8 உடன் பணிபுரிதல் பின்னங்கள்

0774CH08

8.1 பின்னங்களின் பெருக்கல்

ஆரோன் 1 மணி நேரத்தில் 3 கிலோமீட்டர் நடக்கிறார்.
அவனால் 5 மணி நேரத்தில் எவ்வளவு தூரம் நடக்க முடியும்?

இது ஒரு எளிய கேள்வி. தூரத்தைக் கண்டுபிடிக்க, 5 மற்றும் 3 இன் பெருக்கத்தைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும் என்பது நமக்குத் தெரியும், அதாவது, 5 மற்றும் 3 ஐப் பெருக்குகிறோம்.

1 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் = 3 கி.மீ.

எனவே,

5 மணி நேரத்தில் கடந்த தூரம்

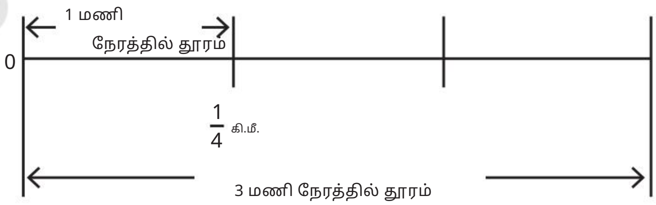
= 5 × 3 கி.மீ.

= 3 + 3 + 3 + 3 + 3 கி.மீ.

= 15 கி.மீ.

? ஆரோனின் செல்லப் பிராணியான ஆமை மிகவும் மெதுவாக நடக்கும். அது 1 மணி நேரத்தில் ஒரு கிலோமீட்டர் $\frac{1}{4}$ மட்டுமே நடக்க முடியும். அது 3 மணி நேரத்தில் எவ்வளவு தூரம் நடக்க முடியும்?

இங்கே, ஒரு மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் ஒரு பின்னம். இது ஒரு பொருட்டல்ல. கடக்கும் மொத்த தூரம் பெருக்கலைப் போலவே கணக்கிடப்படுகிறது.



1 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் = கி.மீ. $\frac{1}{4}$

எனவே, 3 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் = 3 × $\frac{1}{4}$ கி.மீ.

= $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ கி.மீ.

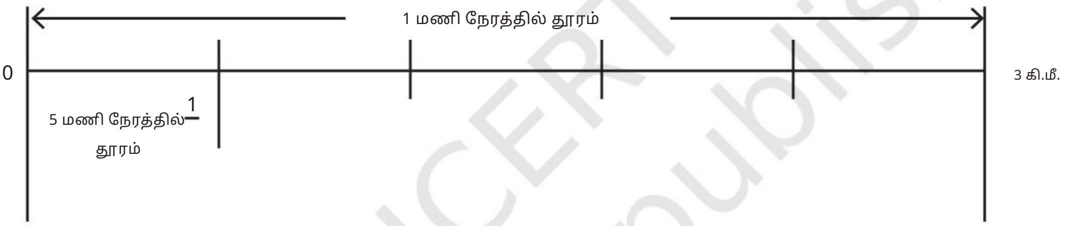
= $\frac{3}{4}$ கி.மீ.

ஆமை 3 மணி நேரத்தில் கி.மீ. $\frac{3}{4}$ நடக்க முடியும்.

ஒரு மணி நேரத்தின் ஒரு பகுதியே நடைபயிற்சிக்கு செலவிடப்படும் நேரத்தைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

? ஆரோன் 1 மணி நேரத்தில் 3 கிலோமீட்டர் நடக்க முடியும் என்று பார்த்தோம். அவனால் எவ்வளவு தூரம் நடக்க முடியும்? மணிநேரத்தில் $\frac{1}{5}$ நடக்கவா?

பெருக்கல் மூலம் கடக்கும் மொத்த தூரத்தை நாம் தொடர்ந்து கணக்கிடுகிறோம்.



மணிநேரத்தில் பயணித்த தூரம் $\frac{1}{5}$ = 5 $\frac{1}{5}$ × 3 கி.மீ.

தயாரிப்பைக் கண்டறிதல்:

1 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் = 3 கி.மீ.

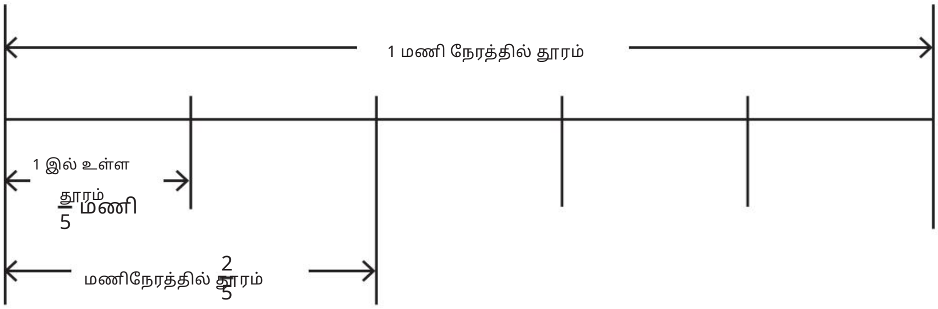
5 இல் $\frac{1}{}$ மணிநேரம், நாம் கடந்து வந்த தூரம், வகுத்தால் கிடைக்கும் நீளத்திற்குச் சமம். 3 கி.மீ. 5 சம பாகங்களாக, அதாவது $\frac{3}{5}$ கி.மீ.

இது $\frac{1}{}$ × 3 = 5 என்பதைக் காட்டுகிறது. $\frac{3}{5}$.

? ஆரோன் மணிநேரத்தில் எவ்வளவு தூரம் நடக்க $\frac{2}{5}$ முடியும்?

மீண்டும் ஒருமுறை, நமக்கு —

கடந்து வந்த தூரம் = $\frac{2}{5}$ × 3 கி.மீ.



தயாரிப்பைக் கண்டறிதல்:

1. முதலில் நாம் $\frac{1}{5}$ மணிநேரத்தில் கடந்து வந்த தூரத்தைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

2. கால அளவு 5 என்பதால் $\frac{2}{—}$ இரண்டு முறை $\frac{1}{5}$, இந்த தூரத்தை 2 ஆல் பெருக்குகிறோம்

மொத்த தூரத்தைக் கடக்க வேண்டும்.

இதோ கணக்கீடு.

1 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் = 3 கி.மீ.

1. 5 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் $\frac{1}{—}$

= 3 கி.மீ.-ஐ 5 சம பாகங்களாகப் பிரித்தால் கிடைக்கும் நீளம்

= $\frac{3}{5}$ கி.மீ.

2. இந்த தூரத்தை 2 ஆல் பெருக்கினால், நமக்குக் கிடைக்கும்

$$2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5} \text{ கி.மீ.}$$

இதிலிருந்து நாம் பார்க்க முடியும்

$$\frac{2}{5} \times 3 = \frac{6}{5}.$$

கலந்துரையாடல்

பெருக்கி

பெருக்கல்

$\frac{2}{5} \times 3$

இந்தப் பெருக்கலை நாங்கள் பின்வருமாறு செய்தோம்:

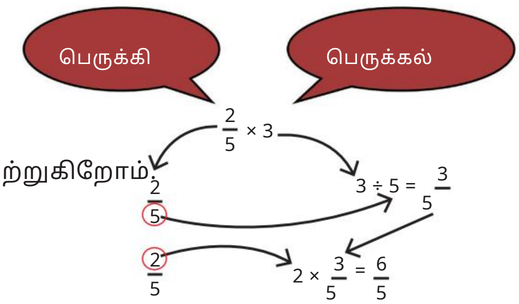
• முதலில், நாம்

பெருக்கல், 3, 3 ஆல்

5 ஐப் பெற, பெருக்கியின் வகு எண், 5 —.

• பின்னர் நாம் முடிவைப் பெருக்கியின் தொகுதியால் பெருக்கினோம்,

அதாவது 2, 5 ஐப் பெற $\frac{6}{5}$.



எனவே, ஒரு பின்னத்தையும் முழு எண்ணையும் பெருக்க வேண்டியிருக்கும் போதெல்லாம், மேலே உள்ள படிகளைப் பின்பற்றுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1: ஒரு விவசாயிக்கு 5 2 இருந்தது

பேரக்குழந்தைகள். அவள் ஏக்கர் 3 பங்கிட்டாள்

அவளுடைய ஒவ்வொரு பேரக்குழந்தைகளுக்கும் நிலம்.

அவள் தன் பேரக்குழந்தைகளுக்கு மொத்தம் எவ்வளவு நிலத்தைக் கொடுத்தாள்?

$$5 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{10}{3}.$$

எடுத்துக்காட்டு 2: 1 மணி நேர இணைய நேர செலவு ₹8. 1 மணி நேரம் எவ்வளவு 4 $\frac{1}{}$

இணைய நேரச் செலவு எவ்வளவு?

$1\frac{1}{4}$ மணிநேரம் $\frac{5}{4}$ என்பது மணிநேரம் (கலப்பு பின்னத்திலிருந்து மாற்றப்படுகிறது).

ஒரு மணி $\frac{5}{}$நேர இணைய நேர செலவு = × 8 4 $\frac{5}{4}$

$$= 5 \times \frac{8}{4}$$

$$= 5 \times 2$$

$$= 10.$$

1 மணி நேர இணைய $\frac{1}{4}$ பயன்பாட்டிற்கு ₹10 செலவாகும்.

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. டென்சின் பானங்கள் $\frac{1}{2}$ தினமும் ஒரு கிளாஸ் பால். எத்தனை கிளாஸ் பால் அவர் ஒரு வாரத்தில் பால் குடிப்பாரா? எத்தனை கிளாஸ் பால் குடித்தார்? ஜனவரி மாதமா?

2. ஒரு தொழிலாளர்கள் குழு 8 நாட்களில் ஒரு நீர் கால்வாயை 1 கி.மீ. செய்ய முடியும். எனவே, ஒரு நாளில், அந்த குழு நீர் கால்வாயை கி.மீ. செய்ய முடியும். அவர்கள் ஒரு வாரத்தில் நீர் வாரத்தில் 5 நாட்கள், அவர்கள் செய்யக்கூடியவை _ கால்வாயை கி.மீ. செய்தால்.

3. மஞ்சுவும் அவளுடைய இரண்டு அண்டை வீட்டாரும் ஒவ்வொரு வாரமும் 5 லிட்டர் எண்ணெயை வாங்கி 3 குடும்பங்களுக்குள் சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்கிறார்கள். ஒவ்வொரு குடும்பத்திற்கும் ஒரு வாரத்தில் எவ்வளவு எண்ணெய் கிடைக்கும்? ஒரு குடும்பத்திற்கு 4 வாரங்களில் எவ்வளவு எண்ணெய் கிடைக்கும்?

4. திங்கட்கிழமை இரவு 10 மணிக்கு சஃபியா சந்திரன் மறைவதைக் கண்டார். அவரது தாயார், அவருக்கு 5 வயது.

ஒரு விஞ்ஞானி, ஒவ்வொரு நாளும் சந்திரன் 6 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு மறைகிறது என்று அவளிடம் கூறினார்.

முந்தைய நாள். வியாழக்கிழமை இரவு 10 மணிக்குப் பிறகு எத்தனை மணி நேரம் சந்திரன் மறையும்?

5. பெருக்கி, பின்னர் அதை ஒரு கலப்பு பின்னமாக மாற்றவும்:

(அ) $7 \times 5 \frac{3}{}$

(ஆ) $4 \times 3 \quad \frac{1}{}$

(இ) $\frac{9}{7} \times 6$

(ஈ) $\frac{13}{11} \times 6$

இதுவரை, ஒரு முழு எண்ணை ஒரு பின்னத்தால் பெருக்குவதையும், ஒரு பின்னத்தை ஒரு முழு எண்ணால் பெருக்குவதையும் கற்றுக்கொண்டோம். பெருக்கலில் இரண்டு எண்களும் பின்னங்களாக இருக்கும்போது என்ன நடக்கும்?

இரண்டு பின்னங்களைப் பெருக்குதல்

? ஆரோனின் செல்லப் பிராணியான ஆமை 1 மணி நேரத்தில் கி.மீ. மட்டுமே நடக்க முடியும் என்பது நமக்குத் தெரியும். எப்படி $\frac{1}{4}$ அரை மணி நேரத்தில் எவ்வளவு தூரம் நடக்க முடியும்?

மணிநேர	தூரம்
1	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	?

இதுபோன்ற சிக்கல்களைத் தீர்க்க பெருக்கலைப் பயன்படுத்துவதற்கான எங்கள் அணுகுமுறையைப் பின்பற்றி, நமக்குக் கிடைத்தவை,

ஒரு மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் = 2 $\frac{1}{}$ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ கி.மீ.

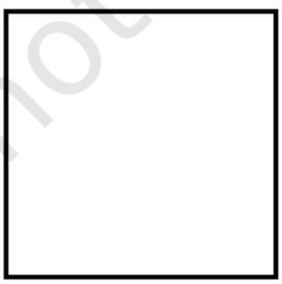
தயாரிப்பைக் கண்டறிதல்:

1 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் = கி.மீ. $\frac{1}{4}$

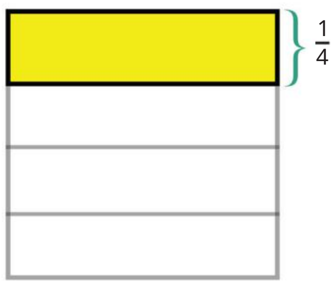
எனவே, ஒரு மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் என்பது $\frac{1}{2}$ ஆல் நாம் பெறும் நீளமாகும்.

வகுத்தல் 4 $\frac{1}{}$ 2 சம பாகங்களாக.

இதைக் கண்டுபிடிக்க, அலகு வர்க்கத்தைப் பயன்படுத்தி பின்னங்களைக் குறிப்பிடுவது பயனுள்ளதாக இருக்கும். ஒரு "முழுமைக்காக" நிற்க.



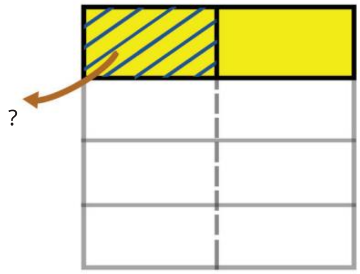
"முழுமையாக" அலகு சதுரம்



$\frac{1}{4}$ மொத்தத்தில்

இப்போது நாம் இதை 4-ஆல் வகுப்போம். $\frac{1}{}$ 2 சம பாகங்களாக. நமக்கு என்ன கிடைக்கும்?

முழுமையின் எந்தப் பகுதி நிழலிடப்பட்டுள்ளது?



$\frac{1}{4}$ 2 சம பாகங்களாக பிரிக்கப்பட்டது

முழுதும் 8 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளதால் 1 மற்றும் ஒரு பகுதி நிழலாடப்பட்டுள்ளது, நாம் 8 என்று சொல்லலாம் முழுதும் நிழலாடியுள்ளது. எனவே, கடந்து வந்த தூரம் அரை மணி நேரத்தில் ஆமையால் கி.மீ. $\frac{1}{8}$

இது நமக்கு 2 என்று சொல்கிறது $\frac{1}{} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

? ஆமை வேகமாக நடந்து 1 மணி நேரத்தில் கி.மீ. கடக்க முடிந்தால், $\frac{2}{5}$ தூரம் எவ்வளவு தூரம் செல்லும்? அது ஒரு மணி $\frac{3}{4}$ நேரமா நடக்குது?

கடந்து வந்த தூரம் = × 4 $\frac{3}{}$ $\frac{2}{5}$.

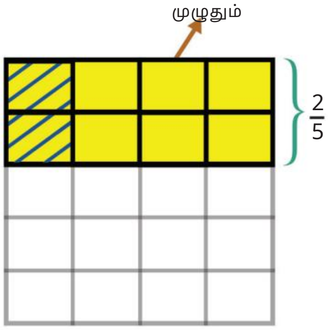
தயாரிப்பைக் கண்டறிதல்:

(நான்) முதலில் ஒரு மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரத்தைக் $\frac{1}{4}$ கண்டறியவும்.

(ii) 4 இன் தூரத்தைப் பெற, முடிவை 3 ஆல் பெருக்கவும். $\frac{3}{}$ மணி.

(i) ஒரு மணி நேரத்தில் பயணித்த தூரம் (கி.மீ.) $\frac{1}{4}$

= 5 ஆல் வகுத்தால் நமக்குக் கிடைக்கும் அளவு $\frac{2}{}$ 4 சம பாகங்கள்.



படம். 8.1

அலகு சதுரத்தை முழுவதுமாக எடுத்துக் கொண்டால், நிழலாடிய பகுதி (படம் 8.1 இல்) நமக்குக் கிடைக்கும் ஒரு பகுதி நாம் 4 சம பாகங்களாகப் $\frac{2}{5}$ பிரிக்கும்போது.

மொத்தத்தில் அது எவ்வளவு?

முழுதும் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது

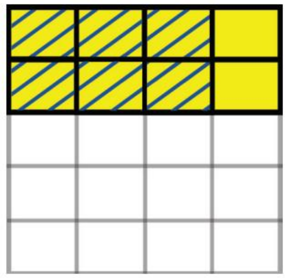
5 வரிசைகள் மற்றும் 4 நெடுவரிசைகள்,

5 × 4 = 20 சம பாகங்களை உருவாக்குதல்.

இந்த நிழல் பகுதிகளின் எண்ணிக்கை = 2.

எனவே, ஒரு மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் $\frac{1}{}$ = 20 4 $\frac{2}{}$.

(ii) இப்போது, நாம் 3 ஆல் பெருக்க வேண்டும் $\frac{2}{20}$.



ஒரு மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் = 3 × 4 $\frac{3}{}$ $\frac{2}{20}$

$= \frac{6}{20}$.

எனவே, 4 $\frac{3}{} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10.}$

கலந்துரையாடல்

ஒரு பின்னத்தை மற்றொரு பின்னத்தால் பெருக்கும் விஷயத்தில், ஒரு பின்னத்தை ஒரு முழு எண்ணால் பெருக்கும்போது பயன்படுத்திய முறையைப் போன்ற ஒரு முறையைப் பின்பற்றுகிறோம். நாம் பின்வருமாறு பெருக்குகிறோம்:

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$

$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5} \div 4 = \frac{2}{20}$ பெருக்கலை 4 ஆல் வகுக்கவும்.

$\frac{3}{4}$ $3 \times \frac{2}{20} = \frac{6}{}$ = பெருக்கலை 3. 20 ஆல் வகுக்கவும்.

கணிதம் பேச்சு

இந்தப் புரிதலைப் பயன்படுத்தி, 4 ஐப் பெருக்கவும். $\frac{5}{} \times \frac{3}{2}$.

முதலில், அலகு வர்க்கத்தை 2 ஆக எடுத்துக் கொண்டு, பிரதிநிதித்துவப்படுத்துவோம். $\frac{3}{}$

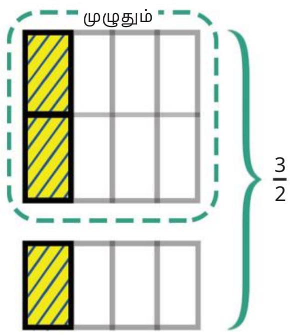
முழுமை. பின்னம் ஒரு முழுமை மற்றும் 2 என்பதால் $\frac{3}{}$

பாதி, அதை பின்வருமாறு காணலாம்:

பெருக்கல் படிகளைப் பின்பற்றி, நாம் செய்ய வேண்டியது

முதலில் இந்தப் பகுதியை 4 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கவும். இது 2 ஆக இருக்கலாம். $\frac{3}{}$

படம் 8.2 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி மஞ்சள் நிறத்துடன் செய்யப்பட வேண்டும்.



படம் 8.2

பெறப்பட்ட பின்னத்தைக் குறிக்கும் நிழலாடிய பகுதி 3

4 சம பாகங்களாகப் பிரிப்பதன் மூலம் அதன் மதிப்பு என்ன? $\frac{}{2}$

முழுமையும் — எனப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளதை நாம் காண்கிறோம்.

2 வரிசைகள் மற்றும் 4 நெடுவரிசைகள்,

2 × 4 = 8 சம பாகங்களை உருவாக்குதல்.

நிழலாடிய பகுதிகளின் எண்ணிக்கை = 3.

எனவே மஞ்சள் நிற நிழல் பகுதி = 8 $\frac{3}{}$.

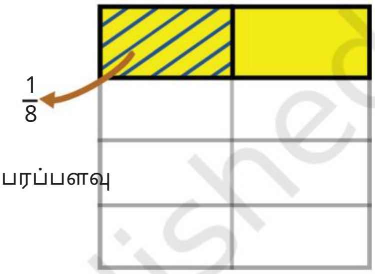
இப்போது, அடுத்த படி இந்த முடிவை 5 ஆல் பெருக்க வேண்டும். இது 5 ஐ அளிக்கிறது.

மற்றும் : இன் பெருக்கல் $\frac{}{4}$ $\frac{3}{2}$

$$\frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = 5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8}.$$

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவிற்கும் பின்னத்திற்கும் இடையிலான இணைப்பு பெருக்கல்

படம் 8.3-ல், நிழலாடிய செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் என்ன? நாம் ஒரு அலகு சதுரத்துடன் (பக்கம் 1 அலகு) தொடங்கியதால், நீளம் மற்றும் அகலம் என்பது அலகு $\frac{1}{2}$ மற்றும் அலகு $\frac{1}{4}$.



படம் 8.3

இந்த செவ்வகத்தின் பரப்பளவு என்ன? இதுபோன்ற 8 செவ்வகங்கள் பரப்பளவின் வர்க்கத்திற்கு 1 சதுர அலகு தருவதைக் காண்கிறோம். எனவே, ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு சதுர $\frac{1}{8}$ அலகுகள் ஆகும்.

நீளம் மற்றும் அகலத்தின் பெருக்கலுக்கும் பரப்பளவிற்கும் இடையே ஏதேனும் தொடர்பு இருக்கிறதா?

பின்னப் பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு அதன் பக்கங்களின் பெருக்கத்திற்குச் சமம்.

பொதுவாக, இரண்டு பின்னங்களின் பெருக்கற்பலனைக் கண்டுபிடிக்க விரும்பினால், இரண்டு பின்னங்களையும் அதன் பக்கங்களாகக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் காணலாம்.

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. பின்வரும் பெருக்கல்களைக் கண்டறியவும். பின்னங்களைக் குறிக்க ஒரு அலகு சதுரத்தை முழுவதுமாகப் பயன்படுத்தவும்:

(அ) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$

(ஆ) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$

(இ) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$

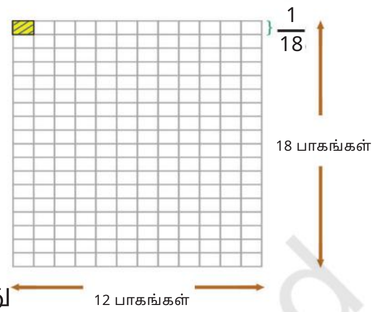
(ஈ) $\frac{1}{6} \times \frac{1}{5}$

இப்போது, 12 ஐக் கண்டுபிடி. $\frac{1}{} \times \frac{1}{18}.$

ஒரு அலகு சதுரத்தைப் பயன்படுத்தி பின்னங்களைக் குறிப்பதன் மூலம் இதைச் செய்வது சிக்கலானது. மேற்கண்ட நிகழ்வுகளில் நாம் என்ன செய்தோம் என்பதைக் கவனிப்பதன் மூலம் பெருக்கற்பலனைக் கண்டுபிடிப்போம்.

ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும், முழுதும் வரிசைகள் மற்றும் நெடுவரிசைகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

வரிசைகளின் எண்ணிக்கை பெருக்கலின் வகுப்பாகும், இது இந்த விஷயத்தில் 18 ஆகும்.



நெடுவரிசைகளின் எண்ணிக்கை வகுப்பான் ஆகும் பெருக்கியின், இது இந்த விஷயத்தில் 12 ஆகும்.

இவ்வாறு, முழுதும் 18 × 12 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே, $\frac{1}{18} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{(18\times12)} = \frac{1}{216}.$

இவ்வாறு, இரண்டு பின்ன அலகுகள் இருக்கும்போது பெருக்கினால், அவற்றின் பெருக்கல்

$$\frac{1}{\text{(வகுப்புகளின் பெருக்கல்)}}.$$

இதை நாங்கள் இவ்வாறு வெளிப்படுத்துகிறோம்:

$$\frac{1}{\text{பி}} \times \frac{1}{\text{ஈ}} = \frac{1}{\text{பி} \times \text{ஈ}}.$$

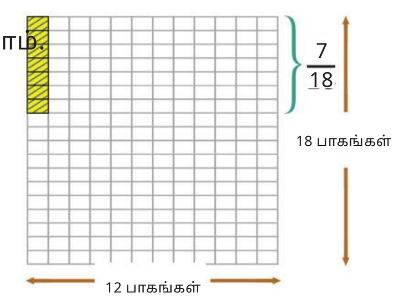
2. பின்வரும் பெருக்கல்களைக் கண்டறியவும். பின்னங்களைக் குறிக்கவும் செயல்பாடுகளைச் செய்யவும் ஒரு அலகு சதுரத்தை முழுவதுமாகப் பயன்படுத்தவும்.

(அ) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ (ஆ) $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$

(இ) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ (ஈ) $\frac{4}{6} \times \frac{3}{5}$

எண்கள் மற்றும் வகு எண்களைப் பெருக்குதல்

இப்போது, $\frac{5}{12} \times \frac{7}{18}$ ஐக் கண்டுபிடி.

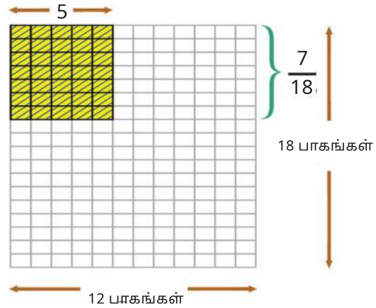


முந்தைய நிகழ்வைப் போலவே, படிப்படியாகப் பெருக்குவதன் மூலம் பெருக்கற்பலனைக் கண்டுபிடிப்போம்.

முதலில், முழுதும் 18 வரிசைகளாகவும் 12 நெடுவரிசைகளாகவும் பிரிக்கப்பட்டு 12 × 18 சம பாகங்களை உருவாக்குகிறது.

12 ஐ 18 ஆக வகுத்தால் நமக்குக் கிடைக்கும் மதிப்பு $\frac{7}{18}$

$\frac{7}{\text{பாகங்கள் } (12 \times 18)}$.



பின்னர், இந்த முடிவை 5 ஆல் பெருக்கினால் (5 × 7)
இது (12 × 18) ஆகும். கிடைக்கும்.

எனவே, 12 $\frac{5}{} \times \frac{7}{8} = \frac{(5 \times 7)}{(12 \times 18)} = \frac{}{216.}$

இதிலிருந்து நாம் பொதுவாகக் காணக்கூடியது என்னவென்றால்,

$$\frac{அ}{பி} \times \frac{இ}{ஈ} = \frac{a \times c}{பி \times ஈ}.$$

இந்த சூத்திரம் முதன்முதலில் இந்தப் பொது வடிவத்தில் பிரம்மகுப்தரால் கி.பி 628 இல் தனது பிரம்மஸ்புத சித்தாந்தத்தில் கூறப்பட்டது.

மேலே உள்ள சூத்திரம் பெருக்கி அல்லது பெருக்கல் ஒரு முழு எண்ணாக இருந்தாலும் கூட வேலை செய்யும். நாம் முழு எண்ணையும் வகுக்கும் 1 ஐக் கொண்டு பின்னமாக மீண்டும் எழுதலாம். எடுத்துக்காட்டாக,

3 × $\frac{3}{}$ என்பதை 4 என எழுதலாம். $\frac{3}{1} \times \frac{3}{4}$

$$= \frac{3 \times 3}{1 \times 4} = \frac{9}{4}.$$

மேலும்,

$\frac{3}{}$ × 4 ஐ 5 என்று எழுதலாம். $\frac{3}{5} \times \frac{4}{1}$

$$= \frac{3 \times 4}{5 \times 1} = \frac{12}{5}.$$

பின்னங்களின் பெருக்கல் - மிகக் குறைந்த வடிவத்திற்கு எளிமைப்படுத்துதல்

? பின்வரும் பின்னங்களைப் பெருக்கி, பெருக்கப் பெருக்கத்தை அதன் மிகக் குறைந்த வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தவும்:

$$\frac{12}{7} \times \frac{5}{24 \text{ ம.நே.}}$$

எண்கள் (12 மற்றும் 5) மற்றும் பகுதிகளைப் பெருக்குவதற்குப் பதிலாக (7 மற்றும் 24) முதலில், பின்னர் எளிமைப்படுத்தி, பின்வருவனவற்றைச் செய்யலாம்:

$$\frac{12}{7} \times \frac{5}{24 \text{ ம.நே.}} = \frac{12 \times 5}{7 \times 24}$$

வட்டமிடப்பட்ட இரண்டு எண்களும் 12 என்ற பொதுவான காரணியைக் கொண்டிருப்பதைக் காண்கிறோம். ஒரு பின்னம், தொகுதி மற்றும் பகுதியை பொதுவான காரணியால் வகுத்தால், அது மாறாமல் இருக்கும் என்பதை நாம் அறிவோம். இந்த விஷயத்தில், அவற்றை 12 ஆல் வகுக்கலாம்.

$$\frac{\cancel{12}^{\,1} \times 5}{7 \times \cancel{24}_{\,2}} = \frac{1 \times 5}{7 \times 2} = \frac{5}{14}.$$

இதே நுட்பத்தைப் பயன்படுத்தி இன்னும் ஒரு பெருக்கலைச் செய்வோம்.

$$\frac{14}{15} \times \frac{25}{42 \text{ (அ)}}$$

$$\frac{\cancel{14}^{\,1} \times \cancel{25}^{\,5}}{\cancel{15}_{\,3} \times \cancel{42}_{\,3}} = \frac{1 \times 5}{3 \times 3} = \frac{5}{9}.$$

பின்னங்களைப் பெருக்கும்போது, தொகுதிகளையும் வகுகளையும் பெருக்குவதற்கு முன், தொகுதியையும் வகுவையும் அவற்றின் பொதுவான காரணிகளால் வகுக்கலாம். இது பொதுவான காரணிகளை ரத்து செய்தல் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

ஒரு துளி வரலாறு

இந்தியாவில், ஒரு பகுதியை அதன் மிகக் குறைந்த சொற்களுக்குக் குறைக்கும் செயல்முறை - அபவர்தனம் என்று அழைக்கப்படுகிறது - மிகவும் பிரபலமானது, இது கணிதம் அல்லாத ஒரு படைப்பிலும் கூட குறிப்பிடப்படுகிறது. ஒரு ஜைன அறிஞர் உமாஸ்வதி (கி.பி. 150) ஒரு தத்துவப் படைப்பில் இதை ஒரு உவமையாகப் பயன்படுத்தினார்.

? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. ஒரு குழாயிலிருந்து தண்ணீர் தொட்டி நிரப்பப்படுகிறது. குழாய் 1 மணி நேரம் திறந்திருந்தால், 10 மணி நேரத்தில் $\frac{7}{\ }$

தொட்டி நிரம்பும். குழாய் திறந்திருந்தால் தொட்டியில் எவ்வளவு நிரம்பும்?

க்கான

(அ) $\frac{1}{3}$ மணி ____________________

(ஆ) $\frac{2}{3}$ மணி ____________________

(இ) $\frac{3}{4}$ மணி ____________________

(ஈ) $\frac{7}{10}$ மணி ____________________

(இ) தொட்டி நிரம்ப வேண்டுமானால், குழாய் எவ்வளவு நேரம் இயங்க வேண்டும்?

இது

2. சாலை அமைக்க சோமுவின் நிலத்தை அரசாங்கம் கையகப்படுத்தியுள்ளது. $\frac{1}{6}$

சோமுவிடம் இப்போது நிலத்தின் எந்தப் பகுதி உள்ளது? அவள் பாதியைக் கொடுக்கிறாள்?

மீதமுள்ள நிலத்தை அவரது மகள் கிருஷ்ணா மற்றும் 3 பேருக்கு $\frac{1}{}$

அதை அவளுடைய மகன் போராவிடம் கொடுத்தாள். அவர்களுடைய பங்குகளை அவர்களுக்குக் கொடுத்த பிறகு, அவள் அதை வைத்திருக்கிறாள்.

மீதமுள்ள நிலத்தை தனக்கென வைத்திருக்க வேண்டும்.

(அ) கிருஷ்ணருக்கு அசல் நிலத்தின் எந்தப் பகுதி கிடைத்தது?

(ஆ) போராவுக்கு அசல் நிலத்தின் எந்தப் பகுதி கிடைத்தது?

(இ) சோமு அசல் நிலத்தின் எந்தப் பகுதியை தனக்கென வைத்திருந்தார்?

3. 3 அடி மற்றும் 9 அடி பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் கண்டறியவும். $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{5}$

4. சேவாங் தனது தோட்டத்தில் தொடர்ச்சியாக நான்கு மரக்கன்றுகளை நடுகிறார். தூரம்

இரண்டு மரக்கன்றுகளுக்கு இடையில் $\frac{3}{}$ மீ. முதல் 4 க்கு இடையிலான தூரத்தைக் கண்டறியவும்.

கடைசி மரக்கன்று உள்ளது. [குறிப்பு: நான்கு மரக்கன்றுகளைக் கொண்டு ஒரு தோராயமான வரைபடத்தை

வரையவும் 3

இரண்டு மரக்கன்றுகளுக்கு இடையே உள்ள தூரம் $\frac{}{4}$ மீ]

5. எது கனமானது: 15 $\frac{12}{}$ 500 கிராம் அல்லது 4 $\frac{3}{20}$ கிலோ?

பெருக்கப்படும் எண்களை விட எப்போதும் பெருக்கல் அதிகமாக உள்ளதா?

ஒரு எண்ணை 1 ஆல் பெருக்கும்போது, அதன் பலன் மாறாமல் இருக்கும் என்பதை நாம் அறிந்திருப்பதால், இரண்டு எண்களும் 1 ஆக இல்லாத எண்களின் ஜோடிகளைப் பெருக்குவதைப் பார்ப்போம்.

1 ஐ விட பெரிய இரண்டு எண்ணும் எண்களைப் பெருக்கும்போது, 3 என்று வைத்துக்கொள்வோம். 5 இல், பெருக்கப்படும் இரண்டு எண்களையும் விட பெருக்கல் அதிகமாக உள்ளது.

$$3 \times 5 = 15$$

பெருக்கல் 15, 3 மற்றும் 5 இரண்டையும் விட அதிகம்.

ஆனால் நாம் 8 ஐப் பெருக்கும்போது என்ன நடக்கும்? $\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} \times 8 = 2$$

மேலே உள்ள பெருக்கலில், 2 என்ற பெருக்கல் 4 ஐ விடப் பெரியது. $\frac{1}{}$, ஆனால் குறைவாக

8 ஐ விட.

நாம் பெருக்கும்போது என்ன நடக்கும்? $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20}$$

இந்தப் பொருளை எண்களுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்ப்போம். இதற்கு, 20 4 $\frac{6}{}$ $\frac{3}{}$ $\frac{2}{5}$

Machine Translated by Google

3 15 2 8

நாம் வெளிப்படுத்துவோம் மற்றும் 4 ஆக

20 5 20.

இதிலிருந்து பெருக்கல் இரண்டு எண்களையும் விடக் குறைவாக இருப்பதைக் காணலாம்.

பெருக்கல் இரண்டு எண்களையும் விட எப்போது பெரியது, எப்போது இரண்டு எண்களுக்கு இடையில் உள்ளது, எப்போது இரண்டையும் விட சிறியது என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்?

[குறிப்பு: பெருக்கல் மற்றும் பெருக்கல் எண்களுக்கு இடையிலான உறவு, அவை 0 மற்றும் 1 க்கு இடையில் உள்ளதா அல்லது 1 ஐ விட பெரியதா என்பதைப் பொறுத்தது. வெவ்வேறு ஜோடி எண்களை எடுத்து அவற்றின் பெருக்கத்தைக் கவனியுங்கள். ஒவ்வொரு பெருக்கலுக்கும், பின்வரும் கேள்விகளைக் கவனியுங்கள்.]

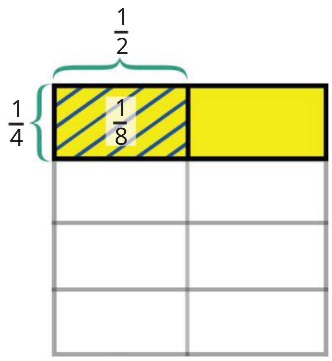
சூழ்நிலை	பெருக்கல்	உறவுமுறை
சூழ்நிலை 1	இரண்டு எண்களும் 14 ஐ விடப் பெரியவை . (எ.கா., × 4) 3	தயாரிப்பு (16 3) என்பது இரண்டையும் விடப் பெரியது எண்கள்
சூழ்நிலை 2	இரண்டு எண்களும் 0 மற்றும் 13 க்கு இடையில் உள்ளன. (எ.கா., ×) 4 5	தயாரிப்பு (3 10) என்பது இரண்டு எண்களையும் விடக் குறைவு
சூழ்நிலை 3	ஒரு எண் 0 மற்றும் 1 க்கு இடையில் உள்ளது, மேலும் ஒரு எண் 13 ஐ விடப் பெரியது. (எ.கா., × 5) 4	தயாரிப்பு (15) என்பது எண்ணை விட 4 குறைவு. 0 மற்றும் 1 க்கு இடையிலான எண்ணை விட 1 ஐ விட பெரியது மற்றும் பெரியது.

ஒவ்வொரு சூழ்நிலைக்கும் இதுபோன்ற கூடுதல் உதாரணங்களை உருவாக்கி, பெருக்கப்படும் பெருக்கத்திற்கும் எண்களுக்கும் இடையிலான உறவைக் கவனியுங்கள்.

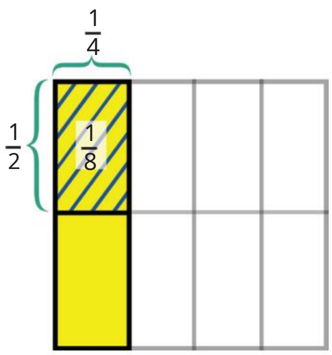
? பெருக்கப்படும் எண்களுக்கும் பெருக்கப் பெருக்கத்திற்கும் இடையிலான தொடர்பு பற்றி நீங்கள் என்ன முடிவு எடுக்க முடியும்? கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பவும்:

- பெருக்கப்படும் எண்களில் ஒன்று 0 மற்றும் 1 க்கு இடையில் இருக்கும்போது, அதன் பெருக்கல் மற்ற எண்ணை விட ___________ (பெரியது/குறைவு) ஆகும்.
- பெருக்கப்படும் எண்களில் ஒன்று 1 ஐ விட அதிகமாக இருக்கும்போது, அதன் பெருக்கல் மற்ற எண்ணை விட ____________ (பெரியது/குறைவு) ஆகும்.

பெருக்கல் வரிசை



நமக்குத் தெரியும் 2 $\frac{1}{\;} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.



இப்போது, 4 என்றால் $\frac{1}{\;} \times \frac{1}{2}$? என்ன?

அதுவும் கூட $\frac{1}{8}$

பொதுவாக, ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் ஒன்றுக்கொன்று மாற்றப்பட்டாலும் அதன் பரப்பளவு மாறாமல் இருப்பதைக் கவனியுங்கள்.

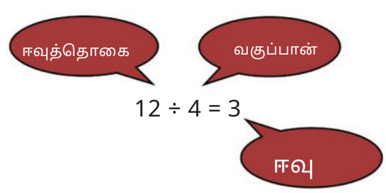
பெருக்கல் வரிசை ஒரு பொருட்டல்ல. எனவே,

$$\frac{அ}{பி} \times \frac{இ}{ஈ} = \frac{இ}{ஈ} \times \frac{அ}{பி}.$$

பின்னங்களைப் பெருக்குவதற்கான பிரம்மகுப்தரின் சூத்திரத்திலிருந்தும் இதைக் காணலாம்.

8.2 பின்னங்களின் பிரிவு

12 ÷ 4 என்றால் என்ன? இது உங்களுக்கு ஏற்கனவே தெரியும். ஆனால் இந்தப் பிரச்சனையை ஒரு பெருக்கல் பிரச்சனையாக மீண்டும் கூற முடியுமா?



12 பெற எதை 4 ஆல் பெருக்க வேண்டும்? அதாவது,

$$4 \times ? = 12$$

வகுத்தலை பெருக்கலாக மாற்றும் இந்த நுட்பத்தை நாம் பயன்படுத்தலாம்.

பின்னங்களைப் பிரிப்பதில் உள்ள சிக்கல்கள். 2

1 ÷ என்றால் என்ன ? 3

இதை ஒரு பெருக்கல் கணக்காக மாற்றி எழுதுவோம்.

$$\frac{2}{3} \times ? = 1$$

எதை 3 ஆல் பெருக்க வேண்டும் 2 தயாரிப்பு 1 ஐப் பெறவா?

நாம் எப்படியாவது 2 மற்றும் 3 ஐ ரத்து செய்தால், நமக்கு 1 மிச்சமாகும்.

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \boxed{\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}} = 1$$

பதில்

எனவே,

$$1 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2}.$$

இன்னொரு சிக்கலை முயற்சிப்போம்:

$$3 \div \frac{2}{3}.$$

இதுவும் அதேதான்

$$\frac{2}{3} \times ? = 3.$$

உங்களால் பதில் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

1 ஐப் பெற எதைப் பெருக்க வேண்டும் என்பது நமக்குத் தெரியும். நாம் அந்த 3 ஐப் பெருக்க வேண்டும். 2

3 ஐப் பெற 3 ஆல் பெருக்கவும். எனவே,

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \boxed{\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \times 3} = 3$$

பதில்

எனவே,

$$3 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}.$$

என்ன $\frac{1}{5} \div \frac{1}{2}$?

அதை ஒரு பெருக்கல் கணக்காக மீண்டும் எழுதினால், நமக்குக் கிடைக்கும்

$$\frac{1}{2} \times ? = \frac{1}{5}.$$

இதை எப்படி தீர்ப்பது?

$$\frac{1}{\cancel{2}} \times \boxed{\cancel{2} \times \frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$$

பதில்

எனவே,

$$\frac{1}{5} \div \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}.$$

என்ன $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$?

இதைப் பெருக்கலாக மீண்டும் எழுதினால், நமக்குக் கிடைக்கும்

$$\frac{3}{5} \times ? = \frac{2}{3}.$$

இதை எப்படி தீர்ப்போம்?

$$\frac{3}{\cancel{5}} \times \boxed{\frac{\cancel{5}}{\cancel{3}} \times \frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

பதில்

எனவே,

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9}.$$

கலந்துரையாடல்

மேலே உள்ள ஒவ்வொரு வகுத்தல் பிரச்சனையிலும், நாம் எப்படி விடையைக் கண்டுபிடித்தோம் என்பதைக் கவனியுங்கள். இரண்டு பின்னங்களை எவ்வாறு வகுப்பது என்று சொல்லும் ஒரு விதியை உருவாக்க முடியுமா?

முந்தைய சிக்கலைப் பார்ப்போம்.

ஒவ்வொரு வகுத்தல் கணக்கிலும் நமக்கு ஒரு ஈவு, வகுபொருள் மற்றும் ஈவு உள்ளது. ஈவைப் பெற நாம் பயன்படுத்தி வரும் நுட்பம்:

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$$

ஈவுத்தொகை　　வகுப்பான்

$$= \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$$

ஈவு

1. முதலில், வகுபொருளால் பெருக்கும்போது 1 கிடைக்கும் எண்ணைக் கண்டறியவும்.

   இதன் விளைவாக வரும் எண் ஒரு பின்னம் என்பதைக் காண்கிறோம், அதன் தொகுதி வகுபவரின் வகுப்பாகவும், வகுபவரின் தொகுதியாகவும் உள்ளது.

   வகுப்பிக்கு இந்தப் பின்னம் $\frac{5}{3}$. 5 இன் தலைகீழ் எண்ணை நாம் $\frac{5}{3}$ அழைக்கிறோம். $\frac{3}{5}$.

   ஒரு பின்னத்தை அதன் தலைகீழ் எண்ணால் பெருக்கும்போது, நமக்கு 1 கிடைக்கிறது. எனவே, நமது நுட்பத்தில் முதல் படி வகுப்பியின் தலைகீழ் எண்ணைக் கண்டுபிடிப்பதாகும்.

2. பின்னர் இந்த ஈவுத்தொகையை இந்த தலைகீழ் எண்ணால் பெருக்கி,
ஈவு.

சுருக்கமாக, இரண்டு பின்னங்களைப் பிரிக்க:

- வகுபொருளின் தலைகீழ் எண்ணைக் கண்டறியவும்.
- ஈவுத்தொகையைப் பெற இதை ஈவுத்தொகையால் பெருக்கவும்.

எனவே,

$$\frac{அ}{பி} \div \frac{இ}{ஈ} = \frac{ஈ}{இ} \times \frac{அ}{பி} = \frac{ஈ \times அ}{இ \times பி.}$$

இதை இவ்வாறு மாற்றி எழுதலாம்:

$$\frac{அ}{பி} \div \frac{இ}{ஈ} = \frac{அ}{பி} \times \frac{ஈ}{இ} = \frac{a \times d}{b \times c}.$$

நீங்கள் முன்னர் கற்றுக்கொண்ட பின்னங்களின் கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் பெருக்கல் முறைகள் மற்றும் சூத்திரங்களைப் போலவே, பின்னங்களைப் பிரிப்பதற்கான இந்த முறை மற்றும் சூத்திரம், இந்த பொது வடிவத்தில், முதலில் பிரம்மகுப்தரால் தனது பிரம்மஸ்புதசித்தாந்தத்தில் (கி.பி 628) வெளிப்படையாகக் கூறப்பட்டது.

எனவே, மதிப்பிட, எடுத்துக்காட்டாக, 3 $\frac{2}{\;} \div \frac{3}{\;}$ பிரம்மகுப்தரின் சூத்திரம் 5 ஐப் பயன்படுத்தி

மேலே, நாம் எழுதுகிறோம்:

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 3} = \frac{10}{9}.$$

ஈவுத்தொகை, வகுப்பான் மற்றும் ஈவுத்தொகை

இரண்டு முழு எண்களைப் வகுக்கும்போது, 6 ÷ 3 என்று வைத்துக்கொள்வோம், நமக்கு ஈவு 2 கிடைக்கிறது. இங்கே ஈவு ஈவுத்தொகையை விடக் குறைவு.

$$6 \div 3 = 2,\ 2 < 6$$

ஆனால் 6 ஐ வகுக்கும்போது என்ன நடக்கும்? $\frac{1}{4}$

$$6 \div \frac{1}{4} = 24.$$

இங்கே ஈவு ஈவுத்தொகையை விட அதிகமாக உள்ளது!

நாம் வகுத்தால் என்ன நடக்கும்? $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{8} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

இங்கும் ஈவு ஈவுத்தொகையை விட அதிகமாக உள்ளது.

ஈவு ஈவுத்தொகையை விட எப்போது குறைவாக இருக்கும் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள், எப்போது இது ஈவுத்தொகையை விட அதிகமாக உள்ளதா?

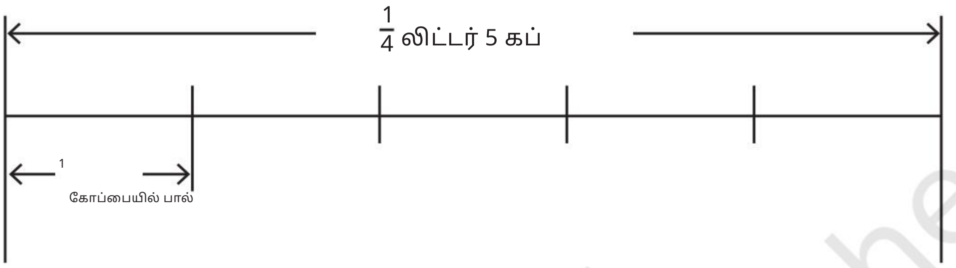
வகுத்திக்கும் ஈவுக்கும் இடையே இதே போன்ற தொடர்பு உள்ளதா?

பெருக்கலில் இதுபோன்ற உறவுகளைப் பற்றிய உங்கள் புரிதலைப் பயன்படுத்தவும் மேலே உள்ள கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்கவும்.

8.3 பின்னங்கள் சம்பந்தப்பட்ட சில சிக்கல்கள்

உதாரணம் 3: லீனா 5 கப் தேநீர் தயாரித்தார். இதற்காக அவர் ஒரு லிட்டர் $\frac{1}{4}$ பால் பயன்படுத்தினார்.

ஒவ்வொரு கோப்பை தேநீரிலும் எவ்வளவு பால் இருக்கிறது?



லீனா 5 கப் தேநீரில் $\frac{1}{4}$ லிட்டர் பால் பயன்படுத்தினார். எனவே, 1 கப் தேநீரில் பால் அளவு இருக்க வேண்டும்:

$$\frac{1}{4} \div 5.$$

இதைப் பெருக்கலாக எழுதுகையில், நமக்குக் கிடைப்பது:

$$5 \times (\text{ஒரு கோப்பைக்கு பால்}) = \frac{1}{4}.$$

பிரம்மகுப்தரின் முறைப்படி நாம் பின்வருமாறு வகுத்தலைச் செய்கிறோம்:

5 இன் (வகுப்பான்) தலைகீழ் எண் $\frac{1}{5}$ ஆகும்.

இந்த தலைகீழ் எண்ணை ஈவுத்தொகையால் பெருக்குதல் ($\frac{1}{4}$), நமக்குக் கிடைக்கிறது

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}.$$

எனவே, ஒவ்வொரு கப் தேநீரிலும் $\frac{1}{20}$ லிட்டர் பால் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 4: அலகு அல்லாத பின்னங்களுடன் பணிபுரிவதற்கான பழமையான எடுத்துக்காட்டுகள் மனிதகுலத்தின் பழமையான வடிவியல் நூல்களான சுல்பசூத்திரத்தில் காணப்படுகின்றன. பௌதாயனரின் சுல்பசூத்திரத்திலிருந்து (கி.மு. 800) ஒரு உதாரணம் இங்கே.

7 சதுர அலகுகள் கொண்ட பரப்பளவை சதுர செங்கற்களால் மூடவும், ஒவ்வொன்றும் 2 சதுர செங்கற்கள் $\frac{1}{...}$ கொண்டவை. பக்கங்கள் என்பது $\frac{1}{5}$ அலகுகள்.

எத்தனை சதுர செங்கற்கள் தேவை?

ஒவ்வொரு சதுர செங்கலும் 5 சதுர மீட்டர் பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது. $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$ சதுர அலகுகள்.

உள்ளடக்கப்பட வேண்டிய மொத்த பரப்பளவு 7 2 $\frac{1}{}$ ஆகும். சதுர அலகுகள் = $\frac{15}{2}$ சதுர அலகுகள்.

(செங்கற்களின் எண்ணிக்கை) × (ஒரு செங்கலின் பரப்பளவு) = மொத்த பரப்பளவு,

செங்கற்களின் எண்ணிக்கை $\frac{15}{= 2} \div \frac{1}{25.}$

வகுபொருளின் தலைகீழ் எண் 25 ஆகும்.

ஈவுத்தொகையால் பரஸ்பரத்தைப் பெருக்கினால், நமக்குக் கிடைக்கும்

$$25 \times \frac{15}{2} = \frac{25 \times 15}{2} = \frac{375}{2.}$$

எடுத்துக்காட்டு 5: இந்தப் பிரச்சினையை சதுர்வேத பிருதுதகஸ்வாமி (கி.பி. 860) பிரம்மகுப்தரின் பிரம்மஸ்புதசித்தாந்தம் என்ற புத்தகத்திற்கு விளக்கவுரையில் முன்வைத்தார் .

நான்கு நீரூற்றுகள் ஒரு நீர்த்தேக்கத்தை நிரப்புகின்றன. முதல் நீரூற்று ஒரு நாளில் நீர்த்தேக்கத்தை நிரப்ப முடியும். இரண்டாவது நீரூற்று அரை நாளில் அதை நிரப்ப முடியும். மூன்றாவது ஒரு நாளில் கால் பங்கில் அதை நிரப்ப முடியும். நான்காவது நீர்த்தேக்கத்தை ஒரு நாளில் ஐந்தில் ஒரு பங்கில் நிரப்ப முடியும். அவை அனைத்தும் ஒன்றாகப் பாய்ந்தால், அவை எவ்வளவு நேரத்தில் நீர்த்தேக்கத்தை நிரப்பும்?

இந்தப் பிரச்சினையை படிப்படியாகத் தீர்ப்போம்.

ஒரு நாளில், எத்தனை முறை —

- முதல் நீரூற்று 1÷ 1 = 1 என்ற அளவில் தொட்டியை நிரப்பும்.
- இரண்டாவது நீரூற்று நீர்த்தேக்கத்தை நிரப்பும் அளவு 1 ÷ 2 ஆகும். $\frac{1}{} =$ ______
- மூன்றாவது நீரூற்று தொட்டியை நிரப்பும் 1 ÷ $\frac{1}{4} =$ ______
- நான்காவது நீரூற்று நீர்த்தேக்கத்தை நிரப்பும் அளவு 1 ÷ 5 ஆகும். $\frac{1}{} =$ ______

நான்கு நீரூற்றுகளும் சேர்ந்து ஒரு நாளில் நீர்த்தேக்கத்தை எத்தனை முறை நிரப்பும்? = 12.

_ + _ + _ + _

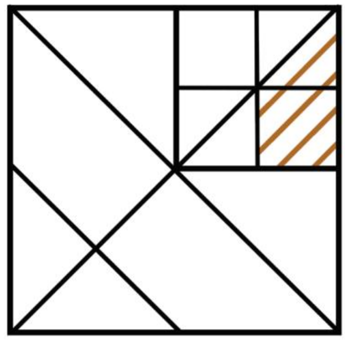
இதனால், நான்கு நீரூற்றுகளும் தொட்டியை நிரப்ப எடுக்கும் மொத்த நேரம் 1

ஒன்றாக நாட்கள். $\frac{}{12}$

Machine Translated by Google

பின்ன உறவுகள்

இங்கே ஒரு சதுரம் உள்ளது, அதன் உள்ளே சில கோடுகள் வரையப்பட்டுள்ளன.



படம் 8.4

முழு சதுரத்தின் பரப்பளவில் எந்தப் பகுதியை நிழலாடிய பகுதி கொண்டுள்ளது?

ஆக்கிரமிக்கவா?

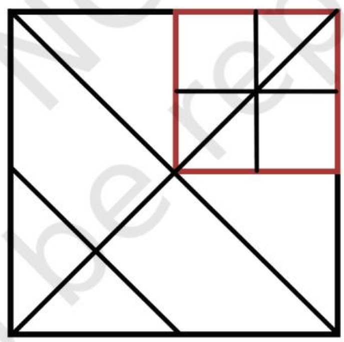
கணிதம் பேச்சு

இந்தப் பிரச்சனையைத் தீர்க்க பல்வேறு வழிகள் உள்ளன. அவற்றில் ஒன்று இங்கே: முழு சதுரத்தின் பரப்பளவு 1 சதுர அலகாக இருக்கட்டும்.

1

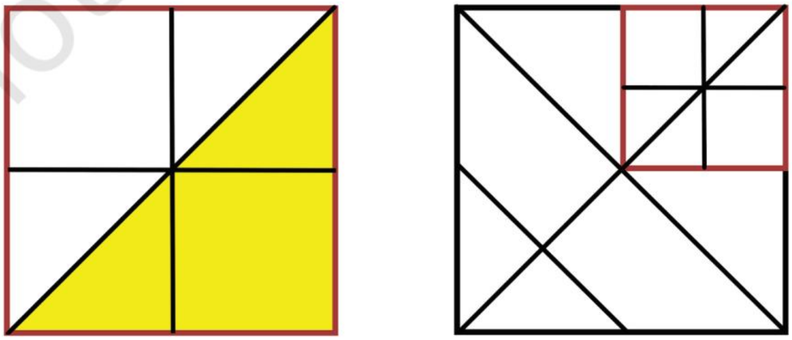
மேல் வலது சதுரம் (படம் 8.5 இல்), 4 ஐ ஆக்கிரமித்திருப்பதைக் காணலாம்.

முழு சதுரத்தின் பரப்பளவு.



படம் 8.5

சிவப்பு சதுரத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{4}$ சதுர அலகுகள்.

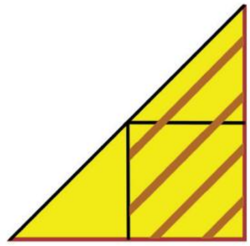


படம், 8.6

Machine Translated by Google

இந்த சிவப்பு சதுரத்தைப் பார்ப்போம். அதற்குள் இருக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு (மஞ்சள் நிறத்தில்) சிவப்பு சதுரத்தின் பாதி பரப்பளவு. எனவே,

மஞ்சள் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு = 2 $\frac{1}{} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ சதுர அலகுகள்.



இந்த மஞ்சள் முக்கோணத்தின் எந்தப் பகுதி நிழலிடப்பட்டுள்ளது?

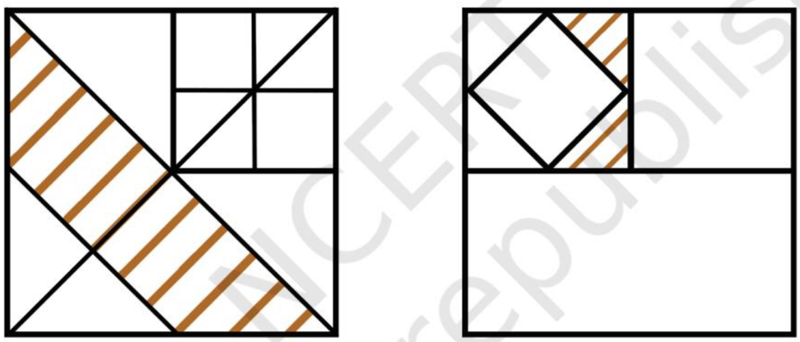
நிழலாடிய பகுதி ஆக்கிரமித்துள்ளது $\frac{3}{}$ 4 இன் பரப்பளவில்

மஞ்சள் முக்கோணம். ஏன் என்று உங்களால் புரியுமா?

நிழலாடிய பகுதியின் பரப்பளவு = 4 $\frac{3}{} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{}$ சதுர அலகுகள்.

இதனால், நிழலாடிய பகுதி முழு சதுரத்தின் $\frac{3}{}$ பரப்பளவையும் ஆக்கிரமிக்கிறது.

? கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு படத்திலும், நிழலாடிய பகுதி ஆக்கிரமித்துள்ள பெரிய சதுரத்தின் பின்னத்தைக் கண்டறியவும்.



இந்த வகையான இன்னும் சுவாரஸ்யமான சிக்கல்களைப் பின்னர் ஒரு அத்தியாயத்தில் தீர்ப்போம்.

ஒரு நாடக நன்கொடை

பின்வரும் பிரச்சனை , கி.பி 1150 இல் எழுதப்பட்ட பாஸ்கராச்சாரியாரின் (பாஸ்கரா II) புத்தகமான லீலாவதியிலிருந்து மொழிபெயர்க்கப்பட்டுள்ளது . 1

"ஓ ஞானி! ஒரு கஞ்சன் 5ல் ஒரு பிச்சைக்காரனுக்குக் கொடுத்தான் $\frac{1}{16}$ 4 $\frac{1}{}$ $\frac{1}{}$ 2 இல் இருந்து $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

ஒரு நாடகம். பின்னங்களின் கணிதம் உங்களுக்கு நன்றாகத் தெரிந்தால், எனக்கு O சொல்லுங்கள்.

குழந்தாய், கஞ்சன் பிச்சைக்காரனுக்கு எத்தனை கோவரி ஓடுகளைக் கொடுத்தான்.

அந்தக் காலத்தில் பயன்படுத்தப்பட்ட வெள்ளி நாணயத்தை டிராமா குறிக்கிறது. ஒரு டிராமா 1280 கோவரி ஓடுகளுக்குச் சமம் என்று கதை கூறுகிறது. அந்த நபர் ஒரு டிராமாவின் எந்தப் பகுதியைக் கொடுத்தார் என்று பார்ப்போம்:

$$(\frac{1}{2}) \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{16} \times \frac{}{1\ 4)}$$ வது நாடகத்தின் ஒரு பகுதி.

அதை மதிப்பிடும்போது 7680 $\frac{6}{}$ கிடைக்கிறது.

அதன் மிகக் குறைந்த வடிவத்திற்கு எளிமைப்படுத்தும்போது, நமக்குக் கிடைக்கும்

$$\frac{6}{7680} = \frac{1}{1280}.$$

எனவே, பிச்சைக்காரனுக்கு ஒரு கோவரி ஓடு வழங்கப்பட்டது.

பாஸ்கராச்சாரியாரின் நகைச்சுவை உணர்வை நீங்கள் பதிலில் காணலாம்! கஞ்சன் பிச்சைக்காரனுக்கு மிகக் குறைந்த மதிப்புள்ள ஒரே ஒரு நாணயம் (கௌரி) கொடுக்கப்பட்டது.

12 ஆம் நூற்றாண்டில், இந்திய துணைக் கண்டத்தின் பல்வேறு ராஜ்ஜியங்களில் பல வகையான நாணயங்கள் பயன்பாட்டில் இருந்தன. பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்பட்டவை தங்க நாணயங்கள் (தினார்/ கத்யானாக்கள் மற்றும் ஹுனாக்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன), வெள்ளி நாணயங்கள் (டிராம்மாக்கள்/ டங்காக்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன), செப்பு நாணயங்கள் (கசுக்கள்/பனாக்கள் மற்றும் மஷாகாக்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன) மற்றும் கோவரி ஓடுகள். இந்த நாணயங்களுக்கு இடையிலான சரியான மாற்று விகிதங்கள் பிராந்தியம், காலம், பொருளாதார நிலைமைகள், நாணயங்களின் எடைகள் மற்றும் அவற்றின் தூய்மை ஆகியவற்றைப் பொறுத்து மாறுபடும்.

தங்க நாணயங்கள் அதிக மதிப்புடையவை, பெரிய பரிவர்த்தனைகளிலும் செல்வத்தை சேமித்து வைப்பதற்கும் பயன்படுத்தப்பட்டன. வெள்ளி நாணயங்கள் அன்றாட பரிவர்த்தனைகளில் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்பட்டன. செப்பு நாணயங்கள் குறைந்த மதிப்புடையவை, சிறிய பரிவர்த்தனைகளில் பயன்படுத்தப்பட்டன. கோவரி ஷெல்கள் மிகக் குறைந்த மதிப்புடையவை, அவை மிகச் சிறிய பரிவர்த்தனைகளிலும் மாற்றாகவும் பயன்படுத்தப்பட்டன.

1 தங்க தினார் = 12 வெள்ளி டம்ளர்கள், 1 வெள்ளி டம்ளர்கள் = 4 செப்பு பனாக்கள், 1 செப்பு பனாக்கள் = 6 மஷாகாக்கள், மற்றும் 1 பனாக்கள் = 30 கோவரி ஓடுகள் என்று நாம் கருதினால்,

1 செப்பு நாணயம் = 48 $\frac{1}{}$ தங்க தினார் (1)12 × 1 4)

1 கோவரி ஓடு =____ செம்பு பனாஸ்

1 கோவரி ஷெல் =____ தங்க தினார்.

ஒரு துளி வரலாறு

நீங்கள் பார்த்தது போல, பின்னங்கள் ஒரு முக்கியமான வகை எண்களாகும், அவை சமமாகப் பகிர்தல் மற்றும் வகுத்தல் உள்ளிட்ட பல்வேறு அன்றாடப் பிரச்சினைகளில் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன. கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகிய எண்கணித செயல்பாடுகளுடன் கூடிய அலகு அல்லாத பின்னங்களின் பொதுவான கருத்து - இன்று நாம் பயன்படுத்தும் அலகு அல்லாத பின்னங்களின் பொதுவான கருத்து - பெரும்பாலும் இந்தியாவில் உருவாக்கப்பட்டது. கிமு 800 வரை பழமையான, சடங்குகளுக்காக நெருப்பு பலிபீடங்களைக் கட்டுவதில் அக்கறை கொண்ட, சூல்பசூத்திரம் என்று அழைக்கப்படும் பண்டைய இந்திய வடிவியல் நூல்கள் - எடுத்துக்காட்டு 3 இல் நாம் பார்த்தது போல், அலகு அல்லாத பின்னங்களை வகுத்தல் உட்பட, பொதுவான அலகு அல்லாத பின்னங்களை விரிவாகப் பயன்படுத்தின.

கிமு 150 ஆம் ஆண்டிலேயே இந்தியாவின் பிரபலமான கலாச்சாரத்தில் பின்னங்கள் கூட பொதுவானதாகிவிட்டன, மதிப்பிற்குரிய சமண அறிஞர் உமாஸ்வதியின் தத்துவப் படைப்பில் பின்னங்களை மிகக் குறைந்த சொற்களாகக் குறைப்பது பற்றிய ஒரு வெளிப்படையான குறிப்பு இதற்கு சான்றாகும்.

பின்னங்களில் எண்கணித செயல்பாடுகளைச் செய்வதற்கான பொதுவான விதிகள் - அடிப்படையில் இன்று நாம் அவற்றைச் செயல்படுத்தும் நவீன வடிவத்தில் - முதன்முதலில் பிரம்மகுப்தரால் கி.பி 628 இல் தனது பிரம்மஸ்புதசித்தாந்தத்தில் குறியிடப்பட்டன . பொது பின்னங்களைக் கூட்டுவதற்கும் கழிப்பதற்கும் அவர் எடுத்த முறைகளை நாம் ஏற்கனவே பார்த்தோம். பொது பின்னங்களைப் பெருக்குவதற்கு, பிரம்மகுப்தர்
எழுதினார்:

"இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பின்னங்களின் பெருக்கல் என்பது, எண்களின் பெருக்கத்தை, வகு எண்களின் பெருக்கத்தால் வகுத்தால் கிடைக்கும்."
(பிரம்மாஸ்பூதசித்தாந்தம், வசனம் 12.1.3)

அதாவது, $$\frac{\text{அ}}{\text{பி}} \times \frac{\text{இ}}{\text{ஈ}} = \frac{a \times c}{\text{பி} \times \text{ஈ}} .$$

பொது பின்னங்களின் வகுத்தலுக்கு, பிரம்மகுப்தர் எழுதினார்:

"பின்னங்களின் வகுத்தல், வகுப்பானின் தொகுதியையும் வகுப்பானின் பகுதியையும் பரிமாறிக்கொள்வதன் மூலம் செய்யப்படுகிறது; பின்னர் ஈவுத்தொகையின் தொகுதி (புதிய) தொகுதியாலும், வகுப்பானை (புதிய) வகுப்பாலும் பெருக்கப்படுகிறது."

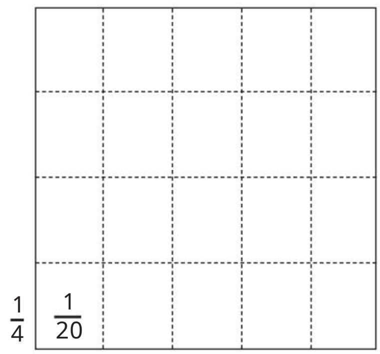
1150 ஆம் ஆண்டு இரண்டாம் பாஸ்கரர் தனது லீலாவதி என்ற புத்தகத்தில் பிரம்மகுப்தரின் கூற்றை பரஸ்பரக் கருத்து குறித்து மேலும் தெளிவுபடுத்துகிறார்:

"ஒரு பின்னத்தை இன்னொரு பின்னத்தால் வகுத்தல் என்பது முதல் பின்னத்தை இரண்டாவது பின்னத்தின் தலைகீழ் எண்ணால் பெருக்குவதற்குச் சமம்." (லீலாவதி, செய்யுள் 2.3.40)

இந்த இரண்டு வசனங்களும் சூத்திரத்திற்குச் சமமானவை:

$$\frac{\text{அ}}{\text{பி}} \div \frac{\text{இ}}{\text{ஈ}} = \frac{\text{அ}}{\text{பி}} \times \frac{\text{ஈ}}{\text{இ}} = \frac{a \times d}{b \times c} .$$

பாஸ்கர I, தனது கி.பி 629 ஆம் ஆண்டு ஆர்யபதியபாஷ்ய விளக்கவுரையில் ஆர்யபட்டாவின் 499 ஆம் ஆண்டு படைப்பானது, பின்னங்களின் பெருக்கலின் வடிவியல் விளக்கத்தை (முன்னர் பார்த்தது) நீளம் மற்றும் அகலத்தில் சமமான பிரிவுகள் வழியாக ஒரு சதுரத்தை செவ்வகங்களாகப் பிரிப்பதன் அடிப்படையில் விவரித்தது.



பாஸ்கர I இன் காட்சி விளக்கம் 1

[5] $\frac{1}{\ } = \frac{1}{20}$

ஸ்ரீதராச்சாரியார் (கி.பி. 750), மகாவீராச்சாரியார் (கி.பி. 850), சதுர்வேத பிருதுதகஸ்வாமி (கி.பி. 860), மற்றும் பாஸ்கரர் II போன்ற பல இந்திய கணிதவியலாளர்கள் 1

(கி.பி. 1150) எண்கணித பயன்பாட்டை உருவாக்கினார் 5

பின்னங்கள் கணிசமாக அதிகமாக உள்ளன.

பின்னங்கள் மற்றும் x பற்றிய இந்தியக் கோட்பாடு

அவற்றின் மீதான எண்கணித செயல்பாடுகள் மொராக்கோவைச் சேர்ந்த அல்-ஹசார் (கி.பி. 1192) போன்ற அரபு மற்றும் ஆப்பிரிக்க கணிதவியலாளர்களால் கடத்தப்பட்டன, மேலும் அதன் பயன்பாடு மேலும் வளர்ந்தது. பின்னர் இந்தக் கோட்பாடு அடுத்த சில ஆண்டுகளில் அரேபியர்கள் வழியாக ஐரோப்பாவிற்குக் கடத்தப்பட்டது.

பல நூற்றாண்டுகளாக இருந்து, 17 ஆம் நூற்றாண்டில் ஐரோப்பாவில் பொதுவான பயன்பாட்டிற்கு வந்தது, அதன் பிறகு அது உலகம் முழுவதும் பரவியது. நவீன கணிதத்தில் இந்தக் கோட்பாடு இன்று இன்றியமையாதது.

? அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக:

$3 \div \frac{7}{9}$	$\frac{14}{4} \div 2$	$\frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$	$\frac{14}{6} \div \frac{7}{3}$
$\frac{4}{3} \div \frac{3}{4}$	$\frac{7}{\div 4}\ \frac{1}{7}$	$\frac{8}{2} \div \frac{4}{15}$	
$\frac{1}{5} \div \frac{1}{9}$	$\frac{1}{6 \div 6} \div \frac{11}{12}$	$3 \frac{2}{} \div 1\ 3\ \frac{3}{8}$	

2. கீழே உள்ள ஒவ்வொரு கேள்விக்கும்,

தீர்வை விவரிக்கிறது. பின்னர் அதை எளிதாக்குங்கள்.

(அ) மரியா தான் செய்த பைகளை அலங்கரிக்க 8 மீ சரிகை வாங்கினார்.

பள்ளி. அவள் ஒவ்வொரு $\frac{1}{}$ பைக்கும் m ஐப் பயன்படுத்தி சரிகையை முடித்தாள். எப்படி 4

அவள் எத்தனை பைகளை அலங்கரித்தாள்?

(i) $8 \times 4 \ \frac{1}{}$ (ii) (ஆ) $\frac{1}{8} \times \frac{1}{4}$

(iii) $8 \div 4 \ \frac{1}{}$ (iv) $\frac{1}{4}$ ÷ 8 ÷ 8

(ஆ) $\frac{1}{}$ ஒரு மீட்டர் ரிப்பன் பயன்படுத்தி 8 பேட்ஜ்கள் தயாரிக்கப்படுகின்றன. 2 என்றால் என்ன?

ஒவ்வொரு பேட்ஜிலும் பயன்படுத்தப்படும் ரிப்பனின் நீளம்?

(நான்) $8 \times \frac{1}{2}$ (ii) (ஆ) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$

(iii) $8 \div 2 \ \frac{1}{}$ (iv) $\frac{1}{2}$ ÷ 8 ÷ 8

(c) ஒரு பேக்கருக்குத் தேவையானவை $\frac{1}{}$ ஒரு ரொட்டி செய்ய ஒரு கிலோ மாவு. அவரிடம் 6

5 கிலோ மாவு. அவனால் எத்தனை ரொட்டிகள் செய்ய முடியும்?

(நான்) $5 \times \frac{1}{6}$ (ii) (ஆ) $\frac{1}{6}$ ÷ 5 ÷ 5

(iii) $5 \div 6 \ \frac{1}{}$ (iv) 5×6

Machine Translated by Google

3. 4 என்றால் 1 12 ரொட்டிகள் தயாரிக்க ஒரு கிலோ மாவு பயன்படுத்தப்படுகிறது, எவ்வளவு மாவு பயன்படுத்தப்படுகிறது?

6 ரொட்டி செய்யவா?

4. 9 ஆம் நூற்றாண்டில் ஸ்ரீதராச்சாரியார் எழுதிய பாடீகணிதம் என்ற புத்தகம்.

CE, இந்தப் பிரச்சனையைக் குறிப்பிடுகிறார்: “நண்பா, யோசித்த பிறகு, எவ்வளவு தொகை

1 1 1 1

1 ÷ மற்றும் 1 ÷ 1 ÷ 1 ÷ 6, 10, 13, 9 ஆகியவற்றை ஒன்றாகச் சேர்ப்பதன் மூலம் பெறலாம்,

1 ÷ 1 2 . நண்பர் என்ன சொல்ல வேண்டும்?

5. மீரா 400 பக்கங்கள் கொண்ட ஒரு நாவலைப் படித்துக் கொண்டிருக்கிறாள். அவள் 5 1 பக்கங்களைப் படித்தாள்.

3

நேற்று மற்றும் இன்றைய பக்கங்களில். 10 இன்னும் எத்தனை பக்கங்கள்?

நாவலை முடிக்க அவள் படிக்க வேண்டுமா?

6. ஒரு கார் 1 லிட்டர் பெட்ரோலைப் பயன்படுத்தி 16 கி.மீ. ஓடுகிறது. 2 4 3 ஐப் பயன்படுத்தி எவ்வளவு தூரம் செல்லும்?

லிட்டர் பெட்ரோல்?

7. அமிர்தபால் தனது விடுமுறைக்கு ஒரு இடத்தை முடிவு செய்கிறார். அவர் ஒரு பயணத்தை மேற்கொண்டால்

ரயில், அது அவருக்கு 5 ஆகும் 1 6 அங்கு செல்ல மணிநேரம் ஆகும். அவர் விமானத்தில் சென்றால், அது

அவருக்கு ஒரு மணி 1 நேரம் ஆகும். விமானம் எத்தனை மணி நேரத்தை மிச்சப்படுத்துகிறது? 2

8. மரியமின் பாட்டி ஒரு கேக்கை சுட்டார். மரியமும் அவளுடைய உறவினர்களும்

கேக் 4 முடிந்தது. மீதமுள்ள கேக்கை 5 பேர் சமமாகப் பகிர்ந்து கொண்டனர்.

மரியமின் மூன்று தோழிகள். ஒவ்வொரு தோழிக்கும் கேக்கில் எவ்வளவு கிடைத்தது?

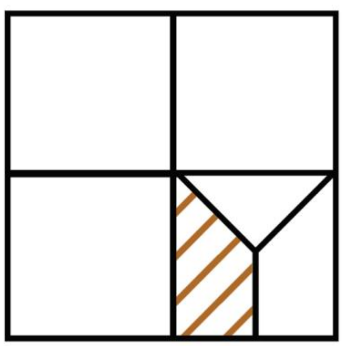
9. (565) இன் பெருக்கற்பலனை விவரிக்கும் விருப்பத்தை(களை) தேர்வு செய்யவும் × 707 தமிழ் 676 (ஆங்கிலம்)):

(அ) > 465 தமிழ் (ஆ) < 465

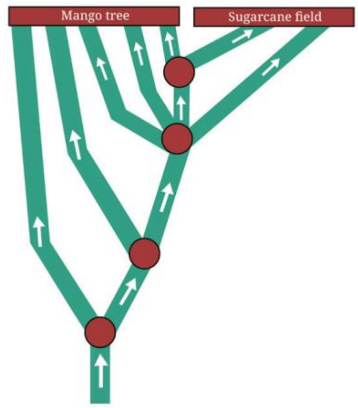
(இ) > 707 தமிழ் 676 (ஆங்கிலம்) (ஈ) < 707 தமிழ் 676 (ஆங்கிலம்)

(இ) > 1 (எஃப்) < 1

10. முழு சதுரத்தின் எந்தப் பகுதி நிழலிடப்பட்டுள்ளது?



11. எறும்புகளின் கூட்டமொன்று உணவு தேடிப் புறப்பட்டது. அவை தேடும்போது, (படம் 8.7 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி) ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் சமமாகப் பிரிந்து, இரண்டு உணவு மூலங்களை அடைகின்றன, ஒன்று மா மரத்திற்கு அருகிலும் மற்றொன்று கரும்பு வயலுக்கு அருகிலும். அசல் குழுவின் எந்தப் பகுதி ஒவ்வொரு உணவு மூலத்தையும் அடைந்தது?



படம் 8.7

12. 1 என்றால் என்ன – 1 ? 2

(1 – 1 2) × (1 – 1 3) ? (1 – 1

2) × (1 – 1 3) × (1 – 1 4) × (1 – 1 5) ? (1 – 1 2) × (1 – 1 3) ×

(1 – 1 4) × (1 – 1 5) × (1 – 1 6) × (1 – 1 7) × (1 – 1 8) × (1 – 1 9) × (1 – 1 10) ?

ஒரு பொதுவான அறிக்கையை உருவாக்கி விளக்குங்கள்.

சுருக்கம்

- பின்னங்களைப் பெருக்குவதற்கான பிரம்மகுப்தரின் சூத்திரம்:

அ/பி × இ/ஈ = (a × c)/(b × d).

- பின்னங்களைப் பெருக்கும்போது, எண்களும் வகுகளும் சில பொதுவான காரணிகளைக் கொண்டிருந்தால், எண்களையும் வகுகளையும் பெருக்குவதற்கு முன்பு அவற்றை முதலில் ரத்து செய்யலாம்.
- பெருக்கலில் - பெருக்கப்படும் எண்களில் ஒன்று 0 மற்றும் 1 க்கு இடையில் இருக்கும்போது, பெருக்கல் மற்ற எண்ணை விட குறைவாக இருக்கும். பெருக்கப்படும் எண்களில் ஒன்று 1 ஐ விட அதிகமாக இருந்தால், பெருக்கல் மற்ற எண்ணை விட பெரியதாக இருக்கும்.
- ஒரு பின்னத்தின் தலைகீழ் b அ/பி என்பது பி/அ. ஒரு பின்னத்தை அதன் மூலம் பெருக்கும்போது பரஸ்பரம், பெருக்கல் 1 ஆகும்.
- பின்னங்களைப் பிரிப்பதற்கான பிரம்மகுப்தரின் சூத்திரம்:

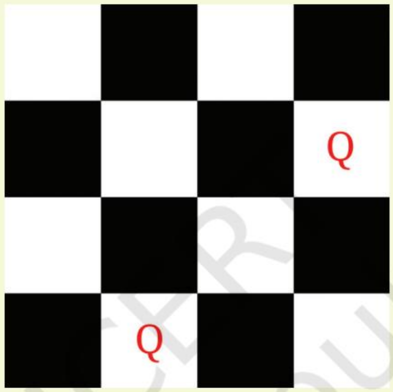
அ ÷ ப இ/ஈ = அ/பி × ஈ/இ = (a × d)/(b × c).

- வகுத்தலில் — வகுத்தி 0 மற்றும் 1 க்கு இடையில் இருக்கும்போது, ஈவு ஈவுத்தொகையை விட அதிகமாக இருக்கும். வகுத்தி 1 ஐ விட அதிகமாக இருக்கும்போது, ஈவுத்தொகை ஈவுத்தொகையை விட குறைவாக இருக்கும்.

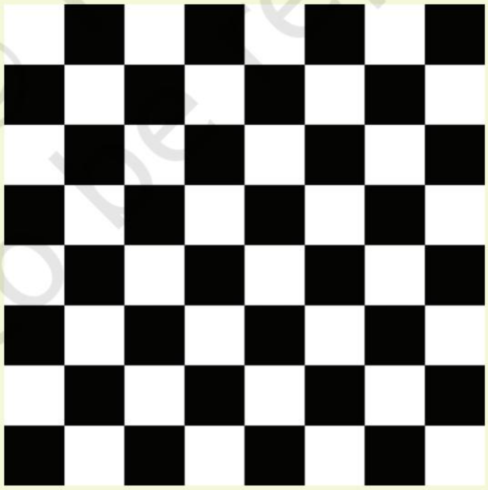
சதுரங்கப் புதிர்கள்— தாக்காத ராணிகள்

சதுரங்கம் ஒரு பிரபலமான 2-வீரர் உத்தி விளையாட்டு. இந்த விளையாட்டு இந்தியாவில் பூர்வீகமாக கொண்டது. இது 8 × 8 சதுர வடிவ கட்டத்தில் விளையாடப்படுகிறது. ஒவ்வொரு வீரருக்கும் ஒரு செட் - கருப்பு மற்றும் வெள்ளை - 2 செட் துண்டுகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு துண்டும் எவ்வாறு நகர வேண்டும் மற்றும் விளையாட்டின் விதிகளைக் கண்டறியவும்.

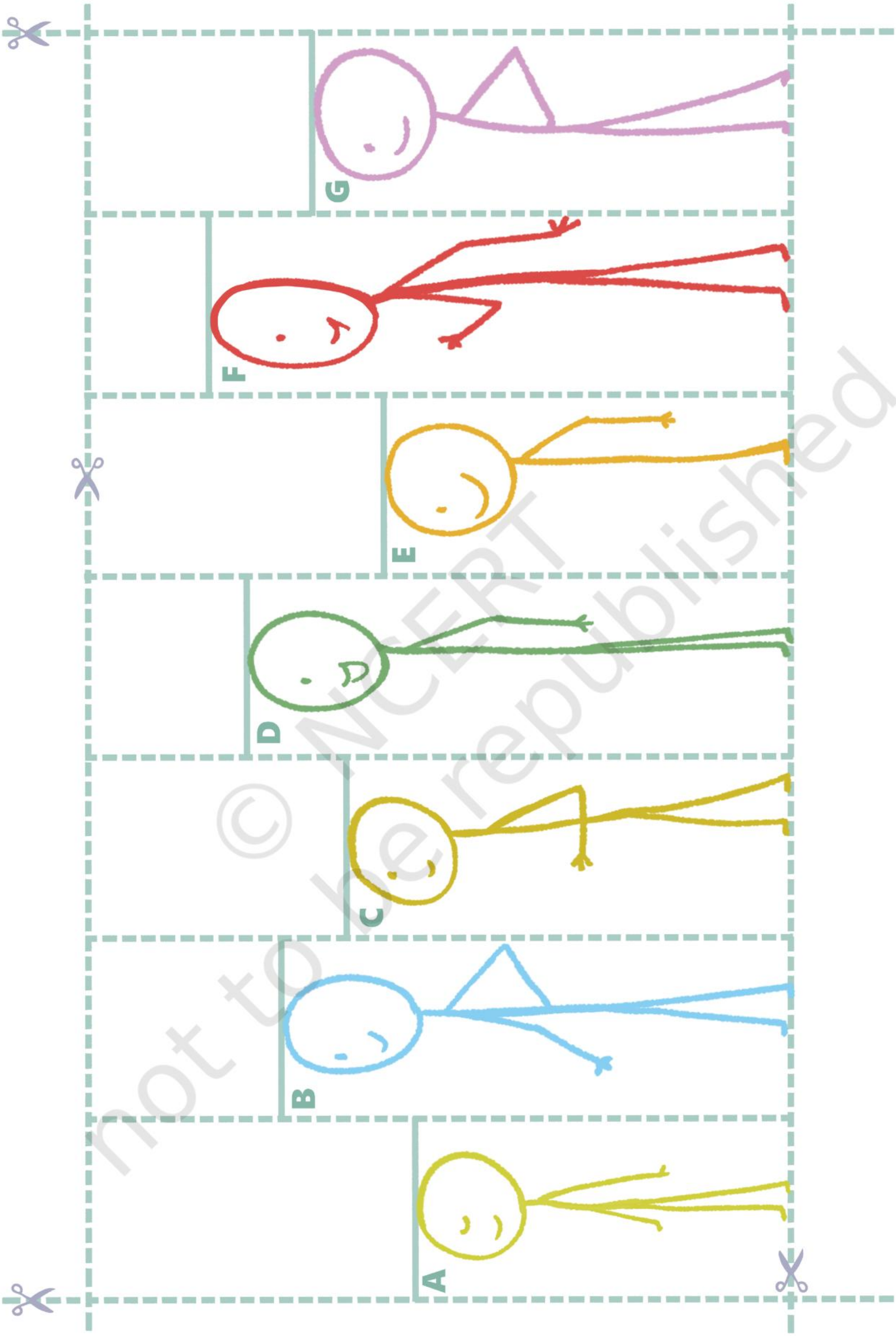
இதோ ஒரு பிரபலமான சதுரங்க அடிப்படையிலான புதிர். அதன் தற்போதைய நிலையில் இருந்து, ஒரு ராணி துண்டு கிடைமட்டமாக, செங்குத்தாக அல்லது மூலைவிட்டமாக நகர முடியும். 4 ராணிகளை வைக்கவும், இதனால் 2 ராணிகளும் ஒன்றையொன்று தாக்காது. உதாரணமாக, ராணிகள் ஒன்றையொன்று தாக்கும் வரிசையில் இருப்பதால் கீழே உள்ள ஏற்பாடு செல்லுபடியாகாது.



இப்போது, இந்த 8 × 8 கட்டத்தில் 8 ராணிகளை வைக்கவும், இதனால் எந்த 2 ராணிகளும் ஒன்றையொன்று தாக்கிக் கொள்ளாது!



கற்றல் பொருள் தாள்கள்


G
F
E
D
C
B
A