Projekt STP 33

Radosław Świątkiewicz

16 grudnia 2016

1 Zadanie 1

Celem zadania jest wyznaczenie transmitancji dyskretnej od transmitancji ciągłej:

$$G(s) = \frac{(s+2)(s+3)}{(s-4)(s+5)(s+6)} = \frac{s^2+5s+6}{s^3+7s^2-14s-120}$$

z okresem próbkowania $T = 0{,}25$.

Do wykonania tego można użyć programu MatLab. Najpierw należy ustawić zmienne i obliczyć za pomocą `c2dm`. Ekstrapolator zerowego rzędu osiągamy ustawiając `'zoh'`, co oznacza, że wartość próbki jest podtrzymywana w czasie jej trwania.

```
T = 0.25;
licz = [0 1 5 6];
mian = [1 7 -14 -120];
[liczdys,miandys] = c2dm(licz,mian,T,'zoh');
```

Wynikiem są:

```
liczdys =

         0    0.2607   -0.2892    0.0761

miandys =

    1.0000   -3.2279    1.4493   -0.1738
```

Co się przekłada na:

$$G(z) = \frac{0{,}26z^2 - 0{,}29z + 0{,}08}{z^3 - 3{,}23z^2 + 1{,}45z - 0{,}17}$$

Zera transmitancji ciągłej można wyliczyć przyrównując licznik do zera, podobnie bieguny przyrównując mianownik:

$$\begin{cases} s_{z1} = -2 \\ s_{z2} = -3 \\ s_{b1} = 4 \\ s_{b2} = -5 \\ s_{b3} = -6 \end{cases}$$

Używając funkcji `roots` łatwo obliczamy także zera i bieguny transmitancji dyskretnej:

$$\begin{cases} z_{z1} = 0{,}68 \\ z_{z2} = 0{,}43 \\ z_{b1} = 2{,}72 \\ z_{b2} = 0{,}29 \\ z_{b3} = 0{,}22 \end{cases}$$

2 Zadanie 2

2.1 Metoda I

Celem zadania jest wyznaczenie powyższej reprezentacji modelu dyskretnego w przestrzeni stanu. To można obliczyć za pomocą `tf2ss`.

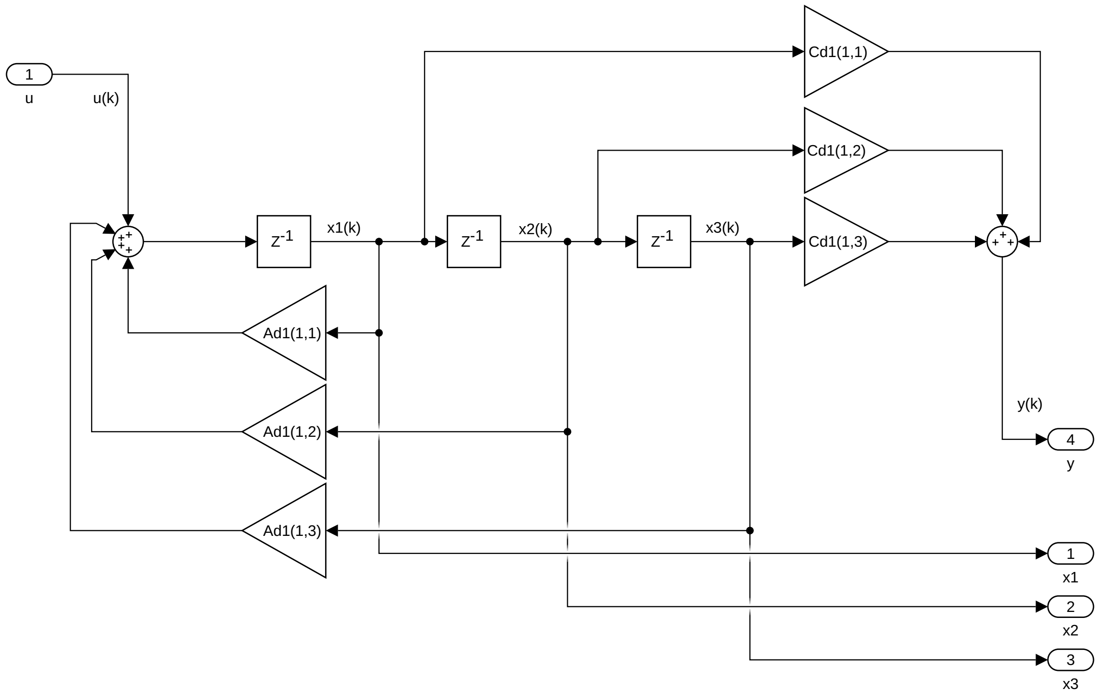
```
[Ad1,Bd1,Cd1,Dd1] = tf2ss(liczdys,miandys);
```

Wynikiem są:

```
Ad1 =

    3.2279   -1.4493    0.1738
    1.0000         0         0
         0    1.0000         0

Bd1 =

     1
     0
     0

Cd1 =

    0.2607   -0.2892    0.0761

Dd1 =

     0
```

Co się przekłada na równania stanu:

$$\begin{cases} x_1(k) = 3{,}23x_1(k-1) - 1{,}45x_2(k-1) + 0{,}17x_3(k-1) + u(k-1) \\ x_2(k) = x_1(k-1) \\ x_3(k) = x_2(k-1) \\ y(k) = 0{,}26x_1(k) - 0{,}29x_2(k) + 0{,}08x_3(k) \end{cases}$$



Rysunek 1: Struktura modelu uzyskanego metodą I.

2.2 Metoda II

Druga metoda polega na transponowaniu i zamianie wyliczonych macierzy:

```
Ad2 = Ad1';
Bd2 = Cd1';
Cd2 = Bd1';
Dd2 = Dd1;
```

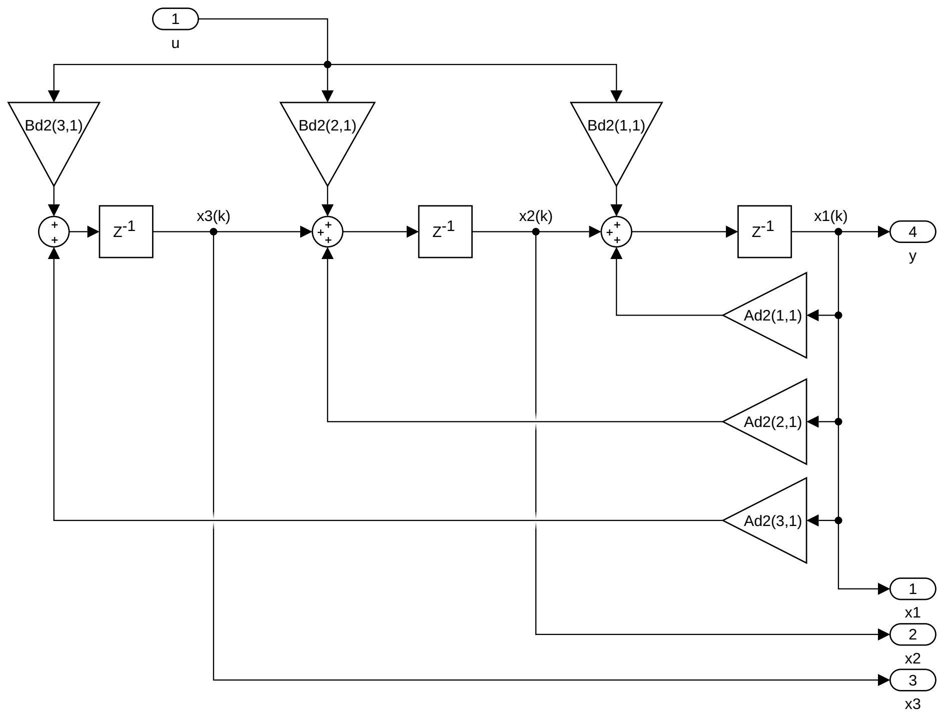
Co daje nam rozwiązanie:

```
Ad2 =

    3.2279    1.0000         0
   -1.4493         0    1.0000
    0.1738         0         0


Bd2 =

    0.2607
   -0.2892
    0.0761
```

```
Cd2 =

     1     0     0


Dd2 =

     0
```

I układ równań stanu:

$$\begin{cases} x_1(k) = 3{,}23x_1(k-1) + x_2(k-1) + 0{,}26u(k-1) \\ x_2(k) = -1{,}45x_1(k-1) + x_3(k-1) - 0{,}29u(k-1) \\ x_3(k) = 0{,}17x_1(k-1) + 0{,}08u(k-1) \\ y(k) = x_1(k) \end{cases}$$



Rysunek 2: Struktura modelu uzyskanego metodą II.

3 Zadanie 3

Należy udowodnić, że transmitancja obliczona na podstawie pierwszego modelu w przestrzeni stanu jest taka sama, jak obliczona na podstawie drugiego modelu. Ponieważ transmitancja

$$G(z) = C(zI - A)^{-1}B + D$$

to można porównać oba te modele ustawiając z jako zmienną symboliczną.

Obliczmy transmitancje od pierwszego i drugiego modelu.

```
syms z;
trans1 = Cd * inv(z * eye(3) - Ad) * Bd + Dd;
trans2 = Cd2 * inv(z * eye(3) -Ad2) * Bd2 + Dd2;
```

Używając funkcji porównującej `isequal(trans1,trans2)` otrzymujemy informację o logicznej wartości prawdziwej.

```
ans =

  logical

   1
```

Co pokazuje, że transmitancje są sobie równe. Alternatywnie upraszczając wzory używając `simplify(trans1)` i `simplify(trans2)` możemy je naocznie porównać po wypisaniu na ekran.

```
trans1 =

(3*(6261984766567268*z^2 - 6946490535369048*z +
↪  1828337718241467))/(2*(36028797018963968*z^3 - 116297958657721184*z^2 +
↪  52215069291327552*z - 6260866135760997))


trans2 =

(3*(6261984766567268*z^2 - 6946490535369048*z +
↪  1828337718241467))/(2*(36028797018963968*z^3 - 116297958657721184*z^2 +
↪  52215069291327552*z - 6260866135760997))
```

4 Zadanie 4

Stabilność układu zależy od umiejscowienia wartości własnych macierzy A, bądź biegunów transmitancji na płaszczyźnie zespolonej. Jeśli jakakolwiek z tych wartości ma dodatnią część rzeczywistą, to obiekt jest niestabilny.

Korzystając z wyznaczonych wcześniej biegunów możemy wywnioskować, że obiekt jest *niestabilny*, bowiem jeden z biegunów $s_{b1} = 4$ ma dodatnią część rzeczywistą. Podobnie dla transmitancji zespolonej, jednak tutaj warunkiem jest zawieranie się bieguna w kole jednostkowym. To, czego $z_{b1} = 2{,}72$ nie spełnia. Odpowiedź układu na skok jednostkowy nie stabilizuje się, tylko ucieka do nieskończoności.

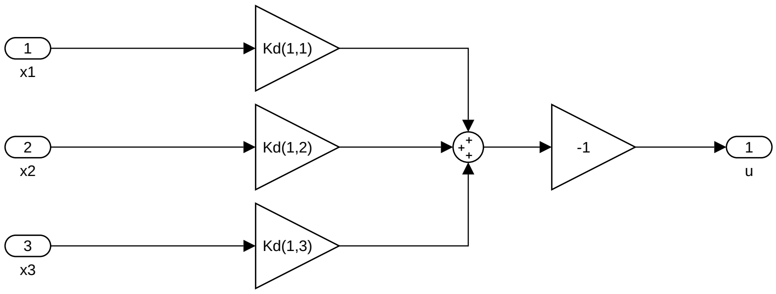
Regulator jest potrzebny, aby zarówno sterować obiektem, ale także aby stabilizować go. Pełni zatem dwie funkcje. Bez regulatora obiekt nigdy nie osiągnąłby stanu ustalonego.

5 Zadanie 5

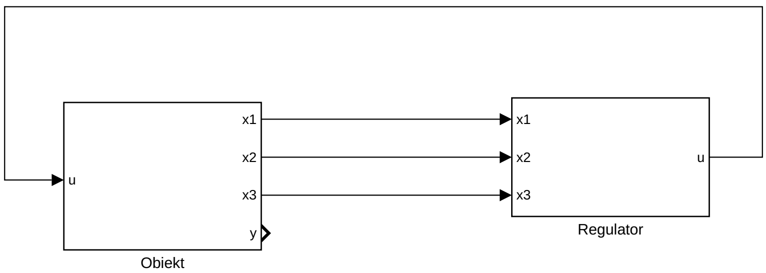
Pora wyznaczyć regulator dla naszego niestabilnego obiektu. Użyjemy struktury drugiego modelu w przestrzeni stanu. Ogólna struktura regulatora to:

$$u(k) = -KX(k)$$

Wektor K obliczamy poleceniem `Kd = acker(Ad,Bd,[z1 z2 z3])`, gdzie za `z1`, `z2` i `z3` ustalamy bieguny układu zamkniętego.



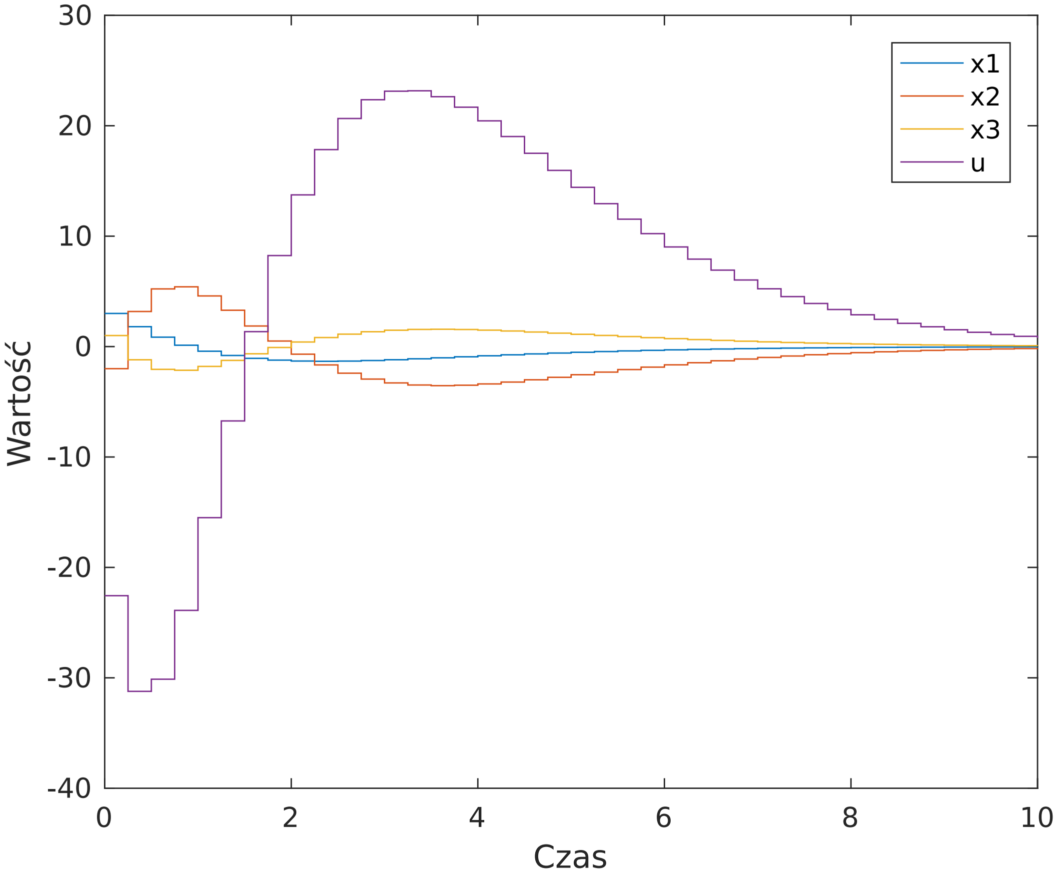
Rysunek 3: Struktura regulatora.



Rysunek 4: Struktura układu zamkniętego.

5.1 Trzy takie same bieguny

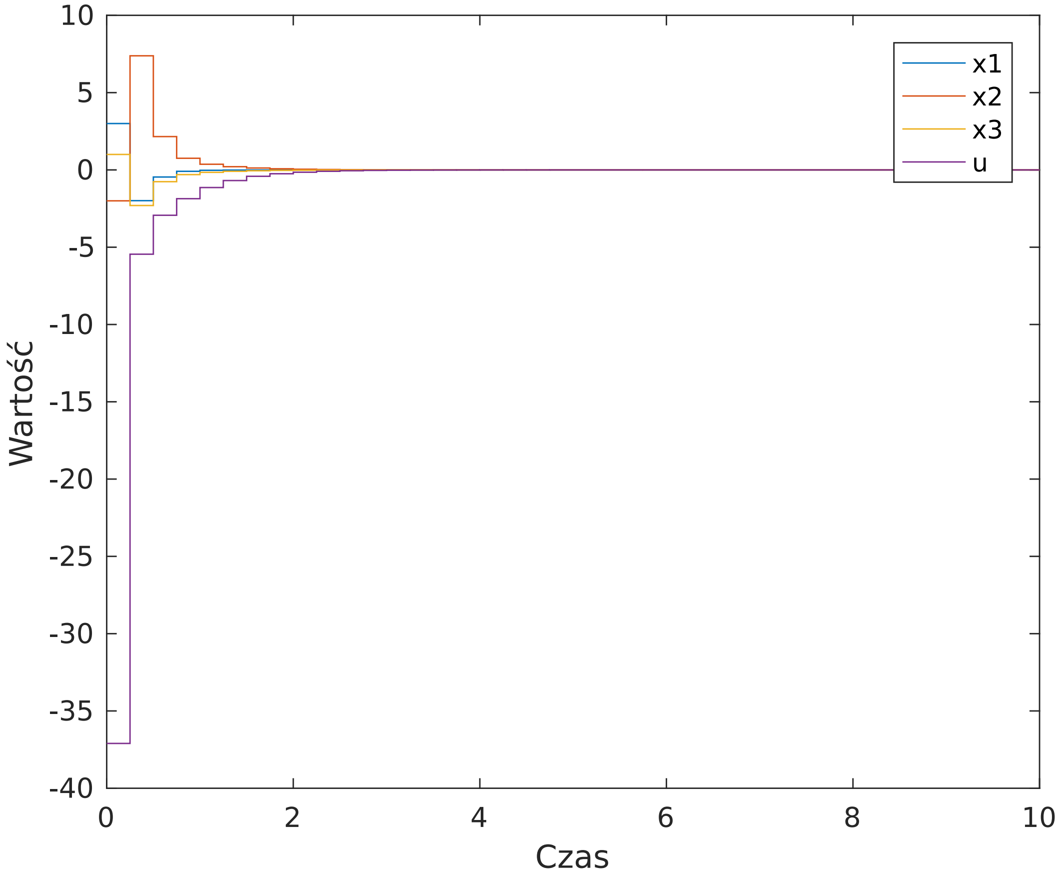
W zależności od odległości biegunów od środka układu współrzędnych, regulator szybko, wolno, lub w ogóle sprowadza układ do stanu ustalonego.



Rysunek 5: Wartości stanu dla trzech biegunów $z_{b1} = z_{b2} = z_{b3} = 0{,}8$.

5.2 Dwa bieguny dominujące

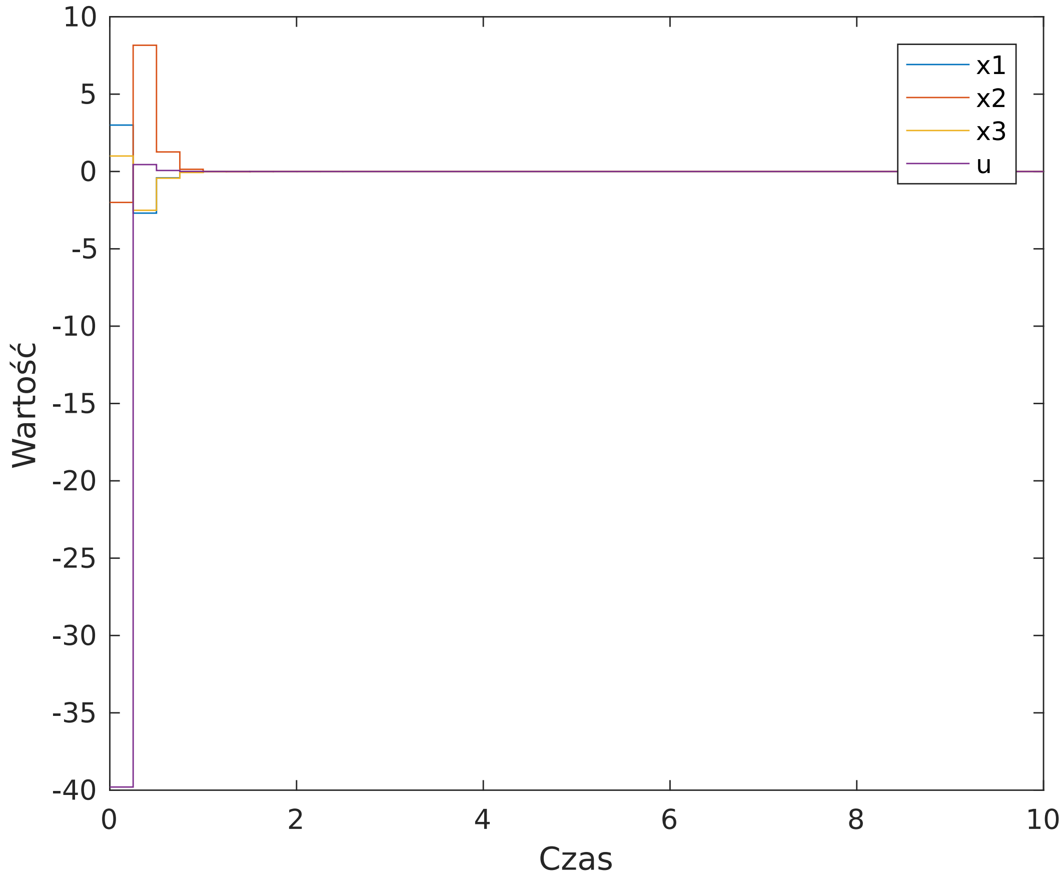
Dwa bieguny powinny być szybkie, a zatem jak najbliżej środka układu współrzędnych. Można ustalić $z_{b2} = z_{b3} = 0{,}1$, oraz $z_{b1} = 0{,}6$. To daje nam przebieg taki, jak na wykresie.



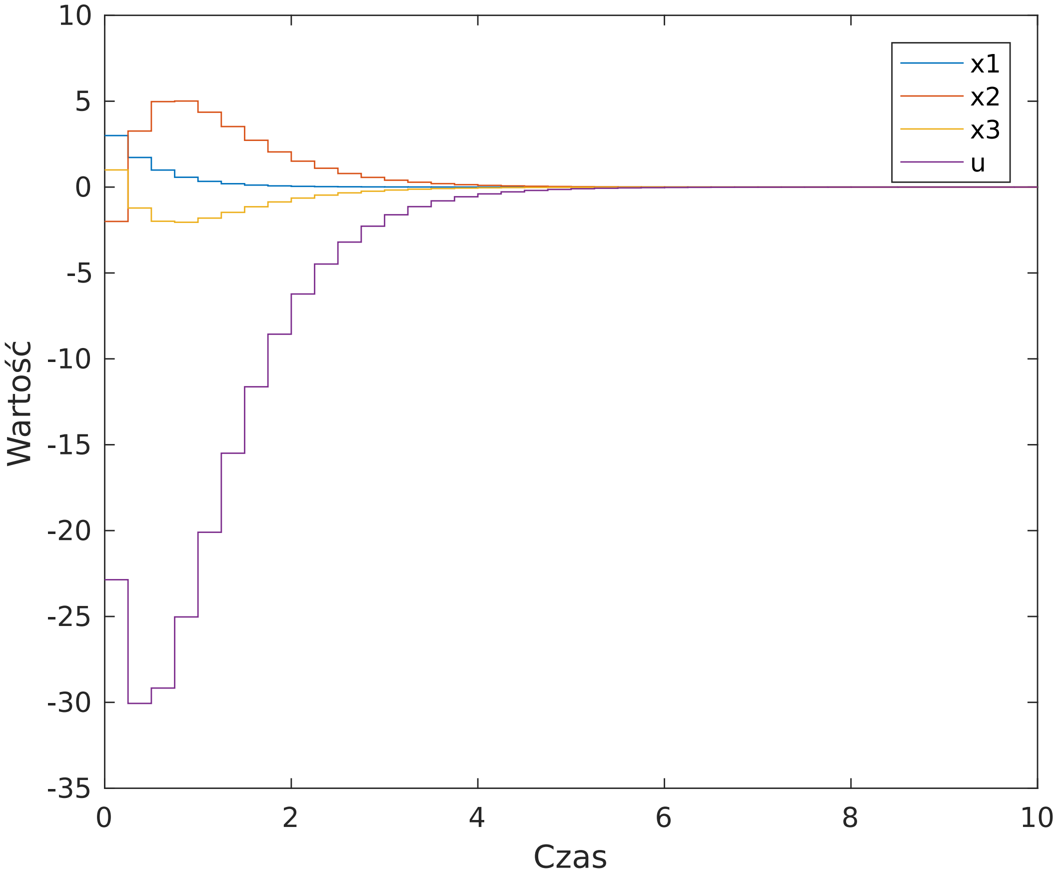
Rysunek 6: Wartości stanu dla dwóch biegunów dominujących.

Takie ustawienie biegunów pozwala na łatwe manipulowanie dominującym biegunem, aby dobrać akceptowalne wartości sterowania.

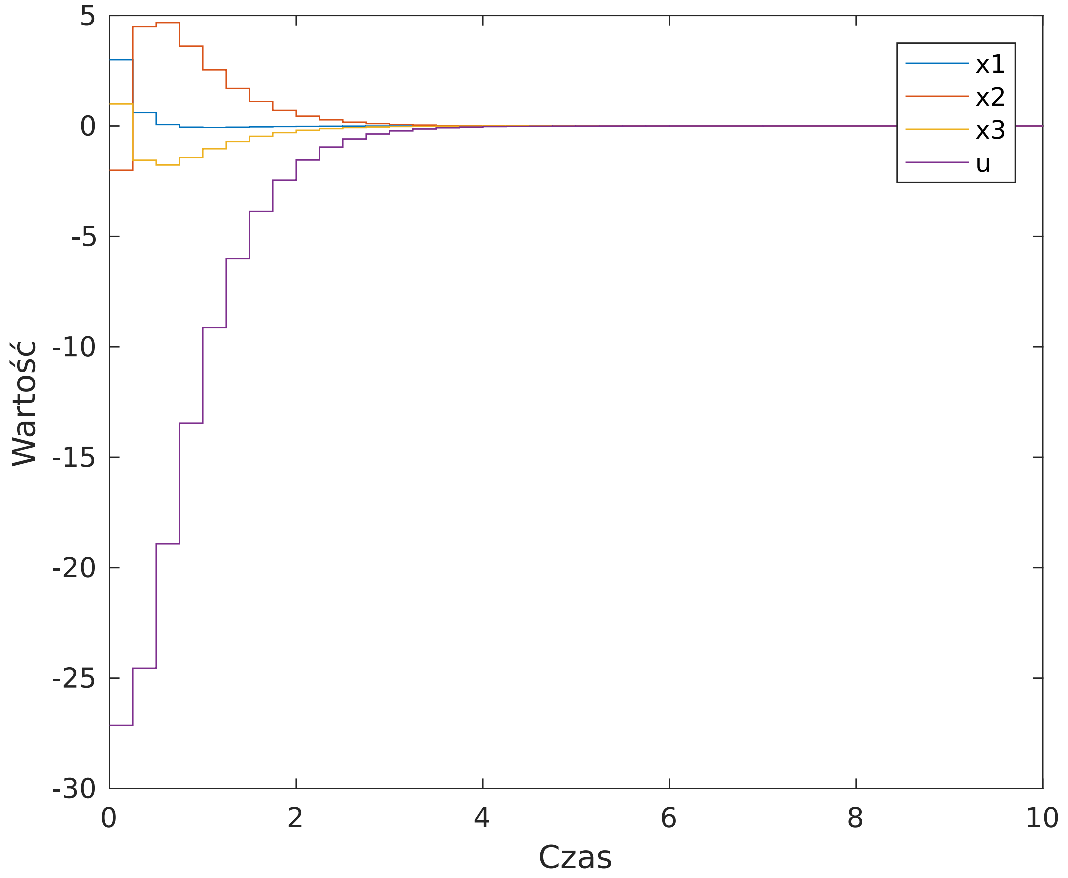
5.3 Inne bieguny



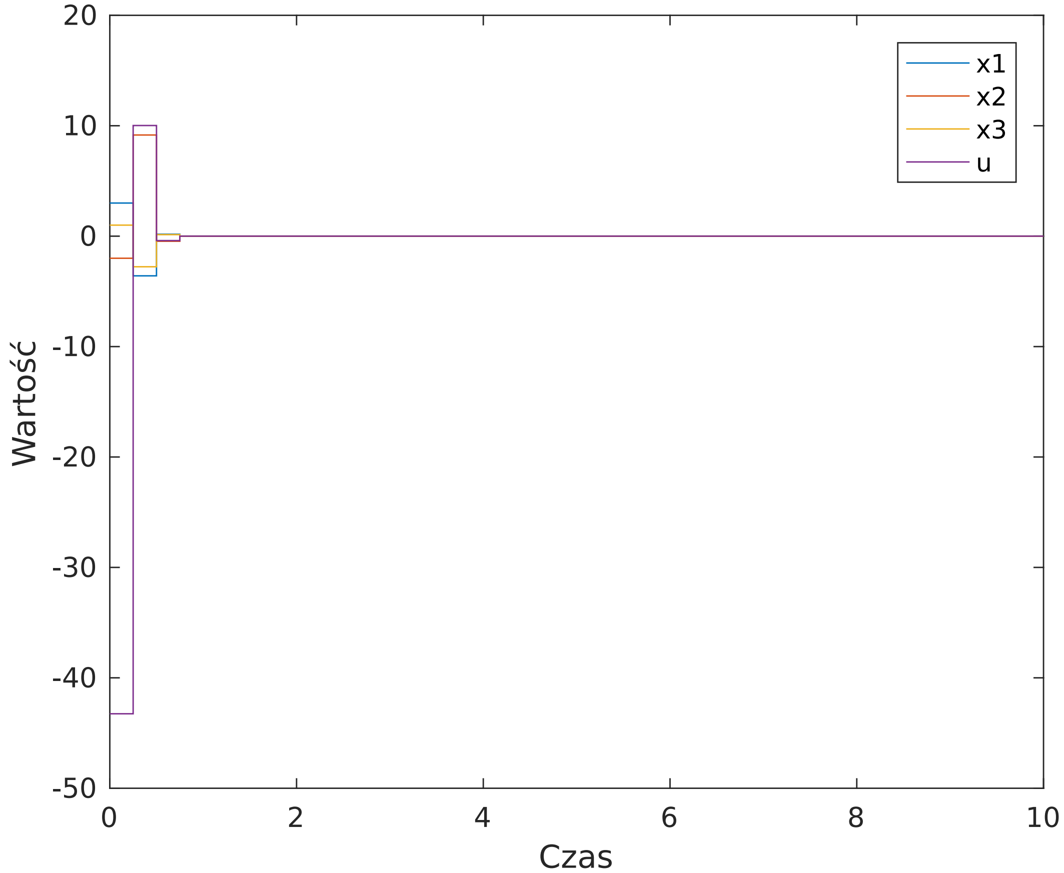
Rysunek 7: Regulator $z_{b1} = 0$, $z_{b2} = 0{,}2$ i $z_{b3} = 0{,}3$.



Rysunek 8: Regulator $z_{b1} = 0{,}2$, $z_{b2} = 0{,}4$ i $z_{b3} = 0{,}2$.

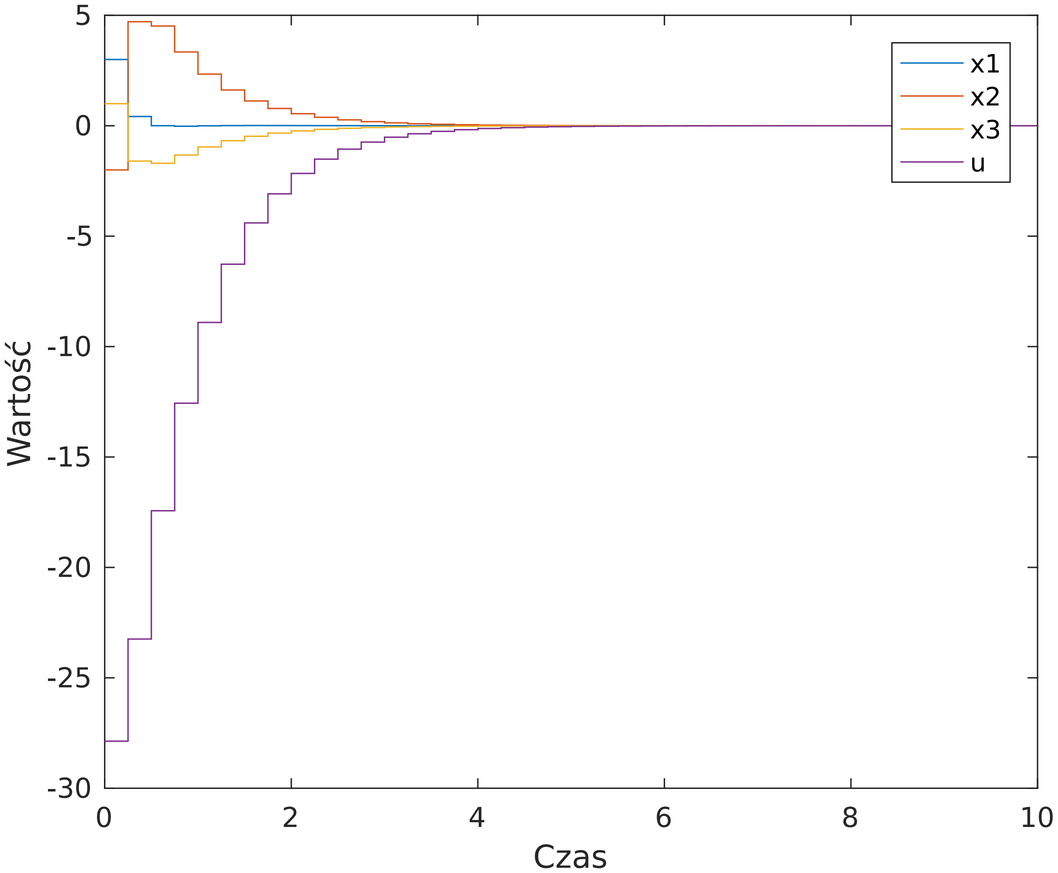


Rysunek 9: Regulator $z_{b1} = 0{,}6$, $z_{b2} = 0{,}2$ i $z_{b3} = 0{,}5$.



Rysunek 10: Regulator $z_{b1} = z_{b2} = z_{b3} = 0$.

Najlepsze znalezione ustawienie posiada bieguny $z_{b1} = 0{,}3$, $z_{b2} = 0{,}3$ i $z_{b3} = 0{,}7$. Nie obciąża zbytnio układu wykonawczego, a przede wszystkim nie zmienia kierunku jego działania. Jednocześnie wartości stanu zbiegają do zera w ciągu kilku sekund.



Rysunek 11: Regulator $z_{b1} = 0{,}3$, $z_{b2} = 0{,}3$ i $z_{b3} = 0{,}7$.

6 Zadanie 6

Obserwator pełnego rzędu można obliczyć poleceniem:

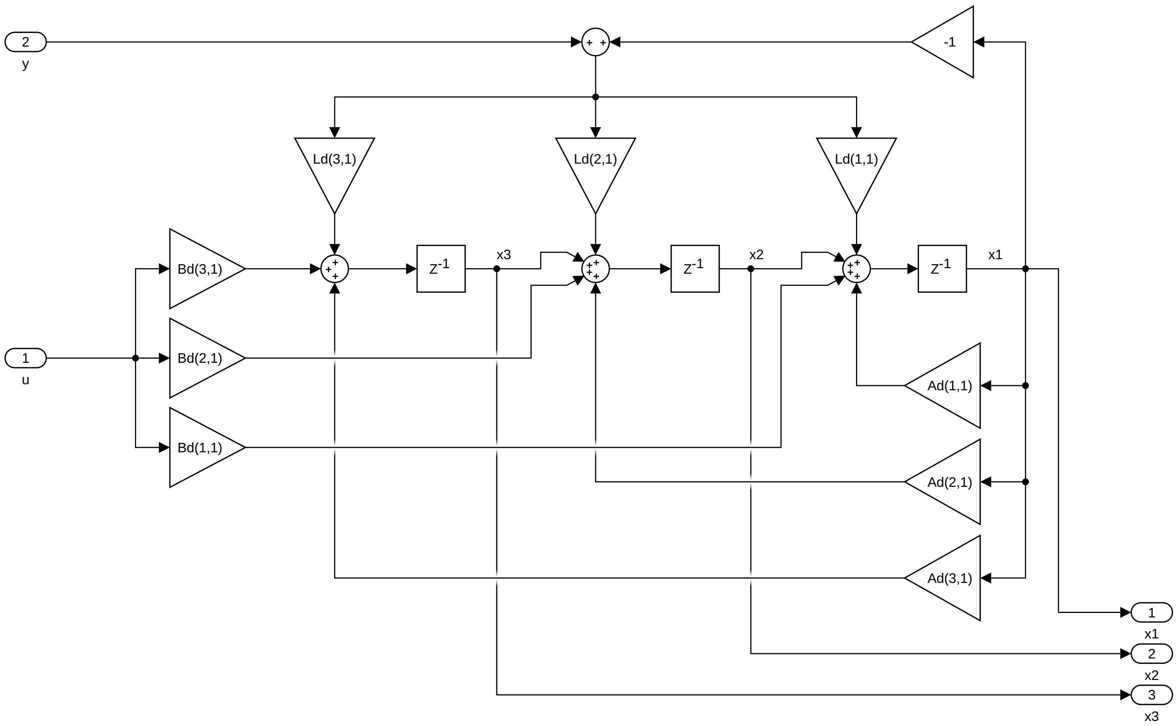
```
Ld = acker(Ad',Cd',[zo1 zo2 zo3])'
```

gdzie `zo1`, `zo2` i `zo3` to bieguny obserwatora. Wynik jest:

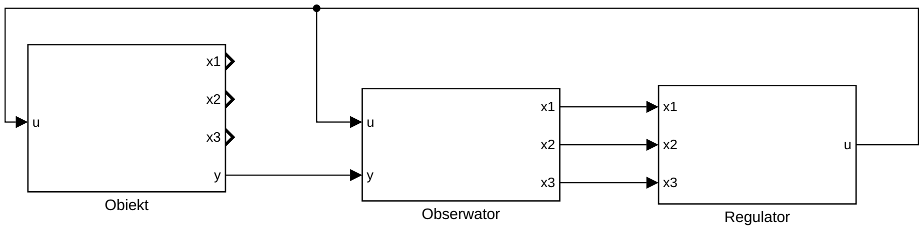
```
Ld =

   3.2279
  -1.4493
   0.1738
```

Ponieważ obserwator jest programem komputerowym, można ustawić te bieguny na najszybsze z możliwych, czyli 0. Powstałe równania obserwatora to:

$$\begin{cases} \hat{x}_1(k+1) = 3{,}23\hat{x}_1(k) + \hat{x}_2(k) + 0{,}26u(k) + 3{,}23(y(k) - \hat{x}_1(k)) \\ \hat{x}_2(k+1) = -1{,}45\hat{x}_1(k) + \hat{x}_3(k) - 0{,}29u(k) - 1{,}45(y(k) - \hat{x}_1(k)) \\ \hat{x}_3(k+1) = 0{,}17\hat{x}_1(k) - 0{,}08u(k) + 0{,}17(y(k) - \hat{x}_1(k)) \end{cases}$$



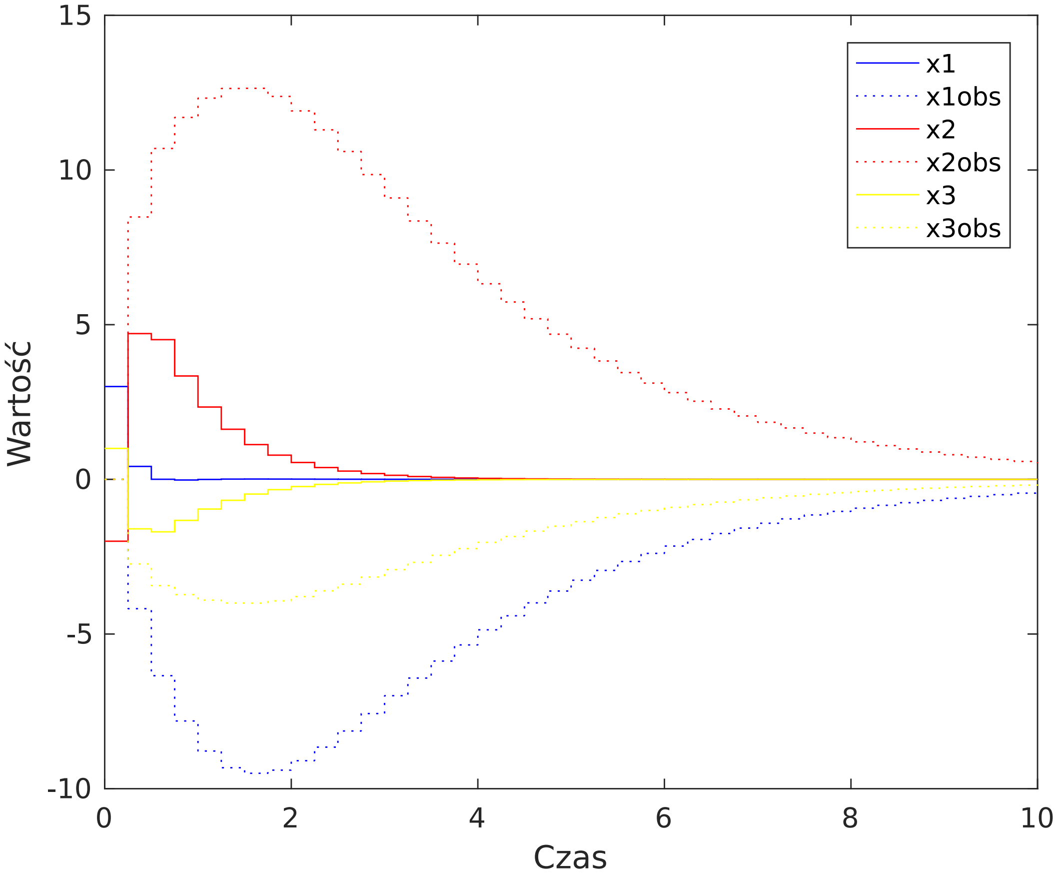
Rysunek 12: Obserwator pełnego rzędu.



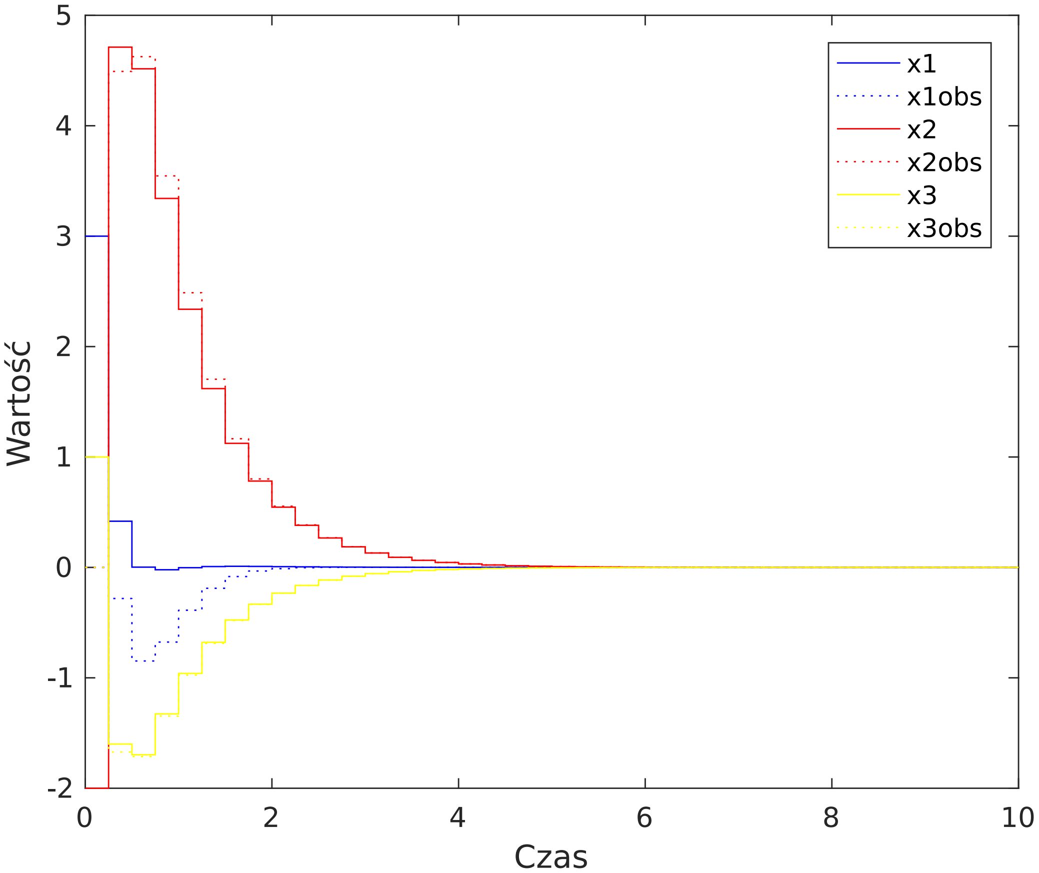
Rysunek 13: Układ obiektu, obserwatora i regulatora.

7 Zadanie 7

Podłączając obserwator obok układu zamkniętego możemy porównać jego przewidywane wartości stanu z aktualnym stanem układu. Zakładamy, że regulator ma dość szybkie bieguny $z_{b1} = 0{,}3$, $z_{b2} = 0{,}3$ i $z_{b3} = 0{,}7$, które jednocześnie nie obciążają za bardzo układu wykonawczego.

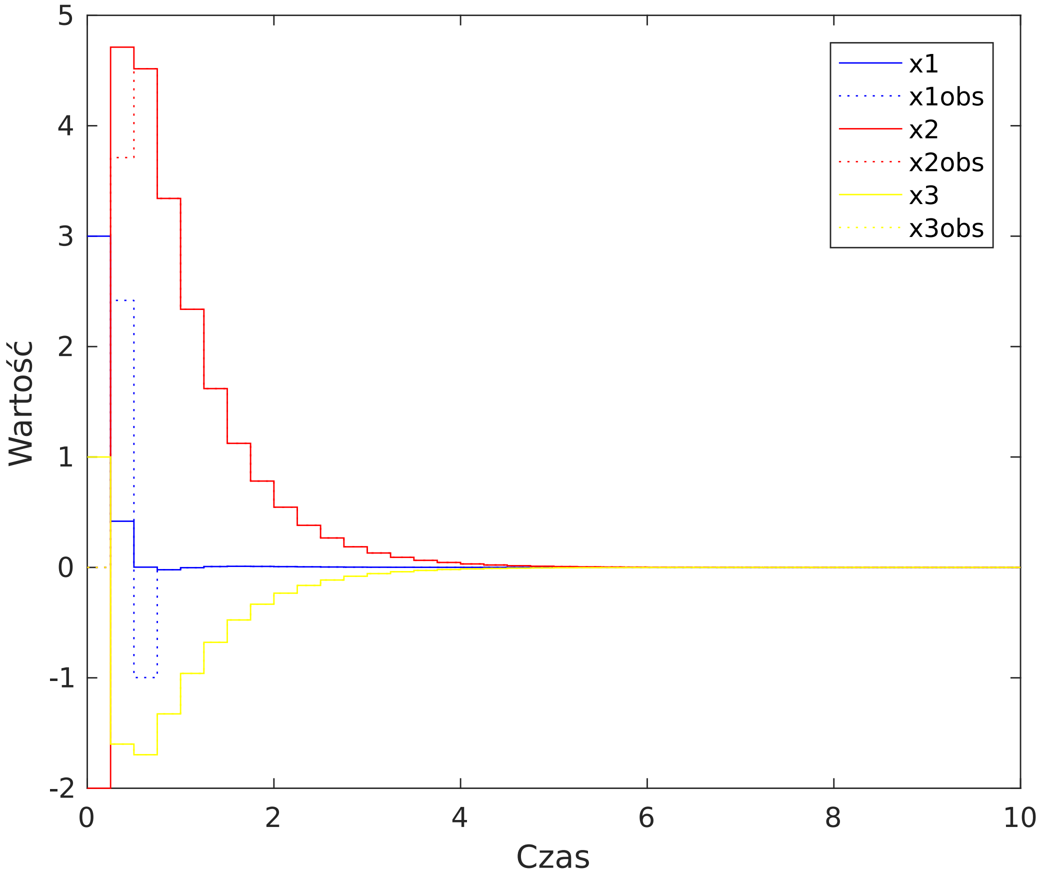


Rysunek 14: Wolny obserwator $z_{o1} = 0{,}6$, $z_{o2} = 0{,}9$ i $z_{o3} = 0{,}7$



Rysunek 15: Szybki obserwator $z_{o1} = 0{,}3$, $z_{o2} = 0{,}2$ i $z_{o3} = 0{,}4$

Ponieważ obserwator jest jedynie programem komputerowym bez elementów wykonawczych, możemy zastosować najszybsze, zerowe bieguny.



Rysunek 16: Najszybszy obserwator $z_{o1} = z_{o2} = z_{o3} = 0$