

বহুপদ



0962CH02

অধ যায ২

বহুপদ

২.১ পৰচিয

আপুনি আগৰ শৰণীৰ বত বীজগণতীয় অভবি যক তি ইয াৰ য গ, বযি গ, গুণন আৰু বভাজন অধ যয ন কৰছি। আপুনি কছিমান বীজগণতীয় অভবি যক তিকিনেকৈ কাৰকীয় কৰণ কৰবি লাগে সেই বযিয ৩ও অধ যয ন কৰছি। আপুনি বীজগণতীয় পৰচিয সমূহ মনত পলোব পাৰে:

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\ (x-y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2 \\ x^2 - \text{আৰু}^2 &= (x+y)(x-y)\end{aligned}$$

আৰু

আৰু কাৰককৰণত ইয াৰ ব যৱহাৰ। এই অধ যায ত আমি আমাৰ অধ যয ন আৰম্ভ কৰিম বহুপদ বুলকি ৰা এটা বশিষে ধৰণৰ বীজগণতীয় অভবি যক তি আৰু ইয াৰ সতৈ জড তি পৰভাষা। আমি বাকী থকা উপপাদ য আৰু গুণক উপপাদ য আৰু বহুপদৰ গুণককৰণত ইয াৰ ব যৱহাৰ অধ যয ন কৰিম। ওপৰৰ কথাখনিৰ উপৰি আমি আৰু কছিমান বীজগণতীয় পৰচিয আৰু কাৰকীকৰণত আৰু কছিমান পৰদত ত অভবি যক তি মূল যায নত ইয াৰ ব যৱহাৰ অধ যয ন কৰিম।

২.২ এটা চলকত বহুপদ

আৰম্ভ ভণতি মনত ৰাখবি যে এটা চলকক যকি ন বাস তৰ ল'ব পৰা এটা চহি নৰে চহি নতি কৰা হয়

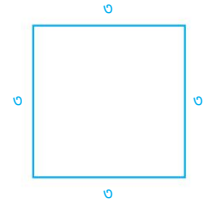
মান। আমি চলক বুজাবলৈ x, y, z আদি আখৰ ব যৱহাৰ কৰ। মন কৰক যে $2x, 3x, -x, -$

$$\frac{1}{2}x$$

বীজগণতীয় অভবি যক তি এই সকল ব ৰ অভবি যক তি (এটা ধ বুরক) \times বৃপৰ। এতযি াধৰলিওক আমি এটা এক সপ ৰচেন লখিবি বচিাৰ যটি হ'ল (এটা ধ বুরক) \times (এটা চলক) আৰু আমি নাজান ধ বুরকট ক এনকে ষতে ৰত আমি ধি বুরকট ক a, b, c আদি বুলি লখি "গতকি অভবি যক তি হ'ব ax , ধৰক।

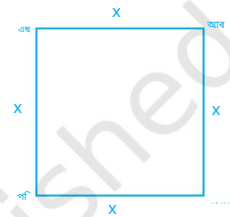
কনি তু ধ বুরক বুজ ৰা আখৰ আৰু চলক বুজ ৰা আখৰৰ মাজত পাৰ থক য আছে। এটা বশিষে পৰসি থতিতি ধ বুরকব ৰৰ মান একহৈ থাকে, অৰ থাৎক ন এটা সমস যাত ধ বুরকব ৰৰ মান সলনি নহয়, কনি তু এটা চলকৰ মান সলনি হৈ থাকবি পাৰে।

এতযি ১, কাষৰ ও এককৰ এটা বৰ গ বৰিচেনা কৰক (চতি ৰ ২.১ চাওক)।
ইয় ১ৰ পৰাধিকিমান? আপুন জানে যে বৰ গৰ পৰাধিক হ'ল ইয় ১ৰ চাৰাঙিফালৰ
দৰৈ ঘ ঘৰ ঘ গফল। ইয় ত প ৰতটি ফালত ও ইউনটি। গতকি, ইয় ১ৰ
পৰাধিক 8×৩ , অৰ থাৎ ১২ একক। বৰ গট ৰ প ৰতটি ফাল ১০ একক হ'লে
পৰাধিকিমান হ'ব? পৰাধিক 8×১০ অৰ থাৎ ৮০ একক। যদি প ৰতটি ফালৰ
দৰৈ ঘ ঘ x একক হয় (চতি ৰ ২.২ চাওক), তনে তে পৰাধিক $8x$ এককৰে
দযি ১ হয় । গতকি, কাষৰ দৰৈ ঘ ঘৰ পৰাধিক তন হ ৱাৰ লগে লগে পৰাধিক
ভনি ন হয় ।



চতি ৰ ২.১

বৰ গ PQRS ৰক যতে ৰফল বচিৰাৰি পাবনে? ই এটা বীজগণতিয় অভবি যক তি।
 $2x \times x = x^2$ বৰ গ একক। x^2 আপুন আন আন বীজগণতিয় অভবি যক তি যনে
 $2x, x + 4x + 7$ ৰ সতেও পৰচিতি । মন কৰবি যে, আমি এতযি লকৈ বৰিচেনা কৰা সকল
বীজগণতিয় $x^2 - x$ যক তি চেলকট ৰ ঘাত হচিপা কৰেল পূৰ গসংখ যাহে থাকে। এই বৃপৰ
প ৰকাশক এটা চলকত বহুপদ ব লা হয় । ওপৰৰ উদাহৰণৰ ৰত চলকট হৈছে x ।
উদাহৰণস বৰূপে, $x + 4x + 7$ হ'ল ক



চতি ৰ ২.২

x ত বহুপদ । একদেৰে $3y$ চলক y আৰু t বহুপদ $x^2 + 5y$ হৈছে বহুপদ $+ 4$ হৈছে t চলকত
 $2 + 2x$ ত x^2 আৰু $2x^2$ এটা বহুপদ।

অভবি যক তকি বহুপদৰ পদ ব লা হয় । একদেৰে বহুপদ $3y^2 + 5y + 7$ ৰ তিনিটা পদ আছে, যথা, $3y^2$

2 , dy আৰু $0 + 8x^2 +$

এটা সহগ থাকে। গতকি, $-x^3 + 4x^2 + 7x - 2$ ত x^3 ৰ সহগ হ'ল -1 , x^2 ৰ সহগট হ'ল 4 , x ৰ সহগট হ'ল 7 আৰু -2 হ'ল $2 - x + 7?$

$9x^2 - 2$? এই বহুপদট ৰ পদ ২, আপুনি বহুপদৰ পদ লিখি পাবিয়ে $-x^4$ পদ, ঘা, $-x$ বহুপদৰ প ৰতটি পদৰ

$8x^2$, $9x$ আৰু -2 ।

x ৰ ০ সহগ (মনত ৰাখবি, $x^0 = ১$)। x ত x ৰ সহগ জাননে
ই হৈছে -১ ।

২ ট ও বহুপদ। আচলত $২, -৫, ৭$ আদি ধ বুরক বহুপদৰ উদাহৰণ।
ধ বুরক বহুপদ ০ক শূন য বহুপদ ব লা হয় । ইয় ১ৰ দ বাৰা সকল বহুপদ সংগ ৰহত অতি গুৰুত বপূৰ ণ
ভূমিকা আছে, যটি আপুনি উচ চ শ ৰগীত দেখিবি।

এতযি ১, $x + ১$ ৰ দৰে বীজগণতিয় অভবি যক তি বৰিচেনা কৰক $\frac{১}{x}, \sqrt{x}$ ও আৰু $\sqrt[৩]{x}$ বহুৰ x^2 আপুন কিৰে নে

১ জান যে আপুনি x লিখি পাব $\frac{১}{x} = x + x - ১$? ইয় ত দ ৰতীয় পদৰ ঘাত অৰ থাৎ

$x - ১$ হ'ল -১ , যটি পূৰ গসংখ যা নহয় । গতকি, এই বীজগণতিয় অভবি যক তটি বহুপদ নহয় ।

আক $x + \sqrt{x} + 3$ বুলি লিখি পাবি। ইয় ত x ৰ ঘাতট হ'ল

$\frac{১}{২}$, যটি হৈছে

পূৰ গসংখ যা নহয় । গতকি, $x + 3$ বহুপদ নকে? নাই, নহয় । কি হ'ব

$\sqrt[৩]{y} + y^2$? ই বহুপদও নহয় (কযি ?)।

যদি বহুপদত থকা চলকটো x হয়, তেন্তে তে আমি বহুপদটো $p(x)$, বা $q(x)$, বা $r(x)$, ইতিয়া যদি বুজাব পাৰ। গতিকে, উদাহৰণস্বৰূপে, আমিলিখিব পাৰ:

$$p(x) = 2x^2 + 5x - 3$$

$$q(x) = x^3 - 5$$

$$r(y) = y^4 + y + 12 +$$

$$-u - u \text{ এটা বহুপদত যদি } n = 6 \text{ ত } 5s(u) = 2$$

(সসীম) সংখ্যক পদ থাকিব পাৰে। উদাহৰণস্বৰূপে, $x^{150} + x^{149} + x^2 + x + 1$ হৈছে ১৫১টা পদৰ বহুপদ। x বহুপদ $2x^2, 2, 5x$ বৰিচেনা কৰা

...

$^0, -5x^2$, যি আৰু U^6 . আপুনি দেখিছিল যে এই বহুপদৰ বৰ পৰাটো বৰমাতৰ এটা পদ আছে? মাতৰ এটা পদ থকা বহুপদক একপদ বলা হয় ('এক' মানে 'এক')।

এতিয়া তলত দিয়া পৰাটো বহুপদৰ যিবোৰে ঘণ

কৰক: $p(x) = x + 1$, $q(x) = x$ $r(y) = y^3 + x$, $t(u) = u$ এইবোৰ বৰপৰাটো তকেমিনাটো

পদ আছে? এই বহুপদৰ বৰপৰাটো বৰমাতৰ দুটা পদ আছে। মাতৰ দুটা পদ থকা বহুপদক দ্বিপদ বলা হয় ('দুটা' মানে 'দুটা')।

একদেৰে মাতৰ তিনিটা পদ থকা বহুপদক ত্রিপদ বলা হয়

('ত' মানে 'তিনি')। ত্রিপদৰ কিছুমান উদাহৰণ হ'ল

$$p(x) = x + x^2 + p,$$

$$q(x) = 2\sqrt{x - x^8 + y^2},$$

$$r(u) = u + u \text{ এতিয়া } t^2, -2, 281$$

$$+ 5t(y) = y$$

বহুপদটো চাওক $p(x) = 3x^7 - 4x^6 + x + 9$. x বসৰ বচ চক তথকা পদটো কি? ই $0x^9$ । এই পদত x ৰ ঘাত 7। একদেৰে -6 ত y বসৰ বচ চক তথকা পদটো $5y^6$ আৰু the ...

বহুপদ $q(y) = 5y$ এই পদত y ৰ ঘাত 0 - ৪ বছৰ 2

6। আমি বহুপদত থকা চলকটো বসৰ বচ চক তকি বহুপদটো বৰিচি বুলি কওঁ। গতিকে, বহুপদ $3x^7 - 4x^6 + x + 9$ বৰিচি বী 7 আৰু বহুপদ $5y^4$ বৰিচি বহুপদৰ ডগি বী শূন্য।

0 - ৪ বছৰ 2 - ৬ হ'ল ৬। এটা অশূন্য বৰিচি বী

উদাহৰণ ১: তলত দিয়া পৰাটো বহুপদৰ ডগি বী বৰিচি কৰক: (i) x

$$5 - x^8 + 3$$

$$(ii) 2 - y^2 - y^3 + 2y^4$$

$$(iii) 2$$

সমাধান: (i) চলকটো বসৰ বচ চক তিহঁত। গতিকে, বহুপদটো বৰিচি বী ৫।

(ii) চলকটো বসৰ বচ চক তিহঁত। গতিকে, বহুপদটো বৰিচি বী হ'ল ৮। (iii) ইয়াত একমাতৰ

পদটো হ'ল ২ যিটো $2x^0$ হিচাপে লিখিব পাৰি। গতিকে x ৰ ঘাতটো হ'ল 0।

গতিকে বহুপদৰ ডগি বী ০।

এতথি $p(x) = 4x + 5$, $q(y) = 2y$, $r(t) = t + 2$ আৰু $s(u) = 3 - u$ বহুপদ পৰ যবকে ষণ কৰা। তেওঁলৈ কৰ সৰ্বকল ৰ মাজত কবি সাধাৰণ কথা দেখেছিলে? এই বহুপদৰ ৰৰ প ৰতটি ৰ ডগি ৰী এটা। এক ডগি ৰীৰ বহুপদক ৰৈখিক বহুপদ ব লা হয়।

এটা চলকত আৰু কছিমান ৰৈখিক বহুপদ হ'ল $2x - 1$, $2y + 1$, $2 - u$ । এতথি t , চৰে \sqrt{t} কৰক আৰু x ত ওটা পদৰ সৈতে এটা ৰৈখিক বহুপদ বচিৰাি উলযি। ওক? আপুনি ইয়। ক বচিৰাি নাপাব কাৰণ x ত এটা ৰৈখিক বহুপদ সৰ বাধকি দুটা পদ থাকবি পাৰে। গতকি, x ত যকি ন ৰৈখিক বহুপদ $ax + b$ ৰূপৰ হ'ব, য'ত a আৰু b ধ ৰুৰক আৰু $a \neq 0$ (কযি?)। একদেৰে $ay + b$ ত এটা ৰৈখিক বহুপদ।

এতথি t বহুপদৰ ৰ ববিচেনা কৰক:

$$2x^2 + 5, 5x^2 + 3x + 11, x^2 \text{ আৰু } x^2 + \frac{2}{5}x$$

আপুনি এই কথাত একমত নকৰি যে তেওঁলৈ ক সকল ৰাই ডগি ৰী টুৰ? ডগি ৰী দুৰ বহুপদ ব লা হয় এটা দ বঘাত বহুপদ। দ বঘাত বহুপদৰ কছিমান উদাহৰণ হ'ল $5 - y$ আৰু $5y^2$ আৰু $5 - y - y^2$ । চাৰটি থকা এটা চলকত এটা দ বঘাত বহুপদ লখিবি পাৰিনে? বভিনি ন পদ? আপুনি দেখি যে এটা চলকত থকা এটা দ বঘাত বহুপদ সৰ বাধকি ওটা পদ থাকবি। যদি আপুনি আৰু কইটামান দ বঘাত বহুপদ তালকিডুক ত কৰে, তেনে ত আপুনি দেখি যে x ৰ যকি ন দ বঘাত বহুপদ $ax^2 + bx + c$ ৰূপৰ, য'ত $a \neq 0$ আৰু a, b, c ধ ৰুৰক। একদেৰে y ত দ বঘাত বহুপদ $ay^2 + by + c$ ৰূপৰ হ'ব, যদিহে $a \neq 0$ আৰু a, b, c ধ ৰুৰক হয়।

আমি ডগি ৰী তিনিৰি বহুপদক ঘন বহুপদ বুলি কওঁ। $2x^3 + 4x^2 + 6x + 7$ ৰ কছিমান উদাহৰণ। কেনেকৈ x ত ঘন বহুপদ $4x^3$ বহুত পদ থাকবি, $2x^3 + 1$, $5x^3 + x^2$, $6x^3 - x$, $7 - x^3$, পাৰে বুলি আপুনি ভাবনে? ইয়। ৰ সৰ বাধকি ৪টা টাৰ ম থাকবি পাৰে। এইব ৰ $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ৰূপত লখি হ'ব পাৰে, য'ত $a \neq 0$ আৰু a, b, c আৰু d ধ ৰুৰক।

এতথি t যতেযি t আপুনি দেখিছে যে ডগি ৰী ১, ডগি ৰী ২ বা ডগি ৰী ৩ ৰ বহুপদ কেনেকুৱা হয়, ততেযি t আপুনি যকি ন প ৰাকৃতকি সংখ যা n ৰ বাবে n ডগি ৰীৰ এটা চলকত বহুপদ লখিবি পাৰবিনে? n ডগি ৰীৰ এটা চলক x ত থকা বহুপদ হৈছে ৰূপট ৰ এটা প ৰকাশ

$$\text{এটা } x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0$$

x য'ত $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ ধ ৰুৰক আৰু $a_n \neq 0$ ।

বশিষেকই যদি $a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = 0$ (সকল ধ ৰুৰক শূন য) তেনে ত আমি শূন য বহুপদট পাম, যটি ক ০ ৰে চহি নতি কৰা হয়। শূন য বহুপদট ৰ ডগি ৰী কমিন? শূন য বহুপদৰ ডগি ৰী সংজ যা তি কৰা হ ৰা নাই।

এতথি লকৈ আমি কৰেল এটা চলকত বহুপদৰ সৈতে মে কাবলি কৰছি। আমাৰ xyz (য'ত চলক x আৰু y আৰু z) তেনিটি চলকৰ বহুপদ। $x^2 + y^2 + z^2$ (য'ত চলক x আৰু y আৰু z) বহুপদ in একদেৰে p চলক ক ৰমে p, q আৰু r), u তেনিটি আৰু দুটা চলক। এনে বহুপদ আপুনি পছিত বডিংভাৱে $x^2 + y^2 + z^2 + q^2 + r^2$ (য'ত চলক x, y, z, q, r) ও থাকবি পাৰে অধ যয ন কৰবি।

অনুশীলনী ২.১

১) তলৰ ক নট অভবি যক তি এটা চলকত বহুপদ আৰু ক নব বনহয় ? আপ নাৰ উত তৰৰ কাৰণ উল লখে কৰক।

(ক) $8x^2 - 7x + 9$

(ii) $y^2 + 2\sqrt{y}$

(iii) $\sqrt{t} + \sqrt{2}$

(iv) $\frac{2}{x^2}$

(v) $x^2 + y^2 + t^2$

২. তলৰ প বতটি তে x^2 ব সহগ লখি।

(ক) $2 + x^2 + x$

(ii) $2 - x^2 + x$

(iii) $\frac{p^2 + xx}{2}$

(iv) $2\sqrt{x} -$

৩. ৩৫ ডগি বীৰ দ বপিদ, আৰু ১০০ ডগি বীৰ একপথৰ এটাকই উদাহৰণ দখি।

৪. তলত দখি ১ বহুপদসমূহৰ প বতটি ব ডগি বী লখি:

(ক) $5x^2 + 8x^2 + 9x$

(ii) $8 - x^2$

(iii) $5t - 9\sqrt{t}$

(iv) 7

৫. তলত দখি ১ ব বক বৈখিক, দ বঘাত আৰু ঘন বহুপদ হচিপশে বগৌড়ক ত কৰা:

(i) $x^2 + x$

(ii) $x - x^2$

(iii) $y + y^2 + 8$

(iv) $5 + x$

(v) $7t$

(vi) x^2

(vii) $9x^2$

২.৩ বহুপদৰ শূন্য

বহুপদ $p(x) = 5x^2 - 2x^2 + 7x - 2$ ববিচেনা কৰক।

যদি আমি $p(x)$ ব সকল ঠাইতে x ব ঠাইত ১ রাখ তেনে তে

$$\begin{aligned} \text{আমি } p(1) &= 5 \times (1)^2 - 2 \times (1) + 7 \times (1) - 2 \text{ পাম} \\ &= 5 - 2 + 7 - 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

গতকি, আমি কওঁ যে $x = 1$ ত $p(x)$ ব মান ৮। $p(0) = 5(0)^2 -$

$$\begin{aligned} &2(0) + 7(0) - 2 \text{ একদেৰে,} \\ &= -2 \end{aligned}$$

$p(-1)$ বচিৰি পাবনে?

উদাহৰণ ২: চলকসমূহৰ নৰি দখি ট মানত নমি নলখিতি বহুপদসমূহৰ প বতটি ব মান বচিৰক:

(i) $p(x) = 4x$ (ii) $q(y) = 5y^2 - x = 1$ ত $3x + 7$ ।

(iii) $p(t) = 8t^2 + 5t + 2$ ত $4\sqrt{y} + 11$ ।

৬ $t = a$ ত $-t$

সমাধান : (i) $p(x) = 5x^2 - 3x + 7$

$x = 1$ ত বহুপদ $p(x)$ ৰ মান $p(1) = 5(1)^2 - 3(1) + 7$ দ্বাৰা দিয়া হৈছে

$$= 5 - 3 + 7 = 9$$

(ii) $q(y) = 3y^3 - 8y + 11\sqrt{y}$

$y = 2$ ত বহুপদ $q(y)$ ৰ মানটো দিয়া হৈছে

$$q(2) = 3(2)^3 - 8(2) + 11 = 24 - 16 + 11 = 19$$

(iii) $p(t) = 8t^3 + 5t^2 - 2t + 6$

$t = a$ ত বহুপদ $p(t)$ ৰ মানটো দিয়া হৈছে

$$p(a) = 8a^3 + 5a^2 - 2a + 6$$

এতিয়া t , বহুপদ $p(x) = x - 1$ বিবেচনা কৰক।

$p(1)$ কি? মন কৰিবলৈ: $p(1) = 1 - 1 = 0$ ।

$p(1) = 0$ হিচাপে আমাকিও $x = 1$ বহুপদ $p(x)$ ৰ শূন্য।

একদেৰে আপুনি পৰীক্ষা কৰিব পাৰে যে 2 $q(x)$ ৰ শূন্য, য'ত $q(x) = x - 2$ ।

সাধাৰণতে আমাকিও যে বহুপদ $p(x)$ ৰ এটা শূন্য হৈছে এনে এটা সংখ্যা c য'ত $p(c) = 0$ ।

আপুনি নিশ্চয় লক্ষ্য কৰিছে যে $x - 1$ বহুপদটো ৰ শূন্য 0 ৰ সৈতে সমান কৰিলে পোৱা যায়, অৰ্থাৎ $x - 1 = 0$, যাৰ ফলত $x = 1$ পোৱা যায়। আমাকিও $p(x) = 0$ বহুপদ সমীকৰণ আৰু 1 বহুপদ সমীকৰণ $p(x) = 0$ ৰ মূল। গতিকে আমাকিও $x = 1$ বহুপদ $x - 1$, বা বহুপদটো ৰ এটা মূল সমীকৰণ $x - 1 = 0$ ।

এতিয়া 1 , ধৰ্ম বহুপদটো বিবেচনা কৰক 5. ইয়াৰ শূন্য যিকোনো পাৰবিন? ইয়াৰ কোন শূন্য নাই কাৰণ 5×0 ত x ৰ ঠাইত যিকোনো সংখ্যা দিলেও আমাক 5 পোৱা যায়। আচলতে শূন্য নহ'ব বহুপদটো শূন্য নাই। শূন্য বহুপদৰ শূন্য যিবোৰ কথা ক'ব? নথি অনুসৰি প্ৰতিটো বাস তল সংখ্যা যি শূন্য বহুপদৰ শূন্য।

উদাহৰণ ৩ : -2 আৰু 2 বহুপদ $x + 2$ ৰ শূন্য নকো পৰীক্ষা কৰক।

সমাধান : $p(x) = x + 2$ হওক।

তেন্তে $p(2) = 2 + 2 = 4$, $p(-2) = -2 + 2 = 0$ গতিকে -2

বহুপদ $x + 2$ ৰ শূন্য, কিন্তু 2 নহয়।

উদাহৰণ ৪ : বহুপদ $p(x) = 2x + 1$ ৰ এটা শূন্য বচাবক।

সমাধান : $p(x)$ ৰ শূন্য বচাবলৈ উলিওৱাটো সমীকৰণটো সমাধান কৰাৰ সৈতে একে

$$p(x) = 0$$

এতথি,

$$2x + 1 = 0 \text{ ব পৰা আমাক } x = -\frac{1}{2} \text{ বা যায}$$

অতঃপৰে $-\frac{1}{2}$ বহুপদ $2x + 1$ ৰ এটা শূন্য।

এতথি 1 , যদি $p(x) = ax + b$, $a \neq 0$, এটা বৈখিক বহুপদ হয়, তেন্তে তে আমাকিনেকেই এটা শূন্য বচিৰাপিম $p(x)$? উদাহৰণ ৪ যিহেতু আপ নাক কিছু ধাৰণা দাখি। বহুপদ $p(x)$ ৰ এটা শূন্য বচিৰাউলিওৱা, বহুপদ সমীকৰণ $p(x) = 0$ সমাধান কৰাৰ সমান।

এতথি 1 , $p(x) = 0$ মানত

$$ax + b = 0, a \neq 0$$

অতঃপৰে

$$ax = -b$$

পট্টা ঠিক

$$x = -\frac{b}{a}$$

গতকি, $x = -\frac{b}{a}$ হৈছে $p(x)$ ৰ একমাত্ৰ শূন্য, অৰ্থাৎ, এটা বৈখিক বহুপদত এটা আৰু মাত্ৰ এটা শূন্য থাকে।

এতথি 1 আমাকিব পাৰ যিহেতু $x - 1$ ৰ শূন্য, আৰু -2 হৈছে $x + 2$ ৰ শূন্য।

উদাহৰণ ৫: ২ আৰু ০ বহুপদ x ৰ শূন্য যনকেপিৰীক স্বাক্ষৰক

$$x^2 - 2x$$

সমাধান: আহক

$$p(x) = x^2 - 2x$$

ততেনিয়া

$$p(2) = 2^2 - 8 = 8 - 8 = 0$$

আৰু

$$p(0) = 0 - 0 = 0$$

গতকি ২ আৰু ০ দুয়টা বহুপদ x ৰ শূন্য $x^2 - 2x$ ।

এতথি 1 আমাৰ পৰ যিবোৰে স্বাভাৱিক তালিকা পৰিসৰত কৰা যাক:

(i) বহুপদৰ শূন্য 0 হ'ব পাৰে বা নহ'ব।

(ii) 0 বহুপদৰ শূন্য হ'ব পাৰে।

(iii) পৰৱৰ্তী বৈখিক বহুপদত এটা আৰু মাত্ৰ এটা শূন্য থাকে।

(iv) বহুপদত এটাতকৈ অধিক শূন্য থাকিব পাৰে।

অনুশীলনী ২.২

১. বহুপদ $5x - 4x$ ৰ মান বচিৰক

$$x^2 + 3 \text{ এট}$$

(i) $x = 0$ (ii) $x = -1$ ২. তলত দিয়া 1

(iii) $x = 2$

বহুপদসমূহৰ পৰৱৰ্তী বচিৰক $p(0)$, $p(1)$ আৰু $p(2)$ বচিৰক:

(ক) $p(y) = y^2 - 3y + 1$

(ii) $p(t) = 2 + t + 2t^2 - 1$

(iii) $p(x) = x^2$

(iv) $p(x) = (x - 1)(x + 1)$

3. তলত দিয়া ৱৰ বহুপদৰ শূন্য নকোঁপৰীক যা কৰক, যদি ৱৰ বপিবীভে সূচনা কৰা হৈছে।

$$(i) p(x) = 3x + 5, x = -\frac{5}{3}$$

$$(ii) p(x) = 4x - \pi, x = \frac{8}{4}$$

$$(iii) p(x) = x^2 - 5, x = 5, -5$$

$$(iv) p(x) = (x + 5)(x - 2), x = -5, 2$$

$$(v) p(x) = x^2, x = 0$$

$$(vi) p(x) = lx + m, x = -\frac{m}{l}$$

$$(vii) p(x) = 3x^2 - 5, x = -\frac{5}{\sqrt{3}}, \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$(viii) p(x) = 2x + 5, x = -\frac{5}{2}$$

4. তলত দিয়া ৱৰ বহুপদৰ শূন্য নকোঁপৰীক যা কৰক, যদি ৱৰ বপিবীভে সূচনা কৰা হৈছে।

$$(i) p(x) = x + 5 \quad (ii) p(x) = 2x + 5 \quad (iii) p(x) = 3x - 2 \quad (iv) p(x) = 3x - 2 \quad (v) p(x) = 3x - 2 \quad (vi) p(x) = 3x - 2 \quad (vii) p(x) = cx + d, c \neq 0, d \neq 0$$

বাস তলত সংখ্যা।

$$p(x) = 3x$$

২.৪ বহুপদসমূহৰ গুণগতকৰণ

এতিয়া ৱৰ বহুপদৰ শূন্য নকোঁপৰীক যা কৰক, যদি ৱৰ বপিবীভে সূচনা কৰা হৈছে।

$$p(x) = (x - a)q(x) + r(x) \quad (i) \quad p(x) = (x - a)q(x) + r(x) \quad (ii) \quad p(x) = (x - a)q(x) + r(x)$$

কিন্তু ৱৰ বহুপদৰ শূন্য নকোঁপৰীক যা কৰক, যদি ৱৰ বপিবীভে সূচনা কৰা হৈছে।

গুণক উপপাদ্য: যদি $p(x)$ $n > 1$ ডিগ্ৰীৰ বহুপদ আৰু a যিকোনো বাস্তব সংখ্যা হয়, তেন্তে তেওঁ (i) $x - a$ $p(x)$ ৰ গুণক, যদি $p(a) = 0$, আৰু (ii) $p(a) \neq 0$, যদি $x - a$ $p(x)$ ৰ গুণক হয়।

পৰমাণু: বাকী থকা উপপাদ্য য'ত $p(x) = (x - a)q(x) + p(a)$

(i) যদি $p(a) = 0$, তেন্তে $p(x) = (x - a)q(x)$, যি দেখুৱাইছে যে $x - a$ $p(x)$ ৰ এটা গুণক। (ii) যদি $p(a) \neq 0$, তেন্তে $p(x) = (x - a)q(x) + p(a)$, যি দেখুৱাইছে যে $x - a$ $p(x)$ ৰ গুণক নহয়।

$$p(a) = (a - a)q(a) + p(a) = 0 + p(a) = p(a)$$

উদাহৰণ ৬: $x^3 + 2x^2 + 3x + 6$ আৰু $2x + 4$ ৰ গুণক নকোঁপৰীক যা কৰা।

সমাধান: $x^3 + 2x^2 + 3x + 6$ আৰু $2x + 4$ ৰ গুণক নকোঁপৰীক যা কৰা।

তেন্তে,

$$p(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 + 5(-2) + 6$$

$$= -8 + 12 - 10 + 6$$

$$= 0$$

গতকি, গুণক উপপাদ যব দ বাৰা, $x + 2x$ ৰ গুণক আক , $s(-2) = 0 + 0x^2 + 5x + 6$

$2(-2) + 4 = 0$ গতকি, $x + 2x + 4$ ৰ গুণক। আচলত, আপুনি গুণক উপপাদ য

প ৰয গনকৰাকৈযে এইট পৰীক যা কৰবি পাৰে, যহিত্তে $2x + 4 = 2(x + 2)$ ।

উদাহৰণ ৭ : k ৰ মানট বচিৰক , যদি $x - 1$ $4x$ ৰ গুণক হয় $0 + 0x^2 - 8x + k$ ।

সমাধান : যহিত্তে $x - 1$ $p(x) = 4x$ ৰ গুণক $0 + 0x^2 - 8x + k$, $p(s) = 0$ $p(s)$

এতিয়া, $8(s)0 + 0(s)2 - 8(s) + k$

$$8 + 0 - 8 + k = 0$$

$$k = -3$$

গতকি, অৰ থাং আমি এতিয়া কাৰক উপপাদ যব যবহাৰ কৰি ডিগি ২ আৰু ৩ৰ কছিমান বহুপদক গুণকীয় কৰণ কৰিম।

আপুনি ইতিমধ্যে $2 + lx + m$ ৰ দৰে বহিৰত বহুপদৰ গুণনীয় কৰণৰ সৈতে পৰিচিতি। আপুনি ইয়াক মধ্যম পদ lx আৰু bx হিচাপে

X ৰ ভিত্তিত কৰি কাৰক কৰি লৈছে যাত $ab = m$ হয়। তেতিয়া $lx^2 + lx + m = (x + a)(x + b)$ । আমি এতিয়া $ax^2 + bx + c$ ধৰণৰ

দ বহিৰত বহুপদসমূহক গুণনীয় কৰি কৰিলে চৰে টা কৰিম, য'ত $a = 0$ আৰু a, b, c ধৰক।

মধ্যম পদট বহিৰজতি কৰি বহুপদ $ax^2 + bx + c$ ৰ গুণককৰণ তলত দি। ধৰণৰ:

$$\frac{0x^2}{x} = 3x = \text{ভাগফলৰ পৰা মধ্যম পদ}$$

ইয়াৰ গুণক $(px + q)$ আৰু $(rx + s)$ হওক। তেতিয়া $ax^2 + bx$

$$+ c = (px + q)(rx + s) = prx^2 + (ps + qr)x + qs$$

x ৰ সহগ তুলনা কৰিলে একেদৰে x ৰ সহগ $ps + qr$, আমি $a = pr$ পাওঁ।

তুলনা কৰিলে আমি $b = ps + qr$ পাম।

আৰু, ধৰক পদব ৰ তুলনা কৰিলে আমি $c = qs$ পাম।

ইয়াৰ পৰা দেখা যায় যে b হৈছে দুটা সংখ্যা ps আৰু qr ৰ যোগফল, যাৰ গুণফল হ'ল $(ps)(qr) = (pr)(qs) = ac$ ।

গতকি $ax^2 + bx + c$ ৰ গুণকীয় কৰণ কৰিলে আমি b ক দুটাৰ যোগফল হিচাপে লিখিব লাগিব

যি ৰ সংখ্যা যাৰ উৎপাদন ac । উদাহৰণ ১৩ৰ পৰা এই কথা স্পষ্ট হ'ব।

উদাহৰণ ৮ : মধ্যম পদট বহিৰজতি কৰি, আৰু কাৰক উপপাদ যব যবহাৰ কৰি $6x^2 + 19x + 5$ ৰ গুণক।

সমাধান ১ : (বহিৰজতি পদ্ধতি) : যদি আমি দুটা সংখ্যা p আৰু q বচিৰ পাওঁ যে $p + q = 17$ আৰু $pq = 6 \times 5 = 30$, তেন্তে আমি গুণকৰ পাব পাৰোঁ।

গতকি, ৩০ ৰ গুণক যি ৰ বচিৰ কছিমান হ'ল ১ আৰু ৩০, ২ আৰু ১৫, ৩ আৰু ১০, ৫ আৰু ৬। এই যি ৰ ভিতৰত ২ আৰু ১৫ যি আমাক $p + q = 17$ দিব।

$$\begin{aligned}
 \text{গতকি, } ৬x^2 + ১৭x + ৫ &= ৬x^2 + (২ + ১৫)x + ৫ \\
 &= ৬x^2 + ২x + ১৫x + ৫ \\
 &= ২x(৩x + ১) + ৫(৩x + ১) \\
 &= (৩x + ১)(২x + ৫)
 \end{aligned}$$

সমাধান ২ : (কাৰক উপপাদ য ব য়হাৰ কৰা)

$$৬x^2 + ১৭x + ৫ = ৬x^2 + \frac{১৭}{৬}x + \frac{৫}{৬} = ৬p(x), \text{ ধৰক। যদি } a \text{ আৰু } b \text{ } p(x) \text{ ৰ শূন্য হয়, তেন্তে } a + b = \frac{১৭}{৬} + \frac{৫}{৬} = \frac{২২}{৬} = \frac{১১}{৩}।$$

$$৬x^2 + ১৭x + ৫ = ৬(x - ক)(x - খ)। \text{ গতকি, } ab = \frac{৫}{৬}। \text{ এটা আৰুৰ বাবে কিছুমান সম ভাৱনা চাওঁ আহক}$$

$$\text{খ. তেওঁলৈ ক'ব পাৰে } \frac{১}{৬} + \frac{১}{৬} = \frac{২}{৬} = \frac{১}{৩}। \text{ এতিয়া } \frac{৫}{৬} = \frac{৫}{৬}। \text{ গতকি, } ১ + ১ = ২, ১ \times ১ = ১। \text{ গতকি, } ১ + \frac{১}{৬} = \frac{৭}{৬}। \text{ এটা আৰুৰ বাবে কিছুমান সম ভাৱনা চাওঁ আহক}$$

$$\text{পু } \frac{১}{৩} = ০। \text{ গতকি, } x = \frac{১}{৩} + p(x) \text{ ৰ এটা গুণক। একদেৰে পৰীক্ষা কৰাৰ বাবে আপুনি সিহঁতৰ বাবে চাৰিটা পাব পাৰে}$$

$$x = \frac{১}{৩} + p(x) \text{ ৰ এটা গুণক।}$$

$$\begin{aligned}
 \text{সময়েহে, } ৬x^2 + ১৭x + ৫ &= ৬\left(x + \frac{১}{৩}\right)\left(x + \frac{৫}{২}\right) \\
 &= ৬\left(\frac{৩x + ১}{৩}\right)\left(\frac{২x + ৫}{২}\right) \\
 &= (৩x + ১)(২x + ৫)
 \end{aligned}$$

ওপৰৰ উদাহৰণটো ৰ বাবে বিভাজন পদ্ধতিৰ য়হাৰ অধিক কাৰ্যকৰী যেন লাগে। অৱশ্যে, আন এটা উদাহৰণ বৰিচেনা কৰা য়োক।

উদাহৰণ ৯ : y ৰ কাৰক $y^2 - ৫y + ৬$ - কাৰক উপপাদ য ব য়হাৰ কৰা

সমাধান : $p(y) = y^2 - ৫y + ৬$ । এতিয়া $p(y) = (y - a)(y - b)$ হয়, তেন্তে $a + b = ৫$ আৰু $ab = ৬$ । a আৰু b ৰ মান বিচাৰিবলৈ আমাৰ চাওঁ ৬ ৰ গুণক।

৬ ৰ গুণক হ'ল $১, ২$ আৰু ৩ ।

$$\text{এতিয়া } p(২) = ২^2 - (৫ \times ২) + ৬ = ০$$

গতকি, $y - ২$ হৈছে $p(y)$ ৰ এটা গুণক।

লগতে, $p(3) = ৩২ - (৫ \times ৩) + ৬ = ০$

গতকি, $y - 3$ ও y ৰ এটা গুণক $y^2 - ৫y + ৬$ ।

গতকি য $y^2 - ৫y + ৬ = (y - ২)(y - ৩)$

মন কৰবি যে $y^2 - 5y + 6$ ৰ মধ্যম পদ $-5y$ বিভাজন কৰি কাৰক হ'চাপলে'ব পাৰি।

এতিয়া 1, ঘন বহুপদসমূহক গুণকীয় কৰণৰ কথা বিবেচনা কৰা যাওক। ইয়াত আৰম্ভণিতে বিভাজন পদ্ধতি উপযুক্ত নহ'ব। আমাৰ পৰ্য্যবেক্ষণ অনুসৰি এটা কাৰক বচিৰাউলি বলাগিব, যি আপুনি তলৰ উদাহৰণত দেখিব।

উদাহৰণ ১০: x ৰ কাৰক $x^3 - ২০x^2 + ১৪২x - ১২০$ ।

সমাধান: $p(x) = x$ হওক $x^3 - ২০x^2 + ১৪২x - ১২০$

আমাৰ এতিয়া $1 - ১২০$ ৰ সকল গুণক বচিৰামি। ইয়াৰে কিছুমান হ'ল $\pm ১, \pm ২, \pm ৩,$

$\pm ৪, \pm ৫, \pm ৬, \pm ৮, \pm ১০, \pm ১২, \pm ১৫, \pm ২০, \pm ২৪, \pm ৩০, \pm ৬০$ ।

পৰীক্ষা কৰা মূলকভাৱে আমাৰ পাম যে $p(1) = 0$ । গতকি $x - 1$ হৈছে $p(x)$ ৰ এটা গুণক।

এতিয়া 1 আমাৰ দেখিবলৈ পোৱা য়ে $x^3 - ২০x^2 + ১৪২x - ১২০ = (x - 1)(x^2 - ১৯x + ১২০)$

$$x^2 - ১৯x + ১২০ = (x - ১)(x - ১২)(x - ১০) \text{ (কিহি ?)}$$

$$= (x - ১)(x^2 - ১২x + ১২০) \text{ [(x - ১) সাধাৰণ ল'ৰা]}।$$

আমাৰ $p(x)$ ক $x - 1$ ৰে ভাগ কৰি এইটো পাব পাৰিলে হৈতেনে।

এতিয়া $x^2 - ১২x + ১২০$ ৰ মধ্যম পদটো বিভাজিত কৰিব বা বৰ্যহাৰ কৰি কাৰকীয় কৰিব পাৰি। x কাৰক উপপাদ। যি মধ্যম কালীন পদটো বিভাজিত কৰি আমাৰ হাতত আছে:

$$x^2 - ১২x + ১২০ = x(x - ১২) + ১২০$$

$$= x(x - ১২) + ১০(x - ১২) = (x - ১২)(x + ১০)$$

$$= (x - ১২)(x + ১০)$$

$$x^3 - ২০x^2 + ১৪২x - ১২০ = (x - ১)(x - ১২)(x + ১০)$$

অনুশীলনী ২.৩

১. তলৰ ক'ট বহুপদটো $(x + 1)$ গুণক আছে নহি গণনা কৰা:

(i) $x^3 + x^2 + x + ১$

(ii) $x^8 + x^4 + x^2 + x + ১$

(iii) $x^8 + ৩x^3 + ৩x^2 + x + ১$

(iv) $x^{৩২-x} - (২\sqrt{২})x\sqrt{২}$

২. তলত দিয়া 1 পৰ্য্যবেক্ষণ কৰি বৰ্যহাৰ কৰক: (i)

$$p(x) = 2x^3 + x^2 - ২x - ১, g(x) = x + ১$$

$$(ii) p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1, g(x) = x + 2$$

$$(iii) p(x) = x^3 - 8x^2 + x + 6, g(x) = x - 3$$

3. k ৰ মানটো বচাবক, যদি $x - 1$ তলৰ পৰা বচাওঁ কৰা যেনে $p(x)$ ৰ গুণক হয় $: +x + k$

$$(i) p(x) = x^3$$

$$(ii) p(x) = 2x^3 + kx + 2\sqrt{}$$

$$(iii) p(x) = kx^2 - 2x\sqrt{+ 5}$$

$$(iv) p(x) = kx^2 - 3x + k$$

৪/ কাৰখানা :

$$(ক) 52x^3 - 9x + 1$$

$$(ii) 2x^3 + 9x + 3$$

$$(iii) 6x^3 + 5x - 6$$

$$(iv) 3x^3 - x - 8$$

৫/ কাৰখানা :

$$(i) x^3 - 2x^2 - x + 2$$

$$(ii) x^3 - 3x^2 - 5x - 5$$

$$(iii) x^3 + 53x^2 + 32x + 20$$

$$(iv) 2y^3 + y^2 - 2\text{বছৰ} - 1$$

২.৫ বীজগণতিয় পৰচিয়

আপোনাৰ আগৰ শৰণীসমূহৰ পৰা, আপুনি মনত পলোব পাৰে যে এটা বীজগণতিয় পৰচিয় হৈছে এটা বীজগণতিয় সমীকৰণ যাৰ ইয়াত ঘটা চলকৰ সকল মানৰ বাবে সেতু। আপুনি পূৰ্বৰ শৰণীসমূহত তলত দিয়া বীজগণতিয় পৰচিয় সমূহ অধ্যয়ন কৰাৰ ক্ষেত্ৰত ২ +

পৰচিয় I : $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

পৰচিয় II : $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

পৰচিয় III : $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$

পৰচিয় IV : $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ আপুনি নিশ্চিত কৰিব

এই বীজগণতিয় পৰচিয় সমূহৰ কিছুমান বৰ্হিহৰ কৰা বীজগণতিয় অভ্যাস যিকোনো তালিকাভুক্ত কৰা কৰিবলৈও বৰ্হিহৰ কৰা। আপুনি গণনাত ইহঁতৰ উপযোগিতাও চাব পাৰে।

উদাহৰণ ১১ : উপযুক্ত পৰচিয় বৰ্হিহৰ কৰা তলত দিয়া সামগ্ৰীসমূহ বচাবক: (ii) $(x$

$$(ক) (x + 3)(x + 3) - 3(x + 5)$$

সমাধান : (i) ইয়াত আমি Identity I বৰ্হিহৰ কৰিব পাৰোঁ : $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$. ইয়াত $y = 3$ ৰাখিলে, আমি পাবোঁ

$$(x + 3)(x + 3) = (x + 3)^2 = x^2 + 2(x)(3) + (3)^2 \\ = x^2 + 6x + 9$$

(ii) ওপৰৰ পৰচিয় IV বৰ্হিহৰ কৰা, অৰ্থাৎ, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$, আমাৰ হাতত আছে

$$(x + 5) = x^2 + 2x - 15 = x^2 + (-3 + 5)x + (-3)(5) \\ = x^2 - 3x - 15$$

উদাহরণ ১২ : পৰৱৰ্তী গুণনকৰাকৈ ১০৫×১০৬ ৰ মূল যায নকৰা।

সমাধান :

$$\begin{aligned} ১০৫ \times ১০৬ &= (১০০ + ৫) \times (১০০ + ৬) \\ &= (১০০)২ + (৫ + ৬)(১০০) + (৫ \times ৬), \text{ পৰচিহ্ন IV ৰ ব্যৱহাৰ কৰি} \\ &= ১০০০০০ + ১১০০ + ৩০ \\ &= ১১১১০০ \end{aligned}$$

কল্পিত মানৰ উৎপাদন বচাৰি উলিওৱাত ওপৰত উল্লেখ কৰা পৰচিহ্ন সমূহৰ কল্পিত মানৰ ব্যৱহাৰ আপুনি দেখেছিব।
দৰি ১ অৰ্থাৎ যি কল্পিত এই পৰচিহ্ন সমূহ বীজগণিতীয় অৰ্থাৎ যি কল্পিত সমূহৰ গুণককৰণত উপযোগী
লগতে, তলৰ উদাহৰণৰ ব্যৱহাৰ দেখা দৰে।

উদাহৰণ ১৩ : ফকৈ টৰাইজ:

$$(২৫) \quad ৪৯ক^২ + ৭০ab + ২৫খ^২ \qquad (ii) \quad \frac{২৫}{৪}x^২ - \frac{৭০}{৯}xy$$

সমাধান : (i) ইয়াক আপুনি সহজে দেখা পাব

$$৪৯ক^২ = (৭ক)^২, \quad ২৫খ^২ = (৫খ)^২, \quad ৭০ab = ২(৭ক)(৫খ)$$

পৰৱৰ্তী ত অৰ্থাৎ যি কল্পিত ক^২ৰ সৈতে তুলনা কৰা $২ + ২xy + y^২$, আমলিক যি কৰা $x = ৭a$ আৰু $y = ৫b$ ।
পৰচিহ্ন IV ৰ ব্যৱহাৰ কৰি আমাৰ পাওঁ

$$৪৯ক^২ + ৭০ab + ২৫খ^২ = (৭ক + ৫খ)^২ = (৭ক + ৫খ)(৭ক + ৫খ)$$

$$(ii) \quad \text{আমাৰ আছে } \frac{২৫}{৪}x^২ - \frac{৭০}{৯}xy = \frac{৫}{২}x^২ - \frac{৭০}{৯}xy$$

এতিয়া ইয়াক Identity III ৰ সৈতে তুলনা কৰিলে আমাৰ পাওঁ

$$\begin{aligned} \frac{২৫}{৪}x^২ - \frac{৭০}{৯}xy &= \frac{৫}{২}x^২ - \frac{৭০}{৯}xy \\ &= \frac{৫}{২}x^২ + \frac{৭০}{৯}xy - \frac{৭০}{৯}xy - \frac{৭০}{৯}xy \end{aligned}$$

এতিয়া লৈকে আমাৰ সকলো পৰচিহ্ন তেওঁৰ মধ্যস্থতায় উৎপাদন জটিল আছিল। এতিয়া পৰচিহ্নটো সমাপ্ত কৰাৰ আহক।
I ৰ পৰা এটা কল্পিত $x + y + z$ লৈ। আমাৰ গণনা কৰিম $(x + y + z)^২$ পৰচিহ্ন IV ৰ ব্যৱহাৰ কৰি

$x + y = t$ হওক। তেন্তে,

$$\begin{aligned} (x + y + z)^২ &= (t + z)^২ \\ &= t^২ + ২tz + z^২ \qquad \qquad \qquad (\text{পৰচিহ্ন IV ৰ ব্যৱহাৰ কৰি}) \\ &= (x + y)^২ + ২(x + y)z + z^২ \qquad \qquad \qquad (t \text{ ৰ মান সলনি কৰি}) \end{aligned}$$

$$z^2 = x^2 + 2xy + y^2 + 2xz + 2yz + z^2 \quad (\text{পৰিচয় I ব য়হাৰ কৰি})$$

$$z^2 = x^2 + 2x + 2y + 2z + 2xy + 2yz + 2zx \quad (\text{চৰ তসমূহ পুনৰ সাজি})$$

গতকি, আমাৰ তলত দিয়া I পৰিচয় ট পাম:

$$\text{পৰিচয় V: } (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

মন তব য: আমাৰ ফালৰ অভ্যন্তৰীণ কৰা তি ক বাওঁফালৰ অভ্যন্তৰীণ কৰা তি ব বসি তাৰতি ব্লক বুলি কওঁ।
মন কৰি যি $(x + y + z)^2$ ৰ পৰা বসাৰণ তিটি বৰ গ পদ আৰু তিটি গুণফল পদৰে গঠিত।

উদাহৰণ ১৪: $(৩ক + ৪খ + ৫গ)^2$ বসি তাৰতি ব্লক লখি।

সমাধান: পৰিচয় V ব য়হাৰ কৰি আমাৰ হাতত $(x + y + z)^2$, আমাৰ সৈতে বচিৰ পাওঁ

$$x = ৩a, y = ৪b \text{ আৰু } z = ৫c।$$

গতকি পৰিচয় V ব য়হাৰ কৰি আমাৰ =

$$\begin{aligned} (৩ক + ৪খ + ৫গ)^2 &= (3a)^2 + (4b)^2 + (5c)^2 + 2(৩ক)(৪খ) + 2(৪খ)(৫গ) + 2(৫গ)(৩ক) \\ &= ৯ক^2 + ১৬খ^2 + ২৫গ^2 + ২৪ab + ৪০bc + ৩০ac \end{aligned}$$

উদাহৰণ ১৫: পৰিচয় V ব য়হাৰ কৰি আমাৰ হাতত $(৪ক - ২খ - ৩গ)^2$ ।

সমাধান: পৰিচয় V ব য়হাৰ কৰি আমাৰ হাতত

$$\begin{aligned} (৪ক - ২খ - ৩গ)^2 &= [4a + (-2b) + (-3c)]^2 \\ &= ১৬ক^2 + ৪খ^2 + ৯গ^2 - ১৬ab + ১২খ - ২৪ac \\ &= ১৬ক^2 + ৪খ^2 + ৯গ^2 - ১৬ab + ১২খ - ২৪ac \end{aligned}$$

উদাহৰণ ১৬: $৪x^2 + y^2 + z^2$ ৰ কাৰক $- ৪xy - ২yz + ৪xz।$

সমাধান: আমাৰ হাতত $৪x^2 + y^2 + z^2 - ৪xy - ২yz + ৪xz = (২x)^2 + (-y)^2 + (z)^2 + ২(২x)(-y)$

$$+ ২(-y)(z) + ২(২x)(z)$$

$$= [২x + (-y) + z]^2 = (২x - y + z)^2 \quad (\text{পৰিচয় V ব য়হাৰ})$$

$$- y + z]^2 \text{ কৰি} = (2x - y + z)(2x - y + z)$$

এতিয়া লক্ষ্য কৰা যি আমাৰ দিয়া বীৰ কৰা ফালৰ সৈতে জড়িত পৰিচয় ৰ সৈতে মে কৰি কৰি। এতিয়া আমাৰ $(x + y)$ গণনা কৰিবলৈ পৰিচয় I ব য়হাৰ কৰি আমাৰ হাতত আছে:

$$(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = (x^2 +$$

$$y)(x^2 + ২xy + y^2) = x(x^2 + ২xy + y^2)$$

$$+ y(x^2 + ২xy + y^2)$$

$$= x^3 + ২x^2y + xy^2 + x^3 + ২xy^2 + y^3$$

$$= x^3 + ৩x^2y + ৩xy^2 + y^3$$

$$= x^3 + y^3 + ৩xy(x + y)$$

গতকি, আমিতলত দযি ১ পৰচিয ট পাওঁ:

পৰচিয VI: $(x + y)^3 = x^3 + ৩x^2y + ৩xy^2 + y^3$

লগতে, পৰচিয VI ত y ৰ ঠাইত $-y$ ৰাখি আমি পাওঁ

পৰচিয VII: $(x - y)^3 = x^3 - ৩x^2y + ৩xy^2 - y^3$

উদাহৰণ ১৭: তলত দযি ১ ঘনকৰ ৰ পৰা ৰসাৰতি ৰূপত লখি: (i) $(৩a + ৪b)^3$ (ii) $(৫p - ৩q)^3$

সমাধান: (i) পৰৱৰ্তী ত অৱলিখিত ক $(x + y)^3 = 3a$ আৰু $y = 4b$ ৰ সৈতে তুলনা কৰা।

গতকি, পৰচিয VI ৰ ব্যৱহাৰ কৰি, আমাৰ হাতত

$$\begin{aligned} \text{আছে: } (3a + 4b)^3 &= (৩ক)^3 + (৪খ)^3 + ৩(৩ক)(৪খ)(৩ক + ৪খ) \\ &= ২৭ক^3 + ৬৪খ^3 + ১০৮ক^2খ + ১৪৪কখ^2 \end{aligned}$$

(ii) পৰৱৰ্তী ত অৱলিখিত ক $(x - y)^3 = 5p$, $y = 3q$ ৰ সৈতে তুলনা কৰা।

গতকি, পৰচিয VII ৰ ব্যৱহাৰ কৰি, আমাৰ হাতত আছে:

$$\begin{aligned} (৫p - ৩q)^3 &= (৫প)^3 - (৩ক)^3 - ৩(৫প)(৩ক)(৫প - ৩ক) \\ &= ১২৫প^3 - ২৭ক^3 - ২২৫প^২ক + ১৩৫পক^২ \end{aligned}$$

উদাহৰণ ১৮: উপযুক্ত পৰচিয ৰ ব্যৱহাৰ কৰি তলত দযি ১ পৰৱৰ্তী ৰ মূল ফলাফল কৰা:

(i) $(১০৪)^3$ (ii) $(৯৯৯)^3$

সমাধান: (i) আমাৰ আছে

$$\begin{aligned} (১০৪)^3 &= (১০০ + ৪)^3 \\ &= (১০০)^3 + (৪)^3 + ৩(১০০)(৪)(১০০ + ৪) \\ &= ১০০০০০০ + ৬৪ + ১২৪৮০০ \\ &= ১১২৪৮৬৪ \end{aligned}$$

(পৰচিয VI ৰ ব্যৱহাৰ কৰি)

(ii) আমাৰ আছে

$$\begin{aligned} (৯৯৯)^3 &= (১০০০ - ১)^3 \\ &= (১০০০)^3 - (১)^3 - ৩(১০০০)(১)(১০০০ - ১) \\ &= ১০০০০০০০০০ - ১ - ২৯৯৭০০০ \\ &= ৯৯৭০০২৯৯৯ \end{aligned}$$

(পৰচিয VII ৰ ব্যৱহাৰ কৰি)

উদাহরণ ১৯: bx কাৰক

$$^{\circ} + 2xy^{\circ} + 3bx^2y + 48xy^2$$

সমাধান: পৰৱৰ্তী অৱস্থায় যিকোনো $(2x)0 + (0y)0 + 0(8x) = (2x)$

$$0 + (0y)0 + 0(2x) \text{ বুলি } (0\text{বছৰ}) + 0(2x)(\text{৯বছৰ})$$

$$\text{লিখিবি পাৰি } (0y) + 0(2x)(0y)$$

$$= (2x + 0y)^{\circ} \quad (\text{পৰিচয় VI বৰ্ষহাৰ})$$

$$\text{কৰি} = (2x + 0y)(2x + 0y)(2x + 0y)$$

এতিয়া $(x + y + z)(x)$ বৰিচেনা কৰক $^2 + \text{আৰু } ^2 + \text{সহ}^2 - xy - yz - zx$

সম পৰিৱৰ্তন কৰিলে আমাৰ পৰিৱৰ্তন টো হিচাপে পাওঁ

$$x(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) + y(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$0 + 2 + y^2 + z^2 + z(x^2 - xy - yz - zx) = x^2 + xy^2 + xz^2 - x^2 - x^2y - xyz - zx^2 + x^2y$$

$$yz^2 - xy^2 - y + y^2 - xy^2 + x^2 + y^2 + y^2 - \text{সহ} + \text{সহ}^{\circ} - xyz - yz^2 - xz^2 \text{ বৰি বাৰা}$$

$$= x^2y^2 + z^2 - 3xyz \text{ (সৰলীকৰণৰ ওপৰত)}$$

গতকি, আমাৰ তলত দিয়া পৰিচয় টো লাভ কৰ:

$$\text{পৰিচয় VIII: } x^{\circ} + \text{আৰু } ^{\circ} + \text{সহ}^{\circ} - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + \text{আৰু } ^2 + \text{সহ}^2 - xy - yz - zx)$$

$$\text{উদাহৰণ ২০: ফকে টৰাইজ: } bx^{\circ} + \text{আৰু } ^{\circ} + 2xy^{\circ} - 1bxyz$$

সমাধান: ইয়াত, আমাৰ আছে

$$bx^{\circ} + y^{\circ} + 2xy^{\circ} - 1bxyz +$$

$$= (2x + y^{\circ} + 0z) = (2x)^{\circ} - 0(2x)(y)(0z)$$

$$y + 0z[(2x)^2 + y^2 + 0z] = (2x + y + 0z)(8x^2 - (2x)(y) - (y)(0z) - (2x)(0z))$$

$$2 + y^2 + 0z^2 - 2xy - 0yz - 0xz)$$

অনুশীলনী ২.৪

১. তলত দিয়া সামগ্ৰীসমূহ বচাবলৈ উপযুক্ত পৰিচয় বৰ্ষহাৰ কৰক:

$$(i) (x + 8)(x + 10)$$

$$(ii) (x + 7)(x - 10)$$

$$(iii) (0x + 8)(0x - 5)$$

$$(iv) (\text{আৰু } ^2 + \text{ত } ^2 - \text{ত } ^2)$$

$$(v) (0 - 2x)(0 + 2x)$$

২. পৰিৱৰ্তন যিকোনো ভাৱে গুণন কৰাকৈ তলত দিয়া উৎপাদকসমূহৰ মূল যাচ কৰা:

$$(i) 100 \times 100$$

$$(ii) 95 \times 96$$

$$(iii) 108 \times 96$$

৩. উপযুক্ত পৰিচয় বৰ্ষহাৰ কৰি তলত দিয়া বৰিৱৰ্তন কৰক:

$$(i) 9x^2 + 6xy + y^2$$

$$(ii) 8y^2 - 8y + 1$$

$$(iii) x^2 - \frac{\text{আৰু } 100}{\text{আৰু } 100}$$

4. উপযুক্ত তপৰচিয ব যৱহাৰ কৰি তলত দিযী প ৰতটি প ৰসাৰতি

$$(ৱা) (x + 2y + 8z)^2 \quad \text{কৰক: (ii) } (2x - y + z)^2 \quad \text{(iii) } (-2x + 3y + 2z)^2$$

$$(iv) (৩ক - ৭খ - গ)^2 \quad (v) (-2x + 5y - 3z)^2 \quad \text{--- } ১ \text{ } ১ \text{ } ১ \text{ } ab \text{ } ১ \text{ } +$$

৫/ ফকে টৰাইজ:

$$(ৱা) 8x^2 + ১৬xy^2 + ১৬xz^2 + ১২xy - ২৪yz - ১৬xz$$

$$(ii) ২x^2 + ২\sqrt{xy} + ৮z^2 - ২\sqrt{xy} + ৮\sqrt{yz}$$

6. তলত দিযী প ঘনকৰ ৰ প ৰসাৰতি আকাৰত লখি:

$$(ৱা) (2x + ১)^3 \quad (ii) (২ক - ৩খ)^3 \quad (iii) X^{(iii)} ১ + \quad (iv) -২ X^3$$

7. উপযুক্ত তপৰচিয ব যৱহাৰ কৰি তলত দিযী প ৰ ৰ মূল যায নকৰা: (i) (99)3

$$(ii) (102)3 \quad \text{৮. তলত দিযী প ৰতটি ক কাৰক হিচাপে লওক: (i) } 8a^3 \quad (iii) (৯৯৮)^3$$

$$+ b^3 + 12a^2b + 6ab^2 \quad (iii) 27 - 125a^3 - 135a + 225a^2$$

$$(ii) ৮ক ৩ - ২৭খ ৩ - ১২৮২খ + ৬৮২$$

$$(iv) ৬৮ক ৩ - ২৭খ ৩ - ১৮৮ক ২খ + ১০৮৮২$$

$$(v) ২৭পুষ্টা^3 - \frac{১}{২১৬} - \frac{২}{৮} = ১ \frac{৮}{৮} +$$

$$9. পৰীক যা কৰক: (i) x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) \quad (ii) x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

10. তলত দিযী প ৰতটি ক ফকে টৰ কৰি

$$(ৱা) ২৭y^3 + ১২৫z^3 \quad \text{লওক: (ii) } 64m^3 - 343n^3$$

[ইংগতি: প ৰশ ন ৯ চাওক।]

$$১১) ফকে টৰাইজ: ২৭x^3 + y^3 + z^3 - ৯xyz$$

$$১২) x^3 + y^3 + z^3 \text{ বুলি পৰীক যা কৰক } \frac{১}{()} - ৩xyz = + + \quad xyzxy^2 + 7) yz^2 \quad (ZX)^2$$

$$13. \text{যদি } x + y + z = 0, \text{ তেন্তে } x^3 + y^3 + z^3 \text{ বুলি দিখোৱাওক } = ৩xyz$$

$$14. \text{প ৰকৃততে ঘনক গণনা নকৰাকৈ তলৰ প ৰতটি ৰ মান বচিাৰক: (i) } (-12)^3 + (7)^3 + (5)^3 \quad (ii) (28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3$$

১৫) তলৰ প ৰতটি ৰ দৰৈ ঘ য আৰু প ৰস খৰ বাবে সম ভাৱ য অভবি যক তি দিযী প

আয তক যতে ৰ, য'ত ইয ৰক যতে ৰফল দিযী প হৈছে:

$$\text{এলকো: } ২৫ক^২ - ৩৫ক + ১২$$

$$\text{এলকো: } ৩৫y^2 + ১৩y - ১২$$

(i)

(ii)

১৬) যবি ব ঘনকৰ আয তন তলত দযি া হৈছে, সেইব বৰ মাত বাৰ সম ভাৱ য অভবি যক তি ককি?

$$\text{আয তন : } ৩x^২ - ১২x$$

$$\text{আয তন : } ১২ky২ + ৮ky - ২০k$$

(গ হ)

(ii)

২.৬ সাৰাংশ

এই অধ যায ত আপুনিতলত দযি া বনি দুসমূহ অধ যয নকৰছি:

1. x এটা চলকত থকা বহুপদ $p(x)$ হৈছে x ৰূপৰ এটা বীজগণিতীয় অভবি যক তি

$$p(x) = \text{এটা } x^n + a_{n-1}x^{n-১} + \dots + a_2x^২ + a_1x + a_0,$$

য'ত $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ ধ বুরক আৰু $a_n \neq 0$, a_0, a_1, a_2, \dots ,

a_n হৈছে ক ৰমবে বহুপদট ৰ x ৰ সহগ। এটা x $p(x)$ ৰ প ৰতটি n , এটা $-১ x^{n-1}$ ০ ৰ সৈতে, বহুপদ, \dots, a_0 , ৰ এটা পদ ব লা হয় ।

২) এটা পদৰ বহুপদক একপদ ব লা হয় ।

৩) দুটা পদৰ বহুপদক দ ৰপিদ ব লা হয় ।

৪) তিনিটা পদৰ বহুপদক ত ৰপিদ ব লা হয় ।

৫) এক ডগি ৰীৰ বহুপদক ৰৈখিক বহুপদ ব লা হয় ।

৬) দ বতীয ডগি ৰীৰ বহুপদক দ বঘাত বহুপদ ব লা হয় ।

৭) তিনি ডগি ৰীৰ বহুপদক ঘন বহুপদ ব লা হয় ।

৮) এটা বাস তৰ সংখ যা 'a' বহুপদ $p(x)$ ৰ শূন য যদি $p(a) = ০$ হয় । এই ক ষতে ৰত a ক a বুলঙি ক ৰা হয় সমীকৰণট ৰ মূল $p(x) = ০$ ।

৯.

10. গুণক উপপাদ য : $x - a$ বহুপদ $p(x)$ ৰ এটা গুণক, যদি $p(a) = ০$. লগতে, যদি $x - a$ এটা গুণক $p(x)$ ৰ, তেনে তে $p(a) = ০$ ।

$$১১. (x + y + z)^২ = x^২ + y^২ + z^২ + ২xy + ২yz + ২zx$$

$$১২. (x + y)^৩ = x^৩ + y^৩ + ৩xy(x + y)$$

$$১৩. (x - y)^৩ = x^৩ - y^৩ - ৩xy(x - y)$$

$$১৪) x^৩ + y^৩ + z^৩ - ৩xyz = (x + y + z)(x^২ + y^২ + z^২ - xy - yz - zx)$$