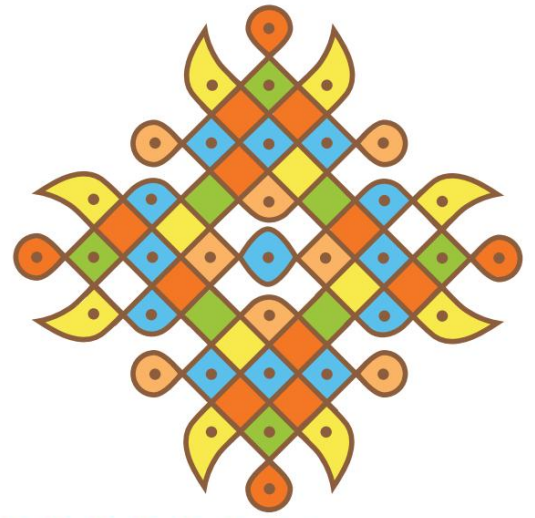


9

समरूपता



0674CH09



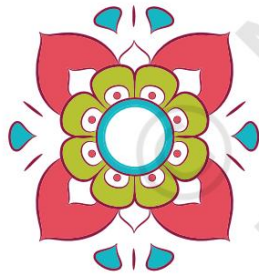
अपने आस-पास देखिए—आपको कई ऐसी चीज़ें मिल सकती हैं जो आपका ध्यान खींचती हैं। ऐसी ही कुछ चीज़ें नीचे दी गई हैं:



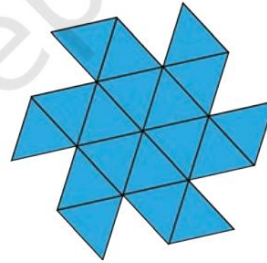
फूल



तितली



रंगोली



पिनव्हील

उपरोक्त चित्रों में कुछ सुन्दरता है।

फूल कई अलग-अलग कोणों से एक जैसा दिखता है। तितली के बारे में क्या खयाल है? बेशक, उसके रंग बहुत आकर्षक हैं। लेकिन तितली में और क्या है जो आपको आकर्षित करता है?

इन चित्रों में ऐसा प्रतीत होता है कि आकृति के कुछ भाग दोहराए गए हैं और ये दोहराव एक निश्चित पैटर्न में घटित होते प्रतीत होते हैं।

क्या आप देख सकते हैं कि सुंदर रंगोली में क्या दोहराया गया है ?

रंगोली में, जब फूल को केंद्र के चारों ओर 90° घुमाया जाता है, तो लाल पंखुड़ियाँ अपने आप वापस आ जाती हैं और रंगोली के अन्य भाग भी ऐसा ही करते हैं।

पिनकील के बारे में क्या ख्याल है? क्या आप पहचान सकते हैं कि कौन सा पैटर्न दोहरा रहा है?
संकेत: पहले षट्भुज को देखें।

अब, क्या आप बता सकते हैं कि षट्भुज के प्रत्येक पक्ष पर कौन सी आकृति दोहराई जाती है? प्रत्येक पक्ष पर चिपकी हुई आकृति का आकार क्या है? क्या आप उसे पहचानते हैं? जब आप षट्भुज की सीमा पर चलते हैं तो ये आकृतियाँ कैसे गति करती हैं? बाकी चित्रों के बारे में क्या—उन संरचनाओं में ऐसा क्या है जो आपको आकर्षित करता है और उन संरचनाओं में कौन से पैटर्न दोहराए जाते हैं?



बादलों

दूसरी ओर, बादलों के इस चित्र को देखिए। इसमें ऐसा कोई दोहराव वाला पैटर्न नहीं है।

हम कह सकते हैं कि पहली चार आकृतियाँ सममित हैं और आखिरी आकृति सममित नहीं है। सममिति किसी आकृति के उस भाग या भागों को संदर्भित करती है जो किसी निश्चित पैटर्न में दोहराए जाते हैं।



ताजमहल



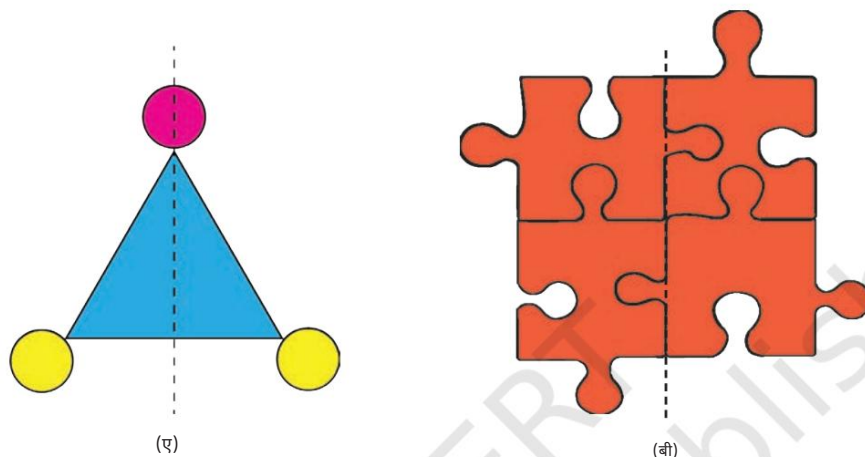
गोपुरम

इन सुंदर संरचनाओं में आप कौन सी समरूपताएं देखते हैं?

9.1 सममिति रेखा

चित्र (a) में एक नीले त्रिभुज के साथ बिंदीदार रेखा का चित्र दिखाया गया है।

अगर आप त्रिभुज को बिंदीदार रेखा के साथ मोड़ें तो क्या होगा? जी हाँ, त्रिभुज का एक आधा हिस्सा दूसरे आधे हिस्से को पूरी तरह से ढक लेता है। इन्हें दर्पण वाले आधे हिस्से कहते हैं!

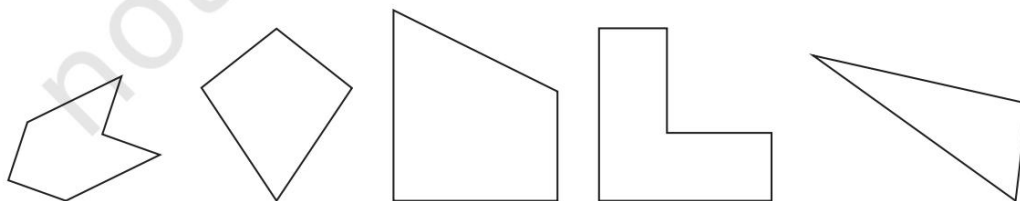


चित्र (b) में पहेली के चार टुकड़े और बीच से गुजरती एक बिंदीदार रेखा के बारे में क्या? क्या ये दोनों दर्पण के आधे हिस्से हैं? नहीं, जब हम रेखा के साथ मोड़ते हैं, तो बायाँ आधा हिस्सा दाएँ आधे हिस्से पर ठीक से फिट नहीं होता।

एक रेखा जो किसी आकृति को दो भागों में काटती है जो एक दूसरे पर पूरी तरह से ओवरलैप होते हैं उस रेखा के साथ मुड़ी हुई रेखा को आकृति की सममिति रेखा कहा जाता है।

समझ से बाहर

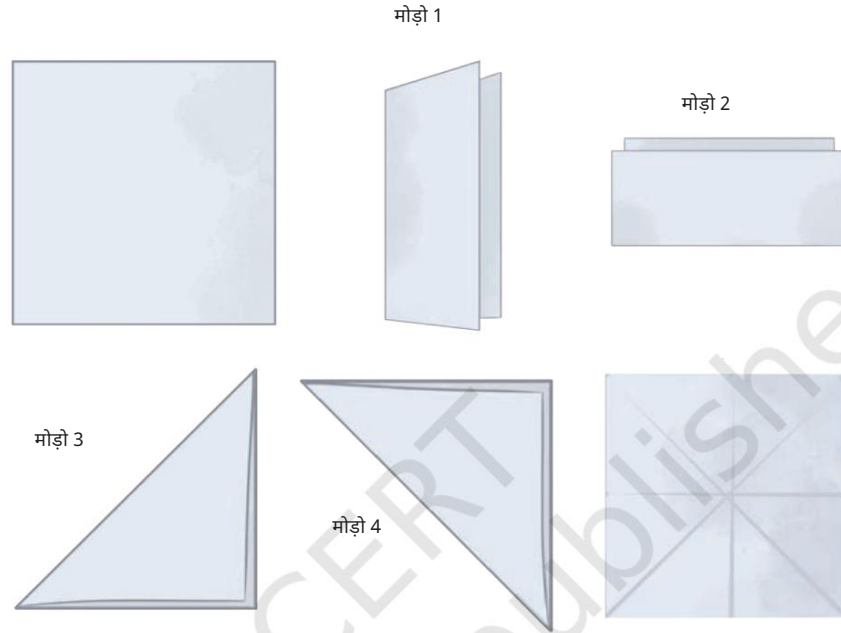
1. क्या आपको अध्याय की शुरुआत में दी गई आकृतियों में कोई सममित रेखा दिखाई देती है? बादल के चित्र में क्या?
2. निम्नलिखित प्रत्येक आकृति के लिए, सममिति रेखा(रेखाओं) की पहचान कीजिए यदि यह मौजूद है।



एक से अधिक सममित रेखाओं वाली आकृतियाँ क्या एक वर्ग में केवल एक ही

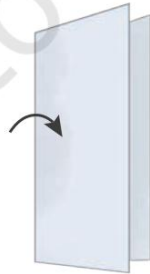
सममित रेखा होती है?

कागज़ का एक चौकोर टुकड़ा लीजिए। उसे मोड़कर उसकी सभी सममित रेखाएँ ज्ञात कीजिए।



यहाँ अलग-अलग तर्हें हैं जो अलग-अलग सममित रेखाएँ दे रही हैं। • कागज़ को लंबवत आधा मोड़ें। • इसे फिर से क्षैतिज रूप से आधा मोड़ें (अर्थात्, आपने इसे दो बार मोड़ा है)। अब तर्हों को खोलें।

ऊर्ध्वाधर मोड़



क्षैतिज मोड़

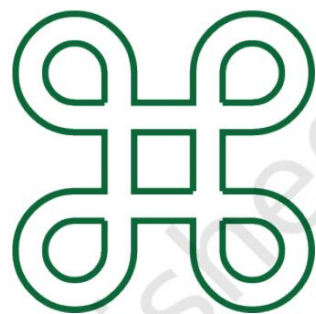
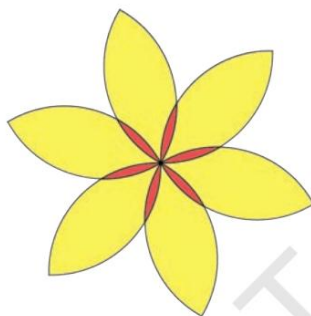
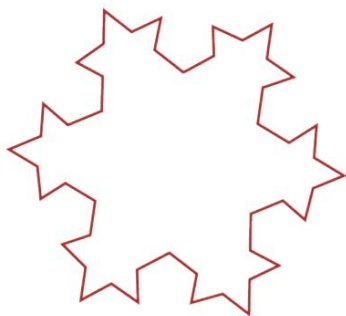


फिर से वर्ग को आधा मोड़ें (अब तीसरी बार), लेकिन यह चित्र में दिखाए अनुसार, समय को विकर्ण के अनुदिश घुमाएँ। इसे फिर से खोलें।

इसे आधा मोड़ें (चौथी बार), लेकिन इस बार दूसरे विकर्ण के साथ, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। मोड़ को खोलें।

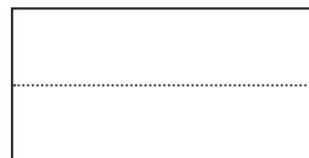
☀ क्या वर्ग को इस तरह मोड़ने का कोई और तरीका है कि दोनों हिस्से एक-दूसरे पर चढ़ जाएँ? वर्गाकार आकृति में कितनी सममित रेखाएँ होती हैं?

इस प्रकार, आकृतियों में कई सममित रेखाएँ हो सकती हैं। नीचे दी गई आकृतियों में भी कई सममित रेखाएँ हैं। क्या आप उन सभी को ढूँढ़ सकते हैं?



☀ हमने देखा कि वर्ग का विकर्ण भी एक सममित रेखा है। आइए एक आयत लें जो वर्ग नहीं है। क्या इसका विकर्ण एक सममित रेखा है?

पहले आयत को देखिए और इस प्रश्न का उत्तर दीजिए। फिर, एक आयताकार कागज़ लीजिए और उसे विकर्ण के अनुदिश मोड़कर जाँचिए कि क्या दोनों भाग एक-दूसरे पर ओवरलैप होते हैं। आप क्या देखते हैं?

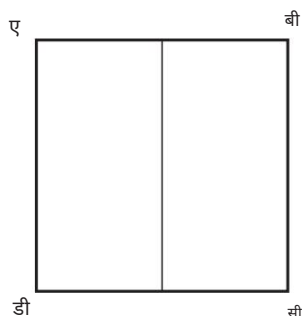


प्रतिबिंब

अब तक हम यही कह रहे थे कि जब हम किसी आकृति को सममित रेखा पर मोड़ते हैं, तो उसके दोनों भाग पूरी तरह से एक-दूसरे पर आ जाते हैं। हम यह भी कह सकते हैं कि सममित रेखा के एक ओर आकृति का भाग, रेखा द्वारा दूसरी ओर परावर्तित हो जाता है; इसी प्रकार, सममित रेखा के दूसरी ओर आकृति का भाग, पहली ओर परावर्तित हो जाता है! आइए, आकृति पर कुछ बिंदुओं को चिह्नित करके इसे समझते हैं।

चित्र में एक वर्ग दिखाया गया है जिसके कोनों को A, B, C और D से चिह्नित किया गया है। आइए सबसे पहले सममिति की ऊर्ध्वाधर रेखा पर विचार करें। जब हम विचार करते हैं

इस रेखा के अनुदिश वर्ग में, दाईं ओर स्थित बिंदु B, C बाईं ओर परावर्तित हो जाते हैं और A, D द्वारा पहले ली गई स्थिति पर आ जाते हैं। बिंदु A, D का क्या होता है? A, B द्वारा ली गई स्थिति पर आ जाता है और D, C द्वारा ली गई स्थिति पर आ जाता है!



☀ अगर हम A से C तक विकर्ण के अनुदिश परावर्तन करें तो क्या होगा? बिंदु A, B, C और D कहाँ जाएँगे? अगर हम सममिति की क्षैतिज रेखा के अनुदिश परावर्तन करें तो क्या होगा?

इस प्रकार, वह आकृति जिसमें सममिति की एक रेखा या रेखाएं होती हैं, उसे परावर्तन सममिति भी कहा जाता है।

सममित रेखाओं वाली आकृतियाँ उत्पन्न करना

अब तक हमने सममित और असममित आकृतियाँ देखी हैं। ऐसी सममित आकृतियाँ कैसे बनाई जाती हैं? आइए इस पर विचार करें।

इंक ब्लॉट डेविल्स

आपको कक्षा 5 में पहले भी ऐसा करने में मज़ा आया था। एक कागज़ का टुकड़ा लें। उसे आधा मोड़ें। कागज़ को खोलें और एक हिस्से पर स्याही (या रंग) की कुछ बूँदें डालें।

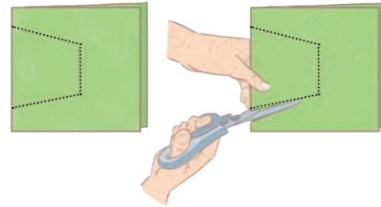
अब दोनों हिस्सों को एक साथ दबाएँ और फिर कागज़ को खोलें।

- आप क्या देखते हैं?
- क्या परिणामी आकृति सममित है?
- यदि हाँ, तो सममिति रेखा कहाँ है?
- क्या कोई अन्य रेखा है जिसके साथ इसे मोड़कर दो समान भाग बनाए जा सकें?
- ऐसे और अधिक पैटर्न बनाने का प्रयास करें।

कागज को मोड़ना और काटना सममित आकार बनाने

का यह एक और तरीका है!

इन दोनों आकृतियों में, कागज़ की एक शीट को मोड़कर दिखाई गई बिंदीदार रेखा के साथ एक कट बनाया गया है। कागज़ को खोलने पर वह कैसा दिखेगा, इसका एक रेखाचित्र बनाएँ।

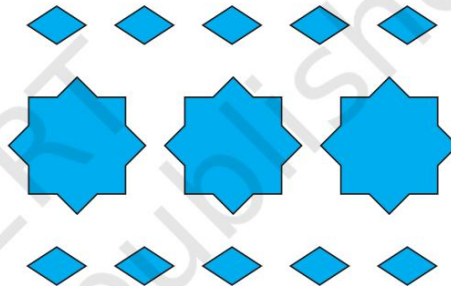


क्या आपको इस आकृति में कोई सममित रेखा दिखाई दे रही है? वह क्या है?

मोड़कर और काटकर विभिन्न सममित आकृतियाँ बनाएँ।

सममित आकार पाने के लिए कागज़ के टुकड़ों को मोड़ने और काटने के और भी तरीके हैं!

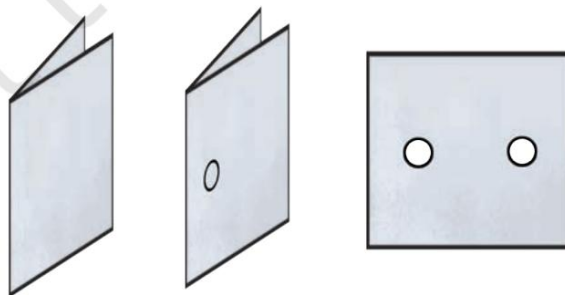
पतले आयताकार रंगीन कागज़ का इस्तेमाल करें। इसे कई बार मोड़ें और कागज़ को काटकर कुछ जटिल पैटर्न बनाएँ, जैसे यहाँ दिखाया गया है। दोहराए गए डिज़ाइन में सममित रेखाओं को पहचानें। त्योहारों के अवसरों पर ऐसे सजावटी कागज़ के कट-आउट का इस्तेमाल करें।



समझ से बाहर

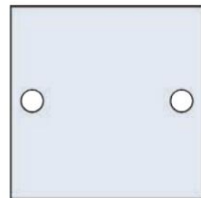
पंचिंग गेम

तह एक सममित रेखा है। एक मुड़े हुए चौकोर कागज़ के टुकड़े पर पंचिंग मशीन से अलग-अलग जगहों पर छेद करें और अलग-अलग सममित पैटर्न बनाएँ।

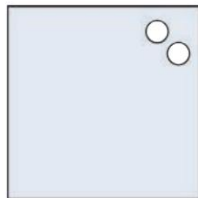


1. निम्नलिखित प्रत्येक आकृति में, कागज़ की एक मुड़ी हुई चौकोर शीट में एक छेद किया गया और फिर कागज़ को खोल दिया गया। उस रेखा को पहचानिए जिसके अनुदिश कागज़ को मोड़ा गया था।

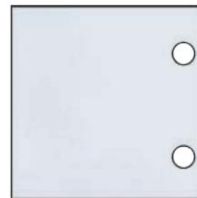
चित्र (d) एक छेद करके बनाया गया था। कागज़ को कैसे मोड़ा गया था?



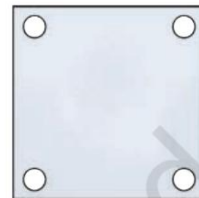
एक।



बी।

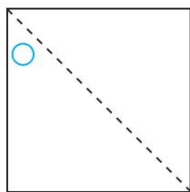


सी।

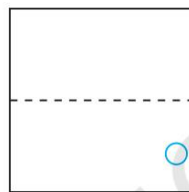


डी।

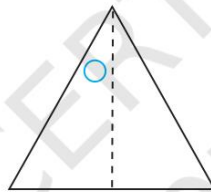
2. सममिति रेखा(एँ) दी गई है, अन्य छिद्र ज्ञात कीजिए:



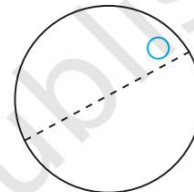
एक।



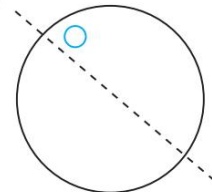
बी।



सी।



डी।

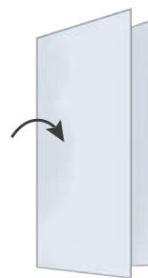


और।

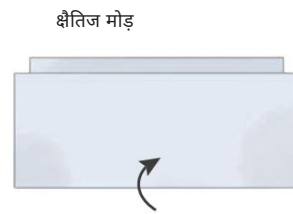
3. यहां कागज़ काटने पर कुछ प्रश्न दिए गए हैं।

एक ऊर्ध्वाधर तह पर विचार करें। हम इसे इस प्रकार दर्शाते हैं:

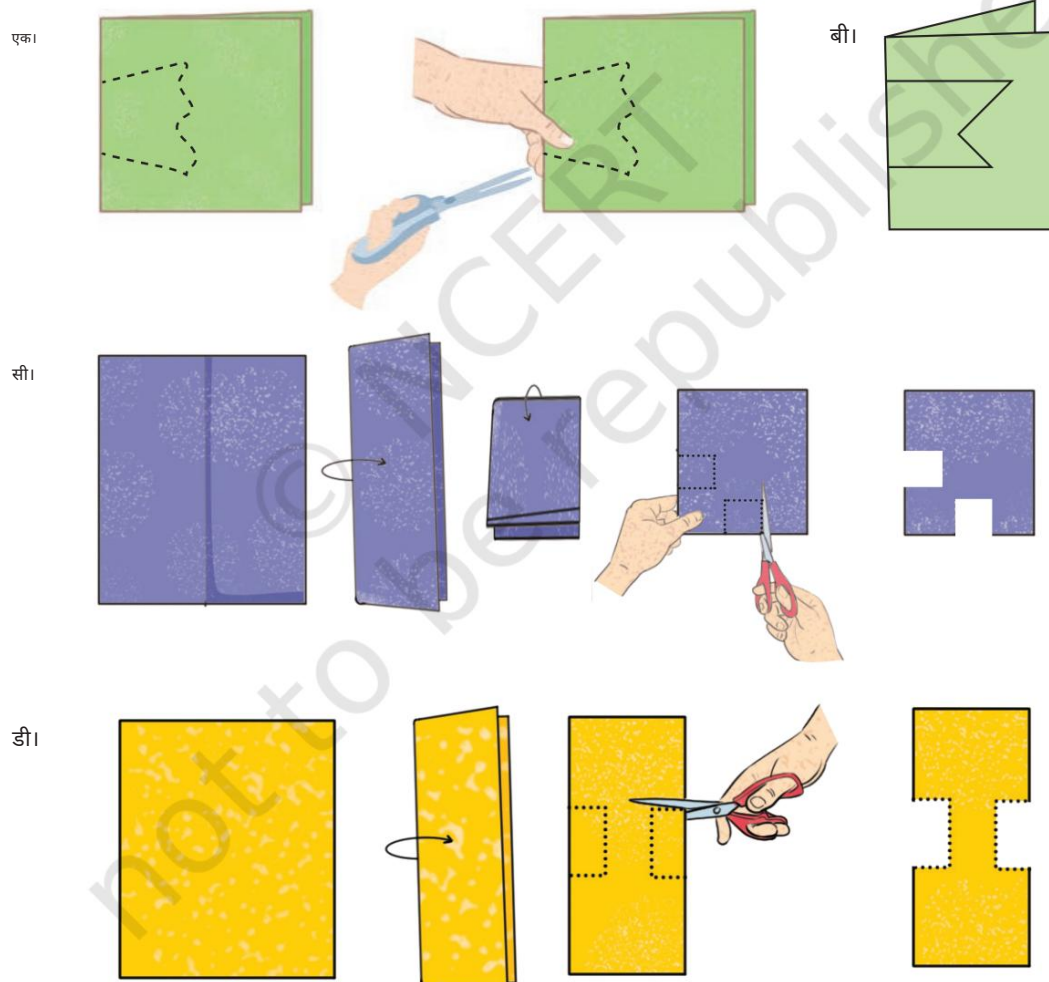
ऊर्ध्वाधर मोड़



इसी प्रकार, क्षैतिज तह को निम्न प्रकार दर्शाया जाता है:

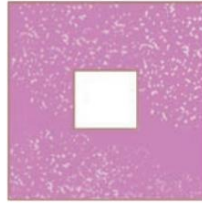


4. निम्नलिखित प्रत्येक कट के बाद, कागज़ खोलने पर छेद के आकार का अनुमान लगाएँ। अपना अनुमान लगाने के बाद, कटआउट बनाएँ और अपने उत्तर की पुष्टि करें।

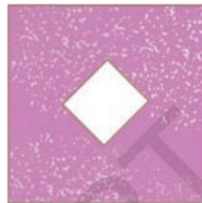


5 मान लीजिए आपको इनमें से प्रत्येक आकृति को कुछ मोड़ों और एक सीधे कट के साथ बनाना है। आप यह कैसे करेंगे?

क. बीच का छेद एक वर्ग है।



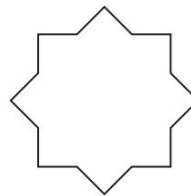
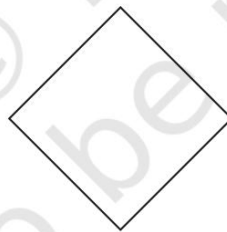
ख. बीच में छेद एक वर्ग है।



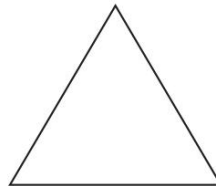
नोट: उपरोक्त दो प्रश्नों के लिए, जाँच करें कि क्या 4-भुजा वाली आकृतियाँ केंद्र वर्ग के दोनों गुणों को संतुष्ट करता है।

6. इन आकृतियों में कितनी सममित रेखाएँ हैं?

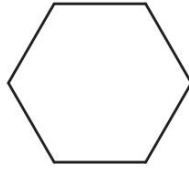
एक।



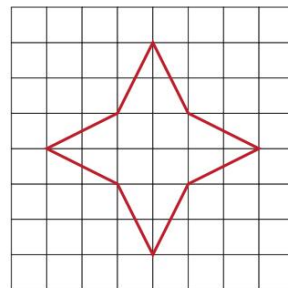
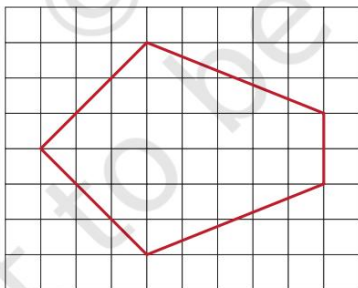
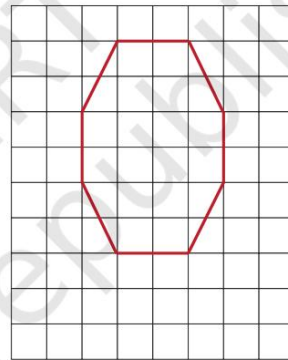
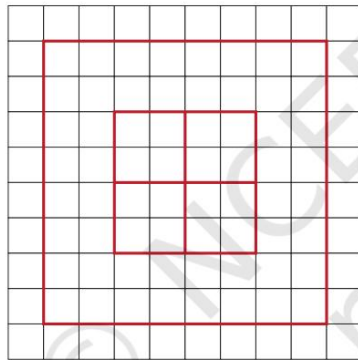
ख. समान भुजाओं और समान कोणों वाला त्रिभुज।



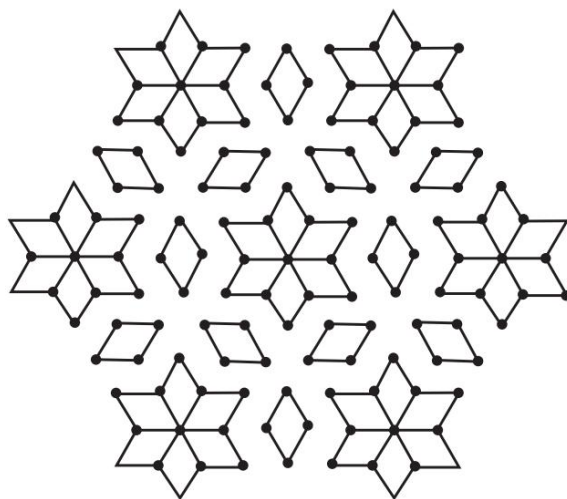
ग. समान भुजाओं और समान कोणों वाला एक षट्भुज।



7. प्रत्येक आकृति का अनुरेखण करें और यदि कोई सममित रेखाएँ हों तो उन्हें खींचें:



8. नीचे दिए गए कोलम के लिए सममित रेखाएँ ज्ञात कीजिए।



9. निम्नलिखित चित्र बनाइये।

क. एक त्रिभुज जिसमें सममिति की केवल एक रेखा हो।

ख. एक त्रिभुज जिसमें सममिति की ठीक तीन रेखाएँ हों।

ग. एक त्रिभुज जिसमें कोई सममित रेखा नहीं है।

क्या दो सममित रेखाओं वाला त्रिभुज बनाना संभव है?

10. निम्नलिखित आकृति बनाइए। प्रत्येक स्थिति में, आकृति में कम से कम

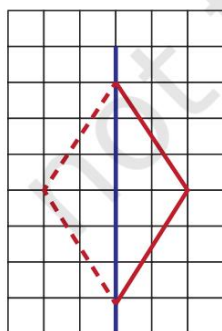
एक घुमावदार सीमा।

क. एक आकृति जिसमें सममिति की केवल एक रेखा हो।

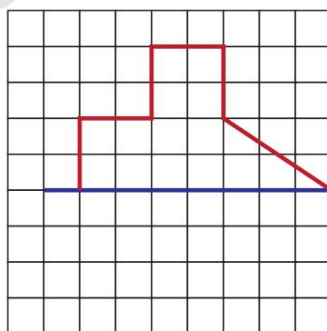
ख. सममिति की ठीक दो रेखाओं वाली आकृति।

ग. सममिति की ठीक चार रेखाओं वाली आकृति।

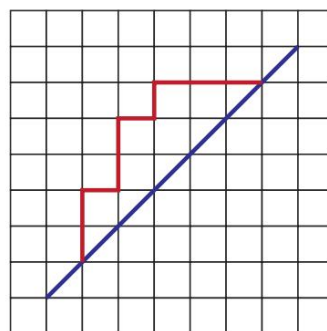
11. निम्नलिखित को वर्गाकार कागज़ पर लिखिए। इन्हें इस प्रकार पूरा कीजिए कि नीली रेखा सममित रेखा बन जाए। समस्या (a) आपके लिए हल हो गई है।



(ए)

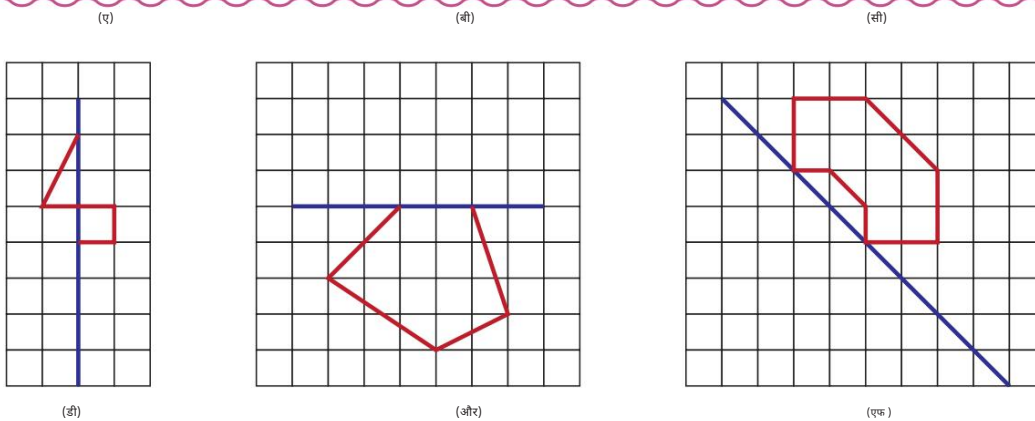


(बी)



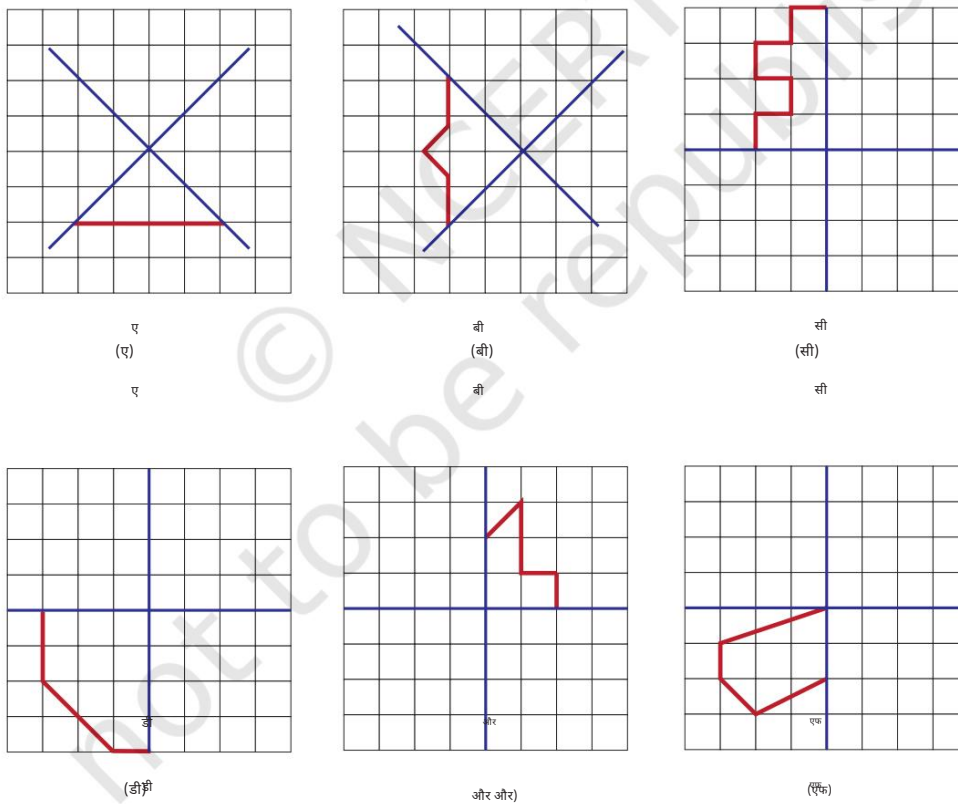
(सी)

समरूपता

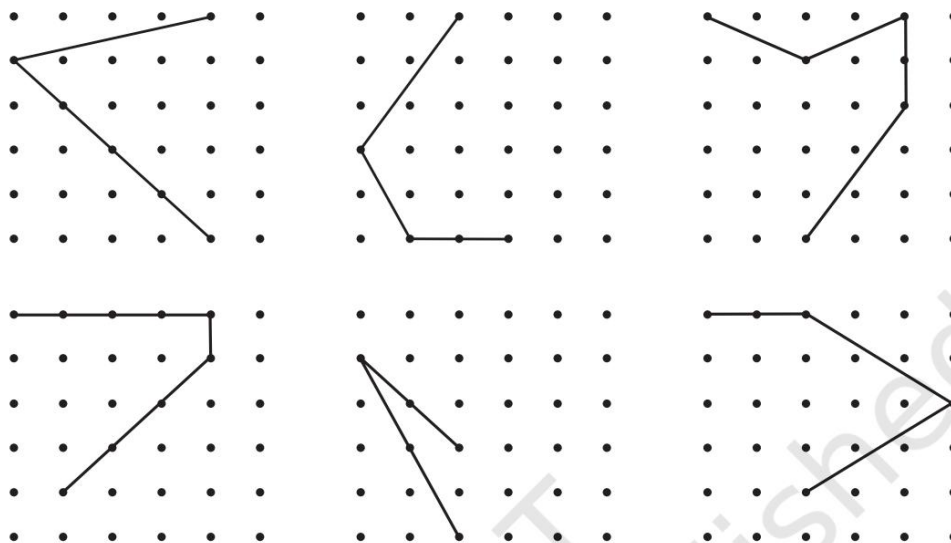


संकेत: (c) और (f) के लिए, देखें कि क्या पुस्तक को घुमाने से मदद मिलती है!

12. निम्नलिखित चित्र को वर्गाकार कागज़ पर बनाएँ। प्रत्येक को इस प्रकार पूरा करें कि परिणामी आकृति में दो नीली रेखाएँ सममित रेखाएँ हों।



13. निम्नलिखित को एक डॉट ग्रिड पर कॉपी करें। प्रत्येक आकृति के लिए दो और रेखाएँ खींचकर एक सममित रेखा बनाएँ।



9.2 घूर्णन सममिति

चित्र में कागज़ की पवनचक्की सममित दिखती है लेकिन इसमें कोई सममित रेखा नहीं है!

हालाँकि, अगर आप इसे मोड़ेंगे, तो दोनों हिस्से बिल्कुल एक-दूसरे पर नहीं चढ़ेंगे। दूसरी ओर, अगर आप इसे बीच में स्थित लाल बिंदु के चारों ओर 90° घुमाएँगे, तो पवनचक्की बिल्कुल वैसी ही दिखेगी।



हम कहते हैं कि पवनचक्की में घूर्णन सममिति है।

घूर्णन सममिति की बात करें तो, हमेशा एक निश्चित बिंदु होता है जिसके चारों ओर वस्तु घूमती है। इस निश्चित बिंदु को घूर्णन केंद्र कहा जाता है।

180°

क्या ऊपर दी गई पवनचक्की 90° से कम कोण पर घुमाने पर भी बिल्कुल वैसी ही दिखाई देगी?

नहीं!

वह कोण जिसके माध्यम से किसी आकृति को बिल्कुल एक जैसा दिखने के लिए घुमाया जा सकता है, उसे घूर्णन सममिति कोण या संक्षेप में सममिति कोण कहा जाता है।

180°

पवनचक्की के लिए सममिति कोण 90° (चौथाई मोड़), 180° (आधा मोड़), 270° (तीन-चौथाई मोड़) और 360° (पूरा मोड़) हैं।

ध्यान दें कि जब किसी आकृति को 360° घुमाया जाता है, तो वह अपनी मूल स्थिति में वापस आ जाती है, इसलिए 360° हमेशा सममिति का कोण होता है।

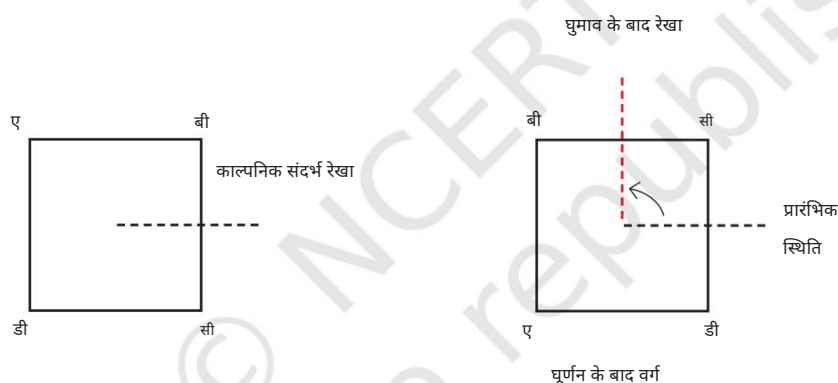
इस प्रकार, हम देखते हैं कि पवनचक्की में सममिति के 4 कोण हैं।

क्या आप किसी अन्य आकृति के बारे में जानते हैं जिसमें सममिति के ठीक चार कोण हों?

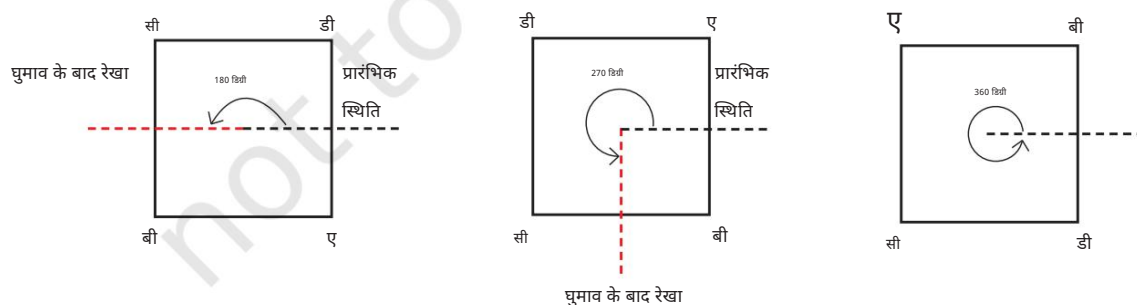
एक वर्ग में कितने सममित कोण होते हैं? प्रारंभिक वर्ग प्राप्त करने के लिए उसे कितना घुमाव चाहिए?

90° घूमने के बाद हमें स्वयं के साथ अतिव्याप्त एक वर्ग प्राप्त होता है।

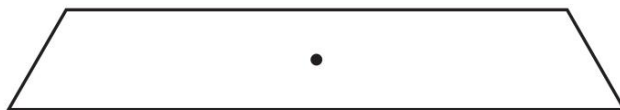
यह बिंदु A को बिंदु B की स्थिति पर ले जाता है, बिंदु B को बिंदु C की स्थिति पर, बिंदु C को बिंदु D की स्थिति पर, तथा बिंदु D को वापस बिंदु A की स्थिति पर ले जाता है। क्या आप जानते हैं कि घूर्णन केंद्र को कहाँ चिह्नित करना है?



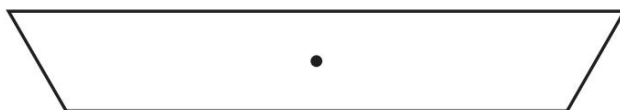
सममिति के अन्य कोण क्या हैं?



उदाहरण: निम्नलिखित पट्टी के सममिति कोण ज्ञात कीजिए।



हल: आइए पट्टी को उसके केंद्र के चारों ओर दक्षिणावर्त दिशा में घुमाएं।



180° घुमाने पर ऊपर दी गई आकृति बनती है। क्या यह मूल आकृति के साथ ओवरलैप होती है?

क्यों नहीं?

इस स्थिति से 180° का एक और घुमाव मूल आकार देता है।

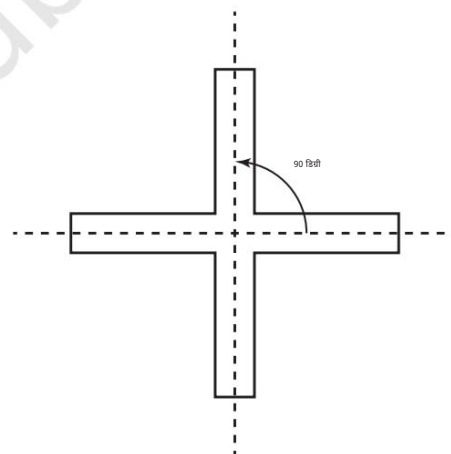
यह आकृति एक बार के बाद ही अपने मूल आकार में वापस आती है 360° का पूर्ण घूर्णन। इसलिए, हम कहते हैं कि इस आकृति में घूर्णन सममिति नहीं है।

आकृतियों की घूर्णन सममिति
रेडियल आर्म्स

इस आकृति पर गौर कीजिए, जिसमें चार त्रिज्य भुजाएँ हैं। इसमें सममिति के कितने कोण हैं? वे कौन-कौन से हैं?

ध्यान दें कि आसन्न केंद्रीय बिंदीदार रेखाओं के बीच का कोण 90° है।

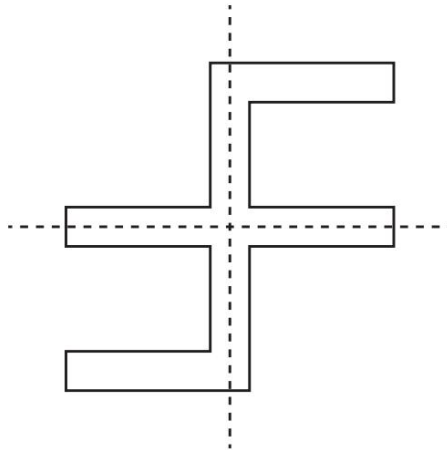
क्या आप रेडियल भुजाओं के बीच के कोणों को बदल सकते हैं ताकि आकृति में अभी भी सममिति के 4 कोण हों? इसे बनाकर देखिए।



यह जाँचने के लिए कि क्या खींची गई आकृति में वास्तव में सममिति के चार कोण हैं, आप आकृति को कागज़ के दो अलग-अलग टुकड़ों पर बना सकते हैं। एक कागज़ से त्रिज्य भुजाएँ काट लें। आकृति को कागज़ पर स्थिर रखें और घूर्णन सममिति की जाँच के लिए कटे हुए भाग को घुमाएँ।

आप उपरोक्त आकृति को किस प्रकार संशोधित करेंगे ताकि इसमें केवल दो सममित कोण हों?

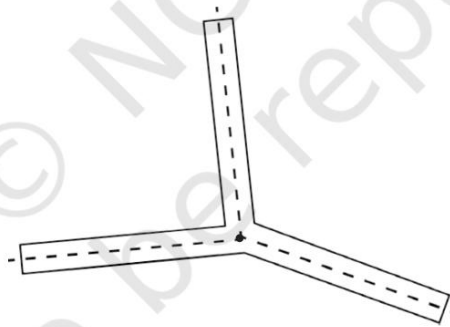
यहाँ एक तरीका है:



हमने 4 और 2 सममित कोणों वाली आकृतियाँ देखी हैं। क्या हम ठीक 3 सममित कोणों वाली आकृति प्राप्त कर सकते हैं? क्या आप इसके लिए रेडियल भुजाओं का उपयोग कर सकते हैं?

आइए नीचे दी गई आकृति की तरह तीन त्रिज्य भुजाओं के साथ प्रयास करें। इसमें कितने सममित कोण हैं और वे क्या हैं?

यहाँ तीन रेडियल भुजाओं वाली एक आकृति है।



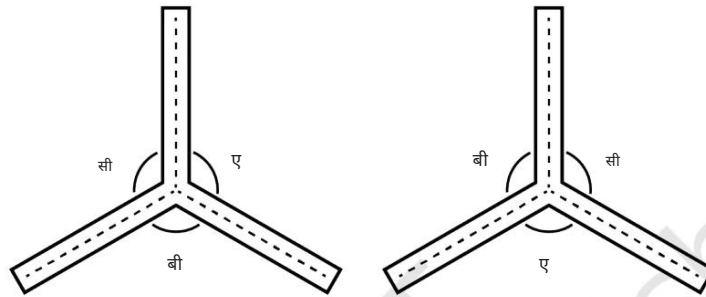
इस आकृति की एक प्रति बनाएँ और काटें। कटआउट को ऊपर घुमाकर यह आंकड़ा इसके घूर्णन कोण निर्धारित करता है।

हम देखते हैं कि केवल एक पूर्ण चक्कर या 360° का घूर्णन ही आकृति को वापस अपनी स्थिति में लाएगा। इसलिए इस आकृति में घूर्णन सममिति नहीं है क्योंकि 360° ही इसका एकमात्र सममिति कोण है।

हालाँकि, क्या आकृति में कुछ भी बदला जा सकता है जिससे कि वह सममिति के 3 कोण?

क्या यह बिंदीदार रेखाओं के बीच के कोण को बदलकर किया जा सकता है?
यदि तीन त्रिज्य भुजाओं वाली आकृति में घूर्णन सममिति होनी चाहिए, तो उसका घूर्णन संस्करण मूल आकृति के साथ अतिव्यापन करेगा। यहाँ दोनों के मोटे आरेख दिए गए हैं।

यदि ये दोनों आकृतियाँ एक दूसरे को ओवरलैप करती हैं, तो आप कोणों के बारे में क्या बता सकते हैं?



ध्यान दें कि $\angle A$ को $\angle B$ पर अतिव्यापन करना होगा, $\angle B$ को $\angle C$ पर अतिव्यापन करना होगा तथा $\angle C$ को $\angle A$ पर अतिव्यापन करना होगा।

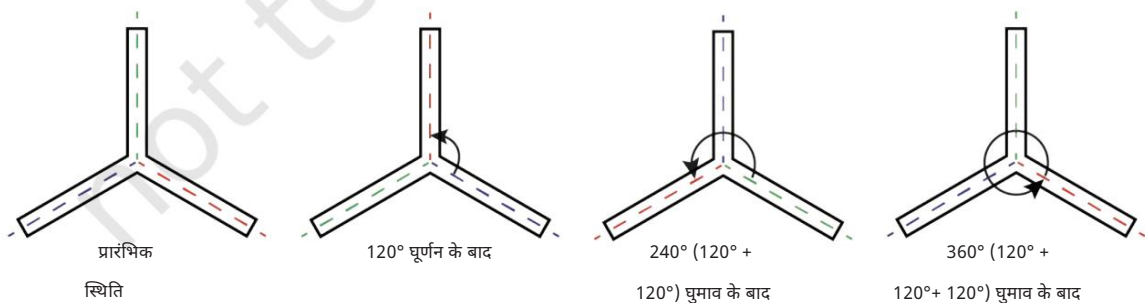
तो, $\angle A = \angle B = \angle C$. यह कोण क्या होगा?

हम जानते हैं कि एक पूर्ण चक्कर में 360 डिग्री होती हैं। यह समान रूप से वितरित है।

इन तीन कोणों में से प्रत्येक कोण $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$.

अतः, तीन भुजाओं वाली त्रिज्य भुजाओं वाली आकृति घूर्णन सममिति दर्शाती है जब आसन्न बिंदु रेखाओं के बीच का कोण 120° होता है। इस प्रेक्षण की पुष्टि के लिए कागज़ के कटआउट का उपयोग करें।

अब आकृति में घूर्णन के कितने कोण हैं और वे क्या हैं?



नोट: घुमावों को दिखाने के लिए रंग जोड़े गए हैं।

आइये और अधिक आंकड़े देखें।

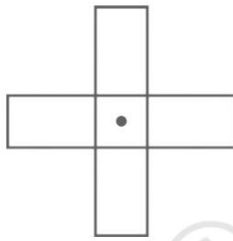
☀ क्या आप त्रिज्य भुजाओं वाली एक आकृति बना सकते हैं जिसमें (a) सममिति के ठीक 5 कोण हों, (b) सममिति के 6 कोण हों? प्रत्येक स्थिति में सममिति के कोण भी ज्ञात कीजिए।

संकेत: पहले मामले में 5 रेडियल भुजाओं का प्रयोग करें। दो आसन्न रेडियल भुजाओं के बीच का कोण कितना होना चाहिए?

☀ एक ऐसी आकृति पर विचार कीजिए जिसकी त्रिज्य भुजाओं में सममिति के ठीक 7 कोण हैं। इसका सबसे छोटा सममिति कोण क्या होगा? क्या इस स्थिति में अंशों की संख्या एक पूर्ण संख्या है? यदि नहीं, तो इसे मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त कीजिए।

आइए हम अन्य प्रकार की आकृतियों के लिए सममिति कोण ज्ञात करें।

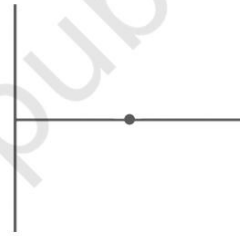
☀ इसे समझें 1. बिंदु के चारों ओर दी गई आकृतियों के लिए सममिति कोण ज्ञात कीजिए चिह्नित •.



(ए)



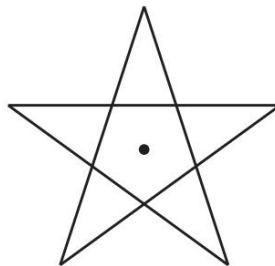
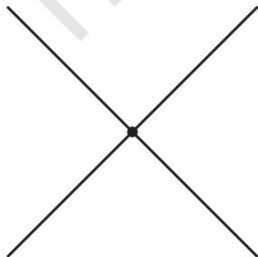
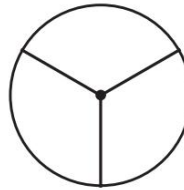
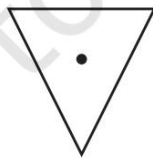
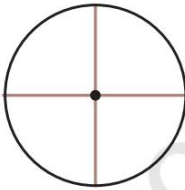
(बी)



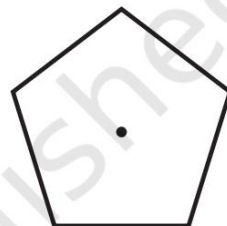
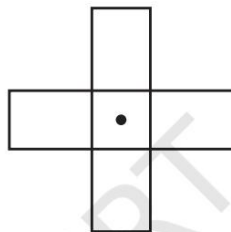
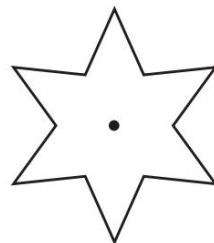
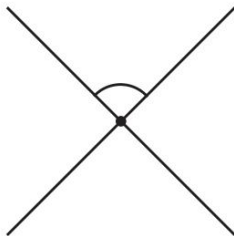
(सी)

2. निम्नलिखित में से किस आकृति में एक से अधिक कोण हैं?

समरूपता?



3. प्रत्येक आकृति के लिए घूर्णन सममिति का क्रम बताइए:



आइये उपरोक्त सभी मामलों के लिए सममिति के कोणों को सूचीबद्ध करें।

- सममिति के कोण जब उनमें से ठीक 2 हों: 180° , 360° ।
- सममिति के कोण जब उनमें से ठीक 3 हों: 120° , 240° , 360° ।
- सममिति के कोण जब उनमें से ठीक 4 हों: 90° , 180° , 270° , 360° ।

क्या आपको इन स्थितियों में सममित कोणों के बारे में कुछ समानता नज़र आती है? संख्याओं का पहला समूह 180 के सभी गुणज हैं। दूसरा समूह 120 के सभी गुणज हैं। तीसरा समूह 90 के सभी गुणज हैं।

☀ प्रत्येक स्थिति में, कोण सबसे छोटे कोण के गुणज होते हैं।

आप सोच रहे होंगे कि क्या ऐसा हमेशा होता रहेगा? आप क्या सोचते हैं?

☀ सत्य या असत्य

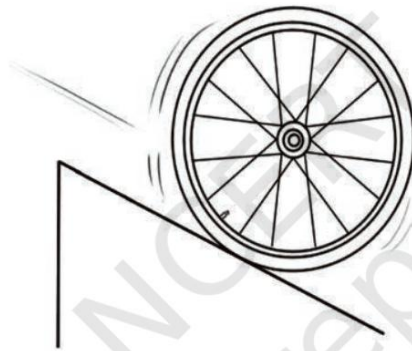
- प्रत्येक आकृति में सममिति का कोण 360 डिग्री होगा।

- यदि किसी आकृति का सबसे छोटा सममित कोण एक प्राकृतिक संख्या है डिग्री में, तो यह 360 का एक कारक है।

क्या सभी आकृतियों के लिए एक न्यूनतम सममित कोण होता है? ऐसा प्रतीत होता है कि अधिकांश आकृतियों के लिए यही स्थिति है, सिवाय सबसे सममित आकृतियों जैसे वृत्त के, जिनकी सममितताओं पर हम अब चर्चा करेंगे।

एक वृत्त की सममितियाँ

वृत्त एक आकर्षक आकृति है। जब आप किसी वृत्त को उसके केंद्र के चारों ओर दक्षिणावर्त घुमाते हैं, तो क्या होता है? यह अपने आप ही संपाती हो जाता है। इससे कोई फर्क नहीं पड़ता कि आप इसे किस कोण पर घुमाते हैं! इसलिए, एक वृत्त के लिए, प्रत्येक कोण एक सममिति कोण होता है।

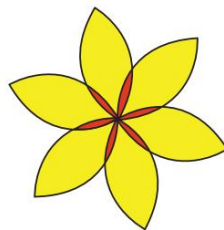


अब वृत्त के किनारे पर एक बिंदु लें और उसे केंद्र से जोड़ दें। रेखाखंड को वृत्त के व्यास तक बढ़ाएँ। क्या वह व्यास परावर्तन सममिति की रेखा है? हाँ, है। हर व्यास एक सममिति रेखा है!

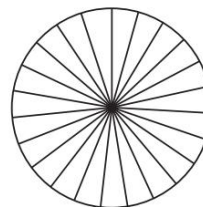
पहियों की तरह, हम अपने आस-पास घूर्णन सममिति वाली अन्य वस्तुएँ भी पा सकते हैं। उन्हें ढूँढ़िए। उनमें से कुछ नीचे दिए गए हैं:



पंखा



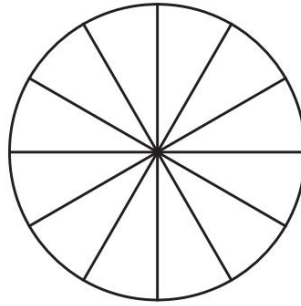
फूल



पहिया

☀ समझ से बाहर

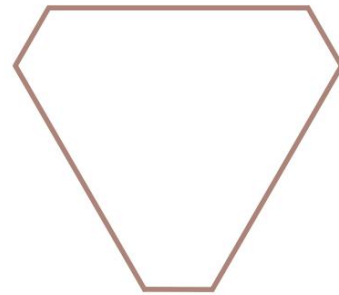
1. नीचे दिए गए वृत्त के त्रिज्यखंडों को इस प्रकार रंगें कि आकृति में i) 3 सममिति कोण हों, ii) 4 सममिति कोण हों, iii) त्रिज्यखंडों को अलग-अलग तरीकों से रंगकर आप कितने सममिति कोण प्राप्त कर सकते हैं?



2. वृत्त और वर्ग के अलावा दो अन्य आकृतियाँ बनाएँ जिनमें दोनों हों परावर्तन समरूपता और घूर्णन समरूपता।
3. जहाँ तक संभव हो, निम्नलिखित का एक मोटा रेखाचित्र बनाइये:
- क. कम से कम दो सममित रेखाओं और कम से कम दो सममित कोणों वाला त्रिभुज।
- ख. एक त्रिभुज जिसमें केवल एक सममित रेखा हो लेकिन घूर्णी समरूपता।
- ग. घूर्णन सममिति वाला एक चतुर्भुज लेकिन कोई परावर्तन नहीं समरूपता।
- द. परावर्तन सममिति वाला एक चतुर्भुज लेकिन इसमें नहीं घूर्णी समरूपता।
4. एक आकृति में, 60° सममिति का सबसे छोटा कोण है। इस आकृति के अन्य सममिति कोण क्या हैं?
5. एक आकृति में, 60° सममिति कोण है। आकृति में 60° से कम दो सममिति कोण हैं। इसका सबसे छोटा सममिति कोण क्या है?
6. क्या हम घूर्णन सममिति वाली कोई ऐसी आकृति प्राप्त कर सकते हैं जिसका सबसे छोटा मान सममिति का कोण है:
- अ. 45° ?
- बी. 17° ?



7. यह दिल्ली में नए संसद भवन की तस्वीर है।



क. क्या चित्र की बाहरी सीमा पर परावर्तन सममिति है? यदि हाँ, तो सममिति रेखाएँ खींचिए। वे कितनी हैं?

ब. क्या इसके केंद्र के चारों ओर घूर्णन सममिति है? यदि हाँ, तो ज्ञात कीजिए।

घूर्णन सममिति के कोण.

8. अध्याय 1, सारणी 3, नियमित बहुभुज, में पहले आकृति क्रम में आकृतियों में कितनी सममित रेखाएँ हैं? आपको कौन-सा संख्या क्रम प्राप्त होता है?

9. अध्याय 1, सारणी 3, नियमित बहुभुजों में पहले आकार अनुक्रम में आकृतियों में कितने सममित कोण हैं? आपको कौन-सा संख्या अनुक्रम प्राप्त होता है?

10. अध्याय 1, तालिका 3, कोच स्नोफ्लेक अनुक्रम में अंतिम आकृति अनुक्रम में आकृतियों में कितनी सममित रेखाएँ हैं? सममिति के कितने कोण हैं?

11. अशोक चक्र में कितनी सममित रेखाएँ और कितनी सममित कोण होते हैं?



टाइल्स के साथ खेलना a. रंगीन

टाइल्स का उपयोग करें



पुस्तक के अंत में दिए गए आरेख का

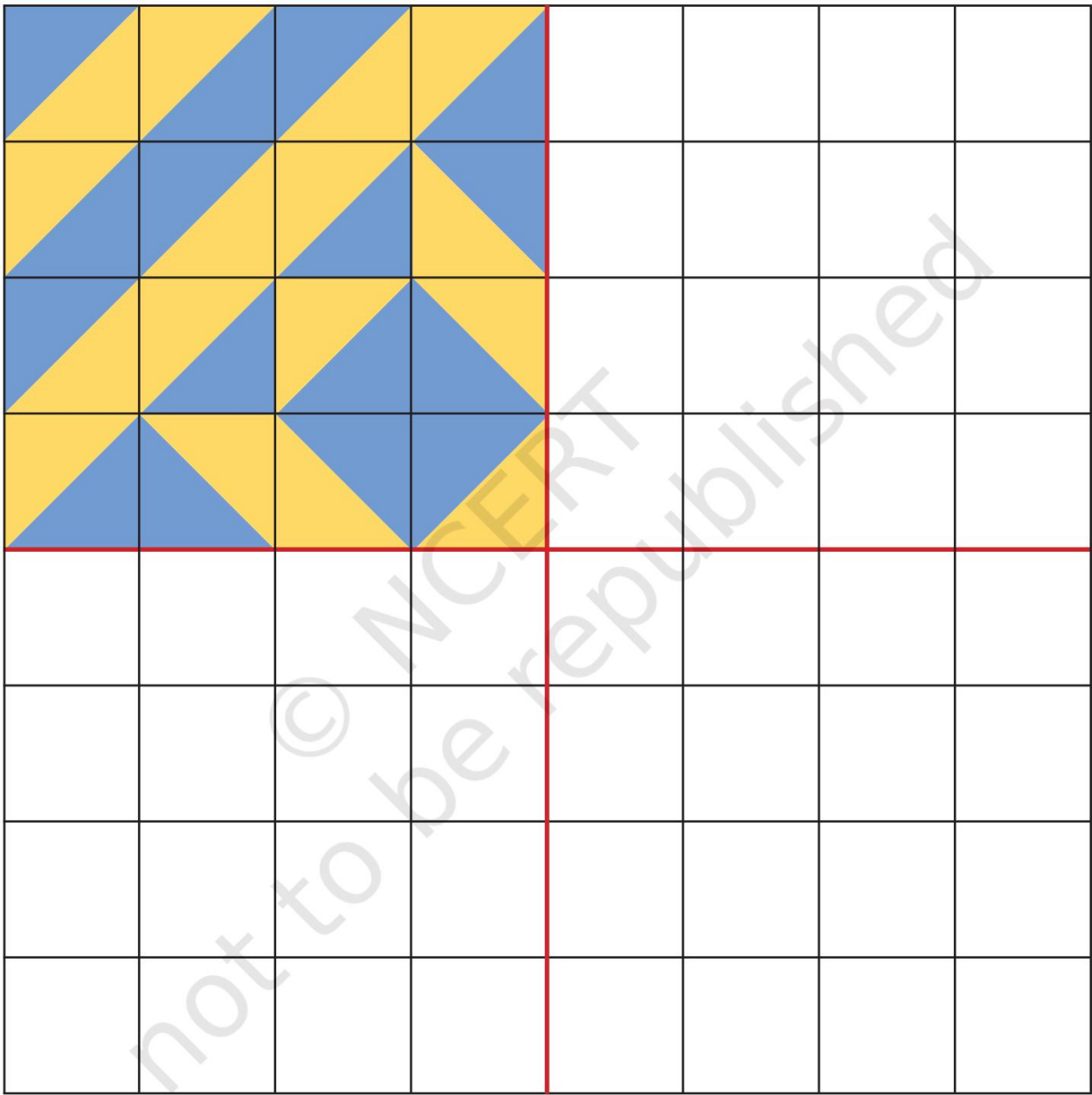
उपयोग करके निम्नलिखित आकृति को पूरा करें ताकि इसमें सममिति की ठीक 2 रेखाएँ हों।

ख. ऐसी 16 टाइलों का उपयोग करके आकृतियाँ बनाएँ जिनमें ठीक-ठीक:

1 सममिति रेखा

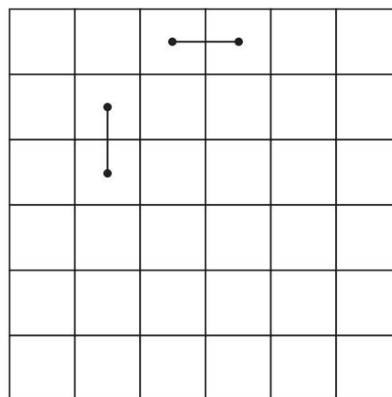
समरूपता की 2 रेखाएँ

ग. इन टाइलों का उपयोग रचनात्मक सममित डिजाइन बनाने में करें।

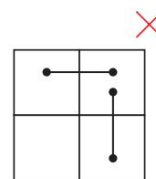




6 गुणा 6 का एक ग्रीड बनाएँ। दो खिलाड़ी बारी-बारी से एक रेखा खींचकर दो आसन्न वर्गों को कवर करते हैं। रेखा को किसी भी तरह से रखा जा सकता है: क्षैतिज या लंबवत। रेखाएँ एक-दूसरे पर नहीं चढ़ सकतीं। खेल तब तक चलता है जब तक कोई खिलाड़ी और रेखाएँ नहीं खींच पाता। जो खिलाड़ी रेखा नहीं खींच पाता, वह हार जाता है।



अनुमति नहीं



इस खेल को जीतने के लिए कौन सी रणनीति अपनाई जा सकती है?

सारांश

जब कोई आकृति ऐसे भागों से बनी होती है जो एक निश्चित पैटर्न में दोहराए जाते हैं, तो हम कहते हैं कि उस आकृति में सममिति है। हम कहते हैं कि ऐसी आकृति सममित होती है।

वह रेखा जो किसी समतल आकृति को दो भागों में काटती है तथा उस रेखा के साथ मोड़ने पर एक दूसरे पर पूर्णतः ओवरलैप हो जाती है, उसे आकृति की सममिति रेखा या सममिति अक्ष कहते हैं।

एक आकृति में सममिति की अनेक रेखाएँ हो सकती हैं।

कभी-कभी किसी आकृति को किसी निश्चित बिंदु के चारों ओर एक कोण पर घुमाने पर वह बिल्कुल वैसी ही दिखाई देती है। ऐसे कोण को सममिति कोण कहते हैं।

आकृति का। वह आकृति जिसका सममित कोण 0 और 360 डिग्री के बीच होता है, घूर्णन सममिति कहलाती है। आकृति का वह बिंदु जिसके चारों ओर घूर्णन होता है, घूर्णन केंद्र कहलाता है।

एक आकृति में सममिति के अनेक कोण हो सकते हैं।

कुछ आकृतियों में सममिति रेखा तो हो सकती है, लेकिन कोई सममिति कोण नहीं हो सकता, जबकि अन्य आकृतियों में सममिति कोण तो हो सकते हैं, लेकिन कोई सममिति रेखा नहीं हो सकती। कुछ आकृतियों में सममिति रेखाएँ और सममिति कोण दोनों हो सकते हैं।

अध्याय 9 — समाधान

समरूपता

धारा 9.1

पृष्ठ संख्या 219



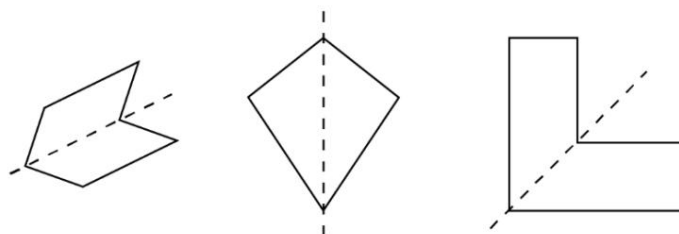
समझ से बाहर

प्रश्न 1. क्या आपको अध्याय की शुरुआत में दी गई आकृतियों में कोई सममित रेखा दिखाई देती है? बादल के चित्र में क्या?

उत्तर: हाँ, फूल, रंगोली और तितली की आकृतियों में क्रमशः 6, 4 और 1 सममित रेखाएँ हैं। पिनव्हील और बादल की आकृतियों में कोई सममित रेखा नहीं है।

प्रश्न 2. निम्नलिखित प्रत्येक आकृति के लिए, यदि सममित रेखा/रेखाएँ मौजूद हों, तो उन्हें पहचानिए।

साल।



धारा 9.1

पृष्ठ संख्या 221

प्रश्न: क्या वर्ग को मोड़ने का कोई और तरीका है जिससे दोनों हिस्से एक-दूसरे पर चढ़ जाएँ? कितने? वर्गाकार आकृति में सममित रेखाएँ क्या होती हैं?

उत्तर: नहीं, वर्ग को मोड़ने का कोई अन्य तरीका नहीं है।

वर्गाकार आकृति में सममिति की 4 रेखाएँ हैं।

प्रश्न: हमने देखा कि एक वर्ग का विकर्ण भी एक सममित रेखा होती है। आइए एक आयत लें। वह वर्ग नहीं है। क्या उसका विकर्ण सममित रेखा है?

उत्तर: नहीं, आयत का विकर्ण सममित रेखा नहीं है।

पृष्ठ संख्या 222

प्रश्न: यदि हम A से C तक विकर्ण परावर्तित करें तो क्या होगा? बिंदु A, B, C और D कहाँ जाएँगे? यदि हम सममिति की क्षैतिज रेखा के साथ परावर्तित करें तो क्या होगा?

उत्तर: यदि हम A से C तक विकर्ण के अनुदिश परावर्तित करते हैं, तो D, B द्वारा पहले प्राप्त स्थान पर आ जाता है। A और C उसी स्थान पर बने रहते हैं।

यदि हम क्षैतिज सममिति रेखा के अनुदिश देखें तो D और C क्रमशः A और B द्वारा पहले प्राप्त स्थान पर हैं।

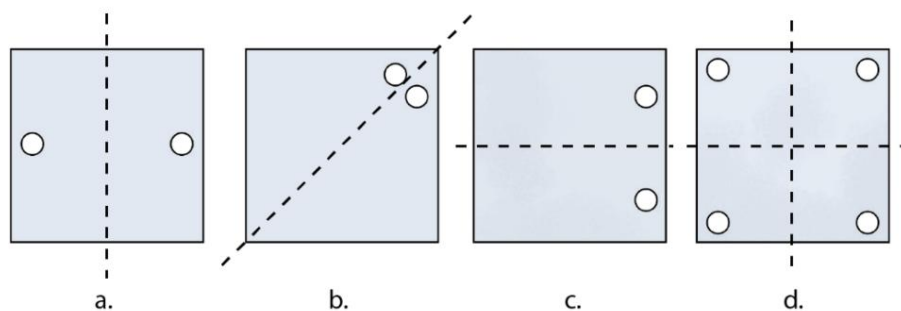
धारा 9.1

पृष्ठ संख्या 223

प्रश्न 1: निम्नलिखित प्रत्येक आकृति में, कागज़ की एक मुड़ी हुई वर्गाकार शीट में एक छेद किया गया और फिर कागज़ को खोल दिया गया। उस रेखा को पहचानिए जिसके अनुदिश कागज़ को मोड़ा गया था।

चित्र (d) एक छेद करके बनाया गया था। कागज़ को कैसे मोड़ा गया था?

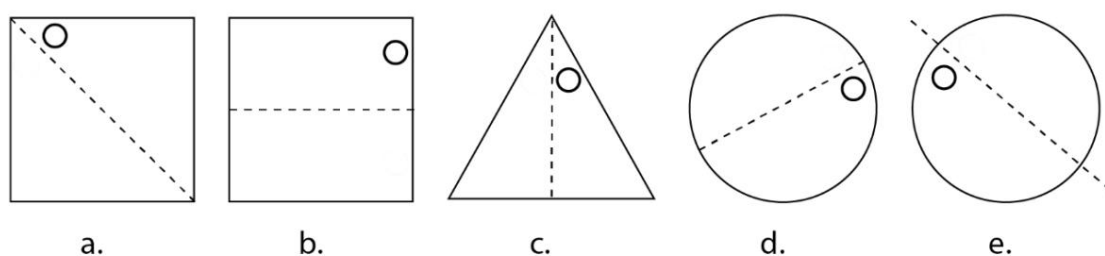
साल।



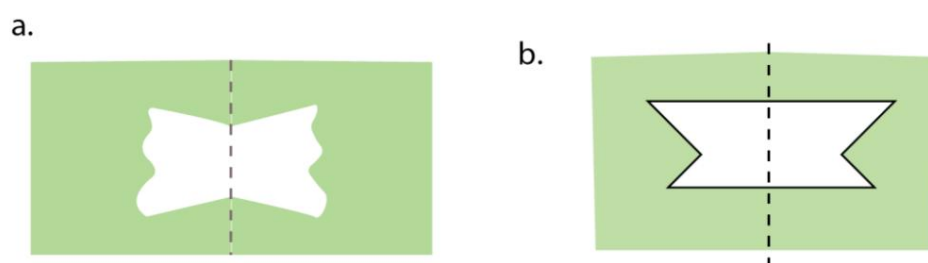
चित्र (घ) के लिए, कागज़ को पहले ऊर्ध्वाधर और फिर क्षैतिज रूप से मोड़ा गया या इसके विपरीत।

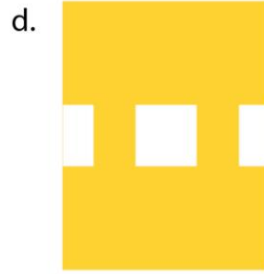
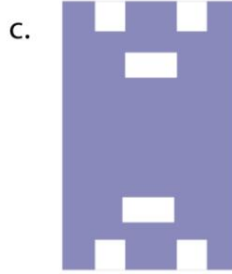
प्रश्न 2. सममित रेखा(एँ) दी गई है, अन्य छिद्र ज्ञात कीजिए:

साल।



प्रश्न 4. निम्नलिखित प्रत्येक कट के बाद, कागज़ को खोलने पर छेद के आकार का अनुमान लगाइए। अपना अनुमान लगाने के बाद, कटआउट बनाएँ और अपनी गणना सत्यापित करें।
उत्तर।





प्रश्न 5. मान लीजिए आपको इनमें से प्रत्येक आकृति को कुछ मोड़ों और एक सीधे कट के साथ बनाना है। आप यह कैसे करेंगे?

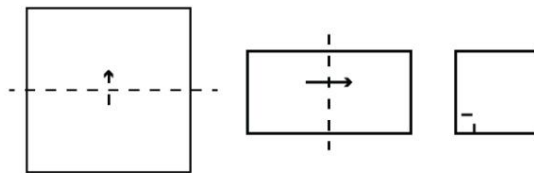
क. बीच का छेद वर्गाकार है।

ख. बीच में छेद एक वर्ग है।

नोट: उपरोक्त दोनों प्रश्नों के लिए, जाँच कीजिए कि क्या केंद्र में स्थित 4 भुजाओं वाली आकृतियाँ वर्ग के दोनों गुणों को संतुष्ट करती हैं।

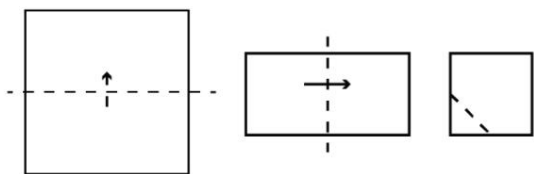
उत्तर: क. सबसे पहले कागज़ को क्षैतिज रूप से मोड़ें फिर लंबवत रूप से मोड़ें।

अब बीच में एक छोटा वर्ग काटें (सभी तरफ से बंद कोना)।



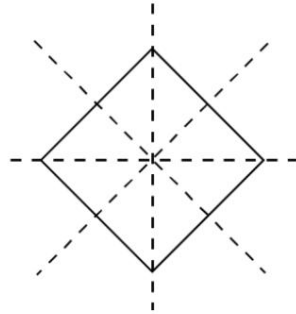
ख. सबसे पहले कागज़ को क्षैतिज रूप से मोड़ें फिर लंबवत रूप से मोड़ें।

अब बंद कोने पर तिरछी रेखा के साथ काटें।

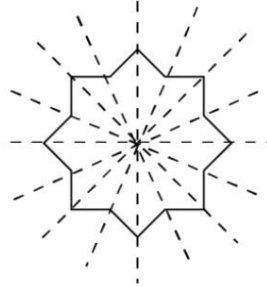


प्रश्न 6. इन आकृतियों में कितनी सममित रेखाएँ हैं?

उत्तर: ए.

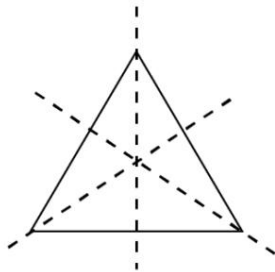


4 Lines of Symmetry



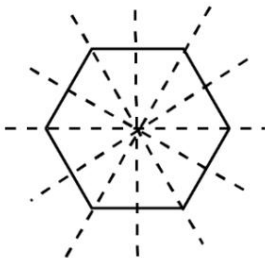
8 Lines of Symmetry

ख. समान भुजाओं और समान कोणों वाला त्रिभुज।



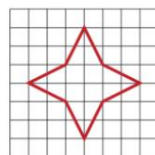
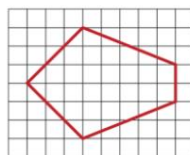
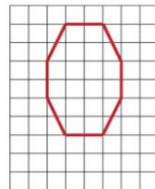
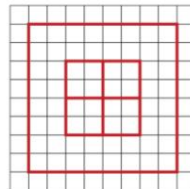
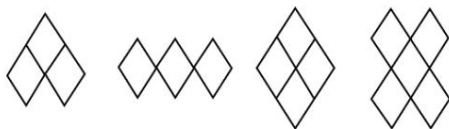
3 Lines of Symmetry

ग. समान भुजाओं और समान कोणों वाला एक षट्भुज।

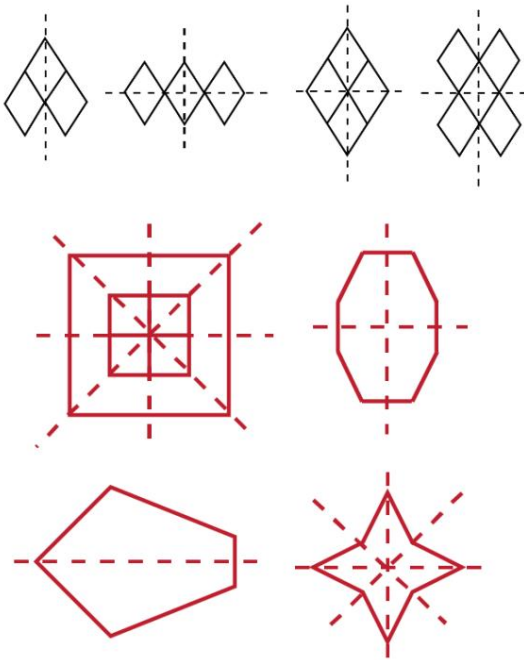


6 Lines of Symmetry

प्रश्न 7. प्रत्येक आकृति का अनुरेखण कीजिए और यदि कोई सममित रेखाएँ हों तो उन्हें खींचिए:

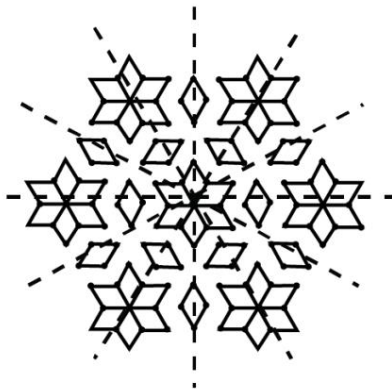


साल।



प्रश्न 8. नीचे दिए गए कोलम के लिए सममित रेखाएँ ज्ञात कीजिए।

साल।

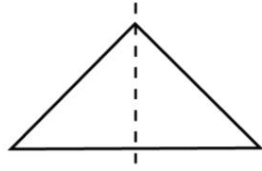


प्रश्न 9. निम्नलिखित चित्र बनाइए।

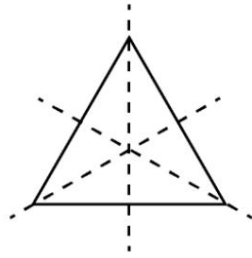
- a. एक त्रिभुज जिसमें केवल एक सममित रेखा हो
- ख. सममिति की ठीक तीन रेखाओं वाला एक त्रिभुज
- c. बिना किसी सममित रेखा वाला त्रिभुज

क्या दो सममित रेखाओं वाला त्रिभुज बनाना संभव है?

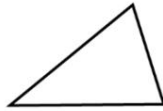
उत्तर: ए.



बी।



सी।



नहीं, दो सममित रेखाओं वाला त्रिभुज बनाना संभव नहीं है।

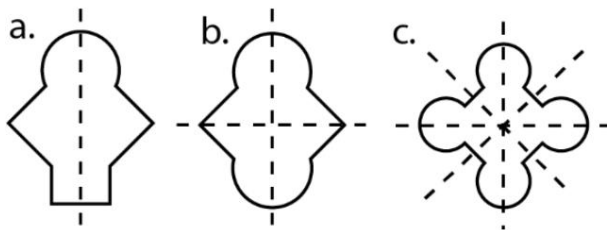
प्रश्न 10. निम्नलिखित आकृति बनाइए। प्रत्येक स्थिति में, आकृति में कम से कम एक वक्र होना चाहिए।
सीमा.

a. सममिति की केवल एक रेखा वाली आकृति

ख. सममिति की ठीक दो रेखाओं वाली आकृति

ग. सममिति की ठीक चार रेखाओं वाली आकृति

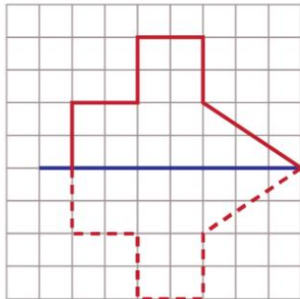
साल।



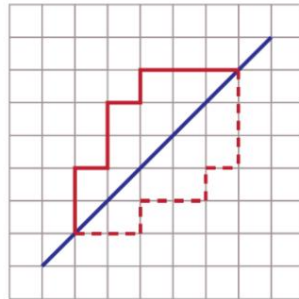
प्रश्न 11. निम्नलिखित को वर्गाकार कागज़ पर कॉपी करें। इन्हें इस प्रकार पूरा करें कि नीली रेखा एक रेखा बन जाए सममिति का। समस्या (a) आपके लिए हल कर दी गई है।

संकेत: (c) और (f) के लिए, देखें कि क्या पुस्तक को घुमाने से मदद मिलती है!

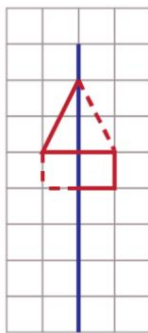
साल।



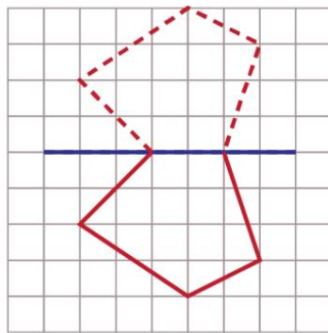
(b)



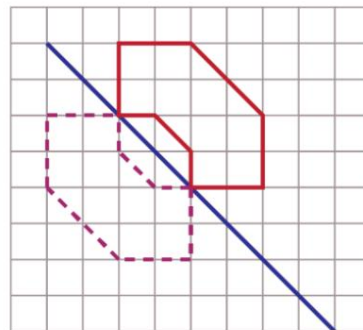
(c)



(d)



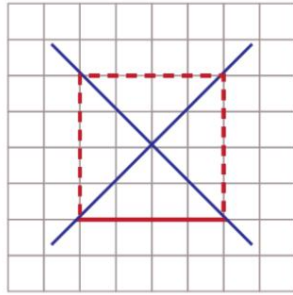
(e)



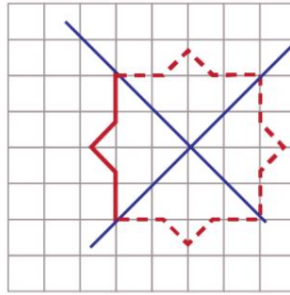
(f)

प्रश्न 12. निम्नलिखित चित्र को वर्गाकार कागज़ पर बनाइए। प्रत्येक को इस प्रकार पूरा कीजिए कि परिणामी आकृति में दो नीली रेखाएँ सममित रेखाएँ हों।

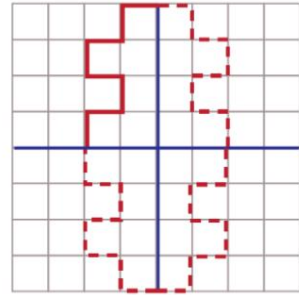
साल।



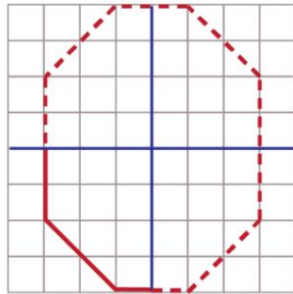
(a)



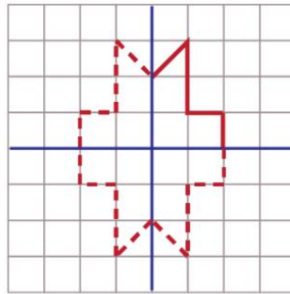
(b)



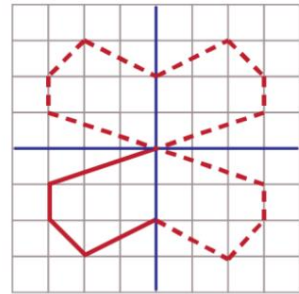
(c)



(d)



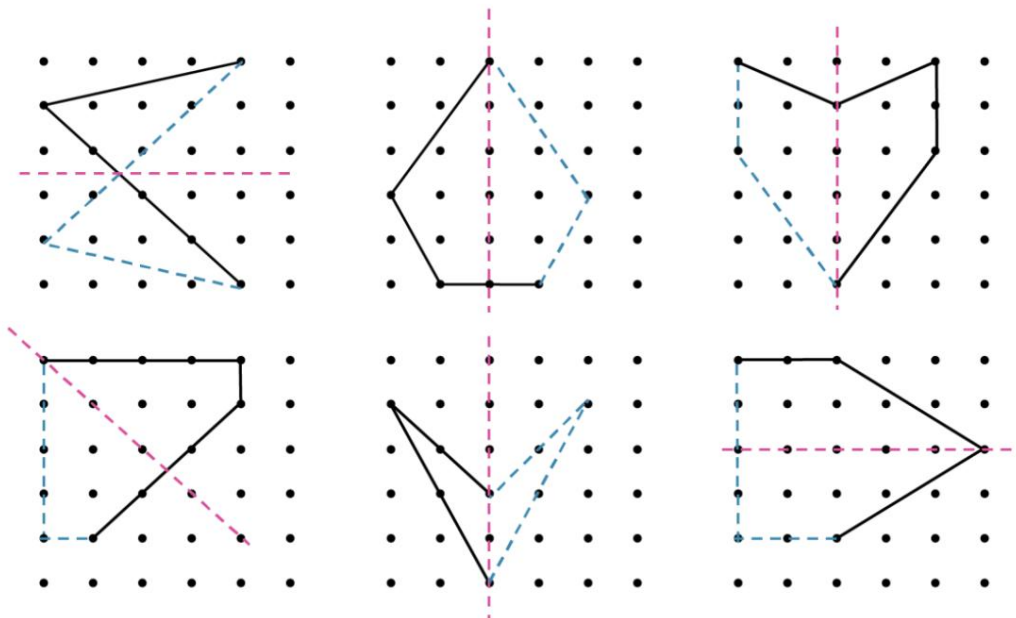
(e)



(f)

प्रश्न 13. निम्नलिखित को एक बिंदु ग्रिड पर कॉपी करें। प्रत्येक आकृति के लिए दो और रेखाएँ खींचकर एक सममित रेखा बनाएँ।

साल।



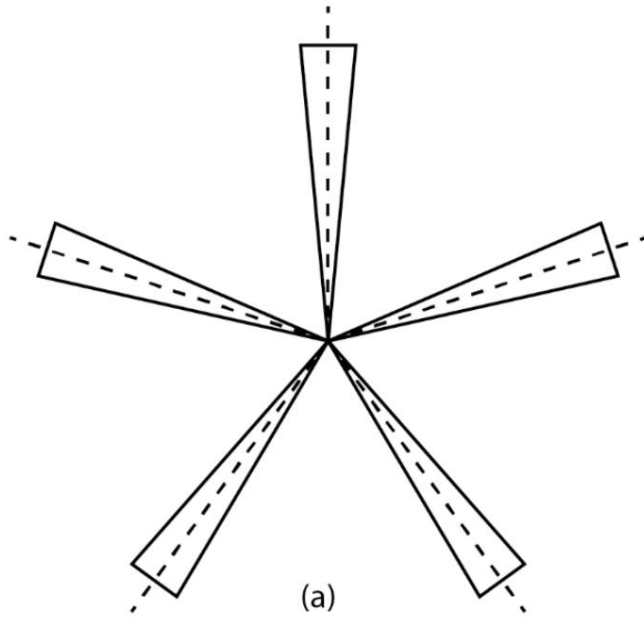
धारा 9.2

पृष्ठ संख्या 235



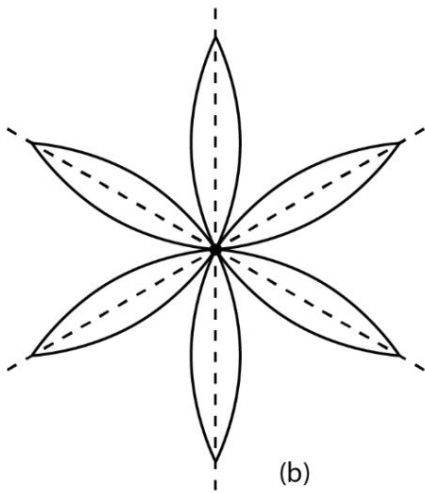
क्या आप रेडियल भुजाओं वाली एक आकृति बना सकते हैं जिसमें a) सममिति के ठीक 5 कोण हों, b) सममिति के 6 कोण? प्रत्येक स्थिति में सममिति के कोण भी ज्ञात कीजिए।

संकेत: पहले मामले में 5 रेडियल भुजाओं का प्रयोग करें। दो आसन्न रेडियल भुजाओं के बीच का कोण कितना होना चाहिए?



साल।

सममिति कोण = $72^\circ, 144^\circ, 216^\circ, 288^\circ, 360^\circ$.



सममिति कोण = $60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ, 360^\circ$.



एक ऐसी आकृति पर विचार कीजिए जिसकी त्रिज्य भुजाओं में सममिति के ठीक 7 कोण हों। इसका सबसे छोटा सममिति कोण क्या होगा? क्या इस स्थिति में अंशों की संख्या एक पूर्ण संख्या है? यदि नहीं, तो इसे मिश्रित अंश के रूप में व्यक्त कीजिए।

आइए हम अन्य प्रकार की आकृतियों के लिए सममिति कोण ज्ञात करें।

उत्तर: $360^\circ \div 7 = 51\frac{3}{7}$

नहीं, इसका सबसे छोटा सममित कोण पूर्ण संख्या नहीं है।

पृष्ठ संख्या 235

समझ से बाहर

प्रश्न 1. दी गई आकृतियों के लिए अंकित बिंदु के परिमेय सममिति कोण ज्ञात कीजिए।

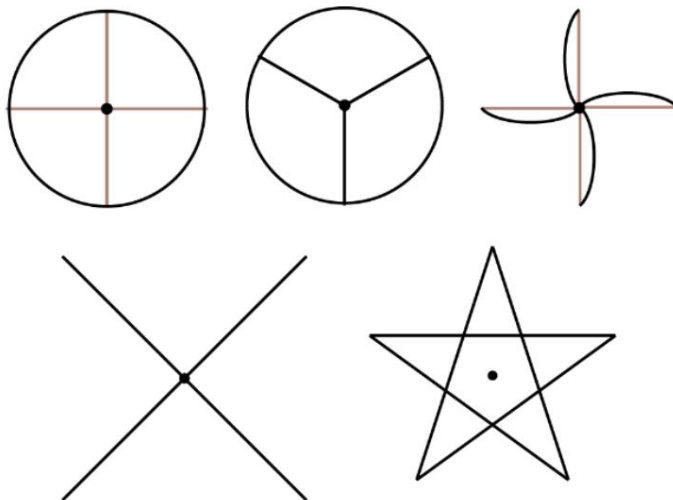
उत्तर: a. सममिति कोण = $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$

ख. सममिति कोण = 360°

c. सममिति कोण = $180^\circ, 360^\circ$

प्रश्न 2. निम्नलिखित में से किस आकृति में एक से अधिक सममित कोण हैं?

उत्तर: निम्नलिखित आकृतियों में एक से अधिक सममित कोण हैं-



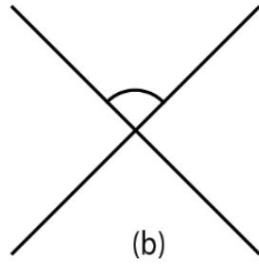
प्रश्न 3. प्रत्येक आकृति के लिए घूर्णन सममिति का क्रम बताइए:

उत्तर: घूर्णन सममिति के क्रम



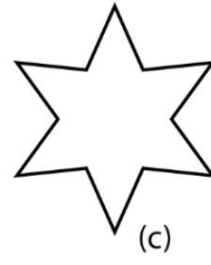
(a)

order of symmetry=2



(b)

order of symmetry= 4



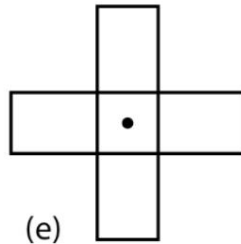
(c)

order of symmetry= 6



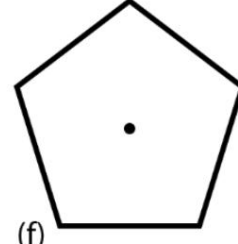
(d)

order of symmetry= 3



(e)

order of symmetry= 4



(f)

order of symmetry= 5

पृष्ठ संख्या 236



प्रत्येक स्थिति में, कोण सबसे छोटे कोण के गुणज होते हैं। आप सोच रहे होंगे कि पूछो कि क्या ऐसा हमेशा होता रहेगा? तुम क्या सोचते हो?

उत्तर: हाँ, सममिति कोण हमेशा सबसे छोटे कोण के गुणज होते हैं। उदाहरण के लिए, दूसरा कोण पहले घूर्णन के घूर्णन की मात्रा का दोगुना है।



सत्य या असत्य

- प्रत्येक आकृति का सममित कोण 360 डिग्री होगा। • यदि किसी आकृति का सबसे छोटा सममित कोण डिग्री में एक प्राकृतिक संख्या है, तो यह 360 का गुणनखंड है।

साल।

सत्य

सत्य

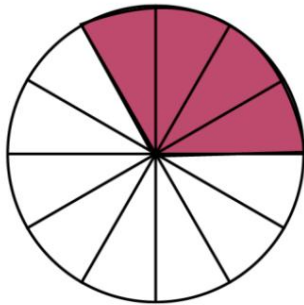
धारा 9.2

पृष्ठ संख्या 238

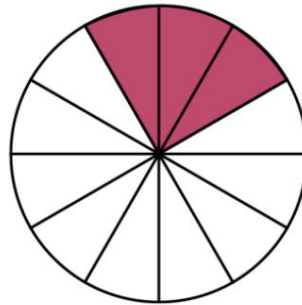
समझ से बाहर

प्रश्न 1. नीचे दिए गए वृत्त के त्रिज्यखंडों को इस प्रकार रंगिए कि आकृति में i) 3 सममित कोण हों, ii) 4 सममित कोण हों, iii) त्रिज्यखंडों को अलग-अलग तरीकों से रंगने पर आप कितने सममित कोण प्राप्त कर सकते हैं?

साल।



(i) 3 Angles of Symmetry



(ii) Angles of Symmetry

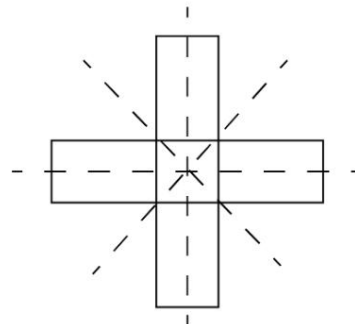
(क) 3 सममिति के कोण
(ii) 4 सममित कोण (iii) 12 सममित
कोण प्राप्त करना संभव है।

प्रश्न 2. वृत्त और वर्ग के अलावा दो अन्य आकृतियाँ बनाएँ जिनमें परावर्तन सममिति हो और घूर्णी समरूपता.

साल।

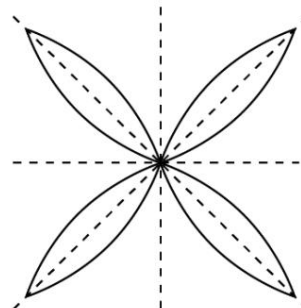
रेखा सममिति की संख्या = 4

घूर्णन सममिति का क्रम = 4



रेखा सममिति की संख्या = 4

घूर्णन सममिति का क्रम = 4



प्रश्न 3. जहाँ तक संभव हो, एक कच्चा चित्र बनाइए।

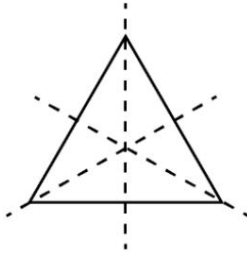
क. कम से कम दो सममित रेखाओं और कम से कम दो सममित कोणों वाला त्रिभुज।

ख. एक त्रिभुज जिसमें केवल एक सममित रेखा हो लेकिन घूर्णन सममिति न हो।

ग. घूर्णन सममिति वाला चतुर्भुज, लेकिन परावर्तन सममिति नहीं।

द. एक चतुर्भुज जिसमें परावर्तन सममिति हो लेकिन घूर्णन सममिति न हो।

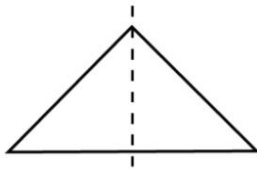
उत्तर: ए.



समरूपता की 3 रेखाएँ

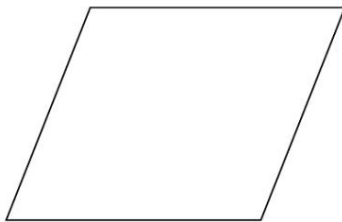
सममिति के 3 कोण

बी।



1 सममिति रेखा

कोई घूर्णन समरूपता नहीं

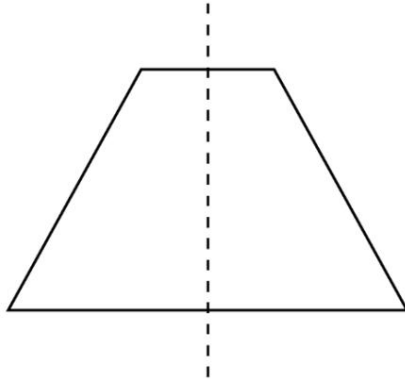


सी।

कोई समरूपता रेखा नहीं

2 कोण (180° , 360°)

d. एक चतुर्भुज जिसमें परावर्तन सममिति हो लेकिन घूर्णन सममिति न हो



एक आकृति में, 60° सममिति का सबसे छोटा कोण है। आकृति के सममिति के अन्य कोण क्या हैं?

उत्तर: सममिति के अन्य कोण = 120° , 180° , 240° , 300° , 360° .

आकृति में, सममिति का कोण 60° है। आकृति में सममिति के दो कोण हैं।

60° से कम है। इसका सबसे छोटा सममित कोण क्या है?

उत्तर: सममिति का सबसे छोटा कोण = 20°

प्रश्न 6. क्या हम घूर्णन सममिति वाली कोई आकृति प्राप्त कर सकते हैं जिसका सममिति का सबसे छोटा कोण हो?

अ. 45° ?

बी. 17° ?

उत्तर: हाँ, क्योंकि 360° , 45° का गुणज है।

b. नहीं, क्योंकि 360° , 17° का गुणज नहीं है।

प्रश्न 7. यह दिल्ली में नए संसद भवन की तस्वीर है।

क. क्या चित्र की बाहरी सीमा में परावर्तन सममिति है? यदि हाँ, तो चित्र का शीर्ष बनाइए।
सममित रेखाएँ। वे कितनी हैं?

ख. क्या इसके केंद्र के चारों ओर घूर्णन सममिति है? यदि हाँ, तो घूर्णन सममिति के कोण ज्ञात कीजिए।

उत्तर: a. हाँ, चित्र की बाहरी सीमा पर सममिति की 3 रेखाएँ हैं।

b. हाँ, बाहरी सीमा में घूर्णन सममिति है। घूर्णन सममिति के कोण 120° , 240° , 360° हैं।

प्रश्न 8. अध्याय 1 में पहले आकार अनुक्रम में आकृतियों में कितनी सममित रेखाएँ हैं?
तालिका 3, नियमित बहुभुजों में क्या है? आपको कौन सा संख्या क्रम मिलता है?

साल।	नियमित बहुभुज	रेखा सममिति की संख्या 3 4 5 6 7 8 9
	त्रिकोण	
	चतुष्कोण	
	पंचकोण	
	षट्भुज	
	सातकोणक	
	अष्टकोना	
	नौनगोन	
	दसभुज	10

यह एक गिनती संख्या अनुक्रम है।

प्रश्न 10. अध्याय 1, सारणी 3, कोच स्नोफ्लेक अनुक्रम में अंतिम आकृति अनुक्रम में आकृतियों में कितनी सममित रेखाएँ हैं? सममिति के कितने कोण हैं?

उत्तर: सममित रेखाओं की संख्या: 3, 6, 6,6,6

सममिति कोण : 3, 6, 6,6,6

प्रश्न 11. अशोक चक्र में कितनी सममित रेखाएँ और कितनी सममित कोण होते हैं?

उत्तर: सममित रेखाओं की संख्या = 24

सममिति के कोणों की संख्या = 24