует итоговый восстановленный сигнал.

7. Блок оценки качества

Производит анализ точности восстановления и визуализацию результатов.

Эта структура обеспечивает модульность, лёгкость масштабирования и удобство в использовании.

#### 4. Технологическая и практическая часть

##### 4.1. Программная реализация алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.

```
def design_lp_filter_2d(N, cutoff, transition, G=81):
    assert N % 2 == 1, "N должно быть нечётным"

    u = (np.arange(G) - G // 2) / G
    U, V = np.meshgrid(u, u, indexing="ij")
    R = np.sqrt(U**2 + V**2)

    pass_mask = R <= cutoff
    stop_mask = R >= cutoff + transition

    coords = np.array([(i - N // 2, j - N // 2)
                        for i in range(N) for j in range(N)])

    def build_A(mask):
        rows = []
        idx = np.where(mask)
        for k, l in zip(idx[0], idx[1]):
            du, dv = U[k, l], V[k, l]
            rows.append(np.real(np.exp(
                -2j * np.pi * (du * coords[:, 0] + dv * coords[:, 1])
            )))
        return np.asarray(rows)

    A_pass = build_A(pass_mask)
    A_stop = build_A(stop_mask)

    M = N * N
    c = np.zeros(M + 1); c[-1] = 1.0

    A_eq = np.zeros((1, M + 1))
    A_eq[0, :M] = 1.0
    b_eq = np.array([1.0])

    A_ub, b_ub = [], []

    A_ub += [np.hstack([ A_pass, -np.ones((A_pass.shape[0], 1)) ])]
    b_ub += [ np.ones(A_pass.shape[0]) ]
    A_ub += [np.hstack([-A_pass, -np.ones((A_pass.shape[0], 1)) ])]
    b_ub += [-np.ones(A_pass.shape[0])]
    A_ub += [np.hstack([ A_stop, -np.ones((A_stop.shape[0], 1)) ])]
    b_ub += [ np.zeros(A_stop.shape[0]) ]
    A_ub += [np.hstack([-A_stop, -np.ones((A_stop.shape[0], 1)) ])]
    b_ub += [ np.zeros(A_stop.shape[0]) ]
```

```

A_ub = np.vstack(A_ub)
b_ub = np.hstack(b_ub)

bounds = [(-1, 1)] * M + [(0, None)]

res = linprog(c, A_ub, b_ub, A_eq, b_eq,
              bounds=bounds, method="highs")

h = res.x[:M].reshape(N, N)

for i in range(N):
    for j in range(N):
        i2, j2 = N - 1 - i, N - 1 - j
        mean = (h[i, j] + h[i2, j] + h[i, j2] + h[i2, j2]) / 4.0
        h[i, j] = h[i2, j] = h[i, j2] = h[i2, j2] = mean

return h, res.x[-1]

```

Создание двумерного КИХ-фильтра производится методом линейного программирования, адаптированным под частотную выборку:

Создание частотной сетки:

- Формируется двумерная сетка координат  $u, v$  в частотной области размером  $G \times G$ .
- Вычисляется матрица расстояний  $R$  от каждой точки сетки до центра (нулевая частота).
- Определяются области пропускания ( $R \leq \text{cutoff}$ ) и подавления ( $R \geq \text{cutoff} + \text{transition}$ ).

Составление матрицы ограничений:

- Вычисляется АЧХ фильтра в точках полосы пропускания и задерживания с помощью косинусного преобразования.
- Формируются системы неравенств, отражающие требования:
  - В полосе пропускания: амплитуда должна находиться в пределах  $[1 - \delta, 1 + \delta]$ .
  - В полосе подавления: амплитуда  $\leq \delta$ .

Постановка задачи линейного программирования:

- Целевая функция — минимизация ряби  $\delta$  в полосах.
- Используется `linprog()` из библиотеки SciPy с методом "highs".
- Полученные коэффициенты свёрточного ядра фильтра преобразуются в квадратную матрицу  $N \times N$ .

Симметризация фильтра:

- Для обеспечения нулевой фазы фильтр делается симметричным относительно центра: каждый элемент усредняется с соответствующими ему зеркальными элементами.

```
# Восстановление
def recover_component_local(data_band, h, mask_missing):
    H, W = data_band.shape
    N = h.shape[0]
    M = N // 2
    h0 = h[M, M]
    denom = 1.0 - h0

    restored = data_band.copy()
    miss_idx = np.argwhere(mask_missing)

    for i0, j0 in miss_idx:
        s = 0.0
        for di in range(-M, M+1):
            for dj in range(-M, M+1):
                if di == 0 and dj == 0:
                    continue
                ii = (i0 - di) % H
                jj = (j0 - dj) % W
                s += h[M+di, M+dj] * data_band[ii, jj]
            restored[i0, j0] = s / denom

    return restored
```

Функция `recover_component_local` реализует локальное восстановление пропущенных значений двумерной компоненты сигнала (низкочастотной или высокочастотной) на основе значений соседних отсчётов и коэффициентов восстанавливающего КИХ-фильтра.

Инициализация параметров:

В начале функции определяется размер входных данных и параметры фильтра:

```
H, W = data_band.shape
N = h.shape[0]
M = N // 2
```

Здесь  $H$  и  $W$  — размеры двумерного сигнала,  $N$  — размер фильтра, а  $M$  — радиус окна фильтра, используемого для восстановления.

Далее извлекается центральный коэффициент фильтра и вычисляется постоянный знаменатель, используемый при восстановлении:

```
h0 = h[M, M]
```

```
denom = 1.0 - h0
```

Подготовка данных к восстановлению:

Создаётся копия входного массива, в которую будут записываться восстановленные значения:

```
restored = data_band.copy()
```

Затем формируется список координат всех пропусков на основе маски:

```
miss_idx = np.argwhere(mask_missing)
```

Восстановление пропущенных значений:

Основной цикл функции проходит по всем координатам пропусков:

```
for i0, j0 in miss_idx:
```

Для каждой точки пропуска выполняется суммирование вкладов соседних значений внутри окна фильтра. Два вложенных цикла перебирают смещения по строкам и столбцам относительно центра окна:

```
for di in range(-M, M+1):
```

```
for dj in range(-M, M+1):
```

Центральная точка окна исключается из расчёта:

```
if di == 0 and dj == 0:
```

```
continue
```

Для корректной обработки граничных точек используется периодическое продолжение индексов:

```
ii = (i0 - di) % H
```

```
jj = (j0 - dj) % W
```

После этого значение соседнего отсчёта умножается на соответствующий коэффициент фильтра и добавляется к сумме:

```
s += h[M+di, M+dj] * data_band[ii, jj]
```

Запись восстановленного значения:

После обхода всех соседних точек восстановленное значение вычисляется и записывается в соответствующую позицию массива restored:

```
restored[i0, j0] = s / denom
```

## 4.2 Разработка программного блока применения фильтра к данным.

```
def low_high_separation_normalized(data_missing, mask_missing, h_sep):
```

```

mask_valid = (~mask_missing).astype(float)

num = convolve2d(data_missing, h_sep, mode='same', boundary='wrap')

denom = convolve2d(mask_valid, h_sep, mode='same', boundary='wrap')

low_sep = np.zeros_like(num)

eps = 1e-6
good = np.abs(denom) > eps
low_sep[good] = num[good] / denom[good]

low_sep_raw = convolve2d(data_missing, h_sep, mode='same', boundary='wrap')
low_sep[~good] = low_sep_raw[~good]

high_sep = data_missing - low_sep

return low_sep, high_sep

```

Функция `low_high_separation_normalized` выполняет частотное разделение сигнала с пропусками на низкочастотную и высокочастотную компоненты с использованием нормализованной свёртки. В отличие от обычной свёртки, нормализованный вариант компенсирует влияние пропусков за счёт учёта только известных значений, что уменьшает искажения при фильтрации.

Подготовка маски известных значений:

Сначала формируется маска, где известные значения помечены единицами, а пропуски — нулями:

```
mask_valid = (~mask_missing).astype(float)
```

Это позволяет учитывать только те точки, где исходное значение действительно присутствует.

Вычисление числителя нормализованной свёртки:

Далее выполняется обычная двумерная свёртка входного сигнала с разделяющим фильтром:

```
num = convolve2d(data_missing, h_sep, mode='same', boundary='wrap')
```

Здесь используется режим:

- `mode='same'` — результат того же размера, что и входные данные;
- `boundary='wrap'` — периодическое продолжение границ.

Поскольку в `data_missing` в точках пропусков обычно стоят нули, вклад пропусков автоматически исключается из суммирования.

Вычисление знаменателя — эффективной суммы весов:



Чтобы нормировать результат и компенсировать потерянные веса фильтра в области пропусков, выполняется свёртка маски известных значений тем же фильтром:

```
denom = convolve2d(mask_valid, h_sep, mode='same', boundary='wrap')
```

Важно, что используется тот же `h_sep`, а не модуль `abs(h_sep)`, так как изменение знаков фильтра приводит к нарушению его частотных свойств.

Нормирование результата и обработка проблемных случаев:

Создаётся массив для низкочастотной компоненты:

```
low_sep = np.zeros_like(num)
```

Затем задаётся порог для предотвращения деления на очень малые значения:

```
eps = 1e-6
```

```
good = np.abs(denom) > eps
```

Далее выполняется нормализация только в тех точках, где знаменатель достаточно велик:

```
low_sep[good] = num[good] / denom[good]
```

Резервный вариант для “пустых” областей:

Если в некоторой точке вокруг фильтра слишком много пропусков, `denom` может стать близким к нулю. В этом случае применяется резервный вариант — обычная свёртка без нормировки:

```
low_sep_raw = convolve2d(data_missing, h_sep, mode='same', boundary='wrap')
```

```
low_sep[~good] = low_sep_raw[~good]
```

Это позволяет избежать нестабильных значений и гарантирует, что алгоритм выдаст корректный результат даже в областях с высокой плотностью пропусков.

Формирование высокочастотной компоненты:

После получения низкочастотной составляющей высокочастотная вычисляется как разность между исходными данными и НЧ-оценкой:

```
high_sep = data_missing - low_sep
```

### 4.3 Анализ результатов применения метода

Входной сигнал:

```
o_x = o_y = 64
```

```
w_low = 0.05
```

```
w_high = 0.28
```

```
X, Y = np.meshgrid(np.arange(o_x), np.arange(o_y), indexing="xy")
```

```
data_low = 2 + np.sin(2*np.pi*w_low*X) + np.sin(2*np.pi*w_low*Y)
```

```
data_high = np.sin(2*np.pi*w_high*X) + np.sin(2*np.pi*w_high*Y)
data_orig = data_low + data_high
```

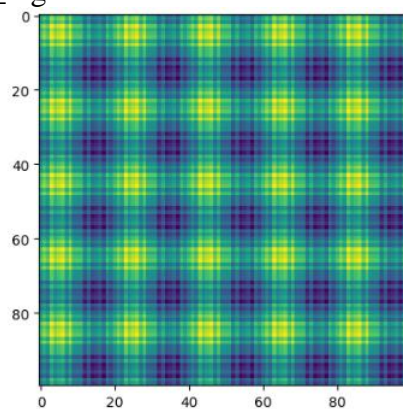


Рисунок 3 – Входной сигнал.

Применение разделяющего фильтра:

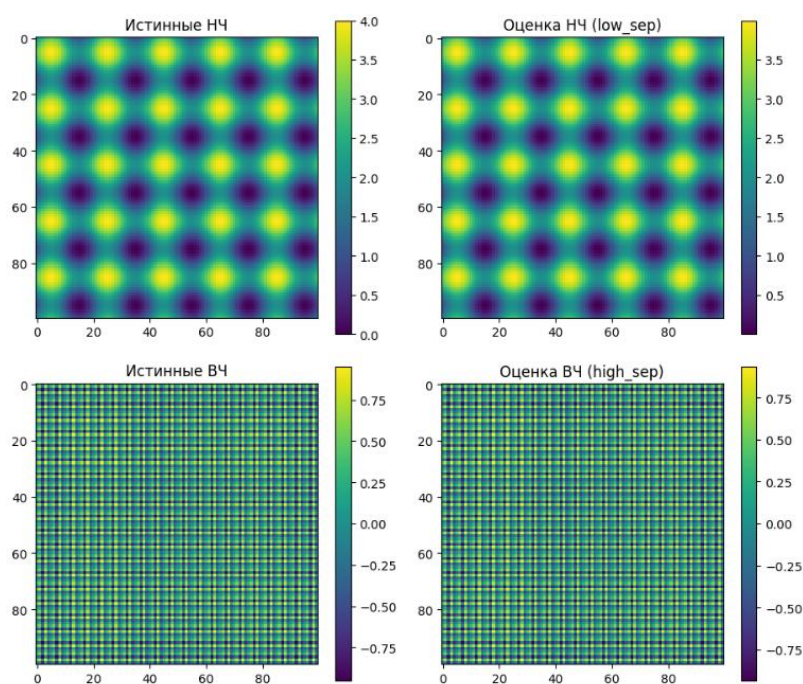


Рисунок 4 – Применение разделяющего фильтра.

Разделяющий фильтр идеально разделил сигнал на высокочастотную и низкочастотную составляющую, что в будущем позволит обрабатывать компоненты поотдельности.

Восстановление низкочастотного сигнала:

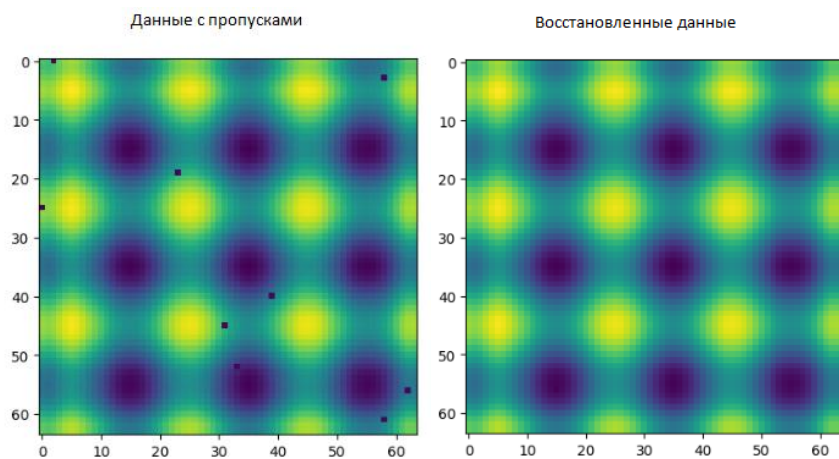


Рисунок 5 – Результат восстановления низкочастотного сигнала.

Восстановление высокочастотного сигнала:

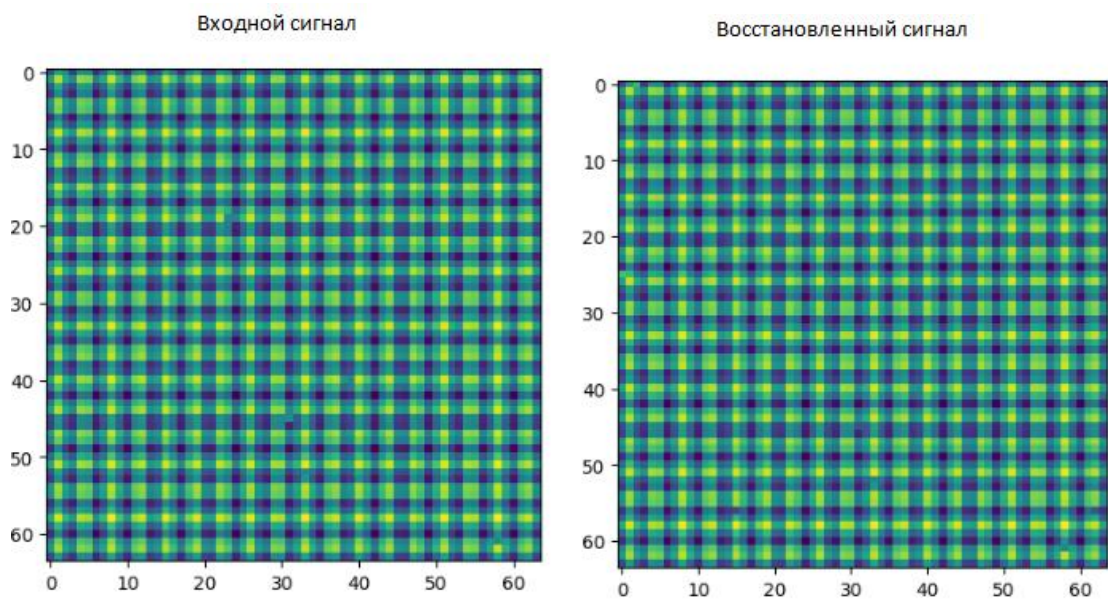


Рисунок 6 – Результат восстановления высокочастотного сигнала.

Восстановление комплексного сигнала:

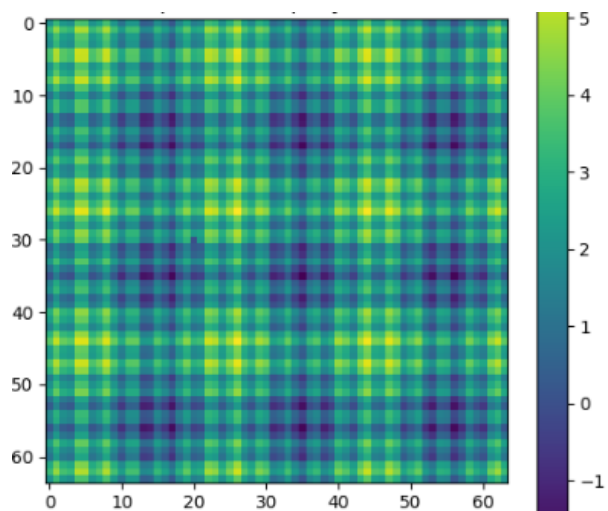


Рисунок 7 – Комплексный сигнал с пропусками.

Входной сигнал состоит из двух компонент, сначала создаются высокочастотный и низкочастотный сигнал, после чего они складываются. Так же задаются пропуски, которые необходимо восстановить. Таким образом мы получаем комплексный сигнал имеющий пропуски для проверки метода восстановления.

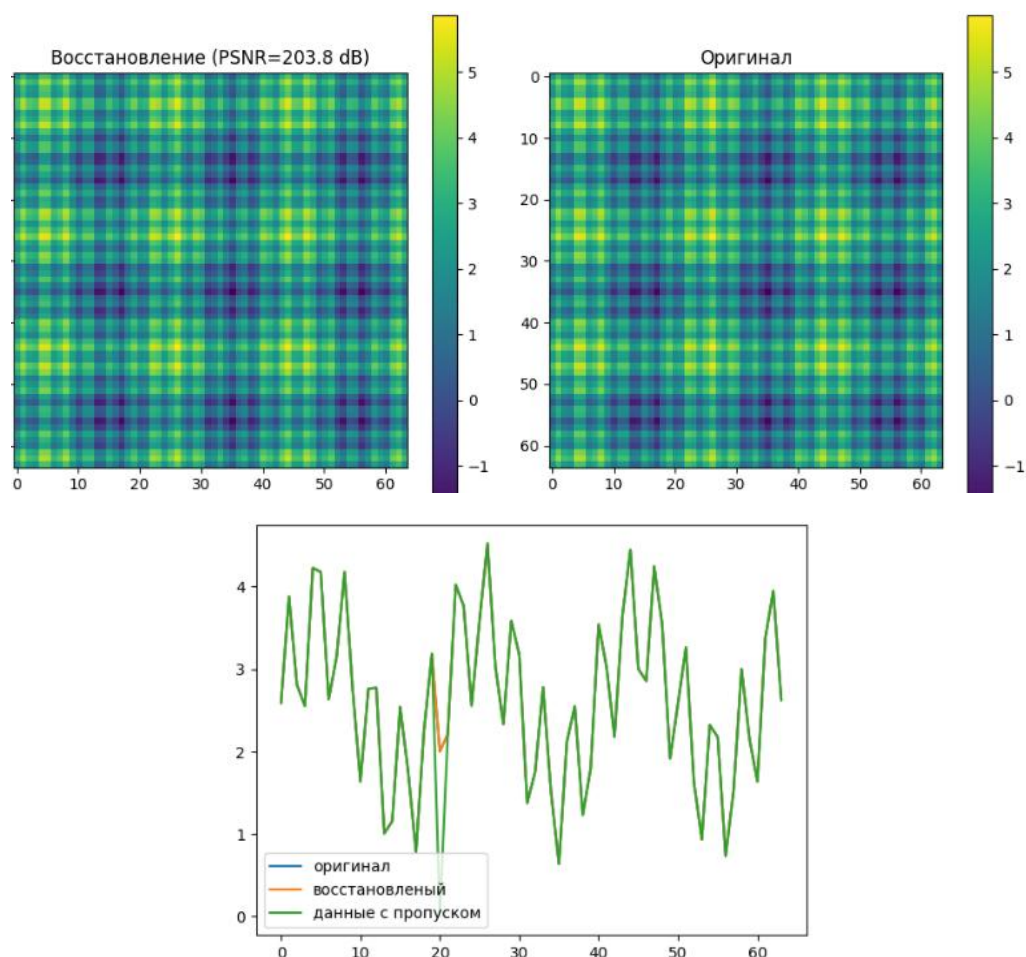


Рисунок 8 – Результат восстановления.

Визуально видно, что сигнал восстановлен идеально, что подтверждается показателями качества:

MSE по всей картинке: 0.00000000

PSNR по всей картинке: 203.84 dB

MAE в точках дырок: 0.000000

Средняя относит. ошибка в дырках: 0.00 %

Нулевая среднеквадратическая и средняя абсолютная ошибки указывают на отсутствие заметных отклонений как в области пропусков, так и вне их. Значение PSNR, превышающее 200 дБ, характерно для случаев, когда различия между исходным и восстановленным сигналами находятся на уровне численной погрешности вычислений.

Таким образом, в рассматриваемом эксперименте алгоритм восстановления корректно воспроизводит пропущенные значения сигнала без внесения искажений в остальную часть изображения.

## **Заключение**

В рамках данной работы были Проанализированы особенности внутриреакторной информации.

Рассмотрена разработка алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков..

Спроектирование структуры программного комплекса для реализации алгоритма расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.

На основе спроектированной структуры программы реализован программный комплекс для расчета прогнозного значения сигнала датчика с учетом показаний всех остальных установленных на объекте датчиков.

Проведен анализ результатов расчета прогнозного значения сигнала.

### Список литературы

1. Oppenheim A. V., Schaffer R. W. Digital Signal Processing. – Prentice Hall, 1975. – 585 с.
2. Proakis J. G., Manolakis D. K. Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications. – Pearson, 2006. – 1000 с.
3. Медведев С. И. Цифровая обработка сигналов. – Москва: Физматлит, 2012. – 432 с.
4. Постников В.В., Якунин И.С. Контроль распределения энерговыделения в активной зоне ядерного реактора: Учебное пособие. – М.: НИЯУ МИФИ, 2012. – 92 с.
5. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – Москва: Мир, 1978. – 856 с.
6. Каппеллини В., Константи́нидис А. Дж., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение. – Пер. с англ. – Москва: Энергоатомиздат, 1983. – 360 с.
7. Яковлев А., Соколова Д. Цифровая фильтрация и синтез цифровых фильтров. – Litres, 2022.