

Lista de Fevereiro

Natan Ledur

27 de março de 2023

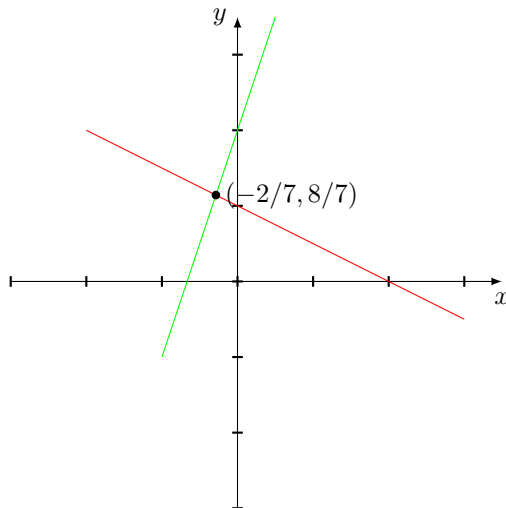
1 Exercício

$$A = \begin{cases} x + 2y = 2 \\ -3x + y = 2 \end{cases} \quad B = \begin{cases} 5x - y = 10 \\ -\frac{1}{5} + \frac{y}{25} = -\frac{2}{5} \\ 3x + 4y = 2 \end{cases} \quad C = \begin{cases} x + y - z = 2 \\ -x - y + z = 0 \\ x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$$

- Para o sistema A temos;

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{L_2 = L_2 - (-3)L_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$
$$A = \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 7y = 8 \end{cases} \quad (1)$$

Resolvendo o sistema (1) temos, $\left[y = \frac{8}{7}, x = -\frac{2}{7}\right]$, com isso vemos que o sistema A é consistente.



- Para o sistema B temos;

É possível notar que no sistema B a segunda equação é a primeira equação multiplicado por $-\frac{1}{25}$, logo podemos analisar uma das duas com a ultima equação e teremos nosso resultado.

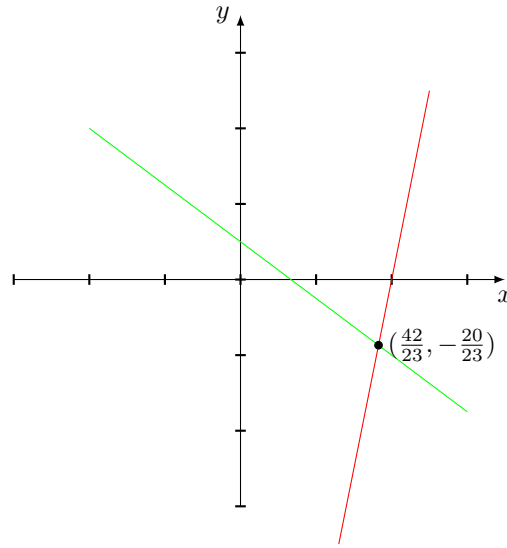
$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 10 \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{25} & -\frac{2}{5} \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{L_3 = L_3 - (\frac{3}{5})L_1} \begin{pmatrix} 5 & -1 & 10 \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{25} & -\frac{2}{5} \\ 0 & \frac{23}{5} & -\frac{20}{5} \end{pmatrix}$$

Obtemos assim um sistema mais simples de se resolver:

$$B = \begin{cases} 5x - y = 10 \\ -\frac{1}{5} + \frac{y}{25} = -\frac{2}{5} \\ \frac{23}{5}y = -\frac{20}{5} \end{cases} \quad (2)$$

Resolvendo o sistema (2) temos que, $\left[y = -\frac{20}{23}, x = \frac{42}{23}\right]$, com isso vemos que o sistema B é consistente.

Podemos analisar também através do gráfico das funções, que o ponto de interseção é $y = -\frac{20}{23}, x = \frac{42}{23}$.



- Para o sistema C temos;

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{L_2=L_2-(-1)L_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Resultando na matriz

$$C = \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 0 = 2 \\ x + 2y - 3z = 4 \end{cases} \quad (3)$$

Como $0 = 2$ é um absurdo o sistema (3) não pode ser resolvido logo o sistema C não é consistente. Uma forma mais rápida de ver que o sistema não é consistente e ver que a primeira e a segunda equação do sistema são planos paralelos, sendo assim não possuem interseção.

2 Exercício

Listing 1: métodos de eliminação de Gauss e Gauss com pivotamento.

```
function gausspivo(A, b) {
  const n = A.length;
  const Ab = new Array(n);

  for (let i = 0; i < n; i++) {
    Ab[i] = [...A[i], b[i]];
  }

  for (let i = 0; i < n; i++) {

    let max = Math.abs(Ab[i][i]);
    let maxIndex = i;
    for (let j = i + 1; j < n; j++) {
      if (Math.abs(Ab[j][i]) > max) {
        max = Math.abs(Ab[j][i]);
      }
    }
  }
}
```

```

        maxIndex = j;
    }
}

if (maxIndex !== i) {
    [Ab[i], Ab[maxIndex]] = [Ab[maxIndex], Ab[i]];
}

for (let j = i + 1; j < n; j++) {
    const factor = Ab[j][i] / Ab[i][i];
    for (let k = i; k <= n; k++) {
        Ab[j][k] -= factor * Ab[i][k];
    }
}
}

const x = new Array(n);
for (let i = n - 1; i >= 0; i--) {
    let sum = 0;
    for (let j = i + 1; j < n; j++) {
        sum += Ab[i][j] * x[j];
    }
    x[i] = (Ab[i][n] - sum) / Ab[i][i];
}

return x;
}

function gauss(A, b) {
    const n = A.length;
    const Ab = new Array(n);

    for (let i = 0; i < n; i++) {
        Ab[i] = [...A[i], b[i]];
    }

    for (let i = 0; i < n - 1; i++) {
        for (let j = i + 1; j < n; j++) {
            const factor = Ab[j][i] / Ab[i][i];
            for (let k = i; k <= n; k++) {
                Ab[j][k] -= factor * Ab[i][k];
            }
        }
    }

    const x = new Array(n);
    for (let i = n - 1; i >= 0; i--) {
        let sum = 0;
        for (let j = i + 1; j < n; j++) {
            sum += Ab[i][j] * x[j];
        }
    }
}

```

```

    x[i] = (Ab[i][n] - sum) / Ab[i][i];
  }

  return x;
}

function decomposeLU(A) {
  const n = A.length;
  const L = new Array(n).fill(null).map(() => new Array(n).fill(0));
  const U = new Array(n).fill(null).map(() => new Array(n).fill(0));

  // Inicializa L com a diagonal principal igual a 1
  for (let i = 0; i < n; i++) {
    L[i][i] = 1;
  }

  for (let i = 0; i < n; i++) {
    let maxRow = i;
    for (let j = i + 1; j < n; j++) {
      if (Math.abs(A[j][i]) > Math.abs(A[maxRow][i])) {
        maxRow = j;
      }
    }

    [A[i], A[maxRow]] = [A[maxRow], A[i]];
    [L[i], L[maxRow]] = [L[maxRow], L[i]];

    for (let j = i + 1; j < n; j++) {
      const factor = A[j][i] / A[i][i];
      L[j][i] = factor;
      for (let k = i; k < n; k++) {
        A[j][k] -= factor * A[i][k];
      }
    }
  }

  for (let i = 0; i < n; i++) {
    for (let j = i; j < n; j++) {
      U[i][j] = A[i][j];
    }
  }

  return { L, U };
}

const A = [[0.4096, 0.1234, 0.3678, 0.2943],
            [0.2246, 0.3872, 0.4015, 0.1129],
            [0.3645, 0.1920, 0.3781, 0.0643],
            [0.1784, 0.4002, 0.2786, 0.3927]]
const b = [0.4043, 0.1550, 0.4240, 0.2557]
const x = gauss(A, b);
console.log(x); // [ 2, 1, -1 ]

```

```

const a = gausspivo(A, b);
console.log(a); // [ 2, 1, -1 ]
const { L, U } = decomposeLU(A);
console.log("L=", L);
console.log("U=", U);

```

Listing 2: Execução do código

```

node main.js
[3.4605863893500874,
1.56095288560023,
-2.934233975722392,
-0.4300595137280605]

```

```

[3.4605863893500883,
1.560952885600231,
-2.9342339757223943,
-0.4300595137280602]

```

```

L = [[ 1, 0, 0, 0 ],
      [ 0.435546875, 0, 0, 1 ],
      [ 0.54833984375, 0.9223022681839759, 0, 0 ],
      [ 0.8898925781249999, 0.23722448222558723, 0.2506079359717326, 0 ]]

```

```

U = [[ 0.4096, 0.1234, 0.3678, 0.2943 ],
      [ 0, 0.346453515625, 0.118405859375, 0.26451855468749996 ],
      [ 0, 0, 0.09061461280091464, -0.2924424789806533 ],
      [ 0, 0, 0, -0.18705725686919206 ]]

```