0962CH02

অধ্যায় ২

বহুপদী

২.১ ভূমিকা

তুমি আগের ক্লাসগুলিতে বীজগণিতীয় রাশি, তাদের যোগ, বিয়োগ, গুণ এবং ভাগ অধ্যয়ন করেছ। তুমি কিছু বীজগণিতীয় রাশির উৎপাদক কীভাবে করতে হয় তাও অধ্যয়ন করেছ। তুমি হয়তো বীজগণিতীয় অভেদগুলি মনে করতে পারো:

$$(x + y)^{২} = \text{এক্স}^{২} + ২xy + y^{২}$$

$$(x – y)^{২} = \text{এক্স}^{২} – 2xy + y^{২}$$

এবং

$$\text{এক্স}^{২} - \text{এবং}^{২} = (x + y)(x – y)$$

এবং উৎপাদকীকরণে তাদের ব্যবহার। এই অধ্যায়ে, আমরা একটি নির্দিষ্ট ধরণের বীজগণিতীয় রাশি, যাকে বহুপদী বলা হয়, এবং এর সাথে সম্পর্কিত পরিভাষা দিয়ে আমাদের অধ্যয়ন শুরু করব। আমরা অবশিষ্ট উপপাদ্য এবং উৎপাদক উপপাদ্য এবং বহুপদীগুলির উৎপাদকীকরণে তাদের ব্যবহারও অধ্যয়ন করব। উপরোক্তগুলি ছাড়াও, আমরা আরও কিছু বীজগণিতীয় পরিচয় এবং উৎপাদকীকরণে এবং কিছু প্রদত্ত রাশি মূল্যায়নে তাদের ব্যবহার অধ্যয়ন করব।

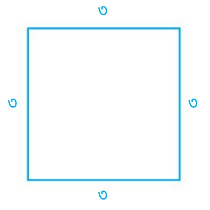
২.২ একটি চলকের বহুপদী

আসুন আমরা স্মরণ করে শুরু করি যে একটি চলককে এমন একটি প্রতীক দ্বারা চিহ্নিত করা হয় যা যেকোনো বাস্তবকে নিতে পারে মান। আমরা চলক বোঝাতে x, y, z ইত্যাদি অক্ষর ব্যবহার করি । লক্ষ্য করুন যে 2x, 3x, – x, – $\frac{১}{২}x$ বীজগণিতীয় রাশি। এই সকল রাশির আকার (একটি ধ্রুবক) × x। এখন ধরুন আমরা এমন একটি রাশি লিখতে চাই যা (একটি ধ্রুবক) × (একটি চলক) এবং আমরা জানি না যে ধ্রুবকটি কী। এই ক্ষেত্রে, আমরা ধ্রুবকটিকে a, b, c, ইত্যাদি হিসাবে লিখি। সুতরাং রাশিটি হবে ax, ধরুন।

তবে, ধ্রুবক নির্দেশক বর্ণ এবং চলক নির্দেশক বর্ণের মধ্যে পার্থক্য রয়েছে। একটি নির্দিষ্ট পরিস্থিতিতে ধ্রুবকের মান একই থাকে, অর্থাৎ, নির্দিষ্ট সমস্যায় ধ্রুবকের মান পরিবর্তিত হয় না, তবে চলকের মান পরিবর্তনশীল থাকতে পারে।

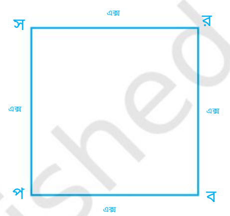
পুনর্মুদ্রণ ২০২৫-২৬

এখন, ৩টি বাহু বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র বিবেচনা করুন (চিত্র ২.১ দেখুন)। এর পরিধি কত? তুমি জানো যে একটি বর্গক্ষেত্রের পরিধি হল তার চার বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি। এখানে, প্রতিটি বাহুর 3টি একক। সুতরাং, এর পরিধি হল 4 × 3, অর্থাৎ 12টি একক। বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহুর 10টি একক হলে পরিধি কত হবে? পরিধি হল 4 × 10, অর্থাৎ 40টি একক। যদি প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য x একক হয় (চিত্র 2.2 দেখুন), তাহলে পরিধি 4x একক দ্বারা নির্ধারিত হয়। সুতরাং, বাহুর দৈর্ঘ্য পরিবর্তিত হওয়ার সাথে সাথে পরিধিও পরিবর্তিত হয়।



চিত্র 2.1

বর্গক্ষেত্র PQRS এর ক্ষেত্রফল বের করতে পারো? এটি একটি বীজগণিতীয় রাশি। তুমি 2x, x + ২ x × x = x বর্গ একক। x ২ 4x + 7 এর মতো অন্যান্য বীজগণিতীয় রাশির সাথেও পরিচিত। মনে রাখবেন, আমরা এখন পর্যন্ত যে সমস্ত বীজগণিতীয় রাশি বিবেচনা করেছি, সেগুলিতে চলকের সূচক হিসেবে কেবল পূর্ণসংখ্যা রয়েছে। এই রূপের রাশিগুলিকে একটি চলকের বহুপদী বলা হয়। উপরের উদাহরণগুলিতে, চলকটি হল x। উদাহরণস্বরূপ, x + 4x + 7 হল a ৩ ২ – এক্স



চিত্র 2.2

৩ ২ – এক্স

x- এ বহুপদী । একইভাবে, 3y চলক y এবং t ২ + 5y হল একটি বহুপদী, + 4 হল t চলকের বহুপদী x 2 + 2x-এ, x ২ একটি বহুপদী ।

2 এবং 2x রাশিগুলিকে বহুপদীটির পদ বলা হয়। একইভাবে, বহুপদী 3y 2 + 5y + 7-এ তিনটি পদ রয়েছে, যথা, 3y ২ , 5y এবং 3 + 4x 2 +

পদের একটি সহগ থাকে। তাহলে, –x 3 + 4x 2 + 7x – 2-এ, x 3 এর সহগ হল –1, x 2 এর সহগ হল 4, x এর সহগ হল 7 এবং –2 হল 2 – x + 7x – 2 ? এই বহুপদীতে 7 আছে। তুমি কি বহুপদী –x 4 পদের পদ লিখতে পারো, যথা, –x একটি বহুপদীর প্রতিটি 7? ৩ , ৪x ২, ৭x এবং –২।

x এর 0 সহগ (মনে রাখবেন, x ০ = ১)। তুমি কি x এর সহগ জানো ? এটি -১।

২ একটি বহুপদীও। আসলে, ২, –৫, ৭, ইত্যাদি ধ্রুবক বহুপদীগুলির উদাহরণ। ধ্রুবক বহুপদী ০ কে শূন্য বহুপদী বলা হয়। এটি সকল বহুপদী সংগ্রহে অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে, যেমনটি আপনি উচ্চতর শ্রেণীতে দেখতে পাবেন।

এখন, x + এর মতো বীজগণিতীয় রাশি বিবেচনা করুন $\frac{১}{এক্স}$, এক্স + ৩ এবং $\sqrt[৩]{}$+ বছর ২. তুমি কি ১ জানি যে তুমি x + লিখতে পারো $\frac{}{এক্স}$ = x + x –1? এখানে, দ্বিতীয় পদের সূচক, অর্থাৎ, এক্স-1 হল -1, যা একটি পূর্ণসংখ্যা নয়। সুতরাং, এই বীজগণিতীয় রাশিটি বহুপদী নয়।

আবার, x + 3 কে x + 3 হিসেবে লেখা যেতে পারে । এখানে x এর সূচক হল $\frac{১}{২}$, কোনটি পূর্ণসংখ্যা নয়। তাহলে, x + 3 কি বহুপদী? না, তা নয়। কী হবে? $\sqrt[৩]{y}$ + y 2? এটি বহুপদীও নয় (কেন?)।

Machine Translated by Google

যদি একটি বহুপদীতে চলকটি x হয়, তাহলে আমরা বহুপদীটিকে p(x), অথবা q(x), অথবা r(x), ইত্যাদি দ্বারা বোঝাতে পারি। সুতরাং, উদাহরণস্বরূপ, আমরা লিখতে পারি:

p(x) = 2x 2 + 5x – 3

q(x) = x 3 –1

r(y) = y ৩ + y + 1 2 +

2 – u – u একটি বহুপদীতে 6u 5 s(u) =

যেকোনো (সীমাবদ্ধ) সংখ্যক পদ থাকতে পারে। উদাহরণস্বরূপ, x 150 + x 149 + 2 + x + 1 হল 151 পদ বিশিষ্ট একটি বহুপদী। + x 2x, 2, 5x বহুপদী ... বিবেচনা করুন।

৩, –৫x ২, y এবং you ৪। তুমি কি দেখতে পাচ্ছ যে এই প্রতিটি বহুপদীতে কেবল একটি পদ আছে? যেসব বহুপদীতে কেবল একটি পদ থাকে তাদের একপদ বলা হয় ('mono' অর্থ 'এক')।

এবার নিচের প্রতিটি বহুপদী লক্ষ্য করুন: p(x) = x + 1, q(x) = x

r(y) = y 9 + 1, t(u) = u এই প্রতিটিতে কতগুলি পদ আছে? এই প্রতিটি বহুপদীতে মাত্র দুটি পদ ১৫ ২ – ইন

আছে। যে বহুপদীগুলিতে মাত্র দুটি পদ আছে তাদের দ্বিপদী বলা হয় ('bi' মানে 'দুই')।

একইভাবে, মাত্র তিনটি পদ বিশিষ্ট বহুপদীকে ত্রিপদী বলা হয় ('ত্রি' অর্থ 'তিন')। ত্রিপদী সংখ্যার কিছু উদাহরণ হল

পি(এক্স) = এক্স + এক্স ২ + পি, q(x) = 2 + $\sqrt{x}$ – x 4 + y ২,

r(u) = u + u এবার, ২ – ২, y + 5। t(y) =

বহুপদী p(x) = 3x 7 – 4x 6 + x + 9 দেখুন। x এর সর্বোচ্চ ঘাত বিশিষ্ট পদটি কী? এটি 3x 7। এই পদটিতে x এর সূচক 7। একইভাবে, – 6 তে, y এর সর্বোচ্চ ঘাত বিশিষ্ট পদটি 5y 6 এবং বহুপদী q(y) = 5y এই পদে y এর ৬ – ৪ বছর ২ সূচক 6। আমরা বহুপদীতে চলকের সর্বোচ্চ ঘাতকে বহুপদীটির ডিগ্রি বলি। সুতরাং, 3x 7 – 4x 6 + x + 9 বহুপদীটির ডিগ্রি 7 এবং 5y ৬ – ৪ বছর ২ – ৬ হল ৬। একটি অ-শূন্যের ডিগ্রি ধ্রুবক বহুপদীটির ডিগ্রি শূন্য।

উদাহরণ ১: নীচে প্রদত্ত প্রতিটি বহুপদীর ডিগ্রি নির্ণয় করো: (i) x ৫ – এক্স ৪ + ৩ (ii) 2 – y ২ – ব ৩ + ২য় ৮ (iii) ২

সমাধান: (i) চলকের সর্বোচ্চ ঘাত 5। সুতরাং, বহুপদীটির ডিগ্রি 5।

(ii) চলকের সর্বোচ্চ ঘাত 8। সুতরাং, বহুপদীটির ডিগ্রি 8। (iii) এখানে একমাত্র পদ হল 2 যা 2x 0 হিসাবে লেখা যেতে পারে। সুতরাং x এর সূচক হল 0।

অতএব, বহুপদীটির ডিগ্রি 0।

এবার p(x) = 4x + 5, q(y) = 2y, r(t) = t + 2 এবং s(u) = 3 – u এই বহুপদীগুলি লক্ষ্য করো। তুমি কি এদের সকলের মধ্যে কোন মিল দেখতে পাচ্ছ? এই বহুপদীগুলির প্রতিটির ডিগ্রি এক। ডিগ্রি একের বহুপদীকে রৈখিক বহুপদী বলা হয়।

একটি চলকের আরও কিছু রৈখিক বহুপদী হল 2x – 1, 2 y + 1, 2 – u। এখন, x এ 3টি পদ সহ একটি রৈখিক বহুপদী খুঁজে বের করার চেষ্টা করুন? আপনি এটি খুঁজে পাবেন না কারণ x- এ একটি রৈখিক বহুপদীতে সর্বাধিক দুটি পদ থাকতে পারে। সুতরাং, x- এ যেকোনো রৈখিক বহুপদী হবে ax + b আকারের , যেখানে a এবং b ধ্রুবক এবং a ≠ 0 (কেন?)। একইভাবে, ay + b হল y- তে একটি রৈখিক বহুপদী ।

এবার বহুপদীগুলো বিবেচনা করুন:

$$২x ২ + ৫, ৫x ২ + ৩x + π, x ২ \text{ এবং } x ২ + \frac{২}{৫} x$$

তুমি কি একমত যে, এগুলো সবই দ্বিতীয় স্তরের? দ্বিতীয় স্তরের বহুপদীকে বলা হয় একটি দ্বিঘাত বহুপদী। একটি দ্বিঘাত বহুপদীর কিছু উদাহরণ হল 5 – y ২, 4y + 5y 2 এবং 6 – y – y ২. তুমি কি চারটি দিয়ে একটি চলকে একটি দ্বিঘাত বহুপদী লিখতে পারো? ভিন্ন পদ? আপনি দেখতে পাবেন যে একটি চলকের একটি দ্বিঘাত বহুপদীতে সর্বাধিক 3টি পদ থাকবে। আপনি যদি আরও কয়েকটি দ্বিঘাত বহুপদী তালিকাভুক্ত করেন, তাহলে আপনি দেখতে পাবেন যে x- এর যেকোনো দ্বিঘাত বহুপদী ax2 + bx + c আকারের , যেখানে a ≠ 0 এবং a, b, c ধ্রুবক। একইভাবে, y- এর দ্বিঘাত বহুপদী ay2 + by + c আকারের হবে , যদি a ≠ 0 এবং a, b, c ধ্রুবক হয়।

তিন ডিগ্রির বহুপদীকে আমরা ঘন বহুপদী বলি। 2x 3 + 4x 2 + 6x + 7 এর কিছু উদাহরণ । কীভাবে x- এর ঘন বহুপদী 4x 3, তোমার কি মনে, ২x ৩ + ১, ৫x ৩ + এক্স ২, ৬x ৩ – এক্স, ৬ – এক্স ৩, হয় একটি চলকের ঘন বহুপদীতে কত পদ থাকতে পারে? এর সর্বাধিক 4টি পদ থাকতে পারে। এগুলি ax3 + bx2 + cx + d আকারে লেখা যেতে পারে, যেখানে a ≠ 0 এবং a, b, c এবং d ধ্রুবক।

এখন, আপনি দেখেছেন যে ডিগ্রি ১, ডিগ্রি ২, অথবা ডিগ্রি ৩ এর বহুপদী কেমন দেখায়, আপনি কি ডিগ্রি n এর একটি চলকে n এর জন্য একটি বহুপদী লিখতে পারেন? ডিগ্রি n এর একটি চলকে x এর বহুপদী হল ফর্মের একটি রাশি

$$an \text{ এন} + an–1x \; ^{n–1} + \; . . . \; + a1 x + a0$$

x যেখানে a0 , a1 , a2 , . . ., an হল ধ্রুবক এবং an ≠ 0।

বিশেষ করে, যদি a0 = a1 = a2 = a3 = = an = 0 (সমস্ত ধ্রুবক শূন্য হয়), তাহলে আমরা শূন্য বহুপদী পাব, যা 0 দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। শূন্য বহুপদীটির ডিগ্রি কত?
শূন্য বহুপদীটির মাত্রা সংজ্ঞায়িত করা হয়নি।

এখন পর্যন্ত আমরা শুধুমাত্র একটি চলকের বহুপদী নিয়ে আলোচনা করেছি। আমরা + xyz (যেখানে চলক + r একাধিক চলকের বহুপদী। উদাহরণস্বরূপ, x হল x, y এবং z) তিনটি চলকের একটি বহুপদী। ২ + এবং ২ (যেখানে (যেখানে চলকগুলি u একইভাবে p চলক হল p, q এবং r), u যথাক্রমে তিনটি এবং দুটি চলক। আপনি পরে এই ধরণের বহুপদী ২ + কিউ ১০ এবং v) বহুপদী) সম্পর্কে বিস্তারিতভাবে অধ্যয়ন করবেন। ৩ + ইন ২ থাকতে পারে

অনুশীলন ২.১

১. নিচের কোন রাশিটি একটি চলকের বহুপদী এবং কোনটি নয়? তোমার উত্তরের কারণগুলি লেখ।

(i) ৪x ২ – ৩x + ৭ (ii) y ২ + ২√ (iii) ৩ √টি টি + √২ ২ (iv) এবং + এবং

(v) x 10 + y 3 + t ৫০

2. নিম্নলিখিত প্রতিটিতে x 2 এর সহগ লিখুন :

(i) ২ + x ২ + এক্স (ii) ২ – x ২ ৩ + এক্স (iii) পৃ ২ + xx / ২ (iv) ২ ১√x –

৩. ৩৫ ডিগ্রির দ্বিপদী এবং ১০০ ডিগ্রির একপদী উভয়ের একটি করে উদাহরণ দাও।

৪. নিম্নলিখিত প্রতিটি বহুপদীর ডিগ্রি লেখো:

(i) ৫x ৩ + ৪x ২ + ৭x (ii) ৪ – ব ২

(iii) ৫টি – ৭√টি (iv) ৩

৫. নিম্নলিখিতগুলিকে রৈখিক, দ্বিঘাত এবং ঘন বহুপদী হিসাবে শ্রেণীবদ্ধ করুন:

(i) x ২ + এক্স (ii) x – x ৩ (iii) y + y ২ + ৪ (iv) ১ + x

(v) 3t (vi) r ২ (vii) 7x ৩

২.৩ বহুপদীর শূন্য

বহুপদী p(x) = 5x বিবেচনা করুন ৩ – ২x ২ + ৩x – ২।

যদি আমরা p(x) এর সর্বত্র x কে 1 দিয়ে প্রতিস্থাপন করি, তাহলে

আমরা p(1) = 5 × (1)3 – 2 × (1)2 + 3 × (1) – 2 পাব।

= ৫ – ২ + ৩ –২

= ৪

সুতরাং, আমরা বলি যে x = 1 এ p(x) এর মান 4। p(0) = 5(0)3

– 2(0)2 + 3(0) –2 একইভাবে,

= –2

তুমি কি p(–1) খুঁজে পাও?

উদাহরণ ২: চলকের নির্দেশিত মানের উপর নিম্নলিখিত প্রতিটি বহুপদীর মান নির্ণয় করো:

(i) p(x) = 5x (ii) q(y) ২ – x = 1 এ 3x + 7 ।

= 3y (iii) p(t) = 4t 4 ৩ – y = 2 এ 4√y + 11 ।

+ 5t 3 2 + 6 t = a. – t

সমাধান: (i) p(x) = 5x ২ – ৩x + ৭

x = 1 এ বহুপদী p(x) এর মান p(1) = 5(1)2 – 3(1) + 7 দ্বারা দেওয়া হল

= ৫ – ৩ + ৭ = ৯

(ii) q(y) = 3y ৩ – ৪ বছর + ১১

y = 2 এ বহুপদী q(y) এর মান দেওয়া হল

q(2) = 3(2)3 – 4(2) + 11 = 24 – 8 + 11 = 16 + 11

(iii) p(t) = 4t 4 + 5t 3 – টি২ + ৬

t = a তে বহুপদী p(t) এর মান দেওয়া হল

p(a) = 4a 4 + 5a 3 – ক ২ + ৬

এবার, বহুপদী p(x) = x – 1 বিবেচনা করুন।

p(1) কী ? লক্ষ্য করুন যে: p(1) = 1 – 1 = 0।

যেহেতু p(1) = 0, আমরা বলি যে 1 হল বহুপদী p(x) এর একটি শূন্য ।

একইভাবে, আপনি পরীক্ষা করতে পারেন যে 2 হল q(x) এর একটি শূন্য , যেখানে q(x) = x – 2।

সাধারণভাবে, আমরা বলি যে একটি বহুপদী p(x) এর শূন্য হল একটি সংখ্যা c যার p(c) = 0।

তুমি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছো যে বহুপদী x – 1 এর শূন্যকে 0 এর সাথে সমান করলে পাওয়া যায়, অর্থাৎ x – 1 = 0, যা x = 1 দেয়। আমরা বলি p(x) = 0 একটি বহুপদী সমীকরণ এবং 1 হল বহুপদী সমীকরণ p(x) = 0 এর মূল। তাই আমরা বলি 1 হল বহুপদী x – 1 এর শূন্য , অথবা বহুপদী সমীকরণ x – 1 = 0 এর মূল ।

এবার, ধ্রুবক বহুপদী ৫ বিবেচনা করুন। আপনি কি বলতে পারেন এর শূন্য কী? এর কোন শূন্য নেই কারণ 5x 0 এর যেকোনো সংখ্যা দিয়ে x প্রতিস্থাপন করলেও আমাদের 5 পাওয়া যায়। আসলে, একটি অ-শূন্য ধ্রুবক বহুপদীতে কোন শূন্য থাকে না। শূন্য বহুপদীটির শূন্য সম্পর্কে কী বলা যায়? প্রচলিতভাবে, প্রতিটি বাস্তব সংখ্যা হল শূন্য বহুপদীর একটি শূন্য।

উদাহরণ ৩: -2 এবং 2 x + 2 বহুপদীটির শূন্য কিনা তা পরীক্ষা করুন ।

সমাধান: ধরুন p(x) = x + 2।

তাহলে p(2) = 2 + 2 = 4, p(–2) = –2 + 2 = 0 অতএব, –

2 হল বহুপদী x + 2 এর একটি শূন্য, কিন্তু 2 নয়।

উদাহরণ ৪: বহুপদী p(x) = 2x + 1 এর একটি শূন্য নির্ণয় করো।

সমাধান: p(x) এর শূন্য বের করা সমীকরণ সমাধানের সমান।

পি(এক্স) = ০

এখন, $2x + 1 = 0$ আমাদের $x =$ দেয় $-\frac{১}{২}$

তাই, $-\frac{১}{২}$ হল $2x + 1$ বহুপদীটির একটি শূন্য।

এখন, যদি $p(x) = ax + b$, $a \neq 0$, একটি রৈখিক বহুপদী হয়, তাহলে আমরা কীভাবে একটি শূন্য খুঁজে পাব? p(x)? ৪ নং উদাহরণ থেকে হয়তো আপনাকে কিছু ধারণা দেওয়া হয়েছে। বহুপদী p(x) এর শূন্য বের করা, বহুপদী সমীকরণ $p(x) = 0$ সমাধানের সমান।

এখন, $p(x) = 0$ মানে কুঠার + খ = ০, ক ≠ ০

তাই, কুঠার = –খ

অর্থাৎ, $x = -\frac{খ}{ক}$.

সুতরাং, $x = -\frac{খ}{ক}$ হল p(x) এর একমাত্র শূন্য, অর্থাৎ, একটি রৈখিক বহুপদীতে একটি এবং শুধুমাত্র একটি শূন্য থাকে।

এখন আমরা বলতে পারি যে 1 হল $x - 1$ এর শূন্য, এবং –2 হল $x + 2$ এর শূন্য।

উদাহরণ ৫: ২ এবং ০ বহুপদী x এর শূন্য কিনা তা যাচাই করো। ^{২} - ২x।

সমাধান: যাক পি(এক্স) = এক্স^২ – ২x

তারপর পি(২) = ২^২ – ৪ = ৪ – ৪ = ০

এবং $p(0) = 0 – 0 = 0$

অতএব, 2 এবং 0 উভয়ই বহুপদী x এর শূন্য ^{২} - ২x।

এবার আমাদের পর্যবেক্ষণগুলো তালিকাভুক্ত করা যাক:

(i) একটি বহুপদীর শূন্য ০ হতে হবে না।

(ii) 0 একটি বহুপদীর শূন্য হতে পারে।

(iii) প্রতিটি রৈখিক বহুপদীতে একটি এবং শুধুমাত্র একটি শূন্য থাকে।

(iv) একটি বহুপদীতে একাধিক শূন্য থাকতে পারে।

অনুশীলনী ২.২

১. ৫x – ৪x বহুপদীটির মান নির্ণয় করো। ^{২} + 3 এ

(i) x = 0 (ii) x = –1 2. নিম্নলিখিত (iii) x = 2

প্রতিটি বহুপদীর জন্য p(0), p(1) এবং p(2) নির্ণয় করো:

(i) p(y) = y ^{২} – এবং + ১ (ii) p(t) = 2 + t + 2t ^{২} – টি^{৩}

(iii) p(x) = x ^{৩} (iv) p(x) = (x – 1) (x + 1)

Machine Translated by Google

৩. নিম্নলিখিতগুলি বহুপদীটির বিপরীতে নির্দেশিত শূন্য কিনা তা যাচাই করুন।

(i) p(x) = 3x + 1, x = $-\frac{১}{৩}$ ৪ (ii) p(x) = 5x – π, x = $\frac{}{৫}$

(iii) p(x) = x ২ – ১, x = ১, –১ (iv) p(x) = (x + 1) (x – 2), x = – 1, 2

(v) p(x) = x ২, x = 0 (vi) p(x) = lx + m, x = – l $\frac{m}{}$

(vii) p(x) = 3x ২ – ১, x = $-\frac{১}{\sqrt{৩}}, \frac{২}{৩\sqrt{}}$ (viii) p(x) = 2x + 1, x = 2 $\frac{১}{}$

4. নিম্নলিখিত প্রতিটি ক্ষেত্রে বহুপদীটির শূন্য নির্ণয় করো: (i) p(x) = x + 5 (iii) p(x) = 2x + 5 (iv)

p(x) = 3x – 2 (vi) p(x) = ax, a ≠ 0 (vii) p(x) (ii) cp(x) d, c ≠ 0, (v) d হল বাস্তব সংখ্যা।

p(x) = 3x

2.4 বহুপদীগুলির উৎপাদকীকরণ

এবার উপরের উদাহরণ ১০-এর পরিস্থিতি আরও ঘনিষ্ঠভাবে দেখা যাক। এটি আমাদের বলে যে যেহেতু 1 – = 0, (2t + 1) হল q(t) এর একটি

বাকি, q গুণনীয়ক , অর্থাৎ, q(t) = (2t + 1) g(t) 2

কিছু বহুপদী g(t) এর জন্য। এটি নিম্নলিখিত উপপাদ্যের একটি বিশেষ ক্ষেত্রে।

উৎপাদক উপপাদ্য: যদি p(x) ডিগ্রি n > 1 এর বহুপদী হয় এবং a যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হয়, তাহলে (i) x – a হল p(x) এর একটি উৎপাদক , যদি p(a) = 0 হয়, এবং (ii) p(a) = 0 হয়, যদি x – a p(x) এর একটি উৎপাদক হয় ।

প্রমাণ: অবশিষ্ট উপপাদ্য অনুসারে, p(x)=(x – a) q(x) + p(a)।

(i) যদি p(a) = 0 হয়, তাহলে p(x) = (x – a) q(x), যা দেখায় যে x – a হল p(x) এর একটি গুণনীয়ক । (ii) যেহেতু x – a হল p(x) এর একটি গুণনীয়ক , তাই একই বহুপদী g (x) এর জন্য p(x) = (x – a) g (x)।

এই ক্ষেত্রে, p(a) = (a – a) g(a) = 0।

উদাহরণ ৬: পরীক্ষা করো যে x + 2 x 3 + 3x 2 + 5x + 6 এবং 2x + 4 এর গুণনীয়ক কিনা।

সমাধান: x + 2 এর শূন্য হল –2। ধরুন p(x) = x 3 + 3x 2 + 5x + 6 এবং s(x) = 2x + 4

তারপর, p(–2) = (–2)3 + 3(–2)2 + 5(–2) + 6

= –৮ + ১২ – ১০ + ৬

= ০

সুতরাং, উৎপাদক উপপাদ্য অনুসারে, x + 2 হল x এর একটি উৎপাদক ৩ + ৩ বার২ + ৫x + ৬।

। আবার, s(–2) = 2(–2) + 4 = 0 সুতরাং, x + 2 হল 2x + 4 এর একটি

উৎপাদক । আসলে, আপনি উৎপাদক উপপাদ্য প্রয়োগ না করেই এটি পরীক্ষা করতে পারেন, যেহেতু 2x + 4 = 2(x + 2)।

উদাহরণ ৭: যদি x – 1 4x এর গুণনীয়ক হয় , তাহলে k এর মান নির্ণয় করো । ৩ + ৩ বার২ – ৪x + কে।

সমাধান: যেহেতু x – 1 হল p(x) = 4x এর একটি গুণনীয়ক ৩ + ৩ বার২ – 4x + k, p(1) = 0 p(1)

এখন, = 4(1)3 + 3(1)2 – 4(1) + k

৪ + ৩ – ৪ + কে = ০

কে = –3

সুতরাং, অর্থাৎ, আমরা এখন 2 এবং 3 ডিগ্রির কিছু বহুপদীকে উৎপাদিত করার জন্য উৎপাদক উপপাদ্য ব্যবহার করব।

তুমি ইতিমধ্যেই 2 + lx + m এর মতো দ্বিঘাত বহুপদীটির উৎপাদকীকরণের সাথে পরিচিত । তুমি মধ্যবর্তী পদ lx কে ax + bx দিয়ে ভাগ করে এক্সউৎপাদিত পদার্থ তৈরি করেছ যাতে ab = m হয়। তারপর x 2 + lx + m = (x + a) (x + b)। এখন আমরা ax2 + bx + c ধরণের দ্বিঘাত বহুপদীগুলির উৎপাদিত পদার্থ তৈরি করার চেষ্টা করব , যেখানে a ≠ 0 এবং a, b, c ধ্রুবক।

মধ্যবর্তী পদটি বিভক্ত করে বহুপদী ax2 + bx + c এর উৎপাদকীকরণ নিম্নরূপ:

২

3x এর বিবরণ

—— = 3x = ভাগফলের প্রথম পদ

এক্স

ধরা যাক এর উৎপাদকগুলি (px + q) এবং (rx + s)। তাহলে ax2

+ bx + c = (px + q) (rx + s) = pr x2 + (ps + qr) x + qs

x এর সহগের তুলনা একইভাবে, x এর সহগের২, আমরা পাই a = pr।

তুলনা করলে আমরা পাই b = ps + qr।

এবং, ধ্রুবক পদগুলির তুলনা করলে, আমরা পাই c = qs।

এটি আমাদের দেখায় যে b হল দুটি সংখ্যা ps এবং qr এর সমষ্টি , যার গুণফল হল (ps)(qr) = (pr)(qs) = ac।

অতএব, ax2 + bx + c উৎপাদক করার জন্য, আমাদের b কে দুটির যোগফল হিসেবে লিখতে হবে যে সংখ্যাগুলির গুণফল ac। উদাহরণ ১৩ থেকে এটি স্পষ্ট হবে।

উদাহরণ ৮: মধ্যবর্তী পদটি ভাগ করে এবং উৎপাদক উপপাদ্য ব্যবহার করে 6x 2 + 17x + 5 উৎপাদিত করুন ।

সমাধান ১: (বিভাজন পদ্ধতি দ্বারা): যদি আমরা দুটি সংখ্যা p এবং q খুঁজে পাই যাতে p + q = 17 এবং pq = 6 × 5 = 30 হয়, তাহলে আমরা উৎপাদকগুলি পেতে পারি।

তাহলে, আসুন আমরা 30 এর উৎপাদক জোড়া খুঁজি। কিছু হল 1 এবং 30, 2 এবং 15, 3 এবং 10, 5 এবং 6। এই জোড়াগুলির মধ্যে, 2 এবং 15 আমাদের p + q = 17 দেবে ।

তাহলে, $৬x^২ + ১৭x + ৫ = ৬x^২ + (২ + ১৫)x + ৫$

$= ৬x^২ + ২x + ১৫x + ৫$

$= ২x(৩x + ১) + ৫(৩x + ১)$

$= (৩x + ১) (২x + ৫)$

সমাধান ২ : (উৎপাদক উপপাদ্য ব্যবহার করে)

$৬x^২ + ১৭x + ৫ = ৬\left(x^২ + \frac{১৭}{৬}x + \frac{৫}{৬}\right) = 6\ p(x)$, ধরুন। যদি a এবং b p(x) এর শূন্য হয় , তাহলে

$6x^2 + 17x + 5 = 6(x - a)(x - b)$। সুতরাং, $ab = \frac{৫}{৬}$· আসুন আমরা কিছু সম্ভাবনার দিকে নজর দেই a এবং

খ. তারা হতে পারে $\pm\frac{১}{২}, \pm\frac{১}{৩}, \pm\frac{৫}{৩}, \pm\frac{৫}{২}, \pm ১$। এখন, $p\left(\frac{১}{২}\right) = \frac{১}{৪} + \frac{১৭}{৬}\left(\frac{১}{২}\right) + \frac{৫}{৬} \neq ০$. কিন্তু

$p\left(\frac{-১}{৩}\right) = ০$। সুতরাং, $\left(x + \frac{১}{৩}\right)$ p(x) এর একটি গুণনীয়ক। একইভাবে, পরীক্ষা করে, আপনি এটি খুঁজে পেতে পারেন

$\left(x + \frac{৫}{২}\right)$ p(x) এর একটি গুণনীয়ক।

অতএব, $৬x^২ + ১৭x + ৫ = ৬\left(x + \frac{১}{৩}\right)\left(x + \frac{৫}{২}\right)$

$= ৬\left(\frac{৩x + ১}{৩}\right)\left(\frac{২x + ৫}{২}\right)$

$= (৩x + ১) (২x + ৫)$

উপরের উদাহরণের জন্য, বিভাজন পদ্ধতির ব্যবহার আরও কার্যকর বলে মনে হচ্ছে। তবে, আরেকটি উদাহরণ বিবেচনা করা যাক।

উদাহরণ ৯: y উৎপাদক করুন ^{২} – উৎপাদক উপপাদ্য ব্যবহার করে 5y + 6।

সমাধান: ধরুন $p(y) = y^২ - 5y + 6$। এখন, যদি $p(y) = (y - a)(y - b)$, তাহলে তুমি জানো যে ধ্রুবক পদ হবে ab। সুতরাং, ab = 6। সুতরাং, p(y) এর উৎপাদকগুলি অনুসন্ধান করার জন্য , আমরা দেখি ৬ এর গুণনীয়ক।

6 এর গুণনীয়ক হল 1, 2 এবং 3।

এখন, $p(2) = 22 - (5 \times 2) + 6 = 0$

সুতরাং, y – 2 হল p(y) এর একটি গুণনীয়ক।

এছাড়াও, $p(3) = 32 – (5 × 3) + 6 = 0$

সুতরাং, y – 3ও y এর একটি গুণনীয়ক ^{২} – ৫ বছর + ৬।

অতএব, y ^{২} – ৫y + ৬ = (y – ২)(y – ৩)

মনে রাখবেন যে ^{২} – 5y + 6 কে মধ্যবর্তী পদ –5y কে ভাগ করেও উৎপাদক করা যেতে পারে।

y এখন, ঘন বহুপদীগুলির উৎপাদকীকরণ বিবেচনা করা যাক। এখানে, বিভাজন পদ্ধতিটি শুরু করা উপযুক্ত হবে না। আমাদের প্রথমে কমপক্ষে একটি উৎপাদক খুঁজে বের করতে হবে, যেমনটি আপনি নিম্নলিখিত উদাহরণে দেখতে পাবেন।

উদাহরণ ১০: x উৎপাদক করুন ^{৩} – ২৩x ২ + ১৪২x – ১২০।

সমাধান: ধরুন p(x) = x ^{৩} – ২৩x ২ + ১৪২x – ১২০

এখন আমরা -120 এর সকল উৎপাদক খুঁজে বের করব। এর মধ্যে কয়েকটি হল ±1, ±2, ±3,

±৪, ±৫, ±৬, ±৮, ±১০, ±১২, ±১৫, ±২০, ±২৪, ±৩০, ±৬০।

পরীক্ষা করে আমরা দেখতে পাই যে p(1) = 0। সুতরাং x – 1 হল p(x) এর একটি গুণনীয়ক।

এখন আমরা দেখতে পাচ্ছি যে x ^{৩} – ২৩x ২ + ১৪২x – ১২০ = x ^{৩} ২ - এক্স – ২২x ২ + ২২x + ১২০x – ১২০

২ = এক্স(x –1) – 22x(x – 1) + 120(x – 1) (কেন?)

= (x – 1) (x ^{২} – ২২x + ১২০) [(x – ১) সাধারণ সংখ্যা গ্রহণ]

আমরা p(x) কে x – 1 দিয়ে ভাগ করেও এটি পেতে পারতাম।

এখন x ^{২} – 22x + 120 কে মধ্যবর্তী পদটি ভাগ করে অথবা ব্যবহার করে উৎপাদক করা যেতে পারে উৎপাদক উপপাদ্য। মধ্যবর্তী পদটি ভাগ করে, আমরা পেয়েছি:

এক্স ^{২} – ২২x + ১২০ = x ^{২} – ১২x – ১০x + ১২০

= x(x – 12) – 10(x – 12) = (x – 12)

(x – 10)

তাই, এক্স ^{৩} – ২৩x ২ – ১৪২x – ১২০ = (x – ১)(x – ১০)(x – ১২)

অনুশীলন ২.৩

১. নিচের কোন বহুপদীতে (x + 1) গুণনীয়ক আছে তা নির্ণয় করো :

(i) x 3 + x ^{২} + এক্স + ১ (ii) x ^{৪} + এক্স৩ + এক্স ^{২} + এক্স + ১

(iii) x ^{৪} + ৩x ৩ + ৩x ^{২} + এক্স + ১ (iv) x ৩ ২ - এক্স – (২ ২ + +) x √২

2. নিম্নলিখিত প্রতিটি ক্ষেত্রে g(x) p(x) এর একটি গুণনীয়ক কিনা তা নির্ধারণ করতে উৎপাদক উপপাদ্য ব্যবহার করুন : (i) p(x) =

2x 3 + x ^{২} – 2x – 1, g(x) = x + 1

(ii) p(x) = x 3 + 3x ২ + 3x + 1, g(x) = x + 2

(iii) p(x) = x ৩ – ৪x ২ + x + 6, g(x) = x – 3

3. নিম্নলিখিত প্রতিটি ক্ষেত্রে যদি x – 1 p(x) এর একটি গুণনীয়ক হয় , তাহলে k এর মান নির্ণয় করো : + x + k

(i) p(x) = x ২

(ii) p(x) = 2x ২ + kx + 2√

(iii) p(x) = kx2 – 2 x√ + 1

(iv) p(x) = kx2 – 3x + k

৪. উৎপাদক:

(i) ১২x ২ – ৭x + ১

(ii) ২x ২ + ৭x + ৩

(iii) ৬x ২ + ৫x – ৬

(iv) ৩x ২ – এক্স – ৪

৫. উৎপাদক:

(i) x 3 ৩ – ২x ২ – এক্স + ২

(ii) x ৩ – ৩x ২ – ৯x – ৫

(iii) x + 13x ২ + ৩২x + ২০

(iv) 2y3 + y ২ – ২ বছর – ১

২.৫ বীজগণিতীয় পরিচয়

তোমার আগের ক্লাসগুলো থেকে, তুমি হয়তো মনে করতে পারো যে বীজগণিতীয় অভেদ হলো একটি বীজগণিতীয় সমীকরণ যা এতে ঘটমান চলকের সকল মানের জন্য সত্য। তুমি আগের ক্লাসগুলোতে নিম্নলিখিত বীজগণিতীয় অভেদগুলো অধ্যয়ন করেছ: 2 + 2xy + y

পরিচয় I : (x + y) ২ = এক্স ২

পরিচয় II : (x – y) ২ ২ = এক্স – 2xy + y ২

পরিচয় III : x পরিচয় ২ - এবং ২ = (x + y) (x – y)

IV : (x + a) (x + b) = x 2 + (a + b)x + ab বীজগণিতীয় রাশিগুলিকে

উৎপাদক হিসেবে ব্যবহার করার জন্য আপনি অবশ্যই এই বীজগণিতীয় পরিচয়গুলির কিছু ব্যবহার করেছেন। আপনি গণনার মাধ্যমেও তাদের উপযোগিতা দেখতে পারেন।

উদাহরণ ১১: উপযুক্ত পরিচয় ব্যবহার করে নিম্নলিখিত পণ্যগুলি খুঁজুন: (ii) (x – 3) (x + 5)

(i) (x + 3) (x + 3)

সমাধান: (i) এখানে আমরা Identity I ব্যবহার করতে পারি: (x + y) ২ = এক্স২ + ২xy + y ২। এতে y = 3 বসানো , আমরা পাব

(x + 3) (x + 3) = (x + 3)2 = x ২ + ২(x)(৩) + (৩)২

= এক্স২ + ৬x + ৯

(ii) উপরে Identity IV ব্যবহার করে, অর্থাৎ, (x + a) (x + b) = x 2 + (a + b)x + ab, আমরা পেয়েছি

(x + ৫) = x ২ + ২x – ১৫ ২ + (–৩ + ৫)x + (–৩)(৫) (x – ৩)

= এক্স

উদাহরণ ১২: সরাসরি গুণ না করে ১০৫ × ১০৬ মূল্যায়ন করো।

সমাধান: ১০৫ × ১০৬ = (১০০ + ৫) × (১০০ + ৬)

= (100)2 + (5 + 6) (100) + (5 × 6), পরিচয় IV ব্যবহার করে

= ১০০০০ + ১১০০ + ৩০

= ১১১৩০

আপনি উপরে তালিকাভুক্ত পরিচয়গুলির কিছু ব্যবহার দেখেছেন কিছু পণ্যের পণ্য খুঁজে বের করার ক্ষেত্রে প্রদত্ত রাশি। এই অভেদগুলি বীজগণিতীয় রাশির উৎপাদকীকরণে কার্যকর এছাড়াও, আপনি নিম্নলিখিত উদাহরণগুলিতে দেখতে পাচ্ছেন।

উদাহরণ ১৩ : উৎপাদক:

(i) 49a 2 + 70ab + 25b 2 (ii) $\frac{২৫}{৪}$ ২ এক্স - $\frac{এবং}{৯}$ ২

সমাধান: (i) এখানে আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে

৪৯ক ২ = (৭ক) ২, ২৫খ ২ = (৫খ) ২, ৭০ab = ২(৭ক) (৫খ)

প্রদত্ত রাশিটিকে x এর সাথে তুলনা করা ২ + ২xy + y ২, আমরা লক্ষ্য করি যে x = 7a এবং y = 5b।

Identity I ব্যবহার করে, আমরা পাই

৪৯ক ২ + ৭০অব + ২৫খ ২ = (৭ক + ৫খ) ২ = (৭ক + ৫খ) (৭ক + ৫খ)

(ii) আমাদের আছে $\frac{২৫}{৪}$ ২ এক্স - $\frac{২}{এবং ৯}$ = $\frac{৫}{২}$ এক্স ২ - $\frac{এবং}{৩}$ ২

এখন Identity III এর সাথে তুলনা করলে, আমরা পাই

$\frac{২৫}{৪}$ ২ এক্স - $\frac{এবং}{৯}$ ২ = $\frac{৫}{২}$ এক্স ২ - $\frac{এবং}{৩}$ ২

= $\frac{৫}{২}$ x + $\frac{y}{৩}$ $\frac{৫}{২}$ এক্স - $\frac{এবং}{৩}$

এখন পর্যন্ত, আমাদের সমস্ত পরিচয় দ্বিপদীগুলির গুণফলের সাথে জড়িত ছিল। আসুন এখন পরিচয়টি প্রসারিত করি I থেকে একটি ত্রিপদী x + y + z। আমরা গণনা করব (x + y + z) ২ আইডেন্টিটি I ব্যবহার করে।

ধরুন x + y = t। তাহলে,

(x + y + z) ২ = (t + z) ২

= টি২ + ২টিজেড + টি২ (পরিচয় I ব্যবহার করে)

= (x + y) ২ + 2(x + y)z + z ২ (t এর মান প্রতিস্থাপন করে)

২ = এক্স + ২xy + y ২ + ২xz + ২yz + z ২ (পরিচয় I ব্যবহার করে)

২ = এক্স + এবং ২ ২ + সহ + ২xy + ২yz + ২zx (শব্দগুলি পুনর্বিন্যাস করা)

তাহলে, আমরা নিম্নলিখিত পরিচয়টি পাই: 2 +

পরিচয় V: (x + y + z) ২ = এক্স y 2 + z 2 + 2xy + 2yz + 2zx

মন্তব্য: আমরা ডান পাশের রাশিকে বাম পাশের রাশির প্রসারিত রূপ বলি। লক্ষ্য করুন যে (x + y + z) 2 এর প্রসারণে তিনটি বর্গ পদ এবং তিনটি গুণফল পদ রয়েছে।

উদাহরণ ১৪: (3a + 4b + 5c) 2 প্রসারিত আকারে লিখ।

সমাধান: প্রদত্ত রাশিটির (x + y + z) সাথে তুলনা করা ২, আমরা সেটা পাই

x = 3a, y = 4b এবং z = 5c।

অতএব, Identity V ব্যবহার করে, আমাদের আছে =

(৩ক + ৪খ + ৫গ) ২ (3a) ২ + (৪খ) ২ + (৫গ) ২ + 2(3a)(4b) + 2(4b)(5c) + 2(5c)(3a)

= 9a 2 + 16b 2 + 25c 2 + 24ab + 40bc + 30ac

উদাহরণ ১৫ : প্রসারিত করুন (৪ক – ২খ – ৩গ) ২.

সমাধান: Identity V ব্যবহার করে, আমাদের কাছে

(৪ক - ২খ - ৩গ) ২ আছে = [4a + (–2b) + (–3c)]2 2

+ (–2b) 2 + (–3c) 2 + 2(4a)(–2b) + 2(–2b)(–3c) + 2(–3c)(4a) = (4a)

= ১৬ ক ২ + ৪খ ২ + ৯গ ২ – ১৬অব + ১২খৃঃপূঃ – ২৪একক

উদাহরণ ১৬: ৪x ২ + y ২ + z উৎপাদক করুন ২ – ৪xy – ২yz + ৪xz।

সমাধান: আমাদের কাছে 4x আছে ২ + এবং ২ + z2 – 4xy – 2yz + 4xz = (2x) ২ + (–y) + ২ + (সঙ্গে) ২ + ২(২x)(–y)

2(–y)(z) + 2(2x)(z)

= [2x + (–y) + z] = (2x ২ (পরিচয় V ব্যবহার করে) =

– y + z) ২ (2x – y + z)(2x – y + z)

এখন পর্যন্ত, আমরা দ্বিতীয় ডিগ্রি পদের সাথে সম্পর্কিত পরিচয় নিয়ে আলোচনা করেছি। এবার আসুন . আমাদের আছে: Identity I কে গণনা করতে প্রসারিত করুন (x + y) ৩

(x + y) ৩ = (x + y) (x + y) = (x ২

+ y)(x 2 + 2xy + y = x(x 2 + ২)

2xy + y) ২) + y(x 2 + 2xy + y ২)

৩ = এক্স + ২x ২ y + xy2 + x ২ y + 2xy2 + y ৩

৩ = এক্স + ৩ বার ২ y + 3xy2 + y 3 + ৩

= এক্স y 3 + 3xy(x + y)

সুতরাং, আমরা নিম্নলিখিত পরিচয়টি পাই:

পরিচয় VI : (x + y) ৩ ৩ = এক্স ৩ + এবং + ৩xy (x + y)

এছাড়াও, Identity VI-তে y-কে –y দিয়ে প্রতিস্থাপন করলে, আমরা পাব

পরিচয় VII : (x – y) ৩ ৩ = এক্স ৩ - এবং – 3xy(x – y) – 3x

৩ = এক্স 2y + 3xy2 – y ৩

উদাহরণ ১৭ : নিম্নলিখিত ঘনকগুলি প্রসারিত আকারে লিখুন: (i) (3a + 4b) ৩ (ii) (5p – 3q) ৩

সমাধান: (i) প্রদত্ত রাশিটির (x + y) x = 3a এবং y = 4b এর সাথে তুলনা করা। ৩, আমরা সেটা পাই

তাহলে, Identity VI ব্যবহার করে, আমাদের

আছে: (3a + 4b) ৩ = (3a) 3 + (4b) 3 + 3(3a)(4b)(3a + 4b)

= ২৭ক ৩ + ৬৪খ ৩ + ১০৮ক ২খ + ১৪৪খ২

(ii) প্রদত্ত রাশিটির তুলনা (x – y) x = 5p, y = 3q এর সাথে করা। ৩, আমরা সেটা পাই

সুতরাং, Identity VII ব্যবহার করে, আমাদের আছে:

(৫ পৃ. - ৩ কিউ) ৩ = (৫ পয়সা) ৩ - (৩ কিউ) ৩ – ৩(৫প)(৩কিউ)(৫প – ৩কিউ)

= ১২৫ পেন্স ৩ – ২৭ কিউ ৩ – ২২৫ পেন্স ২ কিউ + ১৩৫ পেন্স ২

উদাহরণ ১৮: উপযুক্ত পরিচয় ব্যবহার করে নিম্নলিখিত প্রতিটি মূল্যায়ন করুন: (i) (104)3

(ii) (999)3

সমাধান: (i) আমাদের আছে

(১০৪)৩ = (১০০ + ৪)৩

= (১০০)৩ + (৪)৩ + ৩(১০০)(৪)(১০০ + ৪)

(পরিচয় VI ব্যবহার করে)

= ১০০০০০০০ + ৬৪ + ১২৪৮০০

= ১১২৪৮৬৪

(ii) আমাদের আছে

(৯৯৯)৩ = (১০০০ – ১)৩

= (১০০০)৩ – (১)৩ – ৩(১০০০)(১)(১০০০ – ১)

(পরিচয় VII ব্যবহার করে)

= ১০,০০০,০০০ – ১ – ২৯৯৭,০০০

= ৯৯৭০০২৯৯৯

উদাহরণ ১৯: ৮x উৎপাদক করুন ৩ + ২৭ বছর৩ + ৩৬x ২y + ৫৪xy২

সমাধান: প্রদত্ত রাশিটিকে (2x) 3 + (3y) 3 + 3(4x = (2x) 3 + (3y)

3 + 3(2x) হিসেবে লেখা ২)(৩ বছর) + ৩(২x)(৯ বছর২))

যেতে পারে। ২(৩য়) + ৩(২য়)(৩য়) ২

= (২x + ৩য়) ৩ (পরিচয় VI ব্যবহার করে)

= (2x + 3y)(2x + 3y)(2x + 3y)

এখন বিবেচনা করুন (x + y + z)(x ২ + এবং২ + এর সাথে২ – xy – yz – zx)

সম্প্রসারণ করলে, আমরা পণ্যটি পাই

x(x 2 + y 2 + z ২ – xy – yz – zx) + y(x 2 + y 2 + z ২ – xy – yz – zx)

z(x 2 + y 2 + z + ২ – xy – yz – zx) = x 3 + xy2 + xz ২ – x 2y – xyz – zx2 + x 2y

+ yz2 – xy2 – y + y ২z – xyz + x 3 ২z + y ২+ সহ ৩ – xyz – yz2 – xz2

= এক্স৩ + y 3 + z ৩ – 3xyz (সরলীকরণের উপর)

সুতরাং, আমরা নিম্নলিখিত পরিচয়টি পাই:

পরিচয় VIII : x ৩ + এবং৩ ৩ + সহ – 3xyz = (x + y + z)(x ২ + এবং২ ২+ এর সাথে – xy – yz – zx)

উদাহরণ ২০ : ৮x উৎপাদক করুন ৩ + এবং৩ + ২৭z ৩ – ১৮xyz

সমাধান: এখানে, আমাদের আছে

8x 3 + y 3 + 27z 3 – 18xyz

= (2x) 3 + y 3 + (3z) ৩ – ৩(২x)(y)(৩z)

= (2x + y + 3z)[(2x) 2 + y 2 + (3z) = ২ - (2x)(y) - (y)(3z) - (2x)(3z)]

(2x + y + 3z) (4x 2 + y 2 + 9x 3z – 2x 3z – 2x)

অনুশীলনী ২.৪

১. নিম্নলিখিত পণ্যগুলি খুঁজে পেতে উপযুক্ত পরিচয় ব্যবহার করুন:

(i) (x + 4) (x + 10) (ii) (x + 8) (x – 10) (iii) (৩x + ৪) (৩x – ৫)

(iv) (এবং২ + ৩/২) (এবং ২ - ৩/২) (v) (৩ - ২x) (৩ + ২x)

2. সরাসরি গুণ না করে নিম্নলিখিত গুণফলগুলি মূল্যায়ন করুন:

(i) ১০৩ × ১০৭ (ii) ৯৫ × ৯৬ (iii) ১০৪ × ৯৬

৩. উপযুক্ত পরিচয় ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বিষয়গুলিকে উৎপাদক হিসেবে চিহ্নিত করুন:

(i) ৯x ২ + ৬xy + y ২ (ii) ৪ বছর২ – ৪ বছর + ১ (iii) x ২ - ২/এবং ১০০

৪. উপযুক্ত পরিচয় ব্যবহার করে নিম্নলিখিত প্রতিটিকে প্রসারিত করো: (ii) (2x –

(i) $(x + 2y + 4z)^2$ y + z) ২ (iii) $(-2x + 3y + 2z)^2$

(iv) $(3a - 7b - c)^2$ (v) $(-2x + 5y - 3z)^2$ 41 21 (vi) ab 1 + ২

৫. ফ্যাক্টরাইজ করুন:

(i) ৪x ২ + ৯ বছর ২ + ১৬z ২ + ১২xy – ২৪yz – ১৬xz

(ii) ২x ২ + এবং ২ + ৮z ২ – ২ √২xy + ৪ √২ yz – ৮xz

৬. নিচের ঘনকগুলো প্রসারিত আকারে লিখ:

(i) $(2x + 1)^3$ (ii) (২ক - ৩খ) ৩ ২ ৩ (iii) ১ + এক্স ৩ (iv) – ২ x ৩

৭. উপযুক্ত পরিচয় ব্যবহার করে নিম্নলিখিতগুলি মূল্যায়ন করুন: (i) $(99)^3$ (ii) $(102)^3$ (iii) $(998)^3$

৮. নিম্নলিখিতগুলির প্রতিটির গুণনীয়ক নির্ধারণ করুন: (i) ৮a ৩ + b ৩ + ১২a ২b + ৬ab২ (ii) $8a^3 - b^3 - 12a^2b + 6ab^2$ (iii) ২৭ – ১২৫a ৩ – ১৩৫a + ২২৫a ২ (iv) $64a^3 - 27b^3 - 144a^2b + 108ab^2$

(v) ২৭পৃ ৩ – ১/২১৬ – ৯/২ পৃঃ ২ + ১/৪ পৃ

9. যাচাই করুন: (i) $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ (ii) x ৩ - এবং ৩ = $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

10. নিম্নলিখিত প্রতিটির গুণনীয়ক নির্ণয় করুন:

(i) $27y^3 + 125z^3$ (ii) $64m^3 - 343n^3$

[ইঙ্গিত: প্রশ্ন 9 দেখুন।]

১১. উৎপাদক: ২৭x ৩ + y ৩ + z ৩ – ৯xyz

১২. যাচাই করুন যে x 3 + y 3 + z ৩ – 3xyz = ১/২ ( ) ( ) xyz 2 + ( ) yz ২ (zx সম্পর্কে) ২

১৩. যদি x + y + z = 0 হয়, তাহলে দেখাও যে x 3 + y 3 + z ৩ = ৩xyz।

১৪. আসলে ঘনকগুলি গণনা না করে, নিম্নলিখিত প্রতিটির মান নির্ণয় করো: (i) $(-12)^3 + (7)^3 + (5)^3$ (ii) $(28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3$

১৫. নিম্নলিখিত প্রতিটির দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের সম্ভাব্য রাশিগুলি লিখুন।
আয়তক্ষেত্র, যেখানে তাদের ক্ষেত্রফল দেওয়া আছে:

এলাকা: ২৫ক২ – ৩৫ক + ১২	এলাকা: ৩৫ বছর২ + ১৩ বছর –১২
(আমি)	(ii)

Machine Translated by Google

১৬. নিচে দেওয়া হল ঘনকগুলির আয়তনের সম্ভাব্য রাশিগুলি কী কী?

ভলিউম: ৩x ² – ১২x	আয়তন: ১২ky২ + ৮ky – ২০k
(আমি)	(ii)

২.৬ সারাংশ

এই অধ্যায়ে, আপনি নিম্নলিখিত বিষয়গুলি অধ্যয়ন করেছেন: 1. একটি চলক x- এ

একটি বহুপদী p(x) হল x- এর আকারে একটি বীজগণিতীয় রাশি

p(x) = একটি x^{n} + $a_{n-1}x^{n-১}$ + . . . + a2 x ² + a1 x + a0 ,

যেখানে a0 , a1 , a2 , . . ., an হল ধ্রুবক এবং an ≠0. a0 , a1 ,

a2 , . . ., an হল যথাক্রমে বহুপদীটির x এর সহগ । প্রতিটি x p(x)। 0 ২ ন , এক্স, এক্সএক্স , . . ., এবং n কে ডিগ্রী বলা হয় , এক–১ x n–1 ≠0 থাকলে , বহুপদী , ..., a0 , এর একটি পদ বলা হয় ।

2. একটি পদের বহুপদীকে একপদ বলে।

৩. দুটি পদের বহুপদীকে দ্বিপদী বলা হয়।

৪. তিনটি পদের বহুপদীকে ত্রিপদী বলা হয়।

৫. এক ডিগ্রির বহুপদীকে রৈখিক বহুপদী বলা হয়।

৬. দুই ডিগ্রির বহুপদীকে দ্বিঘাত বহুপদী বলা হয়।

৭. তিন ডিগ্রির বহুপদীকে ঘন বহুপদী বলা হয়।

৮. একটি বাস্তব সংখ্যা 'a' হল একটি বহুপদী p(x) এর শূন্য , যদি p(a) = 0 হয়। এই ক্ষেত্রে, a কে aও বলা হয় সমীকরণের মূল p(x) = 0।

৯. একটি চলকের প্রতিটি রৈখিক বহুপদীতে একটি অনন্য শূন্য থাকে, একটি অ-শূন্য ধ্রুবক বহুপদীতে কোনও শূন্য থাকে না এবং প্রতিটি বাস্তব সংখ্যা শূন্য বহুপদীটির একটি শূন্য।

১০. উৎপাদক উপপাদ্য: x – a হল বহুপদী p(x) এর একটি উৎপাদক, যদি p(a) = 0 হয়। এছাড়াও, যদি x – a একটি উৎপাদক হয় p(x) এর , তাহলে p(a) = 0।

11. (x + y + z) 12. ২ ২ = এক্স + এবং ² ²+ এর সাথে + ২xy + ২yz + ২zx

(x + y) 13. (x ৩ = এক্স ৩ + y ৩ + ৩xy(x + y)

– y) ৩ ৩ = এক্স ৩ – এবং – ৩xy(x – y)

১৪. x ৩ + y ৩ + z ৩ – 3xyz = (x + y + z) (x ² + এবং ² ²+ এর সাথে – xy – yz – zx)