Projekt STP 33

Radosław Świątkiewicz

2 grudnia 2016

1 Zadanie 1

Celem zadania jest wyznaczenie transmitancji dyskretnej od transmitancji ciągłej:

$$G(s) = \frac{(s+2)(s+3)}{(s-4)(s+5)(s+6)} = \frac{s^2+5s+6}{s^3+7s^2-14s-120}$$

z okresem próbkowania $T = 0{,}25$.

Do wykonania tego można użyć programu MatLab. Najpierw należy ustawić zmienne i obliczyć za pomocą `c2dm`. Ekstrapolator zerowego rzędu osiągamy ustawiając `'zoh'`, co oznacza, że wartość próbki jest podtrzymywana w czasie jej trwania.

```
T = 0.25;
licz = [1 5 6];
mian = [1 7 -14 -120];
[liczdys,miandys] = c2dm(licz,mian,T,'zoh');
```

Wynikiem są:

```
liczdys =

         0    0.2607   -0.2892    0.0761

miandys =

    1.0000   -3.2279    1.4493   -0.1738
```

Co się przekłada na:

$$G(z) = \frac{0{,}26z^2 - 0{,}29z + 0{,}08}{z^3 - 3{,}23z^2 + 1{,}45z - 0{,}17}$$

Zera transmitancji ciągłej można wyliczyć przyrównując licznik do zera, podobnie bieguny przyrównując mianownik:

$$\begin{cases} s_{z1} = -2 \\ s_{z2} = -3 \\ s_{b1} = 4 \\ s_{b2} = -5 \\ s_{b3} = -6 \end{cases}$$

Używając funkcji `roots` łatwo obliczamy także zera i bieguny transmitancji dyskretnej:

$$\begin{cases} z_{z1} = 0{,}68 \\ z_{z2} = 0{,}43 \\ z_{b1} = 2{,}72 \\ z_{b2} = 0{,}29 \\ z_{b3} = 0{,}22 \end{cases}$$

2 Zadanie 2

2.1 Metoda I

Celem zadania jest wyznaczenie powyższej reprezentacji modelu dyskretnego w przestrzeni stanu. To można obliczyć za pomocą `tf2ss`.

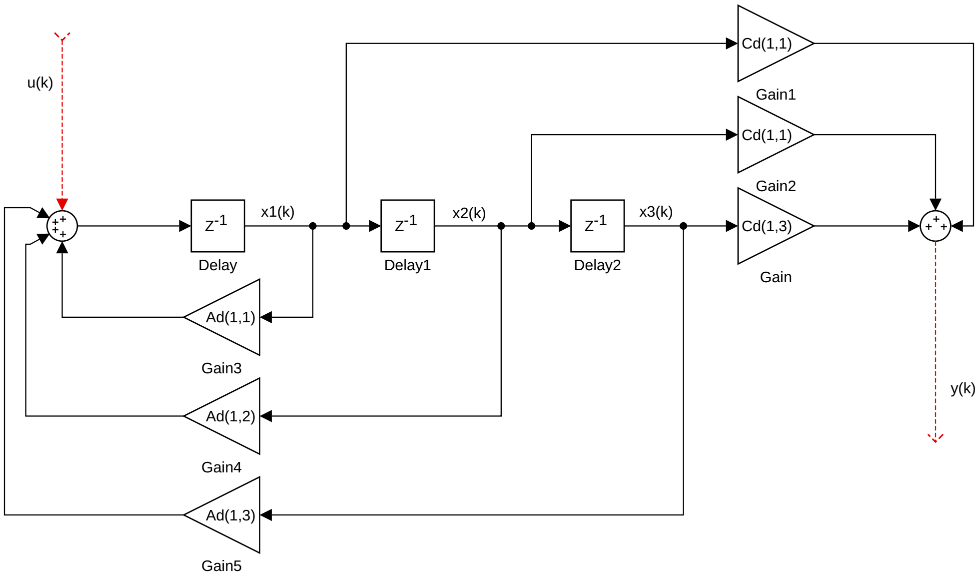
```
[Ad,Bd,Cd,Dd] = tf2ss(liczdys,miandys);
```

Wynikiem są:

```
Ad =

    3.2279   -1.4493    0.1738
    1.0000         0         0
         0    1.0000         0

Bd =

     1
     0
     0

Cd =

    0.2607   -0.2892    0.0761

Dd =

     0
```

Co się przekłada na równania stanu:

$$\begin{cases} x_1(k) = 3{,}23x_1(k-1) - 1{,}45x_2(k-1) + 0{,}17x_3(k-1) + u(k-1) \\ x_2(k) = x_1(k-1) \\ x_3(k) = x_2(k-1) \\ y(k) = 0{,}26x_1(k) - 0{,}29x_2(k) + 0{,}08x_3(k) \end{cases}$$



Rysunek 1: Struktura modelu uzyskanego metodą I.

2.2 Metoda II

Druga metoda polega na transponowaniu i zamianie wyliczonych macierzy:

```
Ad2 = Ad';
Bd2 = Cd';
Cd2 = Bd';
Dd2 = Dd;
```

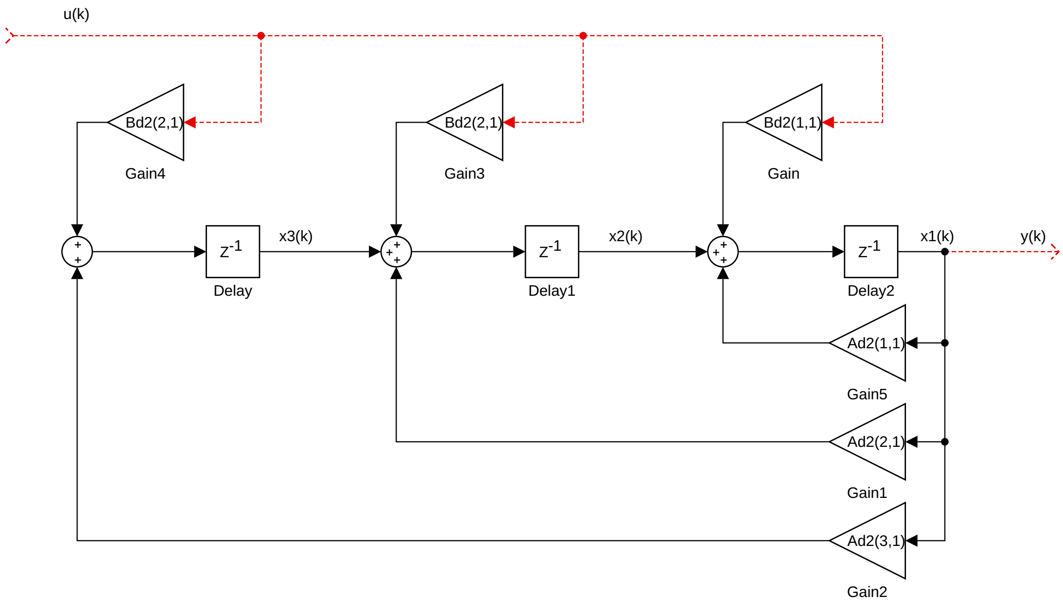
Co daje nam rozwiązanie:

```
Ad2 =

    3.2279    1.0000         0
   -1.4493         0    1.0000
    0.1738         0         0


Bd2 =

    0.2607
   -0.2892
    0.0761
```

```
Cd2 =

     1     0     0


Dd2 =

     0
```

I układ równań stanu:

$$\begin{cases} x_1(k) = 3{,}23x_1(k-1) + x_2(k-1) + 0{,}26u(k-1) \\ x_2(k) = -1{,}45x_1(k-1) + x_3(k-1) - 0{,}29u(k-1) \\ x_3(k) = 0{,}17x_1(k-1) + 0{,}08u(k-1) \\ y(k) = x_1(k) \end{cases}$$



Rysunek 2: Struktura modelu uzyskanego metodą II.

3 Zadanie 3

Należy udowodnić, że transmitancja obliczona na podstawie pierwszego modelu w przestrzeni stanu jest taka sama, jak obliczona na podstawie drugiego modelu. Ponieważ transmitancja

$$G(z) = C(zI - A)^{-1}B + D$$

to można porównać oba te modele ustawiając z jako zmienną symboliczną.

Obliczmy transmitancje od pierwszego i drugiego modelu.

```
syms z;
trans1 = Cd * inv(z * eye(3) - Ad) * Bd + Dd;
trans2 = Cd2 * inv(z * eye(3) -Ad2) * Bd2 + Dd2;
```

Używając funkcji porównującej `isequal(trans1,trans2)` otrzymujemy informację o logicznej wartości prawdziwej.

```
ans =

  logical

   1
```

Co pokazuje, że transmitancje są sobie równe. Alternatywnie upraszczając wzory używając `simplify(trans1)` i `simplify(trans2)` możemy je naocznie porównać po wypisaniu na ekran.

```
trans1 =

(3*(6261984766567268*z^2 - 6946490535369048*z +
↪  1828337718241467))/(2*(36028797018963968*z^3 - 116297958657721184*z^2 +
↪  52215069291327552*z - 6260866135760997))


trans2 =

(3*(6261984766567268*z^2 - 6946490535369048*z +
↪  1828337718241467))/(2*(36028797018963968*z^3 - 116297958657721184*z^2 +
↪  52215069291327552*z - 6260866135760997))
```