

## ४

# अभिव्यक्ती पत्र वापरणे- संख्या



0774CH04

## ४.१ अक्षर-संख्येची धारणा

या प्रकरणात आपण गणितीय संबंध आणि नमुने व्यक्त करण्याच्या एका संक्षिप्त पद्धतीकडे पाहू. हे संबंध आणि नमुन्यांबद्दल विचार करण्यास आणि ते खरे का असू शकतात हे स्पष्ट करण्यास हे आपल्याला कसे मदत करते ते आपण पाहू.

? उदाहरण १: शबनम ही आफताबपेक्षा ३ वर्षांनी मोठी आहे. जेव्हा आफताबचे वय १० वर्ष असेल तेव्हा शबनमचे वय १३ वर्ष असेल. आता आफताबचे वय १८ वर्ष आहे, तर शबनमचे वय किती असेल?

? आफताबचे वय पाहता, शबनमचे वय तुम्हाला कसे कळेल?

सोपे: शबनमचे वय काढण्यासाठी आपण आफताबच्या वयात ३ जोडतो.

? आपण हे अभिव्यक्ती म्हणून लिहू शकतो का?

शबनमचे वय आफताबपेक्षा ३ वर्षांनी जास्त आहे. थोडक्यात, हे असे लिहिता येईल:

शबनमचे वय = आफताबचे वय + ३.

असे गणितीय संबंध सामान्यतः लघुलेख स्वरूपात दर्शविले जातात. वरील

संबंधात, 'आफताबचा काळ' हा वाक्यांश लिहिण्याऐवजी, सोयीस्कर चिन्ह वापरणे हा नियम आहे. सहसा, यासाठी अक्षरे किंवा लहान वाक्ये वापरली जातात.

शबनमच्या वयाच्या ४+ साठी अभिव्यक्ती

$$\begin{aligned} १० & ३ \\ + २३ & + ३ \\ ? & + ३ \\ अ & + ३ \end{aligned}$$

आफताबचे वय ४ १० २३

?

अ

समजा आपण आफताबचे वय दर्शविण्यासाठी  $a$  हे अक्षर वापरतो (आपण इतर कोणतेही अक्षर वापरू शकलो असतो), आणि शबनमचे वय दर्शविण्यासाठी  $s$  हे अक्षर वापरतो. मग शबनमचे वय शोधण्यासाठी  $a + 3$  ही पदावली असेल, जी असे लिहिता येईल.

$$s = a + 3.$$

आकृती ४.१

जर  $a$  23 असेल (आफताबचे वय वर्षांमध्ये), तर शबनमचे वय किती असेल?

$a + 3$  या पदावलीमध्ये  $a$  ला 23 ने बदलल्यास, आपल्याला मिळते,  $s = 23 + 3 = 26$  वर्षे.

संख्या दर्शविण्यासाठी वापरल्या जाणाऱ्या  $a$  आणि  $s$  सारख्या अक्षरांना अक्षर-संख्या म्हणतात.  $a + 3$  सारख्या अक्षर-संख्या असलेल्या गणितीय राशींना बीजगणितीय राशी म्हणतात.

? शबनमचे वय पाहता, आफताबचे वय शोधण्यासाठी एक पदावली लिहा.

आपल्याला माहिती आहे की आफताब शबनमपेक्षा ३ वर्षांनी लहान आहे. तर, आफताबचा शबनमच्या वयापेक्षा ३ वर्षांनी कमी असेल. याचे वर्णन असे करता येईल

$$\text{आफताबचे वय} = \text{शबनमचे वय} - ३.$$

जर आपण पुन्हा आफताबचे वय दर्शविण्यासाठी  $a$  अक्षर आणि  $s$  अक्षर वापरले तर शबनमचे वय दर्शविण्यासाठी, बीजगणितीय पदावली अशी असेल:  $a = s - 3$ , म्हणजे  $s$  पेक्षा 3 कमी.

? जर शबनमचे वय २० असेल तर आफताबचे वय काढण्यासाठी या पदावलीचा वापर करा.

? उदाहरण २: पार्थिव माचिसच्या काड्या बनवत आहे. तो वारंवार  $L$  एकमेकांच्या शेजारी ठेवतो. आकृती ४.२ मध्ये दाखवल्याप्रमाणे प्रत्येक  $L$  मध्ये दोन माचिसच्या काड्या आहेत.



आकृती ४.२

५ एल बनवण्यासाठी किती काड्या लागतील? ते  $५ \times २$  असेल.

७ एल बनवण्यासाठी किती काड्या लागतील? ते  $७ \times २$  असेल.

४५ एल बनवण्यासाठी किती काड्या लागतील? ते  $४५ \times २$  असेल.

आता,  $L$  ची संख्या आणि काड्यांच्या संख्येचा काय संबंध आहे?

प्रथम, येथे संबंध किंवा नमुना वर्णन करूया. प्रत्येक  $L$  ला 2 काड्या लागतात. म्हणून लागणाऱ्या काड्यांची संख्या  $L$  च्या संख्येच्या 2 पट असेल. हे असे लिहिता येईल:

$$\text{काड्यांची संख्या} = २ \times \text{काड्यांची संख्या}$$

आता, आपण  $L$  ची संख्या दर्शविण्यासाठी कोणतेही अक्षर वापरू शकतो. चला  $n$  वापरू. माचिसच्या काड्यांच्या संख्येसाठी बीजगणितीय अभिव्यक्ती अशी असेल:

$$२ \times \text{एन.}$$

या वाक्यांशावरून आपल्याला  $n$   $L$  बनवण्यासाठी किती काड्या लागतील हे कळते. काड्यांची संख्या शोधण्यासाठी, आपण  $n$  ची जागा  $L$  ची संख्या घेतो.

? उदाहरण ३: केतकी नारळ-गुळाचे लाडू तयार करते आणि पुरवते. एका नारळाची किंमत ₹३५ आहे आणि १ किलो गुळाची किंमत ₹६० आहे.

? जर तिने १० नारळा आणि ५ किलो गूळ खरेदी केला तर तिला किती पैसे द्यावे लागतील?

$$१० \text{ नारळांची किंमत} = १० \times ₹३५$$

$$५ \text{ किलो गुळाची किंमत} = ५ \times ₹६०$$

$$\text{एकूण किंमत} = १० \times ₹३५ + ५ \times ₹६० = ₹३५० + ₹३०० = ₹६५०.$$

? जर तिने ८ नारळा आणि ९ किलो गूळ खरेदी केला तर तिला किती द्यावे लागेल?

? दिलेल्या नारळांच्या संख्येसाठी द्यावी लागणारी एकूण रक्कम आणि गुळाचे प्रमाण शोधण्यासाठी बीजगणितीय पदावली लिहा.

चला संबंध ओळखू आणि नंतर पदावली लिहू.

आवश्यक प्रमाण	नाते	अभिव्यक्ती
नारळाची किंमत	नारळांची संख्या $\times$ ३५	क $\times$ ३५
गुळाची किंमत	गूळाच्या किलोची संख्या $\times$ ६०	जे $\times$ ६०

येथे 'c' नारळांची संख्या दर्शवते आणि 'j' नारळांची संख्या दर्शवते.  
गुळाची एकूण रक्कम अशी असेल:

$$\text{नारळाची किंमत} + \text{गुळाची किंमत}.$$

संबंधित बीजगणितीय पदावली अशी लिहिता येते:

$$\text{क} \times ३५ + \text{जे} \times ६०$$

? ७ नारळा आणि ४ किलो गुळासाठी द्यावी लागणारी एकूण रक्कम शोधण्यासाठी या सूत्राचा (किंवा सूत्र) वापर करा.

लक्षात घ्या की 'c' आणि 'j' च्या वेगवेगळ्या मूल्यांसाठी, पदावलीची किंमत देखील बदलते.

ही अभिव्यक्ती पदांची बेरीज म्हणून लिहिल्यास आपल्याला मिळते:

$$\boxed{\text{क} \times ३५} + \boxed{\text{जे} \times ६०}$$

? उदाहरण ४: साध्या आकारांच्या परिमितींची गणना करणे आपल्याला माहिती आहे. परिमितीसाठी पदावली लिहा.

चौरसाची परिमिती त्याच्या बाजूच्या लांबीच्या ४ पट असते. हे  $४ \times q$  या राशीत लिहिले जाऊ शकते, जिथे q म्हणजे बाजूची लांबी.

? ७ सेमी बाजूची लांबी असलेल्या चौरसाची परिमिती किती आहे? हे जाणून घेण्यासाठी पदावली वापरा.

तुम्हाला हे लक्षात आले असेलच की अक्षर-संख्या आणि बीजगणितीय पदावलीचा वापर आपल्याला सामान्य गणितीय संबंध कसे व्यक्त करण्यास अनुमती देतो.

एक संक्षिप्त मार्ग. अशा प्रकारे व्यक्त केलेल्या गणितीय संबंधांना अनेकदा सूत्रे म्हणतात.



### समजून घ्या

१. परिमितीसाठी सूत्रे लिहा:

(a) सर्व बाजू समान असलेला त्रिकोण.

(ब) एक नियमित पंचकोन (गेल्या वर्षी आपण शिकलो आहोत की, सर्व बाजूंची लांबी आणि कोन मापे समान आहेत हे सांगण्यासाठी आपण 'नियमित' हा शब्द वापरतो)

(c) एक नियमित षटकोन

२. मुनिरत्नकडे २० मीटर लांबीचा पाईप आहे. परंतु, त्याला त्याच्या बागेसाठी एक लांब पाणी पिण्याची पाईप हवी आहे. तो या पाईपला काही लांबीचा दुसरा पाईप जोडतो. पाईपच्या एकत्रित लांबीसाठी अभिव्यक्ती द्या. दुसऱ्या पाईपची लांबी मीटरमध्ये दर्शविण्यासाठी 'k' अक्षर क्रमांक वापरा.

३. जर कृतिकाकडे खालील गोष्टी असतील तर तिच्याकडे एकूण किती रक्कम आहे?

१००, २० आणि ५ रुपयांच्या नोटांची संख्या किती आहे? खालील सारणी पूर्ण करा:

१०० रुपयांच्या नोटांची संख्या	₹२० च्या नोटांची संख्या	₹५ च्या नोटांची संख्या	अभिव्यक्ती आणि एकूण रक्कम
३	५	६	
			$६ \times १०० + ४ \times २० + ३ \times ५ = ६९५$
८	४	सह	
एकूण	ज्या	सह	

४. वेंकटलक्ष्मी यांच्याकडे एक पिठाची गिरणी आहे. रोलर गिरणी चालू होण्यास १० सेकंद लागतात. एकदा ती चालू झाली की, प्रत्येक किलो धान्य पावडरमध्ये दळण्यासाठी ८ सेकंद लागतात. सुरुवातीला मशीन बंद असेल असे गृहीत धरल्यास, खालीलपैकी कोणते वाक्यांश 'y' किलो धान्य दळण्यासाठी लागणारा वेळ दर्शवते?

(a)  $10 + 8 + y$  (c)  $10$

(ब)  $(१० + ८) \times \text{वाई}$

$\times 8 \times y$  (e)  $10 \times y + 8$

(ड)  $१० + ८ \times \text{वाई}$

५. तुमच्या पसंतीच्या अक्षरांचा वापर करून बीजगणितीय पदावली लिहा.

(a) एका संख्येपेक्षा ५ जास्त

(b) एका संख्येपेक्षा ४ कमी



(c) एका संख्येच्या १३ पेक्षा कमी पट २

(d) एका संख्येच्या २ पट पेक्षा १३ कमी

६. खालील बीजगणितीय सूत्रांशी संबंधित परिस्थितीचे वर्णन करा.

अभिव्यक्ती:

(अ)  $4 \times x + 3 \times y$

(ब)  $15 \times जे - 2 \times के$

७. कॅलेंडर महिन्यात, चित्रात दाखवल्याप्रमाणे तारखांनी भरलेला  $2 \times 3$  ग्रिड निवडला असेल तर, जर खालच्या मधल्या सेलमध्ये 'w' तारीख असेल तर रिकाम्या सेलमध्ये तारखांसाठी अभिव्यक्ती लिहा.

### November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

मध्ये - १ इंच		

## ४.२ अंकगणितीय अभिव्यक्तींची पुनरावृत्ती करणे

आम्ही पदांच्या बेरीज म्हणून पदे लिहायला शिकलो आणि अंकगणित पदे वाचणे आमच्यासाठी सोपे झाले. बऱ्याचदा ते अनेक प्रकारे वाचता आले असते आणि ते गोंधळात टाकणारे होते. आम्ही स्वॅपिंगचा वापर केला

(कोणत्याही क्रमाने दोन संख्या जोडणे) आणि गटबद्ध करणे (सोयीस्कर पद्धतीने गटबद्ध करून संख्या जोडणे) जेणेकरून पदांचे मूल्यांकन करण्याचे सोपे मार्ग शोधता येतील. पदांची अदलाबदल आणि गटबद्ध केल्याने पदाचे मूल्य बदलत नाही. आपण पदांमध्ये कंस वापरणे देखील शिकलो, ज्यामध्ये बाहेर ऋण चिन्ह असलेले कंस समाविष्ट आहेत. आपण वितरण गुणधर्म शिकलो (बेरीजचा गुणाकार हा गुणाकारांच्या बेरजेसारखा असतो).

चला या संकल्पनांची उजळणी करूया आणि खालील राशींची मूल्ये शोधूया:

$$१. २३ - १० \times २$$

$$२. ८३ + २८ - १३ + ३२$$

$$३. ३४ - १४ + २०$$

$$४. ४२ + १५ - (८ - ७)$$

$$५. ६८ - (१८ + १३) ७. २० + ८$$

$$६. ७ \times ४ + ९ \times ६$$

$$\times (१६ - ६)$$

चला पहिल्या राशीचे मूल्यांकन करूया,  $२३ - १० \times २$ . प्रथम आपण राशीचे पद लिहू. लक्षात घ्या की एक पद संख्या आहे, तर दुसरी पद दोन पदे जोडण्यापूर्वी संख्येत रूपांतरित करावी लागेल.

$$२३ - १० \times २ = २३ + -१० \times २ = २३ + -२० = ३$$

आता आपण दुसऱ्या पदाचे मूल्यांकन करूया. या पदावलीतील सर्व पदे संख्या आहेत. जर आपण पदांकडे लक्ष दिले तर आपल्याला आढळेल की जर आपण पदांची अदलाबदल आणि गट केला तर मूल्यांकन करणे सोपे होईल.

$$\begin{aligned}
 & ८३ + २८ - १३ + ३२ = \\
 & \boxed{८३} + \boxed{२८} + \boxed{-१३} + \boxed{३२} \\
 & = \boxed{७०} + \boxed{६०} = \boxed{१३०}
 \end{aligned}$$

आता आपण पाचवी राशी पाहू. त्याच्या बाहेर नकारात्मक चिन्ह असलेले कंस आहेत. हे दोन प्रकारे मूल्यांकन केले जाऊ शकते - प्रथम कंस सोडवून (डावीकडील द्रावणाप्रमाणे) किंवा योग्यरित्या कंस काढून (उजवीकडील प्रमाणे).

$$\begin{aligned}
 & = \boxed{६८} + \boxed{-(१८ + १३)} \\
 & = \boxed{६८} + \boxed{-३१} \\
 & = \boxed{३७}
 \end{aligned}$$

किंवा

$$\begin{aligned}
 & = \boxed{६८} + \boxed{-(१८ + १३)} \\
 & = \boxed{६८} + \boxed{-१८} + \boxed{-१३} \\
 & = \boxed{५०} + \boxed{-१३} = \boxed{३७}
 \end{aligned}$$

आता, इतर अंकगणितीय पदावलींची मूल्ये शोधा.

जेव्हा त्यात असलेल्या अक्षर-संख्या संख्यांनी बदलल्या जातात तेव्हा बीजगणितीय राशी देखील संख्या मूल्ये घेतात. उदाहरण १ मध्ये, आफताब २३ वर्षांचा असताना शबनमचे वय शोधण्यासाठी, आम्ही  $a + ३$  या राशीमधील अक्षर-संख्या  $a$  ला २३ ने बदलले आणि त्याचे मूल्य २६ घेतले.

### ४.३ बीजगणितीय पदावलींमध्ये गुणाकार चिन्ह वगळणे

या संख्या क्रमाकडे पहा:

$$४, ८, १२, १६, २०, २४, २८, \dots$$

आपण या क्रमाचे किंवा पॅटर्नचे वर्णन कसे करू शकतो? सोपे: हे ४ च्या गुणाकार तक्त्यात दिसणारे संख्या आहेत (४ चे गुणाकार वाढत्या क्रमाने).

या क्रमाचा तिसरा पद कोणता आहे? तो  $४ \times ३$  आहे.

या क्रमाचा २९ वा पद कोणता आहे? तो  $४ \times २९$  आहे.



या क्रमाचा नववा पद मिळविण्यासाठी बीजगणितीय पद शोधा.

लक्षात घ्या की येथे 'n' हा एक अक्षर-संख्या आहे जो अनुक्रमातील स्थान दर्शवितो.

हा ४ च्या पटीतला क्रम असल्याने,  $n$  वा पद पाहिला जाऊ शकतो की ४ वेळा  $n$  असेल :

$$४ \times \text{एन}$$

एक मानक पद्धत म्हणून, आपण गुणाकार चिन्ह वगळून  $4 \times n$  ला  $4n$  पर्यंत लहान करतो . आपण प्रथम संख्या लिहितो, त्यानंतर अक्षर(ले) लिहितो.

जेव्हा  $k = 4$  असेल तेव्हा  $7k$  या पदावलीची किंमत शोधा. किंमत  $7 \times 4 = 28$  आहे.

$m = 2$  असताना  $5m + 3$  ही पदावली किती मूल्य घेते ते शोधा .

$5m$  म्हणजे  $5 \times m$ , जेव्हा  $m = 2$  असेल तेव्हा राशीचे मूल्य  $५ \times २ + ३ = १३$ .

### चूक लक्षात ठेवा, चूक सुधारा

खाली काही सरलीकरणे दाखवली आहेत जिथे अक्षर-संख्या संख्यांनी बदलल्या जातात आणि पदावलीचे मूल्य मिळते.

१. त्या प्रत्येकाचे निरीक्षण करा आणि काही चूक आहे का ते ओळखा.
२. जर तुम्हाला वाटत असेल की चूक झाली आहे, तर काय झाले असेल ते समजावून सांगण्याचा प्रयत्न करा. चुकीचे.
३. नंतर, ते दुरुस्त करा आणि पदावलीची किंमत द्या.

१ जर $a = -4$ , नंतर $१० - a = ६$ .	२ जर $d = 6$ , नंतर $3d = 36$ .	३ जर $s = 7$ , नंतर $३s - २ = १५$ .
४ जर $r = 8$ , नंतर $२r + १ = २९$ .	५ जर $j = 5$ , नंतर $2j = 10$ .	६ जर $m = -6$ , नंतर $३(m + १) = १९$ .
७ जर $f = 3$ , $g = 1$ नंतर $2f - 2g = 2$ .	८ जर $t = 4$ , $b = 3$ नंतर $2t + b = 24$ .	९ जर $h = 5$ , $n = 6$ नंतर $h - (3 - n) = 4$ .

## ४.४ बीजगणितीय पदावलींचे सरलीकरण

पूर्वी आपल्याला वेगवेगळ्या नियमित आकृत्यांच्या बाजूंच्या परिमिती शोधण्यासाठी पदावली सापडल्या. आता आपण आयताची परिमिती शोधण्यासाठी पदावली शोधू.



मागील प्रकरणांप्रमाणे, आपण प्रथम परिमिती कशी मिळवायची ते वर्णन करू.  
जेव्हा आयताची लांबी आणि रुंदी माहित असते: लांबी + रुंदी + लांबी + रुंदी यांची बेरीज काढा.

लांबी आणि रुंदीच्या जागी अनुक्रमे  $l$  आणि  $b$  हे अक्षर-संख्या वापरू.  $p$  हा आयताचा परिमिती दर्शवू. मग आपल्याकडे  $p = l + b + l + b$  आहे.

आपल्याला माहिती आहे की, हे संख्या दर्शवतात, आणि म्हणून पदावलीचे पद कोणत्याही क्रमाने जोडले जाऊ शकतात. म्हणून वरील पदावली असे लिहिता येते:

$$= l + l + b + b$$

$$l + l = 2 \times l = 2l, \text{ आणि } b + b = 2 \times b = 2b, \text{ आपल्याला}$$

$$p = 2l + 2b.$$

लक्षात घ्या की परिमितीसाठी मिळालेली सुरुवातीची राशी  $(l + b + l + b)$  आणि शेवटची राशी  $(2l + 2b)$  वेगळी दिसते. तथापि, संख्यांसाठी आपण जे नियम आणि क्रिया करतो तेच नियम आणि क्रिया लागू करून सुरुवातीच्या राशीपासून राशी मिळवली असल्याने त्या समान आहेत; जेव्हा अक्षर-संख्या संख्यांनी बदलल्या जातात तेव्हा त्या दोन्ही समान मूल्ये घेतात या अर्थाने ते समान आहेत.

उदाहरणार्थ, जर आपण  $l = 3$ ,  $b = 4$  असे दिले तर आपल्याला मिळेल

$$l + b + l + b = 3 + 4 + 3 + 4 = 14, \text{ आणि}$$

$$2l + 2b = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 14.$$

आपण  $2l + 2b$  या पदावलीला  $l + b + l + b$  चे सरलीकृत रूप म्हणतो.  
चला सरलीकरणाची आणखी काही उदाहरणे पाहू.



उदाहरण ५: दुकानात विकल्या जाणाऱ्या पेन्सिल आणि खोडरबरची संख्या दर्शविणारा तक्ता येथे आहे. प्रत्येक पेन्सिलची किंमत  $c$  आहे आणि प्रत्येक खोडरबरची किंमत  $d$  आहे. या तीन दिवसांत दुकानदाराने कमावलेले एकूण पैसे शोधा.

	दिवस १	दिवस २	दिवस ३
पेन्सिल (किंमत ' $c$ ')	५	३	१०
खोडरबर (किंमत ' $d$ ')	४	६	१

प्रथम पेन्सिलच्या विक्रीतून मिळणारे पैसे शोधूया.

पहिल्या दिवशी पेन्सिल विकून मिळालेले पैसे ५ क. तसेच, तिसऱ्या दिवशी पेन्सिल विकून मिळालेले एकूण पैसे ५ क. + दुसऱ्या दिवशी पेन्सिल विकून मिळालेले पैसे म्हणजे \_\_\_\_\_ ३ क. + १० क. \_\_\_\_\_

आहेत. आपण करू शकतो का?

ही राशी आणखी सोपी करायची आणि पदांची संख्या कमी करायची?





या पदावलीचा अर्थ असा आहे की  $c$  हा ५ वेळा जोडला गेला तर  $c$  हा १० वेळा  $c$  मध्ये जोडला गेला. एकूण,  $c$  हा अक्षर-संख्या  $(५ + ३ + १०)$  वेळा जोडला गेला. हा आपण संख्यांचा वितरण गुणधर्म म्हणून पाहिला आहे. अशा प्रकारे,

$$५ \times c + ३ \times c + १० \times c = (५ + ३ + १०) \times c$$

$$(५ + ३ + १०) \times c \text{ हे } १८ \times c = १८c \text{ असे सरलीकृत करता येते.}$$

? जर  $c = ₹50$  असेल, तर पेन्सिलच्या स्कॅलने मिळवलेली एकूण रक्कम शोधा.

? खोडरबर विकून मिळालेल्या एकूण पैशाची अभिव्यक्ती लिहा.  
नंतर, अभिव्यक्ती सोपी करा.

पेन्सिल विकून मिळवलेल्या एकूण पैशाची अभिव्यक्ती आणि  
या तीन दिवसांत इरेजरची संख्या  $१८c + ११d$  आहे.

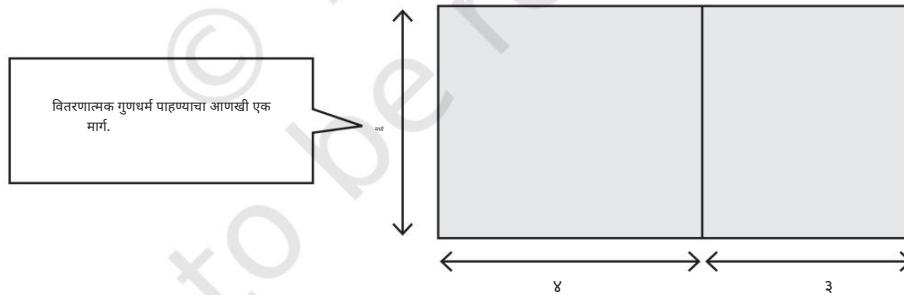
?  $१८c + ११d$  ही पदावली आणखी सोपी करता येईल का?

या पदावलीला आणखी सोपे करण्याचा कोणताही मार्ग नाही कारण त्यात वेगवेगळे अक्षर-संख्या आहेत. हे त्याच्या सर्वात सोप्या स्वरूपात आहे.

या समस्येमध्ये, आपण  $5c + 3c + 10c$  ही पदावली सोपी होताना पाहिली.  
 $१८c$  या पदावलीला .

? जेव्हा  $c$  वेगवेगळ्या संख्यांनी बदलले जाते तेव्हा दोन्ही राशी समान मूल्य घेतात का ते तपासा .

? उदाहरण ६: दाखवल्याप्रमाणे एक मोठा आयत दोन लहान आयतांमध्ये विभागलेला आहे. मोठ्या आयताचे क्षेत्रफळ वर्णन करणारी पदावली लिहा.



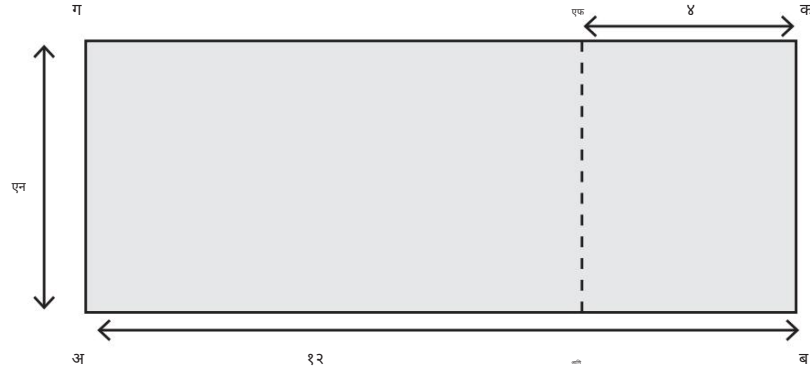
लहान आयतांचे क्षेत्रफळ  $4v$  चौरस एकक आणि  $3v$  चौरस एकक आहेत.

मोठ्या आयताचे क्षेत्रफळ दोन प्रकारे शोधता येते: (i) त्याच्या बाजूंच्या लांबी  $v$  आणि  $(4 + 3)$  वापरून, किंवा (ii) लहान आयतांचे क्षेत्रफळ जोडून.

पहिल्या पद्धतीत  $7v$  आणि दुसऱ्या पद्धतीत  $4v + 3v$  मिळते. आपल्याला माहित आहे की ते समान आहेत:  $4v + 3v = 7v$ , आणि मोठ्या आयताच्या क्षेत्रफळासाठी ही आवश्यक राशी आहे.

आधी दाखवल्याप्रमाणे, एक मोठा आयत दोन लहान आयतांमध्ये विभागला जातो.  
खाली AEFD या आयताचे क्षेत्रफळ शोधण्यासाठी एक पदावली लिहा.

या प्रकरणातही, आयत AEFD चे क्षेत्रफळ दोन प्रकारे शोधता येते: (i)  $n$  आणि  $(12 - 4)$  बाजूंच्या लांबीचा थेट वापर करून, किंवा (ii) आयत EBCF चे क्षेत्रफळ ABCD च्या क्षेत्रफळातून वजा करून.



पहिली पद्धत आपल्याला  $8n$  देते आणि दुसरी पद्धत आपल्याला  $12n - 4n$  देते, आणि ते समान आहेत, कारण  $12n - 4n = 8n$ . आयत AEFD च्या क्षेत्रफळासाठी ही राशी आहे.

$(5c, c, 10c)$ ,  $(12n, -4n)$  सारख्या समान अक्षर-संख्या असलेल्या पदांच्या संचांना समान पद म्हणतात.  $\{18c, 11d\}$  सारख्या पदांच्या संचांना भिन्न अक्षर-संख्या असल्याने त्यांना भिन्न पद म्हणतात.

आपण पाहिल्याप्रमाणे, समान संज्ञा एकत्र जोडता येतात आणि एका पदात सरलीकृत करता येतात.

**?** उदाहरण ७: एक दुकान दिवसभराच्या वापरासाठी खुर्च्या आणि टेबल भाड्याने देते. ते भाड्याने देण्यासाठी, प्रथम प्रत्येक तुकड्यासाठी खालील रक्कम भरावी लागेल.

आयटम	रक्कम
खुर्ची	₹ ४०
टेबल	₹ ७५

फर्निचर परत केल्यावर, दुकानदार खालीलप्रमाणे काही रक्कम परत करतो.

	परत केलेली रक्कम
खुर्ची	₹ ६
टेबल	₹ १०

जर  $x$  खुर्च्या आणि  $y$  टेबल भाड्याने घेतले असतील तर एकूण किती रुपये द्यावे लागतील याची एक सूत्र लिहा.

$x$  खुर्च्या आणि  $y$  टेबलांसाठी, सुरुवातीला दिलेली एकूण रक्कम आणि फर्निचर परत केल्यानंतर परत मिळणारी रक्कम शोधूया.

**?** या रकमा मिळविण्याची प्रक्रिया स्पष्ट करा.

सुरुवातीला दिलेली एकूण रक्कम रुपयांमध्ये  $40x + 75y$  आहे आणि परत केलेली एकूण रक्कम  $6x + 10y$  आहे.

तर, एकूण दिलेली रक्कम  $= (40x + 75y) - (6x + 10y)$ .

**?** आपण ही अभिव्यक्ती सोपी करू शकतो का? जर हो, तर कसे? जर नसेल, तर का नाही?



अंकगणितीय पदावलीमध्ये आपण कंस कसे उघडतो हे आठवल्यास, आपल्याला मिळते

$$(४०x + ७५y) - (६x + १०y) = (४०x + ७५y) - ६x - १०y$$

पदे कोणत्याही क्रमाने जोडता येत असल्याने, उर्वरित कंस

उघडता येते आणि पदावली  $40x + 75y + -6x + -10y$  होते

आपण समान संज्ञा एकत्र गटबद्ध करू शकतो, याचा परिणाम असा होतो की

$$४०x + -६x + ७५y + -१०y$$

$$= (४० - ६)x + (७५ - १०)y$$

$$= ३४x + ६५y.$$

$(४०x + ७५y) - (६x + १०y)$  ही पदावली  $३४x + ६५y$  अशी सोपी केली आहे, जी रुपयामध्ये दिलेली एकूण रक्कम आहे.



आपण सुरुवातीची राशी  $(40x + 75y) + (-6x - 10y)$  अशी लिहू शकलो असतो का?



उदाहरण ८: चारूने एका प्रश्नमंजुषेच्या तीन फेऱ्या पार केल्या आहेत. तीन फेऱ्यांमध्ये तिचे गुण  $७p - ३q$ ,  $८p - ४q$  आणि  $६p - २q$  आहेत. येथे,  $p$  हा योग्य उत्तरासाठी गुण दर्शवितो आणि  $q$  हा चुकीच्या उत्तरासाठी दंड दर्शवितो.



प्रत्येक अभिव्यक्तीचा अर्थ काय आहे?

जर बरोबर उत्तरासाठी गुण  $४$  ( $p = ४$ ) असतील आणि चुकीच्या उत्तरासाठी दंड  $१$  ( $q = १$ ) असेल, तर पहिल्या फेरीत चारूचा गुण शोधा.

चारूचा स्कोअर  $७ \times ४ - ३ \times १$  आहे. आपण ही राशी पदांची बेरीज म्हणून लिहून त्याचे मूल्यांकन करू शकतो.

$$७ \times ४ - ३ \times १ = ७ \times ४ + -३ \times १ = २८ + -३ = २५$$

दुसऱ्या आणि तिसऱ्या फेरीत तिचे गुण किती आहेत?

जर दंड नसेल तर काय होईल? त्या परिस्थितीत  $q$  चे मूल्य किती असेल?

तीन फेऱ्यांनंतर तिचा अंतिम स्कोअर किती आहे?

$$\text{तिचा अंतिम स्कोअर तीन स्कोअरची बेरीज असेल: } (7p - 3q) + (8p - 4q) + (6p - 2q).$$

संज्ञा कोणत्याही क्रमाने जोडता येत असल्याने, आपण कंस काढून लिहू शकतो

$$7p + -3q + 8p + -4q + 6p + -2q$$

$$= 7p + 8p + 6p + - (3q) + - (4q) + - (2q) \text{ (स्वैपिंग आणि गुपिंग करून)}$$

$$= (७ + ८ + ६)p + - (३ + ४ + २)q$$

$$= २१p + - ९q$$

$$= २१p - ९q.$$

तीन फेऱ्यांनंतर चारूचा एकूण स्कोअर  $२१$  पेन्स -  $९$  क्वार्टर आहे. तिची मैत्रीण कृषिताचा तीन फेऱ्यांनंतरचा स्कोअर  $२३$  पेन्स -  $७$  क्वार्टर आहे.

? तीन फेऱ्यांमध्ये कृषितासाठी काही संभाव्य गुण द्या जेणेकरून त्यांची बेरीज होऊन २३ पेन्स - ७ क्विंटल मिळतील.

? कोणाला जास्त गुण मिळाले हे आपण सांगू शकतो का? का ते तुम्ही स्पष्ट करू शकता का?

कृषिताने चारूपेक्षा किती जास्त गुण मिळवले आहेत? हे दोन्ही गुणांमधील फरक शोधून शोधता येईल.

$$२३प - ७प - (२१प - ९प)$$

? ही अभिव्यक्ती आणखी सोपी करा.

? उदाहरण ९:  $४(x + y) - y$  ही पदावली सोपी करा.

वितरणात्मक गुणधर्म वापरून, ही अभिव्यक्ती सोपी केली जाऊ शकते

$$४(x + y) - y = ४x + ४y - y$$

$$= ४x + ४y - y$$

$$= ४x + (४ - १)y$$

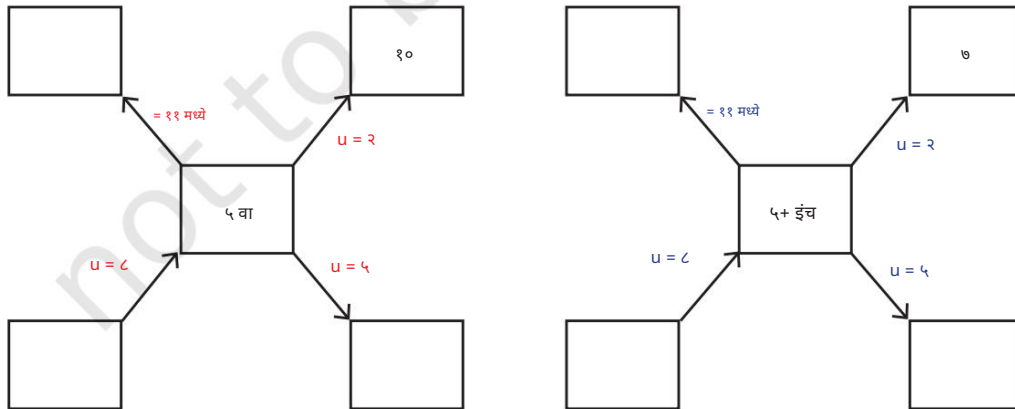
$$= ४x + ३y.$$

? उदाहरण १०:  $५u$  आणि  $५ + u$  हे पद एकमेकांच्या समान आहेत का?

$५u$  हा शब्द  $u$  संख्येच्या ५ पट आहे आणि  $५ + u$  हा शब्द  $u$  संख्येपेक्षा ५ पट जास्त आहे. या दोन्ही वेगवेगळ्या क्रिया असल्याने, त्यांनी  $u$  च्या बहुतेक मूल्यांसाठी वेगवेगळी मूल्ये दिली पाहिजेत.

चला हे तपासूया.

? खालील रिकाम्या जागा अक्षर-संख्याऐवजी संख्यांनी भरा; एक उदाहरण दाखवले आहे. नंतर  $5u$  आणि  $5 + u$  ने घेतलेल्या मूल्यांची तुलना करा.

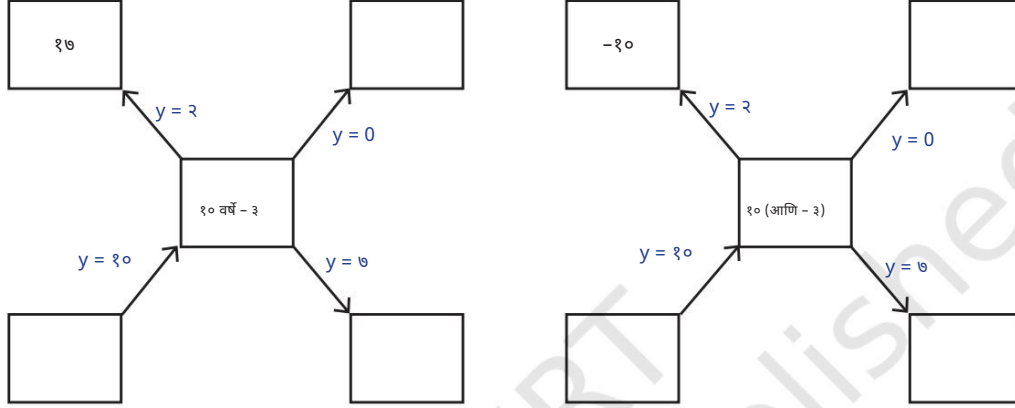


जर  $5u$  आणि  $5 + u$  हे पदावली समान असतील, तर त्यांनी खालील पदावली घ्यावी.

u च्या कोणत्याही दिलेल्या मूल्यासाठी समान मूल्ये आहेत . परंतु आपण पाहू शकतो की ते तसे नाहीत.  
म्हणून, हे दोन्ही पद समान नाहीत.

$10y - 3$  आणि  $10(y - 3)$  हे पदावली समान आहेत का ?

$10y - 3$ ,  $10 \times y - 3$  चा संक्षिप्त अर्थ, म्हणजे  $y$  च्या 10 पट 3 कमी ,  
 $10(y - 3)$ ,  $10 \times (y - 3)$  चा संक्षिप्त अर्थ, म्हणजे 10 पट ( $y$  पेक्षा 3 कमी ).  
या पदावली  $y$  च्या वेगवेगळ्या मूल्यांसाठी घेत असलेल्या मूल्यांची तुलना करूया .



❓ दोन्ही आकृत्या भरल्यानंतर, तुम्हाला वाटते का की दोन्ही पदावली समान आहेत?

❓ उदाहरण ११: चित्रातील संख्यांची बेरीज किती आहे (अज्ञात मूल्ये अक्षर-संख्येने दर्शविली आहेत)?

त्यासाठी अनेक मार्ग आहेत. येथे, आम्ही त्यापैकी काही दाखवतो.

१. ओळीनुसार जोडल्याने मिळते:

$$(4 \times 3) + (र + से) + (र + से) + (4 \times 3)$$

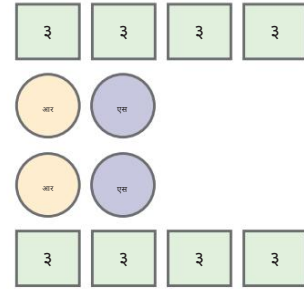
२. समान पदे एकत्र जोडल्याने मिळते:

$$(4 \times 3) + (र + र) + (स + स)$$

३. वरचा अर्धा भाग जोडून दुप्पट केल्याने मिळते:

$$2 \times (4 \times 3 + आर + से)$$

तिन्ही पदावली वेगवेगळ्या वाटू शकतात. आपण प्रत्येक पदावली सोपी करू शकतो.  
एक आणि ते सर्व एकसारखे आहेत ते पहा:  $2r + 2s + 24$ .

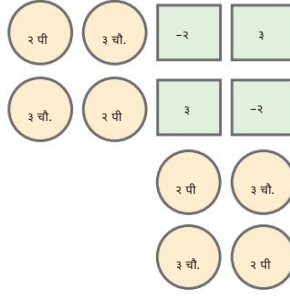
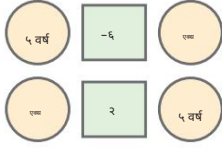


❓ समजून घ्या

१. खालील प्रत्येक चित्रातील संख्या जोडा. त्यांच्याशी संबंधित पदावली लिहा आणि त्या सोप्या करा. प्रत्येक चित्रातील संख्या दोन वेगवेगळ्या प्रकारे जोडण्याचा प्रयत्न करा आणि पहा



की तुम्हालाही तेच मिळेल.



२. खालील प्रत्येक अभिव्यक्ती सोपी करा:

- (अ)  $p + p + p + p$ ,  $p + p + p + p$ , (ब)  $p - p + p$   
 -  $p$ , (क)  $p + p - (p +$   
 $p)$ , (ड)  $2d - d - d - d$ , (इ)  
 $2d - d - (d - k)$ , (फ)  $2d - d$   
 -  $k - k$

$$p + q + p - q,$$

$$p + p - p + p,$$

$$p - p - p - p$$

$$2d - d - d - k,$$

$$2d - (d - d) - k,$$

### चूक लक्षात ठेवा, चूक सुधारा

बीजगणितीय राशींचे काही सरलीकरण खाली दिले आहे. उजव्या बाजूची राशी त्याच्या सर्वात सोप्या स्वरूपात असावी.

- त्या प्रत्येकाचे निरीक्षण करा आणि काही चूक आहे का ते पहा.
- जर तुम्हाला वाटत असेल की चूक आहे, तर काय असू शकते ते स्पष्ट करण्याचा प्रयत्न करा चूक झाली.
- मग, ते योग्यरित्या सोपे करा.

अभिव्यक्ती

सर्वात सोपा फॉर्म

बरोबर सर्वात सोपा  
फॉर्म

१.  $3a + 2b$

$5$

२.  $3b - 2b - b$

$0$

३.  $6(p + 2) - 6p + 12$

४.  $(4x + 3y) - (3x + 4y) x + y$

५.  $4 - (2 - 6 \text{ झेड})$

$3 - 6 \text{ झेड}$

६.  $2 + (x + 3)$

$2x - 6$

७.  $2y + (3y - 6) 8. 7p$

$- \text{आणि} + 6$

$-p + 5q - 2q 9. 5(2w +$

$10 \text{ पन्ना} + 3 \text{ बिंदु}$

$3x + 4w)$

$10 \text{ वॉट} + 15x + 20 \text{ वॉट}$

$$10. 3j + 6k + 9h + 12 \quad 11. 4 (2r + 3s + 5)$$

$$३ (जे + २के + ३तास + ४) - २० - ८ वाजले - १२ सेकंद$$



सर्व दुरुस्त केलेल्या सोप्या रूपांवर एक नजर टाका (म्हणजेच कंस काढून टाकले जातात, जसे की संज्ञा जोडल्या जातात आणि फक्त संख्या असलेले पद देखील जोडले जातात). या पदांची संख्या आणि या पदांच्या अक्षर-संख्येच्या संख्येमध्ये काही संबंध आहे का?

## ४.५ नमुने निवडा आणि नातेसंबंध उघड करा

पहिल्या भागात आपल्याला बीजगणितीय पदावलींची झलक मिळाली आणि त्यांचा वापर करून साधे नमुने आणि संबंधांचे संक्षिप्त आणि सुंदर पद्धतीने वर्णन कसे करायचे ते शिकायला मिळाले. येथे, आपण वेगवेगळ्या परिस्थितींमध्ये प्रमाणांमधील सामान्य संबंध शोधत राहतो, नमुने शोधतो आणि मनोरंजकपणे, हे नमुने का होतात हे देखील स्पष्ट करतो.

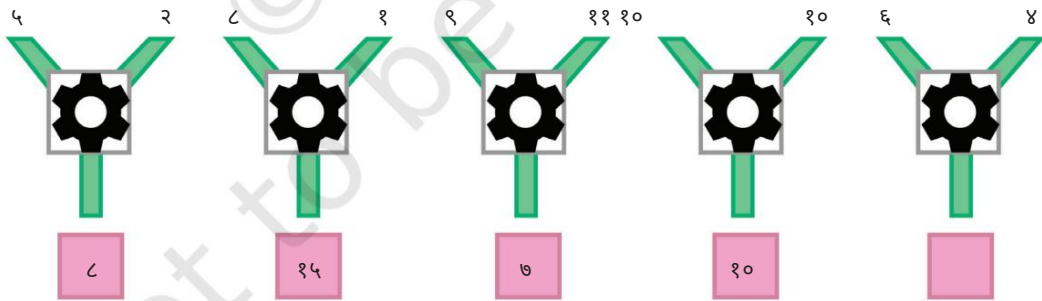
गणितीय संबंधांना अभिव्यक्ती म्हणून लिहिण्याचा प्रयत्न करण्यापूर्वी, सोप्या भाषेत वर्णन करण्याचे किंवा कल्पना करण्याचे महत्त्व लक्षात ठेवा.

### फॉर्म्युला डिटेक्टिव्ह

दिलेल्या चित्राकडे पहा. प्रत्येक प्रकरणात, नंबर मशीन 'Y' च्या वरच्या बाजूला असलेल्या 2 संख्या इनपुट म्हणून घेते, काही ऑपरेशन्स करते आणि तळाशी निकाल देते. मशीन प्रत्येक प्रकरणात त्याच्या इनपुटवर समान ऑपरेशन्स करते.



या नंबर मशीनचे सूत्र शोधा.



अभिव्यक्ती:

अभिव्यक्ती:

अभिव्यक्ती:

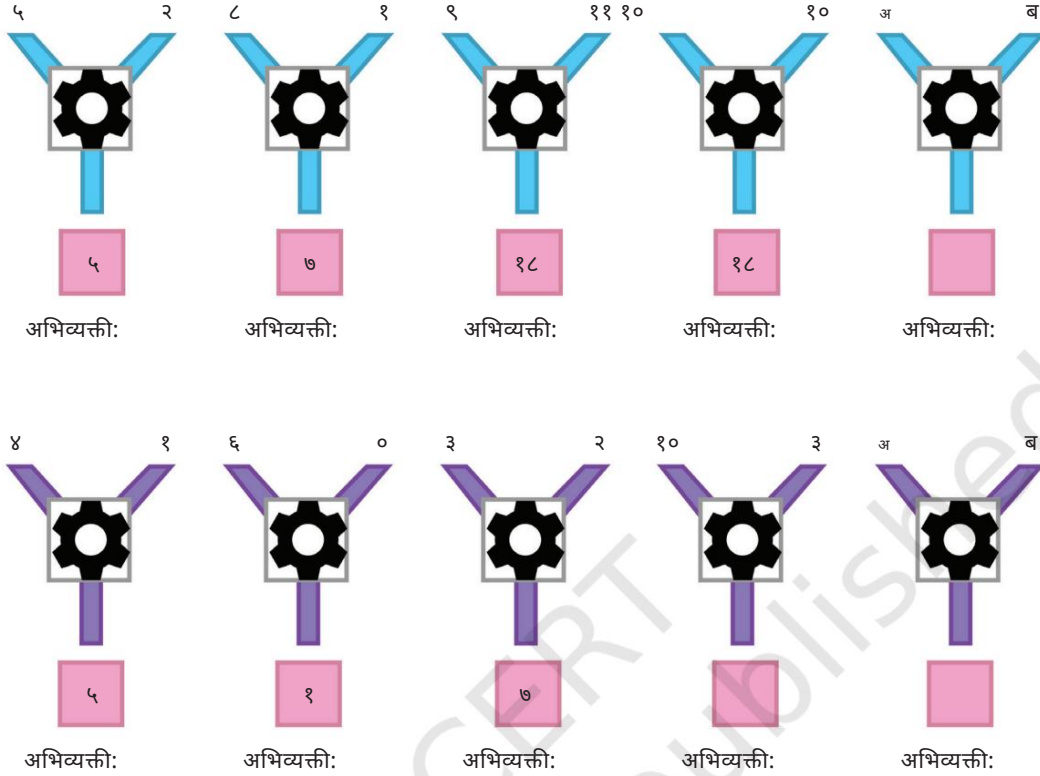
अभिव्यक्ती:

अभिव्यक्ती:

वरील संख्या यंत्राचे सूत्र "पहिल्या संख्येच्या दुप्पट वजा दुसऱ्या संख्येचे" असे आहे. बीजगणितीय पदावली म्हणून लिहिल्यास, सूत्र  $2a - b$  आहे. इनपुटच्या पहिल्या संचासाठीची पदावली  $2 \times 5 - 2 = 8$  आहे. प्रत्येक इनपुटच्या संचासाठी सूत्र खरे आहे का ते तपासा.



? खालील संख्या यंत्रांची सूत्रे शोधा आणि प्रत्येक इनपुट संचासाठी पदावली लिहा.

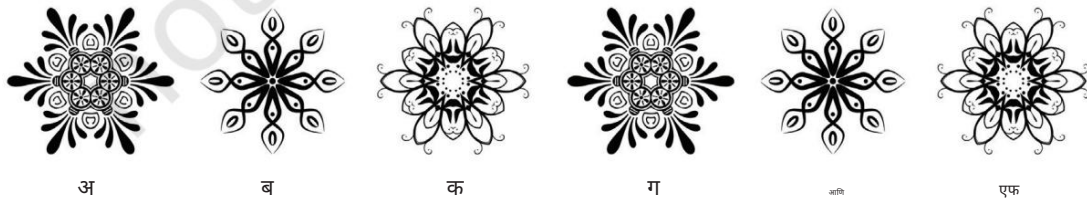


? आता, स्वतः एक सूत्र बनवा. त्या सूत्राचा वापर करून काही संख्या यंत्रे उदाहरणे म्हणून लिहा. तुमच्या वर्गमित्रांना ते शोधण्याचे आव्हान द्या!

शिक्षकांना सूचना: केवळ समस्या सोडवणेच नाही तर नवीन प्रश्न तयार करणे देखील गणित शिकण्याचा आणि करण्याचा एक भाग आहे!

### नमुन्यांचे वर्णन करण्यासाठी बीजगणितीय अभिव्यक्ती

? उदाहरण १२: सोमजीतला साडीच्या काठावर एक पुनरावृत्ती होणारा नमुना दिसला.



? सोमजीतला आश्चर्य वाटते की (i) डिझाईन A, (ii) डिझाईन B आणि (iii) डिझाईन C या सर्व स्थितींचे वर्णन करण्याचा काही मार्ग आहे का?



चला डिझाईन C पासून सुरुवात करूया. ते पहिल्यांदाच स्थान ३ वर दिसते, दुसऱ्यांदा स्थान ६ वर.

? नवव्यांदा डिझाईन सी कुठे दिसेल ?

आपण पाहू शकतो की हे डिझाईन अशा स्थितीत दिसते जे ३. तर डिझाईन C ची नववी घटना  $3n$  स्थानावर असेल.

? त्याचप्रमाणे, इतर डिझाईन्स नवव्यांदा कुठे दिसतात ते सूत्र शोधा .

ज्या स्थानांवर B येते ते २, ५, ८, ११, १४, इत्यादी आहेत.

आपण पाहू शकतो की डिझाईन B च्या नवव्या देखाव्याची स्थिती डिझाईन C च्या नवव्या वेळी दिसणाऱ्या स्थानापेक्षा एक ने कमी आहे . अशा प्रकारे, डिझाईन B ची नववी घटना या स्थानावर आहे:

$$3n - 1$$

त्याचप्रमाणे, नवव्या वेळी डिझाईन A ज्या स्थानावर दिसते त्याचे वर्णन करणारी पदावली आहे:  $3n - 2$ .

? पोजिशन नंबर दिल्यास तिथे दिसणारे डिझाईन आपण शोधू शकतो का? १२२ व्या स्थानावर कोणते डिझाईन दिसते?

जर स्थान ३ चे गुणक असेल, तर आपल्याकडे डिझाईन C आहे हे स्पष्ट आहे. आधी पाहिल्याप्रमाणे, जर स्थान ३ च्या गुणकांपेक्षा एक कमी असेल, तर त्यात डिझाईन B असेल आणि जर ते ३ च्या गुणकांपेक्षा २ कमी असेल, तर त्यात डिझाईन A असेल.

? स्थान क्रमांकाला 3 ने भागून मिळणारी शिल्लक यासाठी वापरली जाऊ शकते का? खालील तक्त्याचे निरीक्षण करा.

पद क्र.	३ ने भागाकार केल्यावर भागाकार	उर्वरित
९९	३३	०
१२२	४०	२
१४८	४९	१

? ९९, १२२ आणि १४८ या स्थानांवर कोणते डिझाईन दिसते ते शोधण्यासाठी याचा वापर करा.

कॅलेंडरमधील नमुने

नोव्हेंबर २०२४ चे कॅलेंडर येथे आहे. कॅलेंडरमध्ये चिन्हांकित केल्याप्रमाणे  $2 \times 2$  चौरसांचा विचार करा. या चौरसातील संख्या एक मनोरंजक गुणधर्म दर्शवितात.

## November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

१२	१३
१९	२०

चला चिन्हांकित  $2 \times 2$  वर्ग घेऊ आणि कर्णावर असलेल्या संख्यांचा विचार करूया; १२ आणि २०; १३ आणि १९. त्यांच्या बेरीज शोधा;  $१२ + २०$ ,  $१३ + १९$ . तुम्हाला काय दिसते?

ते समान आहेत.

कॅलेंडरमधील संख्या ३० च्या पुढे वाढवूया, ज्यामुळे अंतहीन ओळी तयार होतील.

## November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43	44
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

❓ या अंतहीन ग्रीडमध्ये प्रत्येक  $2 \times 2$  वर्गात कणरिषा समान असतील का? आपण खात्री कशी करू शकतो?

याची खात्री करण्यासाठी आपण सर्व  $2 \times 2$  चौरसांसह तपासू शकत नाही कारण तेथे आहेत त्यांची अमर्यादित संख्या.

चला  $2 \times 2$  चा वर्ग विचारात घेऊया. त्याची वरची डावीकडील संख्या कोणतीही संख्या असू शकते. चला त्याला 'अ' म्हणूया.

❓ आपल्याला वरची डावी संख्या माहित असल्याने, या  $2 \times 2$  वर्गातील इतर संख्या कशा शोधायच्या?

जसे आपण करत आलो आहोत, प्रथम आपण दुसऱ्याचे वर्णन करूया शब्दांमध्ये संख्या.

अ	?
?	?

- 'a' च्या उजवीकडील संख्या त्याच्यापेक्षा १ ने जास्त असेल .
- 'अ' खालील संख्या त्यापेक्षा ७ ने जास्त असेल .
- 'a' चा कर्ण संख्या त्याच्यापेक्षा ८ ने जास्त असेल .

तर  $2 \times 2$  वर्गातील इतर संख्या ग्रिडमध्ये दाखवल्याप्रमाणे दाखवता येतील. कर्ण बेरीज शोधूया;  $a + (a + 8)$ , आणि  $(a + 1) + (a + 7)$ .

एए + १	
अ + ७	अ + ८

चला त्यांना सोपे करूया.

संज्ञा कोणत्याही क्रमाने जोडता येत असल्याने,

कंस उघडता येतात.

$$a + (a + 8) = a + a + 8 = 2a + 8$$

$$(अ + १) + (अ + ७) = अ + १ + अ + ७ = अ + अ + १ + ७ = २अ + ८$$

आपण पाहतो की दोन्ही कर्णरिषा  $2a + 8$  ( $8a$  पेक्षा २ पट जास्त) च्या समान आहेत.

- ❓ कोणत्याही  $2 \times 2$  वर्गाचा विचार करून आणि त्याच्या वरच्या डाव्या क्रमांकाला 'a' घेऊन कर्णरिषेच्या बेरजेसाठी ही राशी पडताळून पहा.

अशाप्रकारे, आपण दाखवून दिले आहे की  $a$  च्या कोणत्याही मूल्यासाठी, म्हणजेच कोणत्याही  $2 \times 2$  वर्गासाठी, कर्णरिषा समान असतात !



ही समस्या एक उदाहरण आहे जी बीजगणितीय मॉडेलिंगची शक्ती दर्शवते जे पॅटर्न नेहमीच टिकेल की नाही हे पडताळते.

खालील आकारात तयार होणाऱ्या कॅलेंडरमधील संख्यांचा संच (अनंत पंक्ती असलेला) विचारात घ्या:

	८	
१४	१५	१६
	२२	

- ❓ सर्व संख्यांची बेरीज शोधा. मध्यभागी असलेल्या संख्येशी त्याची तुलना करा: १५. हा आकार तयार करणाऱ्या दुसऱ्या संख्यांच्या संचासाठी हे पुन्हा करा. तुम्ही काय निरीक्षण करता?

आपण पाहतो की एकूण बेरीज ही नेहमीच मध्यभागी असलेल्या संख्येच्या ५ पट असते.

- ❓ हे नेहमीच घडेल का? तुम्ही हे कसे दाखवाल?

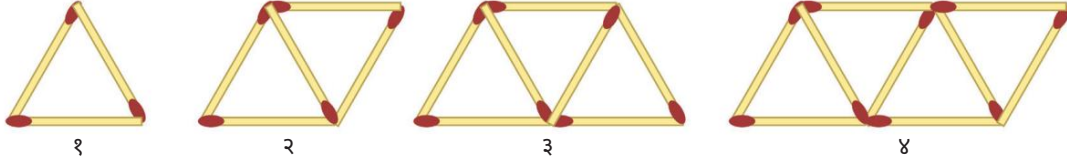
[सूचना: हा आकार तयार करणाऱ्या संख्यांच्या सामान्य संचाचा विचार करा. मध्यभागी असलेली संख्या 'a' घ्या . इतर संख्या 'a' च्या अर्थाने व्यक्त करा .]

आकृतीतील संख्यांची बेरीज नेहमीच एका संख्येच्या पटीत असेल असे इतर आकार शोधा.



## मॅचस्टिक पॅटर्न

खालील चित्र पहा. हे आगपेटी वापरून बनवलेले एक नमुना आहे. तुम्ही ओळखू शकता की हा नमुना कोणता आहे?



आपण पाहू शकतो की पायरी १ मध्ये १ त्रिकोण आहे, पायरी २ मध्ये २ त्रिकोण आहेत, पायरी ३ मध्ये ३ त्रिकोण आहेत, आणि असेच पुढे चालू आहे.

पुढील पायरी, पायरी ५ मध्ये किती काड्या असतील ते तुम्ही सांगू शकाल का? ते ११ आहे. तुम्ही हे देखील काढू शकता आणि पाहू शकता.



पायरी ३३, पायरी ८४ आणि पायरी १०८ मध्ये किती काड्या असतील?

अर्थात, आपण काढू शकतो आणि मोजू शकतो, परंतु येथे दिलेल्या पॅटर्नचा वापर करून उत्तरे शोधण्याचा जलद मार्ग आहे का?

पुढील पायरीमध्ये माचिसच्या काड्यांची संख्या शोधण्याचा सामान्य नियम काय आहे? आपण पाहू शकतो की प्रत्येक पायरीवर पुढील काड मिळविण्यासाठी २ माचिसच्या काड्या ठेवल्या जातात, म्हणजेच, प्रत्येक वेळी माचिसच्या काड्यांची संख्या २ ने वाढते.

पायरी क्रमांक १	२	३	४	५	६	
आगपेटीची संख्या	३	५	७	९	११	१३

याच्या मदतीने किती काड्या काड्या आहेत हे शोधण्याचा एक मार्ग शोधा.

पायरी ३३ (संख्या लिहिणे सुरू न ठेवता).

प्रत्येक वेळी २ आगपेटी जोडल्या जात असल्याने, पायरी ३३ मध्ये किती २ जोडल्या जातील हे शोधणे मदत करेल. खालील तक्ता पहा आणि शोधण्याचा प्रयत्न करा.

पायरी क्रमांक १		२	३	४	५	६
आगपेटीची संख्या	३	५	७	९	११	१३
		३ + २	३ + २ + २	३ + २ + २	३ + २ + २	३ + २ + २

३३ त्रिकोण बनवण्यासाठी लागणाऱ्या माचिसच्या काड्यांची संख्या (पायरी ३३) \_\_\_\_\_ आहे. त्याचप्रमाणे, पायरी ८४ आणि पायरी १०८ साठी लागणाऱ्या माचिसच्या काड्यांची संख्या शोधा.

कोणत्याही पायरीवर काड्यांची संख्या शोधण्यासाठी नियम/सूत्राचे वर्णन करणारी अभिव्यक्ती कोणती असू शकते?

हा नमुना असा आहे की पायरी १० मध्ये नऊ २ आणि जोडलेले ३ ( $3 + 2 \times 9$ ) माचिसच्या काड्यांची संख्या देतात; पायरी ११ मध्ये दहा २ आणि जोडलेले ३ ( $3 + 2 \times 10$ ) माचिसच्या काड्यांची संख्या देतात. पायरी  $y$  साठी, पदावली काय आहे?

ते आहे:  $y$  पेक्षा एक कमी (म्हणजे  $y - 1$ ) २s आणि a 3.  
म्हणून, अभिव्यक्ती आहे

$$3 + 2 \times (\text{आणि} - 1).$$

ही अभिव्यक्ती पायरी  $y$  मधील काड्यांची संख्या देते. आता आपण कोणत्याही टप्प्यावर काड्यांची संख्या लवकर शोधू शकतो.

तुम्हाला कदाचित आधीच लक्षात आले असेल की पहिल्या पायरीतही २ आहे,  $3 = 1 + 2$ . याचा वापर करून, आपल्याला  $2y + 1$  ही पदावली मिळते.

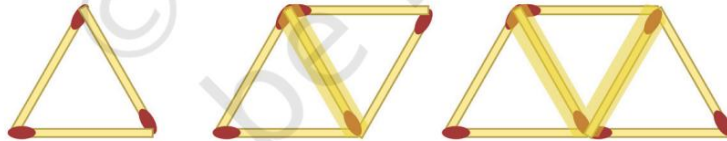
**?** वरील पदावली प्रत्येक पायरीवर काडीच्या काड्यांची संख्या योग्यरित्या देते का? हे पदावली सारखेच आहेत का?

आपण  $3 + 2 \times (y - 1)$  ही पदावली सोपी करून तपासू शकतो.

$$\begin{aligned} 3 + 2 \times (y - 1) &= 3 + 2y - 2 \\ &= 2y + 1. \end{aligned}$$

दोन्ही अभिव्यक्ती सारख्याच आहेत.

मोजण्याची किंवा नमुना पाहण्याची एक वेगळी पद्धत आहे. चला चित्र पुन्हा एकदा पाहूया.



माचिसच्या काड्या दोन दिशांमध्ये ठेवल्या जातात - (अ) वरच्या आणि खालच्या बाजूला आडव्या काड्या आणि (ब) मध्यभागी तिरपे ठेवलेल्या काड्या.

उदाहरणार्थ, पायरी २ मध्ये २ आगपेटी आडव्या ठेवल्या आहेत आणि ३ आगपेटी तिरपे ठेवल्या आहेत.

**?** पायरी ३ आणि पायरी ४ मध्ये हे आकडे कोणते आहेत?

**?** पायऱ्या वाढत असताना प्रत्येक ओरिएंटेशनमध्ये माचिसच्या काड्यांची संख्या कशी बदलते? प्रत्येक ओरिएंटेशनमध्ये 'y' पायरीवर माचिसच्या काड्यांच्या संख्येसाठी एक पदावली लिहा. दोन्ही पदावली  $2y + 1$  पर्यंत बेरीज करतात का?



## समजून घ्या

योग्य राशी शोधण्यासाठी विचारणाऱ्या समस्यांसाठी, प्रथम वर्णन केलेल्या परिस्थितीतील वेगवेगळ्या राशींमधील संबंध समजून घेण्याचा प्रयत्न करा. आवश्यक असल्यास, अज्ञात राशींसाठी काही मूल्ये गृहीत धरा आणि संबंध शोधण्याचा प्रयत्न करा.

१. ज्वारीच्या रोटीची एक प्लेट ₹३० आणि पुलावची एक प्लेट ₹२० आहे.

जर एका दिवसात  $x$  प्लेट ज्वारी रोटी आणि  $y$  प्लेट पुलाव ऑर्डर केले असतील, तर त्या दिवशी कमावलेल्या एकूण रुपयांचे वर्णन कोणते पद(रे) करतात?

(अ)  $30x + 20y$  (क)

(ब)  $(30 + 20) \times (x + y)$  (ड)  $(30 +$

$20x + 30y$  (इ)  $30x$

$20) \times x + y$

$- 20y$

२. पुष्पिता स्वातंत्र्यदिनी दोन प्रकारची फुले विकते: चंपक आणि झेंडू. 'पी' ग्राहकांनी फक्त चंपक खरेदी केले, 'क्यू' ग्राहकांनी फक्त झेंडू खरेदी केले आणि 'र' ग्राहकांनी दोन्ही खरेदी केले. त्याच दिवशी तिने प्रत्येक ग्राहकांना एक लहान राष्ट्रध्वज दिला. त्या दिवशी तिने किती झेंडे दिले?

(a)  $p + q + r$  (c)

(ब)  $p + क्यू + २२$

$2 \times (p + q + r)$  (e)  $p +$

(ड)  $p + क्यू + r + २$

$q + r + 1$  ३. एका खोल

(फ)  $२ \times (p + क्विंटल)$

विहिरीच्या भिंतीवरून एक गोगलगाय चढण्याचा प्रयत्न करत आहे. दरम्यान

दिवसा ते 'u' सेमी वर चढते आणि रात्री ते हळूहळू 'd' सेमी खाली सरकते. हे १० दिवस आणि १० रात्री घडते.

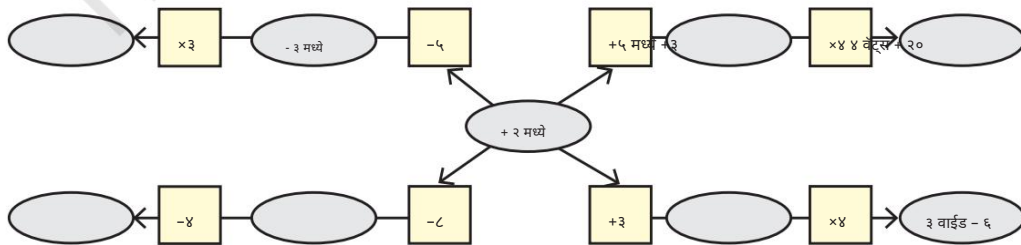
(अ) गोगलगाय त्याच्या सुरुवातीच्या स्थानापासून किती दूर आहे याचे वर्णन करणारे वाक्य लिहा.

(ब) जर  $d > u$  असेल तर गोगलगायीच्या हालचालीबद्दल आपण काय म्हणू शकतो ?

४. राधा सायकलिंग शर्यतीची तयारी करत आहे आणि दररोज सराव करते. पहिल्या आठवड्यात ती दररोज ५ किमी सायकल चालवते. दर आठवड्याला ती सायकलिंगचे दैनिक अंतर 'z' किमीने वाढवते. ३ आठवड्यांनंतर राधाने किती किलोमीटर सायकल चालवली असती?



५. खालील आकृतीत, एका मार्गावर  $w + 2$  ही पदावली  $4w + 20$  कशी होते ते पहा. उर्वरित मार्गावर गहाळ रिकाम्या जागा भरा. अंडाकृतींमध्ये पदावली आहेत आणि चौकटींमध्ये क्रिया आहेत.



६. याहापूर ते वहापूर अशी लोकल ट्रेन वाटेत समान अंतरावर तीन स्थानकांवर थांबते. एका स्थानकापासून दुसऱ्या स्थानकापर्यंत प्रवास करण्यासाठी मिनिटांमध्ये लागणारा वेळ समान असतो आणि तो  $t$  ने दर्शविला जातो.

ट्रेन तिन्ही स्थानकांवर प्रत्येकी २ मिनिटे थांबते.

(a) जर  $t = 4$  असेल, तर याहापूर ते वहापूर?

(ब) याहापूर ते वहापूर प्रवास करण्यासाठी लागणाऱ्या वेळेसाठी बीजगणितीय पदावली काय आहे? [सूचना: परिस्थितीची कल्पना करण्यासाठी एक ढोबळ आकृती काढा]

७. खालील सूत्रे सोपी करा:

(a)  $3a + 9b - 6 + 8a - 4b - 7a + 16$  (b)  $3(3a - 3b) -$

$8a - 4b - 16$

(क)  $2(2x - 3) + 4x + 12$

(ड)  $4x - (2x - 3) + 12$

(इ)  $4$  तास -  $(4 + 7$  तास)  $+ 9$

(f)  $23 + 4(6m - 3n) - 8n - 3m - 18$

८. खाली दिलेल्या पदावली जोडा:

(अ)  $8$  दि -  $7$  क +  $9$  आणि  $4$  क -  $11 + 9$  दि

(ब) -  $6$  फ +  $19 - 4$  से आणि -  $23 + 13$  फ +  $12$  से

(c)  $4$  दि -  $18$  क +  $9$  आणि  $16$  क -  $(11 + 9$  दि)

(ड)  $6$  फ -  $20 + 4$  से आणि  $23 - 13$  फ -  $12$  से

(इ)  $13$  मी -  $12$  एन आणि  $12$  एन -  $13$  मी

(f) -  $26$  मी +  $24n$  आणि  $26$  मी -  $24n$

९. खाली दिलेल्या पदावली वजा करा:

(a)  $9a - 6b + 14$  वरून  $6a + 9b - 18$  (b)  $-15x +$

$13 - 9y$  वरून  $7y - 10 + 3x$

(c)  $11 - 10$  ग्रॅम +  $3$  तासांपासून  $17$  ग्रॅम +  $9 - 7$  तास

(ड)  $9$  अ -  $6$  ब +  $18$  वरून  $6$  अ -  $(9$  ब +  $14)$

(इ)  $-3y + 4 - 3x$  पासून  $10x + 2 + 10y$

(फ)  $4$  ग्रॅम +  $8$  तास -  $10$  ते  $7$  तास -  $4$  ग्रॅम +  $20$

१०. खालील बीजगणितीय पदावलींशी संबंधित परिस्थितीचे वर्णन करा:

(अ)  $4x + 3y$

(ब)  $15x - 2x$

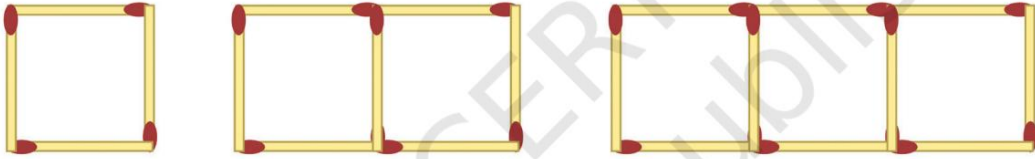
११. एका सरळ दोरीची कल्पना करा. जर चित्रात दाखवल्याप्रमाणे तो एकदा कापला तर आपल्याला २ तुकडे मिळतात. जर दोरी एकदा घडी केली आणि दाखवल्याप्रमाणे कापली तर आपल्याला



३ तुकडे मिळवा. नमुना पहा आणि जर दोरी १० वेळा दुमडली आणि कापली तर किती तुकडे होतील ते शोधा. दोरी  $r$  वेळा दुमडली आणि कापली तर किती तुकडे होतील हे दाखवणारे पदनाम काय आहे?

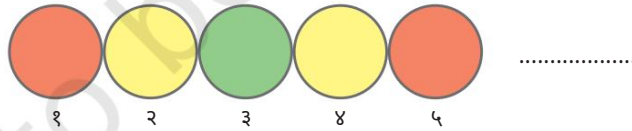


१२. खालील माचीसच्या काडीचा नमुना पहा. तो नमुना पहा आणि ओळखा. असे १० चौरस बनवण्यासाठी किती माचीसच्या काड्या लागतील. चौरस बनवण्यासाठी किती काड्या लागतील?

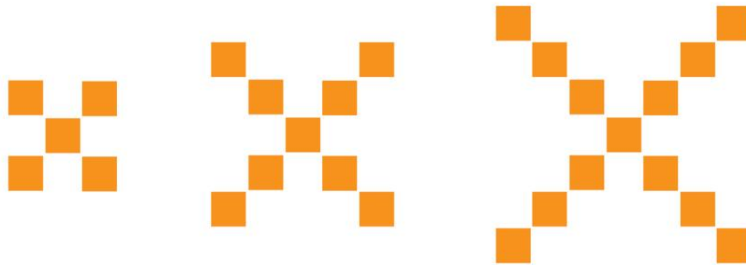


१३. ट्रॅफिक सिग्नलमध्ये रंग कसे बदलतात हे तुम्ही पाहिले आहे का? रंग बदलांचा क्रम खाली दाखवला आहे.

९०, १९० आणि ३४३ या स्थानांवर रंग शोधा. प्रत्येक रंगाच्या स्थानांचे वर्णन करण्यासाठी पदावली लिहा.



१४. खालील पॅटर्न पहा. पायरी ४, पायरी १०, पायरी ५० मध्ये किती चौरस असतील? एक सामान्य सूत्र लिहा. जर आपल्याला सर्व चौरसांच्या शिरोबिंदूंची संख्या मोजायची असेल तर सूत्र कसे बदलेल?





१५. या अंतहीन ४-स्तंभांच्या ग्रिडमध्ये संख्या एका विशिष्ट क्रमाने लिहिल्या जातात.

(अ) दिलेल्या स्तंभातील सर्व संख्या निर्माण करण्यासाठी पदावली द्या (१, २, ३, ४).

(ब) कोणत्या ओळीत आणि स्तंभात खालील संख्या दिसतात:

(i) १२४

(ii) १४७

(iii) २०१

(c) पंक्ती  $r$  आणि स्तंभ  $c$  मध्ये कोणती संख्या दिसते ?

(d) ३ च्या पटीतल्या स्थानांचे निरीक्षण करा.

तुम्हाला त्यात काही नमुना दिसतो का? तुम्हाला दिसणाऱ्या इतर नमुन्यांची यादी करा.

१	२	३	४
१	२	३	४
५	६	७	८
९	१०	११	१२
१३	१४	१५	१६



### सारांश

- बीजगणितीय अभिव्यक्ती सूत्रांमध्ये नमुने आणि प्रमाणांमधील गणितीय संबंधांचे मॉडेल करण्यासाठी आणि भाकित करण्यासाठी वापरल्या जातात.
- बीजगणितीय पदावली केवळ संख्याच वापरत नाहीत तर अक्षर-संख्या देखील वापरतात. अंकगणितीय राशींमध्ये फेरफार करण्याचे नियम बीजगणितीय राशींना देखील लागू होतात. हे नियम बीजगणितीय राशींना त्यांच्या सोप्या स्वरूपात आणण्यासाठी वापरले जाऊ शकतात.
- बीजगणितीय अभिव्यक्ती सामान्य भाषेत वर्णन करता येतात आणि उलटही. बीजगणित वापरून सहजपणे लिहिले जाणारे नमुने किंवा संबंध सामान्य भाषेत बरेचदा लांब आणि गुंतागुंतीचे असू शकतात. हा बीजगणिताचा एक फायदा आहे.