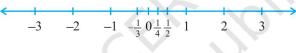


অধ যায ১

সংখ যাব যৱস থা

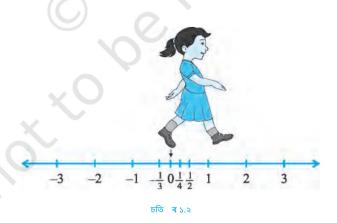
১.১ পৰচিয

আপ নাৰ আগৰ শ ৰণীেসমূহত আপুন সিংখ যাৰখোৰ বষিয় আৰু ইয় ত বভিনি ন ধৰণৰ সংখ যা কনেকে পৈ ৰতনিৰ্ধিতি ব কৰবি লাগসেইে বষিয় শেকিছি (চতি ৰ ১.১ চাওক)।



চতি ৰ ১.১ : সংখ যাৰখো

কল পনা কৰক যথে আপুনশূিন যৰ পৰা আৰম ভ কৰ িএই সংখ যাৰখোৰধেনাত মক দশিত খ জ কা যািব। চকুৱ যেমািনদূৰ দখেছি,ে সংখ যা, সংখ যা আৰু সংখ যা আছা়ে!



এতযি াধৰ লিওক আপুন নিম বৰ লাইনৰ কাষৰেখে জ কা বিলথৈ আৰম ভ কৰছিং, আৰু কছুিমান সংগ ৰহ কৰবিলথৈ আৰম ভ কৰছিং সংখ যা। সহেঁব ৰ ষ ট'ৰ কৰবিলথৈ এটা বগে সাজু কৰ লিওক!

আপুন আৰম ভ কৰবি পাৰ েকৱেল প ৰাক্তকি সংখ যা যনে ১, ২, ৩ ইত যাদিল ৱাৰ পৰা। আপুনি জান যে এই তালকাখন চৰিদনিৰ বাব চলি থাক।ে (এইট কযি সঁচা?) গতকি,ে এতযি া আপ নাৰ বগেত অসীম অসংখ য প ৰাক্তকি সংখ যা আছ্টে মনত ৰাখবি যে আমি এই সংকলনট ক N চহি নৰচে চহি নতি কৰ ।



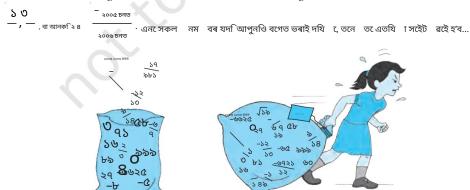
এতথি । ঘূৰ ঘূৰ ঘূৰ ঘূৰ ঘূৰ গি টাই বাটট খ জ কা বি, শূন য তুল লি বৈগেত ভৰাই থওক। আপ নাৰ হাতত এতথি । পূৰ ণসংখ যাৰ সংগ ৰহ আছ ে যটি W চহি নৰচেহি নতি কৰা হছৈ।ে



এতযি 1, আপ নাৰ সন মুখত টান থিকা বহুত বহুত ঋণাত মক পূৰ ণসংখ যা। সকল ঋণাত মক পূৰ ণসংখ যা আপ নাৰ বগেত ভৰাই থওক। আপ নাৰ নতুন সংগ ৰহ ক?ি মনত ৰাখবি যহে সকল পূৰ ণসংখ যাৰ সংগ ৰহ , আৰু ইয় াক Z চহি নৰচেহি নতি কৰা হয় ।



লাইনত এতযি াও কছিুমান নম বৰ বাকী আছে নেকে? নিশ চতিভাৱ!ে তনেকেুৱা সংখ যা আছে



যুক তসিংগত সংখ যাৰ সংগ ৰহ । যুক তসিংগত সংখ যাৰ সংগ ৰহক Q ৰচেহি নতি কৰা হয । 'যুক তযুিক ত' 'অনুপাত' শব দৰ পৰা আহছি,ে আৰু Q 'ভাগফল' শব দৰ পৰা আহছি।ে

আপুনহিয় ত যুক তসিংগত সংখ যাৰ সংজ াট মনত পলোব পাৰ:

'r' সংখ যা এটাক <mark>যুক তসিংগত সংখ যা</mark> ব লা হয , যদহি<mark>ে ইয াক p</mark> ৰূপত লখিবি পৰা যায

__

য'ত p আৰু q পূৰ ণসংখ যা আৰু q 0। (আম িকযি q 0 বুলজি ৰ দণ্ডিঁ?)

মন কৰক এতযি া বগেত থকা সকল নম বৰ ফৰ মত লখিবি পাৰ

 $\frac{ extstyle \gamma}{ extstyle q}$, য'ত পৃ

আৰু q হছৈ েপূৰ ণসংখ যা আৰু q 0। উদাহৰণস বৰূপ,ে -25 বুল িলখিবি পাৰ $\frac{-26}{5}$ ইয় ।ত p=-25 আৰু q=1. গতকি যুক তসিংগত সংখ যাব ৰত প ৰাকৃতকি সংখ যাব ৰ অন তৰ ভুক ত কৰা হয় , সম পূৰ ণ সংখ যা আৰু পূৰ ণসংখ যা।

আপুন এইট ও জান যেযেুক তসিংগত সংখ যাব ৰৰ ক ন অনন য প ৰতনিধিতি ব নাই

ৰূপট পৃ — , য'ত p আৰু q পূৰ ণসংখ যা আৰু q 0। উদাহৰণস বৰূপ, 2

$$\frac{5}{2} = \frac{5}{8} = \frac{50}{50} = \frac{30}{60}$$

= $\frac{89}{\sqrt{5}}$, ইত যাদ[†] ইত যাদ[†] এইব ৰ হছৈ সেমতুল য যুক তঙ্গিংগত সংখ যা (বা ভগ নাংশ)। অৱশ যে,

যতেযি া আম কিওঁ যথে পূ — এটা যুক তসিংগত সংখ যা, বা যতেযি া আম ি ব ৰ প ৰতনিধিতি ব কৰ[ু] পূ নম বৰট ৰ ওপৰত q ৰখোডাল, আম ি ধৰ লিওঁ যথে q 0 আৰু p আৰু q ৰ 1 ৰ বাহৰি েআন ক ন সাধাৰণ গুণক নাই (অৰ থাৎ p আৰু q সহ -ম লকি)। গতকি,ে সংখ যাৰখোত, অসীম অসংখ যৰ মাজত

১ ১ 2 ৰ সমতুল য ভগ নাংশ — , আম তিওেঁল ক সকল কৰ্তৃ ৰতনিধিতি ব কৰবিলবৈছি লিম।

এতযি া, বভিনি ন ধৰণৰ সংখ যাৰ বষিয় েকছিুমান উদাহৰণ সমাধান কৰা যাওক, যটি আপুন পূৰ বৰ শ ৰণীেত অধ যয় ন কৰছিয়ে

উদাহৰণ ১ : তলত দযি া কথাব ৰ সঁচা নমেছা? আপ নাৰ উত তৰৰ কাৰণ উল লখে কৰক।

- (ঝ) প ৰতটি পূৰ ণসংখ যাই এটা প ৰাকৃতকি সংখ যা।
- (ii) প ৰতটি পূৰ ণসংখ যা এটা যুক তসিংগত সংখ যা।
- (iii) প ৰতটি যুক তসিংগত সংখ যা এটা পূৰ ণসংখ যা।

সমাধান : (i) মছিা, কাৰণ শূন য এটা পূৰ ণসংখ যা কনি তু প ৰাকৃতকি সংখ যা নহয ।

্(ii) সঁচা, কাৰণ প ৰতটি পূৰ ণসংখ যা mক যুক তসিংগত সংখ যাৰ ৰূপত প ৰকাশ কৰবি পাৰ।ি $\dfrac{\pi_{
m I}}{5}$, আৰু সইেদৰইে ই ক

8

্ত — এটা পূৰ পসংখ যা নহয ।

উদাহৰণ ২ : ১ আৰু ২ৰ মাজৰ পাঁচটা যুক তসিংগত সংখ যা বচিাৰক।

আম এই সমস যাট ৰ কাষ চাপবি পাৰ অন ততঃ দুটা ধৰণৰে।ে

সমাধান ১ : মনত ৰাখবি যে r আৰু s ৰ মাজত এটা যুক তসিংগত সংখ যা বচািৰবিলট আপুন ি আৰু য গ কৰবি পাৰ

s আৰু য গফলট ক ২ ৰ েভাগ কৰক, অৰ থাৎ $\dfrac{rs+}{}$ r আৰু s ৰ মাজত অৱস থতি। তনে ত,ে $\dfrac{\circ}{}$ এটা সংখ যা ২

1 আৰু 2 ৰ মাজত। আপুন এই ধৰণ েআগবা বি পাৰ েআৰু চাৰটাি যুক তসিংগত সংখ যা বচািৰবিল

এই চাৰটা সংখ যা হ'ল 488

সমাধান ২ : আনট বকিল প হ'ল পাঁচ টা যুক তসিংগত সংখ যা এটা পদক ষপেতবেচািৰ উলিওৱা। যহিতেু আম িপাঁচটা সংখ যা বচিাৰ , আম ি আৰু 2 হৰ 5 + 1, 1 ৰ সতৈয়েুক তসিংগত সংখ যা হচিাপলেখি ঁ।

ত্ৰৰ থাৎ, ১ = ড তাৰ পছিত আপুন সিইেট পৰীক ষা কৰবি পাৰবি ৬ = ৬ = ৬ = ৬ =

1 আৰু 2 ৰ মাজৰ সংখ যা। গতকি,ে পাঁচটা সংখ যা হ'ল

মন তব য:মন কৰক যডেদাহৰণ ২ ত আপ নাক পাঁচটা যুক তসিংগত সংখ যা বচিাৰবিলকৈ ৱা হছৈলি কনি তু, আপুন নিশি চয উপলব ধি কৰছিযে আচলত ইয় াৰ সংখ যা অসীম 1 আৰু 2 ৰ মাজৰ যুক তসিংগত সংখ যা। সাধাৰণত,ে যুক তসিংগত সংখ যা অসীম যকি ন দুটা প ৰদত ত যুক তসিংগত সংখ যাৰ মাজৰ সংখ যা।

আক এবাৰ নম বৰ লাইনট চাওঁ আহক। সকল নম বৰ তুল লিছৈ েনকে? এতয়িালকৈ েনহয়। কথাট হ'ল সংখ যাট ত আৰু অসীম অসংখ য সংখ যা বাকী আছে ৰখো! আপুন তুল লি ৱা সংখ যাব ৰৰ ঠাইব ৰৰ মাজত ফাঁক আছে, কৱেল নহয এটা বা দুটা কনি তু অসীমভাৱ েবহুত। আচৰতি কথাট হ'ল ইয াৰ সংখ যা অসীম এই ব যৱধানৰ যকি ন দুটাৰ মাজত পৰ থিকা সংখ যাব ৰ !

গতকিে আমাৰ হাতত তলত দযি া প ৰশ নব ৰ বাকী আছ:

- ১/ সংখ যাব ৰ কিকি, যবি ৰ সংখ যাট ৰ ওপৰত বাকী থাকে লাইন, কল কৰা?
- ২/ আম তিওেঁল কক কনেকেট চনি পিওঁ? অৰ থাৎ আম কিনেকেট কৰমি যুক তবিাদী (যুক তযুক ত)ৰ পৰা তওেঁল কক পৃথক কৰা সংখ যা)?

এই প ৰশ নব ৰৰ উত তৰ পৰৱৰ তীখণ ডত দযি াহ'ব।



অনুশীলনী ১.১

1. শূন য এটা যুক তসিংগত সংখ যা নকে? ফৰ মত লখিবি পাৰবিন

 $\frac{p}{\mathbf{Q}}$, য'ত p আৰু q পূৰ ণসংখ যা

আৰু q 0?

2. 3 আৰু 4 ৰ মাজৰ ছটা যুক তসিংগত সংখ যা বচািৰক।

3. 5 ৰ মাজৰ পাঁচটা যুক তসিংগত সংখ যা বচিাৰক

3 8 — আৰ*৫* —

৪) তলত দযি া কথাব ৰ সঁচা নমেছাি ক ৱা। আপ নাৰ উত তৰৰ কাৰণ উল লখে কৰক।

- (ঝ) প ৰতটি প ৰাকৃতকি সংখ যাই এটা পূৰ ণসংখ যা।
- (ii) প ৰতটি পূৰ ণসংখ যা এটা পূৰ ণসংখ যা।
- (iii) প ৰতটি যুক তসিংগত সংখ যা এটা পূৰ ণসংখ যা।

১.২ অযুক তকিৰ সংখ যা

আমি দিখেছিলি , আগৰ খণ ডট ত, য়ে সংখ যাৰখোত এন সেংখ যা থাকবি পাৰ েযবি ৰ যুক তসিংগত নহয । এই খণ ডত আমি এই সংখ যাব ৰৰ তদন ত কৰবিলথৈওলাইছ । এতযি ালকৈ সেকল ...

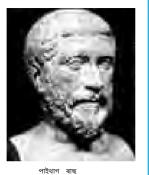
আপুনলিগ প ৱা সংখ যাব ৰ, p

____ , য'ত p আৰু q পূৰ ণসংখ যা

আৰু q 0. গতকিc, আপুনি সুধবি পাৰ:ে এনে সংখ যা আছনে যেবি ৰ এই ৰূপৰ নহয ? সঁচাকযৈ ে এনে সংখ যা আছ।ে

বখি যাত গণতিজ আৰু দাৰ শনকি পাইথাগ ৰাছৰ অনুগামী গ ৰীচৰ পাইথাগ ৰযি ানসকলে প ৰথম যুক তসিংগত নহ ৱা সংখ যাব ৰ আৱখি কাৰ কৰছিলি, প ৰায ৪০০ খ ৰীষ টপূৰ বা এই সংখ যাব ৰক অপৰমিয়ে সংখ যা (irrationals) বুল কি ৱা হয , কাৰণ ইয াক পূৰ ণসংখ যাৰ অনুপাতৰ ৰূপত লখিবি ন ৱাৰা ি পাইথাগ ৰযি ান ক ৰটনৰ হিপাকাছ অযুক তকিৰ সংখ যাৰ আৱখি কাৰক লবৈহুত মথি আছে। সকল মথিত হেপাকাছৰ এটা...

দুৰ ভাগ যজনক অন ত, হয 2 অযুক তকিৰ বুল িআৱিষ√ কাৰ কৰাৰ বাবে বা গ পন পাইথাগ ৰযি ান পন থাৰ বাহৰিৰ ল√ কসকলক 2 ৰ বষিয ে গ পনীয তা প ৰকাশ কৰাৰ বাবং!



শাহথাগ ৰাছ (খ ৰীষ টপূৰ ব৫৬৯-খ ৰীষ টপূৰ ব৪৭৯)

চতি ৰ ১.৩

এই সংখ যাব ৰ আনুষ ঠানকিভাৱসেংজ ায তি কৰা যাওক।

's' সংখ যা এটাক অযুক তকিৰ বুলকি ৱা হয , <mark>যদহি ইয াক p</mark> ৰূপত লখিবি ন ৱাৰ ি — , য'ত পৃ ব আৰু q হছৈ পূৰ ণসংখ যা আৰু q ৩।

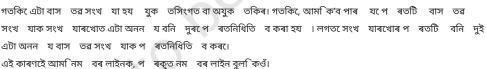
আপুন[®] ইতমিধ যে জানযে অসীম যুক তি আছে। দখো গ'ল যে অযুক তকিৰ সংখ যাও অসীমভাৱ েআছ।ে কছিুমান উদাহৰণ হ'ল-

মন তব য : মনত ৰাখবি যতেযি । আম সিংখ যাট ৰ ধনাত মক বৰ গমূল $\sqrt{}$, আম ধিৰ লিছৈ ঁ যে ই হছৈ…. চহি নট ব যৱহাৰ কৰ । গতকিবে 4=2, যদণ্ডি 2 আৰু -2 দুয ট্য $\sqrt{4}$ ৰ বৰ গমূল।

ওপৰত উল লখে কৰা কছিুমান অযুক তকিৰ সংখ যা আপ নাৰ বাবে চিনাকি। উদাহৰণস বৰূপে, আপুন িইতমিধ য ওপৰত উল লখে কৰা বহুত বৰ গমূল আৰু π সংখ যাট ৰ সন মুখীন হছৈ।

আগৰ খণ ডট ৰ শষেত উত থাপতি প ৰশ নব ৰল' উভত যাওঁ। যুক তসিংগত সংখ যাৰ বগেট মনত ৰাখবি। যদ আম এতিয় । সকল অযুক তকিৰ সংখ যা বগেত ভৰাই লওঁ, সংখ যাৰখোত কবিা সংখ যা বাকী থাকবিন?ে উত তৰট হ'ল নহয় ! দখো গ'ল য়ে সংগ ৰহট

সকল যুক তসিংগত সংখ যা আৰু অযুক তকিৰ সংখ যাই একলেগ েআমি বাস তৱ সংখ যাৰ সংগ ৰহ বুলকিওঁ, যাক R ৰচেহি নতি কৰা হয ।





১৮৭০ চনত দুজন জাৰ মান গণতিজ কণে টৰ আৰু ডডেকেণি ডদেখুেৱাইছলি য:ে প ৰতটি বাস তৱ সংখ যাৰ সতৈ মেলি থকাক বাস তৱ সংখ যাৰখোত এটা বনি দু থাক আৰু সংখ যাৰখোৰ প ৰতটি বনি দুৰ সতৈ মেলি থকাক ৈএটা অনন য বাস তৱ সংখ যা থাক।ে



জি কণে টাৰ (১৮৪৫-১৯১৮)

আৰ ডডেকেণি ড (১৮৩১-১৯১৬) চতি ৰ ১.৪

চতি ৰ ১.৫

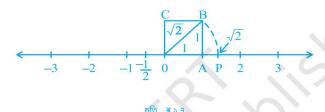
চাওঁক আম িকনেকে সংখ যাৰখোত কছিমান অযুক তকিৰ সংখ যাৰ স থান নৰি ণয কৰবি পাৰ ।

উদাহৰণ ৩ : সংখ যাৰখোত ২ 🗑 স থান নৰি ণয কৰক ।



OB = $\sqrt{5^2_{2+2}}$ $\sqrt{2}$. সংখ যাৰখোত ২ ট ক আম িক্সনৈকে পৈ ৰতনিধিতি ব কৰমি?

এইট সহজ। চতি ৰ 1.6 সংখ যা ৰখোলসৈ থানান তৰ কৰক আৰু নশি চতি কৰক যশেখিৰ O শূন যৰ সতৈমেলি খায (চতি ৰ ১.৭ চাওক)।



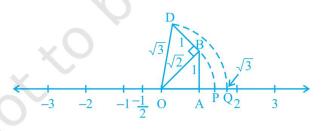
আমি মাত ৰ দখেছি যে OB = 2। কনে দু $\sqrt{}$ ৰ O আৰু ব যাসাৰ ধ OB থকা কম পাছ ব যৱহাৰ কৰি,

P বনি দুত সংখ যাৰখোট ক ছদে কৰ এটা চাপ আঁকক। তাৰ পছিত P 2 on ৰ সতৈ মেলি খায

সংখ যাৰ ৰখোডাল।

উদাহৰণ ৪ : সংখ যাৰখোত ৩ ট্ৰুস থান নৰি ণয কৰক ।

সমাধান : চতি ৰ ১.৭ লটেউভতি যাওক।



চতি ৰ ১.৮

OB ৰ লগত লম বভাৱে একক দৰৈ ঘ যৰ BD নৰি মাণ কৰক (চতি ৰ 1.8 ৰ দৰ)ে। তাৰ পছিত ব যৱহাৰ কৰি... পাইথাগ ৰাছৰ উপপাদ য, আম দিখেবিল পোওঁ যে $OD = \sqrt{\sqrt{\xi}}_{)2} + \frac{1}{3}$ $\sqrt{0}$ কম পাছ ব যৱহাৰ কৰি, সহ... কনে দ ৰ O আৰু ব যাসাৰ ধ OD, এটা চাপ আঁকক যযি ে Q বনি দুত সংখ যাৰখোক ছদে কৰে। ততেযি া Q 3 ৰ সতৈ মেলি খায

একদেৰইে আপুন $\,$ স্থান নৰি থয় কৰবি পাৰ $\,$ $\,$ স্বিকি ন ধনাত মক পূৰ ণসংখ যা $\,$ ম ৰ বাবে, $\,$ ন $\,$ বাৰ পছিত অৱস থতি।

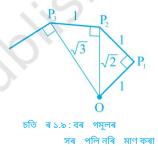
অনুশীলনী ১.২

- ১) তলত দযি া কথাব ৰ সঁচা নমেছাি ক ৱা। আপ নাৰ উত তৰব ৰ ন যায যতা প ৰদান কৰক।
 - (ঝ) প ৰতটি অযুক তকিৰ সংখ যা এটা বাস তৱ সংখ যা।
 - (ii) সংখ যাৰখোৰ প ৰতটি বনি দু m ৰূপৰ

√ , য'ত m এটা প ৰাকৃতকি সংখ যা।

- (iii) প ৰতটি বাস তৱ সংখ যা এটা অযুক তকিৰ সংখ যা।
- সকল ধনাত মক পূব ণসংখ যাব বব গমূল অযুক তকিব নকে? যদি নাই, তনে তবেটা উদাহৰণ দযি

 এটা সংখ যাব বব গমূল যটি এটা যুক তসিংগত সংখ যা।
- সংখ যাৰখোত 5 কনেকিট দখুেৱাব পাৰ িদখুেৱাওক।
- 8)শ ৰণীেক ঠাৰ কাৰ য যকলাপ ('বৰ গমূলৰ সৰ পলি' নৰি মাণ কৰা) :
 এখন ডাঙৰ কাগজ লগৈতলত দযি । ধৰণৰে ে'বৰ গমূলৰ সৰ পলি'
 নৰি মাণ কৰা। O বনি দুৰ পৰা আৰম ভ কৰক আৰু একক দৰৈ ঘ যৰ
 এটা ৰখো খণ ড OP1 আঁকক। একক দৰৈ ঘ যৰ OP1 ৰ লগত লম বভাৱে
 এটা ৰখো খণ ড P1 P2 আঁকক (চতি ৰ 1.9 চাওক)। এতিয় া OP2 ৰ লগত
 লম বভাৱে এটা ৰখো খণ ড P2 P3 আঁকক। তাৰ পছিত OP3 ৰ লগত
 লম বভাৱে এটা ৰখো খণ ড P3 P4 আঁকক। এইদৰ আগবা লি,ে
 আপুন OPn–1 ৰ সতৈ লেম বভাৱে একক দৰৈ ঘ যৰ এটা ৰখো খণ ড
 অংকন কৰি ৰখোখণ ড Pn–1Pn পাব পাৰ।ে এই ধৰণ,ে আপুন বিনি দু



P2 , P3 ,...., Pn ,... ., সৃষ টকিৰছি আৰু সইেব ৰৰ সতৈযে গ দি 2, 3, 4, ... চতি ৰ অংকন কৰা এটা সুন দৰ সৰ পলি সৃষ টকিৰছি।ে

১.৩ বাস তৱ সংখ যা আৰু ইয াৰ দশমকি প ৰসাৰণ

এই খণ ডত আম যুক তসিংগত আৰু অযুক তকিৰ সংখ যাব ৰ বলেগে দূষ টকি ণৰ পৰা অধ যয ন কৰবিল ওলাইছ । আমি বাস তৱ সংখ যাৰ দশমকি প ৰসাৰণব ৰ চাম আৰু চাম যে আমি পি ৰসাৰণব ৰ ব যৱহাৰ কৰি যুক তসিংগত আৰু অযুক তকিৰ মাজত পাৰ থক য কৰবি পাৰ নকে। আমে ইয় াৰ দশমকি প ৰসাৰণ ব যৱহাৰ কৰি সংখ যাৰখোত বাস তৱ সংখ যাৰ উপস থাপন কনেকে কৈল পনা কৰবি পাৰ সিহেঁ বষিয় ওে ব যাখ যা কৰমি। যহিতেু যুক তবিাদী আমাৰ বাব অধকি চনািক, গতকি আৰম ভ কৰ আঁহক

তওেঁল কক। তনিটাি উদাহৰণ লওঁ আহক : 5o ৭ ১ ত ৮ ৭ , —

বাকীব ৰত বশিষে গুৰুত ব দযি ক আৰু চাওক যে আপুনি ক ন আৰ হ িবিচাৰি পাব নকে।

উদাহৰণ ৫ : ৰ দশমকি প ৰসাৰণ বচািৰক

$$\frac{50}{9}$$
, $\frac{9}{7}$ আৰু $\frac{5}{9}$.

সমাধান :

	ა.ააა					
ზ	১০					
	৯					
	১০					
	৯					
	১০					
	৯					
	১০					
	৯					
	<u>ه</u>					

	০.৮৭৫
Ъ	۹.٥
	৬৪
	৬০
	৫৬
	80
	80
	0

	০.১৪২৮৫৭			
ı٤	.0			
	٩			
	೦೦			
	২৮			
	২০			
	১8			
	৬০			
	৫৬			
	80			
	৩৫			
	¢ 0			
	৪৯			
	٥			

বাকী: ১, ১, ১, ১, ১... বাকী: ৬, ৪, ০ ভাগ: ৩ ভাগ:৮

বাকী : ৩, ২, ৬, ৪, ৫, ১, ৩, ২, ৬, ৪, ৫, ১,... বভাজক : ৭

আপুনি কি লক ষ য কৰছি?ে আপুনি অন ততঃ তনিটাি কথা লক ষ য কৰা উচতি আছলি:

- (ঝ) বাকীব ৰ হয এটা নৰি দষি ট পৰ যায ৰ পছিত ০ হ ৈপৰ,ে নহয নজিক েপুনৰাবৃত ত িকৰবিল ৈআৰম ভ কৰ।ে
- (ii) বাকী থকা অংশৰ পুনৰাবৃত তমূিলক ষ ট ৰংিত প ৰৱশেৰ সংখ যা হজকতকটৈ কম

১০ (এটা স্তুখ যাত নজিকপেুনৰাবৃত তি কৰ েআৰু হজকট ৩, ই চি ্ব ছটা প ৰৱশে আছে

326451 ৰ পুনৰাবৃত তমূিলক ষ ট ৰংিত বাকী থকা আৰু 7 হছৈে হৰণকাৰী)।

(iii) যদি বাকীব ৰ পুনৰাবৃত তহিয় , তনে ত েআমি ভাগফলত সংখ যাৰ এটা পুনৰাবৃত তমূিলক ব লক পাম ১০

বোবে $\frac{50}{0}$, ভাগফলত ৩টা পুনৰাবৃত তি আৰু ৭ ৰ বাবে $\frac{5}{0}$, আমি পুনৰাবৃত তি কাৰী ব লক ১৪২৮৫৭ পাওঁ ভাগফলত)।

যদওি আম িকৱেল ওপৰৰ উদাহৰণব ৰ ব যৱহাৰ কৰ িএই আৰ হটি লক ষ য কৰছি , তথাপওি ই সকল ৰবোব সেত য ৰূপৰ যুক তযুকি ততা p — (q o)। p ক q ৰভোগ কৰলি েদুটা মূল কথা ঘট ে – হয

বাকীখনিশূন য হয বা কতেযি াও শূন য নহয আৰু আমৰি এটা পুনৰাবৃত তমূিলক ষ ট ৰংি পাম বাকী থকা অংশ। প ৰতটি গ চৰ পৃথক েপৃথক চোওঁ আহক।

ক ষতে ৰ (i) : বাকীখনি শূন য হ ৈপৰ

৭ ৮ ৰ উদাহৰণত _____, আমি দিখেলি ঁয়ে বাকীখনি িকছুি পদক ষপেৰ পছিত শূন য হাঁ পৰ ে আৰু...

৭ <u>১ ৬৩৯</u> দশমকি প ৰসাৰণ = 0.875। আন উদাহৰণ হ'ল ৮ $\frac{5}{5}$ = ০.৫, = ২. $\frac{66}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$

এই ক ষতে ৰত দশমকি প ৰসাৰণ সীমতি সংখ যক পদক ষপেৰ পছিত সমাপ ত হয বা শষে হয আম িএন সংখ যাৰ দশমকি প ৰসাৰণক টাৰ মনিচেন বুল কিওঁ।

গ চৰ (ii) : বাকীখনি কিতেযি াও শূন য নহয

১০ ১ — আৰু — আৰু ১ ৩ ৭ , আমলিক ষ যকৰ ঁয়বোকীব ৰ এটা নৰি দষি টৰ পছিত পুনৰাবৃত তহিয

দশমকি সম প ৰসাৰণক চৰিদনিৰ বাবে চলবিলবৈাধ য কৰাইছে।ে অৰ থাৎ আমাৰ ক... ভাগফলত সংখ যাৰ পুনৰাবৃত তমূিলক ব লক। আমি কিওঁ যে এই সম প ৰসাৰণ অ-সমাপ ত

ৰ ভাগফলত ৩ পুনৰাবৃত তহি ৱাট দখেুওৱাৰ সাধাৰণ পদ ধতি

লগতে 3.57272... 3.572 হচিাপলেখিবি পাৰ । গতকি,ে এই সকল ব ৰ উদাহৰণ েআমাক নন-টাৰ মনিটেংি দযি ে পুনৰাবৃত তমূিলক (পুনৰাবৃত তমূিলক) দশমকি প ৰসাৰণ।

এইদৰ েআম ি দখেবিল পৈওঁ যথে যুক তসিংগত সংখ যাৰ দশমকি প ৰসাৰণৰ মাত ৰ দুটা বকিল প আছ:ে হয সহিঁত সমাপ ত বা অসমাপ ত পুনৰাবৃত তমূিলক।

এতযি াধৰ লিওক, আনহাত,ে নম বৰ লাইনত খ জ কা যি ৱাৰ সময ত আপুন কি 3.142678 ৰ দৰে সংখ যা যা<u>ৰ দ</u>শমকি প ৰসাৰণ সমাপ ত হছৈবো এটা সংখ যাৰ দৰে ১.২৭২৭২৭... অৰ থাৎ ১.২৭ , যাৰ দশমকি প ৰসাৰণ অ-সমাপ ত পুনৰাবৃত তমিূলক, can আপুন এই সদি ধান তত উপনীত হয যেই এটা যুক তসিংগত সংখ যা? উত তৰ হ'ল হয !

আমিপি ৰমাণ নকৰ কনি তু কইেটামান উদাহৰণৰে েএই তথ যৰ উদাহৰণ দমি। টাৰ মনিংি গ চৰব ৰ সহজ।

<mark>উদাহৰণ ৬ :</mark> দখেুৱাওক যে ৩.১৪২৬৭৮ এটা যুক তসিংগত সংখ যা। অৰ থাৎ ৩.১৪২৬৭৮ প ৰকাশ কৰক

ত১৪২৬৬৮নন বৰত সমাধান : আমাৰ হাতত আছে ে 3.142678 = , আৰু সযে হৈছে ই এটা যুক্ত তসিংগত সংখ যা। ১০০০০০০০০ চিষা

এতযি া, দশমকি প ৰসাৰণট নন-টাৰ মনিটেংি পুনৰাবৃত তমূিলক হ ৱাৰ ক ষতে ৰত ববিচেনা কৰা যাওক।

উদাহৰণ ৭ : দখুেৱাওক যে 0.3333... = 0 3. p ৰূপত প ৰকাশ কৰবি পাৰ

__ , য'ত প আৰু

n

q হছৈপূৰ ণসংখ যা আৰু q 0।

সমাধান : যহিতেু আম িনাজান 0 3. ক

় ইয াক 'x' বুল িকওঁ ইত যাদ

x = 0.0000...

এতযি া ইয াতইে ট ৰকিট আহছিলেচাওক

...000.0 = (...000...) × 06 = x 06

এতয়া,

৩.৩৩৩৩... = ৩ + x, যহিত্বে x = ০.৩৩৩৩...

সয়েহে,ে

 $x + v = x \circ c$

x ৰ বাবে সমাধান কৰলি েআম িপাওঁ

উদাহৰণ 8 : দখুেৱাওক যে 1.272727... = 1 27 .

p ৰূপত প ৰকাশ কৰবি পাৰ**ি**

— , য'ত পৃ a

আৰু q হছৈপূেৰ ণসংখ যা আৰু q 0।

সমাধান : x = 1.272727 হওক ... যহিতেু দুটা সংখ যা পুনৰাবৃত ত হি আছে, গতকি আম ি xক 100 ৰ েগুণ কৰমি to

১০০ x = ১২৭.২৭২৭...

১০০ x = ১২৬ + ১.২৭২৭২৭... = ১২৬ + x

সয়েহেে, ১০০ x – x = ১২৬, অৰ থাৎ ৯৯ x = ১২৬

আপুন সিইেট ৰ ওল টাট পৰীক ষা কৰবি পাৰ $\frac{58}{55} = \frac{1}{5}$

—— উদাহৰণ 9 : দখুেৱাওক যে 0.2353535... = 0 235 . ৰূপত প ৰকাশ কৰবি পাৰ পূ ,

য'ত p আৰু q পূৰ পসংখ যা আৰু q 0।

সমাধান : x = 0 235 হওক । . ইয াত মন কৰবি যথে ৰ পুনৰাবৃত তি নহয , কনি তু ৩৫ নং ব লকট পুনৰাবৃত তি হয পুনৰাবৃত তি কৰ।ে যহিতেু দুটা সংখ যা পুনৰাবৃত তি হৈ আছে,ে গতকি আমি x ক ১০০ ৰ েগুণ কৰি পাম

$$X + 0.05 = ...$$
 $X + 0.05000$, $0 + 0.0500$

সয়েহে, ৯৯ x = ২৩.0

গতকি,ে এটা অসমাপ ত পুনৰাবৃত তমূিলক দশমকি প ৰসাৰণ থকা প ৰতটি সংখ যা প ৰকাশ কৰবি পাৰ

নমি নলখিতি ৰূপ:

এটা যুক তসিংগত সংখ যাৰ দশমকি প ৰসাৰণ হয সমাপ তি বা অসমাপ ত পুনৰাবৃত তমূিলক। তদুপৰি এনে এটা সংখ যা যাৰ দশমকি প ৰসাৰণ হ'ল

টাৰ মনিটেং বা নন-টাৰ মনিটেং পুনৰাবৃত ত যুক তসিংগত।

গতকিং, এতযি া আম জান যথেটা যুক তসিংগত সংখ যাৰ দশমকি প ৰসাৰণ কহি'ব পাৰং। কি অযুক তকিৰ সংখ যাৰ দশমকি প ৰসাৰণৰ বষিয ?ে ওপৰৰ সম পত তৰি বাবং, আম এই সদি ধান তত উপনীত হ'ব পাৰ যহেঁহুঁতৰ দশমকি সম প ৰসাৰণসমূহ অ-সমাপ ত অ-পুনৰাবৃত তমূিলক।

গতকিং, অযুক তকিৰ সংখ যাৰ বাবং ধৰ ম, যুক তসিংগতৰ বাবং ওপৰত উল লখে কৰা ধৰ মৰ দৰইে সংখ যা, হছৈং

অযুক তকিৰ সংখ যাৰ দশমকি প ৰসাৰণ অ-সমাপ ত অ-পুনৰাবৃত তমূিলক। তদুপৰ,ি যটি সংখ যাৰ দশমকি সম প ৰসাৰণ অ-সমাপ ত অ-পুনৰাবৃত তমূিলক অযুক তকিৰ।

পূৰ বৰ খণ ডৰ পৰা s = 0.10110111011110... মনত পলোওক । মন কৰক যে ই অ-সমাপ ত আৰু অ-পুনৰাবৃত তমূিলক। গতকিং ওপৰৰ গুণট ৰ পৰা ই অযুক তকিৰ।

তদুপৰ িমন কৰক যাে আপুন িs ৰ সতৈে মলি থকা অসীম বহুত অযুক তকিৰ সৃষ টি কিৰবি পাৰ।ে

বিখি যাত অযুক তকিৰ ২ আৰু π ৰ কথা কি ক'ব প্সুৰি? ইয াত ইহঁতৰ দশমকি প ৰসাৰণ ওপৰলদৈযি । হছৈ এটা নৰি দম্বি টপৰ যায় লগৈ

$$\sqrt{2}$$
 = 5.858250৫৬209005৫08৮৮05৬৮৮928205৬...

প= ৩.১৪১৫৯২৬৫৩৫৮৯৭৯৩২৩৮৪৬২৬৪৩৩৮৩২৭৯৫০...

(মন কৰবি য,ে আমপি ৰায় লেওঁ
$$\dfrac{22}{q}$$
 π ৰ বাবে আনুমানকি মান হচিাপে,ে কনি তু π $\dfrac{22}{q}$.)

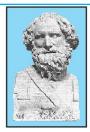
বছৰ বছৰ ধৰণিগণতিজ সকল েঅধকি উৎপাদন কৰবিল বৈভিনি ন ক শল উদ ভাৱন কৰি আহছি আৰু অযুক তকিৰ সংখ যাৰ দশমকি প ৰসাৰণত অধকি সংখ যা। যনে, আপুন

হয ত বভিাজন পদ ধতৰি ে২ ৰ দশমকি প ৰসাৰণত সংখ যা বচিাৰবিল ৈশকিল্কিহিতৈনে । আম দজনক কথাট হ'ল, সুলবাসূত ৰত (কৰ ডৰ নযি ম) বদৈকি ভাষাৰ গাণতিকি গ ৰন থ সময সীমা (৮০০ খ ৰীষ টপূৰ ব - ৫০০ খ ৰীষ টপূৰ ব), আপুন ি২ ৰ আনুমানকি হচিাপ্ কুলত দযি । ধৰণ পোব:

মন কৰক যপে ৰথম পাঁচটা দশমকি সথানৰ বাবে ওপৰত দযি টি ৰ সতৈ েএক।ে দয... π ৰ দশমকি প ৰসাৰণত সংখ যাৰ চকিাৰৰ ইতহিাস অত িআকৰ ষণীয় ।

গ ৰীক প ৰতভাশালী আৰ কমিডিছিং প ৰথমং গণনা কৰছিল π ৰ দশমকি প ৰসাৰণত অংক । তওেঁ ৩.১৪০৮৪৫ দখুেৱাইছেং < π < ৩.১৪২৮৫৭। আৰ যভট ট (৪৭৬ – ৫৫০ খ ৰীষ টাব দ), মহান ভাৰতীয গণতিজ আৰু জ য তৰি বজি ানীয ে, মূল য বচিাৰ পালং π ৰ চাৰটাি দশমকি স থানলগৈ সঠিকি (৩.১৪১৬)। হাই ব যৱহাৰ কৰ

গত িকম পডিটাৰ আৰু উন নত এলগৰদিম, π হছৈ ১.২৪ ট ৰলিযি নতক ৈঅধকি দশমকি স থানলগৈণনা কৰা হছৈ।



আৰ কমিডিছি(খ ৰীষ টপুৰ ব২৮৭–খ ৰীষ টপুৰ ব২১২) চতি ৰ ১.১০

এতযি া, অযুক তকিৰ সংখ যা কনেকেলৈভ কৰবি পাৰ িচাওঁ আহক।

১ ২ উদাহৰণ ১০ : ৭ ৰ মাজৰ এটা অযুক তকিৰ সংখ যা বচিাৰক — আৰু ্ব — .

সমাধান : আম সিইেট দখেলি $\frac{5}{4} = 0582$ ৮৫৭ . গতকি,ে আপুন সিহজইে হচিাপ কৰবি পাৰ $\frac{2}{4} = 0.2$ ৮৫৭১৪ .

ইহঁতৰ মাজত অ-সমাপ ত নন-পুনৰাবৃত তমিূলক মছিা। অৱশ যে অসীমভাৱে বিচাৰি পাব পাৰ এনবেহুত সংখ যা।

এন সেংখ যাৰ উদাহৰণ হ'ল 0.150150015000150000...

অনুশীলনী ১.৩

১) তলত দযি	া কথাখনি িদশমকি আকাৰত লখাি আৰু প	ৰত	যকেৰে কনেধেৰণৰ দশমকি প	ৰসাৰণ ক	ৱ
আছ::					

(ii)
$$\frac{8}{35}$$

. আপুনভিৱষি যদ বাণী কৰবি পাৰবিনযে ে 7 ৰ দশমকি প ৰসাৰণ কমিান

$$\frac{2}{q}$$
, $\frac{9}{q}$,

৪ ৫ ৬ -৭ , ৭ , ৭ প ৰক্ততদৌঘলীয় াবভাজন নকৰাকয়ৈ আেছনে?ে যদি আছে, কনেকে?ে

[ইংগতি : ৰ মূল য ভালদৰ েবচাৰি উলযি ।ওঁত েবাকীব ৰ অধ যয় ন কৰকা]

৩) তলত দযি া কথাখনি পৃ

___ , য'ত p আৰু q পূৰ ণসংখ যা আৰু q 0। q _ _ _ (ii) o 89 . (iii) o oo

(ঝ) ০ ৬.

(iii) o oob .

— . আপ নাৰ উত তৰত আপুন িআচৰতি হছৈনে?ে আপ নাৰ লগত g শকি ষক আৰু সহপাঠীয় েউত তৰট ৰ কযি যুক তয়িক ততা আছসেইে বষিয় আেল চনা কৰ।ে

5. ৰ পুনৰাবৃত তমূলক সংখ যাৰ ব লকত সৰ বাধকি সংখ যা কমািন হব পাৰ

ৰ দশমকি প ৰসাৰণ ? আপ নাৰ উত তৰ পৰীক ষা কৰবিলবৈভিাজনট সম পন ন কৰক। ১৭

৬) যুক তসিংগত সংখ যাৰ কইেবাটাও উদাহৰণ পৃ

1 ৰ বাহৰি েআন ক ন সাধাৰণ গুণক নথকা আৰু শষে দশমকি থকা পূৰ ণসংখ যা উপস থাপন (বসি তাৰ)। <mark>আপুন িঅনুমান কৰবি পাৰবিন</mark>ে যে q কিসম পত তি সন তুষ ট কৰবি লাগবি?

7. তনিটাি সংখ যা লখাি যাৰ দশমকি প ৰসাৰণ অসমাপ ত অ-পুনৰাবৃত তমূিলক।

৮) যুক তসিংগত সংখ যাব ৰৰ মাজত তনিটাি ভনি ন অপৰমিযে সংখ যা বচািৰক

9. তলত দযি া সংখ যাব ৰক যুক তসিংগত বা অযুক তকিৰ হচিাপশে ৰণীভুক ত কৰা :

(iii) ০.৩৭৯৬

(iv) 9.89689b...

(in) 1.101001000100001...

১.৪ বাস তৱ সংখ যাৰ ওপৰত কাৰ য যকলাপ

আপুন শিকিছিং, আগৰ শ ৰণীেব ৰত, যথেযুক তসিংগত সংখ যাই কমউিটটেভিক সন তুষ ট কৰং, য গ আৰু গুণনৰ বাবে সংগতশীিল আৰু বতিৰণমূলক নযি ম। তদুপৰ যিদ িআম যি গ দণ্ডিঁ, দুটা যুক তসিংগত সংখ যা বযি গ, গুণ বা ভাগ (শূন যৰ বাহৰি)ে কৰলিওে আম িএটা যুক তসিংগত পাম সংখ যা (অৰ থাৎয গ, বযি গুণন আৰু বভািজন)। দখাে গ'ল যে অযুক তকিৰ সংখ যাইও সন তুষ ট কৰ য গ আৰু গুণনৰ বাবে কমউিটটেভি, এছ'চযি টেভি আৰু ডষি ট ৰবিউটভি নযি ম। অৱশ যে, অযুক তকিৰ সংখ যাৰ য গফল, পাৰ থক য, ভাগফল আৰু গুণফল সদায নহয

আযুক তকিৰ। যনে, (৬) + –(),(২) – (),() (
$$\sqrt{2}$$
 $\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$ are যুক তবিদী।

আম এটা যুক তসিংগত সংখ যা এটাক an ৰযে গ কৰলি েআৰু গুণ কৰলি েক হিয় চাওঁ আহক অযুক তকিৰ সংখ যা। উদাহৰণস বৰূপ,ে ৩ অযুক $\sqrt{$ তকিৰ। ২ ৩ + আৰু ২ ৩ ৰ কথা কি ক'ব পাৰ? যহিছে $\sqrt{}$ $\sqrt{3}$ ৰ এটা অসমাপ ত নন-পুনৰাবৃত তমিূলক দশমকি প ৰসাৰণ আছে, ৰ বাবওে একইে কথা

উদাহৰণ ১১ : পৰীক ষা কৰক যথে ৫ $\sqrt{}$, $\sqrt{}$, $\sqrt{}$, $\sqrt{}$ যোৱা অযুক তকিৰ সংখ যা বা

সমাধান: ৫ = ২.২৩৬... , ২ = ১.৪১৪২.... 🗸 = ৩.১৪১৫...

ততেযি †
$$\sqrt[q]{\alpha} = \delta \alpha.$$
৬৫২..., $\frac{q}{\sqrt{\alpha}} = \frac{q\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\alpha}} = \frac{q\sqrt{\alpha}}{\alpha} = 0.5008...$

 $\sqrt{2+25} = 22.8582...$, $\pi - 2 = 5.5856...$

এই সকল ব ৰ অ-সমাপ ত নন-পুনৰাবৃত তমিূলক দশমকি। গতকি,ে এই সকল ব ৰ অযুক তকিৰ সংখ যা। এতযি া চাওঁ আহক আমযি গ, বযি গ, গুণ, ভাগ, ল ৱা যদি সাধাৰণতে কে হিয এই অযুক তকিৰ সংখ যাব ৰৰ বৰ গমূল আৰু আনক ি নং মূল, য'ত n যকি ন প ৰাকৃতকি সংখ যা। কছিমান উদাহৰণ চাওঁ আহক।

উদাহৰণ ১২:২২৫৩+ আৰু ২৩৩-৩ য র্মকৰক।
$$\sqrt{}$$
 সমাধান: $(২২৫৩+)=(22++)($ $=(2+5)$ ২ (৫/০) ৩৮০-২২৩ $\sqrt{}=\sqrt{}+\sqrt{}$

উদাহৰণ ১৩ : ৬ ৫ ক ২ ৫ ৰে গুণ কৰা ।
$$\sqrt{}$$
সমাধান : ৬ ৫ × ২ ৫ $\sqrt{6}$ × ২ × ৫ $\sqrt{6}$ = ১২ × ৫ = ৬০ $\sqrt{}$

উদাহৰণ ১৪ : ৮ ১৫ ক ২ ৩ ৰভোগ কৰক্ । √

সমাধান :

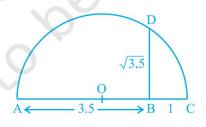
$$b\sqrt{a \times a} = \sqrt{a \times a} = 8\sqrt{a}$$

এই উদাহৰণসমূহে আপ নাক তলত দযি া তথ যসমূহ আশা কৰবিলবৈবাধ য কৰবি পাৰে, যবি ৰ সত য:

- (ঝ) এটা যুক তসিংগত সংখ যা আৰু এটা অযুক তকিৰ সংখ যাৰ য গফল বা পাৰ থক য অযুক তকিৰ।
- (ii) অযুক তকিৰ সংখ যা থকা শূন য নহ ৱা যুক তসিংগত সংখ যাৰ গুণফল বা ভাগফল হ'ল অযুক তকিৰ।
- (iii) যদি আমি দুটা অযুক তকিৰ য গ, বযি গ, গুণ বা ভাগ কৰ , তনে তফেলাফল যুক তসিংগত বা হ'ব পাৰে অযুক তকিৰ।

আম এতি যা বাস তৱ সংখ যাৰ বৰ গমূল ল ৱাৰ কাৰ য যৰ প ৰতি মন য গ দৰ্ভিঁ। মনত ৰাখবি য,ে যদ a এটা প ৰাকৃতকি সংখ যা হয , তনে অ \sqrt{ab} = মানে b 2 = a আৰু b > 0. একইে ধনাত মক বাস তৱ সংখ যাৰ বাবে সংজ া বৃদ ধি কিৰবি পাৰি। a>0 এটা বাস তৱ সংখ যা হওক। ততেয়া \sqrt{a} = খ মানে খে ২ = a আৰু b>0।

১.২ অংশত আম দিখেলি ঁয়ে সংখ যাট ৰ ওপৰত যকি ন ধনাত \sqrt{N} ক পূৰ ণসংখ যা N ৰ বাবে N কনেকে ৈপ ৰতনিধিতি ব কৰবি পাৰি ৰখো। আম িএতযি া দখেুৱাইছ যথেকি ন ধনাত \sqrt{N} ক বাস তৱ সংখ যা N ৰ বাবে জে যামতিকিভাৱে কেনেকে বৈচাৰি উলযি াব পাৰি। উদাহৰণস বৰুপে, N = 3.5 ৰ বাবে বেচাৰি উলযি াওক , অৰ থাৎ আম জি স্থামতিকিভাৱে N 5. বিচাৰি পাওঁ।



চতি ৰ ১.১১

এটা নৰি দষি ট ৰখোত এটা নৰি দষি ট বনি দু A ৰ পৰা ৩.৫ একক দূৰত ব চহি নতি কৰি এটা বনি দু B প ৱা যায় যে AB = ৩.৫ একক (চতি ৰ ১.১১ চাওক)। B ৰ পৰা 1 ইউনটিৰ দূৰত ব চহি নতি কৰক আৰু চহি নতি কৰক AC ৰ মাজৰ বনি দুট বচিাৰ উলযি াওক আৰু সহৈ বনি দুট ক D হচিাপচে চহি নতি কৰক। এটা অৰ ধবৃত ত আঁকক কনে দ ৰ D আৰু ব যাসাৰ ধ D ৰ সতৈ। D আৰু ৰ মাজৰে পোৰ হাঁ D ৰ লগত লম বভাৱে এটা ৰখো আঁকক D ত অৰ ধবৃত তট ক ছদে কৰা। তাৰ পছিত, D = 3.5

অধকি সাধাৰণভাৱে ক'বলগৈলে যেকি ন ধ্ব্ৰিদাত ,মক বাস তৱৰ বাবc x বচাৰবিলগৈ x সংখ যা , আম ি চহি নতি কৰ ঁযাতে AB = x একক, আৰু, in চতি ৰ ১.১২, C চহি নতি কৰক যাত BC = ১ একক। তাৰ পছিত আম িযনেকেট x = 3.5 ৰ বাবে কৰছি , আম BD = x পাম (চতি ৰ ১.১২ চাওক)। আম এই ফলাফলট প ৰমাণ কৰবি পাৰ পাইথাগ ৰাছৰ উপপাদ য।

চতি ৰ ১.১২

মন কৰক য,ে চতি ৰ ১.১২ত OBD এটা স ঁক ণীয় া ত ৰভিুজ। লগত,ে বৃত তৰ ব যাসাৰ ধ is x + ১ ইউনটি।

গতকি OC = OD = OA =
$$\frac{x + \delta}{\delta}$$
 ইউনটি

এতিয †, OB =
$$\times$$
 - $\frac{x + 5}{2}$ = $\frac{x - 5}{2}$

গতকি,ে পাইথাগ ৰাছ উপপাদ যৰ দ বাৰা, আমাৰ হাতত আছে

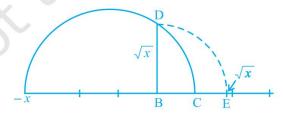
BD2 = OD2 - OB2 =
$$\frac{x + \frac{1}{5}}{5} - 5 \frac{x - \frac{1}{5}}{5} = \frac{8x}{8} - x$$
.

ইয াৰ পৰা দখো যায য BD = $\sqrt{\chi}$.

এই নৰি মাণে আমাক সইেট দখুেৱাবলথৈ এটা দৃশ যমান, আৰু জ যামতিকি উপায দযি ে $\sqrt{\chi}$ ৰ বাবে বিদি যমান যদি আপুনি সংখ যাৰখোত x ৰ অৱস থান জানবি বচািৰে,

তাৰ পছিত BC ৰখোডালক সংখ যাৰখো হচিাপগেণ য কৰা যাওক, Bক শূন য, Cক 1 ইত যাদি ইত যাদি। কনে দ ৰ B আৰু ব যাসাৰ ধ BD থকা এটা চাপ আঁকক, যযি CE ত সংখ যাৰখোট ক ছদে কৰ

(চতি ৰ ১.১৩ চাওক)। ততেযি া, E এ x ৰ প ৰতনিধিতি ব**'ফ**ৰে -



চতি ৰ ১.১৩

১৮

আম এতযি া বৰ গমূলৰ ধাৰণাট ঘনকমূল, চতুৰ থ মূল, আৰু সাধাৰণতc nth মূল, য'ত n এটা ধনাত মক পূৰ ণসংখ যা। আপ নাৰ বুজাবুজৰি কথা মনত পলোওক পূৰ বৰ শ ৰণীেৰ বৰ গমূল আৰু ঘনকমূল।

৩ ক \sqrt{b} ? বাৰু, আম জান য েই ক ন বা ধনাত মক সংখ যা হ'ব লাগবি যাৰ ঘনক ৮, আৰু... আপুন নিশি চয অনুমান কৰছি ে $\sqrt{8}$ = 2. চষে টা কৰা যাওক $\sqrt[6]{280}$. আপুন জাননে েকছুমান সংখ যা খ এনকেুৱা য েখ a = ২৪৩? উত তৰট হ'ল ৩.সযে হে ে $\sqrt{280}$ = ৩।

এই উদাহৰণব ৰৰ পৰা আপুন**ি ৰ সংজ**া দবি পাৰবিন∂ে ক এটা বাস তৱ সংখ যা a > 0 আৰু এটা ধনাত মক সংখ যাৰ বাবে পূৰ ণসংখ যা n?

a > 0 এটা বাস তৱ সংখ যা আৰু n এটা ধনাত মক পূৰ ণসংখ যা হওক। ততেযি া নু $\sqrt{}_{\overline{\Phi}}$ = খ, যদি bn = ক আৰু b > 0. মন কৰবি য'ে চহি নট । $\sqrt{}$ 'ব ^{যৱহৃত ইন} $\sqrt{}_{\overline{\Delta}_{0}}$ $\sqrt{}_{\overline{\Phi}_{0}}$, ইত যাদকি মূলক চনি ব লা হয ।

আম এতিয় । বৰ গমূলৰ সতৈ জেড তি কছুিমান পৰচিয় তালকিভুক ত কৰছি , যবি ৰ বভিনি নক ষতে ৰত উপয় গীউপায় । এইব ৰৰ কছিুমানৰ লগত আপুন ইতমিধ যাে আপ নাৰ আগৰ ক লাছৰ পৰা পৰচিতি। দ যা... বাকীব ৰ বাস তৱৰ য গৰ ওপৰত গুণনৰ বতিৰণ নিয় মৰ পৰা অনুসৰণ কৰা হয় সংখ যাব ৰ, আৰু পৰচিয় ৰ পৰা (x+y)(x-y)=x $^2-\sin x^2$, যকি ন বাস তৱ সংখ যা x আৰু y ৰ বাবে। a আৰু y ধনাত মক বাস তৱ সংখ যা হওক। ততেয়াি

(ঝ) আৰু অব =
$$\sqrt{\sqrt{}}$$
 (ii) $\sqrt{\frac{\pi}{v}} = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{v}}$

(iii)
$$(\overline{\Phi} (\sqrt{V}) + \sqrt{\Delta I}) (\sqrt{V} - \sqrt{\Delta I})$$
 (iv) $(aba + \sqrt{V}) (- \sqrt{\Delta I})$

এই পৰচিয সমূহৰ কছুিমান বশিষে ক ষতে ৰ চাওঁ আহক।

উদাহৰণ ১৫ : তলত দযি া অভবি যক তসিমূহ সৰল কৰক:

সমাধান : (i) (৫) (
$$+\sqrt{9}$$
 k ৫ ১০ ক/৫ $\frac{1}{2}$ 9 + = + $\sqrt{+\sqrt{+\sqrt{56}}}$

(ii)
$$\alpha + \sqrt{\alpha} \alpha = \sqrt{\alpha} (1) \alpha^2 (\sqrt{\alpha})^2 = 2\alpha \alpha - 20$$

((iii)
$$\sqrt{9} + \sqrt{9} = (\sqrt{9})^2 + 2\sqrt{9}\sqrt{4}$$
 $(\sqrt{9})^3 = 92\sqrt{9}\sqrt{9} = 92\sqrt{9}$

$$((iv)(\sqrt{55} - \sqrt{9}))(\sqrt{1 + \sqrt{9}}) = (\sqrt{55})^{2} - (\sqrt{9})^{2} = -5598$$

মন তব য : মন কৰবি যে ওপৰৰ উদাহৰণট ত 'simplify'ৰ অৰ থ এইট ৱহেঁ ব যৱহাৰ কৰা হছৈ েয… অভবি যক ত এটা যুক তসিংগত আৰু এটা অযুক তকিৰ সংখ যাৰ য গফল হচিাপলেখিবি লাগ।ে

আম তিলৰ সমস যাট ববিচেনা কৰ িএই খণ ডট শষে কৰ ঁ৷ নম বৰ লাইনত ক'ত দখো 🛴 যায চাওকচ ন? আপুন জানযেইে অযুক তকিৰ। হয ত ইয াতকলৈসহজ হ'ব পাৰ যদহিৰট এটা যুক তসিংগত সংখ যা হয তনে তনেযি ন ত ৰণ কৰবিল।ৈ চাওঁ আহক, যদি আম 'যুক তসিংগত' কৰবি পাৰ হৰ, অৰ থাৎ হৰট ক এটা যুক তসিংগত সংখ যাল ৈপৰণিত কৰা। তনে েকৰবিল ৈআমি… বৰ গমূলৰ সতৈ েজড তি পৰচিয সমূহৰ প ৰয জন। কনেকে ৈচাওঁ আহক।

উদাহৰণ ১৬ : ৰ হৰট যুক তসিংগত কৰক

$$\frac{\delta}{\sqrt{\xi}}$$

সমাধান : আম িলখিবি বচািৰ

এটা যুক তসিংগত সংখ যা। আমি জান য ে২ 💉 যুক√তযুিক ত। আমওি জান য েগুণ কৰা

$$\frac{\delta}{\sqrt{1-\frac{2}{4}}} = \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{\xi}}$$
 আমাক এটা সমতুল য অভবি যক তদিবি, যহিতেু $\frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{\xi}} = 5.$ গতকিে, আম এই দুটা ৰাখমি

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$
 = ১.গতকি,ে আম িএই দুটা ৰাখমি

তথ যসমূহ একলেগ েপাবল

$$\frac{\delta}{\sqrt{\xi}} \delta = x = \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{\xi}} \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{\xi}}$$

এই ৰূপত ইয় ।ৰ স থান নৰি ণয় কৰাট সহজ $\frac{\delta}{\sqrt{2}}$ সংখ যাৰখোত। ই ০ ৰ মাজৰ আধাখনি আৰু ২√ .

উদাহৰণ ১৭: ২ ৩ ৰ হৰট যুক তসিংগত কৰক

সমাধান : আম আগত েদযি া পৰচিয (iv) ব যৱহাৰ কৰ । গুণ কৰ ভাগ কৰক

$$\frac{5}{500} \times \frac{1}{500} \times \frac{1}{500} \times \frac{1}{500} \times \frac{1}{500} = \frac{1}$$

উদাহৰণ ১৮ : ৰ হৰট যুক তসিংগত কৰক

$$\frac{\alpha}{\sqrt{9} - \sqrt{\alpha}}$$

সমাধান : ইয াত আম িআগতদেযি া Identity (iii) ব যৱহাৰ কৰ ।

$$\frac{\alpha}{\sqrt{\upsilon} \, \alpha \sqrt{\upsilon}} = \frac{\alpha}{\sqrt{\upsilon} - \sqrt{\alpha}} \times \frac{\sqrt{\upsilon} + \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\upsilon} + \sqrt{\alpha}} = \frac{\alpha (\sqrt{\upsilon} + \sqrt{\alpha})}{\upsilon \, \alpha} = -\frac{\alpha}{2} (\sqrt{\upsilon} + \sqrt{\alpha})$$

উদাহৰণ 19:732ৰ হৰট যুক তসিংগত কৰক

সমাধান:
$$\frac{\delta}{1+\sqrt{205405405}} = \frac{\delta}{1+\sqrt{2054055}} \times \frac{1}{1+\sqrt{205405}} = \frac{1}{1+\sqrt{2054055}} = \frac{1}{1+\sqrt{2054055}}$$

গতকি,ে যতেযি া ক ন অভবি যক তৰি হৰত বৰ গমূল (বা) থকা পদ এটা থাক এটা মূলক চহি নৰ অধীনত থকা এটা সংখ যা), ইয াক সমতুল য অভবি যক তলি ৈৰূপান তৰতি কৰাৰ প ৰক ৰযি া যাৰ হৰ এটা যুক তসিংগত সংখ যা, যাক হৰট ক যুক তসিংগত কৰা ব লা হয ।

অনুশীলনী ১.৪

১) তলত দযি া সংখ যাব ৰক যুক তসিংগত বা অযুক তকিৰ হচিাপশে ৰণীেভুক ত কৰা:

(a)
$$\geq e - \sqrt{$$
 (ii) $(o + -)^{\sqrt{20}}$ $\sqrt{20}$ (iii) $\frac{2\sqrt{4}}{4\sqrt{4}}$

(iv)
$$\frac{\delta}{\sqrt{5}}$$
 (v) $\xi \pi$

২) তলত দযি াপ ৰতটি অভবি যক ত সৰল কৰক:

$$(\exists i) (\circ + \sqrt{\circ} + \sqrt{\circ}) \not\preceq (\sqrt{\circ})$$

$$(iii) (\circ) + \sqrt{\circ} \circ (\sqrt{\circ}) (\sqrt{\circ})$$

$$((iii) (\circ) + \sqrt{\circ} \circ (\sqrt{\circ}) (\sqrt{\circ})$$

$$((iii) (\circ) + \sqrt{\circ} \circ (\sqrt{\circ}) (\sqrt{\circ})$$

৩) মনত ৰাখবি, π ক বৃত ত এটাৰ পৰধি (কওক c) আৰু ইয াৰ ব যাসৰ অনুপাত হচিাপে সংজ ায তি কৰা হয

(ঘ কওক)। অৰ থাৎ π = ইয় ।ৰ দ বাৰা π অযুক তকিৰ বুলকি ৱা কথাট ৰ বৰি ধতি। হ ৱা যনে লাগং । কনেকে হৈ'ব ঘ

আপুন িএই বপৈৰীত য সমাধান কৰনে?

- 4. সংখ যা ৰখোতৠ 3. প ৰতনিধিতি ব কৰক।
- ৫) তলত দযি া হৰব ৰ যুক তসিংগত কৰা:

(ii)
$$\frac{s}{\sqrt{q}}$$
 (ii) $\frac{s}{\sqrt{q}\sqrt{q}}$ (iv) $\frac{s}{\sqrt{q} + \sqrt{q}}$

১.৫ বাস তৱ সংখ যাৰ বাবে ঘাতৰ নযি ম

তলত দযি া কথাব ৰ কনেকেই সৰল কৰবি পাৰ িমনত আছনে?

(iii)
$$\frac{২৩ \, ^{50}}{20^{\, q}} =$$
 (iv) ৭ ৩ . ১৩ =

এই উত তৰব ৰ পালনে?ে সইেব ৰ হ'ল-

$$cob = cc \cdot c \cdot b \text{ (ii)}$$

এই উত তৰব ৰ পাবলথৈ আপুনতিলত দযি া ঘাতৰ নযি মব ৰ ব যৱহাৰ কৰলিহেতেনে, যবি ৰ আপুনি আপ নাৰ আগৰ শ ৰণীেব ৰত শকিছি।ে (ইয াত a, n আৰু m প ৰাক্তকি সংখ যা। মনত ৰাখবি, a ক ভতি তবিলু কি ৱা হয আৰু m আৰু n হছৈ ঘোত।) (ii) (a m) n

(iii)
$$\frac{ma}{an} = anm$$
, mn> (iv) a mb m = (ab) m

°? হয , ই ১! গতকি েআপুন িশকিছি েয ে(ক) ° = ১.গতকিং, (iii) ব যৱহাৰ কৰ,ি আম িপাৰ পাওক $\frac{\delta}{\frac{1}{a^n}}=\frac{3}{\sqrt{3}}$ নিৰ্মাণ নিৰ্মাণ নিৰ্মাণ তাই নিৰ্মাণ নিৰ্ম

গতকিে, উদাহৰণস বৰূপ:

(iii)
$$\frac{30^{-50}}{30^{9}} = 30^{-59}$$

$$(iv) (q)$$
 $^{-\circ}$ (s) $^{-\circ} = (vo)$

ধৰ লিওক আম তিলত দযি া গণনাব ৰ কৰবি বচািৰ :

(iii)
$$\frac{q^{\frac{-}{\alpha}}}{q^{\frac{-}{\alpha}}}$$

(iv)
$$50^{\frac{5}{6}}59$$

আম কিনেকে যাম? দখো গ'ল যে আম িঘাতৰ নযি মব ৰ সম প ৰসাৰতি কৰবি পাৰ যটি আম আগত েঅধ যয় ন কৰছি , আনক যিতেযি । ভতি তটি এটা ধনাত মক বাস তৱ সংখ যা আৰু ঘাতব ৰ হছৈয়েক তসিংগত সংখ যা। (পছিত আপুন িঅধ যয ন কৰবি যে ইয াক আৰু বৃদ ধ িকৰবি পাৰ যতেযি । ঘাতব ৰ বাস তৱ সংখ যা হয ।) কনি তু আম িএই নযি মব ৰ ক ৱাৰ আগতে, আৰু যুগ ম কৰবিলট এই নযি মব ৰৰ অৰ থ বুজবি লাগবি, আম পি ৰথমে বুজবি লাগবি যে উদাহৰণস বৰূপ ে২ ৪ ক।ি তনে তে, আমাৰ কছ্বি কাম আছে!

আমিি সংজ ায় ভি কৰ্
্ ক এটা বাস তৱ সংখ যাৰ বাবса > 0 তলত দযি া ধৰণ:

a > 0 এটা বাস তৱ সংখ যা আৰু n এটা ধনাত মক পূৰ ণসংখ যা হওক ৷ ততেযি া ন্ $\sqrt{}_{\overline{\Phi}}$ = খ, যদ খি n = ক আৰু খ > ০।

ঘাতৰ ভাষাত আম**ি**n ৰ সংজ

$$\sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6}$$
 . গতকি,ে বশিষেক, $\sqrt[6]{0} \stackrel{5}{>} \stackrel{5}{>} = \frac{5}{6}$

$$\sqrt[9]{0}$$
 \Rightarrow \Rightarrow $\frac{5}{2}$.

এতযি া দুটা উপায ৰেচোব পাৰ ২ ৪।

$$38 = 8^{\frac{1}{2}} = 5^{\circ}$$

$$\frac{1}{2} = (98)^{\frac{1}{2}}$$

গতকি আমাৰ হাতত তলত দযি া সংজ াট আছ:

a>0 এটা বাস তৱ সংখ যা হওক। m আৰু n এন**ে পূৰ ণসংখ** যা হওক যাত m আৰু n ৰ no থাকে 1 ৰ বাহৰি আন সাধাৰণ গুণক, আৰু n > 0। তাৰ পছিত,

$$\frac{\sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{a}} = \left(\sqrt[n]{a} \right)^{\sqrt[n]{n}} \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{a}$$

আমাৰ হাতত এতযি া ঘাতৰ তলত দযি া বৰ ধতি নযি মসমূহ আছ:

a > 0 এটা বাস তৱ সংখ যা আৰু p আৰু q যুক তসিংগত সংখ যা হওক । তাৰ পছিত, আমাৰ আছে

(iii)
$$\frac{\overline{\Phi}^{q}}{\overline{\Phi}^{q}} = \overline{\Phi}^{pq}$$

আপুন এতিয় । এই আইনসমূহৰ সহায় ত আগতে সে ধাপ ৰশ নৰ উত তৰ দবি পাৰবি।

উদাহৰণ ২০ : সৰল কৰা (i)

<u>;</u> 5 0 0 2 5

(ii) -

(iii) $\frac{q^{\frac{5}{\alpha}}}{q^{\frac{5}{\alpha}}}$

(iv) 50 50

সমাধান :

(ii)
$$v_{=}^{\frac{5}{6}}$$
 & v_{0}

(iii)
$$\frac{q^{\frac{3}{6}}}{q^{\frac{5}{6}}} = \sqrt{\frac{s}{6}} - \frac{s}{6} - = q^{\frac{66}{86}} = q^{\frac{-3}{86}}$$

অনুশীলনী ১.৫

(ii) ৫৩২

iii) ৩১২৫

৩ — 2. বচিাৰ উিলযি 1ওক : (ম ২) ২৯

<u>°</u> «ده (iii) (iv) 2538

3. সৰল কৰক : ্ৰ ২[°]২

(ii) - 5 °

(iii) $\frac{22\frac{1}{s}}{2s}$

(in) $d_{\frac{s}{p}}P_{\frac{s}{p}}$

১.৬ সাৰাংশ

এই অধ যায় ত আপুনতিলত দয়ি া কথাব ৰ অধ যয় ন কৰছি:

- ১) r সংখ যা এটাক যুক তসিংগত সংখ যা ব লা হয , যদহি েইয াক ৰূপত লখিবি পৰা যায পূৰ ণসংখ যা আৰু q 0।
- $\frac{\gamma}{q}$, য'ত p আৰু q আছে
- ২) s সংখ যা এটাক অযুক তকিৰ সংখ যা ব লা হয , যদহিহে ইয াক ৰূপত লখিবি ন ৱাৰ

পৃ q , য'ত প আৰু

- q হছৈ েপূৰ ণসংখ যা আৰু q 0।
- ৩) এটা যুক তসিংগত সংখ যাৰ দশমকি প ৰসাৰণ হয সমাপ ত বা অসমাপ ত পুনৰাবৃত তমূিলক। তদুপৰি, যটি সংখ যাৰ দশমকি প ৰসাৰণ সমাপ ত বা অসমাপ ত পুনৰাবৃত তমূিলক যুক তসিংগত।
- ৪) অযুক তকিৰ সংখ যা এটাৰ দশমকি প ৰসাৰণ অ-সমাপ ত অ-পুনৰাবৃত তমিূলক। তাৰ পৰি, যটি সংখ যাৰ দশমকি প ৰসাৰণ অ-সমাপ ত অ-পুনৰাবৃত তমিূলক, সযে া অযুক তকিৰ।
- ৫) সকল যুক তসিংগত আৰু অযুক তকিৰ সংখ যাই বাস তৱ সংখ যাৰ সংগ ৰহ গঠন কৰ।ে
- ৬) যদি r যুক তসিংগত আৰু s অযুক তকিৰ হয , তনে তrে + s আৰু r s অযুক তকিৰ সংখ যা, আৰু rs আৰু

■ are

অযুক তকিৰ সংখ যা, r 0।

7. ধনাত মক বাস তৱ সংখ যা a আৰু b ৰ বাবে, তলত দযি া পৰচিয সমূহ ধাৰণ কৰ:

(ii)
$$\sqrt{\frac{\pi}{\forall}} = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\forall}}$$

(iv) (আ**ৰামে**ব) (- √) = -

_(ভতিৰত) (
$$\sqrt{ab} + \sqrt{}$$
) 2 ক = + ২ $\sqrt{$ আব খ +

৮) ৰ হৰট যুক তসিংগত কৰবিল

$$\frac{\delta}{\sqrt{ab^+}}$$
, আমহিঁয় াক গুণ কৰ লিওঁ $\frac{\sqrt{ab^-}}{\sqrt{ab^-}}$, য'ত ক আৰু খ আছে

পূৰ ণসংখ যা।

9. a > 0 এটা বাস তৱ সংখ যা আৰু p আৰু q যুক তসিংগত সংখ যা হওক। ততেয়াি

(ii) (a p) q = এটা pq

(iii)
$$\frac{\sigma^q}{\sigma^q} = \sigma^{pq}$$

(iv) ক প খ প = (আব) প