Projekt STP 33

Radosław Świątkiewicz

16 grudnia 2016

1 Zadanie 1

Celem zadania jest wyznaczenie transmitancji dyskretnej od transmitancji ciągłej:

$$G(s) = \frac{(s+2)(s+3)}{(s-4)(s+5)(s+6)} = \frac{s^2+5s+6}{s^3+7s^2-14s-120}$$

z okresem próbkowania $T = 0{,}25$.

Do wykonania tego można użyć programu MatLab. Najpierw należy ustawić zmienne i obliczyć za pomocą `c2dm`. Ekstrapolator zerowego rzędu osiągamy ustawiając `'zoh'`, co oznacza, że wartość próbki jest podtrzymywana w czasie jej trwania.

```
T = 0.25;
licz = [1 5 6];
mian = [1 7 -14 -120];
[liczdys,miandys] = c2dm(licz,mian,T,'zoh');
```

Wynikiem są:

```
liczdys =

         0    0.2607   -0.2892    0.0761

miandys =

    1.0000   -3.2279    1.4493   -0.1738
```

Co się przekłada na:

$$G(z) = \frac{0{,}26z^2 - 0{,}29z + 0{,}08}{z^3 - 3{,}23z^2 + 1{,}45z - 0{,}17}$$

Zera transmitancji ciągłej można wyliczyć przyrównując licznik do zera, podobnie bieguny przyrównując mianownik:

$$\begin{cases} s_{z1} = -2 \\ s_{z2} = -3 \\ s_{b1} = 4 \\ s_{b2} = -5 \\ s_{b3} = -6 \end{cases}$$

Używając funkcji `roots` łatwo obliczamy także zera i bieguny transmitancji dyskretnej:

$$\begin{cases} z_{z1} = 0{,}68 \\ z_{z2} = 0{,}43 \\ z_{b1} = 2{,}72 \\ z_{b2} = 0{,}29 \\ z_{b3} = 0{,}22 \end{cases}$$

2 Zadanie 2

2.1 Metoda I

Celem zadania jest wyznaczenie powyższej reprezentacji modelu dyskretnego w przestrzeni stanu. To można obliczyć za pomocą `tf2ss`.

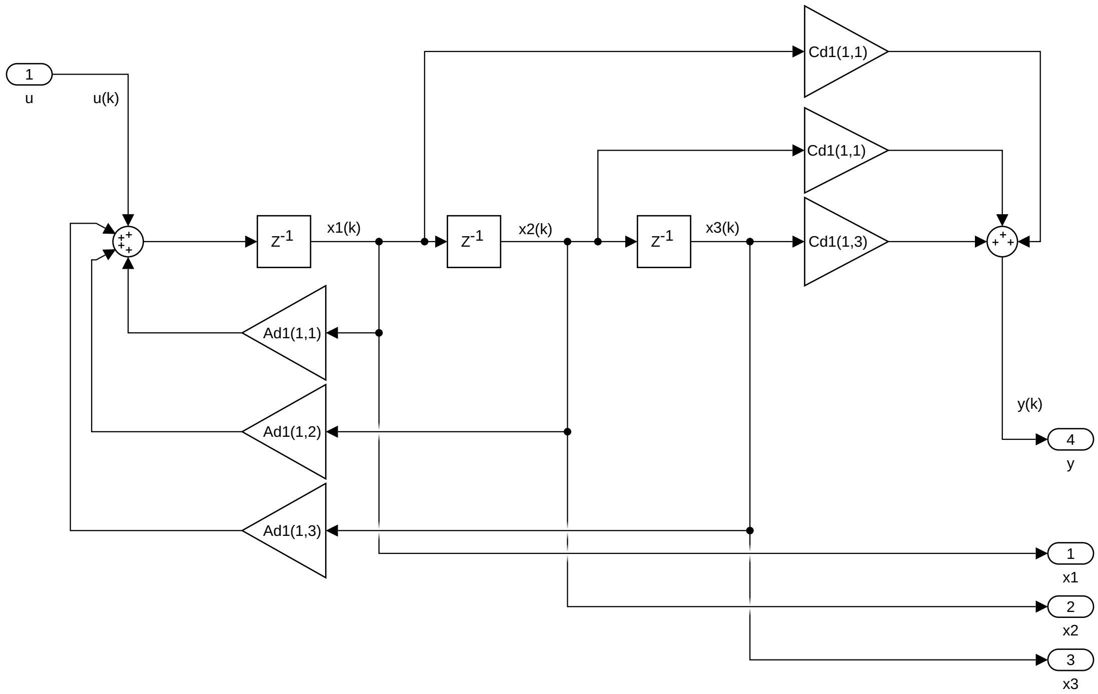
```
[Ad1,Bd1,Cd1,Dd1] = tf2ss(liczdys,miandys);
```

Wynikiem są:

```
Ad1 =

    3.2279   -1.4493    0.1738
    1.0000         0         0
         0    1.0000         0

Bd1 =

     1
     0
     0

Cd1 =

    0.2607   -0.2892    0.0761

Dd1 =

     0
```

Co się przekłada na równania stanu:

$$\begin{cases} x_1(k) = 3{,}23x_1(k-1) - 1{,}45x_2(k-1) + 0{,}17x_3(k-1) + u(k-1) \\ x_2(k) = x_1(k-1) \\ x_3(k) = x_2(k-1) \\ y(k) = 0{,}26x_1(k) - 0{,}29x_2(k) + 0{,}08x_3(k) \end{cases}$$



Rysunek 1: Struktura modelu uzyskanego metodą I.

2.2 Metoda II

Druga metoda polega na transponowaniu i zamianie wyliczonych macierzy:

```
Ad2 = Ad1';
Bd2 = Cd1';
Cd2 = Bd1';
Dd2 = Dd1;
```

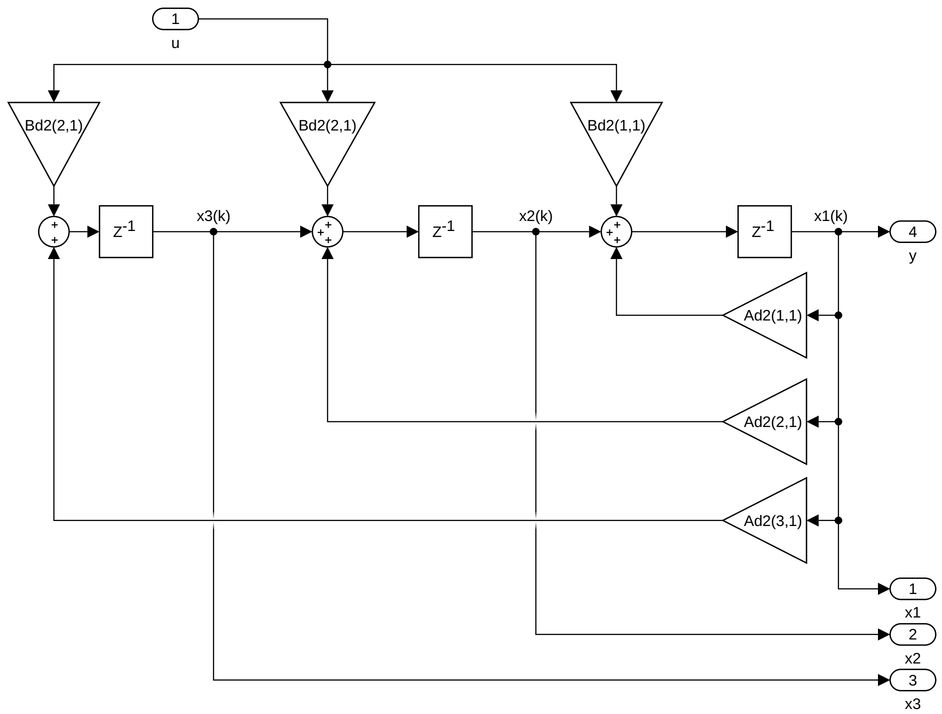
Co daje nam rozwiązanie:

```
Ad2 =

    3.2279    1.0000         0
   -1.4493         0    1.0000
    0.1738         0         0


Bd2 =

    0.2607
   -0.2892
    0.0761
```

```
Cd2 =

     1     0     0


Dd2 =

     0
```

I układ równań stanu:

$$\begin{cases} x_1(k) = 3{,}23x_1(k-1) + x_2(k-1) + 0{,}26u(k-1) \\ x_2(k) = -1{,}45x_1(k-1) + x_3(k-1) - 0{,}29u(k-1) \\ x_3(k) = 0{,}17x_1(k-1) + 0{,}08u(k-1) \\ y(k) = x_1(k) \end{cases}$$



Rysunek 2: Struktura modelu uzyskanego metodą II.

3 Zadanie 3

Należy udowodnić, że transmitancja obliczona na podstawie pierwszego modelu w przestrzeni stanu jest taka sama, jak obliczona na podstawie drugiego modelu. Ponieważ transmitancja

$$G(z) = C(zI - A)^{-1}B + D$$

to można porównać oba te modele ustawiając z jako zmienną symboliczną.

Obliczmy transmitancje od pierwszego i drugiego modelu.

```
syms z;
trans1 = Cd * inv(z * eye(3) - Ad) * Bd + Dd;
trans2 = Cd2 * inv(z * eye(3) -Ad2) * Bd2 + Dd2;
```

Używając funkcji porównującej `isequal(trans1,trans2)` otrzymujemy informację o logicznej wartości prawdziwej.

```
ans =

  logical

   1
```

Co pokazuje, że transmitancje są sobie równe. Alternatywnie upraszczając wzory używając `simplify(trans1)` i `simplify(trans2)` możemy je naocznie porównać po wypisaniu na ekran.

```
trans1 =

(3*(6261984766567268*z^2 - 6946490535369048*z +
↪  1828337718241467))/(2*(36028797018963968*z^3 - 116297958657721184*z^2 +
↪  52215069291327552*z - 6260866135760997))


trans2 =

(3*(6261984766567268*z^2 - 6946490535369048*z +
↪  1828337718241467))/(2*(36028797018963968*z^3 - 116297958657721184*z^2 +
↪  52215069291327552*z - 6260866135760997))
```

4 Zadanie 4

Stabilność układu zależy od umiejscowienia wartości własnych macierzy A, bądź biegunów transmitancji na płaszczyźnie zespolonej. Jeśli jakakolwiek z tych wartości ma dodatnią część rzeczywistą, to obiekt jest niestabilny.

Korzystając z wyznaczonych wcześniej biegunów możemy wywnioskować, że obiekt jest *niestabilny*, bowiem jeden z biegunów $s_{b1} = 4$ ma dodatnią część rzeczywistą. Podobnie dla transmitancji zespolonej, jednak tutaj warunkiem jest zawieranie się bieguna w kole jednostkowym. To, czego $z_{b1} = 2{,}72$ nie spełnia. Odpowiedź układu na skok jednostkowy nie stabilizuje się, tylko ucieka do nieskończoności.

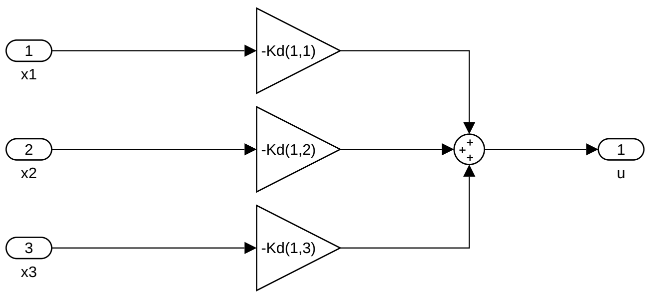
Regulator jest potrzebny, aby zarówno sterować obiektem, ale także aby stabilizować go. Pełni zatem dwie funkcje. Bez regulatora obiekt nigdy nie osiągnąłby stanu ustalonego.

5 Zadanie 5

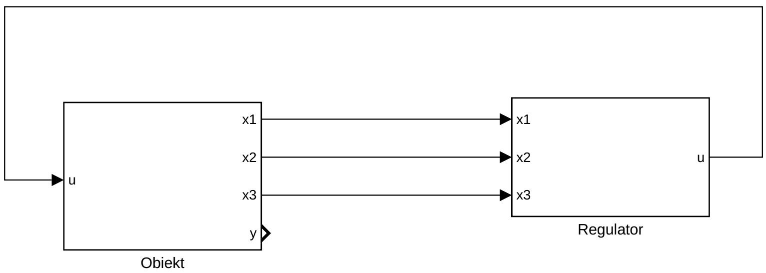
Pora wyznaczyć regulator dla naszego niestabilnego obiektu. Użyjemy struktury drugiego modelu w przestrzeni stanu. Ogólna struktura regulatora to:

$$u(k) = -KX(k)$$

Wektor K obliczamy poleceniem `Kd = acker(Ad,Bd,[z1 z2 z3])`, gdzie za `z1`, `z2` i `z3` ustalamy bieguny układu zamkniętego.



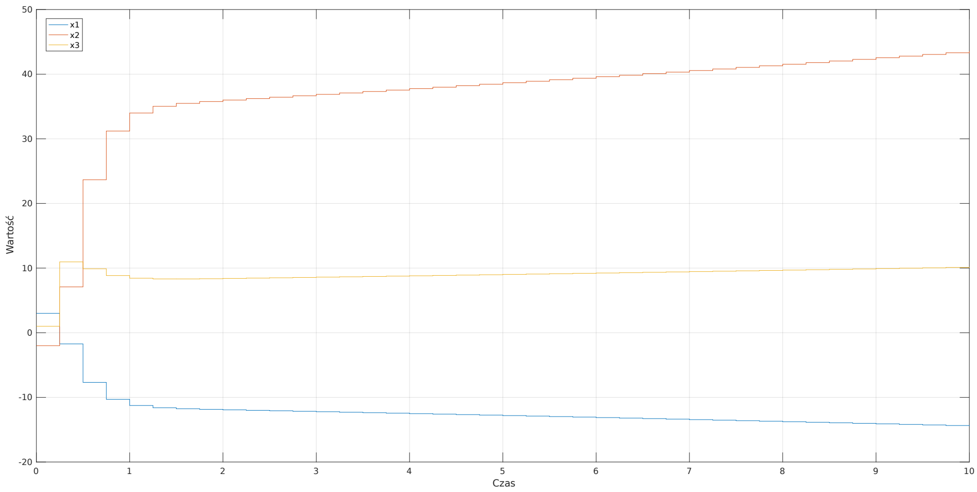
Rysunek 3: Struktura regulatora.



Rysunek 4: Struktura układu zamkniętego.

5.1 Trzy takie same bieguny

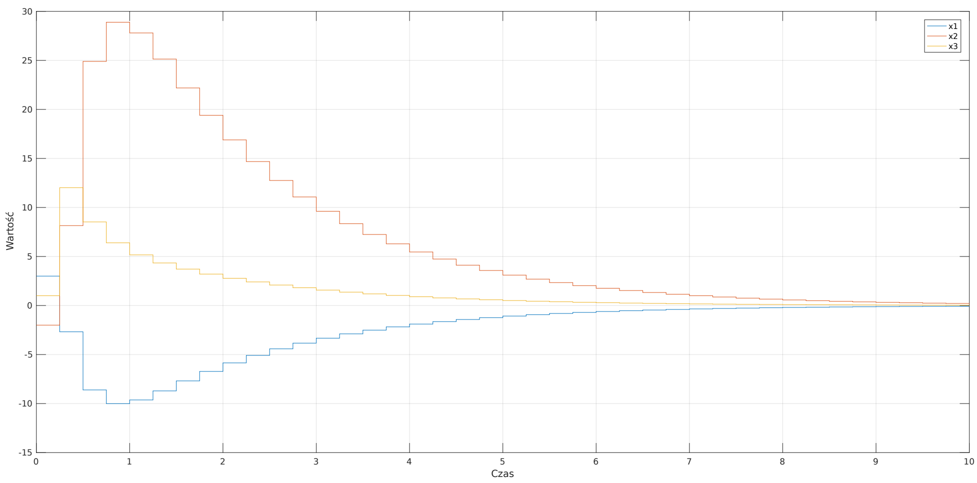
Ustawiając trzy bieguny regulatora na tę samą wartość nie jesteśmy w stanie otrzymać stabilnego układu. Układ jest najwolniej niestabilny w okolicach $z_b \approx 2{,}5$, co można obliczyć metodą prób i błędów.



Rysunek 5: Wartości stanu dla trzech biegunów ≈ 2,5.

5.2 Dwa bieguny dominujące

Dwa bieguny powinny być szybkie, a zatem jak najbliżej środka układu współrzędnych. Można ustalić $z_{b2} = z_{b3} = 0{,}1$, oraz $z_{b1} = 0{,}3$. To daje nam przebieg taki, jak na wykresie.



Rysunek 6: Wartości stanu dla dwóch biegunów dominujących.

Tym razem układ jest stabilny i jego stan zbiega do 0. Ustawienie biegunów tak, aby układ był stabilny jest bardzo trudne, wystarczy nawet niewielka zmiana w jednym z nich, aby wartości stanu uciekały w nieskończoność.

5.3 Inne bieguny

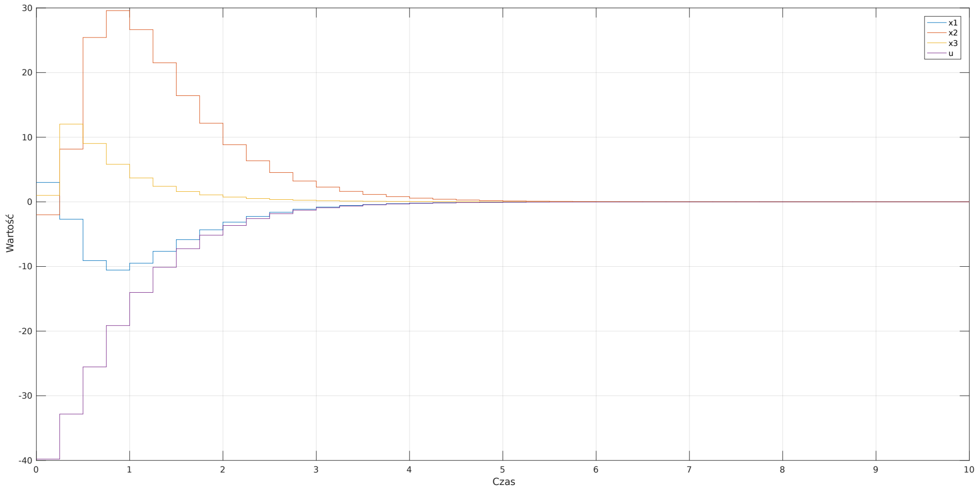
- Jeśli jeden z biegunów jest równy 0, to układ nadal jest stabilny, ale niewiele lepiej, niż w poprzednim przypadku.

- Jeśli dwa bieguny są zerowe, to układ jest stabilny bardzo słabo. Dojście do stanu ustalonego zajmuje mu ponad 20 sekund.

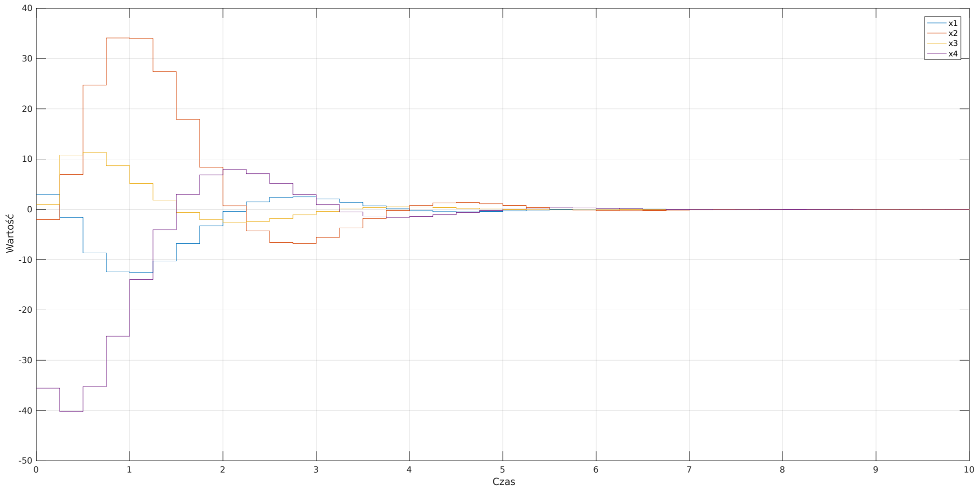
- Trzy bieguny zerowe dają układ niestabilny.

  Druga wersja regulatora, z dwoma równymi biegunami, jest znacznie lepsza od trzech tych samych biegunów.

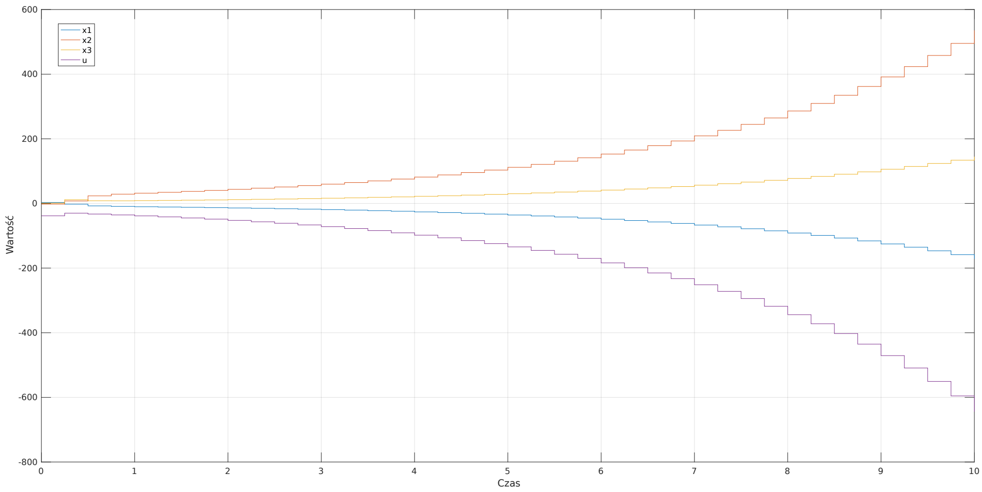
  Wartość sterowania zmienia się bardzo niewiele w zależności od biegunów. Najlepsze przebiegi otrzymano dla trzech biegunów o malejącej szybkości $z_{b1} = 0$, $z_{b2} = 0{,}2$ i $z_{b3} = 0{,}3$. Taki przebieg nie dzwoni i zbiega do stanu ustalonego w rozsądnym czasie, a także nie nadwyręża układu wykonawczego.



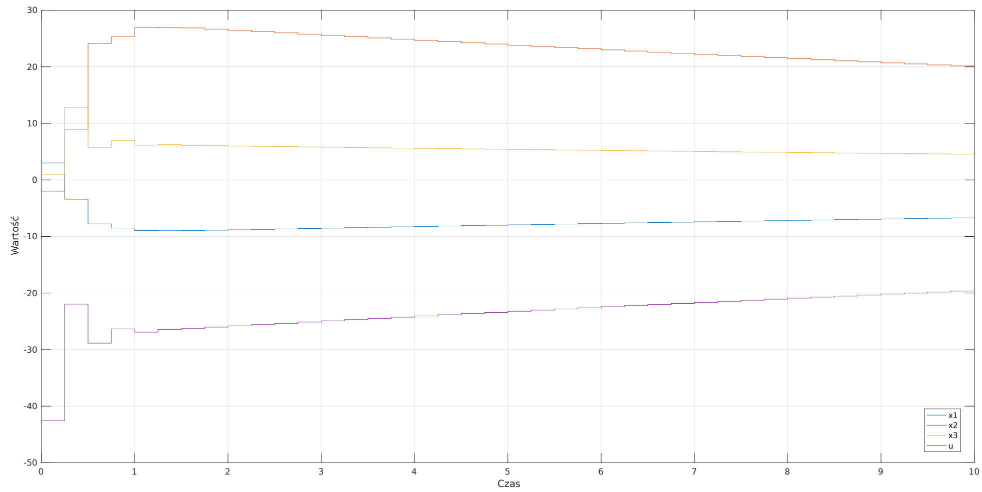
Rysunek 7: Regulator $z_{b1} = 0$, $z_{b2} = 0{,}2$ i $z_{b3} = 0{,}3$.



Rysunek 8: Regulator $z_{b1} = 0{,}2$, $z_{b2} = 0{,}4$ i $z_{b3} = 0{,}2$.



Rysunek 9: Rozregulator $z_{b1} = 0{,}2$, $z_{b2} = 0{,}2$ i $z_{b3} = 0{,}2$.



Rysunek 10: Regulator $z_{b1} = 0$, $z_{b2} = 0$ i $z_{b3} = 0{,}3$.

6 Zadanie 6

Obserwator pełnego rzędu można obliczyć poleceniem:

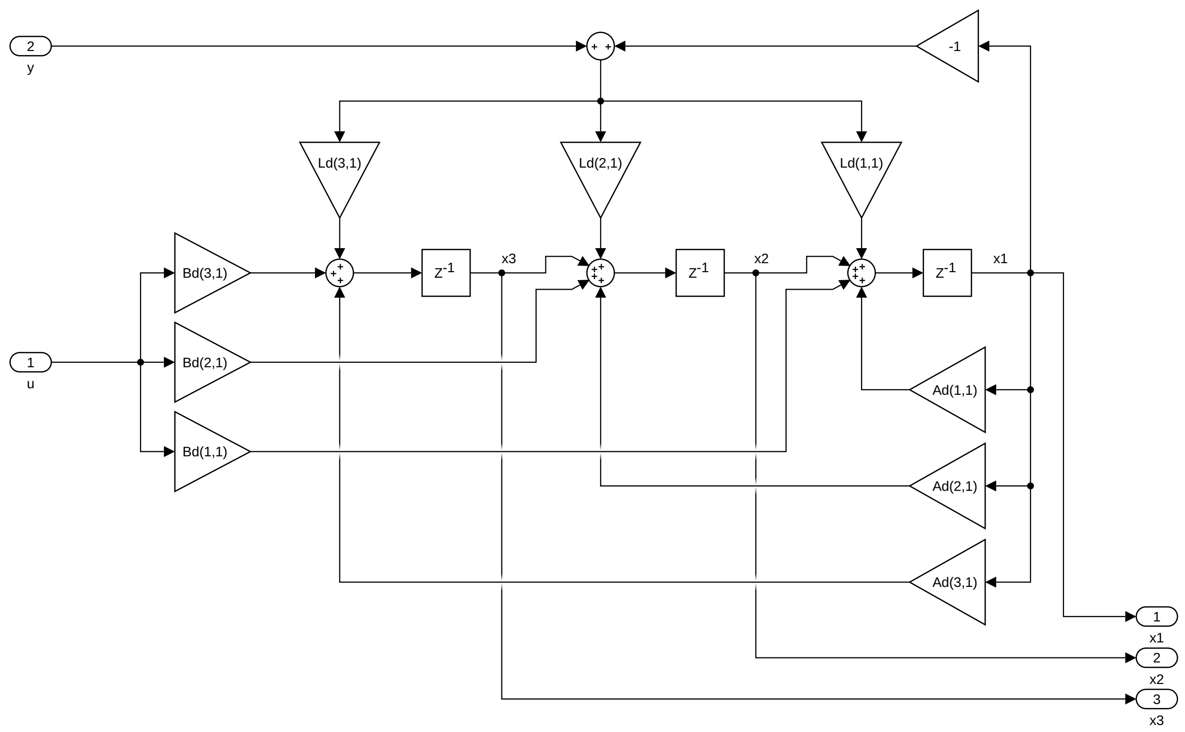
```
Ld = acker(Ad',Cd',[zo1 zo2 zo3])'
```

gdzie `zo1`, `zo2` i `zo3` to bieguny obserwatora. Wynik jest:

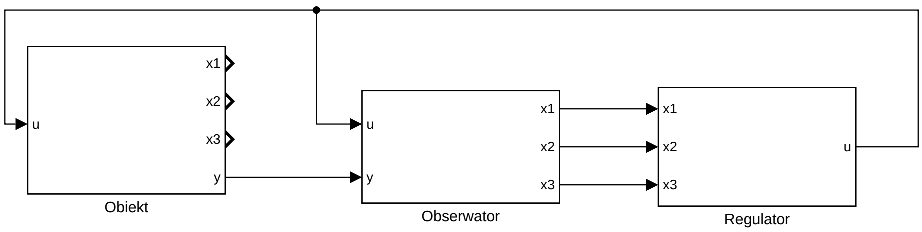
```
Ld =

    3.2279
   -1.4493
    0.1738
```

Ponieważ obserwator jest programem komputerowym, można ustawić te bieguny na najszybsze z możliwych, czyli 0. Powstałe równania obserwatora to:

$$\begin{cases} \hat{x}_1(k+1) = 3{,}23\hat{x}_1(k) + \hat{x}_2(k) + 0{,}26u(k) + 3{,}23(y(k) - \hat{x}_1(k)) \\ \hat{x}_2(k+1) = -1{,}45\hat{x}_1(k) + \hat{x}_3(k) - 0{,}29u(k) - 1{,}45(y(k) - \hat{x}_1(k)) \\ \hat{x}_3(k+1) = 0{,}17\hat{x}_1(k) - 0{,}08u(k) + 0{,}17(y(k) - \hat{x}_1(k)) \end{cases}$$



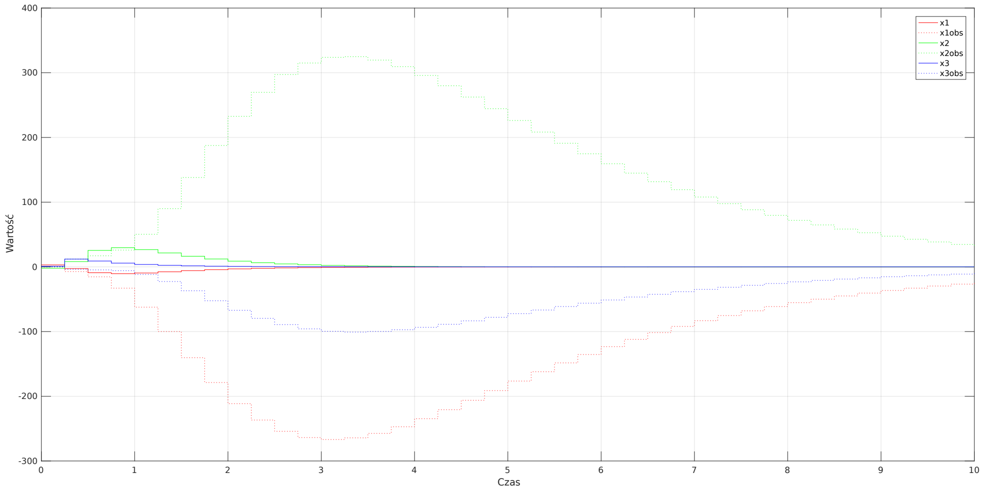
Rysunek 11: Obserwator pełnego rzędu.



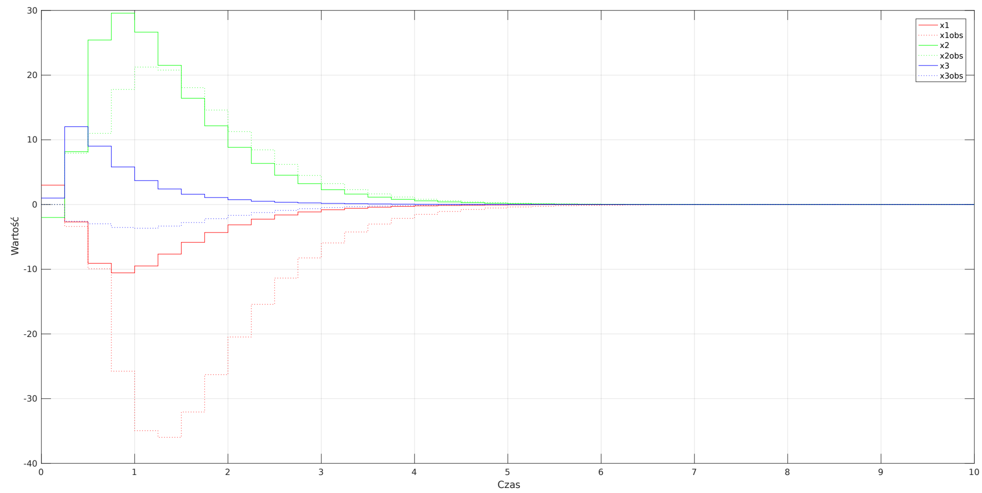
Rysunek 12: Układ obiektu, obserwatora i regulatora.

7 Zadanie 7

Podłączając obserwator obok układu zamkniętego możemy porównać jego przewidywane wartości stanu z aktualnym stanem układu. Zakładamy, że regulator ma bieguny najszybsze ze znalezionych $z_{b1} = 0$, $z_{b2} = 0{,}2$ i $z_{b3} = 0{,}3$.

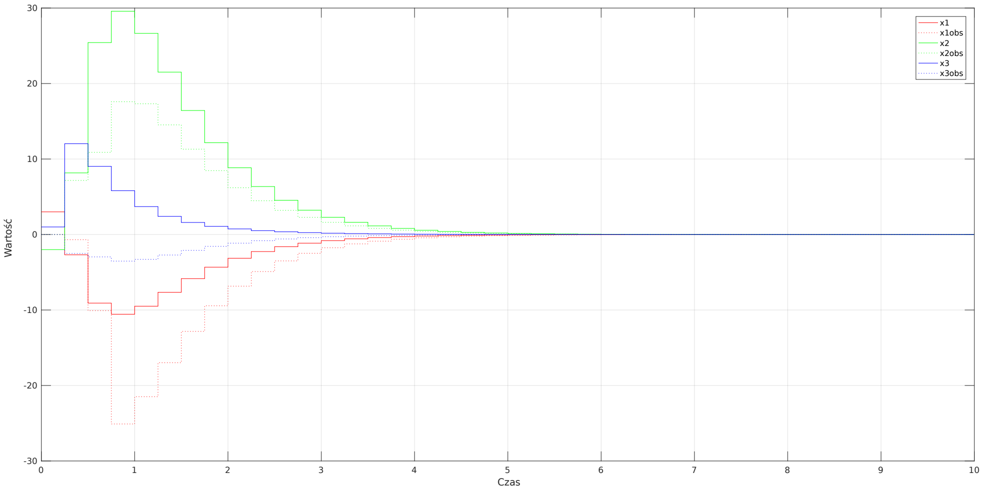


Rysunek 13: Wolny obserwator $z_{o1} = 0{,}6$, $z_{o2} = 0{,}9$ i $z_{o3} = 0{,}7$



Rysunek 14: Szybki obserwator $z_{o1} = 0{,}3$, $z_{o2} = 0{,}2$ i $z_{o3} = 0{,}4$

Ponieważ obserwator jest jedynie programem komputerowym, możemy zastosować najszybsze, zerowe bieguny.



Rysunek 15: Najszybszy obserwator $z_{o1} = z_{o2} = z_{o3} = 0$