

Deklarativno programiranje Logičko programiranje i simbolička logika

Izv. prof. dr. sc. Markus Schatten

Fakultet organizacije i informatike,
Sveučilište u Zagrebu
Pavlinska 2, 42000 Varaždin
`markus.schatten@foi.hr`

Simbolička logika

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normale i
standardne forme
Zadaci

Logičko programiranje temelji se na simboličkoj logici.

Simboličku logiku koristimo kao formalni alat za simboliziranje rezoniranja u raznim problemskim ili aplikacijskim domenama. U nastavku objasniti će se:

- 1 Propozicijska logika (PL)
- 2 Logika prvog reda (LPR)
- 3 Transakcijska logika (TL)
- 4 Logika višeg reda (HiLog)
- 5 Logika temeljena na okvirima (LOk)
- 6 Logika ograničenja (LOg)

Propozicijska logika (PL)

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Temeljni element propozicijske logike je propozicija. Propozicija je deklarativna rečenica koja je istinita ili neistinita (ali ne oboje, tj. propozicija ne može biti istovremeno istinita i neistinita).

Primjer

Zadane su rečenice:

***R1** Zagreb je glavni grad Hrvatske.*

***R2** Split je glavni grad Hrvatske.*

***R3** X je glavni grad Hrvatske.*

***R1** je istinita propozicija; **R2** je neistinita ili lažna propozicija; **R3** nije propozicija, jer bez konkretizacije varijable X ne možemo odrediti istinosnu vrijednost od **R3**.*

Sintaksa PL

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Propozicije ćemo označavati slovima P , Q , R , S uz moguće indeksiranje. Pomoću propozicija iskazujemo činjenice (svojstva) problemske domene. Zato ćemo propozicije imenovati i drugim simbolima osim prije spomenitih.

Formule

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Koristeći propozicije i logičke veznike: \neg (negacija), \wedge (konjunkcija), \vee (disjunkcija), \Rightarrow (implikacija) i \Leftrightarrow (ekvivalencija) gradimo izraze koji se nazivaju **formule**. Formule ćemo označavati slovima F , G , H uz moguće indeksiranje. Formule se definiraju rekurzivno kao što slijedi:

- 1 Svaka propozicija je formula.
- 2 $(\neg F)$, $(F \wedge G)$, $(F \vee G)$, $(F \Rightarrow G)$, i $(F \Leftrightarrow G)$ su formule ako su F i G formule.
- 3 Formule se grade jedino konačnim brojem primjena pravila 1. i 2.

Formule

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Promotrimo sljedeće izraze:

- Izraz $F : ((P \wedge Q) \Rightarrow R)$ je formula;
- Izraz $G : P \neg Q$ nije formula.

Konvencija o ispuštanju zagrada:

- 1 Formulu ($F \star G$) pišemo bez (vanjskih) zagrada; Ovdje je \star bilo koji logički veznik.
- 2 Koristimo jačinu vezanja logičkih veznika:

$\neg \triangleright \wedge \triangleright \vee \triangleright \Rightarrow \triangleright \Leftrightarrow$

U navedenom nizu jače veže onaj veznik koji je više lijevo.

Primjer

$F : ((P \vee Q) \Rightarrow R)$ možemo pisati u obliku

$F : P \vee Q \Rightarrow R$ dok primjerice

$G : ((\neg P) \wedge (R \vee S))$ možemo pisati u obliku

$G : \neg P \wedge (R \vee S)$

Semantika PL

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Prije navedenim pravilima definirali smo sintaksu propozicijske logike, tj. rekli smo kako se grade formule u PL. Značenje formula, tj. semantika formula, je postupak određivanja istinosne vrijednosti formula. Sa $PR[F]$ označavamo skup svih propozicija od kojih je izgrađena formula F .

Definicija

Interpretacija formule F je preslikavanje

$$I : PR[F] \longrightarrow \{0, 1\}$$

U zadavanju interpretacije koriste se i simboli F i T umjesto 0, 1 respektivno.

Interpretacija

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

$$F = P \wedge \neg R$$

Jedna interpretacija od F je

$$\begin{array}{c|cc} I : & P & R \\ \hline & 1 & 0 \end{array}$$

Iz tablice čitamo: $I(P) = 1$, $I(R) = 0$.

Kažemo da je P u interpretaciji I istinito (P u I vrijedi), a R je u I neistinito (R u I ne vrijedi).

Broj interpretacija

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Propozicija

Neka je broj elemenata u skupu $PR[F]$, $|PR[F]|$, jednak k . Tada formula F ima 2^k različitih interpretacija.

Semantička pravila

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Semantička pravila za negaciju definiramo tablicom:

| F | $\neg F$ |
|-----|----------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Ako je $I(F) = 0$, onda je $I(\neg F) = 1$

Ako je $I(F) = 1$, onda je $I(\neg F) = 0$

Semantička pravila

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Semantička pravila za \vee , \wedge , \Rightarrow , i \Leftrightarrow dana su u tablici:

| F | G | $F \vee G$ | $F \wedge G$ | $F \Rightarrow G$ | $F \Leftrightarrow G$ |
|-----|-----|------------|--------------|-------------------|-----------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Semantička pravila

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Iz tablice čitamo:

- $F \vee G$ vrijedi u I ako barem jedna od formula F , G vrijedi u I ;
- $F \vee G$ ne vrijedi u I ako obe formule F , G ne vrijede u I .
- $F \wedge G$ vrijedi u I ako obe formule F , G vrijede u I ;
- $F \wedge G$ ne vrijedi u I ako barem jedna od formula F , G ne vrijedi u I .
- Implikacija $F \Rightarrow G$ vrijedi u I u svim slučajevima osim kada F vrijedi u I i G ne vrijedi u I .
- Ekvivalencija $F \Leftrightarrow G$ vrijedi u I samo onda kada F i G imaju istu istinosnu vrijednost u I .

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normaine i
standardne forme

Zadaci

Primjer

$$F \equiv P \vee Q \Rightarrow R$$

,

$$\begin{array}{c|ccc} I_1 : & P & Q & R \\ \hline & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} I_2 : & P & \neg R \\ \hline & 1 & 1 \end{array}$$

Odrediti $I_1(F)$, $I_2(F)$.

$I_1(F) : 1 \vee 1 \Rightarrow 0 = 1 \Rightarrow 0 = 0$; prema tome, $I_1(F) = 0$, tj. F u interpretaciji I ne vrijedi. $I_2(F)$ nije definirano, jer I_2 nije interpretacija za F .

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Kada je $I(F) = 1$, onda kažemo da je F istinito u I ili da F vrijedi u I . Sukladno tome, kada je $I(F) = 0$, onda kažemo da je F neistinito u I ili da F ne vrijedi u I . Istinosna tablica od F sadrži vrijednosti formule F u svakoj njenoj interpretaciji.

Primjer

Neka je $F \equiv \neg P \wedge Q$. Istinosna tablica za formulu F je:

| P | Q | $\neg P$ | F |
|-----|-----|----------|-----|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

Tautologija

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Formula F je tautologija, identički istinit sud ili validna formula ako F vrijedi u svakoj svojoj interpretaciji, tj. $I(F) = 1$ za svaku interpretaciju I od F .

Primjer

$F \equiv P \vee \neg P$ je tautologija.

Sa $F \equiv \top$ označavamo da je F tautologija;

Kontradikcija

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Formula F je kontradikcija, antitautologija ili identički lažan sud ako F ne vrijedi u svakoj svojoj interpretaciji, tj. $I(F) = 0$ za svaku interpretaciju I od F .

Primjer

$G \equiv P \wedge \neg P$ je kontradikcija.

Sa $F \equiv \perp$ označavamo da je F kontradikcija.

Ispunjiva formula

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Formula F koja je istinita u barem jednoj interpretaciji, tj. postoji $I(F) = 1$ za barem jednu interpretaciju I od F , nazivamo ispunjivom ili antikontradiktornom.

Primjer

$G \equiv P \Rightarrow Q$ je antikontradiktorna.

Interpretacija

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

Interpretacija niza formula F_1, \dots, F_n je preslikavanje

$$I : PR[F_1] \cup \dots \cup PR[F_n] \longrightarrow \{0, 1\}$$

$I(F_i)$ računamo tako da u formulu F_i uvrstimo vrijednosti propozicija iz F_i koje su definirane interpretacijom I .

Interpretacija I formule F je model za F ako F vrijedi u I . Interpretacija I niza formula F_1, \dots, F_n je model danog niza formula ako svaka od formula F_1, \dots, F_n vrijedi u I .

Za niz formula F_1, \dots, F_n kažemo da je konzistentan ako ima model; u protivnome, kažemo da je dani niz kontradiktoran.

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Ispitati konzistentnost formula $F \equiv P \Rightarrow Q$, $G \equiv \neg Q$. Ispitujemo je li niz F, G ima model. Potrebno je pronaći interpretaciju u kojoj vrijede i F i G .

Istinitosnom tablicom dobivamo sve interpretacije:

| P | Q | F | G |
|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Iz tablice čitamo da u interpretaciji:

| | | |
|-------|-----|-----|
| $I :$ | P | Q |
| | 0 | 0 |

vrijede i F i G , čime zaključujemo da niz F, G ima model, tj. da je niz F, G konzistentan.

Logička posljedica

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Za formulu G kažemo da je posljedica formula F_1, \dots, F_n ako za svaku interpretaciju I formula F_1, \dots, F_n, G vrijedi: Ako je I model za F_1, \dots, F_n , onda je I model i za G

Notacija:

$$F_1, \dots, F_n \models G$$

Da G nije logička posljedica od F_1, \dots, F_n pišemo ovako:

$$F_1, \dots, F_n \not\models G$$

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Ispitati je li vrijedi $\neg(P \vee Q) \models \neg P \wedge \neg Q$.

| P | Q | $P \vee Q$ | $\neg(P \vee Q)$ | $\neg P$ | $\neg Q$ | $\neg P \wedge \neg Q$ |
|-----|-----|------------|------------------|----------|----------|------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Iz tablice vidimo da je jedino interpretacija:

| | | |
|-------|-----|-----|
| $I :$ | P | Q |
| | 0 | 0 |

model za $\neg(P \vee Q)$. Obzirom da je interpretacija I također i model za $\neg P \wedge \neg Q$ zaključujemo da $\neg(P \vee Q) \models \neg P \wedge \neg Q$ vrijedi.

Jednakost formula

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Formule F i G su jednake ako vrijedi

$$F \models G \text{ i } G \models F$$

Pišemo

$$F \equiv G$$

Jednakost $F \equiv G$ znači jednakost pripadnih istinosnih tablica.

Metateoremi o logičkoj posljedici

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Propozicija

$F_1, \dots, F_n \models G$ ako i samo ako je formula $H \equiv (F_1 \wedge \dots \wedge F_n) \wedge \neg G$ kontradikcija.

Propozicija

$F_1, \dots, F_n \models G$ ako i samo ako je formula $H \equiv (F_1 \wedge \dots \wedge F_n) \Rightarrow G$ tautologija.

Literal

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)
Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Za formulu F kažemo da je literal ako je $F \equiv P$ ili $F \equiv \neg P$ pri čemu je P propozicija.

Definicija

Za formulu F kažemo da je konjunkcija formula F_1, \dots, F_n ako je $F \equiv F_1 \wedge \dots \wedge F_n$. Analogno tome kažemo da je formula F disjunkcija formula F_1, \dots, F_n ako je $F \equiv F_1 \vee \dots \vee F_n$.

Normalne forme

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Kažemo da je formula F u konjunktivnoj normalnoj formi (KNF) ako je F konjunkcija formula F_1, \dots, F_n , a svaki $F_i, i \in \{1, \dots, n\}$ je disjunkcija nekih literala F_{i1}, \dots, F_{ik_i}

Definicija

Kažemo da je formula F u disjunktivnoj normalnoj formi (DNF) ako je F disjunkcija formula F_1, \dots, F_n , a svaki $F_i, i \in \{1, \dots, n\}$ je konjunkcija nekih literala F_{i1}, \dots, F_{ik_i}

Primjer

Formula $F \equiv (\neg P \vee Q) \wedge (R \vee \neg S) \wedge (P \vee Q \vee R \vee S)$ je u KNF, ako su P, Q, R, S propozicije.

Formula $G \equiv Q \vee (\neg Q \wedge P) \vee (\neg Q \wedge \neg S)$ je u DNF, ako su P, Q, S propozicije.

Katalog PL I

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Svaku formulu moguće je transformirati u njezinu semantički ekvivalentnu formulu koja je u konjunktivnoj odnosno disjunktivnoj normalnoj formi pomoću sljedećeg kataloga PL.

Za bilo koje formule F , G , H vrijedi:

① (refleksija)

$$F \equiv F$$

② (komutacija)

$$F \vee G \equiv G \vee F$$

$$F \wedge G \equiv G \wedge F$$

③ (asocijacija za $\star \in \{\vee, \wedge, \Leftrightarrow\}$)

$$(F \star G) \star H \equiv F \star (G \star H)$$

Katalog PL II

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

4 (distribucija)

$$F \vee (G \wedge H) \equiv (F \vee G) \wedge (F \vee H)$$

$$F \wedge (G \vee H) \equiv (F \wedge G) \vee (F \wedge H)$$

5

$$\neg(\neg F) \equiv F$$

$$\neg(F \vee G) \equiv \neg F \wedge \neg G$$

$$\neg(F \wedge G) \equiv \neg F \vee \neg G$$

$$\neg(F \Rightarrow G) \equiv F \wedge \neg G$$

6

$$F \Rightarrow G \equiv \neg F \vee G$$

$$F \Leftrightarrow G \equiv (F \Rightarrow G) \wedge (G \Rightarrow F)$$

7 (kontrapozicija)

$$F \Rightarrow G \equiv \neg G \Rightarrow \neg F$$

Katalog PL III

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

8 (jednakosti s \perp i \top)

$$\neg \perp \equiv \top$$

$$\neg \top \equiv \perp$$

$$F \vee \perp \equiv F$$

$$F \vee \top \equiv \top$$

$$F \wedge \perp \equiv \perp$$

$$F \wedge \top \equiv F$$

$$F \vee \neg F \equiv \top$$

$$F \wedge \neg F \equiv \perp$$

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Neka je zadana formula $F \equiv (P \wedge Q) \Rightarrow (Q \Leftrightarrow S)$. Transformirajte formulu F u konjunktivnu i disjunktivnu normalnu formu.

Primjer

Rješenje

Računamo KNF:

$$\begin{aligned} F &\equiv (P \wedge Q) \Rightarrow (Q \Leftrightarrow S) \\ &\equiv \neg(P \wedge Q) \vee (Q \Leftrightarrow S) && \text{Prema 5.4} \\ &\equiv \neg(P \wedge Q) \vee [(Q \Rightarrow S) \wedge (S \Rightarrow Q)] && \text{Prema 6.2} \\ &\equiv \neg(P \wedge Q) \vee [(\neg Q \vee S) \wedge (\neg S \vee Q)] && \text{Prema 5.4} \\ &\equiv \neg P \vee \neg Q \vee [(\neg Q \vee S) \wedge (\neg S \vee Q)] && \text{Prema 5.3, zagrade} \\ &\equiv \neg P \vee [(\neg Q \vee \neg Q \vee S) \wedge (\neg Q \vee \neg S \vee Q)] && \text{Prema 4.1} \\ &\equiv \neg P \vee [(\neg Q \vee S) \wedge (\neg S \vee Q)] && \text{Prema 8.7} \\ &\equiv \neg P \vee [(\neg Q \vee S) \wedge T] && \text{Prema 8.4} \\ &\equiv \neg P \vee \neg Q \vee S && \text{Prema 8.3, zagrade} \end{aligned}$$

Obzirom da smo eliminirali jedan od osnovnih veznika (konjunkciju), konačni izraz predstavlja ujedno i KNF i DNF.

Reprezentant formule

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Disjunkcije literala u KNF ćemo nazivati disjunktima.

Definicija

Neka su F_1, \dots, F_n disjunkti iz KNF formule F . Za skup $\{F_1, \dots, F_n\}$ kažemo da predstavlja formulu F te ga zovemo predstavnikom ili reprezentantom.

Primjer

Skup $\{\neg P \vee Q, R \vee \neg S, P \vee Q \vee R \vee S\}$ je reprezentant formule $F \equiv (\neg P \vee Q) \wedge (R \vee \neg S) \wedge (P \vee Q \vee R \vee S)$.

Kontrarne formule

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Za formule $F \equiv P$ i $G \equiv \neg P$ kažemo da su kontrarne ili suprotne. Svaki skup disjunkata $\{P, \neg P\}$ nazivamo kontrarnim ili kontradiktornim parom disjunkata.

Pravilo rezolucije

Definicija

Neka su F_1 i F_2 disjunkt, takvi da je $F_1 \equiv P \vee F'_1$ i $F_2 \equiv \neg P \vee F'_2$. Disjunkt $F_3 \equiv F'_1 \vee F'_2$ nazivamo rezolventom disjunktata F_1 i F_2 , a samo pravilo izvoda disjunktata F_3 iz disjunktata F_1 i F_2 pravilom rezolucije.

Rezolventu disjunktata F_1 i F_2 označavat ćemo s $\text{res}(F_1, F_2)$.

Primjer

*Neka je $F_1 \equiv P \vee \neg Q \vee \neg R \vee S$ i $F_2 \equiv P \vee Q \vee \neg R \vee \neg S$, tada su disjunkt
 $F_3 \equiv P \vee \neg R \vee S \vee \neg S$ i $F_4 \equiv P \vee Q \vee \neg Q \vee \neg R$ dvije moguće rezolvente
disjunktata F_1 i F_2 .*

Metateorem o rezolventi

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Propozicija

Rezolventa $res(F_1, F_2)$ disjunkata F_1 i F_2 je njihova logička posljedica.

Rezolutivni izvod

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Neka je \mathbb{D} skup disjunkata. Pod rezolutivnim izvodom formule F iz skupa \mathbb{D} razumijevamo svaki niz disjunkata F_1, \dots, F_n za koji vrijedi: za svaki $j \in \{1, \dots, n\}$ je ili $F_j \in \mathbb{D}$ ili je F_j rezolventa nekih disjunkata F_r, F_s , gdje je $r, s \leq j - 1$ i $F_n \equiv F$.

Rezolutivni izvod

Primjer

Neka je $\mathbb{D} = \{P, Q \vee \neg P, R \vee \neg P, \neg P \vee \neg Q \vee \neg R\}$. Primjenjujući pravilo rezolucije dobivamo sljedeći rezolutivni izvod praznog disjunkta \perp iz \mathbb{D} :

- | | | | | |
|----|-------|---|----------------------------------|---|
| 1) | C_1 | : | P | <i>element iz \mathbb{D}</i> |
| 2) | C_2 | : | $Q \vee \neg P$ | <i>element iz \mathbb{D}</i> |
| 3) | C_3 | : | Q | <i>rezolventa C_1 i C_2</i> |
| 4) | C_4 | : | $\neg P \vee \neg Q \vee \neg R$ | <i>element iz \mathbb{D}</i> |
| 5) | C_5 | : | $\neg P \vee \neg R$ | <i>rezolventa C_3 i C_4</i> |
| 6) | C_6 | : | $R \vee \neg P$ | <i>element iz \mathbb{D}</i> |
| 7) | C_7 | : | $\neg P$ | <i>rezolventa C_5 i C_6</i> |
| 8) | C_8 | : | \perp | <i>rezolventa C_1 i C_7</i> |

Metateorem

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Propozicija

Neka je \mathbb{D} nekontradiktoran skup disjunkata i I odgovarajuća interpretacija. Ako niz disjunkata D_1, \dots, D_n predstavlja rezolutivni izvod disjunkta D iz skupa \mathbb{D} , onda je D istinit u interpretaciji I .

A čemu sve ovo...?!?!

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

A čemu sve ovo...?!?!

- Prethodno navedeni rezolutivni izvod omogućava nam "automatizirano" izvođenje logičkih posljedica iz nekog početnog skupa formula - automatskog u smislu da ga je moguće programirati na računalu!

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

A čemu sve ovo...?!?!

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

- Prethodno navedeni rezolutivni izvod omogućava nam "automatizirano" izvođenje logičkih posljedica iz nekog početnog skupa formula - automatskog u smislu da ga je moguće programirati na računalu!
- U načelu iz niza formula možemo zaključiti je li vrijedi neka nova formula – dakle riječ je o automatiziranom zaključivanju.

A čemu sve ovo...?!?!

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Prethodno navedeni rezolutivni izvod omogućava nam "automatizirano" izvođenje logičkih posljedica iz nekog početnog skupa formula - automatskog u smislu da ga je moguće programirati na računalu!
- U načelu iz niza formula možemo zaključiti je li vrijedi neka nova formula – dakle riječ je o automatiziranom zaključivanju.
- Na vrlo sličnom principu temelji se deduktivni stroj kod logičkog programiranja.

Postupak dokazivanja logičke posljedice rezolucijom

- Pretpostavimo da želimo dokazati da je formula G logička posljedica formula F_1, \dots, F_n , tj. $F_1, \dots, F_n \models G$.

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Postupak dokazivanja logičke posljedice rezolucijom

- Pretpostavimo da želimo dokazati da je formula G logička posljedica formula F_1, \dots, F_n , tj. $F_1, \dots, F_n \models G$.
- Prema prvom metateoremu o logičkoj posljedici dovoljno je dokazati da je formula $F \equiv F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$ kontradiktorna.

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Postupak dokazivanja logičke posljedice rezolucijom

- Pretpostavimo da želimo dokazati da je formula G logička posljedica formula F_1, \dots, F_n , tj. $F_1, \dots, F_n \models G$.
- Prema prvom metateoremu o logičkoj posljedici dovoljno je dokazati da je formula $F \equiv F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$ kontradiktorna.
- Transformiramo formulu F u ekvivalentnu formulu u KNF koristeći katalog PL.

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Postupak dokazivanja logičke posljedice rezolucijom

- Pretpostavimo da želimo dokazati da je formula G logička posljedica formula F_1, \dots, F_n , tj. $F_1, \dots, F_n \models G$.
- Prema prvom metateoremu o logičkoj posljedici dovoljno je dokazati da je formula $F \equiv F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$ kontradiktorna.
- Transformiramo formulu F u ekvivalentnu formulu u KNF koristeći katalog PL.
- Na taj način dolazimo do skupa $\mathbb{D} = \{D_1, \dots, D_k\}$ disjunkata koji reprezentira formulu F .

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Postupak dokazivanja logičke posljedice rezolucijom

- Pretpostavimo da želimo dokazati da je formula G logička posljedica formula F_1, \dots, F_n , tj. $F_1, \dots, F_n \models G$.
- Prema prvom metateoremu o logičkoj posljedici dovoljno je dokazati da je formula $F \equiv F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$ kontradiktorna.
- Transformiramo formulu F u ekvivalentnu formulu u KNF koristeći katalog PL.
- Na taj način dolazimo do skupa $\mathbb{D} = \{D_1, \dots, D_k\}$ disjunkata koji reprezentira formulu F .
- Obzirom da je $F \equiv D_1 \wedge \dots \wedge D_k$ trebamo dokazati da je skup \mathbb{D} kontradiktoran, tj. da je u svakoj interpretaciji formule F bar jedan od disjunkata D_1, \dots, D_k lažan. Dakle, dovoljno je iz skupa \mathbb{D} izvesti identički lažan disjunkt \perp pomoću pravila rezolucije.

Postupak dokazivanja logičke posljedice rezolucijom

- Pretpostavimo da želimo dokazati da je formula G logička posljedica formula F_1, \dots, F_n , tj. $F_1, \dots, F_n \models G$.
- Prema prvom metateoremu o logičkoj posljedici dovoljno je dokazati da je formula $F \equiv F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$ kontradiktorna.
- Transformiramo formulu F u ekvivalentnu formulu u KNF koristeći katalog PL.
- Na taj način dolazimo do skupa $\mathbb{D} = \{D_1, \dots, D_k\}$ disjunkata koji reprezentira formulu F .
- Obzirom da je $F \equiv D_1 \wedge \dots \wedge D_k$ trebamo dokazati da je skup \mathbb{D} kontradiktoran, tj. da je u svakoj interpretaciji formule F bar jedan od disjunkata D_1, \dots, D_k lažan. Dakle, dovoljno je iz skupa \mathbb{D} izvesti identički lažan disjunkt \perp pomoću pravila rezolucije.
- Prema metateoremu o rezolventi vrijedi da je $\{D_1, \dots, D_k\} \models \perp$, a prema prvom metateoremu o logičkoj posljedici možemo zaključiti da je formula $F \equiv F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$ kontradiktorna.

Potpunost i adekvatnost postupka

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- **Navedeni postupak je potpun** - uvijek postoji rezolutivni izvod identički lažnog disjunktata iz kontradiktornog skupa disjunktata (*metateorem potpunosti pravila rezolucije za račun sudova*)
- **Navedeni postupak je adekvatan** - skup disjunktata je kontradiktoran ako postoji rezolutivni izvod identički lažnog disjunktata iz tog skupa (*metateorem adekvatnosti pravila rezolucije za račun sudova*)

Primjer PL I

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

Zamislamo sljedeću situaciju izraženu prirodnim jezikom:

Na mjestu zločina pronađeno je krzno psa ili krzno mačke. Ako je nađeno krzno psa, policajac Joža bi imao napad alergije. Ako je na mjestu zločina pronađeno krzno mačke Branka je odgovorna za kriminalno djelo. Policajac Joža nije imao napad alergije.

Odredimo je li Branka odgovorna za kriminalno djelo!

Prvo odredimo bazične propozicije:

- P – na mjestu zločina je pronađeno krzno psa
- M – na mjestu zločina je pronađeno krzno mačke
- A – policajac Joža je imao alergijski napad
- B – Branka je odgovorna za kriminalno djelo

Primjer PL II

Sada možemo zapisati situaciju u PL na sljedeći način:

$$\begin{array}{lcl} F_1 & : & P \vee M \\ F_2 & : & P \Rightarrow A \\ F_3 & : & M \Rightarrow B \\ F_4 & : & \neg A \\ \hline G & : & B? \end{array}$$

Odnosno naš problem svodi se na dokazivanje da vrijedi:

$$(F_1, F_2, F_3, F_4) \models G$$

Prema prvom metateoremu o logičkoj posljedici trebamo dokazati:

$$F_1 \wedge F_2 \wedge F_3 \wedge F_4 \wedge \neg B \equiv \perp$$

Primjer PL III

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Odnosno:

$$(P \vee M) \wedge (P \Rightarrow A) \wedge (M \Rightarrow B) \wedge \neg A \wedge \neg B \equiv \perp$$

Pronađimo KNF:

$$(P \vee M) \wedge (\neg P \vee A) \wedge (\neg M \vee B) \wedge \neg A \wedge \neg B \equiv \perp$$

Dakle, $\mathbb{D} = \{P \vee M, \neg P \vee A, \neg M \vee B, \neg A, \neg B\}$

Sada možemo upotrijebiti postupak rezolucije:

Primjer PL IV

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

| | | | | |
|-------|-------|---|-----------------|--------------------------|
| 1) | C_1 | : | $P \vee M$ | element iz \mathbb{D} |
| 2) | C_2 | : | $\neg P \vee A$ | element iz \mathbb{D} |
| 3) | C_3 | : | $\neg M \vee B$ | element iz \mathbb{D} |
| 4) | C_4 | : | $\neg A$ | element iz \mathbb{D} |
| 5) | C_5 | : | $\neg B$ | element iz \mathbb{D} |
| <hr/> | | | | |
| 6) | C_6 | : | $M \vee A$ | rezolventa C_1 i C_2 |
| 7) | C_7 | : | $\neg M$ | rezolventa C_3 i C_5 |
| 8) | C_8 | : | M | rezolventa C_4 i C_6 |
| 9) | C_9 | : | \perp | rezolventa C_7 i C_8 |

Automatizacija

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Možemo li ovaj postupak automatizirati računalnim programom?

Automatizacija

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Možemo li ovaj postupak automatizirati računalnim programom?

U čemu je problem?

Automatizacija

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Možemo li ovaj postupak automatizirati računalnim programom?

U čemu je problem?

Koristili smo heuristiku prilikom određivanja koje elemente rezolvirati, računalni program morao bi ići korak po korak i rezolvirati sve moguće elemente.

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama
 $R \leftarrow \emptyset$

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama
 $R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama
 $R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova
čini

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

$\forall p \in \mathbb{D}$

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

$\forall p \in \mathbb{D}$

$E \leftarrow E \cup \{p\}$

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

$\forall p \in \mathbb{D}$

$E \leftarrow E \cup \{p\}$

$\forall q \in \mathbb{D} - E$

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

$\forall p \in \mathbb{D}$

$E \leftarrow E \cup \{p\}$

$\forall q \in \mathbb{D} - E$

ako $p = x \vee F_1$ i ako je $q = \neg x \vee F_2$ i $(p, q) \notin R$ tada

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

$\forall p \in \mathbb{D}$

$E \leftarrow E \cup \{p\}$

$\forall q \in \mathbb{D} - E$

ako $p = x \vee F_1$ i ako je $q = \neg x \vee F_2$ i $(p, q) \notin R$ tada

ako $res(p, q) = \perp$ tada vrati uspjeh

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

$\forall p \in \mathbb{D}$

$E \leftarrow E \cup \{p\}$

$\forall q \in \mathbb{D} - E$

ako $p = x \vee F_1$ i ako je $q = \neg x \vee F_2$ i $(p, q) \notin R$ tada

ako $res(p, q) = \perp$ tada vrati uspjeh

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}' \cup res(p, q)$

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

$\forall p \in \mathbb{D}$

$E \leftarrow E \cup \{p\}$

$\forall q \in \mathbb{D} - E$

ako $p = x \vee F_1$ i ako je $q = \neg x \vee F_2$ i $(p, q) \notin R$ tada

ako $res(p, q) = \perp$ tada vrati uspjeh

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}' \cup res(p, q)$

$R \leftarrow R \cup \{(p, q)\}$

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

$\forall p \in \mathbb{D}$

$E \leftarrow E \cup \{p\}$

$\forall q \in \mathbb{D} - E$

ako $p = x \vee F_1$ i ako je $q = \neg x \vee F_2$ i $(p, q) \notin R$ tada

ako $res(p, q) = \perp$ tada vrati uspjeh

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}' \cup res(p, q)$

$R \leftarrow R \cup \{(p, q)\}$

$promjena \leftarrow \top$

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

$\forall p \in \mathbb{D}$

$E \leftarrow E \cup \{p\}$

$\forall q \in \mathbb{D} - E$

ako $p = x \vee F_1$ i ako je $q = \neg x \vee F_2$ i $(p, q) \notin R$ tada

ako $res(p, q) = \perp$ tada vrati uspjeh

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}' \cup res(p, q)$

$R \leftarrow R \cup \{(p, q)\}$

$promjena \leftarrow \top$

$\mathbb{D} \leftarrow \mathbb{D}'$:

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

$\forall p \in \mathbb{D}$

$E \leftarrow E \cup \{p\}$

$\forall q \in \mathbb{D} - E$

ako $p = x \vee F_1$ i ako je $q = \neg x \vee F_2$ i $(p, q) \notin R$ tada

ako $res(p, q) = \perp$ tada vrati uspjeh

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}' \cup res(p, q)$

$R \leftarrow R \cup \{(p, q)\}$

$promjena \leftarrow \top$

$\mathbb{D} \leftarrow \mathbb{D}'$:

dok $promjena$

Algoritam rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Algoritam

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}$ // \mathbb{D}' bit će novi \mathbb{D} u sljedećim iteracijama

$R \leftarrow \emptyset$ // R skup rezolviranih parova

čini

$promjena \leftarrow \perp$ // indikator je li došlo do promjene u skupu \mathbb{D}

$E \leftarrow \emptyset$ // skup provjerenih elemenata (da ne rezolviramo element sam sa sobom)

$\forall p \in \mathbb{D}$

$E \leftarrow E \cup \{p\}$

$\forall q \in \mathbb{D} - E$

ako $p = x \vee F_1$ i ako je $q = \neg x \vee F_2$ i $(p, q) \notin R$ tada

ako $res(p, q) = \perp$ tada vrati uspjeh

$\mathbb{D}' \leftarrow \mathbb{D}' \cup res(p, q)$

$R \leftarrow R \cup \{(p, q)\}$

$promjena \leftarrow \top$

$\mathbb{D} \leftarrow \mathbb{D}'$:

dok $promjena$

vrati neuspjeh

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

- 1) $C_1 : P \vee M \in \mathbb{D}$
 - 2) $C_2 : \neg P \vee A \in \mathbb{D}$
 - 3) $C_3 : \neg M \vee B \in \mathbb{D}$
 - 4) $C_4 : \neg A \in \mathbb{D}$
 - 5) $C_5 : \neg B \in \mathbb{D}$
-

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

$$\begin{array}{lll} 1) & C_1 & : P \vee M \quad \in \mathbb{D} \\ 2) & C_2 & : \neg P \vee A \quad \in \mathbb{D} \\ 3) & C_3 & : \neg M \vee B \quad \in \mathbb{D} \\ 4) & C_4 & : \neg A \quad \in \mathbb{D} \\ 5) & C_5 & : \neg B \quad \in \mathbb{D} \\ \hline 6) & C_6 & : M \vee A \quad \text{res}(C_1, C_2) \end{array}$$

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

$$\begin{array}{lll} 1) & C_1 & : P \vee M \quad \in \mathbb{D} \\ 2) & C_2 & : \neg P \vee A \quad \in \mathbb{D} \\ 3) & C_3 & : \neg M \vee B \quad \in \mathbb{D} \\ 4) & C_4 & : \neg A \quad \in \mathbb{D} \\ 5) & C_5 & : \neg B \quad \in \mathbb{D} \\ \hline 6) & C_6 & : M \vee A \quad \text{res}(C_1, C_2) \\ 7) & C_7 & : P \vee B \quad \text{res}(C_1, C_3) \end{array}$$

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

| | | | | |
|-------|-------|---|-----------------|------------------|
| 1) | C_1 | : | $P \vee M$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\neg P \vee A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\neg M \vee B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\neg A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| <hr/> | | | | |
| 6) | C_6 | : | $M \vee A$ | $res(C_1, C_2)$ |
| 7) | C_7 | : | $P \vee B$ | $res(C_1, C_3)$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg P$ | $res(C_2, C_4)$ |

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

$$1) \quad C_1 : P \vee M \quad \in \mathbb{D}$$

$$2) \quad C_2 : \neg P \vee A \quad \in \mathbb{D}$$

$$3) \quad C_3 : \neg M \vee B \quad \in \mathbb{D}$$

$$4) \quad C_4 : \neg A \quad \in \mathbb{D}$$

$$5) \quad C_5 : \neg B \quad \in \mathbb{D}$$

$$6) \quad C_6 : M \vee A \quad res(C_1, C_2)$$

$$7) \quad C_7 : P \vee B \quad res(C_1, C_3)$$

$$8) \quad C_8 : \neg P \quad res(C_2, C_4)$$

$$9) \quad C_9 : \neg M \quad res(C_3, C_5)$$

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

| | | | | |
|-------|----------|---|-----------------|------------------|
| 1) | C_1 | : | $P \vee M$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\neg P \vee A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\neg M \vee B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\neg A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| <hr/> | | | | |
| 6) | C_6 | : | $M \vee A$ | $res(C_1, C_2)$ |
| 7) | C_7 | : | $P \vee B$ | $res(C_1, C_3)$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg P$ | $res(C_2, C_4)$ |
| 9) | C_9 | : | $\neg M$ | $res(C_3, C_5)$ |
| <hr/> | | | | |
| 10) | C_{10} | : | M | $res(C_1, C_8)$ |

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

| | | | | |
|-------|----------|---|-----------------|------------------|
| 1) | C_1 | : | $P \vee M$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\neg P \vee A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\neg M \vee B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\neg A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| <hr/> | | | | |
| 6) | C_6 | : | $M \vee A$ | $res(C_1, C_2)$ |
| 7) | C_7 | : | $P \vee B$ | $res(C_1, C_3)$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg P$ | $res(C_2, C_4)$ |
| 9) | C_9 | : | $\neg M$ | $res(C_3, C_5)$ |
| <hr/> | | | | |
| 10) | C_{10} | : | M | $res(C_1, C_8)$ |
| 11) | C_{11} | : | P | $res(C_1, C_9)$ |

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

| | | | | |
|-------|----------|---|-----------------|------------------|
| 1) | C_1 | : | $P \vee M$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\neg P \vee A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\neg M \vee B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\neg A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| <hr/> | | | | |
| 6) | C_6 | : | $M \vee A$ | $res(C_1, C_2)$ |
| 7) | C_7 | : | $P \vee B$ | $res(C_1, C_3)$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg P$ | $res(C_2, C_4)$ |
| 9) | C_9 | : | $\neg M$ | $res(C_3, C_5)$ |
| <hr/> | | | | |
| 10) | C_{10} | : | M | $res(C_1, C_8)$ |
| 11) | C_{11} | : | P | $res(C_1, C_9)$ |
| 12) | C_{12} | : | $A \vee B$ | $res(C_2, C_7)$ |

Primjer - ovaj puta "kako spada"

$$1) \quad C_1 : P \vee M \in \mathbb{D}$$

$$2) \quad C_2 : \neg P \vee A \in \mathbb{D}$$

$$3) \quad C_3 : \neg M \vee B \in \mathbb{D}$$

$$4) \quad C_4 : \neg A \in \mathbb{D}$$

$$5) \quad C_5 : \neg B \in \mathbb{D}$$

$$6) \quad C_6 : M \vee A \quad res(C_1, C_2)$$

$$7) \quad C_7 : P \vee B \quad res(C_1, C_3)$$

$$8) \quad C_8 : \neg P \quad res(C_2, C_4)$$

$$9) \quad C_9 : \neg M \quad res(C_3, C_5)$$

$$10) \quad C_{10} : M \quad res(C_1, C_8)$$

$$11) \quad C_{11} : P \quad res(C_1, C_9)$$

$$12) \quad C_{12} : A \vee B \quad res(C_2, C_7)$$

$$13) \quad C_{13} : B \vee A \quad res(C_3, C_6)$$

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

$$1) \quad C_1 : P \vee M \in \mathbb{D}$$

$$2) \quad C_2 : \neg P \vee A \in \mathbb{D}$$

$$3) \quad C_3 : \neg M \vee B \in \mathbb{D}$$

$$4) \quad C_4 : \neg A \in \mathbb{D}$$

$$5) \quad C_5 : \neg B \in \mathbb{D}$$

$$6) \quad C_6 : M \vee A \quad res(C_1, C_2)$$

$$7) \quad C_7 : P \vee B \quad res(C_1, C_3)$$

$$8) \quad C_8 : \neg P \quad res(C_2, C_4)$$

$$9) \quad C_9 : \neg M \quad res(C_3, C_5)$$

$$10) \quad C_{10} : M \quad res(C_1, C_8)$$

$$11) \quad C_{11} : P \quad res(C_1, C_9)$$

$$12) \quad C_{12} : A \vee B \quad res(C_2, C_7)$$

$$13) \quad C_{13} : B \vee A \quad res(C_3, C_6)$$

$$14) \quad C_{14} : M \quad res(C_4, C_6)$$

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

$$1) \quad C_1 : P \vee M \in \mathbb{D}$$

$$2) \quad C_2 : \neg P \vee A \in \mathbb{D}$$

$$3) \quad C_3 : \neg M \vee B \in \mathbb{D}$$

$$4) \quad C_4 : \neg A \in \mathbb{D}$$

$$5) \quad C_5 : \neg B \in \mathbb{D}$$

$$6) \quad C_6 : M \vee A \quad res(C_1, C_2)$$

$$7) \quad C_7 : P \vee B \quad res(C_1, C_3)$$

$$8) \quad C_8 : \neg P \quad res(C_2, C_4)$$

$$9) \quad C_9 : \neg M \quad res(C_3, C_5)$$

$$10) \quad C_{10} : M \quad res(C_1, C_8)$$

$$11) \quad C_{11} : P \quad res(C_1, C_9)$$

$$12) \quad C_{12} : A \vee B \quad res(C_2, C_7)$$

$$13) \quad C_{13} : B \vee A \quad res(C_3, C_6)$$

$$14) \quad C_{14} : M \quad res(C_4, C_6)$$

$$15) \quad C_{15} : P \quad res(C_5, C_7)$$

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

$$1) \quad C_1 : P \vee M \in \mathbb{D}$$

$$2) \quad C_2 : \neg P \vee A \in \mathbb{D}$$

$$3) \quad C_3 : \neg M \vee B \in \mathbb{D}$$

$$4) \quad C_4 : \neg A \in \mathbb{D}$$

$$5) \quad C_5 : \neg B \in \mathbb{D}$$

$$6) \quad C_6 : M \vee A \quad res(C_1, C_2)$$

$$7) \quad C_7 : P \vee B \quad res(C_1, C_3)$$

$$8) \quad C_8 : \neg P \quad res(C_2, C_4)$$

$$9) \quad C_9 : \neg M \quad res(C_3, C_5)$$

$$10) \quad C_{10} : M \quad res(C_1, C_8)$$

$$11) \quad C_{11} : P \quad res(C_1, C_9)$$

$$12) \quad C_{12} : A \vee B \quad res(C_2, C_7)$$

$$13) \quad C_{13} : B \vee A \quad res(C_3, C_6)$$

$$14) \quad C_{14} : M \quad res(C_4, C_6)$$

$$15) \quad C_{15} : P \quad res(C_5, C_7)$$

$$16) \quad C_{16} : A \quad res(C_6, C_9)$$

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

$$1) \quad C_1 : P \vee M \in \mathbb{D}$$

$$2) \quad C_2 : \neg P \vee A \in \mathbb{D}$$

$$3) \quad C_3 : \neg M \vee B \in \mathbb{D}$$

$$4) \quad C_4 : \neg A \in \mathbb{D}$$

$$5) \quad C_5 : \neg B \in \mathbb{D}$$

$$6) \quad C_6 : M \vee A \quad res(C_1, C_2)$$

$$7) \quad C_7 : P \vee B \quad res(C_1, C_3)$$

$$8) \quad C_8 : \neg P \quad res(C_2, C_4)$$

$$9) \quad C_9 : \neg M \quad res(C_3, C_5)$$

$$10) \quad C_{10} : M \quad res(C_1, C_8)$$

$$11) \quad C_{11} : P \quad res(C_1, C_9)$$

$$12) \quad C_{12} : A \vee B \quad res(C_2, C_7)$$

$$13) \quad C_{13} : B \vee A \quad res(C_3, C_6)$$

$$14) \quad C_{14} : M \quad res(C_4, C_6)$$

$$15) \quad C_{15} : P \quad res(C_5, C_7)$$

$$16) \quad C_{16} : A \quad res(C_6, C_9)$$

$$17) \quad C_{17} : B \quad res(C_7, C_8)$$

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

$$1) \quad C_1 : P \vee M \in \mathbb{D}$$

$$2) \quad C_2 : \neg P \vee A \in \mathbb{D}$$

$$3) \quad C_3 : \neg M \vee B \in \mathbb{D}$$

$$4) \quad C_4 : \neg A \in \mathbb{D}$$

$$5) \quad C_5 : \neg B \in \mathbb{D}$$

$$6) \quad C_6 : M \vee A \quad res(C_1, C_2)$$

$$7) \quad C_7 : P \vee B \quad res(C_1, C_3)$$

$$8) \quad C_8 : \neg P \quad res(C_2, C_4)$$

$$9) \quad C_9 : \neg M \quad res(C_3, C_5)$$

$$10) \quad C_{10} : M \quad res(C_1, C_8)$$

$$11) \quad C_{11} : P \quad res(C_1, C_9)$$

$$12) \quad C_{12} : A \vee B \quad res(C_2, C_7)$$

$$13) \quad C_{13} : B \vee A \quad res(C_3, C_6)$$

$$14) \quad C_{14} : M \quad res(C_4, C_6)$$

$$15) \quad C_{15} : P \quad res(C_5, C_7)$$

$$16) \quad C_{16} : A \quad res(C_6, C_9)$$

$$17) \quad C_{17} : B \quad res(C_7, C_8)$$

$$18) \quad C_{18} : A \quad res(C_2, C_{11})$$

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

| | | | | |
|-----|----------|---|-----------------|------------------|
| 1) | C_1 | : | $P \vee M$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\neg P \vee A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\neg M \vee B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\neg A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 6) | C_6 | : | $M \vee A$ | $res(C_1, C_2)$ |
| 7) | C_7 | : | $P \vee B$ | $res(C_1, C_3)$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg P$ | $res(C_2, C_4)$ |
| 9) | C_9 | : | $\neg M$ | $res(C_3, C_5)$ |
| 10) | C_{10} | : | M | $res(C_1, C_8)$ |
| 11) | C_{11} | : | P | $res(C_1, C_9)$ |
| 12) | C_{12} | : | $A \vee B$ | $res(C_2, C_7)$ |

| | | | | |
|-----|----------|---|------------|--------------------|
| 13) | C_{13} | : | $B \vee A$ | $res(C_3, C_6)$ |
| 14) | C_{14} | : | M | $res(C_4, C_6)$ |
| 15) | C_{15} | : | P | $res(C_5, C_7)$ |
| 16) | C_{16} | : | A | $res(C_6, C_9)$ |
| 17) | C_{17} | : | B | $res(C_7, C_8)$ |
| 18) | C_{18} | : | A | $res(C_2, C_{11})$ |
| 19) | C_{19} | : | A | $res(C_2, C_{15})$ |

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

| | | | | |
|-----|----------|---|-----------------|------------------|
| 1) | C_1 | : | $P \vee M$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\neg P \vee A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\neg M \vee B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\neg A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 6) | C_6 | : | $M \vee A$ | $res(C_1, C_2)$ |
| 7) | C_7 | : | $P \vee B$ | $res(C_1, C_3)$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg P$ | $res(C_2, C_4)$ |
| 9) | C_9 | : | $\neg M$ | $res(C_3, C_5)$ |
| 10) | C_{10} | : | M | $res(C_1, C_8)$ |
| 11) | C_{11} | : | P | $res(C_1, C_9)$ |
| 12) | C_{12} | : | $A \vee B$ | $res(C_2, C_7)$ |

| | | | | |
|-----|----------|---|------------|--------------------|
| 13) | C_{13} | : | $B \vee A$ | $res(C_3, C_6)$ |
| 14) | C_{14} | : | M | $res(C_4, C_6)$ |
| 15) | C_{15} | : | P | $res(C_5, C_7)$ |
| 16) | C_{16} | : | A | $res(C_6, C_9)$ |
| 17) | C_{17} | : | B | $res(C_7, C_8)$ |
| 18) | C_{18} | : | A | $res(C_2, C_{11})$ |
| 19) | C_{19} | : | A | $res(C_2, C_{15})$ |
| 20) | C_{20} | : | B | $res(C_3, C_{10})$ |

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

| | | | | |
|-----|----------|---|-----------------|------------------|
| 1) | C_1 | : | $P \vee M$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\neg P \vee A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\neg M \vee B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\neg A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 6) | C_6 | : | $M \vee A$ | $res(C_1, C_2)$ |
| 7) | C_7 | : | $P \vee B$ | $res(C_1, C_3)$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg P$ | $res(C_2, C_4)$ |
| 9) | C_9 | : | $\neg M$ | $res(C_3, C_5)$ |
| 10) | C_{10} | : | M | $res(C_1, C_8)$ |
| 11) | C_{11} | : | P | $res(C_1, C_9)$ |
| 12) | C_{12} | : | $A \vee B$ | $res(C_2, C_7)$ |

| | | | | |
|-----|----------|---|------------|--------------------|
| 13) | C_{13} | : | $B \vee A$ | $res(C_3, C_6)$ |
| 14) | C_{14} | : | M | $res(C_4, C_6)$ |
| 15) | C_{15} | : | P | $res(C_5, C_7)$ |
| 16) | C_{16} | : | A | $res(C_6, C_9)$ |
| 17) | C_{17} | : | B | $res(C_7, C_8)$ |
| 18) | C_{18} | : | A | $res(C_2, C_{11})$ |
| 19) | C_{19} | : | A | $res(C_2, C_{15})$ |
| 20) | C_{20} | : | B | $res(C_3, C_{10})$ |
| 21) | C_{21} | : | B | $res(C_3, C_{14})$ |

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

| | | | | |
|-----|----------|---|-----------------|------------------|
| 1) | C_1 | : | $P \vee M$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\neg P \vee A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\neg M \vee B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\neg A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 6) | C_6 | : | $M \vee A$ | $res(C_1, C_2)$ |
| 7) | C_7 | : | $P \vee B$ | $res(C_1, C_3)$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg P$ | $res(C_2, C_4)$ |
| 9) | C_9 | : | $\neg M$ | $res(C_3, C_5)$ |
| 10) | C_{10} | : | M | $res(C_1, C_8)$ |
| 11) | C_{11} | : | P | $res(C_1, C_9)$ |
| 12) | C_{12} | : | $A \vee B$ | $res(C_2, C_7)$ |

| | | | | |
|-----|----------|---|------------|--------------------|
| 13) | C_{13} | : | $B \vee A$ | $res(C_3, C_6)$ |
| 14) | C_{14} | : | M | $res(C_4, C_6)$ |
| 15) | C_{15} | : | P | $res(C_5, C_7)$ |
| 16) | C_{16} | : | A | $res(C_6, C_9)$ |
| 17) | C_{17} | : | B | $res(C_7, C_8)$ |
| 18) | C_{18} | : | A | $res(C_2, C_{11})$ |
| 19) | C_{19} | : | A | $res(C_2, C_{15})$ |
| 20) | C_{20} | : | B | $res(C_3, C_{10})$ |
| 21) | C_{21} | : | B | $res(C_3, C_{14})$ |
| 22) | C_{22} | : | B | $res(C_4, C_{12})$ |

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normaine i
standardne forme

Zadaci

| | | | | |
|-----|----------|---|-----------------|------------------|
| 1) | C_1 | : | $P \vee M$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\neg P \vee A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\neg M \vee B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\neg A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 6) | C_6 | : | $M \vee A$ | $res(C_1, C_2)$ |
| 7) | C_7 | : | $P \vee B$ | $res(C_1, C_3)$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg P$ | $res(C_2, C_4)$ |
| 9) | C_9 | : | $\neg M$ | $res(C_3, C_5)$ |
| 10) | C_{10} | : | M | $res(C_1, C_8)$ |
| 11) | C_{11} | : | P | $res(C_1, C_9)$ |
| 12) | C_{12} | : | $A \vee B$ | $res(C_2, C_7)$ |

| | | | | |
|-----|----------|---|------------|--------------------|
| 13) | C_{13} | : | $B \vee A$ | $res(C_3, C_6)$ |
| 14) | C_{14} | : | M | $res(C_4, C_6)$ |
| 15) | C_{15} | : | P | $res(C_5, C_7)$ |
| 16) | C_{16} | : | A | $res(C_6, C_9)$ |
| 17) | C_{17} | : | B | $res(C_7, C_8)$ |
| 18) | C_{18} | : | A | $res(C_2, C_{11})$ |
| 19) | C_{19} | : | A | $res(C_2, C_{15})$ |
| 20) | C_{20} | : | B | $res(C_3, C_{10})$ |
| 21) | C_{21} | : | B | $res(C_3, C_{14})$ |
| 22) | C_{22} | : | B | $res(C_4, C_{12})$ |
| 23) | C_{23} | : | B | $res(C_4, C_{13})$ |

Primjer - ovaj puta "kako spada"

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normaine i
standardne forme

Zadaci

| | | | | |
|-----|----------|---|-----------------|------------------|
| 1) | C_1 | : | $P \vee M$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\neg P \vee A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\neg M \vee B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\neg A$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg B$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 6) | C_6 | : | $M \vee A$ | $res(C_1, C_2)$ |
| 7) | C_7 | : | $P \vee B$ | $res(C_1, C_3)$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg P$ | $res(C_2, C_4)$ |
| 9) | C_9 | : | $\neg M$ | $res(C_3, C_5)$ |
| 10) | C_{10} | : | M | $res(C_1, C_8)$ |
| 11) | C_{11} | : | P | $res(C_1, C_9)$ |
| 12) | C_{12} | : | $A \vee B$ | $res(C_2, C_7)$ |

| | | | | |
|-----|----------|---|------------|--------------------|
| 13) | C_{13} | : | $B \vee A$ | $res(C_3, C_6)$ |
| 14) | C_{14} | : | M | $res(C_4, C_6)$ |
| 15) | C_{15} | : | P | $res(C_5, C_7)$ |
| 16) | C_{16} | : | A | $res(C_6, C_9)$ |
| 17) | C_{17} | : | B | $res(C_7, C_8)$ |
| 18) | C_{18} | : | A | $res(C_2, C_{11})$ |
| 19) | C_{19} | : | A | $res(C_2, C_{15})$ |
| 20) | C_{20} | : | B | $res(C_3, C_{10})$ |
| 21) | C_{21} | : | B | $res(C_3, C_{14})$ |
| 22) | C_{22} | : | B | $res(C_4, C_{12})$ |
| 23) | C_{23} | : | B | $res(C_4, C_{13})$ |
| 24) | C_{24} | : | \perp | $res(C_4, C_{16})$ |

Napomene

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

- Postoje razne varijacije i optimizacije ovog postupka, no jasno je da pati od kombinatoričke eksplozije.
- Jezik PL je ograničen u svojoj ekspresivnosti, tj. implementacije korisnih programa vrlo brzo zahtijevaju velik broj propozicija.

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Transformirajte formulu $F \equiv (C \Rightarrow A) \Rightarrow [\neg(B \vee C) \Rightarrow A]$ u DNF.

Zadatak

Transformirajte formulu $G \equiv [(A \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow \neg A)] \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg C)$ u KNF.

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Neka je zadana sljedeća situacija:

U uređaj može doprijeti vlaga ili se može isprazniti baterija. Ako je baterija prazna neće svijetliti zelena lampica. Ako je baterija prazna potrebno ju je zamijeniti. Zelena lampica ne svijetli.

Modelirajte ovu situaciju uz PL te postupkom rezolucije pokušajte dokazati slijedi li tvrdnja: "Potrebno je zamijeniti bateriju" iz gornjeg opisa.

Logika prvog reda (LPR)

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Logika prvog reda (predikatna logika, račun predikata prvog reda) proširuje propozicijsku logiku omogućujući iskaze o svojstvima objekata ili relacijama između objekata.

Sintaksa LPR

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Formule LPR grade se od sljedećih simbola:

Konstante: a, b, c, a_1, \dots

Varijable: x, y, z, x_1, \dots

Funkcije: f, g, h, f_1, \dots

Predikati (relacije): P, Q, R, P_1, \dots

Logički veznici: $\vee, \wedge, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

Kvantifikatori: \forall, \exists

Sintaksa LPR

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

*Konstante i varijable su **termi**. $f(t_1, \dots, t_k)$ je term ako su t_1, \dots, t_k termi i f je funkcija od k argumenata.*

Termi označavaju objekte, a predikati su relacije nad objektima.

Definicija

*Izraz $P(t_1, \dots, t_m)$ je **atomska formula** ako su t_1, \dots, t_m termi i P je predikat od m argumenata.*

Primjer

$R(a, g(y), z)$ je atomska formula.

Sintaksa LPR

Definicija

Koristeći atomske formule te logičke veznike i kvantifikatore gradimo formule:

- 1 Svaka atomska formula je formula.
- 2 $\neg F$, $F \wedge G$, $F \vee G$, $F \Rightarrow G$, $F \Leftrightarrow G$ su formule ako su F i G formule.
- 3 $\forall x(F)$, $\exists x(F)$ su formule ako je F formula i x varijabla.

Kažemo da je F i sva pojavljivanja varijable x u F pod djelovanjem navedenih kvantifikatora $\forall x$ i $\exists x$. Zagrađama naznačujemo prioritet operacija.

Definicija

*Formula F je **zatvorena** ako su sva pojavljivanja varijabli u F pod djelovanjem nekog od kvantifikatora. Također, kažemo da je varijabla koja je pod djelovanjem kvantifikatora **vezana**.*

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

$F \equiv \forall x(P(x, a) \wedge \exists y(R(f(y)))$ je zatvorena

$G \equiv \forall x(P(x, a)) \vee R(b, f(x))$ G je otvorena formula.

U daljem pretpostavljamo da je riječ o zatvorenim formulama.

Slobodni simboli

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Konstante, funkcije i predikate od kojih je F izgrađeno zovemo slobodnim simbolima od F .

Semantika LPR

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Interpretirati formulu znači dati značenje njenih slobodnih simbola na nepraznoj domeni objekata D .

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Neka je zadana formula F :

$$F \equiv \exists y(R(a, f(y)))$$

i njezina interpretacija I :

$$I : D \equiv \{3, 5\}, a \equiv 5,$$

Pri čemu je funkcija $f : D \longrightarrow D$ zadana tablicom:

| T | 3 | 5 |
|--------|---|---|
| $f(T)$ | 5 | 5 |

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

A predikat $R : D \times D \longrightarrow \{0, 1\}$ tablicom:

| (U, V) | $(3, 3)$ | $(3, 5)$ | $(5, 3)$ | $(5, 5)$ |
|-----------|----------|----------|----------|----------|
| $R(U, V)$ | 0 | 1 | 0 | 1 |

Predikat (relaciju) R kraće pišemo u obliku:

| R | U | V |
|-----|-----|-----|
| | 3 | 5 |
| | 5 | 5 |

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Napisali smo u relaciji R samo one parove (U, V) za koje R vrijedi.

Procijenimo F u I , tj. izračunajmo $I(F)$:

Formulom F se tvrdi da postoji y u D tako da $R(a, f(y))$ vrijedi za dani a i f .

$$y = 3 : I(F) = R(5, f(3)) = R(5, 5) = 1$$

Kako za $y = 3$ $R(5, f(y))$ vrijedi, imamo $I(F) = 1$. Prema tome, F vrijedi u interpretaciji I .

Semantička pravila

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Formulu F procijenjujemo u njenoj interpretaciji I pomoću pravila:

- (S1) Neka F nema varijabli i kvantifikatora. $I(F)$ računamo tako da u F uvrstimo vrijednosti konstanti, funkcija i predikata zadanih u I .
- (S2) Ako je $F \equiv \forall xG$, onda je $I(F) = 1$ ako je $I(G) = 1$ za svaki $x \in D$.
U protivnome, tj. ako je $I(G) = 0$ za neki $x \in D$, onda je i $I(F) = 0$;
Ako je $F \equiv \exists xG$, onda je $I(F) = 1$ ako je $I(G) = 1$ za neki $x \in D$.
U protivnome, tj. ako je $I(G) = 0$ za svaki $x \in D$, onda je $I(F) = 0$.

U oba slučaja, $I(G)$ za $x = d$ računamo tako da svako pojavljivanje x u G zamjenjujemo sa d , a konstante, funkcije, i predikate iz G zamjenjujemo vrijednostima danim u I .

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Neka je zadana formula F i njezina interpretacija I .

$$F \equiv \exists x(P(x, a)) \wedge \forall y(P(b, f(y)))$$

$$I : D = \{2, 3\}, a = 2, b = 3,$$

Funkcija $f : D \longrightarrow D$ zadana je tablicom:

| T | 2 | 3 |
|--------|---|---|
| $f(T)$ | 2 | 2 |

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

A relacija $P : D \times D \longrightarrow \{0, 1\}$ tablicom:

| P | U | V |
|-----|-----|-----|
| | 2 | 2 |
| | 3 | 2 |

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

$I(F)$ računamo na sljedeći način: Neka je $H_1 \equiv \exists x P(x, a)$ prva, a $H_2 = \forall y P(b, f(y))$ druga komponenta konjunkcije F .

Računamo $I(H_1)$ i $I(H_2)$. $I(H_1) = 1$ jer postoji $x = 2$ za koji vrijedi $P(x, a)$ odnosno vrijedi $P(2, 2)$. $I(H_2) = 1$ obzirom da $P(3, 2)$ vrijedi u I , a $f(y) = 2$ za sve $y \in D$.

Na kraju $I(F) = I(H_1) \wedge I(H_2) = 1 \wedge 1 = 1$.

Umjesto $K_1(K_2(F))$ pisat ćemo kraće $K_1K_2(F)$, gdje su K_1 i K_2 kvantifikatori.

Ako je neka formula F istinita u interpretaciji $I(F)$ kažemo da je $I(F)$ model za F

Definicije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Svaku formulu LPR, koja je istinita u svakoj interpretaciji, zovemo tautologijom.

Definicija

Svaku formulu LPR, koja je istinita barem u jednoj interpretaciji, zovemo ispunjivom ili nekontradiktornom.

Definicija

Svaku formulu LPR, koja je lažna u svakoj interpretaciji, zovemo identički lažnom, otklonjivom formulom ili kontradikcijom.

Logička posljedica

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Kažemo da je formula G logička posljedica niza formula F_1, \dots, F_n (pišemo $F_1, \dots, F_n \models G$) ako za svaku interpretaciju I formula F_1, \dots, F_n, G vrijedi: Ako je I model za F_1, \dots, F_n , onda je I model i za G .

Definicija

Kažemo da su formule F i G ekvivalentne ako vrijedi:

i

$$F \models G$$

$$G \models F$$

Metateorem

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Propozicija

Neka je F formula LPR u kojem ne nastupa varijabla y . Sa F_y^x označavamo formulu dobivenu iz F zamjenom svakog vezanog pojavljivanja varijable x u F varijablom y . Ako je $I(F)$ model za F tada je model i za F_x^y .

Katalog LPR I

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Za bilo koje formule F , G i H vrijedi:

❶ Katalog PL, pod uvjetom da su formule F , G , i H atomarne.

$$\begin{aligned} \text{❷ } \forall x \forall y (F) &\equiv \forall y \forall x (F) \\ \exists x \exists y (F) &\equiv \exists y \exists x (F) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{❸ } \neg(\forall x (F)) &\equiv \exists x (\neg(F)) \\ \neg(\exists x (F)) &\equiv \forall x (\neg(F)) \end{aligned}$$

$$\text{❹ } \forall x (F \wedge G) \equiv \forall x (F) \wedge \forall x (G)$$

Katalog LPR II

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- 5 Pod uvjetom da je varijabla x slobodna i u F i u G :

$$\exists x(F \vee G) \equiv \exists x(F) \vee \exists x(G)$$

- 6 Postoji formula F za koju vrijedi: $\forall x \exists y(F) \neq \exists y \forall x(F)$

- 7 Postoje formule F i G za koje vrijedi: $\forall x(F \vee G) \neq \forall x(F) \vee \forall x(G)$

- 8 Postoje formule F i G za koje vrijedi: $\exists x(F \wedge G) \neq \exists x(F) \wedge \exists x(G)$

- 9 $\forall x F \vee G \equiv \forall x(F \vee G)$
 $\exists x F \vee G \equiv \exists x(F \vee G)$

Katalog LPR III

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- 10 Pod uvjetom da je varijabla x slobodna u F i da ne nastupa u G :

$$\forall x F \wedge G \equiv \forall x (F \wedge G)$$

$$\exists x F \wedge G \equiv \exists x (F \wedge G)$$

- 11 Pod uvjetom da je varijabla x slobodna i u F i u G i da varijabla z ne nastupa u G ; $K_i \in \{\forall, \exists\}$ (izravna primjena G_z^x):

$$K_1 x F(x) \vee K_2 x G(x) \equiv K_1 x K_2 z (F(x) \vee G(z))$$

$$K_1 x F(x) \wedge K_2 x G(x) \equiv K_1 x K_2 z (F(x) \wedge G(z))$$

Kvantifikatori ograničenog opsega

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Kvantifikatore je moguće ograničiti u njihovom opsegu na način da se varijabli koja je pod djelovanjem kvantifikatora odredi domena D . Pišemo $Kx \in D$ pri čemu je $K \in \{\forall, \exists\}$.

$$(\forall x \in D)(F) \equiv \forall x(x \in D \Rightarrow F)$$

Formula $(\forall x \in D)(F)$ vrijedi u interpretaciji I ako je $I(F) = 1$ za svaki x iz D .

$$(\exists x \in D)(F) \equiv \exists x(x \in D \vee F)$$

Formula $(\exists x \in D)(F)$ vrijedi u interpretaciji I ako $I(F) = 1$ za neki x iz D .
Katalog LPR ostaje na snazi ako $\forall x$ i $\exists x$ zamijenimo sa $(\forall x \in S)$ i $(\exists x \in S)$.

Normalne forme

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Pomoću kataloga LPR moguće je svaku formulu transformirati u ekvivalentnu formulu koja je u primitivnoj normalnoj formi.

Definicija

Formula F LPR je u primitivnoj normalnoj formi ako je F oblika:

$$K_1 x_1 (K_2 x_2 (... (K_n x_n M) ...))$$

Gdje je $K_i \in \{\forall, \exists\}$, $i = 1, \dots, n$, a M formula bez kvantifikatora. Gornji zapis kraće pišemo:

$$K_1 x_1 K_2 x_2 ... K_n x_n M$$

Izraz $K_1 x_1 K_2 x_2 ... K_n x_n$ nazivamo prefiksom (oznaka P), a M matricom primitivne normalne forme.

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Sljedeće formule se nalaze u primitivnoj normalnoj formi:

$$\forall x \exists y (\neg P(x, z) \vee Q(f(y))) \quad P : \forall x \exists y \quad M : \neg P(x, z) \vee Q(f(y))$$

$$R(z, f(x, y, z)) \quad P : \emptyset \quad M : R(z, f(x, y, z))$$

$$\exists x (\neg P(x) \wedge P(y)) \quad P : \exists x \quad M : \neg P(x) \wedge P(y)$$

KNF i DNF

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Neka je $F = K_1x_1K_2x_2...K_nx_n M$ formula LPR u primitivnoj normalnoj formi.

Ako je matrica M u KNF (u smislu definicije za PL) kažemo da je formula F u KNF.

Sukladno tome, ako je matrica M u DNF (u smislu definicije za PL) kažemo da je formula F u DNF.

Transformacija formule u normalnu formu

Kako bismo transformirali proizvoljnu formulu LPR u primitivnu normalnu formu koristimo sljedeće korake (ne nužno navedenim redosljedom i ne nužno sve korake):

- 1 Eliminacija \Rightarrow i \Leftrightarrow koristeći ekvivalencije $F \Rightarrow G \equiv \neg F \vee G$ i $F \Leftrightarrow G \equiv (F \Rightarrow G) \wedge (G \Rightarrow F)$.
- 2 Prethodni korak može dovesti do niza uzastopnih negacija koje elimineramo ekvivalencijom $\neg(\neg G) \equiv G$.
- 3 Preostale negacije uvlačimo u "dubinu" formule koristeći ekvivalencije $\neg(F \vee G) \equiv \neg F \wedge \neg G$, $\neg(F \wedge G) \equiv \neg F \vee \neg G$, $\neg \forall x F \equiv \exists x \neg F$, $\neg \exists x F \equiv \forall x \neg F$. Nakon toga po potrebi ponovno primjenjujemo korak 2.
- 4 Razdvajamo prefiks od matrice korištenjem ekvivalencija pod točkama 4, 5, 9, 10 i 11 iz kataloga LPR. Po potrebi preimenujemo nazive varijabli.

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Transformirajmo sljedeću formulu u KNF:

$$\begin{aligned} F &\equiv \forall x(P(x) \Rightarrow \exists yQ(x, y)) \\ &\equiv \forall x(\neg P(x) \vee \exists yQ(x, y)) \\ &\equiv \forall x\exists y(\neg P(x) \vee Q(x, y)) \end{aligned}$$

Navedeni izraz je KNF formule F u kojem je prefiks $P : \forall x\exists y$, a matrica $M : \neg P(x) \vee Q(x, y)$.

Primjer

Primjer

Transformirajmo sljedeću formulu u KNF:

$$\begin{aligned} G &\equiv \exists x(\neg(\exists yP(x, y)) \Rightarrow (\exists zQ(z) \Rightarrow R(x))) \\ &\equiv \exists x(\neg\neg(\exists yP(x, y)) \vee (\neg\exists zQ(z) \vee R(x))) \\ &\equiv \exists x(\exists yP(x, y) \vee (\neg\exists zQ(z) \vee R(x))) \\ &\equiv \exists x(\exists yP(x, y) \vee (\forall z(\neg Q(z)) \vee R(x))) \\ &\equiv \exists x(\exists yP(x, y) \vee \forall z(\neg Q(z) \vee R(x))) \\ &\equiv \exists x\forall z(\exists yP(x, y) \vee \neg Q(z) \vee R(x)) \\ &\equiv \exists x\forall z\exists y(P(x, y) \vee \neg Q(z) \vee R(x)) \end{aligned}$$

Navedeni izraz je KNF formule G u kojem je prefiks $P : \exists x\forall z\exists y$, a matrica $M : P(x, y) \vee \neg Q(z) \vee R(x)$.

Primjer

Primjer

Transformirajmo sljedeću formulu u KNF (uočite razliku između G' i G iz prethodnog primjera):

$$\begin{aligned} G' &\equiv \exists x(\neg(\exists yP(x, y))) \Rightarrow (\exists zQ(z) \Rightarrow R(x)) \\ &\equiv \neg\exists x(\neg(\exists yP(x, y))) \vee (\neg\exists zQ(z) \vee R(x)) \\ &\equiv \forall x(\neg\neg(\exists yP(x, y))) \vee (\forall z(\neg Q(z)) \vee R(x)) \\ &\equiv \forall x(\exists yP(x, y)) \vee (\forall z(\neg Q(z)) \vee R(x)) \\ &\equiv \forall x\exists yP(x, y) \vee \forall z(\neg Q(z) \vee R(x)) \\ &\equiv \forall u\exists yP(u, y) \vee \forall z(\neg Q(z) \vee R(x)) \\ &\equiv \forall z\forall u\exists y(P(u, y) \vee \neg Q(z) \vee R(x)) \end{aligned}$$

Navedeni izraz je KNF formule G' u kojem je prefiks $P : \forall z\forall u\exists y$, a matrica $M : P(u, y) \vee \neg Q(z) \vee R(x)$.

Standardna (Skolemova) normalna forma

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Radi dodatnog uniformiranja formula LPR uvodimo standardnu (Skolemovu, prema matematičaru Thoralfu Skolemu) normalnu formu (oznaka SNF).
- SNF dobivamo tako da iz KNF eliminiramo egzistencijalne kvantifikatore iz prefiksa.
- SNF je **ekvikontradiktorna** s originalnom formulom (ovo svojstvo će nam biti važno za postupak rezolucije za LPR).

Postupak za dobivanje SNF

Definicija

Pretpostavimo da se formula F LPR nalazi u KNF oblika

$K_1 x_1 K_2 x_2 \dots K_n x_n M(x_1, x_2 \dots x_n)$. Neka je K_r egzistencijalni kvantifikator za neki $r, 1 \leq r \leq n$.

- Ako u prefiksu lijevo od K_r ne nastupa niti jedan univerzalni kvantifikator onda svaki nastup varijable x_r u matrici M zamjenjujemo novom konstantom c_r koja do tada nije nastupala u M i brišemo $K_r x_r$ iz prefiksa.*
- Ako se u prefiksu lijevo od K_r nalaze sve univerzalni kvantifikatori $K_1 x_1 \dots K_m x_m, m < r$, tada svaki nastup varijable x_r u matrici M zamjenjujemo novom funkcijom $f(x_1, \dots x_m)$ koja do tada nije nastupala u M te brišemo $K_r x_r$ iz prefiksa.*

Postupak ponavljamo dok ne eliminiramo sve egzistencijalne kvantifikatore iz prefiksa. Tako dobivena formula predstavlja Skolemovu normalnu formu (SNF) formule F .

Primjer

Primjer

Pronađimo SNF za formulu $F \equiv \exists x \forall z \exists y (P(x, y) \vee \neg Q(z) \vee R(x))$ iz prethodnog primjera. Obzirom da se formula već nalazi u KNF primjenimo postupak skolemizacije:

- Prvo eliminirajmo egzistencijalni kvantifikator $\exists x$ (koji s lijeva nema univerzalnih kvantifikatora) uvođenjem konstante c :

$$\forall z \exists y (P(c, y) \vee \neg Q(z) \vee R(c))$$

- Sada, eliminirajmo egzistencijalni kvantifikator $\exists y$ (koji s lijeva ima univerzalni kvantifikator $\forall z$) uvođenjem funkcije $f(z)$:

$$SNF(F) \equiv \forall z (P(c, f(z)) \vee \neg Q(z) \vee R(c))$$

Obzirom da smo eliminirali sve egzistencijalne kvantifikatore, dobivena formula ujedno predstavlja i SNF.

Algoritam unifikacije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

- Kako bismo mogli izvesti pravilo rezolucije za LPR moramo uspostaviti način dobivanja rezolvente odnosno način unificiranja atomarnih formula u disjunktima.
- Kako atomarne formule sadrže konstante, varijable i funkcije unifikaciju ćemo provoditi uzastopnim zamjenama nekih varijabli termima, a takve zamjene zvat ćemo **valuacijama**.

Valuacija

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

*Pod **valuacijom** razumjevamo svaki konačni skup oblika $\{t_1/v_1, \dots, t_n/v_n\}$ u kojem su v_i varijable, a t_i termi ($i = 1, \dots, n$). Valuacije ćemo označavati malim grčkim slovima ($\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$) po potrebi s indeksima. Valuaciju koja predstavlja prazan skup zvaat ćemo praznom valuacijom i označavamo je $s \in$.*

Valuacija

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

*Pod **valuacijom** razumjevamo svaki konačni skup oblika $\{t_1/v_1, \dots, t_n/v_n\}$ u kojem su v_i varijable, a t_i termi ($i = 1, \dots, n$). Valuacije ćemo označavati malim grčkim slovima ($\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$) po potrebi s indeksima. Valuaciju koja predstavlja prazan skup zvaat ćemo praznom valuacijom i označavamo je s ϵ .*

Primjer

Primjeri valuacija:

- $\alpha = \{g(f(z))/z, z/x, x/y\}$
- $\beta = \{c/x, f(g(c))/y\}$
- $\epsilon = \emptyset$

Izraz i primjerak izraza

Definicija

Izraz je term, atomarna formula, disjunkt ili skup disjunkata.

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Izraz i primjerak izraza

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normale i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Izraz je term, atomarna formula, disjunkt ili skup disjunkata.

Definicija

Neka je $\alpha = \{t_1/v_1, \dots, t_n/v_n\}$ valuacija i W izraz. S W_α ćemo označavati izraz koji se iz izraza W dobiva istovremenom zamjenom svakog nastupa svake od varijabli v_i ; $i \in \{1, \dots, n\}$ u W odgovarajućim termom t_i iz α . Izraz W_α zovemo primjerkom izraza W , a ako W_α ne sadrži varijable, zovemo ga osnovnim primjerkom izraza W .

Izraz i primjerak izraza

Definicija

Izraz je term, atomarna formula, disjunkt ili skup disjunkata.

Definicija

Neka je $\alpha = \{t_1/v_1, \dots, t_n/v_n\}$ valuacija i W izraz. S W_α ćemo označavati izraz koji se iz izraza W dobiva istovremenom zamjenom svakog nastupa svake od varijabli v_i ; $i \in \{1, \dots, n\}$ u W odgovarajućim termom t_i iz α . Izraz W_α zovemo primjerkom izraza W , a ako W_α ne sadrži varijable, zovemo ga osnovnim primjerkom izraza W .

Primjer

Neka je $\alpha = \{c/x, g(x, y)/z\}$ valuacija i $W : P(h(x), z)$. Tada je $W_\alpha = P(h(c), g(x, y))$ primjerak izraza W .

Kompozicija valuacija

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Neka su $\alpha = \{t_1^\alpha / v_1^\alpha, \dots, t_n^\alpha / v_n^\alpha\}$ i $\beta = \{t_1^\beta / v_1^\beta, \dots, t_m^\beta / v_m^\beta\}$ valuacije. Pod njihovom kompozicijom razumijevamo valuaciju $\alpha \circ \beta$ koju iz skupa:

$$\{t_{1\beta}^\alpha / v_1^\alpha, \dots, t_{n\beta}^\alpha / v_n^\alpha, t_1^\beta / v_1^\beta, \dots, t_m^\beta / v_m^\beta\}$$

dobivamo izbacivanjem svih elemenata oblika $t_{i\beta}^\alpha / v_i^\alpha$ za koje je $t_{i\beta}^\alpha = v_i^\alpha$ i svih elemenata t_j^β / v_j^β za koje vrijedi $v_j^\beta \in \{v_1^\alpha, \dots, v_n^\alpha\}$ (trivijalne zamjene).

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

*Neka su zadane valuacije $\alpha = \{f(z)/x, y/z\}$ i $\beta = \{a/x, g(y)/y, f(g(b))/z\}$.
Potrebno je odrediti kompoziciju $\alpha \circ \beta$.*

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Neka su zadane valuacije $\alpha = \{f(z)/x, y/z\}$ i $\beta = \{a/x, g(y)/y, f(g(b))/z\}$.

Potrebno je odrediti kompoziciju $\alpha \circ \beta$.

Izvršimo zamjene u α temeljem β :

$$\begin{array}{lll} f(z)_\beta & = & f(f(g(b))) \rightarrow f(f(g(b)))/x \\ y_\beta & = & g(y) \rightarrow g(y)/z \end{array}$$

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Neka su zadane valuacije $\alpha = \{f(z)/x, y/z\}$ i $\beta = \{a/x, g(y)/y, f(g(b))/z\}$.

Potrebno je odrediti kompoziciju $\alpha \circ \beta$.

Izvršimo zamjene u α temeljem β :

$$\begin{array}{lll} f(z)_\beta & = & f(f(g(b))) \rightarrow f(f(g(b)))/x \\ y_\beta & = & g(y) \rightarrow g(y)/z \end{array}$$

Dakle, početni skup za dobivanje kompozicije je

$$\{f(f(g(b)))/x, g(y)/z, a/x, g(y)/y, f(g(b))/z\}$$

Primjer

Primjer

Neka su zadane valuacije $\alpha = \{f(z)/x, y/z\}$ i $\beta = \{a/x, g(y)/y, f(g(b))/z\}$.
Potrebno je odrediti kompoziciju $\alpha \circ \beta$.

Izvršimo zamjene u α temeljem β :

$$\begin{array}{lll} f(z)_\beta & = & f(f(g(b))) \rightarrow f(f(g(b)))/x \\ y_\beta & = & g(y) \rightarrow g(y)/z \end{array}$$

Dakle, početni skup za dobivanje kompozicije je

$\{f(f(g(b)))/x, g(y)/z, a/x, g(y)/y, f(g(b))/z\}$

Iz tog skupa izbacujemo trivijalne zamjene:

$$\begin{array}{lll} a/x & \text{jer je} & x \in \{x, z\} \\ f(g(b))/z & \text{jer je} & z \in \{x, z\} \end{array}$$

Primjer

Primjer

Neka su zadane valuacije $\alpha = \{f(z)/x, y/z\}$ i $\beta = \{a/x, g(y)/y, f(g(b))/z\}$.
Potrebno je odrediti kompoziciju $\alpha \circ \beta$.

Izvršimo zamjene u α temeljem β :

$$\begin{array}{lll} f(z)_\beta & = & f(f(g(b))) \rightarrow f(f(g(b)))/x \\ y_\beta & = & g(y) \rightarrow g(y)/z \end{array}$$

Dakle, početni skup za dobivanje kompozicije je

$\{f(f(g(b)))/x, g(y)/z, a/x, g(y)/y, f(g(b))/z\}$

Iz tog skupa izbacujemo trivijalne zamjene:

$$\begin{array}{lll} a/x & \text{jer je} & x \in \{x, z\} \\ f(g(b))/z & \text{jer je} & z \in \{x, z\} \end{array}$$

Napomene

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normaine i
standardne forme

Zadaci

Nekoliko napomena vezanih uz kompozicije valuacija:

Napomene

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Nekoliko napomena vezanih uz kompozicije valuacija:

- Kompozicija valuacija je asocijativna tj. za bilo koje valuacije α, β i γ vrijedi $\alpha \circ (\beta \circ \gamma) = (\alpha \circ \beta) \circ \gamma$.

Napomene

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Nekoliko napomena vezanih uz kompozicije valuacija:

- Kompozicija valuacija je asocijativna tj. za bilo koje valuacije α, β i γ vrijedi $\alpha \circ (\beta \circ \gamma) = (\alpha \circ \beta) \circ \gamma$.
- Kompozicija valuacija **nije** komutativna tj. $\alpha \circ \beta = \beta \circ \alpha$ ne vrijedi za neke valuacije α i β .

Napomene

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Nekoliko napomena vezanih uz kompozicije valuacija:

- Kompozicija valuacija je asocijativna tj. za bilo koje valuacije α, β i γ vrijedi $\alpha \circ (\beta \circ \gamma) = (\alpha \circ \beta) \circ \gamma$.
- Kompozicija valuacija **nije** komutativna tj. $\alpha \circ \beta = \beta \circ \alpha$ ne vrijedi za neke valuacije α i β .
- Prazna valuacija je neutralan element pri kompoziciji, tj. za bilo koju valuaciju α i praznu valuaciju ϵ vrijedi $\alpha \circ \epsilon = \epsilon \circ \alpha = \alpha$.

Unifikator

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Valuaciju α zovemo unifikatorom skupa izraza $\mathbb{W} = \{W_1, \dots, W_n\}$ ako vrijedi $W_1\alpha = \dots = W_n\alpha$.

Unifikator

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Valuaciju α zovemo unifikatorom skupa izraza $\mathbb{W} = \{W_1, \dots, W_n\}$ ako vrijedi $W_1\alpha = \dots = W_n\alpha$.

Unifikator α zovemo maksimalnim unifikatorom skupa \mathbb{W} , ako za svaki drugi unifikator β toga skupa postoji valuacija γ za koju vrijedi $\beta = \alpha \circ \gamma$.

Skup razlika

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Skup razlika \mathbb{R} skupa izraza \mathbb{W} je skup prvih podizraza izraza iz \mathbb{W} (s lijeva na desno), koji ne počinju svi istim simbolom.

Skup razlika

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Skup razlika \mathbb{R} skupa izraza \mathbb{W} je skup prvih podizraza izraza iz \mathbb{W} (s lijeva na desno), koji ne počinju svi istim simbolom.

Primjer

Neka je $\mathbb{W} = \{\neg P(x) \vee P(f(x)), \neg P(x) \vee \neg P(f(f(x)))\}$. Potrebno je odrediti skup razlika \mathbb{R} skupa \mathbb{W} .

Obzirom da su elementi skupa \mathbb{W} dva disjunkta uspoređujemo ih s lijeva na desno znak po znak. Disjunkt se razlikuju po argumentu funkcije f argumenta predikata P u drugom operandu disjunkcije, tj. u prvom disjunkt funkcija f ima argument x , a u drugom argument $f(x)$. Stoga je skup razlika $\mathbb{R} = \{x, f(x)\}$.

Algoritam unifikacije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Neka je \mathbb{W} polazni skup izraza koje želimo unificirati. Algoritam unifikacije sastoji se od 5 koraka:

Algoritam unifikacije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Neka je \mathbb{W} polazni skup izraza koje želimo unificirati. Algoritam unifikacije sastoji se od 5 koraka:

Korak 1: Postavljamo redom $k = 0$, $\mathbb{W}_k = \mathbb{W}$ i $\alpha_0 = \epsilon$.

Algoritam unifikacije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Neka je \mathbb{W} polazni skup izraza koje želimo unificirati. Algoritam unifikacije sastoji se od 5 koraka:

Korak 1: *Postavljamo redom $k = 0$, $\mathbb{W}_k = \mathbb{W}$ i $\alpha_0 = \epsilon$.*

Korak 2: *Ako je \mathbb{W}_k jednočlani skup ($|\mathbb{W}_k| = 1$), algoritam završava i valuacija α_k je maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} . U protivnom određujemo skup razlika \mathbb{R}_k skupa \mathbb{W}_k .*

Algoritam unifikacije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Neka je \mathbb{W} polazni skup izraza koje želimo unificirati. Algoritam unifikacije sastoji se od 5 koraka:

Korak 1: *Postavljamo redom $k = 0$, $\mathbb{W}_k = \mathbb{W}$ i $\alpha_0 = \epsilon$.*

Korak 2: *Ako je \mathbb{W}_k jednočlani skup ($|\mathbb{W}_k| = 1$), algoritam završava i valuacija α_k je maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} . U protivnom određujemo skup razlika \mathbb{R}_k skupa \mathbb{W}_k .*

Korak 3: *Ako u skupu \mathbb{R}_k postoji varijabla v_k i term t_k , takvi da v_k ne nastupa u t_k , prelazimo na četvrti korak. U suprotnom, algoritam prekida rad i signalizira neuspjeh (tj. ne postoji maksimalni unifikator za \mathbb{W}).*

Algoritam unifikacije

Definicija

Neka je \mathbb{W} polazni skup izraza koje želimo unificirati. Algoritam unifikacije sastoji se od 5 koraka:

Korak 1: *Postavljamo redom $k = 0$, $\mathbb{W}_k = \mathbb{W}$ i $\alpha_0 = \epsilon$.*

Korak 2: *Ako je \mathbb{W}_k jednočlani skup ($|\mathbb{W}_k| = 1$), algoritam završava i valuacija α_k je maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} . U protivnom određujemo skup razlika \mathbb{R}_k skupa \mathbb{W}_k .*

Korak 3: *Ako u skupu \mathbb{R}_k postoji varijabla v_k i term t_k , takvi da v_k ne nastupa u t_k , prelazimo na četvrti korak. U suprotnom, algoritam prekida rad i signalizira neuspjeh (tj. ne postoji maksimalni unifikator za \mathbb{W}).*

Korak 4: *Stavljamo $\alpha_{k+1} = \alpha_k \circ \{t_k/v_k\}$ i $\mathbb{W}_{k+1} = \mathbb{W}_{\alpha_{k+1}}$.*

Algoritam unifikacije

Definicija

Neka je \mathbb{W} polazni skup izraza koje želimo unificirati. Algoritam unifikacije sastoji se od 5 koraka:

Korak 1: *Postavljamo redom $k = 0$, $\mathbb{W}_k = \mathbb{W}$ i $\alpha_0 = \epsilon$.*

Korak 2: *Ako je \mathbb{W}_k jednočlani skup ($|\mathbb{W}_k| = 1$), algoritam završava i valuacija α_k je maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} . U protivnom određujemo skup razlika \mathbb{R}_k skupa \mathbb{W}_k .*

Korak 3: *Ako u skupu \mathbb{R}_k postoji varijabla v_k i term t_k , takvi da v_k ne nastupa u t_k , prelazimo na četvrti korak. U suprotnom, algoritam prekida rad i signalizira neuspjeh (tj. ne postoji maksimalni unifikator za \mathbb{W}).*

Korak 4: *Stavljamo $\alpha_{k+1} = \alpha_k \circ \{t_k/v_k\}$ i $\mathbb{W}_{k+1} = \mathbb{W}_{k\alpha_{k+1}}$.*

Korak 5. *Stavljamo $k \leftarrow k + 1$ i prelazimo na korak 2.*

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Neka je zadan sljedeći skup izraza $\mathbb{W} = \{P(c, x), P(c, c)\}$. Algoritmom unifikacije potrebno je pronaći maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} .

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Neka je zadan sljedeći skup izraza $\mathbb{W} = \{P(c, x), P(c, c)\}$. Algoritmom unifikacije potrebno je pronaći maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} .

$$\textbf{K1 } k = 0, \mathbb{W}_0 = \{P(c, x), P(c, c)\}, \alpha_0 = \epsilon$$

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Neka je zadan sljedeći skup izraza $\mathbb{W} = \{P(c, x), P(c, c)\}$. Algoritmom unifikacije potrebno je pronaći maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} .

$$\textbf{K1 } k = 0, \mathbb{W}_0 = \{P(c, x), P(c, c)\}, \alpha_0 = \epsilon$$

$$\textbf{K2 } |\mathbb{W}_0| \neq 1 \rightarrow \mathbb{R} = \{x, c\}.$$

Primjer

Primjer

Neka je zadan sljedeći skup izraza $\mathbb{W} = \{P(c, x), P(c, c)\}$. Algoritmom unifikacije potrebno je pronaći maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} .

K1 $k = 0, \mathbb{W}_0 = \{P(c, x), P(c, c)\}, \alpha_0 = \epsilon$

K2 $|\mathbb{W}_0| \neq 1 \rightarrow \mathbb{R} = \{x, c\}.$

K3 *U skupu \mathbb{R}_0 postoji varijabla x koja ne nastupa u c stoga prelazimo na K4.*

Primjer

Primjer

Neka je zadan sljedeći skup izraza $\mathbb{W} = \{P(c, x), P(c, c)\}$. Algoritmom unifikacije potrebno je pronaći maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} .

K1 $k = 0, \mathbb{W}_0 = \{P(c, x), P(c, c)\}, \alpha_0 = \epsilon$

K2 $|\mathbb{W}_0| \neq 1 \rightarrow \mathbb{R} = \{x, c\}.$

K3 *U skupu \mathbb{R}_0 postoji varijabla x koja ne nastupa u c stoga prelazimo na K4.*

K4 $\alpha_1 = \alpha_0 \circ \{c/x\} = \epsilon \circ \{c/x\} = \{c/x\}, \mathbb{W}_1 = \mathbb{W}_{0\alpha_1} = \{P(c, c)\}$ (u skupu, po definiciji, nema ponavljanja elemenata).

Primjer

Primjer

Neka je zadan sljedeći skup izraza $\mathbb{W} = \{P(c, x), P(c, c)\}$. Algoritmom unifikacije potrebno je pronaći maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} .

K1 $k = 0, \mathbb{W}_0 = \{P(c, x), P(c, c)\}, \alpha_0 = \epsilon$

K2 $|\mathbb{W}_0| \neq 1 \rightarrow \mathbb{R} = \{x, c\}.$

K3 *U skupu \mathbb{R}_0 postoji varijabla x koja ne nastupa u c stoga prelazimo na K4.*

K4 $\alpha_1 = \alpha_0 \circ \{c/x\} = \epsilon \circ \{c/x\} = \{c/x\}, \mathbb{W}_1 = \mathbb{W}_{0\alpha_1} = \{P(c, c)\}$ (u skupu, po definiciji, nema ponavljanja elemenata).

K5 $k \leftarrow k + 1 = 1$, prelazimo na K2.

Primjer

Primjer

Neka je zadan sljedeći skup izraza $\mathbb{W} = \{P(c, x), P(c, c)\}$. Algoritmom unifikacije potrebno je pronaći maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} .

K1 $k = 0, \mathbb{W}_0 = \{P(c, x), P(c, c)\}, \alpha_0 = \epsilon$

K2 $|\mathbb{W}_0| \neq 1 \rightarrow \mathbb{R} = \{x, c\}.$

K3 *U skupu \mathbb{R}_0 postoji varijabla x koja ne nastupa u c stoga prelazimo na K4.*

K4 $\alpha_1 = \alpha_0 \circ \{c/x\} = \epsilon \circ \{c/x\} = \{c/x\}, \mathbb{W}_1 = \mathbb{W}_{0\alpha_1} = \{P(c, c)\}$ (u skupu, po definiciji, nema ponavljanja elemenata).

K5 $k \leftarrow k + 1 = 1$, prelazimo na K2.

K2 $|\mathbb{W}_1| = 1$, algoritam staje.

Primjer

Primjer

Neka je zadan sljedeći skup izraza $\mathbb{W} = \{P(c, x), P(c, c)\}$. Algoritmom unifikacije potrebno je pronaći maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} .

K1 $k = 0, \mathbb{W}_0 = \{P(c, x), P(c, c)\}, \alpha_0 = \epsilon$

K2 $|\mathbb{W}_0| \neq 1 \rightarrow \mathbb{R} = \{x, c\}.$

K3 *U skupu \mathbb{R}_0 postoji varijabla x koja ne nastupa u c stoga prelazimo na K4.*

K4 $\alpha_1 = \alpha_0 \circ \{c/x\} = \epsilon \circ \{c/x\} = \{c/x\}, \mathbb{W}_1 = \mathbb{W}_{0\alpha_1} = \{P(c, c)\}$ (u skupu, po definiciji, nema ponavljanja elemenata).

K5 $k \leftarrow k + 1 = 1$, prelazimo na K2.

K2 $|\mathbb{W}_1| = 1$, algoritam staje.

Maksimalni unifikator skupa \mathbb{W} je $\alpha_1 = \{c/x\}$

Metateorem unifikacije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Propozicija

Ako je \mathbb{W} konačan neprazan skup izraza za koji postoji barem jedan unifikator, onda algoritam unifikacije prekida rad na drugom koraku i posljednja od valuacija α_k je maksimalan unifikator toga skupa.

Redukt disjunkta

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Ako za dvije ili više atomarnih podformula disjunkta D postoji maksimalan unifikator α tada disjunkt D_α zovemo reduktom tog disjunkta.

Redukt disjunkta

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Ako za dvije ili više atomarnih podformula disjunkta D postoji maksimalan unifikator α tada disjunkt D_α zovemo reduktom tog disjunkta.

Primjer

Neka je $D \equiv Q(f(x), y) \vee Q(z, g(b, c)) \vee \neg R(x)$ tada je valuacija $\alpha = \{f(x)/z, g(b, c)/y\}$ maksimalni unifikator za prve dvije atomarne podformule disjunkta D . Stoga je $D_\alpha \equiv Q(f(x), g(b, c)) \vee \neg R(x)$ redukt disjunkta D .

Pravilo rezolucije za LPR I

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Neka su D_1 i D_2 dva disjunkta bez zajedničkih varijabli. Neka je nadalje L_1 simbol predikata ili negacije predikata koji nastupa u D_1 , a L_2 takav simbol koji nastupa u D_2 . Ako za L_1 i $\neg L_2$ postoji maksimalni unifikator α onda disjunkt

$$(D_{1\alpha} - L_{1\alpha}) \cup (D_{2\alpha} - L_{2\alpha})$$

nazivamo binarnom rezolventom disjunkata D_1 i D_2 .

Pravilo rezolucije za LPR II

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Neka su D_1 i D_2 disjunkti. Njihovom rezolventom nazivamo:

- *binarnu rezolventu D_1 i D_2*
- *binarnu rezolventu D_1 i nekog redukta D_2*
- *binarnu rezolventu D_2 i nekog redukta D_1*
- *binarnu rezolventu nekog redukta D_1 i nekog redukta D_2*

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Neka je $D_1 \equiv Q(x, c) \vee R(x)$ i $D_2 \equiv \neg Q(x, y) \vee S(u)$. Izračunajmo (binarnu) rezolventu ovih dvaju disjunkata.

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normale i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Neka je $D_1 \equiv Q(x, c) \vee R(x)$ i $D_2 \equiv \neg Q(x, y) \vee S(u)$. Izračunajmo (binarnu) rezolventu ovih dvaju disjunkata.

Kako bismo mogli računati rezolventu, prvo moramo postići da ta dva disjunkta ne sadrže zajedničke varijable, što ćemo učiniti preimenovanjem, npr. u D_2 zamijenimo x za z tako da $D_2 \equiv \neg Q(z, y) \vee S(u)$.

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Neka je $D_1 \equiv Q(x, c) \vee R(x)$ i $D_2 \equiv \neg Q(x, y) \vee S(u)$. Izračunajmo (binarnu) rezolventu ovih dvaju disjunkata.

Kako bismo mogli računati rezolventu, prvo moramo postići da ta dva disjunkta ne sadrže zajedničke varijable, što ćemo učiniti preimenovanjem, npr. u D_2 zamijenimo x za z tako da $D_2 \equiv \neg Q(z, y) \vee S(u)$.

Sada stavimo da je $L_1 \equiv Q(x, c)$, a $L_2 \equiv \neg Q(z, y)$. Najveći zajednički unifikator je $\alpha = \{z/x, c/y\}$.

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Neka je $D_1 \equiv Q(x, c) \vee R(x)$ i $D_2 \equiv \neg Q(x, y) \vee S(u)$. Izračunajmo (binarnu) rezolventu ovih dvaju disjunkata.

Kako bismo mogli računati rezolventu, prvo moramo postići da ta dva disjunkta ne sadrže zajedničke varijable, što ćemo učiniti preimenovanjem, npr. u D_2 zamijenimo x za z tako da $D_2 \equiv \neg Q(z, y) \vee S(u)$.

Sada stavimo da je $L_1 \equiv Q(x, c)$, a $L_2 \equiv \neg Q(z, y)$. Najveći zajednički unifikator je $\alpha = \{z/x, c/y\}$.

Ako primijenimo valuaciju α na disjunkte dobijemo $D_{1\alpha} \equiv Q(z, c) \vee R(z)$ i $D_{2\alpha} \equiv \neg Q(z, c) \vee S(u)$.

Primjer

Primjer

Neka je $D_1 \equiv Q(x, c) \vee R(x)$ i $D_2 \equiv \neg Q(x, y) \vee S(u)$. Izračunajmo (binarnu) rezolventu ovih dvaju disjunkata.

Kako bismo mogli računati rezolventu, prvo moramo postići da ta dva disjunkta ne sadrže zajedničke varijable, što ćemo učiniti preimenovanjem, npr. u D_2 zamijenimo x za z tako da $D_2 \equiv \neg Q(z, y) \vee S(u)$.

Sada stavimo da je $L_1 \equiv Q(x, c)$, a $L_2 \equiv \neg Q(z, y)$. Najveći zajednički unifikator je $\alpha = \{z/x, c/y\}$.

Ako primijenimo valuaciju α na disjunkte dobijemo $D_{1\alpha} \equiv Q(z, c) \vee R(z)$ i $D_{2\alpha} \equiv \neg Q(z, c) \vee S(u)$.

Onda je $(D_{1\alpha} - L_{1\alpha}) \cup (D_{2\alpha} - L_{2\alpha}) \equiv [Q(z, c) \vee R(z) - Q(z, c)] \cup [\neg Q(z, c) \vee S(u) - \neg Q(z, c)] \equiv R(z) \vee S(u)$ što predstavlja binarnu rezolventu D_1 i D_2 .

Postupak rezolucije za LPR

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normaine i
standardne forme

Zadaci

Želimo dokazati da je formula G logička posljedica skupa formula $\mathbb{F} = \{F_1, \dots, F_n\}$. Dovoljno je dokazati da je formula $F = F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$ kontradiktorna.

Postupak rezolucije za LPR

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme
Zadaci

Želimo dokazati da je formula G logička posljedica skupa formula $\mathbb{F} = \{F_1, \dots, F_n\}$. Dovoljno je dokazati da je formula $F = F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$ kontradiktorna.

Algoritam

- 1 *Formulu F pretvaramo u KNF.*

Postupak rezolucije za LPR

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme
Zadaci

Želimo dokazati da je formula G logička posljedica skupa formula $\mathbb{F} = \{F_1, \dots, F_n\}$. Dovoljno je dokazati da je formula $F = F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$ kontradiktorna.

Algoritam

- 1 *Formulu F pretvaramo u KNF.*
- 2 *KNF pretvaramo u SNF.*

Postupak rezolucije za LPR

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Želimo dokazati da je formula G logička posljedica skupa formula $\mathbb{F} = \{F_1, \dots, F_n\}$. Dovoljno je dokazati da je formula $F = F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$ kontradiktorna.

Algoritam

- 1 *Formulu F pretvaramo u KNF.*
- 2 *KNF pretvaramo u SNF.*
- 3 *SNF formulu zamjenjujemo njezinim reprezentantom \mathbb{D} (skupom disjunkata matrice).*

Postupak rezolucije za LPR

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Želimo dokazati da je formula G logička posljedica skupa formula $\mathbb{F} = \{F_1, \dots, F_n\}$. Dovoljno je dokazati da je formula $F = F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$ kontradiktorna.

Algoritam

- 1 *Formulu F pretvaramo u KNF.*
- 2 *KNF pretvaramo u SNF.*
- 3 *SNF formulu zamjenjujemo njezinim reprezentantom \mathbb{D} (skupom disjunkata matrice).*
- 4 *Koristimo pravilo rezolucije kako bismo iz skupa \mathbb{D} izveli identički lažni disjunkt (\perp). Ako nam to pođe za rukom, skup je kontradiktoran i stoga je formula G je logička posljedica skupa formula $\mathbb{F} = \{F_1, \dots, F_n\}$.*

Primjer I

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

*Potrebno je algoritmom rezolucije za LPR provjeriti slijedi li tvrdnja
 G : Postoji netko tko je (od Svetog Nikole) dobio dar ili šibu
iz tvrdnji*

F_1 : Svatko tko je dobar (od Svetog Nikole) dobije dar.

F_2 : Svatko tko nije dobar (od Svetog Nikole) dobije šibu.

F_3 : Ana je dobila i dar i šibu.

Primjer I

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Potrebno je algoritmom rezolucije za LPR provjeriti slijedi li tvrdnja
G: Postoji netko tko je (od Svetog Nikole) dobio dar ili šibu
iz tvrdnji

F_1 : Svatko tko je dobar (od Svetog Nikole) dobije dar.

F_2 : Svatko tko nije dobar (od Svetog Nikole) dobije šibu.

F_3 : Ana je dobila i dar i šibu.

Zapišimo ovaj problem putem sintakse LPR:

$$G \equiv \exists x(Dar(x) \vee Šiba(x))$$

Primjer I

Primjer

Potrebno je algoritmom rezolucije za LPR provjeriti slijedi li tvrdnja
G: Postoji netko tko je (od Svetog Nikole) dobio dar ili šibu
iz tvrdnji

F₁: Svatko tko je dobar (od Svetog Nikole) dobije dar.

F₂: Svatko tko nije dobar (od Svetog Nikole) dobije šibu.

F₃: Ana je dobila i dar i šibu.

Zapišimo ovaj problem putem sintakse LPR:

$$\begin{aligned} G &\equiv \exists x(Dar(x) \vee Šiba(x)) \\ F_1 &\equiv \forall x(Dobar(x) \Rightarrow Dar(x)) \end{aligned}$$

Primjer I

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

*Potrebno je algoritmom rezolucije za LPR provjeriti slijedi li tvrdnja
 G : Postoji netko tko je (od Svetog Nikole) dobio dar ili šibu
iz tvrdnji*

F_1 : Svatko tko je dobar (od Svetog Nikole) dobije dar.

F_2 : Svatko tko nije dobar (od Svetog Nikole) dobije šibu.

F_3 : Ana je dobila i dar i šibu.

Zapišimo ovaj problem putem sintakse LPR:

$$G \equiv \exists x(Dar(x) \vee Šiba(x))$$

$$F_1 \equiv \forall x(Dobar(x) \Rightarrow Dar(x))$$

$$F_2 \equiv \forall x(\neg Dobar(x) \Rightarrow Šiba(x))$$

Primjer I

Primjer

*Potrebno je algoritmom rezolucije za LPR provjeriti slijedi li tvrdnja
G: Postoji netko tko je (od Svetog Nikole) dobio dar ili šibu
iz tvrdnji*

F_1 : Svatko tko je dobar (od Svetog Nikole) dobije dar.

F_2 : Svatko tko nije dobar (od Svetog Nikole) dobije šibu.

F_3 : Ana je dobila i dar i šibu.

Zapišimo ovaj problem putem sintakse LPR:

$$G \equiv \exists x(Dar(x) \vee Šiba(x))$$

$$F_1 \equiv \forall x(Dobar(x) \Rightarrow Dar(x))$$

$$F_2 \equiv \forall x(\neg Dobar(x) \Rightarrow Šiba(x))$$

$$F_3 \equiv Dar(ana) \wedge Šiba(ana)$$

Primjer II

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Konstruirajmo formulu čiju kontradiktornost želimo provjeriti.

Primjer II

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normale i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Konstruirajmo formulu čiju kontradiktornost želimo provjeriti. Prije toga, obzirom da se može raditi o različitim varijablama u svakoj od tvrdnji, iste ćemo preimenovati kako se nebi preklapale.

Primjer II

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Konstruirajmo formulu čiju kontradiktornost želimo provjeriti. Prije toga, obzirom da se može raditi o različitim varijablama u svakoj od tvrdnji, iste ćemo preimenovati kako se nebi preklapale.

$$F \equiv F_1 \wedge F_2 \wedge F_3 \wedge \neg G$$

Primjer II

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Konstruirajmo formulu čiju kontradiktornost želimo provjeriti. Prije toga, obzirom da se može raditi o različitim varijablama u svakoj od tvrdnji, iste ćemo preimenovati kako se nebi preklapale.

$$\begin{aligned} F &\equiv F_1 \wedge F_2 \wedge F_3 \wedge \neg G \\ &\equiv \forall x(Dobar(x) \Rightarrow Dar(x)) \wedge \forall y(\neg Dobar(y) \Rightarrow \check{S}iba(y)) \\ &\quad \wedge Dar(ana) \wedge \check{S}iba(ana) \wedge \neg \exists z(Dar(z) \vee \check{S}iba(z)) \end{aligned}$$

Primjer III

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Pretvorimo formulu F u KNF.

Primjer III

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Pretvorimo formulu F u KNF.

$$F \equiv \forall x(\neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x)) \wedge \forall y(\neg \neg \text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y)) \\ \wedge \text{Dar}(\text{ana}) \wedge \text{Šiba}(\text{ana}) \wedge \neg \exists z(\text{Dar}(z) \vee \text{Šiba}(z))$$

Primjer III

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Pretvorimo formulu F u KNF.

$$\begin{aligned} F &\equiv \forall x(\neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x)) \wedge \forall y(\neg \neg \text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y)) \\ &\quad \wedge \text{Dar}(\text{ana}) \wedge \text{Šiba}(\text{ana}) \wedge \neg \exists z(\text{Dar}(z) \vee \text{Šiba}(z)) \\ &\equiv \forall x(\neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x)) \wedge \forall y(\text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y)) \\ &\quad \wedge \text{Dar}(\text{ana}) \wedge \text{Šiba}(\text{ana}) \wedge \forall z(\neg \text{Dar}(z) \wedge \neg \text{Šiba}(z)) \end{aligned}$$

Primjer III

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Pretvorimo formulu F u KNF.

$$\begin{aligned} F &\equiv \forall x(\neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x)) \wedge \forall y(\neg \neg \text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y)) \\ &\quad \wedge \text{Dar}(\text{ana}) \wedge \text{Šiba}(\text{ana}) \wedge \neg \exists z(\text{Dar}(z) \vee \text{Šiba}(z)) \\ &\equiv \forall x(\neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x)) \wedge \forall y(\text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y)) \\ &\quad \wedge \text{Dar}(\text{ana}) \wedge \text{Šiba}(\text{ana}) \wedge \forall z(\neg \text{Dar}(z) \wedge \neg \text{Šiba}(z)) \\ &\equiv \forall x \forall y \forall z((\neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x)) \wedge (\text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y)) \\ &\quad \wedge \text{Dar}(\text{ana}) \wedge \text{Šiba}(\text{ana}) \wedge \neg \text{Dar}(z) \wedge \neg \text{Šiba}(z)) \end{aligned}$$

Primjer IV

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Obzirom da KNF formule F ne sadrži egzistencijalne kvantifikatore vrijedi da je $KNF(F) = SNF(F)$.

Primjer IV

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Obzirom da KNF formule F ne sadrži egzistencijalne kvantifikatore vrijedi da je $KNF(F) = SNF(F)$. Stoga je reprezentant sljedeći skup:

$$\mathbb{D} = \{ \neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x), \text{Dobar}(y) \vee \check{\text{Šiba}}(y), \\ \text{Dar}(\text{ana}), \check{\text{Šiba}}(\text{ana}), \neg \text{Dar}(z), \neg \check{\text{Šiba}}(z) \}$$

Primjer V

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Sada pravilom rezolucije možemo iz skupa \mathbb{D} pokušati dobiti identički lažan disjunkt:

Primjer V

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Sada pravilom rezolucije možemo iz skupa \mathbb{D} pokušati dobiti identički lažan disjunkt:

- | | | | | |
|----|-------|---|---|------------------|
| 1) | C_1 | : | $\neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\text{Dar}(\text{ana})$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\text{Šiba}(\text{ana})$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg \text{Dar}(z)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 6) | C_6 | : | $\neg \text{Šiba}(z)$ | $\in \mathbb{D}$ |
-

Primjer V

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Sada pravilom rezolucije možemo iz skupa \mathbb{D} pokušati dobiti identički lažan disjunkt:

- | | | | | |
|----|-------|---|---|------------------|
| 1) | C_1 | : | $\neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\text{Dar}(\text{ana})$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\text{Šiba}(\text{ana})$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg \text{Dar}(z)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 6) | C_6 | : | $\neg \text{Šiba}(z)$ | $\in \mathbb{D}$ |
-

Primjer V

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Sada pravilom rezolucije možemo iz skupa \mathbb{D} pokušati dobiti identički lažan disjunkt:

$$1) \quad C_1 : \neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x) \quad \in \mathbb{D}$$

$$2) \quad C_2 : \text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y) \quad \in \mathbb{D}$$

$$3) \quad C_3 : \text{Dar}(\text{ana}) \quad \in \mathbb{D}$$

$$4) \quad C_4 : \text{Šiba}(\text{ana}) \quad \in \mathbb{D}$$

$$5) \quad C_5 : \neg \text{Dar}(z) \quad \in \mathbb{D}$$

$$6) \quad C_6 : \neg \text{Šiba}(z) \quad \in \mathbb{D}$$

$$7) \quad C_7 : \text{Dar}(x) \vee \text{Šiba}(x) \quad \text{res}(C_1, C_2), \alpha_1 = \{x/y\}$$

Primjer V

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Sada pravilom rezolucije možemo iz skupa \mathbb{D} pokušati dobiti identički lažan disjunkt:

| | | | | |
|-------|-------|---|---|--|
| 1) | C_1 | : | $\neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\text{Dar}(\text{ana})$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\text{Šiba}(\text{ana})$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg \text{Dar}(z)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 6) | C_6 | : | $\neg \text{Šiba}(z)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| <hr/> | | | | |
| 7) | C_7 | : | $\text{Dar}(x) \vee \text{Šiba}(x)$ | $\text{res}(C_1, C_2), \alpha_1 = \{x/y\}$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg \text{Dobar}(x)$ | $\text{res}(C_1, C_5), \alpha_2 = \{x/z\}$ |

Primjer V

Primjer

Sada pravilom rezolucije možemo iz skupa \mathbb{D} pokušati dobiti identički lažan disjunkt:

| | | | | |
|-------|-------|---|---|--|
| 1) | C_1 | : | $\neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\text{Dar}(\text{ana})$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\text{Šiba}(\text{ana})$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg \text{Dar}(z)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 6) | C_6 | : | $\neg \text{Šiba}(z)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| <hr/> | | | | |
| 7) | C_7 | : | $\text{Dar}(x) \vee \text{Šiba}(x)$ | $\text{res}(C_1, C_2), \alpha_1 = \{x/y\}$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg \text{Dobar}(x)$ | $\text{res}(C_1, C_5), \alpha_2 = \{x/z\}$ |
| 9) | C_9 | : | $\text{Dobar}(y)$ | $\text{res}(C_2, C_6), \alpha_3 = \{y/z\}$ |

Primjer V

Primjer

Sada pravilom rezolucije možemo iz skupa \mathbb{D} pokušati dobiti identički lažan disjunkt:

| | | | | |
|-------|----------|---|---|---|
| 1) | C_1 | : | $\neg \text{Dobar}(x) \vee \text{Dar}(x)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 2) | C_2 | : | $\text{Dobar}(y) \vee \text{Šiba}(y)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 3) | C_3 | : | $\text{Dar}(\text{ana})$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 4) | C_4 | : | $\text{Šiba}(\text{ana})$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 5) | C_5 | : | $\neg \text{Dar}(z)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| 6) | C_6 | : | $\neg \text{Šiba}(z)$ | $\in \mathbb{D}$ |
| <hr/> | | | | |
| 7) | C_7 | : | $\text{Dar}(x) \vee \text{Šiba}(x)$ | $\text{res}(C_1, C_2), \alpha_1 = \{x/y\}$ |
| 8) | C_8 | : | $\neg \text{Dobar}(x)$ | $\text{res}(C_1, C_5), \alpha_2 = \{x/z\}$ |
| 9) | C_9 | : | $\text{Dobar}(y)$ | $\text{res}(C_2, C_6), \alpha_3 = \{y/z\}$ |
| 10) | C_{10} | : | \perp | $\text{res}(C_3, C_5), \alpha_4 = \{\text{ana}/z\}$ |

Dakle, možemo zaključiti da je tvrdnja zaista logička posljedica navedenih tvrdnji.

Nekoliko napomena

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normaine i
standardne forme

Zadaci

- Algoritam rezolucije za LPR zazvio je 1965. John Alan Robinson (temeljem radova Davisa i Putnama, 1960.)
- Za razliku od PL, algoritam rezolucije za LPR je "samo" poluodlučilo, jer se može dogoditi da algoritam ne završi.
- Algoritam rezolucije inicijalno je zamišljen kao metoda za automatizirano dokazivanje teorema (engl. automated theorem proving) te danas postoje mnogi (uglavnom) deklarativni programski jezici koji se u potpunosti ili dijelom temelje na postupku rezolucije (npr. Coq, HOL, Isabelle i sl.).

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme

Zadaci

Zadatak

Neka je $F \equiv \forall x[P(a, x) \wedge R(x, f(x))]$. Napišite I za F , a zatim odredite $I(F)$.

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Neka je $F \equiv \forall x[P(a, x) \wedge R(x, f(x))]$. Napišite I za F , a zatim odredite $I(F)$.

Zadatak

Je li vrijedi $\forall x(F) \models \exists x(F)$?

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Neka je $F \equiv \forall x[P(a, x) \wedge R(x, f(x))]$. Napišite I za F , a zatim odredite $I(F)$.

Zadatak

Je li vrijedi $\forall x(F) \models \exists x(F)$?

Zadatak

Je li vrijedi $(\forall x \in S)(F) \models (\exists x \in S)(F)$?

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Neka je $F \equiv \forall x[P(a, x) \wedge R(x, f(x))]$. Napišite I za F , a zatim odredite $I(F)$.

Zadatak

Je li vrijedi $\forall x(F) \models \exists x(F)$?

Zadatak

Je li vrijedi $(\forall x \in S)(F) \models (\exists x \in S)(F)$?

Zadatak

Negirajte formulu $F \equiv \forall x \exists y(P(y) \wedge R(x) \Rightarrow Q(x))$.

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme

Zadaci

Zadatak

Napišite formulu LPR koja je tautologija; Napišite formulu LPR koja je kontradikcija.

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Napišite formulu LPR koja je tautologija; Napišite formulu LPR koja je kontradikcija.

Zadatak

Je li vrijedi $\exists x \forall y (F) \models \forall y \exists x (F)$?

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Napišite formulu LPR koja je tautologija; Napišite formulu LPR koja je kontradikcija.

Zadatak

Je li vrijedi $\exists x \forall y (F) \models \forall y \exists x (F)$?

Zadatak

Rečenicu R_1 : Za svaki prirodan broj, osim jedinice, postoji manji prirodan broj, izrazite pomoću formule LPR.

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Napišite formulu LPR koja je tautologija; Napišite formulu LPR koja je kontradikcija.

Zadatak

Je li vrijedi $\exists x \forall y (F) \models \forall y \exists x (F)$?

Zadatak

Rečenicu R_1 : Za svaki prirodan broj, osim jedinice, postoji manji prirodan broj, izrazite pomoću formule LPR.

Zadatak

Rečenicu R_2 : Sve zavisnosti iz skupa S su trivijalne, izrazite pomoću LPR-formule.

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme

Zadaci

Zadatak

Rečenicu R_3 : Postoji zavisnost u skupu S koja nije tranzitivna, izrazite pomoću LPR-formule.

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Rečenicu R_3 : Postoji zavisnost u skupu S koja nije tranzitivna, izrazite pomoću LPR-formule.

Zadatak

Koliko interpretacija ima formula $F \equiv \forall x(P(x))$?

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Transformirajte sljedeću formulu u KNF:

$$H \equiv \forall x \forall y (\exists z P(x, y, z) \wedge (\exists u Q(x, u) \Rightarrow \exists v Q(y, v)))$$

Zadatak

Transformirajte sljedeće formule u SNF:

$$G_1 \equiv \neg(\forall x P(x) \Rightarrow \exists y(\forall z Q(y, z)))$$

$$G_2 \equiv \neg(\forall x P(x, f(x)) \Rightarrow \exists y P(y))$$

$$G_3 \equiv \forall x (\neg R(x, c) \Rightarrow (\exists y R(y, g(x)) \wedge \forall z (R(z, g(x)) \Rightarrow R(y, z))))$$

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Odredite kompoziciju valuacija $\alpha = \{a/x, f(z)/y, y/z\}$ i $\beta = \{b/x, z/y, g(z)/z\}$.

Zadatak

Algoritmom unifikacije provjerite postoje li maksimalni unifikatori sljedećih skupova:

- $\mathbb{W}_a = \{Q(a, x, f(x)), Q(a, y, y)\}$
- $\mathbb{W}_b = \{P(x, y, z), P(u, h(v, v), u)\}$
- $\mathbb{W}_c = \{P(f(x, y, z), z, u), P(x, g(u, u), u)\}$

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Odredite barem jednu rezolventu (ako takva postoji) za sljedeće parove disjunkata:

- $D_1 \equiv \neg P(x) \vee Q(x, b)$ i $D_2 \equiv P(a) \vee Q(a, b)$; a i b su konstante
- $D_1 \equiv \neg P(x, x) \vee Q(x, x)$ i $D_2 \equiv \neg Q(a, f(a))$

Zadaci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Potrebno je algoritmom rezolucije za LPR provjeriti slijedi li tvrdnja

Sve svinje lete.

iz tvrdnji:

Sve ptice lete.

Svi pingvini su ptice.

Pingo je pingvin.

Svi pingvini ne lete.

Sve svinje nisu ptice.

Logičko programiranje

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

- Postupak rezolucije u svojoj reduciranoj varijanti (npr. SLD - Selective Linear Definite clause resolution) može se koristiti za programiranje te se taj pristup naziva logičkim programiranje.
- Glavni predstavnik takvih jezika je jezik Prolog (dolazi od PROgramming in LOGic i razvili su ga Alan Colmerauer, Robert Kowalski, i Philippe Rousse 1972.).

Hornove klauzule I

- Kod logičkog programiranja koriste se tzv. Hornove klauzule, odnosno Hornove rečenice koje imaju sljedeći oblik:

$$G \Leftarrow T_1 \wedge T_2 \wedge \dots \wedge T_n$$

što je ekvivalentno formuli:

$$G \vee \neg T_1 \vee \neg T_2 \vee \dots \vee \neg T_n$$

dakle, u takvoj formuli postoji maksimalno jedan pozitivni literal.

- Definitivne klauzule imaju točno jedan pozitivan literal.
- Pozitivni literal je glava (engl. head) klauzule, a negativni literali predstavljaju tijelo (engl. body) formule.

Hornove klauzule II

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

- Čitamo: da bismo dokazali G potrebno je dokazati T_1, \dots, T_n , pri čemu se dokazivanje, kao i kod rezolucije, svodi na dokazivanje opovrgavanjem.
- Popratne pojave (engl. side-effects) su u stvari rezultati programa, što čini praktičnu razliku u odnosu na automatizirano dokazivanje teorema.
- Postoje tri vrste takvih formula:
 - činjenice (engl. facts) su Hornove klauzule bez tijela tj. $G \Leftarrow$;
 - upiti ili ciljevi (engl. queries, goals) su formule bez glave, tj. $\Leftarrow T_1 \wedge \dots \wedge T_n$; i
 - pravila ili programske klauzule (engl. rules, program clause) koji su Hornove formule koje imaju i glavu i tijelo s točno jednim pozitivnim literalom i barem jednim negativnim literalom.

SLD rezolucija

- SLD rezolucija je temeljna za većinu implementacija Prologa.
- Temelji se na algoritmu ulančavanja unatrag (engl. backward chaining).

Algoritam

Neka je C lista ciljeva i Δ baza znanja (logički program).

funkcija *ulančavanje_unatrag*(C , Δ):

ako $C = \perp$ (prazan disjunkt) **tada vrati** \top

$G \leftarrow \text{glava}(C)$

$R \leftarrow \text{pronadi_rezolvirajuću_klauzulu}(G, \Delta)$

ako $R = \emptyset$ (neuspjeh) **tada vrati** \perp

$C' \leftarrow \text{rezolviraj}(C, R)$

vrati *ulančavanje_unatrag*(C' , Δ)

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Neka je zadan sljedeći niz Hornovih formula:

- ① $\text{predak}(x, y) \Leftarrow \text{roditelj}(x, y)$
- ② $\text{predak}(x, y) \Leftarrow \text{roditelj}(x, z), \text{predak}(z, y)$
- ③ $\text{roditelj}(\text{barica}, \text{štef}) \Leftarrow$
- ④ $\text{roditelj}(\text{barica}, \text{joža}) \Leftarrow$
- ⑤ $\text{roditelj}(\text{joža}, \text{ivek}) \Leftarrow$
- ⑥ $\text{roditelj}(\text{štefica}, \text{ivek}) \Leftarrow$

Putem SLD rezolucije pronađite prvo rješenje upita:

$\Leftarrow \text{predak}(x, \text{joža}) \wedge \text{predak}(\text{joža}, y)$

Rješenje

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Rješenje

- | | | |
|----|---|--|
| 7 | $\Leftarrow \text{predak}(x, \text{joža}) \wedge \text{predak}(\text{joža}, y)$ | (inicijalni cilj) |
| 8 | $\Leftarrow \text{roditelj}(x, \text{joža}) \wedge \text{predak}(\text{joža}, y)$ | $\text{res}(1, 7)$ |
| 9 | $\Leftarrow \text{predak}(\text{joža}, y)$ | $\text{res}(4, 8) \quad x = \text{barica}$ |
| 10 | $\Leftarrow \text{roditelj}(\text{joža}, y)$ | $\text{res}(1, 9)$ |
| 11 | \perp | $\text{res}(5, 10) \quad y = \text{ivek}$ |

Napomena: Algoritam nastavlja i pokušava pronaći i druga rješenja ako se to od njega eksplicitno traži (npr. stiskom na tipku ';').

Deklarativno vs. proceduralna semantika

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

- Uočite da na način izvođenja rezolucije (pa tako i na način izvođenja Prolog programa) utječe redoslijed navođenja klauzula u logičkom programu.
- Deklarativno gledano, rezultat bi trebao biti isti bez obzira na redoslijed (zbog komutativnosti konjunkcije).
- Stoga je proceduralna (praktična) semantika u slučaju Prologa različita od deklarativne (teorijske).

Proširenja SLD rezolucije

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Postoje mnoga proširenja SLD rezolucije, npr.
 - proširenje negacijom (SLD negation as failure - SLDNF)
 - proširenje tabljanjem (SLG rezolucija)
 - proširenje transakcijskom logikom
 - proširenje logikom višeg reda (HiLog)
 - ...

Negacija kao neuspjeh

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Hornove formule ne dopuštaju negaciju u glavi klauzule, tj. negaciju je moguće koristiti samo u tijelu.
- Semantika negacije u teorijskom smislu nije ista kao i u njezinoj implementaciji u Prologu - uvodi se tzv. **negacija kao neuspjeh** (engl. negation as failure) s operatorom **not**.

$$\text{not}(p(X)) \not\equiv \neg P(x)$$

- $\neg P(x)$ je istinito ako $P(x)$ nije istinito.
- $\text{not}(p(X))$ je istinito ako $p(X)$ nije dokazivo temeljem trenutne baze znanja.

Pretpostavka zatvorenoga svijeta

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normale i
standardne forme
Zadaci

- Negacija kao neuspjeh temelji se na pretpostavci zatvorenoga svijeta (engl. Closed World Assumption - CWA), tj.:
 - Sve što nije dokazivo temeljem postojećeg modela, lažno je.
- Za razliku od toga postoji i pretpostavka otvorenoga svijeta (engl. Open World Assumption - OWA), koja glasi:
 - Sve što nije dokazivo temeljem trenutnog modela je nepoznato (null).
- OWA je problematična jer uvodi trovalentnu logiku (\top , \perp , N) i u (standardnom) Prologu u pravilu nije implementirana.

Negacija kao neuspjeh

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Negacija kao neuspjeh može dovesti do neočekivanih i nelogičkih odgovora.

Primjer

Neka je zadan logički program:

```
neozenjen( X ) :- not( u_braku( X ) ), musko( X ).  
musko( iven ).  
musko( joza ).  
u_braku( iven ).
```

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Primjer

Neka je zadan logički program:

```
neozenjen( X ) :- not( u_braku( X ) ), musko( X ).  
musko( iven ).  
musko( joza ).  
u_braku( iven ).
```

Promotrimo sljedeće upite i njihove odgovore:

```
| ?- musko( stef ).
```

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Neka je zadan logički program:

```
neozenjen( X ) :- not( u_braku( X ) ), musko( X ).  
musko( iven ).  
musko( joza ).  
u_braku( iven ).
```

Promotrimo sljedeće upite i njihove odgovore:

```
| ?- musko( stef ).  
no
```

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Neka je zadan logički program:

```
neozenjen( X ) :- not( u_braku( X ) ), musko( X ).  
musko( iven ).  
musko( joza ).  
u_braku( iven ).
```

Promotrimo sljedeće upite i njihove odgovore:

```
| ?- musko( stef ).  
no  
| ?- neozenjen( joza ).
```

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Neka je zadan logički program:

```
neozenjen( X ):-not( u_braku( X ) ), musko( X ).  
musko( iven ).  
musko( joza ).  
u_braku( iven ).
```

Promotrimo sljedeće upite i njihove odgovore:

```
| ?- musko( stef ).  
no  
| ?- neozenjen( joza ).  
yes
```

Primjer

Neka je zadan logički program:

```
neozenjen( X ):-not( u_braku( X ) ), musko( X ).  
musko( iven ).  
musko( joza ).  
u_braku( iven ).
```

Promotrimo sljedeće upite i njihove odgovore:

```
| ?- musko( stef ).  
no  
| ?- neozenjen( joza ).  
yes  
| ?- neozenjen( X ).
```

Primjer

Neka je zadan logički program:

```
neozenjen( X ) :- not( u_braku( X ) ), musko( X ).  
musko( iven ).  
musko( joza ).  
u_braku( iven ).
```

Promotrimo sljedeće upite i njihove odgovore:

```
| ?- musko( stef ).  
no  
| ?- neozenjen( joza ).  
yes  
| ?- neozenjen( X ).  
no
```

Tabliranje

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

- Proširenje SLD rezolucije tabliranje (engl. tabling, memoization) poznato i pod imenom SLG rezolucija, je jedna od metoda koja povećava efikasnost rada logičkih programa na način da se međurezultati pohranjuju (u tablice) i ne ponavlja se traženje rezultata koji su već pronađeni (tablirani).
- Efikasnost se povećava u slučaju da je svijet (model, logički program, baza znanja) uglavnom statičan, jer je tada moguće pohranjivati međurezultate.
- Ako je svijet dinamičan, tj. prilikom traženja dolazi do promjena u modelu, tada tabliranje nije primjenjivo.
- Mnoge implementacije Prologa podržavaju tabliranje (među prvima je to implementirao XSB Prolog).

Zadatak

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Neka je zadan sljedeći niz Hornovih formula:

- 1 $\text{predak}(x, y) \Leftarrow \text{roditelj}(x, y)$
- 2 $\text{predak}(x, y) \Leftarrow \text{roditelj}(x, z), \text{predak}(z, y)$
- 3 $\text{roditelj}(\text{barica}, \text{štef}) \Leftarrow$
- 4 $\text{roditelj}(\text{barica}, \text{joža}) \Leftarrow$
- 5 $\text{roditelj}(\text{joža}, \text{ivek}) \Leftarrow$
- 6 $\text{roditelj}(\text{štefica}, \text{ivek}) \Leftarrow$

Putem SLD rezolucije pronađite prvih pet rješenja upita: $\Leftarrow \text{predak}(x, y)$

Transakcijska logika

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Transakcije, tj. promjene u bazi znanja su problematične jer prirodno imaju proceduralnu semantiku (dodavanje, brisanje, ažuriranje).
- Transakcijska logika (TL) je proširenje LPR koje omogućava deklarativno upravljanje promjenama stanja u logičkim programima i bazama znanja.

Sintaksa TL

Formule TL grade se od sljedećih simbola:

Konstante: a, b, c, a_1, \dots

Varijable: x, y, z, x_1, \dots

Funkcije: f, g, h, f_1, \dots

Predikati (relacije): P, Q, R, P_1, \dots

Logički i transakcijski veznici: $\vee, \wedge, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \otimes, \oplus$

Kvantifikatori: \forall, \exists

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Sintaksa TL

Formule TL grade se od sljedećih simbola:

Konstante: a, b, c, a_1, \dots

Varijable: x, y, z, x_1, \dots

Funkcije: f, g, h, f_1, \dots

Predikati (relacije): P, Q, R, P_1, \dots

Logički i transakcijski veznici: $\vee, \wedge, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \otimes, \oplus$

Kvantifikatori: \forall, \exists

Dakle, uvode se dva dodatna veznika:

Serijska konjunkcija : Formula oblika $A \otimes B$ intuitivno se može čitati kao:
Učini prvo A zatim učini B .

Serijska disjunkcija : Formula oblika $A \oplus B$ intuitivno se može čitati kao:
Učini A ili učini B kasnije.

Sintaksa TL

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Termovi i atomarne formule su definirane jednako kao i kod LPR.

Definicija

Koristeći atomske formule te logičke i transakcijske veznike i kvantifikatore gradimo formule:

- 1 *Svaka atomska formula je formula.*
- 2 *$\neg F$, $F \wedge G$, $F \vee G$, $F \Rightarrow G$, $F \Leftrightarrow G$, $F \otimes G$, $F \oplus G$ su formule ako su F i G formule.*
- 3 *$\forall x(F)$, $\exists x(F)$ su formule ako je F formula i x varijabla.*

Primjeri

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Sljedeći izrazi su primjeri formula TL:

- $P(x) \otimes Q(x, y)$
- $P(x) \vee \neg(Q(x) \otimes R(x, y))$
- $\forall x(P(x) \vee \neg Q(x) \neg \oplus R(x, y))$

Stanja i promjene stanja

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normaine i
standardne forme

Zadaci

Definicija

Neka je $\mathbb{I} = \{i_1, \dots, i_n\}$ skup identifikatora mogućih stanja baze znanja i neka je $\mathbb{P} = \{\mathfrak{P}_1, \dots, \mathfrak{P}_n\}$ skup skupova istinitih formula u različitim stanjima baze znanja. Prorok stanja podataka (engl. state data oracle) je preslikavanje $P^s : \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{P}$ koje preslikava identifikatore u skupove istinitih formula.

Definicija

Neka je $\mathbb{I} = \{i_1, \dots, i_n\}$ skup identifikatora mogućih stanja baze znanja i neka je \mathbb{P}^A skup skupova atomarnih formula u kojima se ne pojavljuju varijable. Prorok promjene stanja (engl. state transition oracle) je preslikavanje $P^p : \mathbb{I} \times \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{P}^A$ koje preslikava uređene parove stanja baze znanja u skupove atomarnih formula koje predstavljaju atomarne tranzicije (ažuriranja) potrebna da se iz jednog od dvaju stanja dobije drugo.

Napomene

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- U praktičnom smislu, nije nužno da se skup \mathbb{P} materijalizira, tj. da se izvedu svi mogući skupovi svih mogućih istinitih formula, već je dovoljno da za bilo koju formulu F možemo provjeriti je li vrijedi da je $F \in \mathbb{P}$, odnosno da je F istinito u određenom stanju.
- Ovi proroci su definirani izvan sintakse same transakcijske logike s namjerom da se putem njih mogu ostvariti različite semantike, ovisno o potrebi različitih sustava koji se implementiraju.

Primjer - Relacijski proroci

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Primjer primjene navedenih definicija proroka može biti klasična relacijska baza podataka. Stanje i baze podataka je skup atomarnih formula bez varijabli.

Baza podataka = pojednostavljena LPR

Primjer

Svaka relacijska baza podataka može se prikazati kao skup atomarnih formula LPR bez varijabli. Primjerice baza podataka:

| $BP =$ | <i>osoba</i> | <i>oib</i> | <i>prezime</i> | <i>nekretnina</i> | <i>adresa</i> | <i>vlasnik</i> |
|--------|--------------|------------|----------------|-------------------|---------------|----------------|
| | | | | | | |
| | | 1 | Marić | | a_1 | 1 |
| | | 2 | Anić | | a_2 | 1 |
| | | | | | a_3 | 2 |

Može se prikazati kao sljedeći skup formula LPR:

$$BP = \left\{ \begin{array}{l} osoba(1, Marić) \\ osoba(1, Anić) \\ nekretnina(a_1, 1) \\ nekretnina(a_2, 1) \\ nekretnina(a_3, 2) \end{array} \right\}$$

Primjer - nastavak

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Dakle, prorok stanja podataka jednostavno vraća skupove formula koje predstavljaju stanje baze podataka, tj. $P^s = BP$. Nadalje, za svaki atom r (predikat, odnosno relaciju baze podataka) prorok promjene stanja definira po dva dodatna predikata: $+r$ i $-r$ koji predstavljaju dodavanje i brisanje slogova iz dotične relacije. Formalno, ako je t neki slog odgovarajuće arnosti, tada $+r(t) \in P^t(BP_1, BP_2)$ akko $BP_2 = BP_1 \cup \{r(t)\}$, odnosno $-r(t) \in P^t(BP_1, BP_2)$ akko $BP_2 = BP_1 - \{r(t)\}$.

Primjer - nastavak

Primjer

*Sada je vrlo jednostavno modelirati transakcije korištenjem TL
(predpostavljamo bazu podataka BP iz prethodnog primjera), npr.:*

$$-nekretnina(a_1, 1) \otimes -nekretnina(a_2, 1) \otimes -osoba(1, Marić)$$

Ova je formula transakcija koja će promijeniti bazu podataka BP na sljedeći način:

$$\left\{ \begin{array}{l} osoba(1, Marić) \\ osoba(1, Anić) \\ nekretnina(a_1, 1) \\ nekretnina(a_2, 1) \\ nekretnina(a_3, 2) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} osoba(1, Marić) \\ osoba(1, Anić) \\ nekretnina(a_2, 1) \\ nekretnina(a_3, 2) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} osoba(1, Marić) \\ osoba(1, Anić) \\ nekretnina(a_3, 2) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} osoba(1, Anić) \\ nekretnina(a_3, 2) \end{array} \right\}$$

Primjer - nastavak

Primjer

Na sličan način mogu se modelirati i uvjeti za pokretanje transakcije (slično okidačima) ili prekid, npr.:

$$\text{nekretnina}(a_1, 1) \Rightarrow (\neg \text{nekretnina}(a_2, 1))$$

Akcija $\neg \text{nekretnina}(a_2, 1)$ će se pokrenuti samo ako vrijedi formula $\text{nekretnina}(a_1, 1)$

$$\neg \text{nekretnina}(a_1, 1) \otimes \text{nekretnina}(a_3, 3) \otimes \neg \text{osoba}(1, \text{Marić})$$

Transakcija će prvo izvršiti akciju $\neg \text{nekretnina}(a_1, 1)$ ali će nastaviti isključivo ako vrijedi $\text{nekretnina}(a_3, 3)$ nakon čega će se pokrenuti akcija $\neg \text{osoba}(1, \text{Marić})$. U suprotnom će transakcija prekinuti i vrijedit će stanje prije početka transakcije.

Napomena

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

- Prethodni primjer može se osim na relacijske baze podataka izradno odnositi i na deduktivne baze podataka (baze znanja) i logičke programe, no valja napomenuti da naredbe `assert/1` i `retract/1` u Prologu **nisu** deklarativne, tj. nisu implementirane kao u TL!
- Postoje sustavi koji implementiraju TL (npr. *FLORA-2* koji ćemo raditi na vježbama).

Zadatak

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normaine i
standardne forme

Zadaci

Zadatak

Zadana je baza podataka BP i formula F:

| <i>pretplata</i> | <i>priključak</i> | <i>korisnik</i> | <i>stanje</i> | <i>korisnik</i> | <i>šifra</i> | <i>ime</i> | <i>prezime</i> |
|------------------|-------------------|-----------------|---------------|-----------------|--------------|------------|----------------|
| | 098 | 1 | 235 | | 1 | Ivek | Presvetli |
| | 092 | 2 | 0 | | 2 | Barica | Prekratki |
| | 091 | 1 | 11.5 | | 3 | Joža | Jambrek |

$$F : \exists x \exists y (pretplata(x, y, 0) \Rightarrow (-pretplata(x, y, 0) \otimes +pretplata(x, y, 100)))$$

Provjerite hoće li se transakcija prikazana u formuli F izvršiti te ako hoće, koje će biti stanje baze podataka nakon njezina izvršavanja.

Logika višeg reda

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Logika višeg reda (HiLog) je logika koja, za razliku od LPR, dopušta pojavnost bilo kojih termova na mjestu naziva predikata i funkcijskih simbola.

Uvodni primjeri

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

```
% tranzitivno zatvaranje
```

```
tz (P) (X, Y) <- P (X, Y) .
```

```
tz (P) (X, Y) <- P (X, Z) , tz (P) (Z, Y) .
```

```
% mapiranje liste
```

```
maplist (F) ([], []).
```

```
maplist (F) ([X|R], [Y|Z]) <- F (X, Y) , maplist (F) (R, Z) .
```

```
% poziv predikata
```

```
call (X) <- X.
```

```
% obilazak binarnog stabla
```

```
obilazak (X (L, D)) <- obilazak (L) , obilazak (R) .
```

HiLog vs. LPR

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Iako se može činiti da je HiLog daleko ekspresivniji jezik od LPR, pokazalo se da je HiLog moguće enkodirati u (običnu) LPR, što znači da su LPR i HiLog jednako ekspresivni.
- S druge strane, jasno je da HiLog omogućuje intuitivnije izražavanje različitih relacija, pravila i logičkih programa.

HiLog u LPR

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

HiLog rečenice moguće je pretvoriti u LPR rečenice korištenjem sljedećeg skupa pravila. Pri tome je $encode_a$ transformacija koja transformira atomarne formule, $encode_t$ transformacija za proizvoljne termine, predikat $apply$ pomoćni predikat, a $predicat$ call poziv predikata (cilja).

- $encode_t(x) = x$ za svaku varijablu x .
- $encode_t(k) = k$ za svaku konstantu x .
- $encode_t(t(t_1, \dots, t_n)) = apply_{n+1}(encode_t(t), encode_t(t_1), \dots, encode_t(t_n))$ za bilo koji n -arni term.
- $encode_a(A) = call(encode_t(A))$ gdje je A atomarna HiLog formula.
- $encode_a(A \vee B) = encode_a(A) \vee encode_a(B)$.
- $encode_a(A \wedge B) = encode_a(A) \wedge encode_a(B)$.
- $encode_a(\neg A) = \neg encode_a(A)$.
- $encode_a(KxA) = Kx encode_a(A)$; $K \in \{\forall, \exists\}$.

Napomene

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- HiLog u pravilu nije izravno implementiran u uobičajene implementacije Prologa.
- Implementiran je u \mathcal{F} LORA-2 sustav koji ćemo raditi na vježbama.

Pitanja?

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Logika temeljena na okvirima - LOk

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Logika temeljena na okvirima (engl. frame logic, F-Logic) je svojevrsna implementacija objektne-orijentacije u logičko programiranje.
- U skladu s time, definiraju se ključni koncepti objektne-orijentacije:
 - Objekti
 - Klase
 - Atributi
 - Metode
 - Nadljeđivanje
 - ...

Sintaksa LOk

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Formule LOk grade se od sljedećih simbola:

Konstruktori objekata: $\mathcal{F} = \{a, b, c, f, k, a_1, \dots\}$

Varijable: $\mathcal{V} = \{x, y, z, x_1, \dots\}$

Pomoćni simboli: npr. $(,), [,], \rightarrow, \Rightarrow, \bullet \rightarrow, \bullet \Rightarrow, \equiv, \equiv\equiv$

Logički veznici i kvantifikatori: npr. $\vee, \wedge, \neg, \leftarrow, \forall, \exists$.

Sintaksa LOk

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Konstruktori objekata igraju ulogu funkcijskih simbola u LOk pri čemu svaki funkcijski simbol ima svoju arnost ili kratnost.
- Konstante su konstruktori objekata koji imaju arnost 0, dok se simboli s arnošću ≥ 1 koriste za konstrukciju kompleksnijih termova iz jednostavnijih.
- Identiteti objekata predstavljaju se tzv. id-termovima koji su obični termovi kao i u LPR i sastoje se od funkcijskih simbola i varijabli.

Sintaksa LOk

Definicija

Molekularna formula (Ok-molekula) može biti jedan od sljedećih izraza:

- *Izraz bivstvovanja (engl. is-a assertion) oblika $C :: D$ (C je ne nužno izravna podklasa od D) ili oblika $O : C$ (O je član klase C), gdje su C , D i O id-termovi;*
- *Objektna molekula oblika O [lista izraza metoda odvojenih znakom ';'] pri čemu je O id-term koji označava objekt. Izraz metode može biti jedan od sljedećih izraza:*
 - *Nenasljedivi podatkovni izraz koji može imati sljedeća dva oblika:*
 - *Nenasljedivi skalarni izraz:*
 $\text{SkalnaMetoda}@Q_1, \dots, Q_k \rightarrow T, (k \geq 0).$
 - *Nenasljedivi skupni izraz*
 $\text{SkupnaMetoda}@R_1, \dots, R_l \rightarrow \{S_1, \dots, S_m\} (l, m \geq 0).$
 - *Nasljedivi skalarni i skupovni izrazi ekvivalentni su prethonima uz zamjenu pomoćnih simbola \rightarrow za $\bullet \rightarrow$ i \rightarrow za $\bullet \rightarrow$.*
 - *Potpisni izrazi mogu imati sljedeće oblike:*
 - *Skalarni potpisni izraz*
 $\text{SkalnaMetoda}@V_1, \dots, V_n \Rightarrow (A_1, \dots, A_r), (n, r \geq 0).$
 - *Skupni potpisni izraz*
 $\text{SkupnaMetoda}@W_1, \dots, W_s \Rightarrow (B_1, \dots, B_t) (s, t \geq 0).$

Napomene

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Sve lijeve strane (Q_i , R_i , V_i i W_i) označavaju argumente, dok desne strane izraza u metodama (T , S_i , A_i i B_i) označavaju izlaze (povratne vrijednosti).
- Strelice s jednom glavom (\rightarrow , $\bullet\rightarrow$ i \Rightarrow) označavaju skalarne metode (povratni tip je skalar), a strelice s dvije glave ($\rightarrow\rightarrow$, $\bullet\rightarrow\rightarrow$ and $\Rightarrow\Rightarrow$) označavaju skupovne metode (povratni tip je skup vrijednosti).

Sintaksa LOk

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Koristeći molekularne formule te logičke veznike i kvantifikatore gradimo molekularne formule:

- 1 *Ok-molekule su Ok-formule.*
- 2 *$\neg F$, $F \wedge G$, $F \vee G$, $F \Rightarrow G$, $F \Leftrightarrow G$ su Ok-formule ako su F i G Ok-formule.*
- 3 *$\forall x(F)$, $\exists x(F)$ su Ok-formule ako je F Ok-formula i x varijabla.*

Semantika LOk

Definicija

Semantika LOk definirana je semantičkom strukturom (Ok-strukturom) koju čini n -torka:

$$\mathbf{I} = (U, \prec_U, \in_U, I_{\mathcal{F}}, I_{\rightarrow}, I_{\Rightarrow}, I_{\bullet\rightarrow}, I_{\bullet\Rightarrow}, I_{\Rightarrow}, I_{\Rightarrow\Rightarrow})$$

Pri čemu su:

- U - domena interpretacije (skup objekata na koje se odnosi interpretacija)
- \prec_U - nerefleksivni parcijalni uređaj klasa (odnos nadklasa i podklasa)
- \in_U - binarna relacija pripadnosti objekata klasi
- $I_{\mathcal{F}}$ - interpretacija konstruktora objekata (funkcijskih simbola)
- $I_{\rightarrow}, I_{\Rightarrow}, I_{\bullet\rightarrow}, I_{\bullet\Rightarrow}$ - mapiranja metoda u funkcije
- $I_{\Rightarrow}, I_{\Rightarrow\Rightarrow}$ - mapiranja metoda u (očekivane povratne) tipove

Napomena

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Detaljna (formalna) definicija pojedinih dijelova Ok-struktura izvan su okvira ovog kolegija. Stoga ćemo odabrana pravila izvoda pokazati na primjerima.

Primjer

Primjer

Neka je zadana Ok-formula F i njezina parcijalna* interpretacija \mathbf{I} :

$$F \equiv \forall x(x : \text{amfibija} \Rightarrow x : \text{plovilo})$$

| | | | |
|----------------|-----------|---|----------------|
| $U =$ | | { <i>automobil, vozilo, barka, plovilo, amfibija, a, am</i> } | |
| $\mathbf{I} :$ | \prec_U | PK | NK |
| | | <i>automobil</i> | <i>vozilo</i> |
| | | <i>barka</i> | <i>plovilo</i> |
| | | <i>amfibija</i> | <i>plovilo</i> |
| | | <i>amfibija</i> | <i>vozilo</i> |
| \in_U | \in_U | K | O |
| | | <i>a</i> <i>automobil</i> | |
| | | <i>am</i> <i>amfibija</i> | |

Provjerimo istinitost formule F , tj. izračunajmo njezinu interpretaciju $\mathbf{I}(F)$.

* Ostali elementi interpretacije \mathbf{I} su za primjer irelevantni.

Rješenje

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Rješenje

Provjeravamo formulu za $\forall x \in U$.

| | | | | | | | | |
|-----|-----|-------------|---|--|----------|---------------------------|----------|-----|
| x | $=$ | $automobil$ | : | $automobil : amfibija \Rightarrow automobil : plovilo$ | \equiv | $\perp \Rightarrow \perp$ | \equiv | T |
| x | $=$ | $vozilo$ | : | $vozilo : amfibija \Rightarrow vozilo : plovilo$ | \equiv | $\perp \Rightarrow \perp$ | \equiv | T |
| x | $=$ | $barka$ | : | $barka : amfibija \Rightarrow barka : plovilo$ | \equiv | $\perp \Rightarrow \perp$ | \equiv | T |
| x | $=$ | $plovilo$ | : | $plovilo : amfibija \Rightarrow plovilo : plovilo$ | \equiv | $\perp \Rightarrow \perp$ | \equiv | T |
| x | $=$ | $amfibija$ | : | $amfibija : amfibija \Rightarrow amfibija : plovilo$ | \equiv | $\perp \Rightarrow \perp$ | \equiv | T |
| x | $=$ | a | : | $a : amfibija \Rightarrow a : plovilo$ | \equiv | $\perp \Rightarrow \perp$ | \equiv | T |
| x | $=$ | am | : | $am : amfibija \Rightarrow am : plovilo$ | \equiv | $T \Rightarrow T$ | \equiv | T |

Zaključak: formula F vrijedi u interpretaciji I jer je $\forall j \in U: I(F(j)) \equiv T$.

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Neka je zadana parcijalna interpretacija kao i u prošlom primjeru i formula:

$$H \equiv \exists y(y : \text{plovilo})$$

Interpretirajmo formulu H .

Rješenje

Rješenje

Potrebno pronaći $y \in U$ takav da je $y : \text{plovilo}$. Obzirom da $u \in U$ ne postoji $(j, \text{plovilo})$ za niti jedan $j \in U$, pokušavamo iskoristiti \prec_U pomoću pravila: ako $(j, y) \in \in_U$ i $(x, y) \in \prec_U$ tada vrijedi $(j, x) \in \in_U$. Neformalno: svaka instanca neke podklase ujedno je i instanca odgovarajuće nadklase. Stoga:

| \in'_U | K | O |
|----------|------|-----------|
| | a | automobil |
| | am | amfibija |
| | am | vozilo |
| | am | plovilo |

Sada pronalazimo $(am, \text{plovilo}) \in \in'_U$ i stoga formula H vrijedi u \mathbf{I} .

Primjer

Primjer

Neka je zadana Ok-formula F_1 i njezina parcijalna interpretacija \mathbf{I} :

$$F_1 \equiv \exists x(x : osoba \wedge x[ime \rightarrow Ivan])$$

$$U = \{student, osoba, ivec, ime, Ivan, prezime, Presvetli\}$$

$$\prec_U = \begin{array}{c|cc} & PK & NK \\ \hline & student & osoba \end{array}$$

$$\mathbf{I} : \in_U = \begin{array}{c|cc} & K & O \\ \hline & ivec & student \end{array}$$

$$I_{\rightarrow} = \begin{array}{c|ccc} & O & A & V \\ \hline & ivec & ime & Ivan \\ & ivec & prezime & Presvetli \end{array}$$

Provjerimo istinitost formule F_1 , tj. izračunajmo njezinu interpretaciju $\mathbf{I}(F_1)$.

Rješenje

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Rješenje

Potrebno pronaći $x \in U$ takav da je $x : osoba \wedge x[ime \rightarrow Ivan]$ (objekt x je u klasi osoba i ima atribut ime čija vrijednost je Ivan). Kao i u prethodnom primjeru koristimo se \prec_U čime dobivamo $ivek : osoba$. Sada provjeravamo $ivek[ime \rightarrow Ivan]$, a uvidom u $I \rightarrow$ zaključujemo da je $ivek[ime \rightarrow Ivan] \equiv \top$. U skladu s time F_1 vrijedi za $x = ivek$ te stoga:

$$(I)(F_1) \equiv I(\exists x(x : osoba \wedge x[ime \rightarrow Ivan])) \equiv \top$$

Zadatak

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL

Semantika PL

Semantička pravila

Logička posljedica

Semantička
jednakost formula

Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR

Semantika LPR

Semantička pravila

Katalog LPR

Kvantifikatori
ograničenog opsega

Normalne i
standardne forme

Zadaci

Zadatak

Neka je zadana Ok-formula G i njezina parcijalna interpretacija I :

$$G \equiv \forall x((x : \text{plovilo} \wedge x : \text{vozilo}) \Rightarrow x : \text{amfibija})$$

| | | | |
|-----------|-----------|---|------------------|
| $U =$ | | { <i>automobil, vozilo, barka, plovilo, amfibija, a, am</i> } | |
| $I :$ | \prec_U | PK | NK |
| | | <i>automobil</i> | <i>vozilo</i> |
| | | <i>barka</i> | <i>plovilo</i> |
| | | <i>amfibija</i> | <i>plovilo</i> |
| | | <i>amfibija</i> | <i>vozilo</i> |
| \in_U | | K | O |
| $\in_U =$ | | <i>a</i> | <i>automobil</i> |
| | | <i>am</i> | <i>amfibija</i> |

Provjerimo istinitost formule G , tj. izračunajmo njezinu interpretaciju $I(G)$.

Programiranje s ograničenjima

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

- Programiranje s ograničenjima je paradigma za rješavanje kombinatoričkih problema koja se temelji na velikom broju tehnika koje svoje korjene vuku iz područja umjetne inteligencije, općenito informacijskih i računalnih znanosti te operacijskih istraživanja.
- Kod programiranja s ograničenjima problem se postavlja u obliku deklarativnih ograničenja (pravila) nad mogućim stanjima varijabli – ne opisuju se koraci kako doći do rješenja već karakteristike koje rješenje treba imati da bi bilo validno.
- Najčešće se uz sama ograničenja specificiraju i metode koje je potrebno koristiti prilikom pronalaska rješenja.

Logičko programiranje s ograničenjima

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Većina tehnika razvilo se temeljem tzv. logičkog programiranja s ograničenjima (engl. constraint logic programming) iz kojeg su se razvila pravila za upravljanje ograničenjima (engl. constraint handling rules - CHR) koje je moguće ugraditi u gotovo bilo koji programski jezik (slično kao RegEx, logički izrazi, SQL i sl.).

Problem zadovoljavanja ograničenja

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Problem zadovoljavanja ograničenja (PZO; engl. constraint satisfaction problem) nad konačnim domenama je uređena trojka $(\mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{O})$ pri čemu su:

- $\mathcal{V} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ - skup varijabli.
- $\mathcal{D} = \{D_1, D_2, \dots, D_n\}$ - odgovarajući skup domena varijabli.
- $\mathcal{O} = \{o_1, o_2, \dots, o_m\}$ - skup ograničenja.

Ograničenje o_i je uređeni par (\mathcal{V}_i, R_i) u kojem je $\mathcal{V}_i \subseteq \mathcal{V}$, $\mathcal{V}_i = \{x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}\}$, a R_i relacija $R_i \subset D_{i_1} \times D_{i_2} \times \dots \times D_{i_k}$ koja definira dopuštena stanja varijabli u \mathcal{X}_i .

Ograničenja

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Postoje tri glavne kategorije ograničenja:
 - 1 **Ekstenzijska ograničenja** - ograničenja definirana nabrojanjem elemenata skupa čije vrijednosti smije poprimiti neka varijabla, npr.
 $x \in \{plavo, zeleno, crveno\}$.
 - 2 **Aritmetička ograničenja** - ograničenja definirana aritmetičkim izrazom, npr.
 $x + y \leq 100$.
 - 3 **Logička ograničenja** - ograničenja definirana eksplicitnom semantikom, npr. $osoba(x) \wedge osoba(y)$

Model PZO

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Kažemo da je uređeni par $M = (\mathcal{V}_M, \mathcal{I}_M)$ model PZO $P = (\mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{O})$, ako je:

- $\mathcal{V}_M \subseteq \mathcal{V}$; $\mathcal{V}_M = \{x_{M_1}, \dots, x_{M_k}\}$ skup varijabli kojima se dodjeljuje vrijednosti.*
- $\mathcal{I}_M = (i_{M_1}, \dots, i_{M_k}) \in D_{M_1} \times \dots \times D_{M_k}$ uređena n -torka vrijednosti koje su dodjeljenje odgovarajućim varijablama.*

Model je parcijalan kada je $\mathcal{V}_M \subset \mathcal{V}$, tj. kada je samo dio svih varijabli iz P poprimio vrijednost. Model je potpun ako je $\mathcal{V}_M = \mathcal{V}$, tj. kada su sve varijable iz P poprimile vrijednosti.

Svojstvo modela PZO

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Neka je $M = (\mathcal{V}_M, \mathcal{I}_M)$ (parcijalni ili potpuni) model PZO $P = (\mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{O})$. Kažemo da model ima svojstvo $o_i \in \mathcal{O}$; $o_i = (\mathcal{V}_i, R_i)$ akko je $\mathcal{V}_M \subseteq \mathcal{V}_i$ (svim varijablama u ograničenju su dodjeljene vrijednosti) i $\mathcal{I}_M \in R_i$ (sva stanja varijabli su dopuštena ograničenjem). Model M zadovoljava ograničenje o_i .

Rješenje PZO

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Potpuni model PZO $P = (\mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{O})$ je rješenje akko zadovoljava sva ograničenja zadana u \mathcal{O} .

- Prilikom rješavanja PZO cilj može biti:
 - Pronalazak jednog rješenja.
 - Pronalazak svih rješenja.
 - Dokazivanje da je problem nerješiv.

Problem optimizacije ograničenja

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Definicija

Problem optimizacije ograničenja (POO; engl. constraint optimization problem - COP) je PZO proširen ciljnom funkcijom: $Po = (\mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{O}, f_{cilj})$. Ciljna funkcija za argumente može primati neke ili sve varijable iz \mathcal{V} , te može imati smjer minimizacije ili smjer maksimizacije.

Definicija

Optimalno rješenje POO je rješenje u kojem je funkcija cilja optimizirana (minimum ili maksimum u ovisnosti o smjeru funkcije).

Logika ograničenja

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

- Logika ograničenja (LOg; engl. constraint logic, posebice constraint handling rules) je podvrsta LPR u kojoj su ograničenja posebno označni predikati.
- Posebno se definira logička teorija koja omogućava rješavanje PZO odnosno POO.

Primjer

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Primjer

Neka je zadan PZO kao što slijedi: potrebno je pronaći sve vrijednosti varijabli x i y za koje vrijedi:

$$o_1 : x \in \{1, 2, 3\}$$

$$o_2 : y \in \{2, 3, 4, 5\}$$

$$o_3 : x + y \geq 5$$

Ograničenja možemo interpretirati u obliku predikata LPR kao što slijedi:

| o_1 | x | o_2 | y |
|-------|-----|-------|-----|
| | 1 | | 2 |
| | 2 | | 3 |
| | 3 | | 4 |
| | | | 5 |

$$x + y \geq 5 \Rightarrow I(o_3(x, y)) \equiv \top$$

Rješenje

Rješenje

Za postojanje rješenja problema potrebno je da vrijedi formula:

$$\exists x \exists y (o_1(x) \wedge o_2(y) \wedge o_3(x, y))$$

Uređeni parovi vrijednosti dodjeljeni varijablama x i y predstavljaju pojedinačne potpune modele PZO.

| | | |
|---------|---------|---|
| $x = 1$ | $y = 2$ | $o_1(1) \wedge o_2(2) \wedge o_3(1, 2) \equiv \top \wedge \top \wedge \perp \equiv \perp$ |
| $x = 1$ | $y = 3$ | $o_1(1) \wedge o_2(3) \wedge o_3(1, 3) \equiv \top \wedge \top \wedge \perp \equiv \perp$ |
| $x = 1$ | $y = 4$ | $o_1(1) \wedge o_2(4) \wedge o_3(1, 4) \equiv \top \wedge \top \wedge \top \equiv \top$ |
| $x = 1$ | $y = 5$ | $o_1(1) \wedge o_2(5) \wedge o_3(1, 5) \equiv \top \wedge \top \wedge \top \equiv \top$ |
| $x = 2$ | $y = 2$ | $o_1(2) \wedge o_2(2) \wedge o_3(2, 2) \equiv \top \wedge \top \wedge \perp \equiv \perp$ |
| $x = 2$ | $y = 3$ | $o_1(2) \wedge o_2(3) \wedge o_3(2, 3) \equiv \top \wedge \top \wedge \top \equiv \top$ |
| $x = 2$ | $y = 4$ | $o_1(2) \wedge o_2(4) \wedge o_3(2, 4) \equiv \top \wedge \top \wedge \top \equiv \top$ |
| $x = 2$ | $y = 5$ | $o_1(2) \wedge o_2(5) \wedge o_3(2, 5) \equiv \top \wedge \top \wedge \top \equiv \top$ |
| $x = 3$ | $y = 2$ | $o_1(3) \wedge o_2(2) \wedge o_3(3, 2) \equiv \top \wedge \top \wedge \top \equiv \top$ |
| $x = 3$ | $y = 3$ | $o_1(3) \wedge o_2(3) \wedge o_3(3, 3) \equiv \top \wedge \top \wedge \top \equiv \top$ |
| $x = 3$ | $y = 4$ | $o_1(3) \wedge o_2(4) \wedge o_3(3, 4) \equiv \top \wedge \top \wedge \top \equiv \top$ |
| $x = 3$ | $y = 5$ | $o_1(3) \wedge o_2(5) \wedge o_3(3, 5) \equiv \top \wedge \top \wedge \top \equiv \top$ |

Rješenje

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Rješenje

Dakle, rješenje PZO problema predstavljaju uređeni parovi $(1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 4)$ i $(3, 5)$.

Napomena: Da formula nije bila istinita niti u jednom modelu, problem bi bio nerješiv.

Zadatak

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normalne i
standardne forme
Zadaci

Zadatak

Neka je zadan PZO kao što slijedi: potrebno je pronaći sve vrijednosti varijabli x i y za koje vrijedi:

$$o_1 : x \in \{pivo, vino, rakija\}$$

$$o_2 : y \in \{6, 7, 8\}$$

| | <i>cijena</i> | x | y |
|---------|---------------|---------------|-----|
| $o_3 :$ | | <i>pivo</i> | 6 |
| | | <i>vino</i> | 8 |
| | | <i>rakija</i> | 7 |

$$o_4 : cijena(x, y) \wedge y * 3 < 22$$

Izvori

Deklarativno
programiranje
Logičko
programiranje
i simbolička
logika

Propozicijska
logika (PL)

Sintaksa PL
Semantika PL
Semantička pravila
Logička posljedica
Semantička
jednakost formula
Katalog PL

Logika prvog
reda (LPR)

Sintaksa LPR
Semantika LPR
Semantička pravila
Katalog LPR
Kvantifikatori
ograničenog opsega
Normaine i
standardne forme
Zadaci

- Maleković, M., Schatten, M. Teorija i primjena baza podataka, Fakultet organizacije i informatike, 2017.
- Čubrilo, M. (1989). Matematička logika za ekspertne sisteme, Informator, Zagreb., odabrana poglavlja
- Sirotić, Z. Povratak u Prolog, HrOug 2015.
<https://2015.hroug.hr/Program/Povratak-u-Prolog>
- Bonner, A.J. and Kifer, M., 1993, February. Transaction Logic Programming. In ICLP (Vol. 93, pp. 257-279).
- Chen, W., Kifer, M. and Warren, D.S., 1993. HiLog: A foundation for higher-order logic programming. The Journal of Logic Programming, 15(3), pp.187-230.
- Kifer, M., Lausen, G. and Wu, J., 1995. Logical foundations of object-oriented and frame-based languages. Journal of the ACM (JACM), 42(4), pp.741-843.
- Fruhwirth, T.: Theory and practice of constraint handling rules. Special Issue on Constraint Logic Programming (P. Stuckey and K. Marriot, Eds.), Journal of Logic Programming, 37(1-3):95 – 138