> *#Лабораторная работа 1*

> *#Группа 353502, Згирская Дарья*

>

> *#Задание 1*

> $expr := \dfrac{\dfrac{4\cdot x^5 + 40\cdot x^4 + 100\cdot x^3 - 80\cdot x^2 - 320\cdot x + 256}{x^4 + x^3 - 9\cdot x^2 + 11\cdot x - 4}}{\dfrac{(x^2 + 8\cdot x + 16)}{3\cdot x^3 - 3\cdot x^2}}$:

> $normal(expr)$; *#команда приводит дробь к несократимой*

$$12\,x^2 \qquad (1)$$

> $restart$;

>

> *#Задание 2*

> $expr := (2\cdot x - 9)\cdot(4\cdot x^2 + 3)\cdot(3\cdot x + 1)$:

> $expand(expr)$; *#команда приводит многочлен к стандартному виду*

$$24\,x^4 - 100\,x^3 - 18\,x^2 - 75\,x - 27 \qquad (2)$$

> $restart$;

>

> *#Задание 3*

> $expr := 2\cdot x^4 + 14\cdot x^3 + 12\cdot x^2 - 56\cdot x - 80$:

> $factor(expr)$; *#команда раскладывает выражение на множители*

$$2\,(x+5)\,(x-2)\,(x+2)^2 \qquad (3)$$

> $restart$;

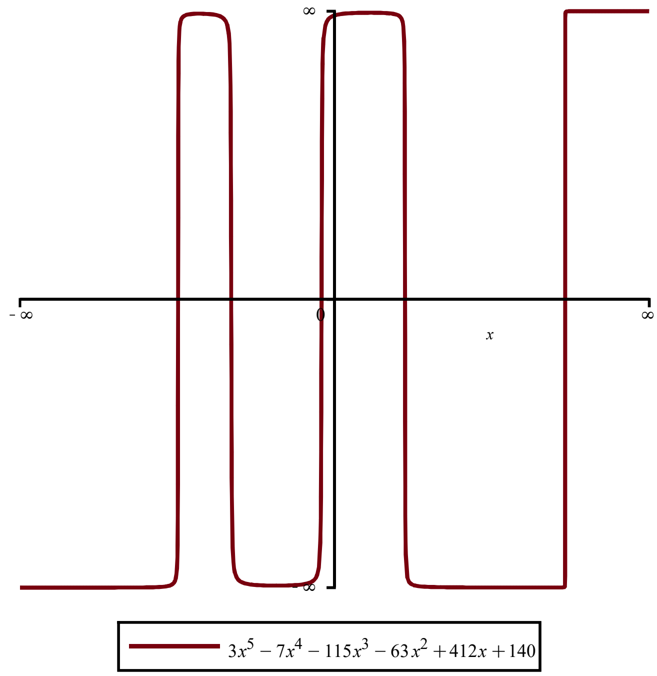
>

> *#Задание 4*

> $P(x) := 3\cdot x^5 - 7\cdot x^4 - 115\cdot x^3 - 63\cdot x^2 + 412\cdot x + 140$:

> *#команда строит график заданной функции (первый параметр) на некотором диапазоне (второй параметр) с добавлением легенды к графику. Причем обязателен только 1-ый параметр*

> $plot(P(x), x = -\text{infinity}..\text{infinity}, legend = P(x))$;



> *fsolve*$(P(x)=0)$; *#команда находит приближенные решения для указанного уравнения*

$$-3.980055036,\ -2.629274144,\ -0.3329187587,\ 1.789268946,\ 7.486312326 \tag{4}$$

> *restart*;

>

> ***#Задание 5***

> $expr := \dfrac{2\cdot x^4 + 3\cdot x^3 + 2\cdot x - 4}{\left(x^2+4\right)\cdot(x-2)^2\cdot\left(x^2-9\right)}$:

> *convert*$(expr, parfrac, x)$;
#команда переводит объект одного типа данный в обЪект другого типа данный (в данном случае, рациональныю дробь в простейшие дроби)

$$-\frac{71}{1950\,(x+3)} - \frac{297}{100\,(x-2)} + \frac{-7\,x-10}{52\,\left(x^2+4\right)} - \frac{7}{5\,(x-2)^2} + \frac{245}{78\,(x-3)} \tag{5}$$

> *restart*;

>

> ***#Задание 6***

> $eq := \ln^2(x-3) = -3\cdot\cos(2\cdot x) - 2$;

$$eq := \ln(x-3)^2 = -3\cos(2\,x) - 2 \tag{6}$$

> $Digits = 6$;

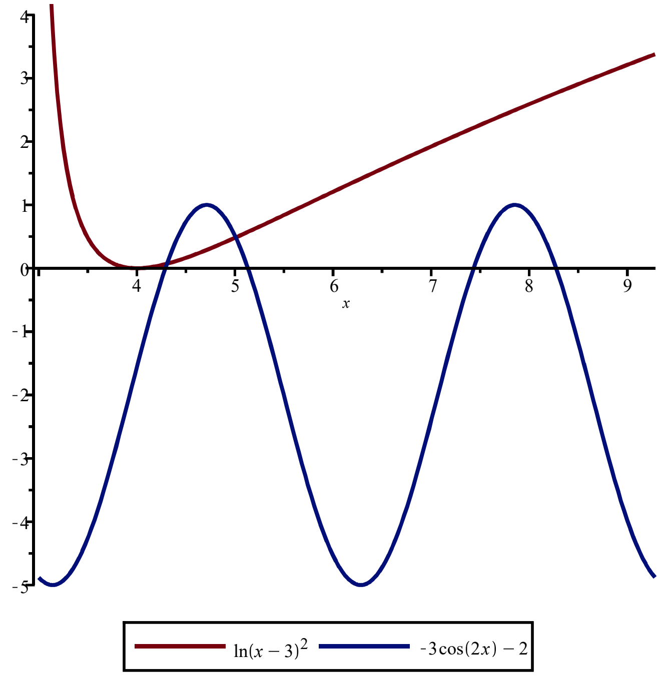
$$10 = 6 \tag{7}$$

> *#Способ 1. Точки пересечение графиков функций из левой и правой части уравнения - искомые корни*

> $f1 := lhs(eq)$: *#команда предоставляет доступ к левой части уравнения*

> $f2 := rhs(eq)$: *#команда предоставляте доступ к правой части уравнения*

> *plot*$([f1, f2], legend = [f1, f2])$



> $fsolve(eq, x = 4..4.5);$

$$4.308239951 \tag{8}$$

> $fsolve(eq, x = 5..5.5);$

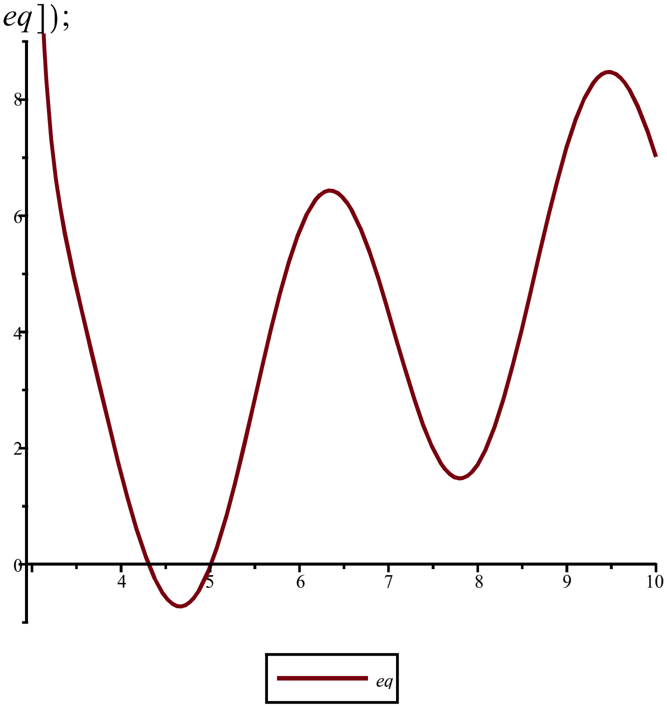
$$5.009181190 \tag{9}$$

>

> *#Способ 2. Перенос правой части уравнения в левую и нахождение точек, в которых график полученной функции пересекает ось абсцисс*

> $eq(x) := \ln^2(x-3) + 3\cdot\cos(2\cdot x) + 2 :$

> $plot(eq, legend = [eq]);$



> $fsolve(eq(x) = 0, x = 4..4.5);$

$$4.308239951 \tag{10}$$

> $fsolve(eq(x), x = 4.5 ..5.5);$

$$5.009181190 \tag{11}$$

> $restart;$

>

> ***#Задание 7***

> $a(n) := \frac{7 \cdot n + 5}{5 \cdot n - 1}$: *#формула n-ого члена последовательности*

> $\varepsilon := \frac{1}{10}$:

> $expr := \frac{7}{5} - \varepsilon < a(n) < \frac{7}{5} + \varepsilon$:

#неравенство, показываеющее, что n-ый член последовательности лежит в ε-окрестности точки a, где a - предел этой последовательности

> $solve(expr, n);$

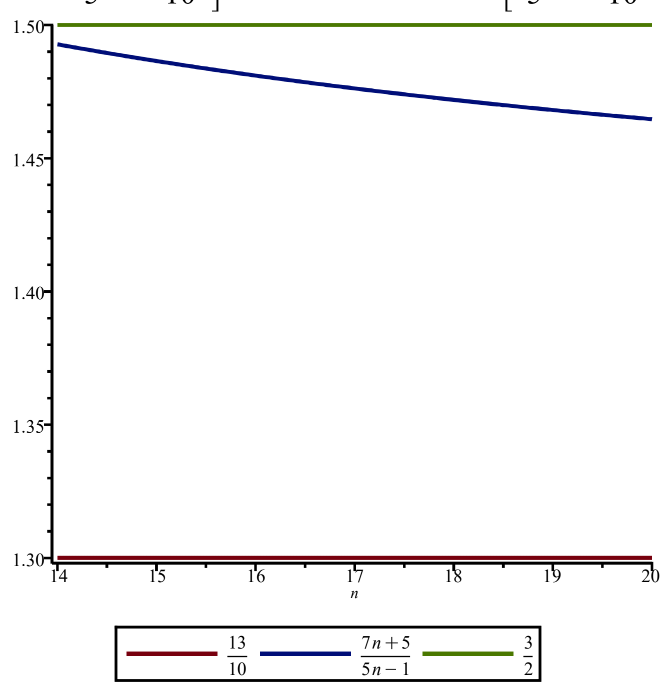
$$\left(-\infty, -\frac{63}{5}\right), (13, \infty) \tag{12}$$

> *#Из (12) следует, что:*

> $N := 14$:

#N - номер, начиная с которого все члены последоывательности попадут в ε-окрестность точки a

> $plot\left(\left[\frac{7}{5} - \frac{1}{10}, a(n), \frac{7}{5} + \frac{1}{10}\right], n = 14 ..20, legend = \left[\frac{7}{5} - \frac{1}{10}, a(n), \frac{7}{5} + \frac{1}{10}\right]\right);$



> $restart;$

>

> ***#Задание 8***

> $expr1 := n - \mathrm{sqrt}(n \cdot (n - 1));$

$$expr1 := n - \sqrt{n\,(n-1)} \tag{13}$$

> *limit*(*expr1*, *n* = infinity);

#команда находит предел функции(первый параметр) при n, стремящемся ко 2-ому параметру

$$\frac{1}{2} \quad (14)$$

> $expr2 := \left(\frac{4 \cdot n^2 + 4 \cdot n - 1}{4 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 3}\right)^{1 - 2 \cdot n}$:

> *limit*(*expr2*, *n* = infinity);

$$e^{-1} \quad (15)$$

> *restart*;

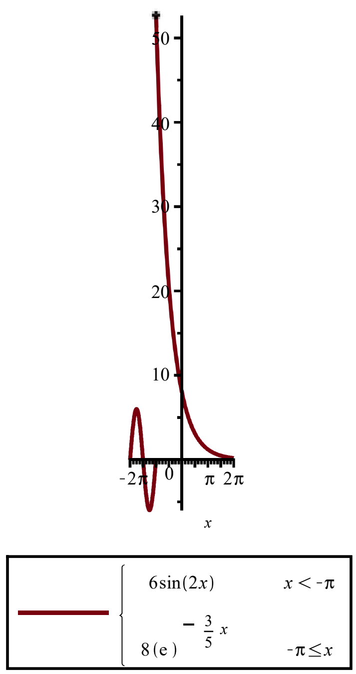
>

> ***#Задание 9***

> $f := x \rightarrow piecewise\left(x < -\mathrm{Pi}, 6 \cdot \sin(2 \cdot x), -\mathrm{Pi} \le x, 8 \cdot \exp(1)^{-\frac{3}{5} \cdot x}\right)$;

$$f := x \mapsto \begin{cases} 6 \cdot \sin(2 \cdot x) & x < -\pi \\ 8 \cdot (e)^{-\frac{3 \cdot x}{5}} & -\pi \le x \end{cases} \quad (16)$$

> *plot*(*f*(*x*), *legend* = *f*(*x*), *scaling* = *constrained*, *discont* = *true*);



> *#x=π - точка разрыва*

> *limit*(*f*(*x*), *x* =-Pi, *left*);

$$0 \quad (17)$$

> *limit*(*f*(*x*), *x* =-Pi, *right*);

$$8\, e^{\frac{3\pi}{5}} \quad (18)$$

> *limit*($f(x)$, x = infinity);

$$0 \tag{19}$$

> *limit*($f(x)$, x =− infinity);

$$-6..6 \tag{20}$$

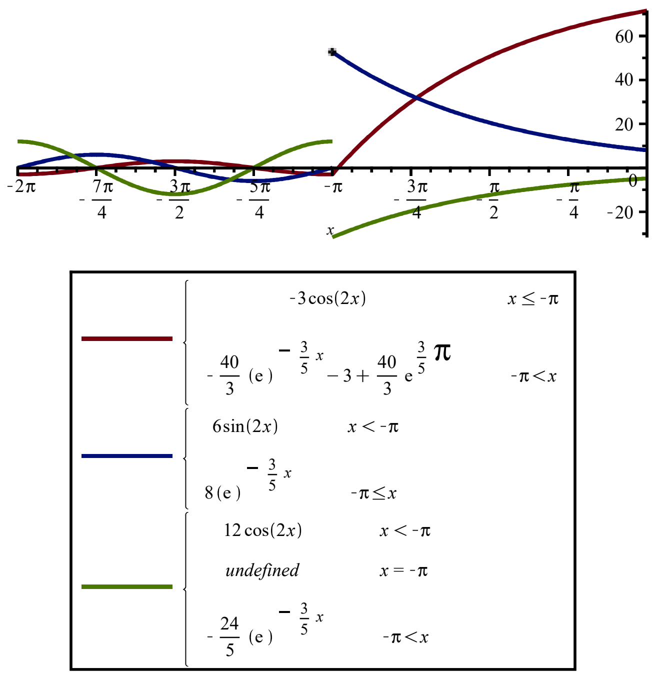
> *differ* := *diff* ($f(x)$, x);

$$differ := \begin{cases} 12\cos(2x) & x < -\pi \\ undefined & x = -\pi \\ -\dfrac{24\,(\mathrm{e})^{-\frac{3x}{5}}}{5} & -\pi < x \end{cases} \tag{21}$$

> *integral* := *int*($f(x)$, x);

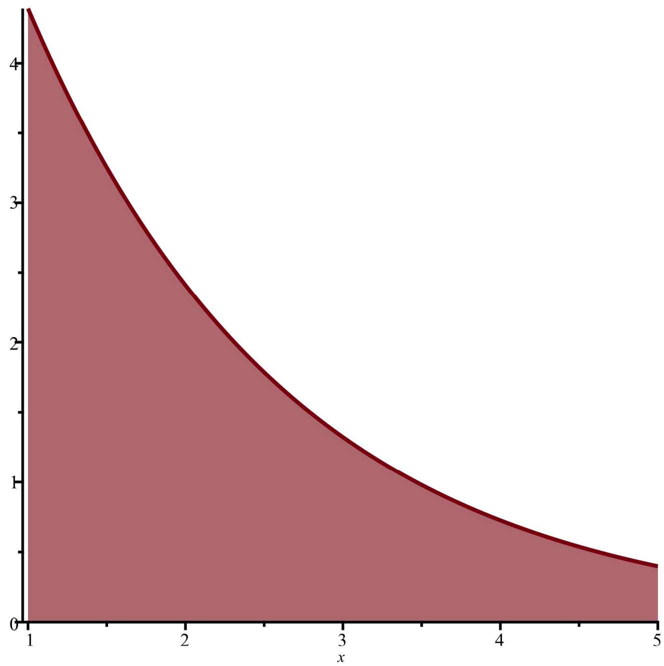
$$integral := \begin{cases} -3\cos(2x) & x \le -\pi \\ -\dfrac{40\,(\mathrm{e})^{-\frac{3x}{5}}}{3} - 3 + \dfrac{40\,\mathrm{e}^{\frac{3\pi}{5}}}{3} & -\pi < x \end{cases} \tag{22}$$

> *plot*([*integral*, $f(x)$, *differ*], x =− 2 Pi ..0, *legend* = [*integral*, $f(x)$, *differ*], *discont* = *true*);



> *plot*($f(x)$, x = 1 ..5, *filled* = *true*);
int($f(x)$, x = 1 ..5);

#Искомая площадь трапеции вычисляется определенным двойным интегралом, где x=1..5, а y= 0..8 $\cdot e^{-\frac{3}{5}\cdot x}$



$$\frac{40\,e^{-\frac{3}{5}}}{3} - \frac{40\,e^{-3}}{3} \qquad \textbf{(23)}$$

> *restart*;

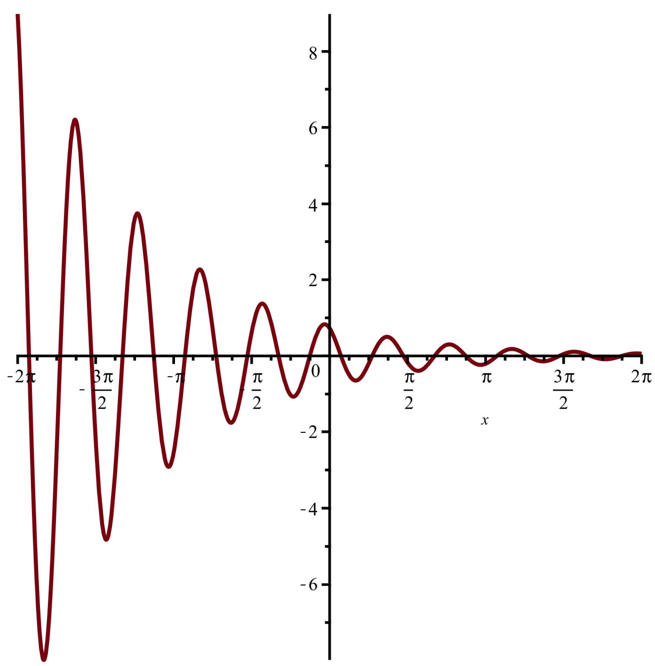
>

> ***#Задание 10***

> ***#1***

> $y := \frac{4}{5} \cdot \exp(1)^{-\frac{2}{5} \cdot x} \cdot \sin(5 \cdot x + 2)$:

> *plot*(*y*);



> *restart*;

> #2

> $f := 4\cdot x^2 - 12\cdot x\cdot y + 9\cdot y^2 - 2\cdot x + 3\cdot y - 2 = 0;$

$$f := 4\,x^2 - 12\,x\,y + 9\,y^2 - 2\,x + 3\,y - 2 = 0 \tag{24}$$

>

> $with(LinearAlgebra):$

> #Запишем матрицу квадратичной формы f(x,y): a11=4, a22=9, a12=-6

> $A := Matrix([[4, -6], [-6, 9]]);$

$$A := \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -6 & 9 \end{bmatrix} \tag{25}$$

> $det := Determinant(A);$

$$det := 0 \tag{26}$$

> #Тк $det(A) = 0$, то заданная прямая - прямая параболического типа

> #Найдем собственные знчения λ и собственные вектора матрицы

> $vectors := Eigenvectors(A);$

$$vectors := \begin{bmatrix} 13 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{27}$$

> #Теперь нормируем первый вектор

> $e1 := Normalize(Column(vectors[2], [2]), Euclidean);$

$$e1 := \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{13}}{13} \\ \frac{2\sqrt{13}}{13} \end{bmatrix} \tag{28}$$

> #И второй

> $e2 := Normalize(Column(vectors[2], [1]), Euclidean);$

$$e2 := \begin{bmatrix} -\frac{2\sqrt{13}}{13} \\ \frac{3\sqrt{13}}{13} \end{bmatrix} \tag{29}$$

> #Получим формулы x и y, подставим их в исходное уравнение и получим каноническое уравнение

> $expr := subs(x = e1[1]\cdot x1 + e2[1]\cdot y1, y = e1[2]\cdot x1 + e2[2]\cdot y1, f):$

> $expr := simplify(expr);$

$$expr := 13\,y1^2 + y1\sqrt{13} - 2 = 0 \tag{30}$$

> $uncanon := Student[Precalculus][CompleteSquare](expr);$

$$uncanon := 13\left(y1 + \frac{\sqrt{13}}{26}\right)^2 - \frac{9}{4} = 0 \tag{31}$$

> #λ1=0, λ2=13, δ=det=λ1 ·λ2=0, S=λ1 +λ2=13. Тогда c=0. Уравнение вырожденного параболического типа: $S\cdot x^2 + c = 0$. Тогда оно примет вид

> $canon := 13\cdot x2^2 = 0$;

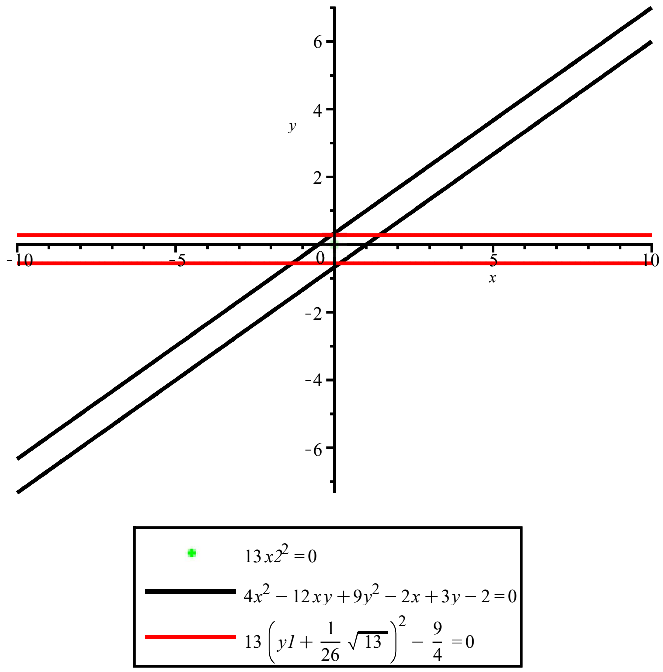
$$canon := 13\, x2^2 = 0 \quad (32)$$

> g1 := plots[implicitplot](f, x=-10..10, y=-10..10, color=black, legend=f) :

> g2 := plots[implicitplot](uncanon, x1=-10..10, y1=-10..10, color=red, legend=uncanon) :

> g3 := plots[pointplot]([0, 0], color=green, legend=canon) :

> plots[display]([g1, g2, g3]);



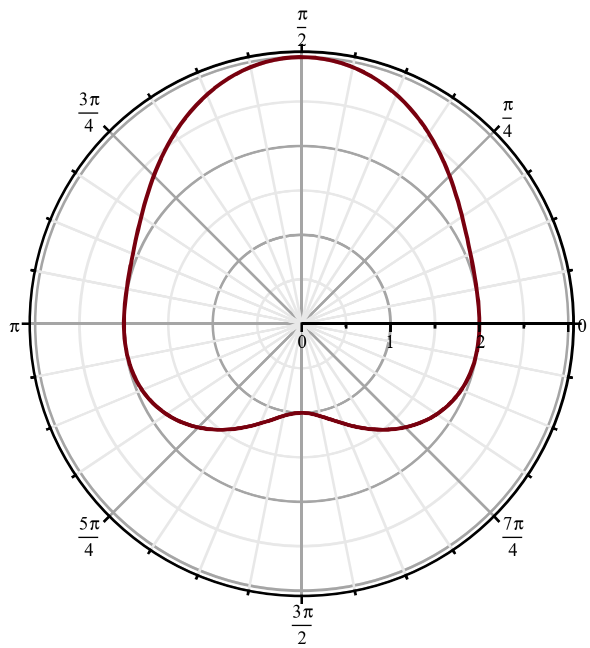
> restart;

> **#3**

> $x(t) := 2 + \sin^3(t)$:

> $y(t) := 1 - \cos^3 t$:

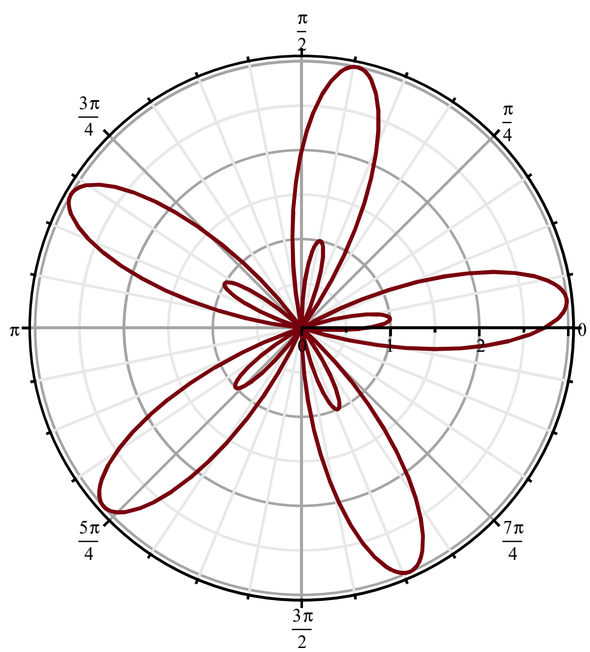
> plots[polarplot]([x(t), y(t)]);



> ***#4***

> $\rho := 1 + 2\cdot\cos\left(5\cdot\varphi - \frac{\mathrm{Pi}}{6}\right)$:

> $plots[polarplot](\rho)$;



>