0962CH02

அத்தியாயம் 2

பாலினோமியல்கள்

2.1 அறிமுகம்

நீங்கள் முந்தைய வகுப்புகளில் இயற்கணிதக் கோவைகள், அவற்றின் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகியவற்றைப் படித்திருக்கிறீர்கள். சில இயற்கணிதக் கோவைகளை எவ்வாறு காரணிப்படுத்துவது என்பதையும் நீங்கள் படித்திருக்கிறீர்கள். இயற்கணித அடையாளங்களை நீங்கள் நினைவு கூர்ந்திருக்கலாம்:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

மற்றும்

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

காரணிப்படுத்தலில் அவற்றின் பயன்பாடு. இந்த அத்தியாயத்தில், பல்லுறுப்புக்கோவை எனப்படும் ஒரு குறிப்பிட்ட வகை இயற்கணித வெளிப்பாடு மற்றும் அதனுடன் தொடர்புடைய சொற்களஞ்சியத்துடன் நமது ஆய்வைத் தொடங்குவோம். மீதமுள்ள தேற்றம் மற்றும் காரணி தேற்றம் மற்றும் பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் காரணிப்படுத்தலில் அவற்றின் பயன்பாடு ஆகியவற்றையும் நாம் படிப்போம். மேற்கூறியவற்றைத் தவிர, காரணிப்படுத்தலில் மற்றும் சில கொடுக்கப்பட்ட வெளிப்பாடுகளை மதிப்பிடுவதில் இன்னும் சில இயற்கணித அடையாளங்களையும் அவற்றின் பயன்பாட்டையும் நாம் படிப்போம்.

2.2 ஒரு மாறியில் பல்லுறுப்புக்கோவைகள்

ஒரு மாறி, எந்த ஒரு மெய்ப்பொருளையும் எடுக்கக்கூடிய ஒரு குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது என்பதை நினைவு கூர்வதன் மூலம் தொடங்குவோம்.

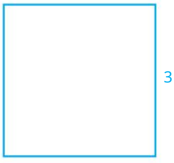
மதிப்பு. மாறிகளைக் குறிக்க x, y, z போன்ற எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்துகிறோம் . 2x, 3x, – x, – என்பதைக் கவனியுங்கள். $\frac{1}{2}x$

இயற்கணித வெளிப்பாடுகள். இந்த வெளிப்பாடுகள் அனைத்தும் (ஒரு மாறிலி) × x வடிவத்தில் உள்ளன . இப்போது நாம் (ஒரு மாறிலி) × (ஒரு மாறிலி) என்று ஒரு வெளிப்பாட்டை எழுத விரும்புகிறோம், மேலும் அந்த மாறிலி என்னவென்று நமக்குத் தெரியாது என்று வைத்துக்கொள்வோம். இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில், மாறிலியை a, b, c, போன்றவற்றாக எழுதுகிறோம் . எனவே வெளிப்பாடு ax ஆக இருக்கும், எடுத்துக்காட்டாக.

இருப்பினும், ஒரு மாறிலியைக் குறிக்கும் எழுத்துக்கும் ஒரு மாறியைக் குறிக்கும் எழுத்துக்கும் வித்தியாசம் உள்ளது. மாறிலிகளின் மதிப்புகள் ஒரு குறிப்பிட்ட சூழ்நிலை முழுவதும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும், அதாவது, கொடுக்கப்பட்ட சிக்கலில் மாறிலிகளின் மதிப்புகள் மாறாது, ஆனால் ஒரு மாறியின் மதிப்பு மாறிக்கொண்டே இருக்கலாம்.

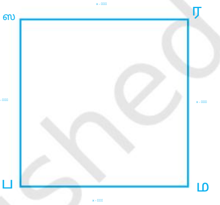
Machine Translated by Google

இப்போது, 3 அலகு பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு சதுரத்தைக் கவனியுங்கள் (படம் 2.1 ஐப் பார்க்கவும்). அதன் சுற்றளவு என்ன? ஒரு சதுரத்தின் சுற்றளவு அதன் நான்கு பக்கங்களின் நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை என்பது உங்களுக்குத் தெரியும். இங்கே, ஒவ்வொரு பக்கமும் 3 அலகுகள். எனவே, அதன் சுற்றளவு 4 × 3, அதாவது, 12 அலகுகள். சதுரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கமும் 10 அலகுகள் என்றால் சுற்றளவு என்னவாக இருக்கும்? சுற்றளவு 4 × 10, அதாவது, 40 அலகுகள். ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளம் x அலகுகளாக இருந்தால் (படம் 2.2 ஐப் பார்க்கவும்), சுற்றளவு 4x அலகுகளால் வழங்கப்படுகிறது. எனவே, பக்கத்தின் நீளம் மாறுபடும்போது, சுற்றளவு மாறுபடும்.



படம். 2.1

சதுர PQRS இன் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? இது ஒரு இயற்கணித 2 x × x = x சதுர அலகுகள். x^2 வெளிப்பாடு. 2x, x + 4x + 7 போன்ற பிற இயற்கணித வெளிப்பாடுகளையும் நீங்கள் அறிந்திருப்பீர்கள். இதுவரை நாம் கருத்தில் கொண்ட அனைத்து இயற்கணித வெளிப்பாடுகளும் மாறியின் அடுக்குகளாக முழு எண்களை மட்டுமே கொண்டுள்ளன என்பதை நினைவில் கொள்க. இந்த வடிவத்தின் வெளிப்பாடுகள் ஒரு மாறியில் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டுகளில், மாறி x ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, x + 4x + 7 என்பது a



படம். 2.2

3 – எக்ஸ் 2

x இல் பல்லுறுப்புக்கோவை . இதேபோல், 3y ^{2} + 5y என்பது + 4 இல் உள்ள ஒரு மாறி y மற்றும் t ^{2} பல்லுறுப்புக்கோவை ஆகும், இது t மாறியில் ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை ஆகும் .

பல்லுறுப்புக்கோவை x 2 + 2x இல், x 2 மற்றும் 2x வெளிப்பாடுகள்பல்லுறுப்புக்கோவையின் சொற்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. இதேபோல், 3y 2 + 5y + 7 பல்லுறுப்புக்கோவை மூன்று சொற்களைக் கொண்டுள்ளது, அதாவது, 3y ^{2} உறுப்புகளின் உறுப்புகளை எழுத முடியுமா, அதாவது, –x ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையின் ஒவ்வொரு 4x 2 + 7x – 2 ? இந்தப் பல்லுறுப்புக்கோவையில் 7 உள்ளது. பல்லுறுப்புக்கோவை –x 4 உறுப்புக்கும் ஒரு குணகம் உள்ளது. எனவே, 3 , 4x 2 , 7x மற்றும் –2.

–x 3 + 4x 2 + 7x – 2 இல், x 3 இன் குணகம் –1, x 2 இன் குணகம் 4, x இன் குணகம் 7 மற்றும் –2 என்பது 2 – x + 7?

இன் 0 குணகம் x (நினைவில் கொள்ளுங்கள், x^0 = 1). x இல் x இன் குணகம் உங்களுக்குத் தெரியுமா? இது –1 ஆகும்.

2 என்பதும் ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையே. உண்மையில், 2, –5, 7, போன்றவை நிலையான பல்லுறுப்புக்கோவைகளுக்கு எடுத்துக்காட்டுகள் . மாறிலி பல்லுறுப்புக்கோவை 0 பூஜ்ஜிய பல்லுறுப்புக்கோவை என்று அழைக்கப்படுகிறது. உயர் வகுப்புகளில் நீங்கள் பார்ப்பது போல, அனைத்து பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் தொகுப்பிலும் இது மிக முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது.

இப்போது, x + போன்ற இயற்கணிதக் கோவைகளைக் கவனியுங்கள். $\frac{1}{x}$, எக்ஸ் + 3 மற்றும் $\sqrt{}$ வருடம் ^{2} . நீங்களா

x + எழுத முடியும் என்று எனக்குத் தெரியும். = x + x –1? இங்கே, இரண்டாவது உறுப்பின் அடுக்கு, அதாவது, –1 என்பது –1, இது ஒரு முழு எண் அல்ல. எனவே, இந்த இயற்கணிதக் கோவை ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை அல்ல.

மீண்டும், x + $\sqrt{3}$ ஐ x + 3 என எழுதலாம் . இங்கு x இன் அடுக்கு $\frac{1}{2}$, எது முழு எண் அல்ல. எனவே, x + 3 ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையா? இல்லை, அது இல்லை. என்ன செய்வது? $\sqrt[3]{y}$ + y 2? இது ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையும் அல்ல (ஏன்?).

ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையில் உள்ள மாறி x ஆக இருந்தால், நாம் பல்லுறுப்புக்கோவையை p(x), அல்லது q(x), அல்லது r(x) போன்றவற்றால் குறிக்கலாம். எனவே, எடுத்துக்காட்டாக,

நாம் எழுதலாம்: p(x) = 2x 2 + 5x – 3

q(x) = x 3 –1

r(y) = y 3 + y + 1 2 +

2 – u – u ஒரு 6u 5 s(u) =

பல்லுறுப்புக்கோவை எந்த (வரையறுக்கப்பட்ட) உறுப்புகளையும் கொண்டிருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக,150 + x 149 + ... 2 + x + 1 என்பது 151 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு

பல்லுறுப்புக்கோவை. + x 2x, 2, 5x என்ற பல்லுறுப்புக்கோவைகளைக் கவனியுங்கள் 3 –5x 2 4 இந்தப் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் ஒவ்வொன்றும் ஒரே ஒரு சொல்லை மட்டுமே கொண்டிருப்பதை நீங்கள் காண்கிறீர்களா? ஒரே ஒரு சொல்லைக் கொண்ட பல்லுறுப்புக்கோவைகள் மோனோமியல்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன ('மோனோ' என்றால் 'ஒன்று' என்று பொருள்).

இப்போது பின்வரும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் ஒவ்வொன்றையும் கவனியுங்கள்: p(x) = x + 1, q(x) = x r(y) = y 9 + 1, t(u) = u 2 – x, 15 2 – உள்ளே இவை ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை உறுப்புகள் உள்ளன? இந்த பல்லுறுப்புக்கோவைகள் ஒவ்வொன்றும் இரண்டு உறுப்புகளை மட்டுமே கொண்டுள்ளன. இரண்டு உறுப்புகளை மட்டுமே கொண்ட பல்லுறுப்புக்கோவைகள் இருசொற்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன ('bi' என்றால் 'இரண்டு').

இதேபோல், மூன்று உறுப்புகளை மட்டுமே கொண்ட பல்லுறுப்புக்கோவைகள் முக்கோணங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. ('tri' என்றால் 'மூன்று' என்று பொருள்). முக்கோணங்களின் சில எடுத்துக்காட்டுகள்

p(x) = x + x 2 + ப, q(x) = 2 + x – $\sqrt{x}$ 4 + y + 5. t(y) 2,

r(u) = u + u 2 – 2, = y

இப்போது, p(x) = 3x 7 – 4x 6 + x + 9 என்ற பல்லுறுப்புக்கோவைப் பாருங்கள். x இன் அதிகபட்ச அடுக்கு கொண்ட சொல் எது ? இது 3x 7 ஆகும். இந்த வார்த்தையில் x இன் அடுக்கு 7 ஆகும். அதேபோல், இந்த சொல்லில் y இன் 6 – 4 ஆண்டுகள் 2 – 6 இல், y இன் அதிகபட்ச அடுக்கு கொண்ட சொல் 5y 6 ஆகும் , மேலும் பல்லுறுப்புக்கோவை q(y) = 5y அடுக்கு 6 ஆகும். ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையில் மாறியின் அதிகபட்ச சக்தியை பல்லுறுப்புக்கோவையின் அளவு என்று அழைக்கிறோம். எனவே, 3x 7 – 4x 6 + x + 9 என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் அளவு 7 ஆகும், மேலும் 6 – 4 ஆண்டுகள் 2 – 6 என்பது 6 ஆகும். பூஜ்ஜியமற்ற ஒன்றின் டிகிரி 5y மாறிலி பல்லுறுப்புக்கோவையின் அளவு பூஜ்ஜியமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1: கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பல்லுறுப்புக்கோவைகள் ஒவ்வொன்றின் அளவையும் கண்டறியவும்: (i) x 5 – x 4 + 3 (ii) 2 - y 2 y 3 + 2y – 8 (iii) 2

தீர்வு: (i) மாறியின் அதிகபட்ச அடுக்கு 5 ஆகும். எனவே, பல்லுறுப்புக்கோவையின் அளவு 5 ஆகும்.

(ii) மாறியின் அதிகபட்ச அடுக்கு 8. எனவே, பல்லுறுப்புக்கோவையின் அளவு 8. (iii) இங்கே 2 என்ற ஒரே சொல் உள்ளது, அதை 2x 0 என எழுதலாம். எனவே x இன் அடுக்கு 0 ஆகும்.

எனவே, பல்லுறுப்புக்கோவையின் அளவு 0 ஆகும்.

இப்போது $p(x) = 4x + 5$, $q(y) = 2y$, $r(t) = t + 2$ மற்றும் $s(u) = 3 – u$ ஆகிய பல்லுறுப்புக்கோவைகளைக் $\sqrt{}$ கவனியுங்கள் . இவை அனைத்திற்கும் பொதுவானது ஏதேனும் உள்ளதா? இந்த பல்லுறுப்புக்கோவைகள் ஒவ்வொன்றின் அளவும் ஒன்று. பட்டம் ஒன்றின் பல்லுறுப்புக்கோவை நேரியல் பல்லுறுப்புக்கோவை என்று அழைக்கப்படுகி ஒரு மாறியில் உள்ள சில நேரியல் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் $2x – 1$, $2y + 1$, $2 – u$ ஆகும். இப்போது, x இல் 3 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு நேரியல் பல்லுறுப்புக்கோவையைக் கண்டுபிடிக்க முயற்சிக்கவும் ? x இல் உள்ள ஒரு நேரியல் பல்லுறுப்புக்கோவை அதிகபட்சம் இரண்டு உறுப்புகளைக் கொண்டிருக்கலாம் என்பதால், அதை நீங்கள் கண்டுபிடிக்க முடியாது . எனவே, x இல் உள்ள எந்த நேரியல் பல்லுறுப்புக்கோவையும் $ax + b$ வடிவத்தில் இருக்கும் , இங்கு a மற்றும் b மாறிலிகள் மற்றும் $a ≠ 0$ (ஏன்?). இதேபோல், $ay + b$ என்பது y இல் ஒரு நேரியல் பல்லுறுப்புக்கோவை ஆகும் .

இப்போது பல்லுறுப்புக்கோவைகளைக் கவனியுங்கள்:

$$2x^2 + 5,\ 5x^2 + 3x + \pi,\ x^2 \text{ மற்றும் } x^2 + \frac{2}{(x\ 5)}\ x\ 5$$

அவை அனைத்தும் இரண்டாம் பட்டத்தைச் சேர்ந்தவை என்பதை நீங்கள் ஒப்புக்கொள்கிறீர்களா? இரண்டாம் பட்டத்தின் பல்லுறுப்புக்கோவை அழைக்கப்படுகிறது ஒரு இருபடி பல்லுறுப்புக்கோவை. இருபடி பல்லுறுப்புக்கோவையின் சில எடுத்துக்காட்டுகள் $5 – y^2$, $4y + 5y^2$ மற்றும் $6 – y – y^2$. நான்கு மாறிகளைக் கொண்ட ஒரு மாறியில் ஒரு இருபடி பல்லுறுப்புக்கோவையை எழுத முடியுமா? வெவ்வேறு சொற்களா? ஒரு மாறியில் உள்ள ஒரு இருபடி பல்லுறுப்புக்கோவை அதிகபட்சம் 3 உறுப்புகளைக் கொண்டிருப்பதைக் காண்பீர்கள். நீங்கள் இன்னும் சில இருபடி பல்லுறுப்புக்கோவைகளைப் பட்டியலிட்டால், x இல் உள்ள எந்த இருபடி பல்லுறுப்புக்கோவையும் $ax^2 + bx + c$ வடிவத்தில் இருப்பதைக் காண்பீர்கள் , இங்கு $a ≠ 0$ மற்றும் a, b, c மாறிலிகள் ஆகும். இதேபோல், y இல் உள்ள இருபடி பல்லுறுப்புக்கோவை $ay^2 + by + c$ வடிவத்தில் இருக்கும் , $a ≠ 0$ மற்றும் a, b, c மாறிலிகள் எனில்.

மூன்று டிகிரி கொண்ட பல்லுறுப்புக்கோவையை ஒரு கன பல்லுறுப்புக்கோவை என்கிறோம் . $2x^3 + 4x^2 + 6x + 7$ x- ல் கனசதுர பல்லுறுப்புக்கோவை $4x^3$, $2x^3 + 1$, $5x^3 + x^2$, $6x^3 – x$, $6 – x^3$, இன் சில எடுத்துக்காட்டுகள். எப்படி பல சொற்கள் ஒரு மாறியில் உள்ள ஒரு கனசதுர பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு இருக்க முடியும் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்களா? இது அதிகபட்சமாக 4 சொற்களைக் கொண்டிருக்கலாம். இவை $ax^3 + bx^2 + cx + d$ வடிவத்தில் எழுதப்படலாம் , இங்கு $a ≠ 0$ மற்றும் a, b, c மற்றும் d ஆகியவை மாறிலிகள்.

இப்போது, டிகிரி 1, டிகிரி 2, அல்லது டிகிரி 3 இன் பல்லுறுப்புக்கோவை எப்படி இருக்கும் என்பதை நீங்கள் பார்த்திருக்கிறீர்கள், எந்த இயல் எண் n க்கும் டிகிரி n இன் ஒரு மாறியில் ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையை எழுத முடியுமா? டிகிரி n இன் ஒரு மாறி x இல் உள்ள பல்லுறுப்புக்கோவை என்பது படிவத்தின் வெளிப்பாடாகும்.

$$a0\ ,\ ^{n+(n+)}\ a_{n–1}x^{n–1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

a_1 , a_2 , .

குறிப்பாக, $a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = = a_n = 0$ (அனைத்து மாறிலிகளும் பூஜ்ஜியம்) எனில், நமக்கு பூஜ்ஜிய பல்லுறுப்புக்கோவை கிடைக்கிறது, இது 0 ஆல் குறிக்கப்படுகிறது. பூஜ்ஜிய பல்லுறுப்புக்கோவையின் அளவு என்ன? பூஜ்ஜிய பல்லுறுப்புக்கோவையின் அளவு வரையறுக்கப்படவில்லை.

இதுவரை நாம் ஒரே ஒரு மாறியில் உள்ள பல்லுறுப்புக்கோவைகளைப் பற்றி மட்டுமே கையாண்டுள்ளோம். + ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட மாறிகளில் பல்லுறுப்புக்கோவைகள். எடுத்துக்காட்டாக, ^{2} + மற்றும் ^{2} xyz (இங்கு மாறிகள் + r (இங்கு x என்பது x, y மற்றும் z ஆகும்) மூன்று மாறிகளில் ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை ஆகும். ^{2} + கே^{10} மாறிகள் u மற்றும் v அதேபோல் p மாறிகள் முறையே p, q ^{3} + உள்ளே^{2} ஆக இருக்கும் இடத்தில்) பல்லுறுப்புக்கோவைகள்) என்றும் இருக்கலாம். மற்றும் r), u மூன்று மற்றும் இரண்டு மாறிகள் ஆகும். இதுபோன்ற பல்லுறுப்புக்கோவைகளை நீங்கள் பின்னர் விரிவாகப் படிப்பீர்கள்.

பயிற்சி 2.1

1. பின்வரும் வெளிப்பாடுகளில் எவை ஒரு மாறியில் பல்லுறுப்புக்கோவைகள், எவை அல்ல? உங்கள் பதிலுக்கான காரணங்களைக் குறிப்பிடவும்.

(i) $4x^2 – 3x + 7$ (ii) ஒய் $^2 + 2\sqrt{\ }$ (iii) $3\sqrt{டி}$ டி $+\sqrt{2}$ (iv) மற்றும் + $\frac{2}{மற்றும்}$

(v) x 10 + y 3 + t ^{50} மீ

2. பின்வருவனவற்றில் ஒவ்வொன்றிலும் x 2 இன் குணகங்களை எழுதுங்கள் :

(i) 2 + x ^{2} + எக்ஸ் (ii) 2 - x ^{2} + எக்ஸ் ^{3} (iii) $\frac{ப}{2}$ 2 + xx (iv) $2 1\sqrt{x}$ –

3. டிகிரி 35 இன் இருசொற்களுக்கும், டிகிரி 100 இன் ஓரொறுப்புகளுக்கும் தலா ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடுங்கள்.

4. பின்வரும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் ஒவ்வொன்றின் அளவையும் எழுதுங்கள்:

(i) $5x^3 + 4x^2 + 7x$ (ii) $4 - y^2$

(iii) $5t - 7\sqrt{\ }$ (iv) 3

5. பின்வருவனவற்றை நேரியல், இருபடி மற்றும் கன பல்லுறுப்புக்கோவைகளாக வகைப்படுத்தவும்:

(i) x ^{2} + எக்ஸ் (ii) $x – x^3$ (iii) $y + y^2 + 4$ (iv) 1 + x

(v) 3t (vi) r^2 (vii) $7x^3$

2.3 பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியங்கள்

பல்லுறுப்புக்கோவை p(x) = 5x என்பதைக் கவனியுங்கள். $^3 – 2x^2 + 3x – 2$.

p(x) இல் உள்ள எல்லா இடங்களிலும் x ஐ 1 ஆல் மாற்றினால் ,

நமக்கு p(1) = 5 × (1)3 – 2 × (1)2 + 3 × (1) – 2 கிடைக்கும்.

= 5 – 2 + 3 –2

= 4

எனவே, x = 1 இல் p(x) இன் மதிப்பு 4 என்று

+ 3(0) –2 இதேபோல், கூறுகிறோம் . p(0) = 5(0)3 – 2(0)2

= –2

p(–1)-ஐ கண்டுபிடிக்க முடியுமா ?

எடுத்துக்காட்டு 2: பின்வரும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் ஒவ்வொன்றின் மதிப்பையும் மாறிகளின் சுட்டிக்காட்டப்பட்ட மதிப்பில் கண்டறியவும்:

(i) p(x) = 5x (ii) q(y) = 3y ^{2} – 3x + 7 இல் x = 1.

(iii) p(t) = 4t 4 + 5t 3 2 + ^{3} – 4y + 11 $\sqrt{\ }$ இல் y = 2.

6 இல் t = a. – t

தீர்வு: (i) p(x) = 5x ^{2} – 3x + 7

x = 1 இல் உள்ள பல்லுறுப்புக்கோவை p(x) இன் மதிப்பு p(1) = 5(1)2 –

3(1) + 7 ஆல் வழங்கப்படுகிறது .

= 5 – 3 + 7 = 9

(ii) q(y) = 3y ^{3} – 4y + 11 $\sqrt{\ }$

y = 2 இல் உள்ள பல்லுறுப்புக்கோவை q(y) இன் மதிப்பு பின்வருமாறு வழங்கப்படுகிறது

q(2) = 3(2)3 – 4(2) + 11 = 24 – 8 + $\sqrt{1}$1 = 16 + 11 $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$

(iii) ப(டி) = 4டி 4 + 5டி 3 டி 2 + 6 –

t = a இல் பல்லுறுப்புக்கோவை p(t) இன் மதிப்பு பின்வருமாறு வழங்கப்படுகிறது

ப(அ) = 4அ 4 + 5அ 3 – அ 2 + 6

இப்போது, p(x) = x – 1 என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையைக் கவனியுங்கள் .

p(1) என்றால் என்ன ? கவனிக்கவும்: p(1) = 1 – 1 = 0.

p(1) = 0 எனில் , 1 என்பது p(x) என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியம் என்று கூறுகிறோம் .

இதேபோல், q(x) இன் பூஜ்ஜியம் 2 என்பதை நீங்கள் சரிபார்க்கலாம் , இங்கு q(x) = x – 2.

பொதுவாக, p(x) என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியம் என்பது p(c) = 0 ஆக இருக்கும் ஒரு எண் c என்று கூறுகிறோம் .

x – 1 என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியம், அதை 0 க்கு சமன் செய்வதன் மூலம் பெறப்படுகிறது என்பதை நீங்கள் கவனித்திருக்க வேண்டும், அதாவது, x – 1 = 0, இது x = 1 ஐ அளிக்கிறது. p(x) = 0 என்பது ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாடு என்றும், 1 என்பது p(x) = 0 என்ற பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாட்டின் மூலமாகும் என்றும் கூறுகிறோம் . எனவே, 1 என்பது பல்லுறுப்புக்கோவை x – 1 இன் பூஜ்ஜியம் அல்லது x – 1 = 0 என்ற பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாட்டின் மூலமாகும் என்று கூறுகிறோம் .

இப்போது, மாறிலி பல்லுறுப்புக்கோவை 5 ஐக் கவனியுங்கள். அதன் பூஜ்ஜியம் என்னவென்று உங்களால் சொல்ல முடியுமா? அதற்கு பூஜ்ஜியம் இல்லை, ஏனெனில் x ஐ 5x 0 இல் உள்ள எந்த எண்ணால் மாற்றினாலும் நமக்கு 5 கிடைக்கிறது. உண்மையில், பூஜ்ஜியம் அல்லாத மாறிலி பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு பூஜ்ஜியம் இல்லை. பூஜ்ஜிய பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியங்களைப் பற்றி என்ன? மரபுப்படி, ஒவ்வொரு உண்மையான எண்ணும் பூஜ்ஜிய பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3: x + 2 என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் –2 மற்றும் 2 பூஜ்ஜியங்களா என்பதைச் சரிபார்க்கவும் .

தீர்வு: p(x) = x + 2 என்று வைத்துக்கொள்வோம் .

பின்னர் p(2) = 2 + 2 = 4, p(–2) = –2 + 2 = 0 எனவே, –2

என்பது பல்லுறுப்புக்கோவை x + 2 இன் பூஜ்ஜியமாகும் , ஆனால் 2 அல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 4: p(x) = 2x + 1 என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியத்தைக் கண்டறியவும் .

தீர்வு: p(x) இன் பூஜ்ஜியத்தைக் கண்டுபிடிப்பது சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்குச் சமம்.

p(x) = 0

இப்போது, 2x + 1 = 0 நமக்கு x = ஐ தருகிறது. $-\frac{1}{2}$

எனவே, $-\frac{1}{2}$ 2x + 1 என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியமாகும் .

இப்போது, p(x) = ax + b, a ≠0, ஒரு நேரியல் பல்லுறுப்புக்கோவையாக இருந்தால், நாம் எவ்வாறு ஒரு பூஜ்ஜியத்தைக் கண்டுபிடிப்பது? p(x)? உதாரணம் 4 உங்களுக்கு சில யோசனைகளைத் தந்திருக்கலாம். p(x) என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியத்தைக் கண்டறிதல், p(x) = 0 என்ற பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்குச் சமம் .

இப்போது, p(x) = 0 என்பது ax + b = 0, a ≠0

எனவே, கோடாரி = –b

அதாவது, $x = -\frac{பி}{அ}$.

எனவே, $x = -\frac{பி}{அ}$ என்பது p(x) இன் ஒரே பூஜ்ஜியம் , அதாவது, ஒரு நேரியல் பல்லுறுப்புக்கோவை ஒரே ஒரு பூஜ்ஜியத்தைக் கொண்டுள்ளது.

இப்போது 1 என்பது x – 1 இன் பூஜ்ஜியம் என்றும் , –2 என்பது x + 2 இன் பூஜ்ஜியம் என்றும் நாம் கூறலாம் .

எடுத்துக்காட்டு 5: 2 மற்றும் 0 ஆகியவை x என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியங்களா என்பதைச் சரிபார்க்கவும். ^{2} – 2x.

தீர்வு: விடுங்கள் $p(x) = x^2 - 2x$

பிறகு $ப(2) = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

மற்றும் $ப(0) = 0 - 0 = 0$

எனவே, 2 மற்றும் 0 இரண்டும் x என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியங்கள் ஆகும். ^{2} – 2x.

இப்போது நமது அவதானிப்புகளைப் பட்டியலிடுவோம்:

(i) ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியம் 0 ஆக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

(ii) 0 என்பது ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியமாக இருக்கலாம்.

(iii) ஒவ்வொரு நேரியல் பல்லுறுப்புக்கோவையும் ஒரே ஒரு பூஜ்ஜியத்தைக் கொண்டுள்ளது.

(iv) ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பூஜ்ஜியங்களைக் கொண்டிருக்கலாம்.

பயிற்சி 2.2

1. 5x – 4x என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் மதிப்பைக் கண்டறியவும். ^{2} + 3 மணிக்கு

(i) x = 0 (ii) x = –1 (iii) x = 2

2. பின்வரும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் ஒவ்வொன்றிற்கும் p(0), p(1) மற்றும் p(2) ஆகியவற்றைக் கண்டறியவும் :

(i) $p(y) = y^2$ – மற்றும் + 1 (ii) ப(டி) = 2 + டி + 2டி ^{2} – டி^{3}

(iii) $ப(x) = x^3$ (iv) p(x) = (x – 1) (x + 1)

3. பின்வருபவை அவற்றுக்கு எதிராகக் குறிக்கப்பட்டுள்ள பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியங்களா என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

(i) p(x) = 3x + 1, x = $-\frac{1}{3}$ (ii) p(x) = 5x – π, x = $\frac{4}{5}$

(iii) ப(x) = x^2 – 1, x = 1, –1 (iv) p(x) = (x + 1) (x – 2), x = – 1, 2

(v) ப(x) = x^2, x = 0 (vi) p(x) = lx + m, x = – l $\frac{m}{}$

(vii) ப(x) = $3x^2$ – 1, எக்ஸ் = $-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{3\sqrt{}}$ (viii) p(x) = 2x + 1, x = 2 $\frac{1}{}$

4. பின்வரும் ஒவ்வொரு நிகழ்விலும் பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியத்தைக்

கண்டறியவும்: (i) p(x) = x + 5 (iii) p(x) = 2x + 5 (iv) p(x) = 3x – 2 (vi) p(x) = ax, a ≠ 0 (vii) p(x) = cx + d, c

≠ 0, c, d ஆகியவை உண்மையான எண்கள். (ii) p(x) = x – 5 (v) p(x) = 3x

2.4 பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் காரணியாக்கம்

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டு 10 இன் சூழ்நிலையை இப்போது இன்னும் கூர்ந்து கவனிப்போம். 1 – = 0 என்பதால்,

மீதமுள்ளவை, q (2t + 1) என்பது q(t) இன் காரணியாகும் , அதாவது, q(t) = (2t + 1) g(t) 2 என்று அது நமக்குச் சொல்கிறது.

சில பல்லுறுப்புக்கோவை g(t) க்கு. இது பின்வரும் தேற்றத்தின் ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்வாகும்.

காரணி தேற்றம்: p(x) என்பது n > 1 என்ற டிகிரி கொண்ட பல்லுறுப்புக்கோவையாகவும் , a என்பது ஏதேனும் ஒரு மெய்யெண்ணாகவும்

இருந்தால் , (i) x – a என்பது p(x) இன் காரணியாகவும் , p(a) = 0 எனில் , மற்றும் (ii) p(a) = 0 எனில், x – a என்பது p(x) இன் காரணியாகவும் இருந்தால்.

ஆதாரம்: மீதமுள்ள தேற்றத்தின்படி, p(x)=(x – a) q(x) + p(a).

(i) p(a) = 0 எனில், p(x) = (x – a) q(x), இது x – a என்பது p(x) இன் காரணி என்பதைக் காட்டுகிறது. (ii) x – a

என்பது p(x) இன் காரணி என்பதால், அதே பல்லுறுப்புக்கோவை g(x) க்கு p(x) = (x – a) g(x).

இந்த நிகழ்வில், p(a) = (a – a) g(a) = 0.

எடுத்துக்காட்டு 6: x + 2 என்பது $x^3 + 3x^2 + 5x + 6$ மற்றும் 2x + 4 இன் காரணியா என்பதை ஆராயுங்கள் .

தீர்வு: x + 2 இன் பூஜ்ஜியம் –2. p(x) = $x^3 + 3x^2 + 5x + 6$ மற்றும் s(x) = 2x + 4 என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

பின்னர்,

$$p(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 + 5(-2) + 6$$
$$= -8 + 12 - 10 + 6$$
$$= 0$$

எனவே, காரணி தேற்றத்தின்படி, x + 2 என்பது x இன் ^{3} + 3x ^{2} + 5x + 6.

காரணியாகும் , மீண்டும், s(–2) = 2(–2) + 4 = 0 எனவே, x + 2 என்பது 2x + 4

இன் காரணியாகும். உண்மையில், காரணி தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தாமலேயே இதைச் சரிபார்க்கலாம், ஏனெனில் 2x + 4 = 2(x + 2).

எடுத்துக்காட்டு 7: x – 1 என்பது 4x இன் காரணியாக இருந்தால், k இன் மதிப்பைக் கண்டறியவும். ^{3} + 3x ^{2} – 4x + கே.

தீர்வு: x – 1 என்பது p(x) = 4x இன் காரணியாக இருப்பதால் ^{3} + 3x ^{2} – 4x + k, p(1) = 0 p(1) =

இப்போது, 4(1)3 + 3(1)2 – 4(1) + k

4 + 3 – 4 + கே = 0

கே = –3

எனவே, அதாவது, டிகிரி 2 மற்றும் 3 இன் சில பல்லுறுப்புக்கோவைகளை காரணிப்படுத்த இப்போது காரணி தேற்றத்தைப் பயன்படுத்துவோம்.
2 + lx + m போன்ற இருபடி பல்லுறுப்புக்கோவையின் காரணியாக்கத்தை நீங்கள் ஏற்கனவே அறிந்திருப்பீர்கள் . lx என்ற நடுப் பதத்தை ax + bx ஆகப் பிரித்து ab = m ஆக காரணியாக்கினீர்கள் .
பின்னர் x 2 + lx + m = (x + a) (x + b). இப்போது ax2 + bx + c வகையின் இருபடி பல்லுறுப்புக்கோவைகளை காரணியாக்க முயற்சிப்போம் , இங்கு a ≠ 0 மற்றும் a, b, c ஆகியவை மாறிலிகள்.

நடுத்தர உறுப்பைப் பிரிப்பதன் மூலம் பல்லுறுப்புக்கோவை ax2 + bx + c இன் காரணியாக்கம் பின்வருமாறு:

அதன் காரணிகள் (px + q) மற்றும் (rx + s) ஆக இருக்கட்டும் . 3x (3x) ^{2} = 3x = ஈவின் முதல் உறுப்பு

பின்னர் ax2 + bx + c = (px + q) (rx + s) = pr x2 + (ps + qr) x + qs

x இன் குணகங்களை ஒப்பிடுதல் ^{2}, நமக்கு a = pr கிடைக்கிறது .

இதேபோல், x இன் குணகங்களை ஒப்பிடுகையில் , நமக்கு b = ps + qr கிடைக்கிறது.

மேலும், நிலையான உறுப்புகளை ஒப்பிடுகையில், நமக்கு c = qs கிடைக்கிறது.

இது b என்பது இரண்டு எண்கள் ps மற்றும் qr இன் கூட்டுத்தொகை என்பதைக் காட்டுகிறது , அதன் பெருக்கல் (ps)(qr) = (pr)(qs) = ac.

எனவே, ax2 + bx + c ஐ காரணிப்படுத்த , b ஐ இரண்டின் கூட்டுத்தொகையாக எழுத வேண்டும்.
பெருக்கப்பொருளின் மதிப்பு ac ஆக உள்ள எண்கள். இது எடுத்துக்காட்டு 13 இலிருந்து தெளிவாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 8: நடுத்தர உறுப்பைப் பிரித்து, காரணி தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி 6x 2 + 17x + 5 ஐ காரணிப்படுத்தவும் .

தீர்வு 1: (பிரிக்கும் முறை மூலம்): p + q = 17 மற்றும் pq = 6 × 5 = 30 என இரண்டு எண்கள் p மற்றும் q ஐக் கண்டுபிடிக்க முடிந்தால் , காரணிகளைப் பெறலாம்.

எனவே, 30 இன் காரணிகளின் ஜோடிகளைத் தேடுவோம். சில 1 மற்றும் 30, 2 மற்றும் 15, 3 மற்றும் 10, 5 மற்றும் 6 ஆகும். இந்த ஜோடிகளில், 2 மற்றும் 15 நமக்கு p + q = 17 ஐக் கொடுக்கும்.

எனவே, $6x^2 + 17x + 5 = 6x^2 + (2 + 15)x + 5$

$= 6x^2 + 2x + 15x + 5$

$= 2x(3x + 1) + 5(3x + 1)$

$= (3x + 1)(2x + 5)$

தீர்வு 2: (காரணி தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி)

$6x^2 + 17x + 5 = 6\left(x^2 + \frac{17}{6}x + \frac{5}{6}\right) = 6\,p(x)$, என்று கூறுங்கள். a மற்றும் b ஆகியவை p(x) இன் பூஜ்ஜியங்களாக இருந்தால், பின்னர்

$6x^2 + 17x + 5 = 6(x - a)(x - b)$. எனவே, $ab = \frac{5}{6}$. a மற்றும் க்கான சில சாத்தியக்கூறுகளைப் பார்ப்போம்

b. அவை இருக்கலாம் $\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{5}{3}, \pm\frac{5}{2}, \pm 1$. இப்போது, $p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{17}{6}\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{6} \neq 0$. ஆனால்

$p\left(\frac{-1}{3}\right) = 0$. எனவே, $\left(x + \frac{1}{3}\right)$ p(x) இன் காரணியாகும் . இதேபோல், சோதனை மூலம், நீங்கள் அதைக் கண்டறியலாம்

$\left(x + \frac{5}{2}\right)$ என்பது p(x) இன் காரணியாகும் .

எனவே, $6x^2 + 17x + 5 = 6\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{5}{2}\right)$

$= 6\left(\frac{3x + 1}{3}\right)\left(\frac{2x + 5}{2}\right)$

$= (3x + 1)(2x + 5)$

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில், பிரித்தல் முறையின் பயன்பாடு மிகவும் திறமையானதாகத் தோன்றுகிறது. இருப்பினும், இன்னொரு உதாரணத்தைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

எடுத்துக்காட்டு 9: y ஐ காரணிப்படுத்து ^{2} – காரணி தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி 5y + 6.

தீர்வு: p(y) = y என்று வைத்துக்கொள்வோம் ^{2} – 5y + 6. இப்போது, p(y) = (y – a) (y – b) எனில், உங்களுக்குத் தெரியும் நிலையான சொல் ab ஆக இருக்கும் . எனவே, ab = 6. எனவே, p(y) இன் காரணிகளைத் தேட , நாம் 6 இன் காரணிகள்.

6 இன் காரணிகள் 1, 2 மற்றும் 3 ஆகும்.

இப்போது, $p(2) = 2^2 - (5 \times 2) + 6 = 0$

எனவே, y – 2 என்பது p(y) இன் காரணியாகும் .

மேலும், p(3) = 32 – (5 × 3) + 6 = 0

எனவே, y – 3 என்பது y இன் காரணியாகும். ^{2} – 5y + 6.

எனவே, $y^2 – 5y + 6 = (y – 2)(y – 3)$

y என்பதை ^{2} – 5y + 6 ஐ நடுத்தர உறுப்பு –5y ஐப் பிரிப்பதன் மூலமும் காரணிப்படுத்தலாம் .

நினைவில் கொள்க. இப்போது, கனசதுர பல்லுறுப்புக்கோவைகளை காரணியாக்குவதைக் கருத்தில் கொள்வோம். இங்கே, பிரிக்கும் முறை தொடங்குவதற்குப் பொருத்தமானதாக இருக்காது. பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில் நீங்கள் காண்பது போல, முதலில் குறைந்தபட்சம் ஒரு காரணியையாவது நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 10: x ஐ காரணிப்படுத்து ^{3} – 23x 2 + 142x – 120.

தீர்வு: p(x) = x என வைத்துக்கொள்வோம் . ^{3} – 23எக்ஸ் 2 + 142எக்ஸ் – 120

இப்போது நாம் –120 இன் அனைத்து காரணிகளையும் தேடுவோம். இவற்றில் சில ±1, ±2, ±3,

±4, ±5, ±6, ±8, ±10, ±12, ±15, ±20, ±24, ±30, ±60.

சோதனை மூலம், p(1) = 0 என்பதைக் காண்கிறோம். எனவே x – 1 என்பது p(x) இன் காரணியாகும் .

இப்போது நாம் x ஐப் பார்க்கிறோம் ^{3} – 23எக்ஸ் 2 + 142எக்ஸ் – 120 = எக்ஸ் ^{3} – எக்ஸ் ^{2} – 22எக்ஸ் 2 + 22எக்ஸ் + 120எக்ஸ் – 120

$= x^2 (x –1) – 22x(x – 1) + 120(x – 1)$ (ஏன்?)

$= (x – 1) (x^2 – 22x + 120)$ [(x – 1) பொதுவானதாக எடுத்துக்கொள்வது]

p(x) ஐ x – 1 ஆல் வகுப்பதன் மூலமும் நாம் இதைப் பெற்றிருக்கலாம் .

இப்போது x^2 – 22x + 120 ஐ நடுத்தர உறுப்பைப் பிரிப்பதன் மூலமோ அல்லது பயன்படுத்துவதன் மூலமோ காரணிப்படுத்தலாம் காரணி தேற்றம் x . நடுத்தர உறுப்பைப் பிரிப்பதன் மூலம், நமக்குக் கிடைக்கும்:

x^2 – 22எக்ஸ் + 120 = எக்ஸ்2 – 12எக்ஸ் – 10எக்ஸ் + 120

$= x(x – 12) – 10(x – 12) = (x – 12) (x – 10)$

எனவே, $x^3 – 23x^2 – 142x – 120 = (x – 1)(x – 10)(x – 12)$

பயிற்சி 2.3

1. பின்வரும் பல்லுறுப்புக்கோவைகளில் எது (x + 1) காரணியைக் கொண்டுள்ளது என்பதைத் தீர்மானிக்கவும்:

(i) $x^3 + x^2$ + எக்ஸ் + 1 (ii) $x^4 + x^3 + x^2$ + எக்ஸ் + 1

(iii) $x^4 + 3x^3 + 3x^2$ + எக்ஸ் + 1 (iv) $x^3 – x^2 – (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு நிகழ்விலும் g(x) என்பது p(x) இன் காரணியா என்பதை தீர்மானிக்க காரணி தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தவும் : (i) $p(x) = 2x^3 + x^2 – 2x – 1$, g(x) = x + 1

(ii) ப(x) = x 3 + 3x ^{2} + 3x + 1, g(x) = x + 2

(iii) ப(x) = x ^{3} – 4x ^{2} + x + 6, g(x) = x – 3

3. பின்வரும் ஒவ்வொரு நிகழ்விலும் x – 1 என்பது p(x) இன் காரணியாக இருந்தால், k இன் மதிப்பைக்

(i) p(x) = x ^{2} கண்டறியவும் : + x + k

(ii) ப(x) = 2x ^{2} + kx + 2$\sqrt{\ }$

(iii) p(x) = kx2 – 2 $\sqrt{x}$ + 1

(iv) p(x) = kx2 – 3x + k

4. காரணிப்படுத்து :

(i) 12x ^{2} – 7x + 1

(ii) 2x ^{2} + 7x + 3

(iii) 6x ^{2} + 5x – 6

(iv) 3x ^{2} – எக்ஸ் – 4

5. காரணிப்படுத்து :

(i) x 3 ^{3} – 2x ^{2} – எக்ஸ் + 2

(ii) x ^{3} – 3x ^{2} – 9x – 5

(iii) x + 13x ^{2} + 32எக்ஸ் + 20

(iv) 2y3 + y ^{2} – 2 வருடம் – 1

2.5 இயற்கணித அடையாளங்கள்

உங்கள் முந்தைய வகுப்புகளிலிருந்து, ஒரு இயற்கணித முற்றொப்பம் என்பது அதில் நிகழும் மாறிகளின் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் உண்மையாக இருக்கும் ஒரு இயற்கணித சமன்பாடு என்பதை நீங்கள் நினைவில் கொள்ளலாம். முந்தைய வகுப்புகளில் பின்வரும் இயற்கணித முற்றொப்பங்களைப்

அடையாளம் I : (x + y) ^{2} = x படித்தீர்கள்: 2 + 2xy + y ^{2}

அடையாளம் II : (x – y) ^{2} 2 = x – 2xy + y ^{2}

அடையாளம் III : x ^{2} - மற்றும் ^{2} = (x + y) (x – y)

அடையாளம் IV : (x + a) (x + b) = x 2 + (a + b)x + ab இயற்கணிதக்

கோவைகளை காரணிப்படுத்த இந்த இயற்கணித அடையாளங்களில் சிலவற்றையும் நீங்கள் பயன்படுத்தியிருக்க வேண்டும். கணக்கீடுகளிலும் அவற்றின் பயன்பாட்டைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 11: பொருத்தமான அடையாளங்களைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் தயாரிப்புகளைக்

(i) (x + 3) (x + 3) கண்டறியவும்: (ii) (x – 3) (x + 5)

தீர்வு: (i) இங்கே நாம் Identity I ஐப் பயன்படுத்தலாம்: (x + y) நமக்குக் ^{2} = எக்ஸ் ^{2} + 2xy + y ^{2}. அதில் y = 3 ஐ வைப்பது, கிடைக்கும்

(x + 3) (x + 3) = (x + 3)2 = x ^{2} + 2(எக்ஸ்)(3) + (3)2

= எக்ஸ்2 + 6x + 9

(ii) மேலே உள்ள அடையாளம் IV ஐப் பயன்படுத்தி, அதாவது, (x + a) (x + b) = x 2 + (a + b)x + ab, நமக்குக் கிடைக்கிறது

5) = x 2 + 2x – 15 2 + (–3 + 5)x + (–3)(5) (x – 3) (x +

= எக்ஸ்

எடுத்துக்காட்டு 12: நேரடியாகப் பெருக்காமல் 105 × 106 ஐ மதிப்பிடுங்கள்.

தீர்வு : 105 × 106 = (100 + 5) × (100 + 6)

= (100)2 + (5 + 6) (100) + (5 × 6), அடையாளம் IV ஐப் பயன்படுத்துகிறது.

= 10000 + 1100 + 30

= 11130

மேலே பட்டியலிடப்பட்டுள்ள அடையாளங்களின் சில பயன்பாடுகளை நீங்கள் சிலவற்றின் பெருக்கற்பலனைக் கண்டறிவதில் பார்த்திருப்பீர்கள். கொடுக்கப்பட்ட கோவைகள். இந்த அடையாளங்கள் இயற்கணித கோவைகளின் காரணியாக்கத்தில் பயனுள்ளதாக இருக்கும். மேலும், பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளில் நீங்கள் காணக்கூடியது போல.

எடுத்துக்காட்டு 13: காரணிப்படுத்து:

(i) 49a 2 + 70ab + 25b 2 (ii) (ஆ) $\frac{25}{4}x^2 - \frac{மற்றும்^2}{9}$

தீர்வு: (i) இங்கே நீங்கள் அதைக் காணலாம்

49அ 2 = (7 அ) 2, 25பி 2 = (5b) 2, 70ab = 2(7a) (5b)

கொடுக்கப்பட்ட வெளிப்பாட்டை x உடன் ஒப்பிடுதல் 2 + 2xy + y 2, x = 7a மற்றும் y = 5b என்பதைக் கவனிக்கிறோம் .

அடையாளம் I ஐப் பயன்படுத்தி, நமக்குக் கிடைக்கும்

49அ 2 + 70அ + 25ஆ 2 = (7a + 5b) 2 = (7a + 5b) (7a + 5b)

(ii) எங்களிடம் உள்ளது $\frac{25}{4}x^2 - \frac{மற்றும்^2}{9} = \left(\frac{5}{2}x\right)^2 - \left(\frac{மற்றும்}{3}\right)^2$

இப்போது அதை அடையாள III உடன் ஒப்பிட்டுப் பார்த்தால், நமக்குக் கிடைக்கும்

$$\frac{25}{4}x^2 - \frac{மற்றும்^2}{9} = \left(\frac{5}{2}x\right)^2 - \left(\frac{மற்றும்}{3}\right)^2$$

$$= \left(\frac{5}{2}x + \frac{y}{3}\right)\left(\frac{5}{2}x - \frac{மற்றும்}{3}\right)$$

இதுவரை, நமது அனைத்து அடையாளங்களும் இருசொற்களின் தயாரிப்புகளை உள்ளடக்கியது. இப்போது அடையாளத்தை நீட்டிப்போம் x + y + z என்ற முக்கோணத்திற்கு I. நாம் (x + y + z) ஐக் கணக்கிடுவோம். 2 அடையாளம் I ஐப் பயன்படுத்துவதன் மூலம்.

x + y = t என்று வைத்துக்கொள்வோம் . பிறகு,

(எக்ஸ் + ஒய் + இசட்) 2 = (t + z) 2

= டி2 + 2tz + t 2 (அடையாளம் I ஐப் பயன்படுத்துதல்)

= (x + y) 2 + 2(x + y)z + z 2 (t இன் மதிப்பை மாற்றுதல்)

2 = x + 2xy + y 2 + 2xz + 2yz + z 2 (அடையாளம் I ஐப் பயன்படுத்துதல்)

2 = x 2 2 + உடன் + மற்றும் + 2xy + 2yz + 2zx (விதிமுறைகளை மறுசீரமைத்தல்)

எனவே, நாம் பின்வரும் அடையாளத்தைப்

அடையாளம் V: (x + y + z) 2 = எக்ஸ்பெறுகிறோம்2 + y 2 + z 2 + 2xy + 2yz + 2zx

குறிப்பு: வலது பக்க வெளிப்பாட்டை இடது பக்க வெளிப்பாட்டின் விரிவாக்கப்பட்ட வடிவம் என்று அழைக்கிறோம். (x + y + z) 2 இன் விரிவாக்கம் மூன்று சதுர உறுப்புகளையும் மூன்று பெருக்கல் உறுப்புகளையும் கொண்டுள்ளது என்பதை நினைவில் கொள்க.

எடுத்துக்காட்டு 14: (3a + 4b + 5c) 2 ஐ விரிவாக்கப்பவ்டிவத்தில் எழுதவும்.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட வெளிப்பாட்டை (x + y + z) உடன் ஒப்பிடுதல். 2, நாங்கள் அதைக் கண்டுபிடித்தோம்.

x = 3a, y = 4b மற்றும் z = 5c.

எனவே, அடையாளம் V ஐப் பயன்படுத்தும்போது, நமக்கு = (3a)

(3அ + 4ஆ + 5சி) 2 கிடைக்கிறது. 2 + (4b) 2 + (5c) 2 + 2(3a)(4b) + 2(4b)(5c) + 2(5c)(3a)

= 9a 2 + 16b 2 + 25c 2 + 24ab + 40bc + 30ac

எடுத்துக்காட்டு 15: விரிவாக்கு (4a – 2b – 3c) 2.

தீர்வு: அடையாளம் V ஐப் பயன்படுத்தி, நமக்குக்

(4அ – 2ஆ – 3சி) 2 கிடைப்பது = [4a + (–2b) + (–

3c)]2 2 + (–2b) 2 + (–3c) 2 + 2(4a)(–2b) + 2(–2b)(–3c) + 2(–3c)(4a) = (4a)

= 16a 2 + 4b 2 + 9c 2 – 16ab + 12bc – 24ac

எடுத்துக்காட்டு 16: 4x 2 + y 2 + z ஐ காரணிப்படுத்து 2 – 4xy – 2yz + 4xz.

தீர்வு: எங்களிடம் 4x உள்ளது 2 + மற்றும் 2 + z2 – 4xy – 2yz + 4xz = (2x) 2 + (–y) + 2 + (உடன்) 2 + 2(2x)(–y)

2(–y)(z) + 2(2x)(z)

= [2x + (–y) + z] = (2x – y 2 (V அடையாளத்தைப்

+ z) 2 பயன்படுத்தி) = (2x – y + z)(2x – y + z)

இதுவரை, இரண்டாம் நிலை சொற்களை உள்ளடக்கிய அடையாளங்களைக் கையாண்டுள்ளோம். இப்போது நாம் . கணக்கிடுவதற்கு அடையாள I ஐ நீட்டிக்கவும் (x + y) 3 எங்களிடம் உள்ளது:

(x + y) 3 = (x + y) (x + y) = (x + y) 2

(x 2 + 2xy + y = x(x 2 + 2xy + y) 2)

2) + y(x 2 + 2xy + y 2)

3 = x + 2x 2y + xy2 + x 2y + 2xy2 + y 3

3 = x + 3x 2y + 3xy2 + y 3 + y 3

= எக்ஸ் 3 + 3xy(x + y)

எனவே, நாம் பின்வரும் அடையாளத்தைப் பெறுகிறோம்:

அடையாளம் VI : (x + y) 3 3 = எக்ஸ் + மற்றும் 3 + 3xy (x + y)

மேலும், அடையாள VI இல் y ஐ –y ஆல் மாற்றுவதன் மூலம், நாம் பெறுகிறோம்

அடையாளம் VII : (x – y) 3 3 = x - மற்றும் 3 – 3xy(x – y) – 3x 2y

3 = x + 3xy2 – y 3

எடுத்துக்காட்டு 17: பின்வரும் கனசதுரங்களை விரிவாக்கப்பட்ட வடிவத்தில் எழுதவும்:

(i) (3a + 4b) 3 (ii) (5p – 3q) 3

தீர்வு: (i) கொடுக்கப்பட்ட வெளிப்பாட்டை (x + y) 3, x = 3a மற்றும் y = 4b உடன் நாங்கள் அதைக் கண்டுபிடித்தோம். ஒப்பிடுதல்.

எனவே, Identity VI ஐப் பயன்படுத்தி, நமக்குக்

கிடைப்பது: (3a + 4b) 3 = (3a) 3 + (4b) 3 + 3(3a)(4b)(3a + 4b)

= 27a 3 + 64b 3 + 108a 2b + 144ab2

(ii) கொடுக்கப்பட்ட வெளிப்பாட்டை (x – y) 3, x = 5p, y = 3q உடன் நாங்கள் அதைக் கண்டுபிடித்தோம். ஒப்பிடுதல்.

எனவே, அடையாள VII ஐப் பயன்படுத்தி, நமக்குக் கிடைப்பது:

(5ப – 3கி) 3 = (5 ப) 3 - (3 கி) 3 – 3(5ப)(3க்யூ)(5ப – 3க்யூ)

= 125 ப 3 – 27 கி. 3 – 225ப 2க்யூ + 135பக்யூ2

எடுத்துக்காட்டு 18: பின்வருவனவற்றில் ஒவ்வொன்றையும் பொருத்தமான அடையாளங்களைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடவும்: (i) (104)3 (ii) (999)3

தீர்வு: (i) எங்களிடம் உள்ளது

(104)3 = (100 + 4)3

= (100)3 + (4)3 + 3(100)(4)(100 + 4)

(அடையாள VI ஐப் பயன்படுத்துதல்)

= 1000000 + 64 + 124800

= 1124864

(ii) எங்களிடம் உள்ளது

(999)3 = (1000 – 1)3

= (1000)3 – (1)3 – 3(1000)(1)(1000 – 1)

(அடையாளம் VII ஐப் பயன்படுத்துதல்)

= 1000000000 – 1 – 2997000

= 997002999

எடுத்துக்காட்டு 19: 8x ஐ காரணிப்படுத்து^{3} + 27 வயது^{3} + 36x (எக்ஸ்)^{2}y + 54xy2

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட வெளிப்பாட்டை (2x) 3 + (3y) 3 + 3(4x = (2x) 3

+ (3y) 3 + 3(2x) என ^{2})(3y) + 3(2x)(9y) ^{2})

எழுதலாம் . ^{2}(3y) + 3(2x)(3y) ^{2}

= (2x + 3y) ^{3} (அடையாளம் VI ஐப்

பயன்படுத்தி) = (2x + 3y)(2x + 3y)(2x + 3y)

இப்போது (x + y + z)(x) ஐக் கவனியுங்கள்^{2} + மற்றும்^{2} + உடன்^{2} – xy – yz – zx)

விரிவடையும் போது, நமக்குப் பொருள் பின்வருமாறு கிடைக்கும்

2 + 2 + y 2 + z x(x ^{2} xy – yz – zx) + y(x 2 + y 2 + z – ^{2} – xy – yz – zx)

yz2y-2 + z + z(x 3 + ^{2} – yz – zx) = x 3 + xy2 + xz – xy ^{2} – x 2y – xyz – zx2 + x 2y

xy2 – y + y ^{2}z – xyz + x 3 + y ^{2}z + y ^{2}உடன் + உடன்^{3} – xyz – yz2 – xz2

= எக்ஸ்3 + z ^{3} – 3xyz (எளிமைப்படுத்தலில்)

எனவே, நாம் பின்வரும் அடையாளத்தைப் பெறுகிறோம்:

அடையாளம் VIII : x ^{3} + மற்றும் 3 3 + உடன் – 3xyz = (x + y + z)(x ^{2} + மற்றும்^{2} + உடன்^{2} – xy – yz – zx)

எடுத்துக்காட்டு 20: காரணியாக்கு : 8x^3 + மற்றும்^{3} + 27z (அ)^3 – 18xyz (செவ்வாய்)

தீர்வு: இங்கே, எங்களிடம் உள்ளது

8x 3 + y 3 + 27z 3 – 18xyz 3 + y 3

+ y + 3z) + (3z) = (2x) = (2x ^{3} – 3(2x)(y)(3z)

[(2x) 2 + y 2 + (3z) = (2x + y + 3z) (4x 2 + y 2 – ^{2} – (2x)(y) – (y)(3z) – (2x)(3z)]

2 + 9z) 6z

பயிற்சி 2.4

1. பின்வரும் தயாரிப்புகளைக் கண்டறிய பொருத்தமான அடையாளங்களைப் பயன்படுத்தவும்:

(i) (x + 4) (x + 10) (ii) (x + 8) (x – 10) (iii) (3x + 4) (3x – 5)

(iv) (மற்றும்^{2} + $\frac{3)}{2)}$ (மற்றும் ^{2} – $\frac{3}{2}$) (v) (3 – 2x) (3 + 2x)

2. பின்வரும் பொருட்களை நேரடியாகப் பெருக்காமல் மதிப்பிடவும்:

(i) 103 × 107 (ii) 95 × 96 (iii) 104 × 96

3. பொருத்தமான அடையாளங்களைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றை காரணிப்படுத்துங்கள்:

(i) 9x ^{2} + 6xy + y ^{2} (ii) 4y ^{2} – 4y + 1 (iii) x ^{2} – $\frac{2}{\text{மற்றும் } 100}$

4. பொருத்தமான அடையாளங்களைப் பயன்படுத்தி, பின்வருவனவற்றில் ஒவ்வொன்றையும்

(i) $(x + 2y + 4z)^2$ விரிவாக்கவும்: (ii) $(2x – y + z)^2$ (iii) $(–2x + 3y + 2z)^2$

(iv) $(3a – 7b – c)^2$ (v) $(–2x + 5y – 3z)^2$ 4 1 2 1 (vi) ab 1 + 2

5. காரணிப்படுத்து:

(i) $4x^2$ + 9 ஆண்டுகள் ^{2} + $16z$ (அ) ^{2} + $12xy – 24yz – 16xz$

(ii) $2x^2$ + மற்றும் ^{2} + $8z$ (அ) ^{2} $– 2\sqrt{2}xy + 4\sqrt{2}yz – 8xz$

6. பின்வரும் கனசதுரங்களை விரிவாக்கப்பட்ட வடிவத்தில் எழுதுங்கள்:

(i) $(2x + 1)^3$ (ii) $(2a – 3b)^3$ 2 3 (iii) 1 + 3 (iv) $– 2 x 3$ ^{3}

7. பொருத்தமான அடையாளங்களைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றை

மதிப்பிடவும்: (i) $(99)^3$ (ii) $(102)^3$ 8. பின்வருவனவற்றில் (iii) $(998)^3$

ஒவ்வொன்றையும் காரணியாக்குங்கள்: (i) $8a^3 +$

$b^3 + 12a^2b + 6ab^2$ (iii) $27 – 125a^3 –$ (ii) $8a^3 – b^3 – 12a^2b + 6ab^2$ (iv)

$135a + 225a^2$ $64a^3 – 27b^3 – 144a^2b + 108ab^2$

(v) 27ப ^{3} – $\frac{1}{216}$ தமிழ் – $\frac{9}{2}$ப ^{2} 1 ப + 4

9. சரிபார்க்கவும் : (i) $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 – xy + y^2)$ (ii) $x^3 – y^3$ மற்றும் $= (x – y)(x^2 + xy + y^2)$

10. பின்வருவனவற்றில் ஒவ்வொன்றையும்

(i) $27y^3 + 125z^3$ காரணிப்படுத்தவும்: (ii) $64m^3 – 343n^3$

[குறிப்பு : கேள்வி 9 ஐப் பார்க்கவும்.]

11. காரணிப்படுத்து : $27x^3 + y^3 + z^3$ – 9xyz (இரட்டையர்)

12. $x^3 + y^3 + z^3$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும். $\frac{1}{}$ ( ) ( ) – 3xyz = + + xyzxy 2 ^{2} + ( ) yz ^{2} (இசட்எக்ஸ்) ^{2}

13. $x + y + z = 0$ எனில், $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ என்பதைக்

14. காட்டு. கனசதுரங்களைக் கணக்கிடாமல், பின்வருவனவற்றில் ஒவ்வொன்றின் மதிப்பையும்

கண்டறியவும்: (i) $(–12)^3 +$

$(7)^3 + (5)^3$ (ii) $(28)^3 + (–15)^3 + (–13)^3$

15. பின்வருவனவற்றின் நீளம் மற்றும் அகலத்திற்கான சாத்தியமான வெளிப்பாடுகளைக் கொடுங்கள்.

செவ்வகங்கள், அவற்றின் பகுதிகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

பகுதி: 25அ ^{2} – 35 அ + 12	பரப்பளவு: 35 ஆண்டுகள் ^{2} + 13 ஆண்டுகள் –12
(நான்)	(ii) (ஆ)

16. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கனசதுரங்களின் பரிமாணங்களுக்கான சாத்தியமான வெளிப்பாடுகள் யாவை?

தொகுதி: $3x^2$ – 12 மடங்கு	தொகுதி : 12ky2 + 8ky – 20k
(நான்)	(ii) (ஆ)

2.6 சுருக்கம்

இந்த அத்தியாயத்தில், நீங்கள் பின்வரும் புள்ளிகளைப் படித்தீர்கள்: 1. ஒரு மாறி x

இல் உள்ள பல்லுறுப்புக்கோவை p(x) என்பது x இல் உள்ள ஒரு இயற்கணித வெளிப்பாடாகும் .

p(x) = ஒரு x^{n} + an−1x $^{n-1 (n-1)}$ + . . . + a2 எக்ஸ் 2 + a1 x + a0 ,

இங்கு a0 , a1 , a2 , .

0 2 என் , எக்ஸ், எக்ஸ்எக்ஸ் , . . ., , மற்றும் n என்பது பட்டம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

, ஒரு−1 x $^{n-1}$ அழைக்கப்படுகிறது , பல்லுறுப்புக்கோவையின் ஒரு சொல் என்று

2. ஒரு சொல்லின் பல்லுறுப்புக்கோவை ஒரு மோனோமியல் எனப்படும்.

3. இரண்டு உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை இருசொற் எனப்படும்.

4. மூன்று உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை முக்கோணம் எனப்படும்.

5. ஒன்றாம் டிகிரி கொண்ட பல்லுறுப்புக்கோவை நேரியல் பல்லுறுப்புக்கோவை எனப்படும்.

6. இரண்டாம் பட்டத்தின் பல்லுறுப்புக்கோவை இருபடி பல்லுறுப்புக்கோவை எனப்படும்.

7. மூன்றாம் டிகிரி கொண்ட பல்லுறுப்புக்கோவை கன பல்லுறுப்புக்கோவை எனப்படும்.

8. p(a) = 0 எனில், ஒரு மெய்யெண் 'a' என்பது ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை p(x) இன் பூஜ்ஜியமாகும் . இந்த நிகழ்வில், a என்பது a என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. சமன்பாட்டின் வேர் p(x) = 0.

9. ஒரு மாறியில் உள்ள ஒவ்வொரு நேரியல் பல்லுறுப்புக்கோவையும் ஒரு தனித்துவமான பூஜ்ஜியத்தைக் கொண்டுள்ளது, பூஜ்ஜியமற்ற மாறிலி பல்லுறுப்புக்கோவை பூஜ்ஜியத்தைக் கொண்டிருக்கவில்லை, மேலும் ஒவ்வொரு மெய் எண்ணும் பூஜ்ஜிய பல்லுறுப்புக்கோவையின் பூஜ்ஜியமாகும்.

10. காரணி தேற்றம்: x – a என்பது பல்லுறுப்புக்கோவை p(x) இன் ஒரு காரணி, p(a) = 0 எனில் . மேலும், x – a என்பது ஒரு காரணி எனில் p(x) இன் மதிப்பு , பின்னர் p(a) = 0.

11. $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$ 12. $(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$

13. $(x - y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$

14. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$