le 08/05/2022,

Proposition de manipe : Deflecteur accousto-optique

Motivations

- Faire du 2 en 1 : cette manipe me servirait pour : ondes acoustiques et Diffraction par des structures périodiques.

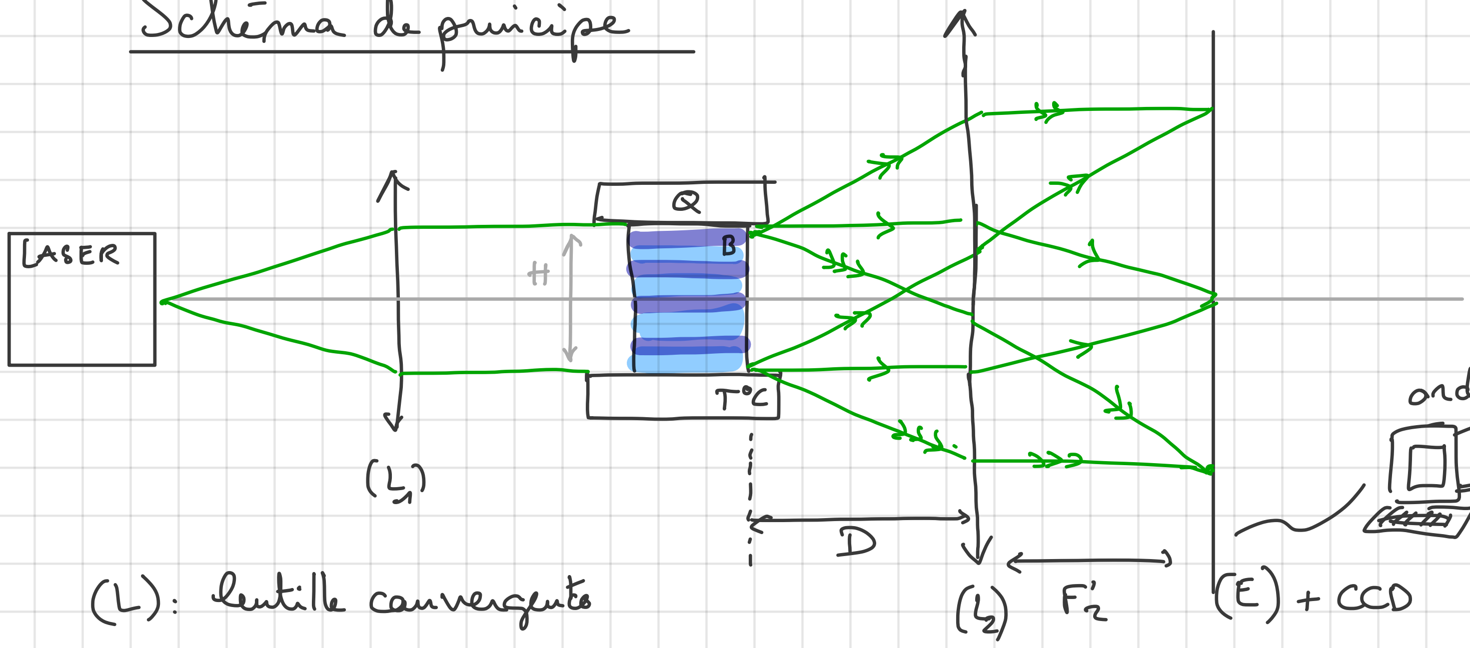
- Pour les ondes accoustiques, montrer que le son se propage plus vite dans l'eau que dans l'air ⇒ grosse différence avec les ondes EM !

- Diffract° par des structures périodiques
  ↳ ex plus original que l'étude d'un réseau.

- Utilisation d'un Quartz piezo
  ↳ 3 disciplines en jeu : élec, optique, méca flu.

Bibliographie : - Pérez, Optique, 7ème éd, chp 27, Dunod
- Mathieu, Ondes, Masson.

Schéma de principe



(L) : lentille convergente

(E) : écran

T°C : plaque chauffante : permet de régler T

B : bécher contenant de l'eau, d'hauteur H, de largeur L

Q : quartz piézoélectrique $(\Omega, \Lambda = \frac{v}{\nu_Q})$ qui créer une onde acoustique.

Remarques pratiques :

onde ultrason $\nu_Q \sim 16$ kHz, 10 MHz et : $V_{eau} \sim 1500$ m/s $\Rightarrow \Lambda = [0{,}15 ; 90]$ mm

Le nombre N de "fentes" est $N = \frac{H}{\Lambda}$

⚠ H ne doit pas être trop grde pour que $\vec{\nabla} T = \vec{0}$ et pour que cela reste une largeur de faisceau raisonnable.

⚠ $N \gg 1$ pour avoir une "belle" figure de diffraction avec uniquemt des max principaux visibles.

Si on fixe $\underline{H = 5 \text{ cm}}$

alors : $N = 100 \Leftrightarrow \Lambda = \frac{H}{100} = 5.10^{-4} = 0{,}5$ mm

soit $\nu_Q \sim V_{eau}/\Lambda = \underline{3 \text{ MHz}}$

L'onde ultra sonore se comporte comme un réseau 1D dont le facteur de structure est : $\mathcal{I}(x) = \dfrac{\sin^2(N\phi_1/2)}{\sin^2(\phi_1/2)}$

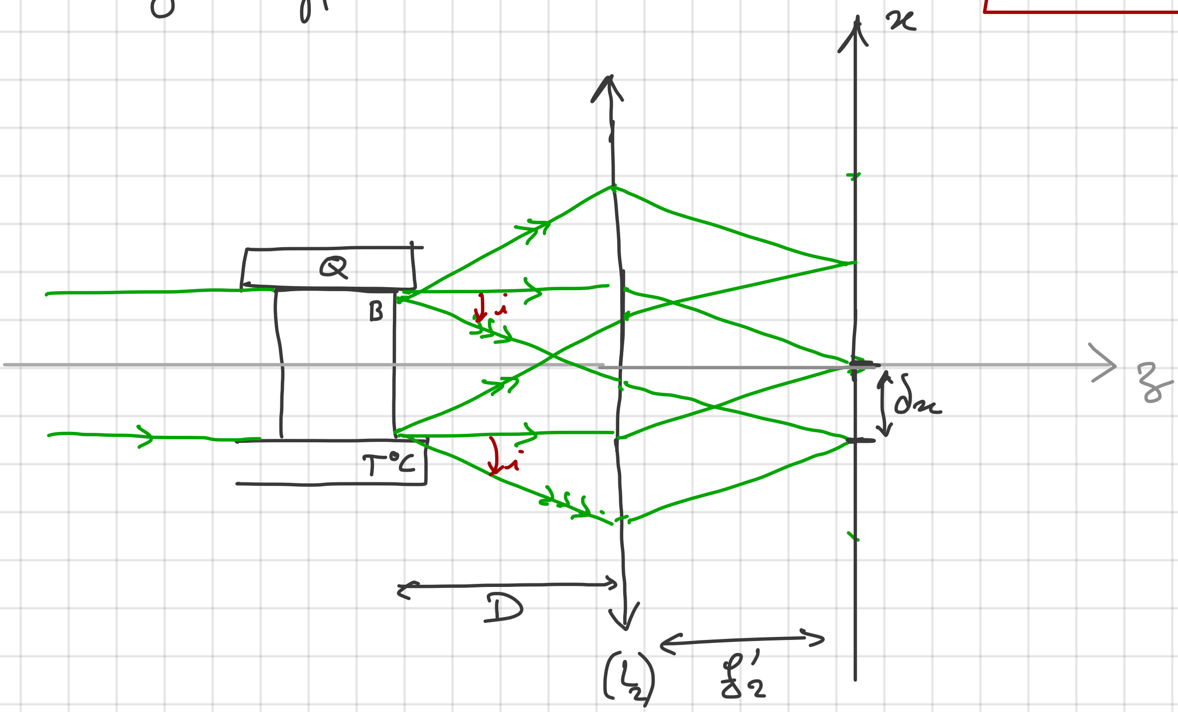
où : $\phi_1 = \dfrac{2\pi\Lambda}{\lambda}(\sin i' \pm \sin i)$

ici on se place en incidence normale $i'=0$, et à un signe près : $\boxed{\phi_1 = \dfrac{2\pi\Lambda}{\lambda}\sin i}$

En plus on se restreint à $i \ll 1$ (proche de l'axe opt.)

$$\boxed{\phi_1 \simeq \frac{2\pi\Lambda}{\lambda}\, i}$$

La distance entre 2 max principaux successifs est : $\dfrac{\Delta\phi_1}{2} = \pi$ ce qui correspond à une variation de la direction du rayon diffracté de : $\delta i \simeq \lambda/\Lambda \Rightarrow \boxed{\Lambda \simeq \lambda/\delta i}$

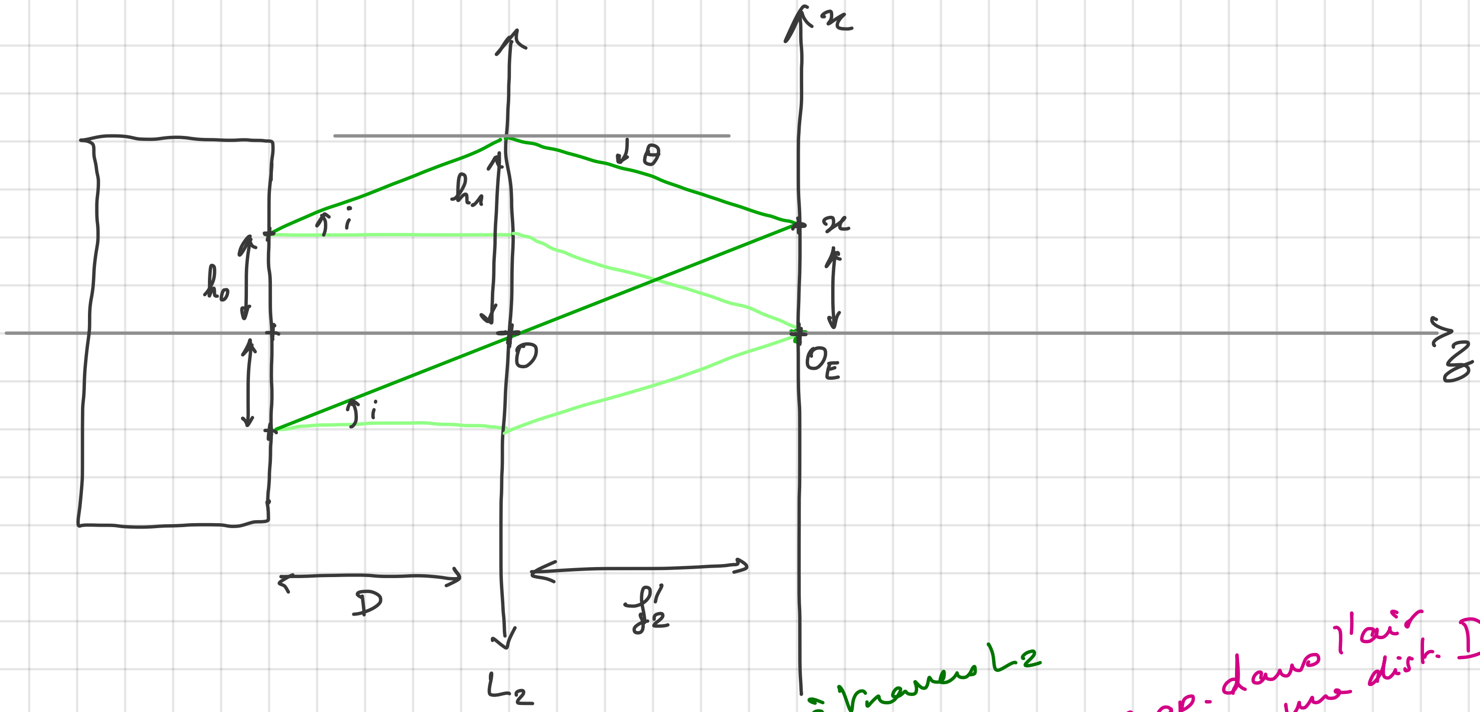


On mesure δx, or $\delta x = f'_2\, \delta i$ (preuve page ci-après)

$$\Rightarrow \boxed{\Lambda_{mes} = \frac{\lambda}{\delta x_{mes}} f'_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{eau,mes} = \nu_q \frac{\lambda}{\delta x_{mes}} \cdot f'_2}$$

Preuve de $\delta x = f'_2\, \delta i$.



Optique matricielle

passage à travers L2

prop. dans l'air sur une dist. D

$$\begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & f'_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f'_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & D \\ 0 & 1 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} h_0 \\ i \end{pmatrix}$$

prop dans l'air sur une dist. f'_2

$$= \begin{pmatrix} 1 & D \\ -1/f'_2 & -D/f'_2 + 1 \end{pmatrix}$$

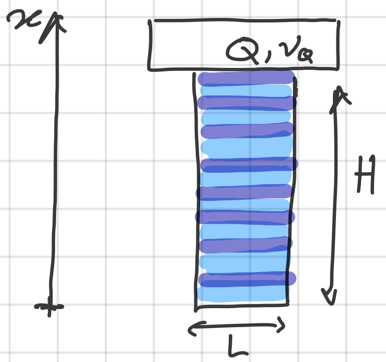
$$= \begin{pmatrix} 0 & D - D + f'_2 \\ -1/f'_2 & -D/f'_2 + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_0 \\ i \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f'_2\, i \\ -\frac{h_0}{f'_2} + \left(1 - \frac{D}{f'_2}\right) i \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{x = f'_2\, i}$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta x = f'_2\, \delta i}$$

Quelques éléments théoriques

1 L'onde accoustique est générée par un quartz piezo-électrique :



$$p = p_0 + p_m \cos(Kx - 2\pi\nu_Q t)$$

où $K = \frac{2\pi}{\Lambda}$ avec $\Lambda = \frac{V_{eau}}{\nu_Q}$

On suppose que l'eau est en évolution adiatique, la surpression et la masse volumique son couplées linéairement :

$$\rho = \rho_0 \chi_0 p$$

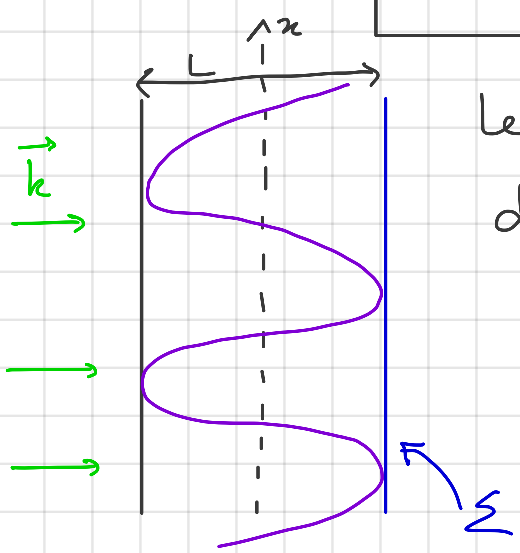
masse volumique du fluide au repos

d'où : $\boxed{\rho = \rho_0 + \rho_m \cos(Kx - 2\pi\nu_Q t)}$

de plus la loi phénoménologique de Gladstone donne pour un fluide : $n - 1 \propto \rho$

indice de réfraction

D'où : $\boxed{n \equiv n(x,t) = n_0 + n_m \cos(Kx - 2\pi\nu_Q t)}$



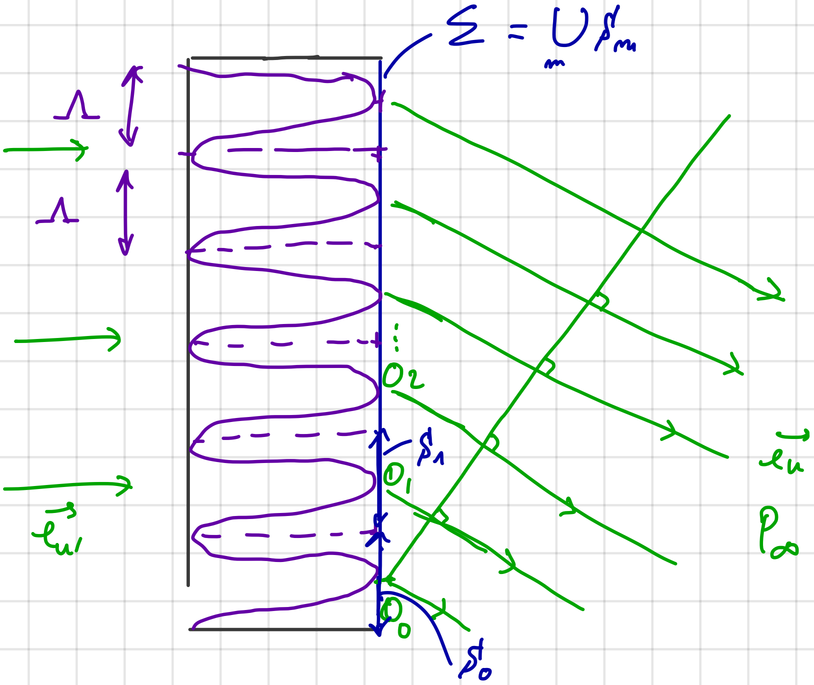
Le déphasage en Σ dû à la propagation dans L est : $\varphi \equiv \varphi(x,t) = k\underbrace{n(x,t)L}_{=\delta}$

où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ longueur d'onde incidente

Soit $\boxed{\varphi(x,t) = \varphi_0 + \varphi_m \cos(Kx - 2\pi\nu_Q t)}$

$$\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 L$$

② On suppose maintenant que l'onde accoustique dans la colonne d'eau peut être considérée comme un réseau de diffraction de pas Λ (longueur d'onde de l'onde accoustique).



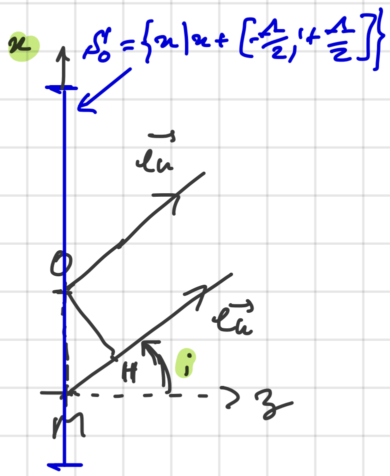
2a L'état vibratoire en de l'onde diffractée par S_0 s'écrit à l'aide de formulat° pratique du ppe de Huygens-Fresnel pour la diff à l'∞ :

$$\psi_0(P_\infty) \simeq A \int_{S_0} \psi_0(M)\, e^{i\phi}\, ds$$

où ϕ est le déphasage relatif entre la phase du rayon diffracté en O_0 et celui diffracté en $M \in S_0$.

L'état vibratoire en M, $\psi_0(M)$ s'écrit : $\psi_0(M) = a_0 e^{i(\varphi(x,t) - \omega t)}$

où : $\varphi(x,t) = \varphi_0 + \varphi_m \cos(Kx - 2\pi \nu_Q t)$



$\delta = \overline{MH} = (\vec{MO} \cdot \vec{e_u})$

$\phi = k\delta = -\vec{OM} \cdot \vec{k}$

$\phi = -kx \sin i$

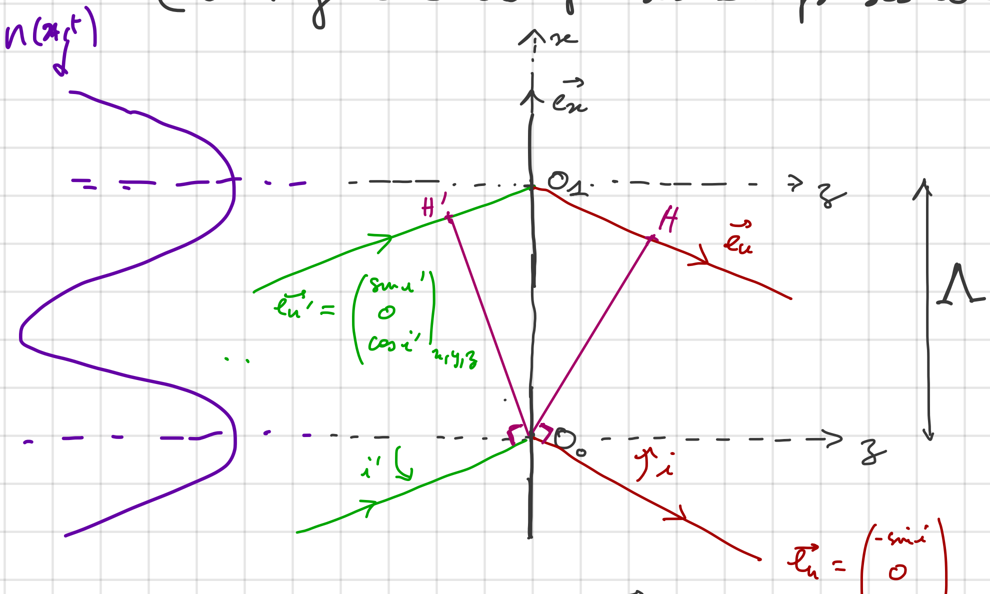
2b L'Intensité de l'état vibra. correspondant à la superposition des ondes diffractées par le réseau 1D s'écrit

$$\boxed{I(\alpha=-\sin i) = \mathcal{D}(\alpha)\cdot \mathcal{J}(\alpha)}$$

où $\mathcal{D}(\alpha) = a_0^2 \left| \int_{-\Lambda/2}^{+\Lambda/2} e^{i\varphi_m \cos(Kx - \Omega t)} e^{-ikx\alpha} \, dx \right|^2$ ← facteur de forme

et $\mathcal{J}(\alpha) = \dfrac{\sin^2(N\phi_1(\alpha)/2)}{\sin^2(\phi_1(\alpha)/2)}$ ← facteur de structure

où $\phi_1(\alpha)$ est le déphasage entre les rayons diffractés par deux centres successifs O_m et O_{m+1} (la référence des phases est prises en O_0).



$\vec{e_u} = \begin{pmatrix} -\sin i \\ 0 \\ \cos i \end{pmatrix}_{x,y,z}$

$\alpha = -\sin i$

$\delta_1 = H'O_1 + O_1H = \vec{O_0O_1}\cdot\vec{e_u}' + \vec{O_0O_1}\cdot(-\vec{e_u})$

$\delta_1 = \Lambda\, \vec{e_x}\cdot(\vec{e_u}' - \vec{e_u})$

On : $\phi_1 = k\delta_1$,

$\phi_1 = k\Lambda(\underbrace{\cancel{\sin i'}}_{=0} + \sin i)$

$\phi_1 = -k\Lambda\alpha = \boxed{\dfrac{2\pi}{\lambda}\Lambda\alpha = \phi_1(\alpha)}$

On laisse de côté le calcul de $\mathcal{D}(\alpha)$ en supposant qu'il soit l'enveloppe de I.

2c L'étude de la fonction des réseaux $\mathcal{S}(x) = \frac{\sin^2(Nx)}{\sin^2(x)}$

montre que 2 max ppaux sont séparés de π

soit un $\delta\phi_1 = 2\pi$

Avec l'hypothèse $\sin i \simeq i$, $\phi_1 \simeq \frac{2\pi}{\lambda} \Lambda i$

en différenciant : $\delta\phi_1 = 2\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \Lambda \, \delta i = 2\pi$

$\Leftrightarrow \delta i = \lambda / \Lambda$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{La mesure de } V_{eau} = \Lambda \nu \text{ peut se faire par la mesure de } \delta i \text{ !}}$

Bonus :

L'idée est d'ensuite faire la mesure pour plusieurs T(°C).

On rappelle que la vitesse d'une onde acoustique dans un fluide est définie par :

$$v^2 := \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S \leftarrow \text{entropie fixée.}$$

ou

$$v = (\chi_S \, \rho)^{-1/2}$$

avec χ_S le coeff de compressibilité isentropique

$$\chi_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S \equiv f(T)$$

$\leftarrow$ volume

$\Rightarrow$ $\underline{v \text{ dépend de } T}$

Pour un Gaz Parfait on peut mq : $v(T) = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$

γ : coefficient isentropique ($\gamma = C_p / C_v$) (1,4 pour l'air)

M : masse molaire du gaz , R = cste des GP

Pour un fluide comme l'eau : $v(T) = ?$

<u>Attention</u> : il est possible que l'influence de la température soit non mesurable avec la manipe. Mais j'ai bon espoir car c'est une méthode optique à l'oeuvre donc précise, on a :

$$\boxed{V_{eau,mes} = \nu_Q \frac{\lambda}{\delta x_{mes}} \cdot f'_2} \qquad (\delta x = f'_2 \, \delta i)$$

pixels du CCD. :)

<u>Autre idée</u>

eau pure $\quad V_{eau} = 1482 \, m/s$ à $20°$

eau de mer $\quad V_{eau\,mer} = 1500 \, m/s$ à $20°$

$\Rightarrow$ on peut saler le bécher et voir ce que ça change.