0962CH02

प्रकरण २

बहुपदी

२.१ परिचय

तुम्ही मागील वर्गात बीजगणितीय पदावली, त्यांची बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार आणि भागाकार यांचा अभ्यास केला आहे. काही बीजगणितीय पदावलींचे अवयवदान कसे करायचे याचाही अभ्यास केला आहे. तुम्हाला बीजगणितीय ओळख आठवत असेल:

$$(x + y)^{२} = x^{२} + २xy + y^{२}$$

$$(\text{क्ष - वाई})^{२} = x^{२} - २xy + y^{२}$$

आणि

$$\text{एक्स}^{२} - \text{आणि}^{२} = (x + y)(x - y)$$

आणि अवयवीकरणात त्यांचा वापर. या प्रकरणात, आपण बहुपदी नावाच्या एका विशिष्ट प्रकारच्या बीजगणितीय पदावली आणि त्याच्याशी संबंधित शब्दावलीने आपला अभ्यास सुरू करू. आपण शेष प्रमेय आणि अवयव प्रमेय आणि बहुपदींच्या अवयवीकरणात त्यांचा वापर देखील अभ्यासू. वरील व्यतिरिक्त, आपण काही अधिक बीजगणितीय ओळखी आणि अवयवीकरणात आणि काही दिलेल्या पदावलींचे मूल्यांकन करण्यात त्यांचा वापर अभ्यासू.

२.२ एका चलातील बहुपदी

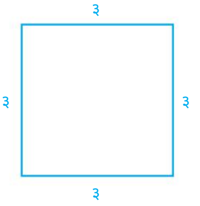
चला सुरुवात करूया की चल हे अशा चिन्हाने दर्शविले जाते जे कोणतेही वास्तव घेऊ शकते.

मूल्य. आपण चल दर्शवण्यासाठी x, y, z **इत्यादी** अक्षरे वापरतो **. लक्षात घ्या की** 2x, 3x, – x, – $\frac{१}{२}$x

बीजगणितीय राशी आहेत. या सर्व राशी (स्थिर) × x या स्वरूपात आहेत . आता समजा आपल्याला एक राशी लिहायची आहे जी (स्थिर) × (चल) आहे आणि आपल्याला स्थिरांक काय आहे हे माहित नाही. अशा परिस्थितीत, आपण स्थिरांक a, b, c, इत्यादी म्हणून लिहितो. म्हणजे राशी ax असेल, समजा.

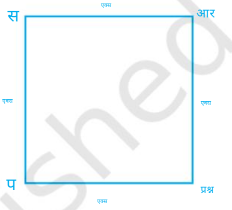
तथापि, स्थिरांक दर्शविणारा अक्षर आणि चल दर्शविणारा अक्षर यात फरक आहे. स्थिरांकांची मूल्ये विशिष्ट परिस्थितीत सारखीच राहतात, म्हणजेच, दिलेल्या समस्येमध्ये स्थिरांकांची मूल्ये बदलत नाहीत, परंतु चलाचे मूल्य बदलत राहू शकते.

आता, बाजू ३ एककांचा चौरस विचारात घ्या (आकृती २.१ पहा).
त्याची परिमिती किती आहे? तुम्हाला माहिती आहे की चौरसाची परिमिती त्याच्या चारही बाजूंच्या लांबीची बेरीज असते. येथे, प्रत्येक बाजू 3 एकके आहे. म्हणून, त्याची परिमिती 4 × 3 आहे, म्हणजेच 12 एकके. जर चौरसाची प्रत्येक बाजू 10 एकके असेल तर परिमिती किती असेल? परिमिती 4 × 10 आहे, म्हणजेच 40 एकके. जर प्रत्येक बाजूची लांबी x एकके असेल (आकृती 2.2 पहा), तर परिमिती 4x एककेने दिली जाते. म्हणून, बाजूची लांबी बदलत असताना, परिमिती बदलते.



आकृती २.१

तुम्हाला PQRS या वर्गाचे क्षेत्रफळ सापडेल का? ही एक बीजगणितीय पदावली आहे. तुम्हाला 2x, x + 4x
२ x × x = x चौरस एकके. x ² + 7 सारख्या इतर बीजगणितीय पदावली देखील माहित आहेत.
लक्षात घ्या की, आपण आतापर्यंत विचारात घेतलेल्या सर्व बीजगणितीय पदावलींमध्ये चलाचे घातांक म्हणून फक्त पूर्णांक संख्या आहेत. ३ २ – x या स्वरूपाच्या पदावलींना एका चलातील बहुपदी म्हणतात . वरील उदाहरणांमध्ये, चल x आहे. उदाहरणार्थ, x + 4x + 7 हा एक



आकृती २.२

३ - एक्स ²

x मध्ये बहुपदी . त्याचप्रमाणे, 3y चल y आणि t बहुपदी x ² + 5y ही बहुपदी आहे + 4 ही चल t मध्ये बहुपदी
2 + 2x मध्ये, x 2 आणि 2x ² आहे.

या पदांना बहुपदीचे पद म्हणतात. त्याचप्रमाणे, 3y 2 + 5y + 7 या बहुपदीला तीन पदे आहेत, म्हणजे, 3y

२, 5y आणि 3 + 4x 2 +

सहगुणक असतो. तर, –x 3 + 4x 2 + 7x – 2 मध्ये, x 3 चा सहगुणक –1 आहे, x 2 चा सहगुणक 4 आहे, x चा सहगुणक 7 आहे आणि –2 हा 2 – x + 7 आहे 7x – 2 ? या बहुपदीला 7 आहेत. बहुपदी –x 4 पदांचे पद लिहू शकाल का , म्हणजेच –x बहुपदीच्या प्रत्येक पदाला एक

का? ३, ४x २, ७x आणि –२.

चा 0 गुणांक x (लक्षात ठेवा, x ° = १). तुम्हाला x चा x मध्ये सहगुणक माहित आहे का?
ते -१ आहे.

२ हे देखील बहुपदी आहे. खरं तर, २, –५, ७, इत्यादी स्थिर बहुपदींची उदाहरणे आहेत.
स्थिर बहुपदी ० ला शून्य बहुपदी म्हणतात. हे सर्व बहुपदींच्या संग्रहात खूप महत्त्वाची भूमिका बजावते, जसे तुम्हाला उच्च वर्गात दिसेल.

आता, x + सारख्या बीजगणितीय पदावलींचा विचार करा. $\frac{१}{एक्स}$, $\sqrt{एक्स}$ ३ आणि + $\sqrt{३ + वर्ष}$ २. तुम्ही

१. तुम्हाला x + लिहिता येते हे माहित आहे. $\frac{}{एक्स}$ = x + x –1? येथे, दुसऱ्या पदाचा घातांक, म्हणजे,

एक्स -१ म्हणजे -१, जी पूर्ण संख्या नाही. तर, ही बीजगणितीय राशी बहुपदी नाही.

पुन्हा, x + 3 हे $\sqrt{x}$ + 3 असे लिहिता येते . येथे x चा घातांक आहे $\frac{१}{२}$ $\frac{१}{२}$, कोणते आहे

पूर्ण संख्या नाही. तर, x + 3 बहुपदी आहे का? $\sqrt{नाही}$, नाही. काय?

$\sqrt[3]{y}$ + y 2? हे बहुपदी देखील नाही (का?).

जर बहुपदीमधील चल x असेल, तर आपण बहुपदी p(x), किंवा q(x), किंवा r(x), इत्यादींनी दर्शवू शकतो. म्हणून, उदाहरणार्थ, आपण लिहू शकतो : p(x) = 2x 2 + 5x – 3

q(x) = x ३ –१

r(y) = y ३ + y + 1 2 +

2 – u – u बहुपदीमध्ये कोणत्याही 6u 5 s(u) =

(मर्यादित) पदांची संख्या असू शकते. उदाहरणार्थ, x 150 + x 149 + 2 + x + 1 ही 151 पदे असलेली बहुपदी आहे. + x 2x, 2, 5x या बहुपदींचा विचार करा. ...

३, −५x २, वाई आणि यू ४. तुम्हाला दिसतंय का की या प्रत्येक बहुपदीला फक्त एकच पद आहे? ज्या बहुपदींना फक्त एकच पद असते त्यांना एकपदी **म्हणतात** ('मोनो' म्हणजे 'एक').

आता खालील प्रत्येक बहुपदीचे निरीक्षण करा: p(x) = x + 1, q(x) = x r(y) = y 9

+ 1, t(u) = u या प्रत्येक बहुपदी किती पदे आहेत? या प्रत्येक बहुपदींना फक्त दोन पदे आहेत. ज्या बहुपदींना फक्त दोन १५ २ – मध्ये

पदे आहेत त्यांना द्विपदी म्हणतात ('bi' म्हणजे 'दोन').

त्याचप्रमाणे, फक्त तीन पद असलेल्या बहुपदींना त्रिपदी म्हणतात .
('त्रि' म्हणजे 'तीन'). त्रिपदांची काही उदाहरणे आहेत

p(x) = x + x २ + पी, q(x) = 2 + $\sqrt{}$ x – x 4 + y + 5. २,

r(u) = u + u आता, २ – २, t(y) = y

बहुपदी p(x) = 3x 7 – 4x 6 + x + 9 पहा. x ची सर्वाधिक घात असलेली संज्ञा कोणती ? ती 3x 7 आहे. या पदात x चा घातांक 7 आहे. त्याचप्रमाणे, – 6 मध्ये, y ची सर्वाधिक घात असलेली संज्ञा 5y 6 आहे आणि
बहुपदी q(y) = 5y या पदात y चा ६ – ४ वर्षे २
घातांक 6 आहे. बहुपदीमधील चलाच्या सर्वोच्च घाताला आपण बहुपदीची पदवी म्हणतो. म्हणून, 3x 7 – 4x 6 + x + 9 या बहुपदीची पदवी 7 आहे आणि 5y स्थिर बहुपदीची पदवी शून्य आहे.

६ – ४ वर्षे २ – ६ म्हणजे ६. शून्य नसलेल्या अंकाची डिग्री

उदाहरण १ : खाली दिलेल्या प्रत्येक बहुपदीची डिग्री शोधा: (i) x

५ - एक्स ४ + ३ (ii) २ – वाई २ वाई ३ + २ वर्षे – ८ (iii) २

उकल : (i) चलाची सर्वोच्च घात 5 आहे. म्हणून, बहुपदीची अंश 5 आहे.

(ii) चलाचा सर्वोच्च घात 8 आहे. म्हणून, बहुपदीची पदवी 8 आहे. (iii) येथे फक्त 2 हा शब्द आहे जो 2x 0 असे लिहिता येतो. म्हणून x चा

घातांक 0 आहे.

म्हणून, बहुपदीची डिग्री 0 आहे.

आता p(x) = 4x + 5, q(y) = 2y, r(t) = t + 2 आणि s(u) = 3 – u या बहुपदींचे निरीक्षण करा. तुम्हाला त्या सर्वांमध्ये काही साम्य दिसते का? या प्रत्येक बहुपदीची अंश एक आहे. अंश एकच्या बहुपदीला रेषीय बहुपदी म्हणतात.

एका चलातील आणखी काही रेषीय बहुपदी म्हणजे 2x – 1, 2 y + 1, 2 – u. आता, x मध्ये 3 पदांसह एक रेषीय बहुपदी शोधण्याचा प्रयत्न करा? तुम्हाला ते सापडणार नाही कारण x **मधील रेषीय बहुपदीमध्ये** जास्तीत जास्त दोन पदे असू शकतात. म्हणून, x **मधील कोणतेही रेषीय बहुपदी** ax + b या स्वरूपात असेल , जिथे a आणि b स्थिरांक आहेत आणि a ≠ 0 (का?). त्याचप्रमाणे, ay + b ही y मधील रेषीय बहुपदी आहे .

आता बहुपदींचा विचार करा:

$$२x^२ + ५, ५x^२ + ३x + \pi, x^२ \text{ आणि } x^२ + \frac{२}{५}x$$

ते सर्व पदवी दोनचे आहेत यावर तुम्ही सहमत आहात का? पदवी दोनच्या बहुपदीला म्हणतात वर्गसमीकरण बहुपदीची काही उदाहरणे 5 – y आहेत. ^{२},
४y + ५y २ आणि ६ – y – y ^{२}. चार चल असलेल्या एका चलात तुम्ही वर्ग बहुपदी लिहू शकता का?
हे वेगवेगळे पद आहेत का? तुम्हाला आढळेल की एका चलातील वर्ग बहुपदीमध्ये जास्तीत जास्त ३ पदे असतील. जर तुम्ही आणखी काही वर्ग बहुपदींची यादी केली तर तुम्हाला आढळेल की x **मधील कोणतेही वर्ग बहुपदी** ax2 + bx + c या स्वरूपात आहे , जिथे a ≠ 0 आणि a, b, c **हे स्थिरांक आहेत. त्याचप्रमाणे**, y मधील वर्ग बहुपदी ay2 + by + c या स्वरूपात असेल , जर a ≠ 0 आणि a, b, c हे स्थिरांक असतील.

आपण तीन अंशाच्या बहुपदीला घन बहुपदी म्हणतो. 2x 3 + 4x 2 + 6x + 7 ची काही उदाहरणे. कसे
x मधील घन बहुपदी 4x 3 आहेत एका , २x ३ + १, ५x ३ + x ^{२}, ६x ३ – x, ६ – x ^{३},
चलातील घन बहुपदीमध्ये किती पदे असू शकतात असे तुम्हाला वाटते का? त्यात जास्तीत जास्त 4 पदे असू शकतात. हे पद ax3 + bx2 + cx + d या स्वरूपात लिहिले जाऊ शकतात, जिथे a ≠ 0 आणि a, b, c आणि d स्थिरांक आहेत.

आता, तुम्ही पदवी १, पदवी २ किंवा पदवी ३ चे बहुपद कसे दिसते ते पाहिले आहे, तर तुम्ही कोणत्याही नैसर्गिक संख्येसाठी **पदवी n च्या एका चलात बहुपदी लिहू शकता का? पदवी n च्या एका चल** x मधील बहुपदी ही स्वरूपाची अभिव्यक्ती आहे.

$$a_n x^{n} + a_{n-१} x^{n-१} + \dots + a_१ x + a_०$$

x जिथे a0 , a1 , a2 , . . ., an हे स्थिरांक आहेत आणि ≠ 0 आहेत .

विशेषतः, जर a0 = a1 = a2 = a3 = = an = 0 (सर्व स्थिरांक शून्य आहेत), तर आपल्याला शून्य बहुपदी मिळते, जी 0 ने दर्शविली जाते. शून्य बहुपदीची डिग्री किती आहे?
शून्य बहुपदीची डिग्री निश्चित केलेली नाही.

आतापर्यंत आपण फक्त एकाच चलातील बहुपदींशी व्यवहार केला आहे. आपल्याकडे + xyz (जिथे चल + r (जिथे (जिथे चल एकापेक्षा जास्त चलांमधील बहुपदी. उदाहरणार्थ, x म्हणजे x, y आणि z) हे तीन चलांमधील बहुपदी आहे. ^{२} + आणि ^{२} u आणि v आहेत) बहुपदी आहेत) त्याचप्रमाणे p चल म्हणजे p, q आणि r), u हे अनुक्रमे तीन आणि दोन चल आहेत. तुम्ही अशा बहुपदींचा नंतर ^{२} + क्यू ^{१०} **देखील असू शकतात.** तपशीलवार अभ्यास करणार आहात. ^{३} + मध्ये ^{२}

सराव २.१

१. खालीलपैकी कोणते पद एका चलातील बहुपदी आहेत आणि कोणते नाहीत? तुमच्या उत्तराची कारणे सांगा.

(i) ४x ² – ३x + ७ (ii) वाई ² + २√ (iii) ३ √ट टी + √२ (iv) आणि + २/आणि

(v) x १० + y ३ + t ५०

२. खालीलपैकी प्रत्येकी x २ चे सहगुणक लिहा :

(i) २ + x ² + एक्स (ii) २ – x ² ३ + x (३) पी/२ ² + एक्सएक्स (iv) २ √x –

३. ३५ अंशाच्या द्विपदीचे आणि १०० अंशाच्या एकपदीचे प्रत्येकी एक उदाहरण द्या.

४. खालील प्रत्येक बहुपदीची पदवी लिहा:

(i) ५x ३ + ४x ² + ७x (ii) ४ – वाई ²

(iii) ५ ट – ७ √ (iv) ३

५. खालील गोष्टींचे रेषीय, वर्गसमीकरण आणि घन बहुपदी म्हणून वर्गीकरण करा:

(i) x (v) ² + एक्स (ii) x – x (vi) ³ (iii) y + y (vii) ² + ४ (iv) १ + x

3t r ² 7x ³

२.३ बहुपदीचे शून्य

बहुपदी p(x) = 5x विचारात घ्या. ³ - २x ² + ३x – २.

जर आपण p(x) मध्ये सर्वत्र x ची जागा 1 ने घेतली, तर आपल्याला p(1) = 5 × (1)3 – 2 ×

(1)2 + 3 × (1) – 2 मिळेल.

= ५ – २ + ३ –२

= ४

म्हणून, आपण म्हणतो की x = 1 वर p(x) ची किंमत 4 आहे. p(0) = 5(0)3 – 2(0)2

+ 3(0) –2 त्याचप्रमाणे,

= –२

तुम्हाला p(–1) सापडेल का ?

उदाहरण २ : खालील प्रत्येक बहुपदीची किंमत चलांच्या दर्शविलेल्या मूल्यावर शोधा:

(i) p(x) = 5x (ii) q(y) = ² – x = 1 वर 3x + 7 .

3y (iii) p(t) = 4t 4 + 5t 3 ³ – y = 2 वर 4y √+ 11 .

2 + 6 येथे t = a. – t

उकल : (i) p(x) = 5x ² – ३x + ७

x = 1 वर बहुपदी p(x) ची किंमत p(1) = 5(1)2 – 3(1) + 7 ने दिली आहे.

= ५ – ३ + ७ = ९

(ii) q(y) = 3y ³ – ४ वर्षे + ११√

y = 2 वर बहुपदी q(y) ची किंमत द्वारे दिली आहे

q(2) = 3(2)3 – 4(2) + 11 = 24 – 8√11 = 16 + 11 √ √

(iii) p(t) = 4t 4 + 5t 3 – ट २ + ६

t = a येथे बहुपदी p(t) ची किंमत द्वारे दिली आहे

p(a) = ४अ ४ + ५अ ३ - अ २ + ६

आता, बहुपदी p(x) = x – 1 विचारात घ्या.

p(1) म्हणजे काय ? लक्षात ठेवा की : p(1) = 1 – 1 = 0.

p(1) = 0 म्हणून , आपण म्हणतो की 1 हा बहुपदी p(x) चा शून्य आहे.

त्याचप्रमाणे, तुम्ही तपासू शकता की 2 हे q(x) चे शून्य आहे, जिथे q(x) = x – 2 आहे.

सर्वसाधारणपणे, आपण म्हणतो की बहुपदी p(x) चा शून्य हा c असा अंक आहे की p(c) = 0.

तुम्ही पाहिले असेल की x – 1 या बहुपदीचे शून्य 0 बरोबर करून मिळवता येते, म्हणजेच x – 1 = 0, ज्यामुळे x = 1 मिळते. आपण म्हणतो की p(x) = 0 हे बहुपदी समीकरण आहे आणि 1 हे बहुपदी समीकरण p(x) = 0 चे मूळ आहे. म्हणून आपण म्हणतो की 1 हे बहुपदी x – 1 चे शून्य आहे , किंवा बहुपदी समीकरण x – 1 = 0 चे मूळ आहे .

आता, स्थिर बहुपदी ५ चा विचार करा. त्याचे शून्य काय आहे ते तुम्ही सांगू शकाल का? त्याला शून्य नाही कारण ५x ० मधील कोणत्याही संख्येने x ची जागा घेतल्यासही आपल्याला ५ मिळते. खरं तर, शून्य नसलेल्या स्थिर बहुपदीला शून्य नसते. शून्य बहुपदीच्या शून्यांबद्दल काय? नियमानुसार, प्रत्येक वास्तव संख्या ही शून्य बहुपदीची शून्य असते.

उदाहरण ३: -2 आणि 2 हे बहुपदी x + 2 चे शून्य आहेत का ते तपासा.

उकल : समजा p(x) = x + 2.

मग p(2) = 2 + 2 = 4, p(–2) = –2 + 2 = 0 म्हणून, –2 हा बहुपदी x + 2

चा शून्य आहे , परंतु 2 नाही.

उदाहरण ४: p(x) = 2x + 1 या बहुपदीचा शून्य काढा .

उपाय: p(x) चे शून्य काढणे हे समीकरण सोडवण्यासारखेच आहे.

p(x) = 0

आता, $२x + १ = ०$ आपल्याला $x =$ देते $-\frac{१}{२}$

तर, $-\frac{१}{२}$ $2x + 1$ या बहुपदीचा शून्य आहे .

आता, जर $p(x) = ax + b$, $a \neq 0$, एक रेषीय बहुपदी असेल, तर आपण शून्य कसे शोधू शकतो? p(x)? उदाहरण ४ वरून तुम्हाला काही कल्पना आली असेल. बहुपदी p(x) चा शून्य शोधणे , बहुपदी समीकरण $p(x) = 0$ सोडवण्याइतके आहे .

आता, $p(x) = 0$ म्हणजे कुऱ्हाड + ब = ०, अ ≠ ०

तर, कुऱ्हाड = −ब

म्हणजेच, $x = -\frac{ब}{अ}$.

तर, $x = -\frac{ब}{अ}$ हा p(x) चा एकमेव शून्य आहे , म्हणजेच, एका रेषीय बहुपदीमध्ये एक आणि फक्त एकच शून्य असते.

आता आपण असे म्हणू शकतो की १ हे $x - १$ चे शून्य आहे आणि −२ हे $x + २$ चे शून्य आहे .

उदाहरण ५ : २ आणि ० हे बहुपदी $x^२ - २x$. चे शून्य आहेत का ते पडताळून पहा.

उपाय: द्या $p(x) = x^२ - २x$

मग $p(2) = 2^२ - ४ = ४ - ४ = ०$

आणि $p(0) = 0 - 0 = 0$

म्हणून, 2 आणि 0 हे दोन्ही बहुपदी $x^२ - २x$. चे शून्य आहेत.

आता आपण आपली निरीक्षणे सूचीबद्ध करूया:

(i) बहुपदीचा शून्य ० असणे आवश्यक नाही.

(ii) ० हे बहुपदीचे शून्य असू शकते.

(iii) प्रत्येक रेषीय बहुपदीला एक आणि फक्त एक शून्य असते.

(iv) बहुपदीमध्ये एकापेक्षा जास्त शून्य असू शकतात.

सराव २.२

१. $५x - ४x^२ + ३$ या बहुपदीची किंमत शोधा. वाजता

(i) $x = 0$ (ii) $x = -1$ (iii) $x = 2$

2. खालील प्रत्येक बहुपदीसाठी p(0), p(1) आणि p(2) शोधा :

(i) $p(y) = y^२ -$ आणि $+ १$ (ii) $p(t) = 2 + t + 2t^२ - $ टी ^{३}

(iii) $p(x) = x^३$ (iv) $p(x) = (x - 1) (x + 1)$

३. खालील बहुपदींच्या विरुद्ध दर्शविलेले शून्य आहेत का ते पडताळून पहा.

(i) p(x) = 3x + 1, x = $-\frac{१}{३}$ (ii) p(x) = 5x – π, x = $\frac{४}{५}$

(iii) p(x) = $x^{२}$ – १, x = १, –१ (iv) p(x) = (x + 1) (x – 2), x = – 1, 2

(v) p(x) = $x^{२}$, x = 0 (vi) p(x) = lx + m, x = – $\frac{m}{l}$

(vii) p(x) = $3x^{२}$ – १, x = $-\frac{१}{\sqrt{३}}, \frac{२}{\sqrt{३}}$ (viii) p(x) = 2x + 1, x = $\frac{१}{२}$

4. खालील प्रत्येक प्रकरणात बहुपदीचा शून्य शोधा: (i) p(x) = x + 5 (iii) p(x) = 2x + 5 (iv) p(x) = 3x – 2 (vi) p(x) = ax, a ≠ 0 (vii) p(x) = cx + d, c ≠ 0, c, d या वास्तव संख्या आहेत. (ii) p(x) = x – 5 (v) p(x) = 3x

२.४ बहुपदींचे अवयवीकरण

आता आपण वरील उदाहरण १० ची परिस्थिती अधिक बारकाईने पाहू. ते आपल्याला सांगते की ▯ ▯ 1 ▯ ▯ – = 0 असल्याने, (2t + 1) हा q(t) चा घटक आहे ,

उर्वरित, q म्हणजेच,
q(t) = (2t + 1) g(t) ▯ ▯ 2

काही बहुपदी g(t) साठी. हे खालील प्रमेयाचे एक विशिष्ट प्रकरण आहे.

अवयव प्रमेय: जर p(x) हा अंश n > 1 चा बहुपदी असेल आणि a ही कोणतीही वास्तव संख्या असेल, तर (i) x – a हा p(x) चा अवयव असेल , जर p(a) = 0 असेल, आणि (ii) p(a) = 0 असेल, जर x – a हा p(x) चा अवयव असेल .

पुरावा: उर्वरित प्रमेयानुसार, p(x)=(x – a) q(x) + p(a).

(i) जर p(a) = 0 असेल, तर p(x) = (x – a) q(x), जे दाखवते की x – a हा p(x) चा अवयव आहे . (ii) x – a हा p(x) चा अवयव असल्याने , समान बहुपदी g (x) साठी p(x) = (x – a) g (x).

या प्रकरणात, p(a) = (a – a) g(a) = 0.

उदाहरण ६ : x + 2 हा x 3 + 3x 2 + 5x + 6 आणि 2x + 4 चा अवयव आहे का ते तपासा .

उकल : x + 2 चे शून्य -2 आहे. समजा p(x) = x 3 + 3x 2 + 5x + 6 आणि s(x) = 2x + 4

मग, p(–२) = (–२)३ + ३(–२)२ + ५(–२) + ६

= –८ + १२ – १० + ६

= ०

तर, अवयव प्रमेयानुसार, x + 2 हा x चा घटक आहे. पुन्हा, s(–2) = 2(–2) + ३ + ३x २ + ५x + ६.

4 = 0 तर, x + 2 हा 2x + 4 चा घटक आहे. खरं तर, तुम्ही अवयव प्रमेय न वापरता हे

तपासू शकता, कारण 2x + 4 = 2(x + 2).

उदाहरण ७ : जर x – 1 हा 4x चा अवयव असेल तर k ची किंमत शोधा . ३ + ३x २ – ४x + के.

उकल: x – 1 हा p(x) = 4x चा अवयव आहे . ३ + ३x २ – ४x + k, p(1) = ० p(1) =

आता, ४(१)३ + ३(१)२ – ४(१) + k

तर, ४ + ३ – ४ + k = ०

k = –3

म्हणजे, आता आपण अंश २ आणि ३ च्या काही बहुपदींचे अवयवीकरण करण्यासाठी घटक प्रमेय वापरू.

तुम्हाला 2 + lx + m सारख्या वर्ग बहुपदीच्या अवयवीकरणाची आधीच माहिती आहे . तुम्ही मधल्या पद lx ला ax + bx असे विभाजित करून त्याचे अवयवीकरण एक्स केले होते जेणेकरून ab = m. नंतर x 2 + lx + m = (x + a) (x + b). आता आपण ax2 + bx + c प्रकारच्या वर्ग बहुपदींचे अवयवीकरण करण्याचा प्रयत्न करू , जिथे a ≠ 0 आणि a, b, c स्थिरांक आहेत.

मधल्या पदाचे विभाजन करून बहुपदी अक्ष2 + bx + c चे अवयवीकरण खालीलप्रमाणे आहे:

३x २ / एक्स = ३x = भागफलाचा पहिला पद

त्याचे अवयव (px + q) आणि (rx + s) असू द्या . मग ax2 + bx + c =

(px + q) (rx + s) = pr x2 + (ps + qr) x + qs

x च्या सहगुणकांची तुलना करणे त्याचप्रमाणे, x च्या २, आपल्याला a = pr मिळेल .

सहगुणकांची तुलना केल्यास आपल्याला b = ps + qr मिळते .

आणि, स्थिर पदांची तुलना केल्यास, आपल्याला c = qs मिळते.

यावरून आपल्याला दिसून येते की b ही ps आणि qr या दोन संख्यांची बेरीज आहे , ज्यांचा गुणाकार (ps)(qr) = (pr)(qs) = ac आहे.

म्हणून, ax2 + bx + c चे अवयव पाडण्यासाठी , आपल्याला b ही दोनची बेरीज म्हणून लिहावी लागेल. ज्या संख्यांचा गुणाकार ac आहे. हे उदाहरण १३ वरून स्पष्ट होईल.

उदाहरण ८ : मधला पद विभाजित करून आणि अवयव प्रमेय वापरून ६x २ + १७x + ५ चे अवयव काढा .

उपाय १ : (विभाजन पद्धतीने): जर आपल्याला p आणि q या दोन संख्या अशा प्रकारे सापडल्या की p + q = 17 आणि pq = 6 × 5 = 30, तर आपल्याला घटक मिळू शकतात.

तर, आपण ३० च्या घटकांच्या जोड्या शोधूया. काही १ आणि ३०, २ आणि १५, ३ आणि १०, ५ आणि ६ आहेत. या जोड्यांपैकी २ आणि १५ आपल्याला p + q = १७ देतील.

तर, $६x^२ + १७x + ५ = ६x^२ + (२ + १५)x + ५$

$= ६x^२ + २x + १५x + ५$

$= २x(३x + १) + ५(३x + १)$

$= (३x + १) (२x + ५)$

उपाय २ : (घटक प्रमेय वापरून)

$६x^२ + १७x + ५ = ६\left(x^२ + \frac{१७}{६}x + \frac{५}{६}\right) = 6\ p(x)$, समजा. जर a आणि b हे p(x) चे शून्य असतील , तर

$६x^२ + १७x + ५ = ६(x - a) (x - b)$. तर, $ab = \frac{५}{६}$. चला काही शक्यता पाहूया आणि

ब. ते असू शकतात $\pm\frac{१}{२}, \pm\frac{१}{३}, \pm\frac{५}{३}, \pm\frac{५}{२}, \pm १$. आता, $p\left(\frac{१}{२}\right) = \frac{१}{४} + \frac{१७}{६}\left(\frac{१}{२}\right) + \frac{५}{६} \neq ०$. पण

$p\left(\frac{-१}{३}\right) = ०$. तर, $\left(x + \frac{१}{३}\right)$ हा p(x) चा घटक आहे . त्याचप्रमाणे, चाचणी करून, तुम्ही शोधू शकता की

$\left(x + \frac{५}{२}\right)$ p(x) चा घटक आहे .

म्हणून, $६x^२ + १७x + ५ = ६\left(x + \frac{१}{३}\right)\left(x + \frac{५}{२}\right)$

$= ६\left(\frac{३x + १}{३}\right)\left(\frac{२x + ५}{२}\right)$

$= (३x + १) (२x + ५)$

वरील उदाहरणासाठी, विभाजन पद्धतीचा वापर अधिक कार्यक्षम दिसतो. तथापि,
चला दुसरे उदाहरण पाहू.

उदाहरण ९ : y चे गुणाकार करा $^२ - 5y + 6$ हे घटक प्रमेय वापरून काढा.

उकल : समजा $p(y) = y^२ - 5y + 6$. आता, जर $p(y) = (y - a) (y - b)$, तर तुम्हाला माहिती आहे की
स्थिर पद ab असेल . म्हणून, ab = 6. म्हणून, p(y) चे घटक शोधण्यासाठी , आपण
६ चे घटक.

६ चे घटक १, २ आणि ३ आहेत.

आता, $p(2) = 2^2 - (5 \times 2) + 6 = 0$

तर, y – 2 हा p(y) चा घटक आहे .

तसेच, p(3) = 32 – (5 × 3) + 6 = 0

तर, y – 3 हा देखील y चा एक घटक आहे . ² – ५ वर्षे + ६.

म्हणून, y ² – ५y + ६ = (y – २)(y – ३)

लक्षात घ्या की y ² – मधल्या पदाचे –5y विभाजन करून 5y + 6 चे अवयवीकरण देखील करता येते .

आता, घन बहुपदींचे अवयवीकरण करण्याचा विचार करूया. येथे, विभाजन पद्धत सुरुवातीला योग्य ठरणार नाही. आपल्याला प्रथम किमान एक अवयव शोधण्याची आवश्यकता आहे, जसे तुम्हाला खालील उदाहरणात दिसेल.

उदाहरण १० : x चे गुणाकार करा ³ – २३x २ + १४२x – १२०.

उकल : समजा p(x) = x ³ – २३x २ + १४२x – १२०

आता आपण -120 चे सर्व घटक शोधू. यापैकी काही ±1, ±2, ±3 आहेत,

±४, ±५, ±६, ±८, ±१०, ±१२, ±१५, ±२०, ±२४, ±३०, ±६०.

चाचणीनुसार, आपल्याला आढळते की p(1) = 0 आहे. म्हणून x – 1 हा p(x) चा घटक आहे .

आता आपण पाहतो की x ³ – २३x २ + १४२x – १२० = x ³ - एक्स ² – २२x २ + २२x + १२०x – १२०

२ = x (x –1) – 22x(x – 1) + 120(x – 1) (का?)

= (x – 1) (x ² – २२x + १२०) [(x – १) सामाईक घेणे]

आपण p(x) ला x – 1 ने भागून देखील हे मिळवू शकलो असतो .

आता x हा ² – मधल्या पदाचे विभाजन करून किंवा वापरून 22x + 120 चे अवयव पाडता येतात

अवयव प्रमेय आहे. मधल्या पदाचे विभाजन करून, आपल्याला मिळते:

एक्स ² – २२x + १२० = x ² – १२x – १०x + १२०

= x(x – १२) – १०(x – १२) = (x – १२)

(x – १०)

तर, एक्स ³ – २३x २ – १४२x – १२० = (x – १)(x – १०)(x – १२)

सराव २.३

१. खालीलपैकी कोणत्या बहुपदींमध्ये (x + 1) घटक आहे ते ठरवा :

(i) x ३ + x ² + x + १ (ii) x ⁴ + x ३ + x ² + x + १

(iii) x ⁴ + ३x ३ + ३x ² + x + १ (iv) x ³ ² – x – (२ २ +) x $\sqrt{}$ $\sqrt{२}$

२. खालील प्रत्येक प्रकरणात g(x) हा p(x) चा घटक आहे की नाही हे ठरवण्यासाठी घटक प्रमेय वापरा : (i) p(x) = 2x 3 + x

² – २x – १, g(x) = x + १

(ii) p(x) = x 3 + 3x ² + ३x + १, g(x) = x + २

(iii) p(x) = x ³ - ४x ² + x + 6, g(x) = x – 3

3. खालील प्रत्येक प्रकरणात जर x – 1 हा p(x) चा घटक असेल तर k ची किंमत शोधा : + x + k

(i) p(x) = x (iii) ² (ii) p(x) = 2x ² + kx + 2 (iv)√

p(x) = kx2 – 2 x + 1 √ p(x) = kx2 – 3x + k

४. घटकांकन करा:

(i) १२x ² – ७x + १ (ii) २x ² + ७x + ३

(iii) ६x ² + ५x – ६ (iv) ३x ² – x – ४

५. घटकांकन करा:

(i) x ३ + ³ - २x ² – x + २ (ii) x 3 ³ - ३x ² – ९x – ५

१३x (iii) x ²+ ३२x + २० 2y + y (iv) ² – २ वर्षे – १

२.५ बीजगणितीय ओळखी

तुमच्या आधीच्या वर्गांमधून तुम्हाला आठवत असेल की बीजगणितीय ओळख ही एक बीजगणितीय समीकरण आहे जी त्यामध्ये येणाऱ्या चलांच्या सर्व मूल्यांसाठी सत्य असते. तुम्ही आधीच्या वर्गांमध्ये खालील बीजगणितीय ओळखींचा अभ्यास केला आहे: 2 + 2xy + y

ओळख I : (x + y) २ = x ²

ओळख II : (x – y) ² २ = x – २xy + y ²

ओळख III : x ओळख IV : (x ² - आणि ² = (x + y) (x – y)

+ a) (x + b) = x 2 + (a + b)x + ab तुम्ही बीजगणितीय पदावलींचे अवयव पाडण्यासाठी यापैकी

काही बीजगणितीय ओळखींचा वापर केला असेल. त्यांची उपयुक्तता तुम्ही गणनामध्ये देखील पाहू शकता.

उदाहरण ११ : योग्य ओळख वापरून खालील उत्पादने शोधा: (ii) (x – 3) (x + 5)

(i) (x + 3) (x + 3)

उपाय: (i) येथे आपण ओळख I वापरू शकतो: (x + y) आपल्याला मिळेल ² = एक्स २ + २xy + y ². त्यात y = 3 टाकल्यास ,

(x + 3) (x + 3) = (x + 3)2 = x ² + २(x)(३) + (३)२

= एक्स २ + ६x + ९

(ii) वरील ओळख IV वापरून, म्हणजेच (x + a) (x + b) = x 2 + (a + b)x + ab, आपल्याला मिळते

= x २ + २x – १५ २ + (–३ + ५)x + (–३)(५) (x – ३) (x + ५)

= एक्स

उदाहरण १२ : थेट गुणाकार न करता १०५ × १०६ चे मूल्यांकन करा.

उपाय: १०५ × १०६ = (१०० + ५) × (१०० + ६)

= (१००)२ + (५ + ६) (१००) + (५ × ६), ओळख IV वापरून

= १०००० + ११०० + ३०

= ११,१३०

काहींचे उत्पादन शोधण्यासाठी वर सूचीबद्ध केलेल्या ओळखींचे काही उपयोग तुम्ही पाहिले आहेत दिलेल्या पदावली. या ओळखी बीजगणितीय पदावलींच्या अवयवीकरणात उपयुक्त आहेत. तसेच, जसे तुम्ही खालील उदाहरणांमध्ये पाहू शकता.

उदाहरण १३ : घटकांकन:

(i) ४९अ २ + ७०अब + २५ब २ (ii) $\frac{२५}{४}x^२ - \frac{y^२}{९}$

उपाय: (i) येथे तुम्ही पाहू शकता की

४९अ २ = (७अ) २, २५ख २ = (५ ब) २, ७०अब = २(७अ) (५ब)

दिलेल्या पदावलीची x शी तुलना करणे २ + २xy + y २, आपण पाहतो की x = 7a आणि y = 5b.

ओळख I वापरून, आपल्याला मिळते

४९अ २ + ७०अब + २५ब २ = (७अ + ५ब) २ = (७अ + ५ब) (७अ + ५ब)

(ii) आमच्याकडे आहे $\frac{२५}{४}x^२ - \frac{y^२}{९} = \left(\frac{५}{२}x\right)^२ - \left(\frac{y}{३}\right)^२$

आता त्याची ओळख III शी तुलना केल्यास, आपल्याला मिळते

$$\frac{२५}{४}x^२ - \frac{y^२}{९} = \left(\frac{५}{२}x\right)^२ - \left(\frac{y}{३}\right)^२$$

$$= \left(\frac{५}{२}x + \frac{y}{३}\right)\left(\frac{५}{२}x - \frac{y}{३}\right)$$

आतापर्यंत, आपल्या सर्व ओळखींमध्ये द्विपदींचे गुणाकार समाविष्ट होते. आता ओळखीचा विस्तार करूया I ते त्रिपदी x + y + z. आपण (x + y + z) मोजू. २ ओळख I वापरून.

समजा x + y = t. मग,

(क्ष + वाई + झेड) २ = (ट + झेड) २

= ट २ + २टझ + टी २ (ओळख I वापरून)

= (x + y) २ + २(x + y)z + z २ (t चे मूल्य बदलून)

Machine Translated by Google

२ = x + २xy + y ² + २xz + २yz + झेड ² (ओळख I वापरून)

२ = x + आणि २ २ + सह + २xy + २yz + २zx (अटींची पुनर्रचना करणे)

तर, आपल्याला खालील ओळख मिळते: 2 + y 2 + z 2 +

ओळख V: (x + y + z) ² = एक्स 2xy + 2yz + 2zx

टिप्पणी: आपण उजव्या बाजूच्या पदावलीला डाव्या बाजूच्या पदावलीचे विस्तारित रूप म्हणतो. लक्षात घ्या की (x + y + z) 2 च्या विस्तारामध्ये तीन वर्ग पदे आणि तीन गुणाकार पदे असतात.

उदाहरण १४ : (3a + 4b + 5c) 2 विस्तारित स्वरूपात लिहा.

उकल: दिलेल्या पदावलीची तुलना (x + y + z) शी करणे. ², आम्हाला ते आढळते.

x = 3a, y = 4b आणि z = 5c.

म्हणून, ओळख V वापरून, आपल्याकडे = (3a) आहे

(३अ + ४ब + ५क) ² ² + (४ब) ² + (५क) ² + 2(3a)(4b) + 2(4b)(5c) + 2(5c)(3a)

= 9a 2 + 16b 2 + 25c 2 + 24ab + 40bc + 30ac

उदाहरण १५ : विस्तृत करा (४अ – २ब – ३क) ².

उकल : ओळख V वापरून, आपल्याकडे = [4a + (–2b) + (–3c)]2 2

(४अ - २ब - ३क) ² + (–2b) 2 + (–3c) 2 + 2(4a)(–2b) + 2(–

2b)(–3c) + 2(–3c)(4a) = (4a) आहे.

= १६अ २ + ४ब २ + ९क २ – १६अब + १२बसी – २४ॲक

उदाहरण १६ : ४x २ + y २ + z चे अवयवदान करा . ² – ४xy – २yz + ४xz.

उपाय: आपल्याकडे ४x आहे ² + आणि ² + z2 – 4xy – 2yz + 4xz = (2x) ² + (–y) + ² + (सह) ² + २(२x)(–y)

२(–y)(z) + २(२x)(z)

= [2x + (–y) + z] = (2x – y ² (ओळख V वापरून) = (2x – y

+ z) ² + z)(2x – y + z)

आतापर्यंत, आपण दुसऱ्या पदवीच्या पदांशी संबंधित ओळखींबद्दल बोललो आहोत. आता आपण पाहूया. आपल्याकडे आहे:

ओळख I ला गणना करण्यासाठी वाढवा (x + y) ³

(x + y) ³ = (x + y) (x + y) = (x + y) ²

(x 2 + 2xy + y = x(x 2 + 2xy + y) ²)

²) + y(x २ + २xy + y ²)

३ = x + २x ²y + xy2 + x ²y + २xy२ + y ³

३ = x + ३x ²y + 3xy2 + y 3 + y ³

= एक्स 3 + 3xy(x + y)

तर, आपल्याला खालील ओळख मिळते:

ओळख VI : (x + y) ३ ३ = x + आणि ३ + ३xy (x + y)

तसेच, ओळख VI मध्ये y ला –y ने बदलून , आपल्याला मिळते

ओळख VII : (x – y) ३ ३ = x - आणि ३ – 3xy(x – y) – 3x

३ = x 2y + 3xy2 – y ३

उदाहरण १७ : खालील घन विस्तारित स्वरूपात लिहा: (i) (3a + 4b) (ii) (5p – 3q)

३ ३

उकल : (i) दिलेल्या पदावलीची तुलना (x + y) x = 3a आणि y = 4b शी करणे. ३, आम्हाला ते आढळते.

तर, ओळख VI वापरून, आपल्याकडे आहे: (3a + 4b)

३ = (3a) 3 + (4b) 3 + 3(3a)(4b)(3a + 4b)

= २७अ ३ + ६४ब ३ + १०८अ २ब + १४४अब२

(ii) दिलेल्या पदावलीची तुलना (x – y) x = 5p, y = 3q शी करणे. ३, आम्हाला ते आढळते.

तर, ओळख VII वापरून, आपल्याकडे आहे:

(५प - ३चौकोनी) ३ = (५पन्स) ३ - (३ चौरस) ३ – ३(५प)(३चौ)(५प – ३चौ)

= १२५ पन्स ३ – २७ चौरस ३ – २२५p २ क्विंटल + १३५p २

उदाहरण १८ : योग्य ओळख वापरून खालीलपैकी प्रत्येकाचे मूल्यांकन करा: (i) (104)3

(ii) (999)3

उपाय : (i) आपल्याकडे आहे

(१०४)३ = (१०० + ४)३

= (१००)३ + (४)३ + ३(१००)(४)(१०० + ४)

(ओळख VI वापरून)

= १००००००० + ६४ + १२४८००

= ११२४८६४

(ii) आमच्याकडे आहे

(९९९)३ = (१००० – १)३

= (१०००)३ – (१)३ – ३(१०००)(१)(१००० – १)

(ओळख VII वापरून)

= १००००००००० – १ – २९९७०००

= ९९७००२९९९

उदाहरण १९ : ८x चे गुणाकार करा ३ + २७ वर्षे ३ + ३६x २ y + ५४xy२

उकल: दिलेली पदावली (2x) 3 + (3y) 3 + 3(4x = (2x) 3 + (3y) 3 + 3(2x) अशी लिहिता

येते. २)(३ वर्ष) + ३(२x)(९ वर्ष) २)

२ (३y) + ३(२x)(३y) २

= (२x + ३y) ३ (ओळख VI वापरून) = (2x + 3y)

(2x + 3y)(2x + 3y)

आता विचारात घ्या (x + y + z)(x २ + आणि २ + सह २ – xy – yz – zx)

विस्तार केल्यावर, आपल्याला उत्पादन असे मिळते

2 + 2 + y 2 + z x(x २ xy – yz – zx) + y(x 2 + y 2 + z – २ – xy – yz – zx)

– xy 2 2 + z + z(x3 + yz2 २ – yz – zx) = x ३ + xy2 + xz – xy २ – x २y – xyz – zx२ + x २y

y + y २ झेड – xyz + x ३ २ झेड + वाई २ + सह ३ – xyz – yz2 – xz2

= एक्स + y ३ + झेड ३ – 3xyz (सरलीकरणावर)

तर, आपल्याला खालील ओळख मिळते:

ओळख आठवा : x ३ + आणि ३ ३ + सह – 3xyz = (x + y + z)(x २ + आणि २ २ + सह – xy – yz – zx)

उदाहरण २० : ८x चे गुणन करा ३ + आणि ३ + २७ झेड ३ – १८xyz

उपाय: येथे, आपल्याकडे आहे

8x 3 + y 3 + 27z 3 – 18xyz 3 + y 3 +

y + 3z) (3z) = (2x) = (2x + ३ – ३(२x)(y)(३z)

[(2x) 2 + y 2 + (3z) = (2x + y + 3z) (4x 2 + y 2 + 9z २ – (2x)(y) – (y)(3z) – (2x)(3z)]

3z – 2x 3z – 2x 3z)

सराव २.४

१. खालील उत्पादने शोधण्यासाठी योग्य ओळखी वापरा:

(i) (x + 4) (x + 10)
(ii) (x + 8) (x – 10)
(iii) (३x + ४) (३x – ५)
(iv) (आणि २ + ३) (आणि २ २ - ३) २
(v) (३ - २x) (३ + २x)

२. खालील उत्पादनांचा थेट गुणाकार न करता मूल्यांकन करा:

(i) १०३ × १०७
(ii) ९५ × ९६
(iii) १०४ × ९६

३. योग्य ओळखी वापरून खालील घटकांचे घटक करा:

(i) ९x २ + ६xy + y २
(ii) ४ वर्षे २ – ४ वर्षे + १
(iii) x २ - २ / आणि १००

Machine Translated by Google

४. योग्य ओळख वापरून खालीलपैकी प्रत्येकाचा विस्तार करा: (ii) (२x – y + z) २

(i) (x + 2y + 4z) २ (iii) (–२x + ३y + २z) २

(iv) (३अ – ७ब – क) २ (v) (–२x + ५y – ३z) २ 1 1 (vi) ab 1 + 4 2 २

५. घटकांकन:

(i) ४x २ + ९ वर्षे २ + १६ झेड २ + १२xy – २४yz – १६xz

(ii) २x २ + आणि २ + ८ झेड २ – २ २ $\sqrt{}$xy + ४ २ yz – ८xz

६. खालील घन विस्तारित स्वरूपात लिहा:

(i) (२x + १)३ (ii) (२अ – ३ब) ३ २ ३ (iii) १ + एक्स ३ (iv) २ x ३ ३

७. योग्य ओळखी वापरून खालील गोष्टींचे मूल्यांकन करा: (i) (99)3 (ii) (102)3 ८. खालीलपैकी

प्रत्येकाचे गुणाकार करा: (i) ८अ ३ + ब ३ + १२अ २ब + ६अब२ (iii) २७ – (iii) (९९८)३

१२५अ ३ – १३५अ + २२५अ

(ii) ८अ ३ – ब ३ – १२ अ २ब + ६अब२ (iv)

२

६४अ ३ – २७ब ३ – १४४अ २ब + १०८अब२

(v) २७प ३ – $\frac{१}{२१६}$ – $\frac{९}{२}$पृ २ १ पी + ४

9. पडताळणी करा: (i) x 3 + y 10. ३ = (x + y) (x २ – xy + y २) (ii) x ३ – आणि ३ = (x – y) (x २ + xy + y २)

खालीलपैकी प्रत्येकाचे गुणाकार करा: (ii) 64m3 – 343n 3

(i) २७y ३ + १२५z ३

[सूचना: प्रश्न ९ पहा.]

११. २७x ३ + y ३ + z चे घटक काढा. ३ – ९xyz

१२. x ३ + y ३ + z हे पडताळून पहा. ३ $\frac{१}{}$ ( ) ( ) – 3xyz = + + xyzxy 2 - २ + –( ) yz २ (झेडएक्स) २

१३. जर x + y + z = ० असेल, तर दाखवा की x ३ + y ३ + z १४. ३ = ३xyz.

प्रत्यक्षात घनांची गणना न करता, खालीलपैकी प्रत्येकाची किंमत शोधा: (i) (–१२)३ + (७)३ + (५)३ (ii) (२८)३ + (–१५)३ + (–१३)३

१५. खालीलपैकी प्रत्येकाच्या लांबी आणि रुंदीसाठी संभाव्य पदावली द्या.

आयत, ज्यामध्ये त्यांचे क्षेत्रफळ दिले आहे:

क्षेत्रफळ: २५अ २ – ३५अ + १२	क्षेत्रफळ: ३५ वर्षे २ + १३ वर्षे –१२
(मी)	(ii)

१६. खाली दिलेल्या घनफळांच्या परिमाणांसाठी संभाव्य अभिव्यक्ती काय आहेत?

खंड: ३x ² - १२x	आवाज : १२ky२ + ८ky – २०k
(मी)	(ii)

२.६ सारांश

या प्रकरणात, तुम्ही खालील मुद्द्यांचा अभ्यास केला आहे: १. एका चल x मधील बहुपदी p(x) ही x मधील बीजगणितीय राशी आहे.

p(x) = एक x ⁿ + an−1x ⁿ⁻¹ + ... + अ२ x ² + a1 x + a0 ,

जिथे a0 , a1 , a2 , . . ., an हे स्थिरांक आहेत आणि an ≠0. a0 , a1 , a2 , . . ., an हे अनुक्रमे बहुपदीच्या x चे सहगुणक आहेत. प्रत्येक x p(x). ° २ न , क्ष, क्ष , क्ष, . . ., , आणि n ला पदवी म्हणतात

एन , एक−१ x n−1 ज्याची संख्या ≠0 आहे, त्याला बहुपदी , ..., a0 , चा पद म्हणतात .

२. एका पदाच्या बहुपदीला एकपदी म्हणतात.

३. दोन पदांच्या बहुपदीला द्विपदी म्हणतात.

४. तीन पदांच्या बहुपदीला त्रिपदी म्हणतात.

५. एक अंशाच्या बहुपदीला रेषीय बहुपद म्हणतात.

६. अंश दोनच्या बहुपदीला वर्ग बहुपद म्हणतात.

७. तीन अंशाच्या बहुपदीला घन बहुपद म्हणतात.

8. जर p(a) = 0 असेल तर 'a' ही वास्तव संख्या बहुपदी p(x) ची शून्य असते. या प्रकरणात, a ला a असेही म्हणतात.
समीकरणाचे मूळ p(x) = 0.

९. एका चलातील प्रत्येक रेषीय बहुपदीला एक अद्वितीय शून्य असते, शून्य नसलेल्या स्थिर बहुपदीला शून्य नसते आणि प्रत्येक वास्तव संख्या ही शून्य बहुपदीची शून्य असते.

१०. अवयव प्रमेय: जर p(a) = ० असेल तर x – a हा बहुपदी p(x) चा एक अवयव आहे . तसेच, जर x – a हा अवयव असेल तर p(x) चे , नंतर p(a) = 0.

11. (x + y + z) 12. (x ² ² = x ² + आणि ² + सह + २xy + २yz + २zx

+ y) 13. (x – y) ³ = x ³ + y ३ + ३xy(x + y)

³ ³ = x ³ - आणि ³ – ३xy(x – y)

१४. x ३ + y ३ + z ³ – 3xyz = (x + y + z) (x ² + आणि ² + सह – xy – yz – zx)