

# 6 ਨੰਬਰ ਪਲੇ



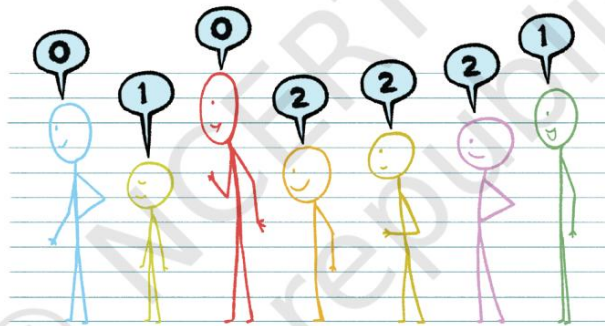
0774CH06

## 6.1 ਨੰਬਰ ਸਾਨੂੰ ਚੀਜ਼ਾਂ ਦੱਸਦੇ ਹਨ

? ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਅੰਕ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਦੱਸਦੇ ਹਨ?

ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੀ ਗਣਿਤ ਦੀ ਪਾਠ ਪੁਸਤਕ ਦੇ ਬੱਚੇ ਯਾਦ ਹਨ।

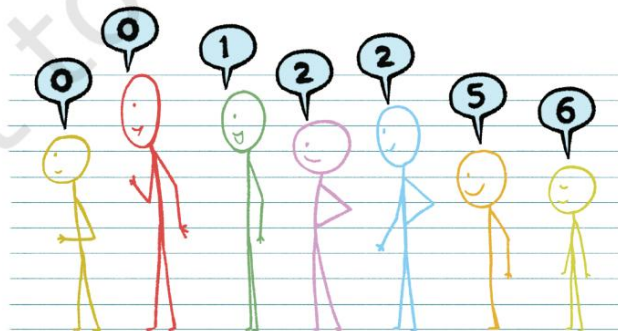
ਹੁਣ, ਉਹ ਇੱਕ ਵੱਖਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਨੰਬਰਾਂ ਨੂੰ ਬੁਲਾਉਂਦੇ ਹਨ।



? ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੀ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਨੰਬਰਾਂ ਦਾ ਕੀ ਅਰਥ ਹੈ?

ਬੱਚੇ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨੂੰ ਮੁੜ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰ ਕੋਈ ਇੱਕ ਨੰਬਰ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਨਵੀਂ ਵਿਵਸਥਾ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ।

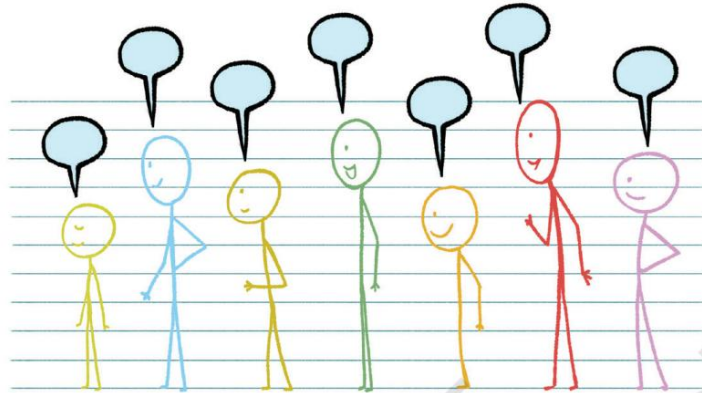


? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਨੰਬਰ ਕੀ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ? ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ।

## ਗਨੀਤਾ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ | ਸੱਤਵੀਂ ਜਮਾਤ

ਨਿਯਮ ਹੈ — ਹਰੇਕ ਬੱਚਾ ਆਪਣੇ ਸਾਹਮਣੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਤੋਂ ਲੰਬੇ ਹਨ। ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਹਰੇਕ ਬੱਚੇ ਦੁਆਰਾ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਨੰਬਰ ਦੋਵਾਂ ਪ੍ਰਬੰਧਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨਿਯਮ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ ਹੈ।

- ❓ ਹੇਠਾਂ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਪ੍ਰਬੰਧ ਲਈ ਇਸ ਨਿਯਮ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਹਰੇਕ ਬੱਚੇ ਨੂੰ ਕਿੰਨੀ ਸੰਖਿਆ ਕਹਿਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ, ਉਹ ਲਿਖੋ।



- ❓ ਪਤਾ ਲਗਾਓ

1. ਕਿਤਾਬ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਟਿੱਕ ਫਿਗਰ ਕੱਟਾਊਟਸ ਨੂੰ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰੋ ਜਾਂ ਉਚਾਈ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਣਾਓ ਕਿ ਕ੍ਰਮ ਇਹ ਲਿਖੇ:

(ੳ) 0, 1, 1, 2, 4, 1, 5

(ਅ) 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0

(ੲ) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

(ਸ) 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0

(੬) 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1

(੭) 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3

2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਰੇਕ ਕਥਨ ਲਈ, ਸੋਚੋ ਅਤੇ ਪਛਾਣੋ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸੱਚ ਹੈ, ਸਿਰਫ਼ ਕਈ ਵਾਰ ਸੱਚ ਹੈ, ਜਾਂ ਕਦੇ ਵੀ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਆਪਣੇ ਤਰਕ ਸਾਂਝੇ ਕਰੋ।

(a) ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ '0' ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਹ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਉੱਚਾ ਹੈ।

(b) ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਸੰਖਿਆ '0' ਹੈ।

(c) ਪਹਿਲੇ ਵਿਅਕਤੀ ਦਾ ਨੰਬਰ '0' ਹੈ।

(d) ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਲਾਈਨ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਜਾਂ ਆਖਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ (ਭਾਵ, ਜੇਕਰ ਉਹ ਕਿਤੇ ਵਿਚਕਾਰ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ), ਤਾਂ ਉਹ '0' ਨਹੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦਾ।

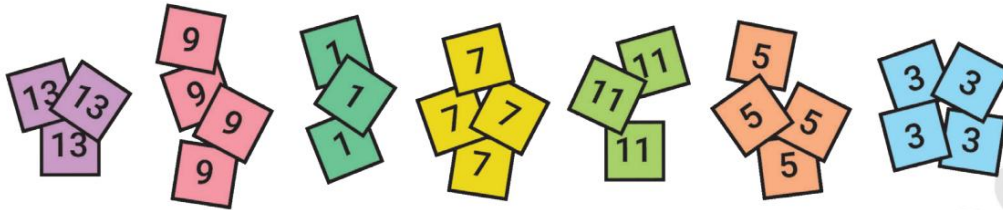
(e) ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਕਹਿਣ ਵਾਲਾ ਵਿਅਕਤੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(f) 8 ਲੋਕਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਕੀ ਹੈ?

## 6.2 ਸਮਾਨਤਾ ਦੀ ਚੋਣ

ਕਿਸੇ ਕੋਲ ਕੁਝ ਨੰਬਰ ਕਾਰਡ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹ ਇੱਕ ਬੁਝਾਰਤ 'ਤੇ ਕੰਮ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ: 5 ਡੱਬੇ ਹਨ, ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਡੱਬੇ ਵਿੱਚ ਬਿਲਕੁਲ 1 ਨੰਬਰ ਕਾਰਡ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਡੱਬਿਆਂ ਵਿੱਚ ਨੰਬਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 30 ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਉਸਨੂੰ ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਦਾ ਤਰੀਕਾ ਲੱਭਣ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ?

$$\square + \square + \square + \square + \square = 30$$



ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕਿਹੜੇ 5 ਕਾਰਡ 30 ਵਿੱਚ ਜੋੜਦੇ ਹਨ? ਕੀ ਇਹ ਸੰਭਵ ਹੈ?  
ਇਸ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਕਾਰਡ ਚੁਣਨ ਦੇ ਕਈ ਤਰੀਕੇ ਹਨ।  
ਕੀ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ ਹੱਲ ਲੱਭਣ ਦਾ ਕੋਈ ਤਰੀਕਾ ਹੈ?  
ਆਓ ਪਤਾ ਕਰੀਏ।

- ❓ ਕੁਝ ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਜੋੜੋ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਿਸ ਕਿਸਮ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਮਿਲਦੀ ਹੈ?  
ਕੀ ਇਸ ਨਾਲ ਕੋਈ ਫਰਕ ਪੈਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿੰਨੇ ਅੰਕ ਜੋੜੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ?

ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਬਚੇ ਹੋਏ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।  
ਕੁਝ ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਇੱਥੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਦਿਖਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ।



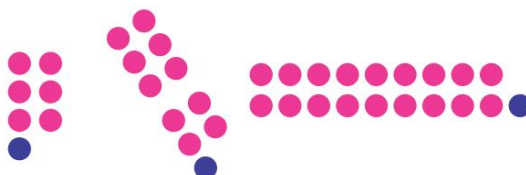
ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹੋਏ ਜਿਸਮਾਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਬਣੇਗੀ ਜਿਸਨੂੰ ਅਜੇ ਵੀ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਬਚੇ ਹੋਏ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇਗਾ।



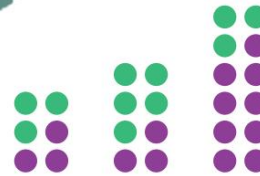
- ❓ ਹੁਣ, ਕੁਝ ਔਡ ਨੰਬਰ ਇਕੱਠੇ ਜੋੜੋ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਿਸ ਕਿਸਮ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਮਿਲਦੀ ਹੈ? ਕੀ ਇਸ ਨਾਲ ਕੋਈ ਫਰਕ ਪੈਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿੰਨੀਆਂ ਔਡ ਨੰਬਰਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਵੇ?

ਔਡ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਇੱਕ ਔਡ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਤੋਂ ਇੱਕ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਕੁਝ ਔਡ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿਖਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ:



ਕੀ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਔਡ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਤੋਂ ਇੱਕ ਘੱਟ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ?

ਇਹ ਅੰਕੜਾ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਅਜੀਬ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ! ਇਹ ਇੱਥੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਰ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਸਬੂਤ ਦੀਆਂ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਹਨ!



? 3 ਅਜੀਬ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋੜਨਾ ਬਾਰੇ ਕੀ? ਕੀ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਨਹੀਂ।

? ਪੜਚੋਲ ਕਰੋ ਕਿ (a) 4 ਅਜੀਬ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, (b) 5 ਅਜੀਬ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਅਤੇ (c) 6 ਅਜੀਬ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਆਓ ਆਪਾਂ ਉਸ ਬੁਝਾਰਤ ਵੱਲ ਵਾਪਸ ਚੱਲੀਏ ਜਿਸਨੂੰ ਕਿਸੇ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰ ਰਿਹਾ ਸੀ। 5 ਖਾਲੀ ਡੱਬੇ ਹਨ। ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਕੋਲ ਔਡ ਸੰਖਿਆ ਵਾਲੇ ਡੱਬੇ ਹਨ। ਸਾਰੇ ਨੰਬਰ ਕਾਰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਔਡ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ 30 ਨਾਲ ਜੋੜਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ, ਕੋਈ ਵੀ 5 ਵਿਅੰਗ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜਨ ਨਾਲ ਕਦੇ ਵੀ ਇੱਕ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਬਣਦੀ, ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਇਹਨਾਂ ਕਾਰਡਾਂ ਨੂੰ 30 ਤੱਕ ਜੋੜਨ ਲਈ ਬਕਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਰੱਖ ਸਕਦਾ।

? ਦੋ ਭੈਣ-ਭਰਾ, ਮਾਰਟਿਨ ਅਤੇ ਮਾਰੀਆ, ਦਾ ਜਨਮ ਇੱਕ ਸਾਲ ਦੇ ਫਰਕ ਨਾਲ ਹੋਇਆ ਸੀ।  
ਅੱਜ ਉਹ ਆਪਣਾ ਜਨਮਦਿਨ ਮਨਾ ਰਹੇ ਹਨ। ਮਾਰੀਆ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਜੋੜ 112 ਹੈ। ਕੀ ਇਹ ਸੰਭਵ ਹੈ? ਕਿਉਂ ਜਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ?

ਕਿਉਂਕਿ ਉਹ ਇੱਕ ਸਾਲ ਦੇ ਅੰਤਰ ਨਾਲ ਪੈਦਾ ਹੋਏ ਸਨ, ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਉਮਰਾਂ (ਦੋ) ਲਗਾਤਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਕੀ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਉਮਰਾਂ 51 ਅਤੇ 52 ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?  $51 + 52 = 103$ । ਕੁਝ ਹੋਰ ਲਗਾਤਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ ਅਤੇ ਦੇਖੋ ਕਿ ਕੀ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 112 ਹੈ।

ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਨੰਬਰ 1, 2, 3, 4, 5, ... ਸਮ ਅਤੇ ਵਿਜੋੜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਬਦਲਦੇ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਵੀ ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਮ ਅਤੇ ਦੂਜੀ ਹਮੇਸ਼ਾ ਵਿਜੋੜ ਹੋਵੇਗੀ!

ਇੱਕ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਿਸਮ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਨਤੀਜਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ? ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਵਿਸਮ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇਗੀ।

ਕਿਉਂਕਿ 112 ਇੱਕ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਅਤੇ ਮਾਰਟਿਨ ਅਤੇ ਮਾਰੀਆ ਦੀਆਂ ਉਮਰਾਂ ਲਗਾਤਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 112 ਤੱਕ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।

ਅਸੀਂ ਸਮ ਜਾਂ ਵਿਸ਼ਮ ਹੋਣ ਦੇ ਗੁਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਸਮਾਨਤਾ ਸ਼ਬਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਦੇ ਲਗਾਤਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਵਿਸ਼ਮ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਸਮ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।



ਪਤਾ ਲਗਾਓ

1. ਵਿਸ਼ਮ ਅਤੇ ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਚਿੱਤਰਕਾਰੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਦੀ ਆਪਣੀ ਸਮਝ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਜੋੜਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਓ:

(a) 2 ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ 2 ਵਿਸ਼ਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ (ਜਿਵੇਂ, ਸਮ + ਵਿਸ਼ਮ + ਵਿਸ਼ਮ)

(b) 2 ਵਿਸ਼ਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ 3 ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

(c) 5 ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

(d) 8 ਵਿਸ਼ਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

2. ਲਕਪਾ ਕੋਲ ਆਪਣੀ ਪਿਰੀ ਬੈਂਕ ਵਿੱਚ ₹1 ਦੇ ਇੱਕ ਔਡ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸਿੱਕੇ, ₹5 ਦੇ ਇੱਕ ਔਡ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸਿੱਕੇ ਅਤੇ ₹10 ਦੇ ਇੱਕ ਈਵਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸਿੱਕੇ ਹਨ। ਉਸਨੇ ਕੁੱਲ ਰਕਮ ਦਾ ਹਿਸਾਬ ਲਗਾਇਆ ਅਤੇ ₹205 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ। ਕੀ ਉਸਨੇ ਗਲਤੀ ਕੀਤੀ? ਜੇ ਉਸਨੇ ਗਲਤੀ ਕੀਤੀ, ਤਾਂ ਦੱਸੋ ਕਿ ਕਿਉਂ। ਜੇ ਉਸਨੇ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ, ਤਾਂ ਉਸ ਕੋਲ ਹਰੇਕ ਕਿਸਮ ਦੇ ਕਿੰਨੇ ਸਿੱਕੇ ਹੋ ਸਕਦੇ ਸਨ?

3. ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ:

(a) ਵੀ + ਵੀ = ਵੀ

(ਅ) ਔਡ + ਔਡ = ਜਿਸਤ

(ੲ) ਜਿਸਤ + ਅਜੀਬ = ਅਜੀਬ

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਦਰਿਸ਼ਾਂ ਲਈ ਸਮਾਨਤਾ ਪਤਾ ਕਰੋ:

(a) ਵੀ - ਵੀ = \_\_\_\_\_

(ੲ) ਅਜੀਬ - ਅਜੀਬ = (ੲ) ਵੀ - ਅਜੀਬ \_\_\_\_\_

= (ੳ) ਅਜੀਬ - ਵੀ = \_\_\_\_\_

## ਗਰਿੱਡਾਂ ਵਿੱਚ ਛੋਟੇ ਵਰਗ

ਇੱਕ  $3 \times 3$  ਗਰਿੱਡ ਵਿੱਚ, 9 ਛੋਟੇ ਵਰਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਦੌਰਾਨ, ਇੱਕ  $3 \times 4$  ਗਰਿੱਡ ਵਿੱਚ, 12 ਛੋਟੇ ਵਰਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।



ਇੱਕ ਗਰਿੱਡ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹੋਏ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਗੁਣਨਫਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ ਛੋਟੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ?


❓ ਇਹਨਾਂ ਗਰਿੱਡਾਂ ਵਿੱਚ ਛੋਟੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਪਤਾ ਕਰੋ:

(ੳ)  $27 \times 13$

(ਅ)  $42 \times 78$

(ੲ)  $135 \times 654$

## ਪ੍ਰਗਟਾਵੇ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ

ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:  $3_n + 4$  ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮੁੱਲਾਂ ਲਈ, ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਵੱਖਰੀ ਸਮਾਨਤਾ ਹੈ:

ਐਨ	$3_n + 4$ ਦਾ ਮੁੱਲ	ਮੁੱਲ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ
3	13	ਅਜੀਬ
8	28	ਵੀ
10	34	ਵੀ

❓ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਸਮੀਕਰਨ ਸੋਚੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਹਮੇਸ਼ਾ ਬਰਾਬਰੀ ਹੋਵੇ।

ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਹਨ:  $100_p$  ਅਤੇ  $48_w - 2$ । ਹੋਰ ਲੱਭਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ।

❓ ਅਜਿਹੇ ਪ੍ਰਗਟਾਵੇ ਬਣਾਓ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਹਮੇਸ਼ਾ ਅਜੀਬ ਸਮਾਨਤਾ ਹੋਵੇ।

❓ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ  $3_n + 4$ , ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਜਾਂ ਤਾਂ ਔਡ ਜਾਂ ਈਵਨ ਪੈਰਿਟੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।

❓  $6_k + 2$  ਸਮੀਕਰਨ 8, 14, 20, ... ( $k = 1, 2, 3, \dots$  ਲਈ) ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਦਾ ਹੈ — ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਗੁੰਮ ਹਨ।

❓ ਕੀ ਕੋਈ ਅਜਿਹੇ ਵਾਕੰਸ਼ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੂਚੀਬੱਧ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ?

ਸੰਕੇਤ: ਸਾਰੀਆਂ ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ 2 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

❓ ਕੀ ਕੋਈ ਅਜਿਹੇ ਵਾਕੰਸ਼ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਸਾਰੀਆਂ ਅਜੀਬ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੂਚੀਬੱਧ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ?

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦੇਖਿਆ ਸੀ ਕਿ 4 ਦੇ ਗੁਣਜਾਂ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਦੇ  $n$  ਵੇ ਪਦ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਦਰਸਾਉਣਾ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ  $n$  ਉਹ ਅੱਖਰ-ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ (ਜਿਵੇਂ ਕਿ, ਪਹਿਲਾ, ਤੇਈਵਾਂ, ਸੌ ਅਤੇ ਸਤਾਰਵਾਂ, ਆਦਿ)।

❓ 2 ਦੇ ਗੁਣਜ ਲਈ  $n$  ਵਾਂ ਪਦ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ? ਜਾਂ,  $n$  ਵਾਂ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਕੀ ਹੈ?

ਆਓ ਆਪਾਂ ਅਜੀਬ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ।

❓ 100ਵਾਂ ਔਡ ਨੰਬਰ ਕੀ ਹੈ?

ਇਸ ਸਵਾਲ ਦਾ ਜਵਾਬ ਦੇਣ ਲਈ, ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਵਾਲ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

? 100ਵਾਂ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਕੀ ਹੈ?

ਇਹ  $2 \times 100 = 200$  ਹੈ।

ਕੀ ਇਹ 100ਵਾਂ ਔਡ ਨੰਬਰ ਲੱਭਣ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕਰਦਾ ਹੈ? ਆਓ ਤੁਲਨਾ ਕਰੀਏ

ਸਮ ਅਤੇ ਔਡਜ਼ ਦਾ ਸਮਾਂ-ਦਰ-ਮਿਆਦ ਕਰਮ।

ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

ਔਡ ਨੰਬਰ: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਥਿਤੀ 'ਤੇ, ਔਡ ਸੰਖਿਆ ਕਰਮ ਦਾ ਮੁੱਲ ਈਵਨ ਸੰਖਿਆ ਕਰਮ ਨਾਲੋਂ ਇੱਕ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 100ਵਾਂ ਔਡ ਸੰਖਿਆ  $200 - 1 = 199$  ਹੈ।

? ਨੌਵਾਂ ਔਡ ਨੰਬਰ ਲੱਭਣ ਲਈ ਇੱਕ ਫਾਰਮੂਲਾ ਲਿਖੋ।

ਆਓ ਪਹਿਲਾਂ ਉਸ ਢੰਗ ਦਾ ਵਰਣਨ ਕਰੀਏ ਜਿਸ ਰਾਹੀਂ ਅਸੀਂ ਵਿਸ਼ਮ ਲੱਭਣਾ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ।

ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅਨੁਸਾਰ 'ਤੇ ਨੰਬਰ:

(a) ਉਸ ਸਥਿਤੀ 'ਤੇ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ। ਇਹ ਸਥਿਤੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ 2 ਗੁਣਾ ਹੈ। (b) ਫਿਰ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚੋਂ 1 ਘਟਾਓ।

ਇਸਨੂੰ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ ਨਾਲ, ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ

(a)  $2n$

(b)  $2n - 1$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ,  $2n$  ਉਹ ਫਾਰਮੂਲਾ ਹੈ ਜੋ  $n$ ਵਾਂ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਦਿੰਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ  $2n - 1$  ਉਹ ਫਾਰਮੂਲਾ ਹੈ ਜੋ  $n$ ਵਾਂ ਵਿਸ਼ਮ ਸੰਖਿਆ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

### 6.3 ਗਰਿੱਡਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਖੋਜਾਂ

ਇਸ  $3 \times 3$  ਗਰਿੱਡ ਨੂੰ ਵੇਖੋ। ਇਹ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਕੇ ਭਰਿਆ ਗਿਆ ਹੈ - 1 - 9 ਤੱਕ ਦੇ ਨੰਬਰਾਂ ਨੂੰ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਏ ਵਰਤੋ। ਗਰਿੱਡ ਦੇ ਬਾਹਰ ਚੱਕਰ ਵਾਲੇ ਨੰਬਰ ਹਨ।

4	7	5	16
6	1	2	9
3	9	8	20
13	17	15	

? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਚੱਕਰ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਕੀ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ?

ਪੀਲੇ ਚੱਕਰਾਂ ਵਿੱਚ ਨੰਬਰ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕਤਾਰਾਂ ਅਤੇ ਕਾਲਮਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਹਨ।

ਉਪਰ ਦੱਸੇ ਗਏ ਨਿਯਮ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਰਿੱਡ ਭਰੋ:

9			13
			14
		5	18
24	9	12	

			24
4			15
		3	6
12	16	17	



? ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕੁਝ ਸਵਾਲ ਖੁਦ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਸਾਥੀਆਂ ਨੂੰ ਚੁਣੌਤੀ ਦਿਓ।

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ।

? ਤੁਹਾਨੂੰ ਸ਼ਾਇਦ ਅਹਿਸਾਸ ਹੋਇਆ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਇਸ ਗਰਿੱਡ ਦਾ ਹੱਲ ਲੱਭਣਾ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਅਜਿਹਾ ਕਿਉਂ ਹੈ?

ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਸੰਭਵ ਜੋੜ  $6 = 1 + 2 + 3$  ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਸੰਭਵ ਜੋੜ  $24 = 9 + 8 + 7$  ਹੈ।  
ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਸੰਖਿਆ 6 ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ 24 ਤੋਂ ਵੱਧ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੀ।  
ਗਰਿੱਡ ਵਿੱਚ ਜੋੜ 5 ਅਤੇ 26 ਹਨ।

			5
		6	21
			19
9	11	26	

ਇਸ ਲਈ, ਇਹ ਅਸੰਭਵ ਹੈ!

ਪਹਿਲਾਂ ਦੇ ਗਰਿੱਡ ਵਿੱਚ ਜੇ ਅਸੀਂ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਸਨ, ਕਿਸੇ ਨੇ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਚੱਕਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ 90 ਹੁੰਦਾ ਸੀ। ਨਾਲ ਹੀ, ਵਿਦਿਆ ਨੇ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਤਿੰਨੋਂ ਕਤਾਰਾਂ ਲਈ, ਜਾਂ ਤਿੰਨੋਂ ਕਾਲਮਾਂ ਲਈ, ਚੱਕਰ ਵਾਲੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ 45 ਹੁੰਦਾ ਸੀ। ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਤੁਹਾਡੇ ਦੁਆਰਾ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪਿਛਲੇ ਗਰਿੱਡ ਵਿੱਚ ਸੱਚ ਹੈ।

3 ਕਤਾਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

ਇਕੱਠੇ ਜੋੜਨ ਨਾਲ 45 ਮਿਲਦਾ ਹੈ! ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ  
ਕਾਲਮ ਜੋੜਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਨਾਲ ਵੀ 45 ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

? ਕਤਾਰ ਜੋੜ ਅਤੇ ਕਾਲਮ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ 45 ਵਿੱਚ ਕਿਉਂ ਜੋੜਨੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ?

ਇਸ ਗਰਿੱਡ ਤੋਂ, ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਕੱਠੇ ਜੋੜੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਕਤਾਰਾਂ ਜੋੜਾਂ 1 - 9 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਇਹ ਕਾਲਮ ਜੋੜਾਂ ਲਈ ਵੀ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। 1 - 9 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45।$$

ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਕਤਾਰ, ਹਰੇਕ ਕਾਲਮ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਵਿਕਰਣ ਨੂੰ ਇੱਕੋ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਗਰਿੱਡ ਨੂੰ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

4	7	5	$4+7+5$
6	1	2	$6+1+2$
3	9	8	$3+9+8$
$4+6+3$	$7+1+9$	$5+2+8$	

ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਜਾਦੂਈ ਜੋੜ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

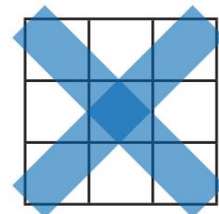
ਤਸਵੀਰ ਵਿੱਚ ਵਿਕਰਣ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ।

ਗਰਿੱਡ ਨੂੰ ਬੇਤਰਤੀਬ ਢੰਗ ਨਾਲ ਨੰਬਰਾਂ ਨਾਲ ਭਰ ਕੇ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਨਾ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ! ਇਹ ਇਸ ਲਈ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ 1 - 9 ਨੰਬਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਬਿਨਾਂ ਦੁਹਰਾਏ  $3 \times 3$  ਗਰਿੱਡ ਨੂੰ ਭਰਨ ਦੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਤਰੀਕੇ ਹਨ। ਦਰਅਸਲ, ਇਹ ਪਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਜਿਹੇ ਬਿਲਕੁਲ 3,62,880 ਤਰੀਕੇ ਹਨ।

ਹੈਰਾਨੀ ਦੀ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿ ਗਰਿੱਡ ਨੂੰ ਭਰਨ ਦੇ ਕਿੰਨੇ ਤਰੀਕੇ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਸਾਰਿਆਂ ਨੂੰ ਸੂਚੀਬੱਧ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ ਵੀ ਲੱਭੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਬਾਅਦ ਦੇ ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਇਹ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨਾ ਹੈ।

ਇਸ ਦੀ ਬਜਾਏ, ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਯੋਜਨਾਬੱਧ ਢੰਗ ਨਾਲ ਅੱਗੇ ਵਧਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਆਓ ਆਪਣੇ ਆਪਣੇ ਕੁਝ ਸਵਾਲ ਪੁੱਛੀਏ।

1. ਜਾਦੂਈ ਜੋੜ ਕੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਕੀ ਇਹ ਕੋਈ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ?





ਆਓ, ਇਸ ਸਮੇਂ ਲਈ, ਸਿਰਫ਼ ਕਤਾਰ ਜੋੜਾਂ 'ਤੇ ਧਿਆਨ ਕੇਂਦਰਿਤ ਕਰੀਏ। ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ 1 - 9 ਨੰਬਰਾਂ ਵਾਲੇ  $3 \times 3$  ਗਰਿਡ ਵਿੱਚ, ਕਤਾਰ ਜੋੜਾਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਹਮੇਸ਼ਾ 45 ਹੋਵੇਗਾ। ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਕਤਾਰ ਜੋੜ ਸਾਰੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 45 ਤੱਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹਰੇਕ ਦਾ 15 ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਨਿਰੀਖਣ ਹੈ।

ਨਿਰੀਖਣ 1: 1 - 9 ਨੰਬਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਬਣਾਏ ਗਏ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਵਿੱਚ, ਜਾਦੂਈ ਜੋੜ 15 ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

2. ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਭਾਵਿਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?

ਆਓ ਆਪਾਂ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਕਰਕੇ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ।  
ਕੀ ਕੇਂਦਰੀ ਸੰਖਿਆ 9 ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ? ਜੇਕਰ ਹਾਂ, ਤਾਂ 8 ਨੂੰ ਦੂਜੇ ਵਰਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਵਿੱਚ ਆਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ,  
ਇਸ ਵਿੱਚ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ  $8 + 9 +$  ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ = 15 ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।  
ਪਰ ਇਹ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ! ਇਹੀ ਮੁੱਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ਭਾਵੇਂ ਅਸੀਂ 8 ਕਿੱਥੇ ਵੀ ਰੱਖੀਏ।

ਤਾਂ, 9 ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ। ਕੀ ਕੇਂਦਰੀ ਸੰਖਿਆ 1 ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ?

8		
	9	

ਜੇਕਰ ਹਾਂ, ਤਾਂ 2 ਦੂਜੇ ਵਰਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਵਿੱਚ ਆਉਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।

ਇੱਥੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ  $2 + 1 +$  ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ = 15 ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।  
ਪਰ ਇਹ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ 1 - 9 ਨੰਬਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਇਹੀ ਸਮੱਸਿਆ ਉਦੋਂ ਆਵੇਗੀ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ 1 ਨੂੰ ਕਿਤੇ ਵੀ ਰੱਖੀਏ।

	1	
	2	

ਇਸ ਲਈ, 1 ਵੀ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।



ਅਜਿਹੇ ਤਰਕ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਹੋਰ ਕਿਹੜੇ ਅੰਕ 1 - 9 ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਆ ਸਕਦੇ।

ਇਹ ਖੋਜ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਦਿਲਚਸਪ ਨਿਰੀਖਣ ਵੱਲ ਲੈ ਜਾਵੇਗੀ।

ਨਿਰੀਖਣ 2: 1 - 9 ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਭਰੇ ਗਏ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ 5 ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

	5	

ਆਓ ਹੁਣ ਵੇਖੀਏ ਕਿ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ 1 ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ 9 ਕਿੱਥੇ ਆਉਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਸਾਡਾ ਦੂਜਾ ਨਿਰੀਖਣ ਸਾਨੂੰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸੀਮਾ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਵਿੱਚ ਆਉਣਾ ਪਵੇਗਾ। ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਦੋ ਸ਼੍ਰੇਣੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸ਼੍ਰੇਣੀਬੱਧ ਕਰੀਏ:

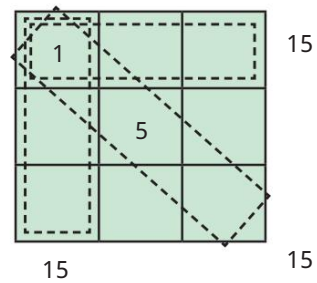
●		●
●		●

	●	
●		●
	●	

ਕੀ 1 ਇੱਕ ਕੋਨੇ ਵਾਲੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ,  
ਕੀ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ?

? ਜੇਕਰ ਹਾਂ, ਤਾਂ 1 ਨੂੰ ਦੋ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਜੋੜ ਕੇ 15 ਦੇਣ ਦੇ ਤਿੰਨ ਤਰੀਕੇ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।

ਸਾਡੇ ਕੋਲ  $1 + 5 + 9 = 1 + 6 + 8 = 15$  ਹੈ। ਕੀ ਕੋਈ ਹੋਰ ਸੁਮੇਲ ਸੰਭਵ ਹੈ?



? ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਕੀ 9 ਨੂੰ ਕੋਨੇ ਵਾਲੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਰੱਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ?

ਨਿਰੀਖਣ 3: ਸੰਖਿਆ 1 ਅਤੇ 9 ਕਿਸੇ ਵੀ ਕੋਨੇ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੇ, ਇਸ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਸਥਾਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਵਿੱਚ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

? ਕੀ ਤੁਸੀਂ 1 ਅਤੇ 9 ਲਈ ਹੋਰ ਸੰਭਾਵਿਤ ਅਹੁਦੇ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ?

1	5	9

	1	
	5	
	9	

ਹੁਣ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਦੀ ਇੱਕ ਪੂਰੀ ਕਤਾਰ ਜਾਂ ਕਾਲਮ ਹੈ!

ਇਸਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ!

[ਸੰਕੇਤ: ਪਹਿਲਾਂ 1 ਅਤੇ 9 ਵਾਲੀ ਕਤਾਰ ਜਾਂ ਕਾਲਮ ਭਰੋ]

? ਪਤਾ ਲਗਾਓ

1. ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿੰਨੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਬਣਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ?  
ਨੰਬਰ 1 - 9?
2. 2 - 10 ਨੰਬਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਬਣਾਓ। ਤੁਸੀਂ ਇਸਦੇ ਲਈ ਕਿਹੜੀ ਰਣਨੀਤੀ ਵਰਤੋਗੇ? ਇਸਦੀ ਤੁਲਨਾ 1 - 9 ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਬਣਾਏ ਗਏ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗਾਂ ਨਾਲ ਕਰੋ।
3. ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਲਓ, ਅਤੇ (.) ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 1  
ਨਾਲ ਵਧਾਓ।  
(ਅ) ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰੋ  
ਹਰੇਕ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ, ਕੀ ਨਤੀਜਾ ਦੇਣ ਵਾਲਾ ਗਰਿੱਡ ਵੀ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਹੈ? ਹਰੇਕ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਜਾਦੂਈ ਜੋੜ ਕਿਵੇਂ ਬਦਲਦੇ ਹਨ?
4. ਇੱਕ ਹੋਰ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ 'ਤੇ ਹੋਰ ਕਿਹੜੇ ਕਾਰਜ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ?
5. 9 ਲਗਾਤਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (ਜਿਵੇਂ ਕਿ 2 - 10, 3 - 11, 9 - 17, ਆਦਿ) ਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੈੱਟ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਤਰੀਕਿਆਂ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰੋ।

### 3 × 3 ਮੈਜਿਕ ਵਰਗ ਨੂੰ ਆਮ ਬਣਾਉਣਾ

ਅਸੀਂ ਵਰਣਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਾਦੂ ਵਰਗ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਅੰਕ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨਾਲ ਕਿਵੇਂ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹਨ, ਭਾਵ, ਜਾਦੂ ਵਰਗ ਦੀ ਬਣਤਰ।

ਗਣਿਤ  
ਗੱਲ ਕਰੋ

ਗਣਿਤ  
ਗੱਲ ਕਰੋ

## ਨੰਬਰ ਪਲੇ



ਕੋਈ ਵੀ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਚੁਣੇ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਹੁਣ ਤੱਕ ਬਣਾਇਆ ਹੈ।

ਲਗਾਤਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ। ਜੇਕਰ  $m$  ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅੰਖਰ-ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਤਾਂ ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ  $m$  ਨਾਲ ਕਿਵੇਂ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹਨ,  $m$  ਤੋਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਜੁੜਿਆ ਜਾਂ ਘੱਟ ਹਨ।

	ਮੀ	

[ਸੰਕੇਤ: ਯਾਦ ਰੱਖੋ, ਅਸੀਂ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਕੈਲੰਡਰ ਮਹੀਨੇ ਦੇ  $2 \times 2$  ਗਰਿੱਡ ਦਾ ਵਰਣਨ ਕਿਵੇਂ ਕੀਤਾ ਸੀ।]



ਇੱਕ ਵਾਰ ਆਮ ਰੂਪ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਣ 'ਤੇ, ਆਪਣੇ ਨਿਰੀਖਣ ਸਾਂਝੇ ਕਰੋ।  
ਕਲਾਸ ਦੇ ਨਾਲ।



ਪਤਾ ਲਗਾਓ

1. ਇਸ ਆਮ ਰੂਪ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਜੇਕਰ ਕੇਂਦਰ ਸੰਖਿਆ 25 ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਲੱਭੋ।

2. ਕਿਸੇ ਵੀ ਕਤਾਰ, ਕਾਲਮ ਜਾਂ ਵਿਕਰਣ ਦੇ 3 ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਕੀ ਵਿਅੰਜਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ?

3. ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਤੀਜਾ ਲਿਖੋ—

(.) ਹਰੇਕ ਪਦ ਵਿੱਚ 1 ਨੂੰ ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜੋੜਨਾ।

(ਅ) ਹਰੇਕ ਪਦ ਨੂੰ ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰਨਾ

4. ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਬਣਾਓ ਜਿਸਦਾ ਜਾਦੂਈ ਜੋੜ 60 ਹੋਵੇ।

5. ਕੀ ਨੌਂ ਭਰ ਕੇ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ ਸੰਭਵ ਹੈ?  
ਲਗਾਤਾਰ ਨਾ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕ?

ਪਹਿਲਾ  $4 \times 4$  ਮੈਜਿਕ ਸਕੁਏਅਰ

ਭਾਰਤ ਦੇ ਖਜੂਰਾਹੋ ਵਿੱਚ ਪਾਰਸ਼ਵਨਾਥ ਜੈਨ ਮੰਦਰ ਵਿੱਚ 10ਵੀਂ ਸਦੀ ਦੇ ਇੱਕ ਸ਼ਿਲਾਲੇਖ ਵਿੱਚ  $4 \times 4$  ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਰਿਕਾਰਡ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਮਿਲਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਚੌਟੀਸਾ ਯੰਤਰ ਵਜੋਂ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



7	12	1	14		
2	13	8	11		
16	3	10	5		
9	6	15	4		

ਭਾਰਤ ਦੇ ਖਜੂਰਾਹੋ ਵਿਖੇ ਪਹਿਲਾ ਰਿਕਾਰਡ ਕੀਤਾ ਗਿਆ  $4 \times 4$  ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ, ਚੌਟੀਸਾ ਯੰਤਰ।

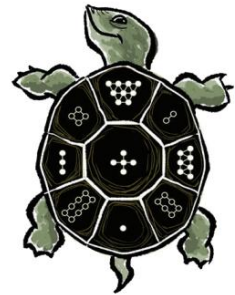
ਚੌਟੀਸਾ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ 34। ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੀ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੇ ਇਸਨੂੰ ਚੌਟੀਸਾ ਯੰਤਰ ਕਿਉਂ ਕਿਹਾ?

ਇਸ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਹਰ ਕਤਾਰ, ਕਾਲਮ ਅਤੇ ਵਿਕਰਣ 34 ਤੱਕ ਜੋੜਦੇ ਹਨ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹੋਰ ਪੈਟਰਨ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜੋ 34 ਤੱਕ ਜੋੜਦੇ ਹਨ?

## ਇਤਿਹਾਸ ਅਤੇ ਸੱਭਿਆਚਾਰ ਵਿੱਚ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ

ਹੁਣ ਤੱਕ ਦਰਜ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਪਹਿਲਾ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ, ਲੇ ਸੂ ਵਰਗ, 2000 ਸਾਲ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪੁਰਾਣਾ ਹੈ। ਦੰਤਕਥਾ ਲੇ ਨਦੀ 'ਤੇ ਇੱਕ ਭਿਆਨਕ ਹੜ੍ਹ ਬਾਰੇ ਦੱਸਦੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਦੌਰਾਨ ਦੇਵਤਿਆਂ ਨੇ ਲੋਕਾਂ ਨੂੰ ਬਚਾਉਣ ਲਈ ਇੱਕ ਕੱਛੂ ਭੇਜਿਆ ਸੀ। ਕੱਛੂ ਆਪਣੀ ਪਿੱਠ 'ਤੇ  $3 \times 3$  ਗਰਿੱਡ ਲੈ ਕੇ ਗਿਆ ਸੀ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ 1 ਤੋਂ 9 ਤੱਕ ਦੇ ਅੰਕ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਪੈਟਰਨ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਸਨ।



2	7	6
9	5	1
4	3	8

ਭਾਰਤ, ਜਾਪਾਨ, ਮੱਧ ਏਸ਼ੀਆ ਅਤੇ ਯੂਰਪ ਸਮੇਤ ਦੁਨੀਆ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮੇਂ 'ਤੇ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

ਭਾਰਤੀ ਗਣਿਤ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਨੇ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗਾਂ 'ਤੇ ਵਿਆਪਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕੰਮ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਆਮ ਤਰੀਕਿਆਂ ਦਾ ਵਰਣਨ ਕੀਤਾ ਹੈ।

ਭਾਰਤੀ ਗਣਿਤ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਦਾ ਕੰਮ ਸਿਰਫ  $3 \times 3$  ਅਤੇ  $4 \times 4$  ਗਰਿੱਡਾਂ ਤੱਕ ਸੀਮਤ ਨਹੀਂ ਸੀ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਉੱਪਰ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਸਗੋਂ  $5 \times 5$  ਅਤੇ ਹੋਰ ਵੱਡੇ ਵਰਗ ਗਰਿੱਡਾਂ ਤੱਕ ਵੀ ਫੈਲਿਆ ਹੋਇਆ ਸੀ। ਅਸੀਂ ਬਾਅਦ ਦੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਇਨ੍ਹਾਂ ਬਾਰੇ ਹੋਰ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

ਜਾਦੂਈ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਸਿਰਫ ਵਿਦਵਤਾਪੂਰਨ ਗਣਿਤਿਕ ਕੰਮਾਂ ਤੱਕ ਸੀਮਤ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਥਾਵਾਂ 'ਤੇ ਪਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

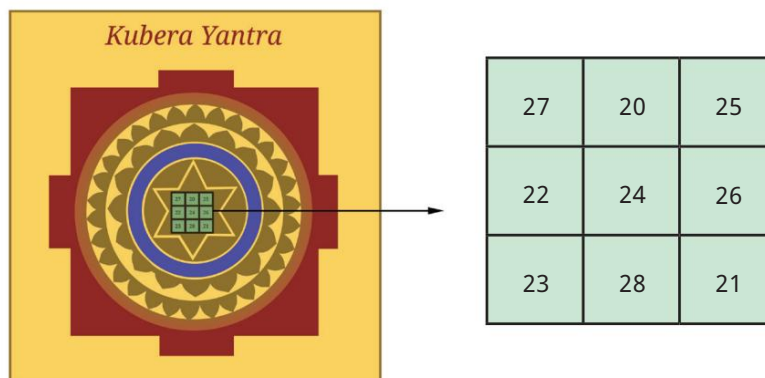
ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਤਸਵੀਰ ਤਾਮਿਲਨਾਡੂ ਦੇ ਪਲਾਨੀ ਦੇ ਇੱਕ ਮੰਦਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਥੰਮ੍ਹ ਉੱਤੇ ਮਿਲੇ  $3 \times 3$  ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਮੰਦਰ 8ਵੀਂ ਸਦੀ ਈਸਵੀ ਦਾ ਹੈ।



ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ ਘਰਾਂ ਅਤੇ ਦੁਕਾਨਾਂ ਵਿੱਚ  $3 \times 3$  ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਵੀ ਮਿਲ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਨਵਗ੍ਰਹਿ ਯੰਤਰ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਉਦਾਹਰਣ ਹੈ ਜੋ ਹੇਠਾਂ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ।

<b>Mercury</b>  <table> <tr><td>9</td><td>4</td><td>11</td></tr> <tr><td>10</td><td>8</td><td>6</td></tr> <tr><td>5</td><td>12</td><td>7</td></tr> </table>	9	4	11	10	8	6	5	12	7	<b>Venus</b>  <table> <tr><td>11</td><td>6</td><td>13</td></tr> <tr><td>12</td><td>10</td><td>8</td></tr> <tr><td>7</td><td>14</td><td>9</td></tr> </table>	11	6	13	12	10	8	7	14	9	<b>Moon</b>  <table> <tr><td>7</td><td>2</td><td>9</td></tr> <tr><td>8</td><td>6</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>10</td><td>5</td></tr> </table>	7	2	9	8	6	4	3	10	5
9	4	11																											
10	8	6																											
5	12	7																											
11	6	13																											
12	10	8																											
7	14	9																											
7	2	9																											
8	6	4																											
3	10	5																											
<b>Jupiter</b>  <table> <tr><td>10</td><td>5</td><td>12</td></tr> <tr><td>11</td><td>9</td><td>7</td></tr> <tr><td>6</td><td>13</td><td>8</td></tr> </table>	10	5	12	11	9	7	6	13	8	<b>Sun</b>  <table> <tr><td>6</td><td>1</td><td>8</td></tr> <tr><td>7</td><td>5</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>9</td><td>4</td></tr> </table>	6	1	8	7	5	3	2	9	4	<b>Mars</b>  <table> <tr><td>8</td><td>3</td><td>10</td></tr> <tr><td>9</td><td>7</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>11</td><td>6</td></tr> </table>	8	3	10	9	7	5	4	11	6
10	5	12																											
11	9	7																											
6	13	8																											
6	1	8																											
7	5	3																											
2	9	4																											
8	3	10																											
9	7	5																											
4	11	6																											
<b>Ketu</b>  <table> <tr><td>14</td><td>9</td><td>16</td></tr> <tr><td>15</td><td>13</td><td>11</td></tr> <tr><td>19</td><td>17</td><td>12</td></tr> </table>	14	9	16	15	13	11	19	17	12	<b>Saturn</b>  <table> <tr><td>12</td><td>7</td><td>14</td></tr> <tr><td>13</td><td>11</td><td>9</td></tr> <tr><td>8</td><td>15</td><td>10</td></tr> </table>	12	7	14	13	11	9	8	15	10	<b>Rahu</b>  <table> <tr><td>13</td><td>8</td><td>15</td></tr> <tr><td>14</td><td>12</td><td>10</td></tr> <tr><td>9</td><td>16</td><td>11</td></tr> </table>	13	8	15	14	12	10	9	16	11
14	9	16																											
15	13	11																											
19	17	12																											
12	7	14																											
13	11	9																											
8	15	10																											
13	8	15																											
14	12	10																											
9	16	11																											

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਹਰੇਕ ਗੁਰਹਿ ਨਾਲ ਇੱਕ ਵੱਖਰਾ ਜਾਦੂਈ ਜੋੜ ਜੁੜਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ।<sup>a</sup>  
ਕੁਬੇਰ ਯੰਤਰ ਦੀ ਤਸਵੀਰ ਹੇਠਾਂ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ:



## 6.4 ਕੁਬੇਰਤ ਦਾ ਮਨਪਸੰਦ ਕ੍ਰਮ: ਵਿਰਾਨਕ-ਫਿਬੋਨਾਚੀ ਨੰਬਰ!

ਕ੍ਰਮ 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... (ਵਿਰਾਨਕ-ਫਿਬੋਨਾਚੀ ਨੰਬਰ) ਸਾਰੇ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਮਸ਼ਹੂਰ ਕ੍ਰਮਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹੈ - ਇਹ ਕਲਾ, ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਦੀ ਦੁਨੀਆ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਭਾਵੇਂ ਇਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਵਾਰ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ, ਪਰ ਇਹ ਕਮਾਲ ਦੀ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ ਕਲਾ (ਖਾਸ ਕਰਕੇ, ਕਵਿਤਾ) ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਖੋਜੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸਨ!

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਰਾਨਕ-ਫਿਬੋਨਾਚੀ ਨੰਬਰ ਕਲਾ, ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਵਿਚਕਾਰ ਨੇੜਲੇ ਸਬੰਧਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸੁੰਦਰ ਉਦਾਹਰਣ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦੇ ਹਨ।

## ਵਿਰਾਨਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਖੋਜ

ਵਿਰਾਨਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ ਹਜ਼ਾਰਾਂ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਸੰਸਕ੍ਰਿਤ ਅਤੇ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਦੀਆਂ ਕਵਿਤਾ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਦੌਰਾਨ ਰਚਨਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਹਮਣੇ ਆਈਆਂ ਸਨ!

ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤ, ਸੰਸਕ੍ਰਿਤ, ਮਰਾਠੀ, ਮਲਿਆਲਮ, ਤਾਮਿਲ ਅਤੇ ਤੇਲਗੂ ਸਮੇਤ ਕਈ ਭਾਰਤੀ ਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਦੀ ਕਵਿਤਾ ਵਿੱਚ, ਹਰੇਕ ਅੱਖਰ ਨੂੰ ਲੰਬੇ ਜਾਂ ਛੋਟੇ ਵਜੋਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀਬੱਧ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਇੱਕ ਲੰਮਾ ਉਚਾਰਯੰਤਰ ਇੱਕ ਛੋਟੇ ਉਚਾਰਯੰਤਰ ਨਾਲੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਸਮੇਂ ਲਈ ਉਚਾਰਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ - ਦਰਅਸਲ, ਬਿਲਕੁਲ ਦੁੱਗਣਾ ਸਮਾਂ। ਅਜਿਹੀ ਕਵਿਤਾ ਗਾਉਂਦੇ ਸਮੇਂ, ਇੱਕ ਛੋਟਾ ਉਚਾਰਯੰਤਰ ਸਮੇਂ ਦੀ ਇੱਕ ਬੀਟ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਇੱਕ ਲੰਮਾ ਉਚਾਰਯੰਤਰ ਸਮੇਂ ਦੀਆਂ ਦੋ ਬੀਟਾਂ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਨਾਲ ਕਈ ਗਣਿਤਿਕ ਸਵਾਲ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ 'ਤੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਾਚੀਨ ਕਵੀਆਂ ਨੇ ਵਿਆਪਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ। ਕਵਿਤਾ ਬਾਰੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਵਾਲਾਂ ਨੂੰ ਪੁੱਛਣ ਅਤੇ ਜਵਾਬ ਦੇਣ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਕਈ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗਣਿਤਿਕ ਖੋਜਾਂ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ।

ਇਹਨਾਂ ਖਾਸ ਤੌਰ 'ਤੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਨ।

8 ਬੀਟਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਤਾਲਾਂ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਛੋਟੇ ਅੱਖਰ (1 ਬੀਟ) ਅਤੇ ਲੰਬੇ ਅੱਖਰ (2 ਬੀਟ) ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ? ਯਾਨੀ, ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ ਕਿੰਨੇ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ

8 ਬੀਟਾਂ ਨੂੰ ਛੋਟੇ ਅਤੇ ਲੰਬੇ ਸਿਲੇਬਲਾਂ ਨਾਲ ਭਰੋ, ਜਿੱਥੇ ਇੱਕ ਛੋਟਾ ਸਿਲੇਬਲ ਇੱਕ ਬੀਟ ਸਮਾਂ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਲੰਮਾ ਸਿਲੇਬਲ ਦੋ ਬੀਟਾਂ ਸਮਾਂ ਲੈਂਦਾ ਹੈ।

ਇੱਥੇ ਕੁਝ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਹਨ: ਲੰਮਾ ਲੰਮਾ ਲੰਮਾ ਲੰਮਾ

ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ

ਛੋਟਾ ਲੰਮਾ ਲੰਮਾ ਛੋਟਾ ਲੰਮਾ

ਲੰਮਾ ਲੰਮਾ ਛੋਟਾ ਛੋਟਾ ਲੰਮਾ

⋮

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੋਰ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ?

ਵਾਕਾਂਸ਼ ਨੂੰ ਹੋਰ ਗਣਿਤਿਕ ਤੌਰ 'ਤੇ: ਕੋਈ ਕਿੰਨੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ, ਮੰਨ ਲਓ 8, ਨੂੰ 1 ਅਤੇ 2 ਦੇ ਜੋੜ ਵਜੋਂ?

ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ:

$$8 = 2 + 2 + 2 + 2,$$

$$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,$$

$$8 = 1 + 2 + 2 + 1 + 2,$$

$$8 = 2 + 2 + 1 + 1 + 2,$$

ਆਦਿ

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੋਰ ਤਰੀਕੇ ਦੇਖਦੇ ਹੋ?

ਇੱਥੇ 1, 2, 3, ਅਤੇ 4 ਨੂੰ 1 ਅਤੇ 2 ਦੇ ਜੋੜ ਵਜੋਂ ਲਿਖਣ ਦੇ ਸਾਰੇ ਤਰੀਕੇ ਦੱਸੇ ਗਏ ਹਨ।

	ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰੀਕੇ ਤਰੀਕਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	
$n = 1$	1	1
$n = 2$	1 + 1 2	2
$n = 3$	1 + 1 + 1 1 + 2 2 + 1	3
$n = 4$	1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 2 1 + 2 + 1 2 + 1 + 1 2 + 2	5

ਆਪਣੀ ਨੋਟਬੁੱਕ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਸੰਭਵ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ 5 ਨੰਬਰ ਨੂੰ 1 ਅਤੇ 2 ਦੇ ਜੋੜ ਵਜੋਂ ਲਿਖਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ ! ਤੁਸੀਂ ਕਿੰਨੇ ਤਰੀਕੇ ਲੱਭੋ? (ਤੁਹਾਨੂੰ 8 ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰੀਕੇ ਲੱਭਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ!) ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸੂਚੀਬੱਧ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ ਜਵਾਬ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ  $n = 8$  ਲਈ ਅਜਮਾ ਸਕਦੇ ਹੋ?

ਇੱਥੇ 5 ਬੀਟਸ ਵਾਲੇ ਛੋਟੇ ਅਤੇ ਲੰਬੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਤਾਲਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖਣ ਦਾ ਇੱਕ ਯੋਜਨਾਬੱਧ ਤਰੀਕਾ ਹੈ। 4 ਬੀਟਸ ਵਾਲੇ ਸਾਰੇ ਤਾਲਾਂ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ '1+' ਲਿਖੋ, ਅਤੇ ਫਿਰ 3 ਬੀਟਸ ਵਾਲੇ ਸਾਰੇ ਤਾਲਾਂ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ '2+' ਲਿਖੋ। ਇਹ ਸਾਨੂੰ 5 ਬੀਟਸ ਵਾਲੇ ਸਾਰੇ ਤਾਲਾਂ ਦਿੰਦਾ ਹੈ:



$n = 5$	$1 + 1 + 1 + 1 + 1$	$2 + 1 + 1 + 1$
	$1 + 1 + 1 + 2$	$2 + 1 + 2$
	$1 + 1 + 2 + 1$	$2 + 2 + 1$
	$1 + 2 + 1 + 1$	
	$1 + 2 + 2$	

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 5 ਬੀਟਸ ਵਾਲੀਆਂ 8 ਤਾਲਾਂ ਹਨ।

ਇਸ ਵਿਧੀ ਦੇ ਕੰਮ ਕਰਨ ਦਾ ਕਾਰਨ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਹਰ 5-ਬੀਟ ਤਾਲ '1+' ਜਾਂ '2+' ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇਹ '1+' ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਬਾਕੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 4-ਬੀਟ ਤਾਲ ਦੇਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰਿਆਂ ਨੂੰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਜੇਕਰ ਇਹ 2+ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਬਾਕੀ ਬਚੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 3-ਬੀਟ ਤਾਲ ਦੇਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰਿਆਂ ਨੂੰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ, 5-ਬੀਟ ਤਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 4-ਬੀਟ ਤਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੈ, ਅਤੇ 3-ਬੀਟ ਤਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵੀ ਹੈ।

6-ਬੀਟ ਤਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਿੰਨੀ ਹੈ? ਇਸੇ ਤਰਕ ਨਾਲ, ਇਹ 5-ਬੀਟ ਤਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ 4-ਬੀਟ ਤਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੋਵੇਗੀ, ਭਾਵ,  $8 + 5 = 13$ । ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 6 ਬੀਟਾਂ ਵਾਲੀਆਂ 13 ਤਾਲਾਂ ਹਨ।



ਸਾਰੇ 6-ਬੀਟ ਤਾਲਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖਣ ਲਈ ਵਿਵਸਥਿਤ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ, ਭਾਵ, ਸਾਰੇ ਸੰਭਵ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ 1 ਅਤੇ 2 ਦੇ ਜੋੜ ਵਜੋਂ 6 ਲਿਖੋ। ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ 13 ਤਰੀਕੇ ਮਿਲੇ?

ਛੋਟੇ ਅੱਖਰਾਂ ਅਤੇ ਲੰਬੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਤਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ ਦਾ ਇਹ ਸੁੰਦਰ ਤਰੀਕਾ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ 700 ਈਸਵੀ ਦੇ ਆਸਪਾਸ ਮਹਾਨ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤ ਵਿਦਵਾਨ ਵਿਰਾਨਕ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਸੀ। ਉਸਨੇ ਆਪਣਾ ਤਰੀਕਾ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤ ਕਵਿਤਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ। ਇਸ ਕਾਰਨ ਕਰਕੇ, ਕ੍ਰਮ 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... ਨੂੰ ਵਿਰਾਨਕ ਕ੍ਰਮ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਰਾਨਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਵਿਰਾਨਕ ਇਤਿਹਾਸ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਜਾਣਿਆ-ਪਛਾਣਿਆ ਵਿਅਕਤੀ ਸੀ ਜਿਸਨੇ ਇਹਨਾਂ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਗਠਨ ਲਈ ਨਿਯਮ ਲਿਖੇ।

ਭਾਰਤ ਦੇ ਹੋਰ ਵਿਦਵਾਨਾਂ ਨੇ ਵੀ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਸੇ ਕਾਵਿਕ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਮੰਨਿਆ। ਵਿਰਾਨਕ ਸੰਸਕ੍ਰਿਤ ਦੇ ਪ੍ਰਸਿੱਧ ਵਿਦਵਾਨ ਪਿੰਗਲ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਕੰਮ ਤੋਂ ਪ੍ਰੇਰਿਤ ਸੀ, ਜੋ ਲਗਭਗ 300 ਈਸਾ ਪੂਰਵ ਵਿੱਚ ਰਹਿੰਦਾ ਸੀ। ਵਿਰਾਨਕ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਗੋਪਾਲ (ਲਗਭਗ 1135 ਈਸਵੀ) ਅਤੇ ਫਿਰ ਹੇਮਚੰਦਰ (ਲਗਭਗ 1150 ਈਸਵੀ) ਦੁਆਰਾ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਗਿਆ ਸੀ।

ਪੱਛਮ ਵਿੱਚ, ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਫਿਬੋਨਾਚੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਜੋਂ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਇੱਕ ਇਤਾਲਵੀ ਗਣਿਤ-ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਦੇ ਨਾਮ ਤੇ, ਜਿਸਨੇ ਇਹਨਾਂ ਬਾਰੇ 1202 ਈਸਵੀ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਸੀ - ਵਿਰਾਨਕ ਤੋਂ ਲਗਭਗ 500 ਸਾਲ ਬਾਅਦ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਫਿਬੋਨਾਚੀ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਲਿਖਣ ਵਾਲਾ ਪਹਿਲਾ, ਨਾ ਦੂਜਾ, ਇੱਥੋਂ ਤੱਕ ਕਿ ਤੀਜਾ ਵਿਅਕਤੀ ਵੀ ਨਹੀਂ ਸੀ! ਕਈ ਵਾਰ "ਵਿਰਾਨਕ-ਫਿਬੋਨਾਚੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ" ਸ਼ਬਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਹਰ ਕੋਈ ਸਮਝ ਸਕੇ ਕਿ ਕਿਸ ਚੀਜ਼ ਦਾ ਹਵਾਲਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ।

ਤਾਂ, ਛੋਟੇ ਅਤੇ ਲੰਬੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਤਾਲਾਂ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ 8 ਬੀਟਸ? ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਵਿਰਾਨਕ ਕ੍ਰਮ ਦੇ 8ਵੇਂ ਤੱਤ ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ :

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 8 ਬੀਟਸ ਵਾਲੀਆਂ 34 ਤਾਲਾਂ ਹਨ।

## ਗਨੀਤਾ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ | ਸੱਤਵੀਂ ਜਮਾਤ

ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ 55 ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਗਲਾ ਨੰਬਰ ਲਿਖੋ।

ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਅਗਲਾ ਨੰਬਰ ਦੋ ਪਿਛਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਸਹੀ ਹੈ। ਅਗਲਾ ਨੰਬਰ  $34 + 55 = 89$  ਹੈ।

? ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਅਗਲੇ 3 ਅੰਕ ਲਿਖੋ:

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, ...

ਜੇਕਰ ਤੁਹਾਨੂੰ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖਣੀ ਪਵੇ, ਤਾਂ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇਗੀ ਜਾਂ ਇੱਕ ਈਵਨ ਸੰਖਿਆ (ਪਿਛਲੀਆਂ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ)?

? ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਕੀ ਹੈ? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸਮਾਨਤਾਵਾਂ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਪੈਟਰਨ ਦੇਖਦੇ ਹੋ?

ਅੱਜ, ਵਿਰਾਨਕ-ਫਿਬੋਨਾਚੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਵਿਤਾ ਤੋਂ ਲੈ ਕੇ ਫੋਲਕਲੋਰ ਤੱਕ, ਵਿਜੂਅਲ ਆਰਟਸ ਅਤੇ ਆਰਕੀਟੈਕਚਰ, ਵਿਗਿਆਨ ਤੱਕ, ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਗਣਿਤਿਕ ਅਤੇ ਕਲਾਤਮਕ ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਦਾ ਆਧਾਰ ਬਣਦੀਆਂ ਹਨ। ਸ਼ਾਇਦ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀਆਂ ਸਭ ਤੋਂ ਹੈਰਾਨ ਕਰਨ ਵਾਲੀਆਂ ਘਟਨਾਵਾਂ ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, ਡੇਜ਼ੀ 'ਤੇ ਪੱਤੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇੱਕ ਵਿਰਾਨਕ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਫੁੱਲਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਉੱਤੇ ਕਿੰਨੀਆਂ ਪੱਤੀਆਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ?



13 ਪੱਤੀਆਂ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਡੇਜ਼ੀ



21 ਪੱਤੀਆਂ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਡੇਜ਼ੀ



34 ਪੱਤੀਆਂ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਡੇਜ਼ੀ

ਵਿਰਾਨਕ ਦੇ ਹੋਰ ਵੀ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਕਮਾਲ ਦੇ ਗਣਿਤਿਕ ਗੁਣ ਹਨ-

ਫਿਬੋਨਾਚੀ ਨੰਬਰ ਜੋ ਅਸੀਂ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਦੇਖਾਂਗੇ, ਗਣਿਤ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਹੋਰ ਵਿਸ਼ਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੀ।

ਇਹ ਅੰਕੜੇ ਸੱਚਮੁੱਚ ਕਲਾ, ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਵਿਚਕਾਰ ਨੇੜਲੇ ਸਬੰਧਾਂ ਦੀ ਉਦਾਹਰਣ ਦਿੰਦੇ ਹਨ।



## ਭੇਸ ਵਿੱਚ 6.5 ਅੰਕ

ਤੁਸੀਂ ਅੰਕਾਂ ਨਾਲ ਗਣਿਤ ਦੇ ਕਾਰਜ ਕੀਤੇ ਹਨ। ਅੱਖਰਾਂ ਨਾਲ ਵੀ ਇਹੀ ਕਰਨ ਬਾਰੇ ਕੀ ਖਿਆਲ ਹੈ?

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਣਨਾ ਵਿੱਚ, ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਅੰਖਰਾਂ ਨਾਲ ਬਦਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਅੰਖਰ ਇੱਕ ਖਾਸ ਅੰਕ (0 - 9) ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣਾ ਪਵੇਗਾ ਕਿ ਹਰੇਕ ਅੰਖਰ ਕਿਸ ਅੰਕ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\begin{array}{r} \text{ਟੀ} \\ \text{ਟੀ} \\ + \text{ਟੀ} \\ \hline \text{ਬਾਹਰ} \end{array}$$

ਇੱਥੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ-ਅੰਕੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਜਿਸਨੂੰ ਜਦੋਂ ਵਾਰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ 2-ਅੰਕੀ ਜੋੜ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਜੋੜ ਦਾ ਇਕਾਈ ਅੰਕ ਜੋੜੇ ਜਾ ਰਹੇ ਸਿੰਗਲ ਅੰਕ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

?  $_{\text{U}}$  ਅਤੇ  $_{\text{T}}$  ਕੀ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ? ਕੀ  $_{\text{T}}$  2 ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਕੀ ਇਹ 3 ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ?

ਇੱਕ ਵਾਰ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਪੜ੍ਹਚੋਲ ਕਰੋਗੇ, ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ  $_{\text{T}} = 5$  ਅਤੇ  $_{\text{UT}} = 15$ ।

ਆਓ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਵੇਖੀਏ।

ਇੱਥੇ  $_{\text{K}2}$  ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ 2-ਅੰਕੀ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਇਕਾਈ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਅੰਕ '2' ਅਤੇ ਦਸ ਸਥਾਨ 'ਤੇ 'K' ਹੈ।  $_{\text{K}2}$  ਨੂੰ 3-ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ  $_{\text{HMM}}$  ਦੇਣ ਲਈ ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅੰਖਰ  $_{\text{M}}$  ਕਿਸ ਅੰਕ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ?

ਕੇ2

+ ਕੇ2

ਐੱਚਐੱਮਐੱਮ

ਜੋੜ ਦੇ ਦਹਾਈ ਸਥਾਨ ਅਤੇ ਇਕਾਈ ਸਥਾਨ ਦੋਵਾਂ ਦਾ ਅੰਕ ਇੱਕੋ ਜਿਹਾ ਹੈ।

?  $_{\text{H}}$  ਬਾਰੇ ਕੀ? ਕੀ ਇਹ 2 ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਕੀ ਇਹ 3 ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ?

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਵਾਲ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਦਿਲਚਸਪ ਅਤੇ ਮਜ਼ੇਦਾਰ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ! ਇੱਥੇ ਤੁਹਾਡੇ ਲਈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕੁਝ ਹੋਰ ਸਵਾਲ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਅਜ਼ਮਾਉਣਾ ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਹਰੇਕ ਅੰਖਰ ਦਾ ਕੀ ਅਰਥ ਹੈ।

ਆਪਣੇ ਸਹਿਪਾਠੀਆਂ ਨਾਲ ਹਰੇਕ ਸਵਾਲ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਕਿਵੇਂ ਸੋਚਿਆ, ਸਾਂਝਾ ਕਰੋ; ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੁਝ ਨਵੇਂ ਤਰੀਕੇ ਮਿਲ ਸਕਦੇ ਹਨ।

ਸਾਲ	ਬੀ5	ਕੇਪੀ	ਸੀ1
+ ਜੈਡ	+ 3D	+ ਕੇਪੀ	+ ਸੀ
ਚੰਗਾ	ਈਡੀ5	ਪੀ.ਆਰ.ਆਰ.	1.ਐ ਵੱਲੋਂ ਹੋਰ

ਇਸ ਕਿਸਮ ਦੇ ਸਵਾਲਾਂ ਨੂੰ 'ਕ੍ਰਿਪਟੋਮੈਥਿਕਸ' ਜਾਂ 'ਵਰਣਮਾਲਾ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

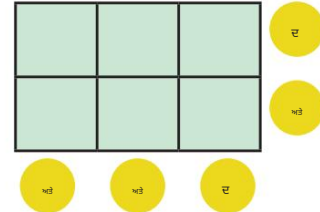
? ਪਤਾ ਲਗਾਓ

1. ਇੱਕ ਬੱਲਬ ਚਾਲੂ ਹੈ। ਦੋਰਜੀ ਆਪਣਾ ਸਵਿੱਚ 77 ਵਾਰ ਟੋਂਗਲ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਬੱਲਬ ਚਾਲੂ ਜਾਂ ਬੰਦ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ? ਕਿਉਂ?

2. ਲਿਸਵਿਨੀ ਕੋਲ ਇੱਕ ਵੱਡਾ ਪੁਰਾਣਾ ਐਨਸਾਈਕਲੋਪੀਡੀਆ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਉਸਨੇ ਇਸਨੂੰ ਖੋਲ੍ਹਿਆ, ਤਾਂ ਇਸ ਵਿੱਚੋਂ ਕਈ ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਪੰਨੇ ਡਿੱਗ ਪਏ। ਉਸਨੇ ਕੁੱਲ 50 ਸ਼ੀਟਾਂ ਗਿਣੀਆਂ, ਹਰੇਕ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਛਪੀ ਹੋਈ ਸੀ। ਕੀ ਖੁੱਲ੍ਹੀਆਂ ਸ਼ੀਟਾਂ ਦੇ ਪੰਨੇ ਨੰਬਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 6000 ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਕਿਉਂ ਜਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ?

3. ਇੱਥੇ ਇੱਕ  $2 \times 3$  ਗਰਿੱਡ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਕਤਾਰ ਅਤੇ ਕਾਲਮ ਲਈ,

ਜੋੜ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀ ਗਈ ਹੈ; ਸਮ ਲਈ '•' ਅਤੇ ਔਡ ਲਈ '○'। ਕਤਾਰ ਅਤੇ ਕਾਲਮ ਜੋੜਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਨ ਲਈ 6 ਬਕਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਔਡ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ('○') ਅਤੇ 3 ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ('•') ਨਾਲ ਭਰੋ।



4. 0 ਨੂੰ ਜਾਦੂਈ ਜੋੜ ਵਜੋਂ ਲੈ ਕੇ  $3 \times 3$  ਦਾ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਬਣਾਓ। ਸਾਰੇ ਅੰਕ ਜ਼ਰੂਰ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੇ। ਲੋੜ ਅਨੁਸਾਰ, ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ।

5. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਨੂੰ 'ਔਡ' ਜਾਂ 'ਈਵਨ' ਨਾਲ ਭਰੋ:

(a) ਇੱਕ ਵਿਸ਼ਮ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ \_\_\_\_\_

(b) ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਇੱਕ ਸਮ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ \_\_\_\_\_

(c) ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ਮ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ \_\_\_\_\_

(d) ਇੱਕ ਵਿਸ਼ਮ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ਮ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ \_\_\_\_\_

6. 1 ਤੋਂ 100 ਤੱਕ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

7. ਵਿਰਾਨਕ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 987 ਅਤੇ 1597 ਹਨ। ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਅਗਲੇ 2 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕੀ ਹਨ? ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਪਿਛਲੇ 2 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕੀ ਹਨ?

8. ਅੰਗਾਨ 8-ਪੜਾਅ ਵਾਲੀਆਂ ਪੌੜੀਆਂ ਚੜ੍ਹਨਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਸਦਾ ਖੇਡਣ ਵਾਲਾ ਨਿਯਮ ਹੈ ਕਿ ਉਹ ਇੱਕ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ 1 ਕਦਮ ਜਾਂ 2 ਕਦਮ ਚੁੱਕ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, ਉਸਦੇ ਰਸਤੇ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ 1, 2, 2, 1, 2 ਹੈ। ਉਹ ਕਿੰਨੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਸਿਖਰ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚ ਸਕਦਾ ਹੈ?

9. ਵਿਰਾਨਕ ਕ੍ਰਮ ਦੇ 20ਵੇਂ ਪਦ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਕੀ ਹੈ?

10. ਉਹਨਾਂ ਕਥਨਾਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰੋ ਜੋ ਸੱਚ ਹਨ।

(a)  $4m - 1$  ਸਮੀਕਰਨ ਹਮੇਸ਼ਾ ਅਜੀਬ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

(b) ਸਾਰੀਆਂ ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ  $6n - 4$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(c) ਦੋਵੇਂ ਸਮੀਕਰਨ  $2p + 1$  ਅਤੇ  $2q - 1$  ਸਾਰੀਆਂ ਵਿਸ਼ਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਵਰਣਨ ਕਰਦੇ ਹਨ।

(d)  $2r + 3$  ਸਮ ਅਤੇ ਵਿਜੋੜ ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

11. ਇਸ ਕ੍ਰਿਪਟੋਰਿਥਮ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ:

$$\begin{array}{r} \text{ਬਾਹਰ} \\ + \text{ਆਈ.ਟੀ.} \\ \hline \text{ਟੈਟ} \end{array}$$

## ਸੰਖੇਪ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੀ ਪੜਚੋਲ ਕੀਤੀ ਹੈ:

- ਪਹਿਲੀ ਗਤੀਵਿਧੀ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜਾਣੇ ਬਿਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਕ੍ਰਮ (ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਚਾਈ ਦੇ ਮਾਪ) ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਕਿਵੇਂ ਦਰਸਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
- ਅਸੀਂ ਸਮਾਨਤਾ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਸਿੱਖੀ - ਉਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ (ਸਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ) ਅਤੇ ਉਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ (ਬਿਜਲੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ)।
- ਅਸੀਂ ਸਿੱਖਿਆ ਕਿ ਰਕਮਾਂ ਅਤੇ ਉਤਪਾਦਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਕਿਵੇਂ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕਰਨੀ ਹੈ।
- ਗਰਿੱਡਾਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜਾਂ ਦੀ ਪੜਚੋਲ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ, ਅਸੀਂ ਕਤਾਰ ਅਤੇ ਕਾਲਮ ਜੋੜਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖ ਕੇ ਇਹ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਸੀ ਕਿ ਕੀ ਗਰਿੱਡ ਭਰਨਾ ਅਸੰਭਵ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਵਧਾਇਆ।
- ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਇਤਿਹਾਸ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ ਵਿਰਾਨਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਲਾ ਰਾਹੀਂ ਕਿਵੇਂ ਖੋਜਿਆ ਗਿਆ ਸੀ। ਵਿਰਾਨਕ ਕ੍ਰਮ 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... ਹੈ।
- ਅਸੀਂ ਕ੍ਰਿਪਟੋਰਿਥਮ ਰਾਹੀਂ ਗਣਿਤ-ਜਾਸੂਸ ਬਣ ਗਏ, ਜਿੱਥੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਅੱਖਰਾਂ ਨਾਲ ਬਦਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

