# ৮ সাথে কাজ করা ভগ্নাংশ

0774CH08

## ৮.১ ভগ্নাংশের গুণ

অ্যারন ১ ঘন্টায় ৩ কিলোমিটার হাঁটে।
সে ৫ ঘন্টায় কতদূর হেঁটে যেতে পারবে?

এটি একটি সহজ প্রশ্ন। আমরা জানি যে দূরত্ব নির্ণয় করতে হলে, আমাদের ৫ এবং ৩ এর গুণফল বের করতে হবে, অর্থাৎ, আমরা ৫ এবং ৩ কে গুণ করি।

১ ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব = ৩ কিমি।

অতএব,

৫ ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব

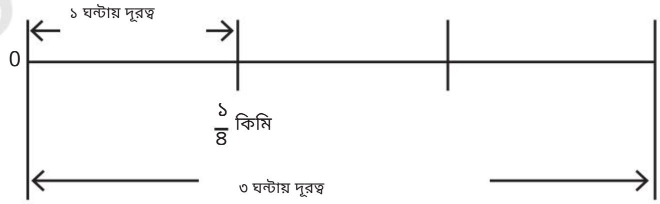
= ৫ × ৩ কিমি

= ৩ + ৩ + ৩ + ৩ + ৩ কিমি

= ১৫ কিমি।

? অ্যারনের পোষা কচ্ছপটি অনেক ধীর গতিতে হাঁটে। এটি ১ ঘন্টায় মাত্র কিলোমিটার হাঁটতে পারে। ৩ ঘন্টায় কতদূর হাঁটতে পারে? $\frac{১}{৪}$

এখানে, এক ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব একটি ভগ্নাংশ। এতে কিছু যায় আসে না। মোট অতিক্রম করা দূরত্ব গুণের মতোই গণনা করা হয়।




১ ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব = কিমি। $\frac{১}{৪}$

অতএব, ৩ ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব = ৩ × $\frac{১}{৪}$ কিমি

$= \frac{১}{+ ৪} \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪}$ কিমি

$= \frac{৩}{৪}$ কিমি।

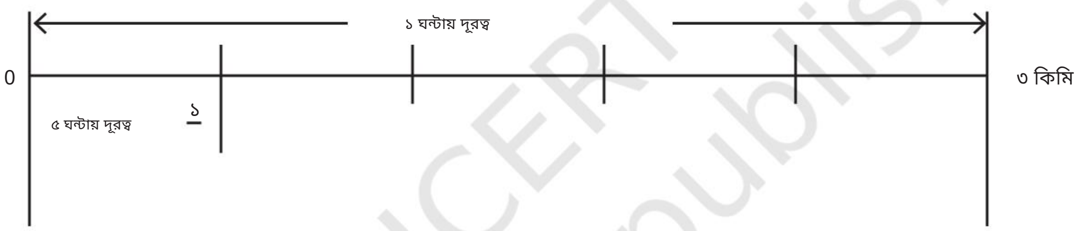
কচ্ছপটি ৩ ঘন্টায় কিমি হাঁটতে পারে $\frac{৩}{৪}$।

আসুন আমরা এমন একটি ঘটনা বিবেচনা করি যেখানে হাঁটার সময় এক ঘন্টার একটি ভগ্নাংশ।

আমরা দেখেছি যে অ্যারন ১ ঘন্টায় ৩ কিলোমিটার হাঁটতে পারে। সে কতদূর যেতে পারে?

ঘন্টার পর ঘন্টা $\frac{১}{৫}$ হাঁটতে হবে?

আমরা গুণের মাধ্যমে কভার করা মোট দূরত্ব গণনা করতে থাকি।




ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব = ৫ $\frac{১}{}$ $\frac{১}{৫}$ × ৩ কিমি।

পণ্যটি খুঁজে বের করা:

১ ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব = ৩ কিমি।

৫ সালে $\frac{১}{}$ ঘন্টা, অতিক্রম করা দূরত্ব ভাগ করলে আমরা যে দৈর্ঘ্য পাই তার সমান

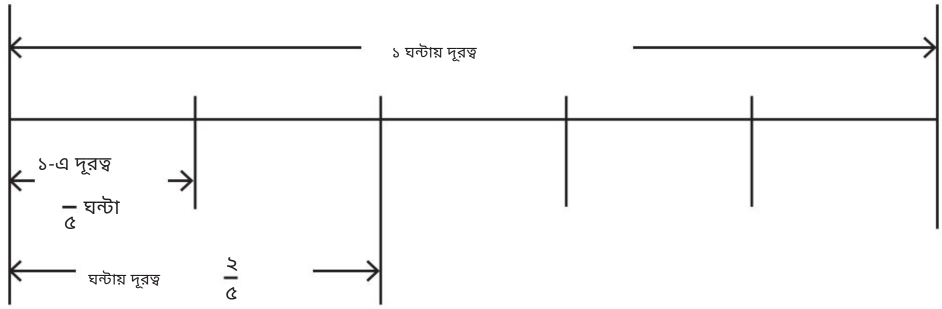
৩ কিমি ৫টি সমান ভাগে বিভক্ত, যা হল $\frac{৩}{৫}$ কিমি।

এটি আমাদের বলে যে × 3 $\frac{১}{}$ = 5 $\frac{৩}{৫}$.

অ্যারন ঘন্টার মধ্যে কতদূর হাঁটতে পারে? $\frac{২}{৫}$

আবারও, আমাদের আছে --

অতিক্রম করা দূরত্ব = × 3 কিমি। $\frac{২}{৫}$




পণ্যটি খুঁজে বের করা:

১. আমরা প্রথমে ঘন্টায় কভার করা দূরত্ব বের করতে পারি। $\frac{১}{৫}$

2. যেহেতু, সময়কাল 5 $\frac{২}{}$ দ্বিগুণ $\frac{১}{৫}$, আমরা এই দূরত্বটিকে 2 দিয়ে গুণ করি

মোট দূরত্ব অতিক্রম করুন।

এখানে হিসাবটা দেওয়া হল।

১ ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব = ৩ কিমি।

১. ৫ ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব $\frac{১}{}$

= ৩ কিমি কে ৫টি সমান ভাগে ভাগ করলে আমরা যে দৈর্ঘ্য পাই

= $\frac{৩}{৫}$ কিমি।

2. এই দূরত্বকে 2 দিয়ে গুণ করলে আমরা পাব

$$২ \times \frac{৩}{৫} = \frac{৬}{৫} \text{ কিমি।}$$

এ থেকে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে

$$\frac{২}{৫} \times ৩ = \frac{৬}{৫}.$$

## আলোচনা


$\frac{২}{৫} \times ৩$

আমরা এই গুণটি নিম্নরূপ করেছি:

- প্রথমে, আমরা ভাগ করেছি

  গুণিতক, 3, 3 দ্বারা

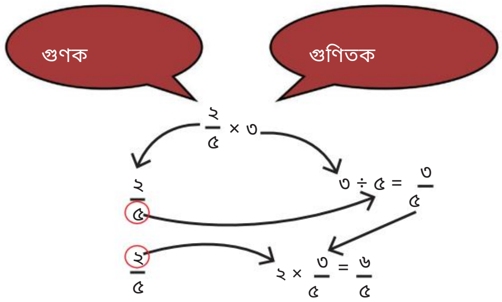
  গুণকের হর, 5, 5 পেতে —.

Machine Translated by Google



• এরপর আমরা গুণকের লব দিয়ে ফলাফলকে গুণ করলাম,

অর্থাৎ 2, 5 পেতে $\frac{৬}{}$.




সুতরাং, যখনই আমাদের একটি ভগ্নাংশ এবং একটি পূর্ণসংখ্যাকে গুণ করার প্রয়োজন হয়, আমরা উপরের ধাপগুলি অনুসরণ করি।

উদাহরণ ১: একজন কৃষকের ৫ ২ ছিল

নাতি-নাতনিরা। তিনি ৩ একর জমি বিতরণ করেছিলেন

তার প্রতিটি নাতি-নাতনিকে জমি।

সে তার নাতি-নাতনিদের মোট কত জমি দিয়েছে?

$$৫ \times \frac{২}{৩} = \frac{২}{৩} + \frac{২}{৩} + \frac{২}{৩} + \frac{২}{৩} + \frac{২}{৩} = \frac{১০}{৩}.$$

উদাহরণ ২: ১ ঘন্টা ইন্টারনেট ব্যবহারের খরচ ৮ টাকা। ১ ঘন্টা ৪ টাকা কত হবে? $\frac{১}{}$

ইন্টারনেটের সময়ের খরচ কত?

$\frac{১}{}$ ঘন্টা হল ঘন্টা $\frac{৫}{৪}$ (একটি মিশ্র ভগ্নাংশ থেকে রূপান্তরিত)।
১ ৪

ইন্টারনেট সময়ের এক ঘন্টার খরচ = × ৮ ৪ $\frac{৫}{৪}$

$= ৫ \times \frac{৮}{৪}$

$= ৫ \times ২$

$= ১০$।

১ ঘন্টা ইন্টারনেট ব্যবহারের $\frac{১}{৪}$ জন্য খরচ হবে ১০ টাকা।

## বের করো

১. তেনজিন পানীয় ২ $\frac{১}{}$ প্রতিদিন এক গ্লাস দুধ। কত গ্লাস দুধ
    সে কি সপ্তাহে পান করে? সে কত গ্লাস দুধ পান করেছে?
    জানুয়ারী মাস?

২. একদল শ্রমিক ৮ দিনে ১ কিলোমিটার খাল তৈরি করতে পারে। তাহলে, একদিনে, দলটি এক কিলোমিটার খাল তৈরি করতে পারে। যদি তারা এক সপ্তাহে এক কিলোমিটার খাল তৈরি করে।
    সপ্তাহে ৫ দিন, তারা করতে পারে

৩. মঞ্জু এবং তার দুই প্রতিবেশী প্রতি সপ্তাহে ৫ লিটার তেল কিনে ৩টি পরিবারের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে নেয়। প্রতিটি পরিবার এক সপ্তাহে কত তেল পায়? ৪ সপ্তাহে একটি পরিবার কত তেল পাবে?

৪. সাফিয়া সোমবার রাত ১০ টায় চাঁদ অস্ত যেতে দেখেছে। তার মা, যার বয়স ৫ বছর

একজন বিজ্ঞানী তাকে বলেছিলেন যে প্রতিদিন চাঁদ ৬ ঘন্টা পরে অস্ত যায়

আগের দিন। বৃহস্পতিবার রাত ১০টার কত ঘন্টা পরে চাঁদ অস্ত যাবে?

৫. গুণ করুন এবং তারপর এটিকে একটি মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করুন:

(ক) ৭ × ৫ $\frac{৩}{}$

(খ) ৪ × ৩ $\frac{১}{}$

(গ) $\frac{৯}{৭}$ × ৬

(ঘ) $\frac{১৩}{১১}$ × ৬

এখন পর্যন্ত, আমরা একটি পূর্ণ সংখ্যার একটি ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ এবং একটি ভগ্নাংশের একটি পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ শিখেছি। গুণের দুটি সংখ্যাই ভগ্নাংশ হলে কী হবে?

## দুই ভগ্নাংশের গুণ

আমরা জানি, অ্যারনের পোষা কচ্ছপটি ১ ঘন্টায় মাত্র কিমি হাঁটতে পারে। কিভাবে ৪ $\frac{১}{}$ আধ ঘন্টায় কি অনেক দূর হেঁটে যাওয়া যায়?

| ঘন্টা দূরত্ব | |
|---|---|
| ১ | $\frac{১}{৪}$ |
| $\frac{১}{২}$ | ? |

এই ধরনের সমস্যা সমাধানের জন্য গুণ ব্যবহার করার পদ্ধতি অনুসরণ করে, আমাদের আছে,

ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব = ২ $\frac{১}{}$ $\frac{১}{২}$ × $\frac{১}{৪}$ কিমি।

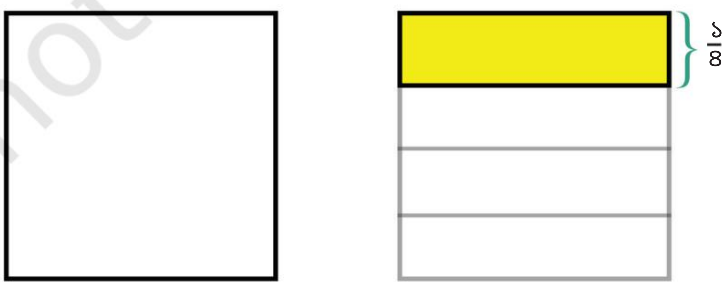
পণ্যটি খুঁজে বের করা:

১ ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব = কিমি। $\frac{১}{৪}$

অতএব, এক ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব হল 2 দ্বারা আমরা যে দৈর্ঘ্য পাই $\frac{১}{}$

ভাগ ৪ $\frac{১}{}$ 2টি সমান অংশে।

এটি খুঁজে বের করার জন্য, একক বর্গ ব্যবহার করে ভগ্নাংশ উপস্থাপন করা কার্যকর। একটি "সমগ্র" এর জন্য দাঁড়ানো।

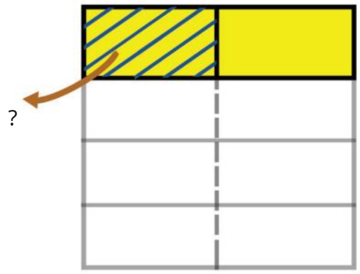



একক বর্গক্ষেত্রকে "পূর্ণ" হিসেবে

$\frac{১}{৪}$ সমগ্রের

এখন আমরা এই 4 ভাগ করি $\frac{১}{}$ দুটি সমান ভাগে ভাগ করলে আমরা কী পাবো?

সমগ্রের কোন ভগ্নাংশটি ছায়াযুক্ত?




$\frac{১}{৪}$ ২টি সমান ভাগে বিভক্ত

যেহেতু সমগ্রটি ৪টি সমান অংশে বিভক্ত, 1

এবং একটি অংশ ছায়াযুক্ত, আমরা বলতে পারি যে 8 —

সমগ্র অংশ ছায়াযুক্ত। সুতরাং, দূরত্ব অতিক্রম করা হয়েছে

আধ ঘন্টায় কচ্ছপের দ্বারা কিমি। $\frac{১}{৮}$

এটি আমাদের বলে যে 2 $\frac{১}{} \times \frac{১}{৪} = \frac{১}{৮}$.

? যদি কচ্ছপ দ্রুত হাঁটে এবং ১ ঘন্টায় কিমি অতিক্রম করতে পারে, তাহলে ৫ কিলোমিটার কত দূর যাবে? $\frac{২}{}$

এক ঘন্টার মধ্যে হেঁটে যাবে? $\frac{৩}{৪}$

অতিক্রম করা দূরত্ব = × 4 $\frac{৩}{}$ $\frac{২}{৫}$.

পণ্যটি খুঁজে বের করা:

(আমি) প্রথমে এক ঘন্টায় কত দূরত্ব অতিক্রম করা হবে তা বের করো। $\frac{১}{৪}$

(ii) একটি 4 এর দূরত্ব অতিক্রম করার জন্য ফলাফলটিকে 3 দিয়ে গুণ করুন $\frac{৩}{}$

ঘন্টা।

(i) এক ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব কিমিতে $\frac{১}{৪}$

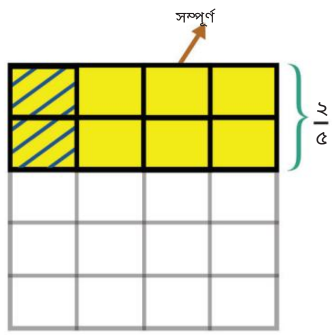
= ৫ ভাগে ভাগ করলে আমরা যে পরিমাণ পাবো $\frac{২}{}$

৪টি সমান অংশ।

একক বর্গক্ষেত্রকে সম্পূর্ণরূপে গ্রহণ করলে, ছায়াযুক্ত অংশটি (চিত্র

8.1-এ) হল এমন একটি অঞ্চল যা আমরা পাই

যখন আমরা ৪টি সমান ভাগে ভাগ করি। $\frac{২}{৫}$




চিত্র 8.1

এটি সম্পূর্ণটির কত ভাগ?

সমগ্রটি বিভক্ত

৫টি সারি এবং ৪টি কলাম,

৫ × ৪ = ২০টি সমান অংশ তৈরি করা।

ছায়াযুক্ত এই অংশগুলির সংখ্যা = 2।

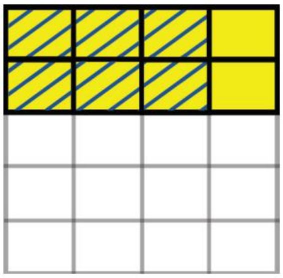
তাহলে, এক ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব = 20 4 $\frac{১}{}$ $\frac{২}{}$ .

Machine Translated by Google



(ii) এখন, আমাদের 3 দিয়ে গুণ করতে হবে। $\frac{২}{২০}$

এক ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব = 3 × 4 $\frac{৩}{}$ $\frac{২}{২০}$

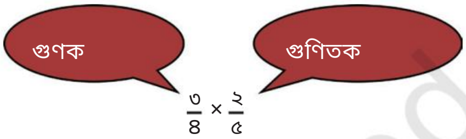


= $\frac{৬}{২০}$ .

তাহলে, ৪ $\frac{৩}{} \times \frac{২}{৫} = \frac{৬}{২০} = \frac{৩}{১০}$।

## আলোচনা

একটি ভগ্নাংশকে অন্য একটি ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করার ক্ষেত্রে, আমরা একটি ভগ্নাংশকে একটি পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ করার পদ্ধতির অনুরূপ একটি পদ্ধতি অনুসরণ করি। আমরা নিম্নরূপ গুণ করেছি:




$\frac{৩}{৪}$ $\frac{২}{৫} \div ৪ = \frac{২}{২০}$ গুণিতককে 4 দিয়ে ভাগ করো।

$\frac{৩}{৪}$ $৩ \times \frac{২}{২০} = \frac{৬}{}$ = গুণিতককে ৩ দিয়ে ভাগ করো। ২০

এই বোধগম্যতা ব্যবহার করে, 4 গুণ করুন $\frac{৫}{} \times \frac{৩}{২}$.



প্রথমে, একক বর্গকে 2 হিসেবে ধরে চিত্রিত করা যাক ৩

সম্পূর্ণ। যেহেতু, ভগ্নাংশটি একটি পূর্ণ এবং একটি 2 $\frac{৩}{}$

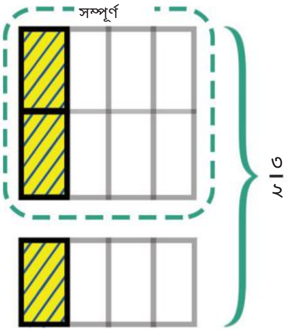
অর্ধেক, এটি নিম্নরূপ দেখা যেতে পারে:

গুণনের ধাপগুলি অনুসরণ করে, আমাদের প্রয়োজন

প্রথমে এই ভগ্নাংশটিকে 4টি সমান ভাগে ভাগ করুন। এটি 2 করতে পারে ৩

চিত্র 8.2-এ দেখানো হলুদ রঙের সাথে ঠিক যেমনটি দেখানো হয়েছে তেমনটি করতে হবে

প্রাপ্ত ভগ্নাংশের প্রতিনিধিত্বকারী ছায়াযুক্ত অঞ্চল 3




চিত্র 8.2

৪টি সমান ভাগে ভাগ করে। এর মান কত? ২

আমরা দেখতে পাই যে সমগ্রটি বিভক্ত -
২টি সারি এবং ৪টি কলাম,
2 × 4 = 8 সমান অংশ তৈরি করা।
ছায়াযুক্ত অংশের সংখ্যা = 3।

তাহলে হলুদ রঙের অংশ = ৮ $\frac{৩}{}$.

এখন, পরবর্তী ধাপ হল এই ফলাফলকে ৫ দিয়ে গুণ করা। এটি ৫ দেয়

এবং এর উৎপাদিত পণ্য $\frac{}{৪}$ $\frac{৩}{২}$

$$\frac{৫}{৪} \times \frac{৩}{২} = ৫ \times \frac{৩}{৮} = \frac{১৫}{৮}.$$

## একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এবং ভগ্নাংশের মধ্যে সংযোগ গুণ

চিত্র 8.3-এ, ছায়াযুক্ত আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ কত?
যেহেতু আমরা একক বর্গ (পাশের ১ ইউনিটের) দিয়ে শুরু করেছি, দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ হল একক এবং $\frac{১}{২}$ একক। $\frac{১}{৪}$

চিত্র 8.3

এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এই ধরণের ৮টি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের বর্গ ১ বর্গ একক। সুতরাং, প্রতিটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

বর্গ $\frac{১}{৮}$ একক।

তুমি কি ক্ষেত্রফল এবং দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের গুণফলের মধ্যে কোন সম্পর্ক দেখতে পাও?

ভগ্নাংশ বাহুর একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার বাহুর গুণফলের সমান।

সাধারণভাবে, যদি আমরা দুটি ভগ্নাংশের গুণফল বের করতে চাই, তাহলে আমরা দুটি ভগ্নাংশকে তার বাহু হিসেবে রেখে গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বের করতে পারি।

বের করো

১. নিম্নলিখিত গুণফলগুলি খুঁজুন। ভগ্নাংশগুলি উপস্থাপনের জন্য একটি একক বর্গক্ষেত্র ব্যবহার করুন:

(ক) $\frac{১}{৩} \times \frac{১}{৫}$

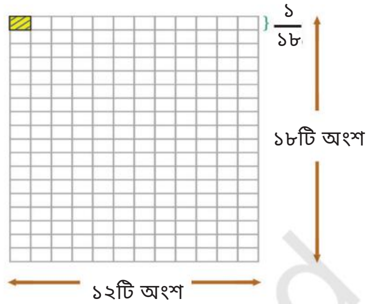
(খ) $\frac{১}{৪} \times \frac{১}{৩}$

(গ) $\frac{১}{৫} \times \frac{১}{২}$

(ঘ) $\frac{১}{৬} \times \frac{১}{৫}$

এখন, ১২টি খুঁজুন। $\frac{১}{} \times \frac{১}{১৮}$।

একক বর্গ ব্যবহার করে ভগ্নাংশের প্রতিনিধিত্ব করে এটি করা কষ্টকর। উপরের ক্ষেত্রে আমরা কী করেছি তা পর্যবেক্ষণ করে গুণফলটি খুঁজে বের করা যাক।




প্রতিটি ক্ষেত্রে, সমগ্রটি সারি এবং কলামে বিভক্ত।

সারির সংখ্যা হল গুণকের হর, যা এই ক্ষেত্রে ১৮।

কলামের সংখ্যা হল হর গুণকের, যা এই ক্ষেত্রে ১২।

সুতরাং, সমগ্রটি 18 × 12 সমান অংশে বিভক্ত।

তাহলে, $\frac{১}{১৮} \times \frac{১}{১২} = \frac{১}{(১৮×১২)} = \frac{১}{২১৬}$।

সুতরাং, যখন দুটি ভগ্নাংশ একক গুণ করলে, তাদের গুণফল হল

$$\frac{১}{(হরের গুণফল)}।$$

আমরা এটিকে এভাবে প্রকাশ করি:

$$\frac{১}{খ} \times \frac{১}{ঘ} = \frac{১}{খ \times ঘ}.$$

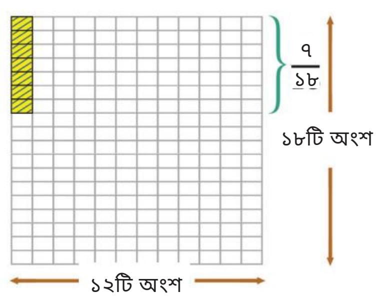
2. নিম্নলিখিত গুণফলগুলি খুঁজুন। ভগ্নাংশগুলিকে প্রতিনিধিত্ব করার জন্য এবং ক্রিয়াকলাপ সম্পাদন করার জন্য একটি একক বর্গক্ষেত্র ব্যবহার করুন।

(ক) $\frac{২}{৩} \times \frac{৪}{৫}$ (খ) $\frac{১}{৪} \times \frac{২}{৩}$

(গ) $\frac{৩}{৫} \times \frac{১}{২}$ (ঘ) $\frac{৪}{৬} \times \frac{৩}{৫}$

## সংখ্যাসূচক এবং হর গুণ করা

এখন, ১২টি খুঁজুন। $\frac{৫}{} \times \frac{৭}{১৮}$।



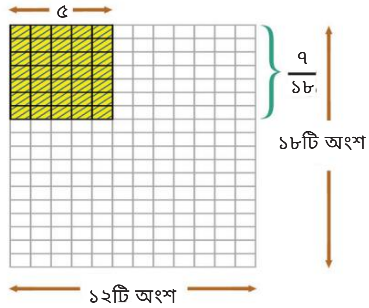

আগের ঘটনার মতো, ধাপে ধাপে গুণ করে গুণফলটি খুঁজে বের করা যাক।

প্রথমে, পুরো অংশটি ১৮টি সারি এবং ১২টি কলামে বিভক্ত হয়ে ১২ × ১৮টি সমান অংশ তৈরি করে।

১২ কে ১৮ দিয়ে ভাগ করলে আমরা যে মান পাই $\frac{৭}{}$

অংশগুলি $\frac{৭}{হল (১২ \times ১৮)}$ .

তারপর, আমরা এই ফলাফলকে 5 দিয়ে গুণ করলে (5 × 7) পাবো।
পণ্যটি। এটি (১২ × ১৮)।




তাহলে, $\frac{৫}{১২} \times \frac{৭}{১৮} = \frac{(৫ \times ৭)}{(১২ \times ১৮)} = \frac{৩৫}{২১৬}$।

এ থেকে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে, সাধারণভাবে,

$$\frac{ক}{খ} \times \frac{গ}{ঘ} = \frac{ক \times গ}{খ \times ঘ}.$$

এই সূত্রটি সর্বপ্রথম ব্রহ্মগুপ্ত তাঁর ব্রহ্মস্ফুটসিদ্ধান্ত গ্রন্থে ৬২৮ খ্রিস্টাব্দে এই সাধারণ রূপে বর্ণনা করেছিলেন।

উপরের সূত্রটি তখনও কাজ করে যখন গুণক বা গুণক একটি পূর্ণসংখ্যা হয়। আমরা কেবল পূর্ণসংখ্যাটিকে হর ১ দিয়ে ভগ্নাংশ হিসেবে পুনর্লিখন করতে পারি। উদাহরণস্বরূপ,

3 × কে $\frac{৩}{4}$ লেখা যেতে পারে $\frac{৩}{১} \times \frac{৩}{৪}$

$$= \frac{৩ \times ৩}{১ \times ৪} = \frac{৯}{৪}.$$

এবং,

$\frac{৩}{}$ × 4 কে 5 লেখা যেতে পারে $\frac{৩}{৫} \times \frac{৪}{১}$

$$= \frac{৩ \times ৪}{৫ \times ১} = \frac{১২}{৫}.$$

## ভগ্নাংশের গুণ—সর্বনিম্ন আকারে সরলীকরণ

? নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলিকে গুণ করুন এবং গুণফলটিকে তার সর্বনিম্ন আকারে প্রকাশ করুন:

$$\frac{১২}{৭} \times \frac{৫}{২৪}$$

লব (১২ এবং ৫) এবং হর গুণ করার পরিবর্তে
(৭ এবং ২৪) প্রথমে এবং তারপর সরলীকরণ করে, আমরা নিম্নলিখিতগুলি করতে পারি:

$$\frac{১২}{৭} \times \frac{৫}{২৪} = \frac{১২ \times ৫}{৭ \times ২৪}$$

আমরা দেখতে পাচ্ছি যে বৃত্তাকার সংখ্যা দুটিরই ১২ এর একটি সাধারণ গুণনীয়ক রয়েছে।
আমরা জানি যে, লব এবং হরকে সাধারণ উৎপাদক দ্বারা ভাগ করলে ভগ্নাংশ একই থাকে। এই ক্ষেত্রে, আমরা তাদের ১২ দ্বারা ভাগ করতে পারি।

$$\frac{\overset{১}{\cancel{১২}} \times ৫}{৭ \times \underset{২}{\cancel{২৪}}} = \frac{১ \times ৫}{৭ \times ২} = \frac{৫}{১৪}\,.$$

আসুন আমরা একই কৌশল ব্যবহার করে আরও একটি গুণ করি।

$$\frac{১৪}{১৫} \times \frac{২৫}{৪২}$$

$$\frac{\overset{১}{\cancel{১৪}} \times \overset{৫}{\cancel{২৫}}}{\underset{৩}{\cancel{১৫}} \times \underset{৩}{\cancel{৪২}}} = \frac{১ \times ৫}{৩ \times ৩} = \frac{৫}{৯}\,.$$

ভগ্নাংশের গুণনের সময়, আমরা প্রথমে লব এবং হরকে তাদের সাধারণ উৎপাদক দিয়ে ভাগ করতে পারি, তারপর লব এবং হরকে গুণ করতে পারি। একে সাধারণ উৎপাদক বাতিল বলা হয়।

## এক চিমটি ইতিহাস

ভারতে, ভগ্নাংশকে তার সর্বনিম্ন পদে - যাকে অপবর্তন বলা হয় - হ্রাস করার প্রক্রিয়াটি এতটাই সুপরিচিত যে এটি একটি অ-গাণিতিক রচনাতেও উল্লেখ করা হয়েছে। একজন জৈন পণ্ডিত উমাস্বতী (প্রায় ১৫০ খ্রিস্টাব্দ) একটি দার্শনিক রচনায় এটিকে উপমা হিসেবে ব্যবহার করেছিলেন।

### বের করো

১. একটি জলের ট্যাঙ্ক একটি ট্যাঙ্ক দিয়ে ভরা হয়। যদি ট্যাপটি ১ ঘন্টা খোলা থাকে, তাহলে ১০ $\frac{৭}{}$

ট্যাঙ্কটি পূর্ণ হয়ে যায়। ট্যাপটি খোলা থাকলে ট্যাঙ্কের কত অংশ পূর্ণ হয়?
জন্য

(ক) $\frac{১}{}$ ঘন্টা ৩ ____________

(খ) $\frac{২}{}$ ঘন্টা ৩ ____________

(গ) $\frac{৩}{}$ ঘন্টা ৪ ____________

(ঘ) $\frac{৭}{১০}$ ঘন্টা ____________

(ঙ) ট্যাঙ্কটি পূর্ণ হতে হলে, ট্যাপটি কতক্ষণ চালু রাখতে হবে?

চেষ্টা করুন
এই

২. সরকার রাস্তা তৈরির জন্য সোমুর জমি দখল করেছে। ৬ $\frac{১}{}$

সোমুর কাছে এখন জমির কোন অংশ অবশিষ্ট আছে? সে অর্ধেক দেয়

$\frac{১}{}$

জমির অবশিষ্ট অংশ তার মেয়ে কৃষ্ণা এবং তিনজনের কাছে

তার ছেলে বোরাকে। তাদের ভাগ দেওয়ার পর, সে তার কাছে রাখে

নিজের জন্য অবশিষ্ট জমি।

(ক) কৃষ্ণ আদি ভূমির কোন অংশ পেয়েছিলেন?

(খ) বোরা মূল জমির কোন অংশ পেয়েছিল?

(গ) সোমু মূল জমির কোন অংশ নিজের জন্য রেখেছিলেন?

৩. ৩ ফুট এবং ৯ ফুট বাহুর একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। $\frac{৩}{৪}$ $\frac{৩}{৫}$

৪. সেওয়াং তার বাগানে পরপর চারটি চারা রোপণ করেন। দূরত্ব

দুটি চারার মাঝখানে এবং শেষ চারা। [ইঙ্গিত: $\frac{৩}{}$ মি. প্রথম ৪টির মধ্যে দূরত্ব নির্ণয় করো।

চারটি চারা দিয়ে একটি মোটামুটি চিত্র আঁকুন 3

দুটি চারার মধ্যে দূরত্ব যত $\frac{}{৪}$ মি]

৫. কোনটি বেশি ভারী: ১৫ $\frac{১২}{}$ ৫০০ গ্রাম নাকি ৪ কেজি? $\frac{৩}{২০}$

## গুণফল কি সর্বদা সংখ্যার গুণের চেয়ে বড় হয়?

যেহেতু, আমরা জানি যে যখন কোন সংখ্যাকে ১ দ্বারা গুণ করা হয়, তখন গুণফল অপরিবর্তিত থাকে, তাই আমরা এমন সংখ্যার জোড়া গুণ করার দিকে নজর দেব যেখানে তাদের কোনটিই ১ নয়।

যখন আমরা 1 এর চেয়ে বড় দুটি সংখ্যা গণনা করে গুণ করি, ধরুন 3 এবং ৫, গুণফলটি গুণিত উভয় সংখ্যার চেয়ে বড়।

$$৩ \times ৫ = ১৫$$

১৫ নম্বর গুণফলটি ৩ এবং ৫ উভয়ের চেয়ে বেশি।

কিন্তু যখন আমরা 8 কে গুণ করি তখন কী হয়? $\frac{১}{৪}$

$$\frac{১}{৪} \times ৮ = ২$$

উপরের গুণে, গুণফল, 2, 4 এর চেয়ে বড় $\frac{১}{}$, কিন্তু কম

৮ এর চেয়ে।

আমরা যখন এবং গুণ করি তখন কী ঘটে? $\frac{৩}{৪}$ $\frac{২}{৫}$

$$\frac{৩}{৪} \times \frac{২}{৫} = \frac{৬}{২০}$$

আসুন এই গুণফলটিকে সংখ্যা এবং এর সাথে তুলনা করি। $\frac{৬}{}$এর জন্য, 20 4 $\frac{৩}{}$ $\frac{২}{৫}$

আসুন আমরা প্রকাশ করি এবং যতটা সম্ভব ৪ $\frac{৩}{}$ $\frac{১৫}{২০}$ ৫ $\frac{২}{}$ $\frac{৮}{২০}$।

এ থেকে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে গুণফলটি উভয় সংখ্যার চেয়ে কম।

কখন আপনার মনে হয় গুণফলটি উভয় সংখ্যার গুণনের চেয়ে বড়, কখন এটি দুটি সংখ্যার মাঝখানে থাকে এবং কখন এটি উভয়ের চেয়ে ছোট?

[ইঙ্গিত: গুণিত সংখ্যার সাথে গুণিত সংখ্যার সম্পর্ক নির্ভর করে যে সংখ্যাগুলি 0 এবং 1 এর মধ্যে আছে নাকি 1 এর চেয়ে বড়, তার উপর। বিভিন্ন জোড়া সংখ্যা নিন এবং তাদের গুণফল পর্যবেক্ষণ করুন। প্রতিটি গুণের জন্য, নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলি বিবেচনা করুন।]

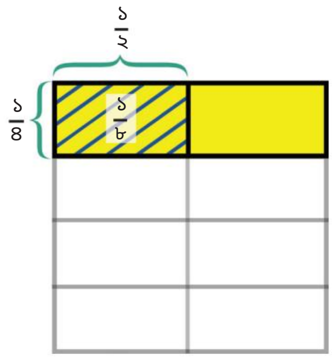
| পরিস্থিতি | গুণ | সম্পর্ক |
|---|---|---|
| পরিস্থিতি ১ | উভয় সংখ্যাই ১ ৪ এর চেয়ে বড়। (যেমন, ×৪ ৩) | পণ্যটি (১৬) $\frac{}{৩}$) হল উভয়ের চেয়ে বড় সংখ্যা |
| পরিস্থিতি ২ | উভয় সংখ্যাই ০ এবং ১৩ এর মধ্যে। (যেমন, $\frac{}{৪}$ × $\frac{২}{৫}$) | পণ্যটি ( $\frac{৩}{১০}$) হল উভয় সংখ্যার চেয়ে কম |
| পরিস্থিতি ৩ | একটি সংখ্যা ০ থেকে ১ এর মধ্যে, এবং একটি সংখ্যা ১ ৩ এর চেয়ে বড় (যেমন, ×৫ ৪) | পণ্যটি (১৫ —) হল সংখ্যার চেয়ে ৪ কম ১ এর চেয়ে বড় এবং ০ এবং ১ এর মধ্যের সংখ্যার চেয়ে বড় |

প্রতিটি পরিস্থিতির জন্য আরও এরকম উদাহরণ তৈরি করুন এবং গুণফল এবং গুণিত সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক পর্যবেক্ষণ করুন।

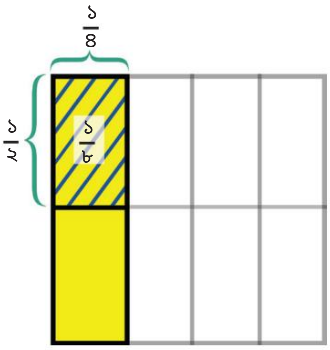
? গুণিত সংখ্যা এবং গুণফলের মধ্যে সম্পর্ক সম্পর্কে তুমি কী সিদ্ধান্তে আসতে পারো? শূন্যস্থান পূরণ করো:

- যখন গুণিত সংখ্যাগুলির মধ্যে একটি 0 এবং 1 এর মধ্যে হয়, তখন গুণফলটি অন্য সংখ্যার চেয়ে ____________ (বৃহত্তর/কম) হয়।
- যখন গুণিত সংখ্যাগুলির মধ্যে একটি 1 এর চেয়ে বড় হয়, তখন গুণফলটি অন্য সংখ্যার চেয়ে ____________(বৃহত্তর/কম) হয়।

# গুণের ক্রম




আমরা জানি যে ২ $\frac{১}{\ } \times \frac{১}{৪} = \frac{১}{৮}$.




এখন, ৪ কত? $\frac{১}{\ } \times \frac{১}{২}$?

সেটাও তাই। $\frac{১}{৮}$

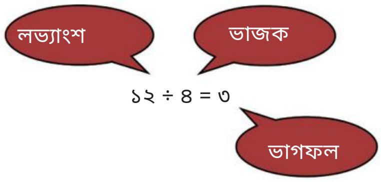
সাধারণভাবে, লক্ষ্য করুন যে দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ বিনিময় করা হলেও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একই থাকে।

গুণনের ক্রম কোন ব্যাপার না। সুতরাং,

$$\frac{ক}{\times খ} \frac{গ}{ঘ} = \frac{গ}{ঘ} \times \frac{ক}{খ}.$$

ভগ্নাংশের গুণনের জন্য ব্রহ্মগুপ্তের সূত্র থেকেও এটি দেখা যায়।

## ৮.২ ভগ্নাংশের ভাগ




১২ ÷ ৪ কত? তুমি এটা ইতিমধ্যেই জানো।
কিন্তু এই সমস্যাটিকে কি গুণের সমস্যা হিসেবে পুনর্ব্যক্ত করা যেতে পারে?
১২ পেতে হলে ৪ দিয়ে কী গুণ করলে হবে? অর্থাৎ,

$$৪ \times ? = ১২$$

ভাগকে গুণে রূপান্তর করার এই কৌশলটি আমরা ব্যবহার করতে পারি ভগ্নাংশ ভাগের সমস্যা। 2

1 ÷ কত ? $\frac{}{৩}$

আসুন এটিকে গুণের সমস্যা হিসেবে আবার লিখি।

$$\frac{২}{৩} \times ? = ১$$

৩ দিয়ে গুণ করলে কী হবে? $\frac{২}{}$ পণ্য ১ পেতে?

যদি আমরা কোনওভাবে 2 এবং 3 বাতিল করি, তাহলে আমাদের কাছে 1 থাকবে।

$$\frac{\cancel{২}}{\cancel{৩}} \times \underset{\text{উত্তর}}{\boxed{\frac{\cancel{৩}}{\cancel{২}}}} = ১$$

তাই,

$$১ \div \frac{২}{৩} = \frac{৩}{২}.$$

আরেকটি সমস্যা চেষ্টা করা যাক:

$$৩ \div \frac{২}{৩}.$$

এটি একই রকম

$$\frac{২}{৩} \times ? = ৩।$$

তুমি কি উত্তর খুঁজে পাও?

আমরা জানি ১ পেতে কী দিয়ে গুণ করতে হ$\frac{২}{}$বে। আমাদের কেবল সেই ৩ দিয়ে গুণ করতে হবে। ৩ পেতে ৩ দিয়ে। তাহলে,

$$\frac{\cancel{২}}{\cancel{৩}} \times \underset{\text{উত্তর}}{\boxed{\frac{\cancel{৩}}{\cancel{২}} \times ৩}} = ৩$$

তাই,

$$৩ \div \frac{২}{৩} = \frac{৩}{২} \times ৩ = \frac{৯}{২}.$$

কি $\frac{১}{৫} \div \frac{১}{২}$ ?

এটিকে গুণের সমস্যা হিসেবে পুনর্লিখন করলে, আমাদের আছে

$$\frac{১}{২} \times ? = \frac{১}{৫}.$$

আমরা এটা কিভাবে সমাধান করব?

$$\frac{১}{\cancel{২}} \times \underbrace{\boxed{\cancel{২} \times \frac{১}{৫}}}_{\text{উত্তর}} = \frac{১}{৫}$$

তাই,

$$\frac{১}{৫} \div \frac{১}{২} = ২ \times \frac{১}{৫} = \frac{২}{৫}.$$

কি $\frac{২}{৩} \div \frac{৩}{৫}$?

এটিকে গুণ হিসেবে পুনর্লিখন করলে, আমাদের কাছে আছে

$$\frac{৩}{৫} \times ? = \frac{২}{৩}.$$

আমরা এটা কিভাবে সমাধান করব?

$$\frac{৩}{\cancel{৫}} \times \underbrace{\boxed{\frac{\cancel{৫}}{\cancel{৩}} \times \frac{২}{৩}}}_{\text{উত্তর}} = \frac{২}{৩}$$

তাই,

$$\frac{২}{৩} \div \frac{৩}{৫} = \frac{৫}{৩} \times \frac{২}{৩} = \frac{১০}{৯}.$$

## আলোচনা

উপরের প্রতিটি ভাগের সমস্যায়, লক্ষ্য করুন কিভাবে আমরা উত্তরটি পেয়েছি। আমরা কি এমন একটি নিয়ম তৈরি করতে পারি যা আমাদের দুটি ভগ্নাংশকে ভাগ করার পদ্ধতি সম্পর্কে বলে?

আগের সমস্যাটি বিবেচনা করা যাক।

প্রতিটি ভাগের সমস্যায় আমাদের একটি লভ্যাংশ, ভাজক এবং ভাগফল থাকে। ভাগফল বের করার জন্য আমরা যে কৌশলটি ব্যবহার করে আসছি তা হল:

$$\underbrace{\frac{২}{৩}}_{\text{লভ্যাংশ}} \div \underbrace{\frac{৩}{৫}}_{\text{ভাজক}}$$

$$= \frac{৫}{৩} \times \frac{২}{৩} = \underbrace{\frac{১০}{৯}}_{\text{ভাগফল}}$$

১. প্রথমে, ভাজক দিয়ে গুণ করলে ১ পাওয়া সংখ্যাটি বের করো।

আমরা দেখতে পাচ্ছি যে, প্রাপ্ত সংখ্যাটি একটি ভগ্নাংশ যার লব হল ভাজকের হর এবং হর হল ভাজকের লব।

ভাজকের জন্য এই ভগ্নাংশটি $\frac{৩}{}$ হল। আমরা 5 এর পারস্পরিক $\frac{৫}{৩}$ সংখ্যা বলি $\frac{৫}{৩}$ $\frac{৩}{৫}$.

যখন আমরা একটি ভগ্নাংশকে তার পারস্পরিক দ্বারা গুণ করি, তখন আমরা 1 পাই। সুতরাং, আমাদের কৌশলের প্রথম ধাপ হল ভাজকের পারস্পরিক খুঁজে বের করা।

2. তারপর আমরা এই পারস্পরিক লভ্যাংশ দিয়ে গুণ করি যাতে পাওয়া যায় ভাগফল।

সংক্ষেপে, দুটি ভগ্নাংশ ভাগ করা:

- ভাজকের পারস্পরিক সংখ্যা নির্ণয় করো
- ভাগফল পেতে এটিকে লভ্যাংশ দিয়ে গুণ করুন।

তাই,
$$\frac{ক}{খ} \div \frac{গ}{ঘ} = \frac{ঘ}{গ} \times \frac{ক}{খ} = \frac{ঘ \times ক}{গ \times খ}.$$

এটিকে এভাবে পুনর্লিখন করা যেতে পারে:

$$\frac{ক}{খ} \div \frac{গ}{ঘ} = \frac{ক}{খ} \times \frac{ঘ}{গ} = \frac{ক \times ঘ}{খ \times গ}.$$

ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ এবং গুণের পদ্ধতি এবং সূত্র যেমন আপনি আগে শিখেছিলেন, তেমনি ভগ্নাংশের ভাগের এই পদ্ধতি এবং সূত্রটি, এই সাধারণ আকারে, প্রথম স্পষ্টভাবে ব্রহ্মগুপ্ত তাঁর ব্রহ্মাস্ফুটসিদ্ধান্তে (৬২৮ খ্রিস্টাব্দ) উল্লেখ করেছিলেন।

সুতরাং, মূল্যায়ন করার জন্য, উদাহরণস্বরূপ, 3 $\frac{২}{} \div \frac{৩}{}$ ব্রহ্মগুপ্তের সূত্র ৫ ব্যবহার করে উপরে, আমরা লিখি:

$$\frac{২}{৩} \div \frac{৩}{৫} = \frac{২}{৩} \times \frac{৫}{৩} = \frac{২ \times ৫}{৩ \times ৩} = \frac{১০}{৯}।$$

## লভ্যাংশ, ভাজক এবং ভাগফল

যখন আমরা দুটি পূর্ণ সংখ্যাকে ভাগ করি, ধরুন 6 ÷ 3, তখন আমরা ভাগফল 2 পাই। এখানে ভাগফল লভ্যাংশের চেয়ে কম।

$$৬ \div ৩ = ২,\ ২ < ৬$$

কিন্তু যখন আমরা 6 কে দিয়ে ভাগ করি তখন কী হয়? $\frac{১}{৪}$

$$৬ \div \overset{১}{=} ২৪.৪$$

এখানে ভাগফল লভ্যাংশের চেয়ে বেশি!

আমরা যখন দিয়ে ভাগ করি তখন কী হয়? $\frac{১}{৮}$ $\frac{১}{৪}$

$$\frac{১}{৮} \div \frac{১}{৪} = \frac{১}{২}।$$

এখানেও ভাগফল লভ্যাংশের চেয়ে বেশি।

কখন তুমি মনে করো ভাগফল লভ্যাংশের চেয়ে কম এবং কখন এটা কি লভ্যাংশের চেয়ে বেশি?

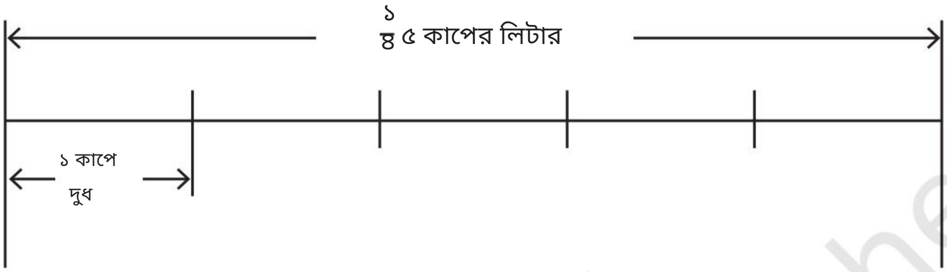
ভাজক এবং ভাগফলের মধ্যে কি একই রকম সম্পর্ক আছে?

গুণের ক্ষেত্রে এই ধরনের সম্পর্ক সম্পর্কে আপনার বোধগম্যতা ব্যবহার করুন উপরের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

## ৮.৩ ভগ্নাংশ সম্পর্কিত কিছু সমস্যা

উদাহরণ ৩: লীনা ৫ কাপ চা বানালো। এর জন্য সে এক লিটার দুধ ব্যবহার করলো। ৪ $\frac{১}{}$

প্রতি কাপ চায়ে কত দুধ থাকে?




লীনা ৫ কাপ চায়ে লিটার $\frac{১}{}$ দুধ ব্যবহার করেছে। তাহলে, ১ কাপ চায়ে ৪টি

দুধের পরিমাণ হওয়া উচিত:

$$\frac{১}{৪} \div ৫।$$

এটিকে গুণ হিসেবে লিখলে, আমাদের কাছে আছে:

$$৫ \times (\text{প্রতি কাপ দুধ}) = ৪ \quad \frac{১}{}.$$

ব্রহ্মগুপ্তের পদ্ধতি অনুসারে আমরা নিম্নরূপ ভাগ করি:

৫ (ভাজক) এর পারস্পরিক সংখ্যা ৫ $\frac{১}{}$.

এই পারস্পরিককে লভ্যাংশ দিয়ে গুণ করলে (4) $\frac{১}{}$ ), আমরা পাই

$$\frac{১}{৫} \times \frac{১}{৪} = \frac{১}{২০}।$$

তাহলে, প্রতিটি কাপ চায়ে লিটার দুধ থাকে $\frac{১}{২০}$

উদাহরণ ৪: অ-একক ভগ্নাংশের সাথে কাজ করার কিছু প্রাচীনতম উদাহরণ মানবজাতির প্রাচীনতম জ্যামিতি গ্রন্থ, শুলবসূত্রে পাওয়া যায়।
এখানে বৌদ্ধায়নের শুলবসূত্র (প্রায় ৮০০ খ্রিস্টপূর্বাব্দ) থেকে একটি উদাহরণ দেওয়া হল।

৭ বর্গ একক এলাকা জুড়ে বর্গাকার $\frac{১}{}$ ইট দিয়ে ঢেকে দিন যার প্রতিটিতে ২টি

পক্ষগুলি $\frac{১}{৫}$ একক।

এরকম কতগুলো বর্গাকার ইটের প্রয়োজন?

প্রতিটি বর্গাকার ইটের ক্ষেত্রফল ৫ $\frac{১}{} \times \frac{১}{৫} = \frac{১}{২৫}$ বর্গাকার একক।

মোট এলাকা ৭ ২ $\frac{১}{}$ বর্গ ইউনিট = $\frac{১৫}{২}$ বর্গ ইউনিট।

যেহেতু (ইটের সংখ্যা) × (একটি ইটের ক্ষেত্রফল) = মোট ক্ষেত্রফল,

ইটের সংখ্যা = ২টি $\frac{১৫}{} \div \frac{১}{২৫}$।

ভাজকের পারস্পরিক সংখ্যা 25।
পারস্পরিককে লভ্যাংশ দিয়ে গুণ করলে আমরা পাই

$$২৫ \times \frac{১৫}{২} = \frac{২৫ \times ১৫}{২} = \frac{৩৭৫}{২}।$$

উদাহরণ ৫: চতুর্বেদের পৃথুদকস্বামী (আনুমানিক ৮৬০ খ্রিস্টাব্দ) ব্রহ্মগুপ্তের ব্রহ্মাস্ফুটসিদ্ধান্ত গ্রন্থের ভাষ্যটিতে এই সমস্যাটি উত্থাপন করেছিলেন ।

চারটি ঝর্ণা একটি জলাধার পূর্ণ করে। প্রথম ঝর্ণাটি একদিনে জলাধারটি পূর্ণ করতে পারে। দ্বিতীয়টি অর্ধেক দিনে জলাধার পূর্ণ করতে পারে। তৃতীয়টি এক চতুর্থাংশ দিনের জলাধার পূর্ণ করতে পারে। চতুর্থটি দিনের এক পঞ্চমাংশে জলাধারটি পূর্ণ করতে পারে। যদি তারা সবাই একসাথে প্রবাহিত হয়, তাহলে তারা কত সময় ধরে জলাধারটি পূর্ণ করতে পারবে?

আসুন ধাপে ধাপে এই সমস্যার সমাধান করি।
একদিনে, যতবার —

- প্রথম ঝর্ণাটি ১÷১ = ১ জলাশয়টি পূর্ণ করবে
- দ্বিতীয় ঝর্ণাটি ১ ÷ ২ জলাশয়টি পূর্ণ করবে $\frac{১}{} =$ ____
- তৃতীয় ঝর্ণাটি ১ ÷ জলাশয়টি পূর্ণ করবে $\frac{১}{৪} =$ ____
- চতুর্থ ঝর্ণাটি ১ ÷ ৫ জলাশয়টি পূর্ণ করবে $\frac{১}{} =$ ____

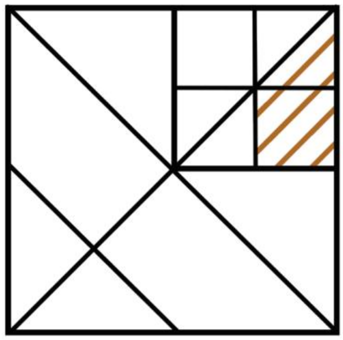
চারটি ঝর্ণা একসাথে একদিনে কতবার জলাশয়টি পূর্ণ করবে তার সংখ্যা = ১২।
___ + ____ + ___ + ____

সুতরাং, চারটি ঝর্ণার দ্বারা ট্যাঙ্কটি পূরণ করতে মোট সময় লাগে ১

একসাথে দিন। $\frac{\quad}{১২}$

## ভগ্নাংশ সম্পর্ক

এখানে একটি বর্গক্ষেত্র আছে যার ভেতরে কিছু রেখা টানা আছে।



চিত্র 8.4

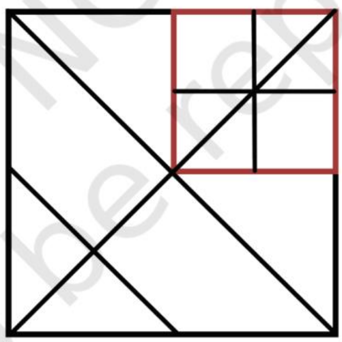
ছায়াযুক্ত অঞ্চলটি সমগ্র বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের কত ভাগের সমান? দখল?

গণিত আলাপ

এই সমস্যা সমাধানের বিভিন্ন উপায় আছে। এখানে তার মধ্যে একটি হল: ধরা যাক, পুরো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১ বর্গ একক।

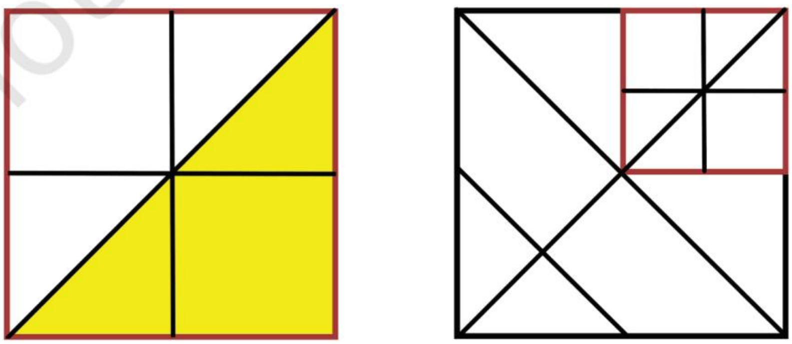
আমরা দেখতে পাচ্ছি যে উপরের ডান বর্গক্ষেত্রটি (চিত্র 8.5-এ), 4টি স্থান দখল করে আছে ১

পুরো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।



চিত্র 8.5

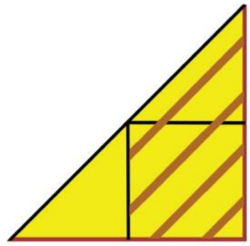
লাল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বর্গ $\frac{১}{৪}$ একক।



চিত্র, ৮.৬

আসুন এই লাল বর্গক্ষেত্রটি দেখি। এর ভেতরের ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল (হলুদ রঙে) লাল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক। তাহলে,

হলুদ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 2 $\frac{১}{} \times \frac{১}{৪} = \frac{১}{৮}$ বর্গাকার একক।



এই হলুদ ত্রিভুজের কোন ভগ্নাংশটি ছায়াযুক্ত?

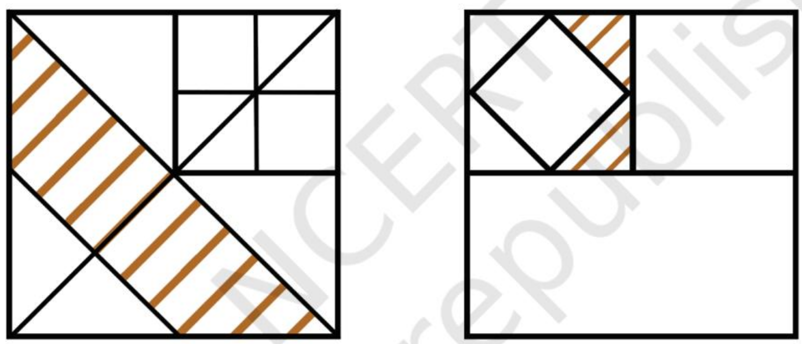
ছায়াযুক্ত অঞ্চলটি দখল করে $\frac{৩}{}$ ৪ নম্বর এলাকার

হলুদ ত্রিভুজ। তুমি কি বুঝতে পারছো কেন?

ছায়াযুক্ত অংশের ক্ষেত্রফল = 4 $\frac{৩}{} \times \frac{১}{৮} = \frac{৩}{৩২}$ বর্গাকার একক।

সুতরাং, ছায়াযুক্ত অঞ্চলটি সমগ্র বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{৩}{৩২}$ দখল করে।

? নীচের প্রতিটি চিত্রে, ছায়াযুক্ত অঞ্চলটি যে বৃহৎ বর্গক্ষেত্র দখল করে তার ভগ্নাংশটি নির্ণয় করো।



আমরা পরবর্তী অধ্যায়ে এই ধরণের আরও আকর্ষণীয় সমস্যা সমাধান করব।



## একটি নাটকীয় দান

নিম্নলিখিত সমস্যাটি ১১৫০ খ্রিস্টাব্দে লেখা ভাস্করাচার্যের (দ্বিতীয় ভাস্কর) গ্রন্থ, লীলাবতী থেকে অনুবাদ করা হয়েছে। ১

"হে জ্ঞানী! এক কৃপণ ভিক্ষুককে ৫ টাকা দান করল। – $\frac{১}{১৬}$ ৪ $\frac{১}{}$ $\frac{১}{}$ ২ এর $\frac{২}{৩}$ মধ্যে $\frac{৩}{৪}$

একটা নাটক। যদি তুমি ভগ্নাংশের গণিত ভালোভাবে জানো, তাহলে আমাকে বলো O

বাচ্চা, কৃপণ ভিক্ষুককে কতগুলো কৌড়ির খোসা দিয়েছিল?"

ড্রামা বলতে সেই সময়ে ব্যবহৃত একটি রৌপ্য মুদ্রাকে বোঝায়। গল্পে বলা হয়েছে যে ১ ড্রামা ১২৮০টি কড়ির খোলের সমান ছিল। দেখা যাক সেই ব্যক্তি ড্রামার কত অংশ দিয়েছিলেন:

$$(\frac{}{১}) \times \frac{২}{৩} \times \frac{৩}{৪} \times \frac{১}{৫} \times \frac{১}{১৬} \times \frac{}{১\ ৪)\ তম}$$ একটি নাটকের অংশ।

এটি মূল্যায়ন করলে 7680 পাওয়া $\frac{৬}{\phantom{0}}$ যাবে।

এর সর্বনিম্ন আকারে সরলীকরণ করার পরে, আমরা পাই

$$\frac{৬}{৭৬৮০} = \frac{১}{১২৮০}।$$

তাহলে, ভিক্ষুককে একটি কড়ির খোসা দেওয়া হল।

উত্তরে তুমি ভাস্করাচার্যের রসবোধ দেখতে পাবে! কৃপণ ব্যক্তিটি ভিক্ষুককে সর্বনিম্ন মূল্যের একটি মাত্র মুদ্রা (কাউরি) দেওয়া হয়েছে।

দ্বাদশ শতাব্দীর দিকে, ভারতীয় উপমহাদেশের বিভিন্ন রাজ্যে বিভিন্ন ধরণের মুদ্রা ব্যবহার করা হত। সর্বাধিক ব্যবহৃত হত সোনার মুদ্রা (যাদের দিনার/গদ্যান এবং হুনা বলা হত), রৌপ্য মুদ্রা (যাদের দ্রাম্মা/টঙ্কা বলা হত), তামার মুদ্রা (যাদের কাসুস/পানা এবং মাশাকা বলা হত), এবং কৌরি খোলস। অঞ্চল, সময়কাল, অর্থনৈতিক অবস্থা, মুদ্রার ওজন এবং তাদের বিশুদ্ধতার উপর নির্ভর করে এই মুদ্রাগুলির মধ্যে সঠিক রূপান্তর হার পরিবর্তিত হত।

সোনার মুদ্রার মূল্য বেশি ছিল এবং এগুলো বৃহৎ লেনদেনে এবং সম্পদ সঞ্চয়ের জন্য ব্যবহৃত হত। দৈনন্দিন লেনদেনে রৌপ্য মুদ্রা বেশি ব্যবহৃত হত। তামার মুদ্রার মূল্য কম ছিল এবং এগুলো ছোট লেনদেনে ব্যবহৃত হত। কাউরি শেল ছিল সর্বনিম্ন মূল্যের এবং খুব ছোট লেনদেনে এবং পরিবর্তনের জন্য ব্যবহৃত হত।

যদি আমরা ধরে নিই যে ১টি সোনার দিনার = ১২টি রূপার দ্রাম্মা, ১টি রূপার দ্রাম্মা = ৪টি তামার পান, ১টি তামার পান = ৬টি মাশাকা, এবং ১টি পান = ৩০টি কড়ির খোল,

১টি তামার পানা = ৪৮ $\frac{১}{\phantom{0}}$ সোনার দিনার ( ১১২ $\frac{\phantom{0}}{\phantom{0}} \times \frac{\phantom{0}}{১\ ৪}$)

১টি কড়ির খোসা =____ তামার পান

১টি কড়ির খোল =____ সোনার দিনার।

## এক চিমটি ইতিহাস

যেমনটি আপনি দেখেছেন, ভগ্নাংশ হল একটি গুরুত্বপূর্ণ ধরণের সংখ্যা, যা বিভিন্ন দৈনন্দিন সমস্যায় গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে যার মধ্যে পরিমাণগুলিকে সমানভাবে ভাগ করা এবং ভাগ করা জড়িত। আজ আমরা যে একক-বহির্ভূত ভগ্নাংশ ব্যবহার করি তার সাধারণ ধারণা - যোগ, বিয়োগ, গুণ এবং ভাগের গাণিতিক ক্রিয়াকলাপ দ্বারা সজ্জিত - মূলত ভারতেই বিকশিত হয়েছিল। প্রাচীন ভারতীয় জ্যামিতি গ্রন্থগুলি " শুলবসূত্র" নামে পরিচিত - যা 800 খ্রিস্টপূর্বাব্দে ফিরে আসে এবং আচার-অনুষ্ঠানের জন্য অগ্নিবেদী নির্মাণের সাথে সম্পর্কিত ছিল - সাধারণ একক-বহির্ভূত ভগ্নাংশগুলি ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত হত, যেমনটি আমরা উদাহরণ 3 এ দেখেছি।

এমনকি ১৫০ খ্রিস্টপূর্বাব্দ থেকেই ভারতের জনপ্রিয় সংস্কৃতিতে ভগ্নাংশ সাধারণ হয়ে ওঠে, যা শ্রদ্ধেয় জৈন পণ্ডিত উমাস্বতীর দার্শনিক রচনায় ভগ্নাংশকে সর্বনিম্ন পদে হ্রাস করার একটি অপ্রকাশিত উল্লেখ দ্বারা প্রমাণিত হয়।

ভগ্নাংশের উপর গাণিতিক ক্রিয়াকলাপ সম্পাদনের সাধারণ নিয়মগুলি - মূলত আধুনিক রূপে যেখানে আমরা আজ সেগুলি পরিচালনা করি - প্রথম ব্রহ্মগুপ্ত 628 খ্রিস্টাব্দে তাঁর ব্রহ্মস্ফুটসিদ্ধান্তে কোড করেছিলেন । আমরা ইতিমধ্যেই সাধারণ ভগ্নাংশের যোগ এবং বিয়োগের জন্য তাঁর পদ্ধতিগুলি দেখেছি। সাধারণ ভগ্নাংশের গুণনের জন্য, ব্রহ্মগুপ্ত

লিখেছেন:

"দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশের গুণন পাওয়া যায় লবের গুণফলকে হরগুলির গুণফল দিয়ে ভাগ করলে।"

(ব্রহ্মস্ফুটসিদ্ধান্ত, শ্লোক 12.1.3)

অর্থাৎ,

$$\frac{ক}{খ} \times \frac{গ}{ঘ} = \frac{ক \times গ}{খ \times ঘ}.$$

সাধারণ ভগ্নাংশের বিভাজনের জন্য, ব্রহ্মগুপ্ত লিখেছেন:

"ভগ্নাংশের ভাগ ভাজকের লব এবং হর বিনিময় করে করা হয়; লবাংশের লবকে (নতুন) লব দিয়ে এবং হরকে (নতুন) হর দিয়ে গুণ করা হয়।"

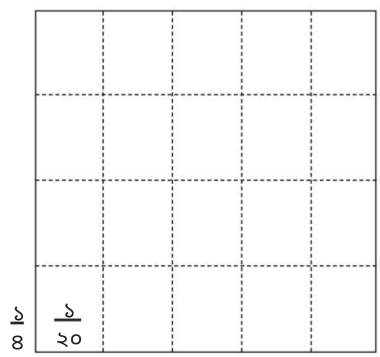
১১৫০ খ্রিস্টাব্দে ভাস্কর দ্বিতীয় তার লীলাবতী গ্রন্থে ব্রহ্মগুপ্তের বক্তব্যকে পারস্পরিক ধারণার পরিপ্রেক্ষিতে আরও স্পষ্ট করেছেন:

"এক ভগ্নাংশের অন্য ভগ্নাংশের ভাগ দ্বিতীয়টির পারস্পরিক দ্বারা প্রথম ভগ্নাংশের গুণের সমান।" (লীলাবতী, শ্লোক ২.৩.৪০)

এই দুটি পদই সূত্রের সমতুল্য:

$$\frac{ক}{খ} \div \frac{গ}{ঘ} = \frac{ক}{খ} \times \frac{ঘ}{গ} = \frac{ক \times ঘ}{খ \times গ}.$$

প্রথম ভাস্কর, তাঁর ৬২৯ খ্রিস্টাব্দের আর্যভটিয়ভাষ্যের টীকায় ৪৯৯ খ্রিস্টাব্দে আর্যভট্টের রচনায় ভগ্নাংশের গুণনের জ্যামিতিক ব্যাখ্যা (যা আমরা আগে দেখেছি) বর্ণনা করা হয়েছে, দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ বরাবর সমান ভাগের মাধ্যমে একটি বর্গক্ষেত্রকে আয়তক্ষেত্রে ভাগ করার মাধ্যমে।




ভাস্কর ১ এর চাক্ষুষ ব্যাখ্যা যে ১

$\frac{}{৫}$ ৪টি $\frac{১}{} = \frac{১}{২০}$

আরও অনেক ভারতীয় গণিতবিদ, যেমন শ্রীধরচার্য (আনুমানিক ৭৫০ খ্রিস্টাব্দ), মহাবীরচার্য (আনুমানিক ৮৫০ খ্রিস্টাব্দ), চতুর্বেদের পৃথুদকস্বামী (আনুমানিক ৮৬০ খ্রিস্টাব্দ), এবং ভাস্কর দ্বিতীয় ১

(প্রায় ১১৫০ খ্রিস্টাব্দ) পাটিগণিত ৫ এর ব্যবহার উন্নত করেন

ভগ্নাংশের উল্লেখযোগ্যভাবে আরও বেশি।

ভগ্নাংশ এবং x এর ভারতীয় তত্ত্ব

গাণিতিক ক্রিয়া মরক্কোর আল-হাসার (আনুমানিক ১১৯২ খ্রিস্টাব্দ) এর মতো আরব ও আফ্রিকান গণিতবিদদের

কাছে প্রেরণ করা হয়েছিল এবং এর ব্যবহার আরও বিকশিত হয়েছিল। পরবর্তী কয়েক বছরে আরবদের মাধ্যমে এই তত্ত্বটি ইউরোপে প্রেরণ করা হয়েছিল।

শতাব্দীর পর শতাব্দী ধরে, এবং মাত্র ১৭ শতকের দিকে ইউরোপে সাধারণ ব্যবহার শুরু হয়, যার পরে এটি বিশ্বব্যাপী ছড়িয়ে পড়ে। আধুনিক গণিতে আজ এই তত্ত্বটি সত্যিই অপরিহার্য।

## ? বের করো

১. নিম্নলিখিত বিষয়গুলি মূল্যায়ন করুন:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $৩ \div \frac{৭}{৯}$ | $\frac{১৪}{২৪} \div$ | $\frac{২}{৩} \div \frac{২}{৩}$ | $\frac{১৪}{৬} \div \frac{৭}{৩}$ |
| $\frac{৪}{৩} \div \frac{৩}{৪}$ | $\frac{৭}{\div ৪} \; \frac{১}{৭}$ | $\frac{৮}{২} \div \frac{৪}{১৫}$ | |
| $\frac{১}{৫} \div \frac{১}{৯}$ | $\frac{১}{\div ৬} \; \frac{১১}{১২}$ | $৩ \div \frac{২}{১} ৩ \; \frac{৩}{৮}$ | |

2. নীচের প্রতিটি প্রশ্নের জন্য, যে রাশিটি ব্যবহার করা হয় তা বেছে নিন সমাধানটি বর্ণনা করে। তারপর এটি সরল করুন।

(ক) মারিয়া তার তৈরি ব্যাগগুলি সাজানোর জন্য ৪ মিটার লেইস কিনেছিল।

স্কুল। সে প্রতিটি ব্যাগের জন্য m $\frac{১}{}$ ব্যবহার করেছিল এবং লেইসটি শেষ করেছিল। কিভাবে 4

সে কি অনেক ব্যাগ সাজিয়েছে?

(i) $৮ \times ৪ \; \frac{১}{}$ (ii) $\frac{১}{৮} \times \frac{১}{৪}$

(iii) $৮ \div ৪ \; \frac{১}{}$ (ঈ) $\frac{১}{৪} \div ৮$

(খ) $\frac{১}{}$ ৮টি ব্যাজ তৈরিতে মিটার ফিতা ব্যবহার করা হয়। ২টি কী?

প্রতিটি ব্যাজের জন্য ব্যবহৃত ফিতার দৈর্ঘ্য কত?

(আমি) $৮ \times \frac{১}{২}$ (ii) $\frac{১}{২} \div \frac{১}{৮}$

(iii) $৮ \div ২ \; \frac{১}{}$ (ঈ) $\frac{১}{২} \div ৮$

(গ) একজন বেকারের প্রয়োজন $\frac{১}{}$ এক রুটি তৈরি করতে কেজি ময়দা। তার কাছে ৬টি

৫ কেজি ময়দা। সে কয়টি রুটি বানাতে পারে?

(আমি) $৫ \times \frac{১}{৬}$ (ii) $\frac{১}{৬} \div ৫$

(iii) $৫ \div ৬ \; \frac{১}{}$ (ঈ) $৫ \times ৬$

৩. যদি $\frac{১}{৪}$ ১২টি রুটি তৈরিতে কেজি ময়দা ব্যবহার করা হয়, কত ময়দা ব্যবহার করা হয়?
৬টি রুটি বানাবো?

৪. পতিগণিত, নবম শতাব্দীতে শ্রীধারাচার্যের লেখা একটি গ্রন্থ।
সিই, এই সমস্যাটি উল্লেখ করেছেন: "বন্ধু, চিন্তা করার পর, কত যোগফল হবে
1 ÷ এবং 1 ÷ 1 ÷ 1 ÷ 6, 10, 13, 9 যোগ করে পাওয়া যাবে, $\frac{১}{}$ $\frac{১}{}$ $\frac{১}{}$ $\frac{১}{}$
১ ÷ ২ $\frac{১}{}$ বন্ধুর কী বলা উচিত?

৫. মীরা ৪০০ পৃষ্ঠার একটি উপন্যাস পড়ছে। সে ৫ পৃষ্ঠার একটি পড়ে। $\frac{১}{}$
গতকাল এবং আজকের পৃষ্ঠাগুলির মধ্যে। ১০টি আরও কত পৃষ্ঠা তৈরি করে? $\frac{৩}{}$
উপন্যাসটি শেষ করার জন্য তাকে কি পড়তে হবে?

৬. একটি গাড়ি ১ লিটার পেট্রোল ব্যবহার করে ১৬ কিমি চলে। ২ ৪ কিমি পেট্রোল ব্যবহার করে কতদূর যাবে? $\frac{৩}{}$
লিটার পেট্রোল?

৭. অমৃতপাল তার ছুটি কাটানোর জন্য কোন গন্তব্যস্থল বেছে নেয়। যদি সে একটি
ট্রেন দাও, ওর ৫টা লাগবে। $\frac{১}{}$ সেখানে পৌঁছাতে ঘন্টা। যদি সে বিমানে যায়, তাহলে ৬
তার ঘন্টা লাগবে। $\frac{১}{}$ বিমান কত ঘন্টা বাঁচায়? 2

৮. মারিয়ামের দাদী কেক বেক করেছিলেন। মারিয়াম এবং তার কাজিনরা
কেক শেষ। $\frac{৪}{}$ বাকি কেকটি ৫ জন সমানভাবে ভাগ করে নিল।
মরিয়মের তিন বন্ধু। প্রতিটি বন্ধু কেকের কত ভাগ পেল?

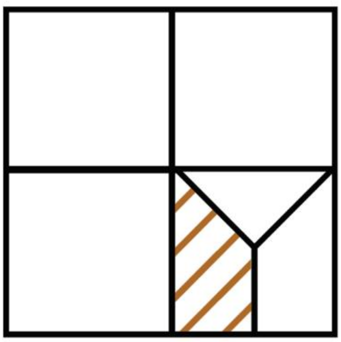
৯. (৫৬৫) এর গুণফল বর্ণনা করে এমন বিকল্প(গুলি) নির্বাচন করুন $\frac{}{৪৬৫} \times \frac{৭০৭}{৬৭৬}$ ):

(ক) > $\frac{৫৬৫}{৪৬৫}$ (খ) < 465 $\frac{৫৬৫}{}$

(গ) > $\frac{৭০৭}{৬৭৬}$ (ঘ) < $\frac{৭০৭}{৬৭৬}$

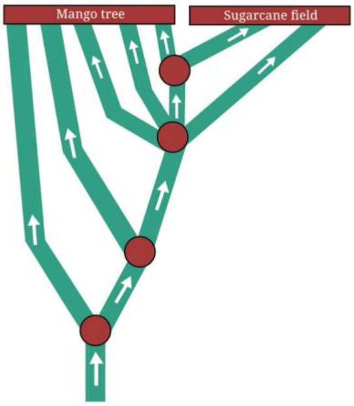
(ঙ) > ১ (চ) < 1

১০. সমগ্র বর্গক্ষেত্রের কোন ভগ্নাংশটি ছায়াযুক্ত?



১১. পিঁপড়ার একটি উপনিবেশ খাবারের সন্ধানে বেরিয়ে পড়ে।

অনুসন্ধানের সময়, তারা প্রতিটি বিন্দুতে সমানভাবে বিভক্ত হতে থাকে (চিত্র ৪.7-এ দেখানো হয়েছে) এবং দুটি খাদ্য উৎসে পৌঁছায়, একটি আম গাছের কাছে এবং অন্যটি আখ ক্ষেতের কাছে। মূল গোষ্ঠীর কত অংশ প্রতিটি খাদ্য উৎসে পৌঁছেছিল?




চিত্র ৪.7

১২. ১ – ২ কি ? ১

(১ – ১ ২) × (১ – ১ ৩) ?

(১ – ১ ২) × (১ – ১ ৩) × (১ – ১ ৪) × (১ – ১ ৫) ? (১

– ১ ২) × (১ – ১ ৩) × (১ – ১ ৪) × (১ – ১ ৫) × (১ – ১ ৬) × ( ১ – ১ ৭) × (১ – ১ ৮) × (১ – ৯) × (১ – ১ ১০) ?

একটি সাধারণ বিবৃতি দিন এবং ব্যাখ্যা করুন।

## সারসংক্ষেপ

- ভগ্নাংশের গুণনের জন্য ব্রহ্মগুপ্তের সূত্র:

$$\frac{ক}{খ} \times \frac{গ}{ঘ} = \frac{ক \times গ}{খ \times ঘ}.$$

- ভগ্নাংশের গুণনের সময়, যদি লব এবং হরগুলির কিছু সাধারণ উৎপাদক থাকে, তাহলে আমরা লব এবং হরগুলিকে গুণ করার আগে প্রথমে সেগুলি বাতিল করতে পারি।

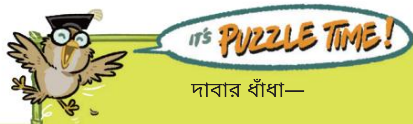
- গুণে — যখন গুণিত সংখ্যাগুলির মধ্যে একটি 0 এবং 1 এর মধ্যে হয়, তখন গুণফলটি অন্য সংখ্যার চেয়ে ছোট হয়। যদি গুণিত সংখ্যাগুলির মধ্যে একটি 1 এর চেয়ে বড় হয়, তবে গুণফলটি অন্য সংখ্যার চেয়ে বড় হয়।

- একটি ভগ্নাংশের পারস্পরিক সংখ্যা b ক খ যখন ক আমরা একটি ভগ্নাংশকে তার দ্বারা গুণ করি পারস্পরিক, গুণফল হল 1।

- ভগ্নাংশের ভাগের জন্য ব্রহ্মগুপ্তের সূত্র:

$$\frac{ক}{খ} \div \frac{গ}{ঘ} = \frac{ক}{খ} \times \frac{ঘ}{গ} = \frac{ক \times ঘ}{খ \times গ}.$$

- ভাগে — যখন ভাজক ০ এবং ১ এর মধ্যে থাকে, তখন ভাগফল লভ্যাংশের চেয়ে বড় হয়। যখন ভাজক ১ এর চেয়ে বড় হয়, তখন ভাগফল লভ্যাংশের চেয়ে ছোট হয়।



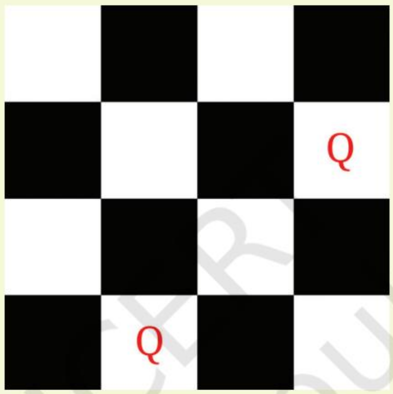

## দাবার ধাঁধা—

## আক্রমণাত্মক নয় এমন কুইন্স

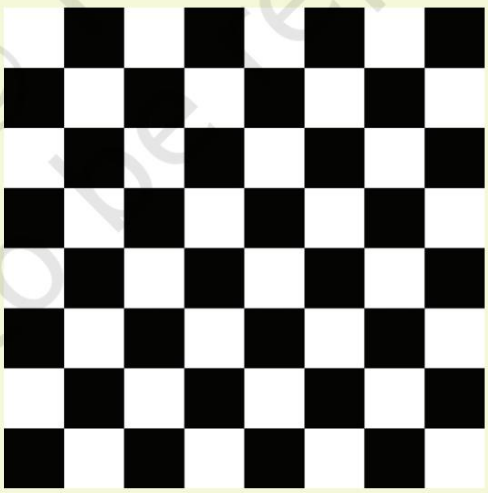
দাবা একটি জনপ্রিয় ২-খেলোয়াড় কৌশলগত খেলা। এই খেলার উৎপত্তি ভারতে। এটি ৮ × ৮ চেকার্ড গ্রিডে খেলা হয়। প্রতিটি খেলোয়াড়ের জন্য ২টি টুকরো — কালো এবং সাদা — একটি সেট রয়েছে। প্রতিটি টুকরো কীভাবে নড়াচড়া করা উচিত এবং খেলার নিয়মগুলি জেনে নিন।

এখানে একটি বিখ্যাত দাবা-ভিত্তিক ধাঁধা দেওয়া হল। বর্তমান অবস্থান থেকে, একটি কুইন পিস অনুভূমিক, উল্লম্ব বা তির্যকভাবে চলতে পারে।

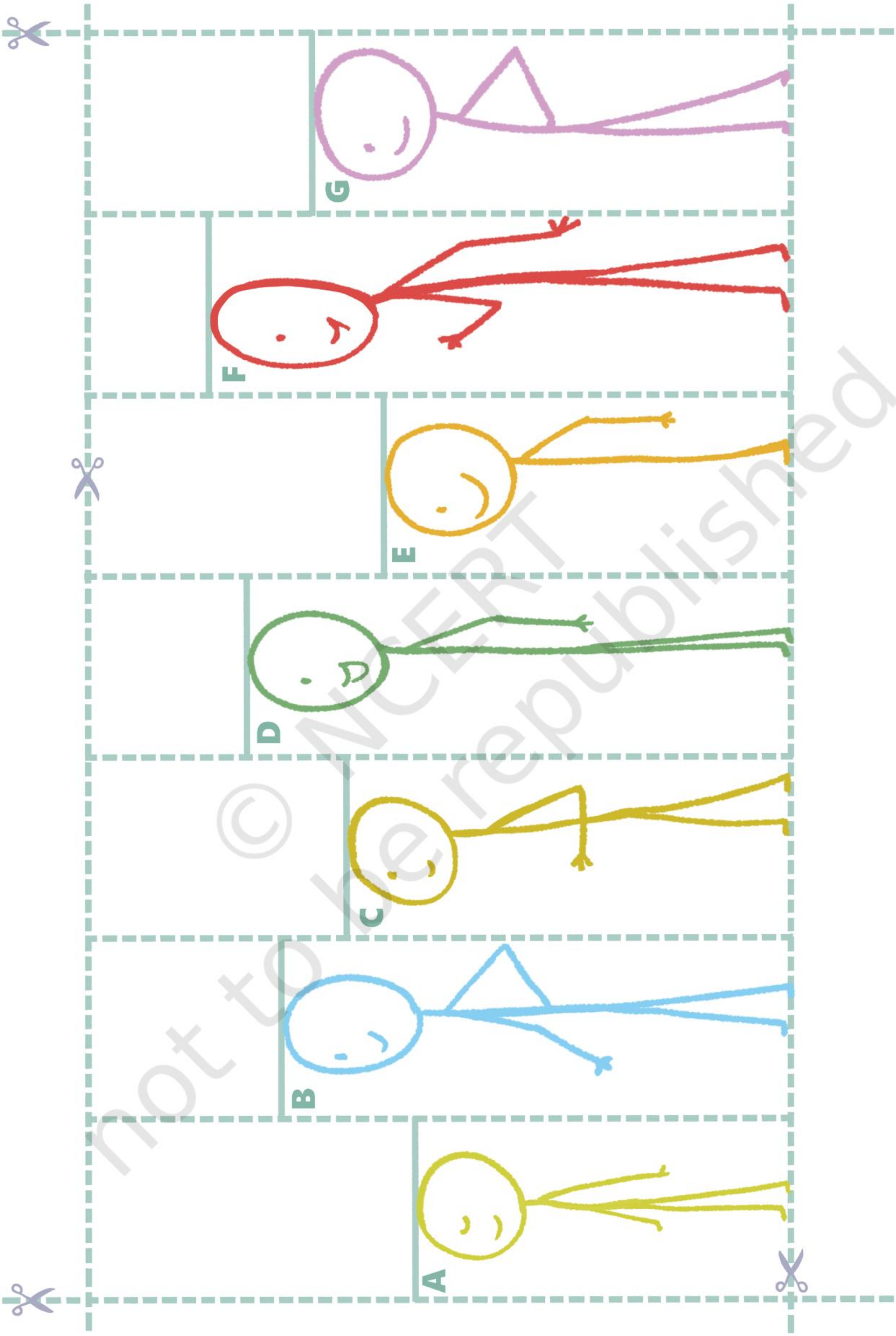
৪টি রাণী এমনভাবে রাখুন যাতে ২টি রাণী একে অপরকে আক্রমণ না করে। উদাহরণস্বরূপ, নীচের ব্যবস্থাটি বৈধ নয় কারণ রাণীরা একে অপরের আক্রমণের সারিতে রয়েছে।




এখন, এই ৮ × ৮ গ্রিডে ৮টি রানী রাখুন যাতে কোনও ২টি রানী একে অপরকে আক্রমণ না করে!



# শেখার উপকরণের পত্রক


G
F
E
D
C
B
A