

अध्याय 3

निर्देशांक ज्यामिति

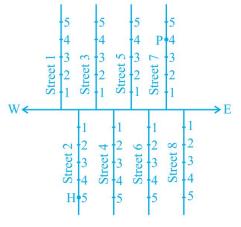
मर्केटर के उत्तरी ध्रुवों और भूमध्य रेखाओं, उष्णकिटबंधीय क्षेत्रों और मध्याह्न रेखाओं का क्या फायदा है?' तो बेलमैन चिल्लाता; और चालक दल जवाब देता 'वे केवल पारंपरिक संकेत हैं!'

लुईस कैरोल, द हंटिंग ऑफ़ द स्नार्क

3.1 परिचय

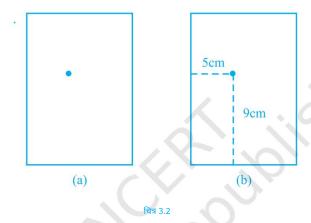
आप पहले ही पढ़ चुके हैं कि संख्या रेखा पर किसी बिंदु का पता कैसे लगाया जाता है। आप यह भी जानते हैं कि रेखा पर किसी बिंदु की स्थिति कैसे बताई जाती है। ऐसी कई अन्य स्थितियाँ भी हैं, जिनमें किसी बिंदु को ज्ञात करने के लिए हमें एक से अधिक रेखाओं के संदर्भ में उसकी स्थित बतानी होती है। उदाहरण के लिए, निम्नलिखित स्थितियाँ पर विचार करें: I. चित्र 3.1 में, पूर्व-पश्चिम दिशा में एक मुख्य सड़क है और पश्चिम से पूर्व की ओर जाने वाली गलियों में संख्याएँ अंकित हैं। साथ ही, प्रत्येक गली पर मकान संख्याएँ अंकित हैं। यहाँ किसी मित्र का घर ढूँढ़ने के लिए, क्या

केवल एक संदर्भ बिंदु जानना ही पर्याप्त है? उदाहरण के लिए, यदि हम केवल यह जानते हैं कि वह गली 2 पर रहती है, तो क्या हम उसका घर आसानी से ढूँढ़ पाएँगे? उतनी आसानी से नहीं, जितनी आसानी से तब होती है जब हमें उसके बारे में दो जानकारी होती है, अर्थात् जिस गली पर वह स्थित है उसकी संख्या और मकान संख्या। यदि हम दूसरी गली में स्थित उस घर तक पहुँचना चाहते हैं जिस पर 5 अंकित है, तो सबसे पहले हम दूसरी गली और फिर उस पर 5 अंकित घर की पहचान करेंगे। चित्र 3.1 में, H घर का स्थान दर्शाता है। इसी प्रकार, P गली संख्या 7 और मकान संख्या 4 के अनुरूप घर का स्थान दर्शाता है।



चित्र 3.1

II. मान लीजिए आपने कागज़ के एक पन्ने पर एक बिंदु रखा है [चित्र 3.2 (a)]। यदि हम आपसे कागज़ पर बिंदु की स्थिति बताने के लिए कहें, तो आप यह कैसे करेंगे? शायद आप कुछ इस तरह से प्रयास करेंगे: "बिंदु कागज़ के ऊपरी आधे भाग में है", या "यह कागज़ के बाएँ किनारे के पास है", या "यह शीट के बाएँ ऊपरी कोने के बहुत पास है"। क्या इनमें से कोई भी कथन बिंदु की स्थिति को ठीक-ठीक बताता है? नहीं! लेकिन, यदि आप कहते हैं कि "बिंदु कागज़ के बाएँ किनारे से लगभग 5 सेमी दूर है", तो यह कुछ विचार देने में मदद करता है लेकिन फिर भी बिंदु की स्थिति को ठीक नहीं करता है। थोड़ा विचार करने पर आप यह कहने में सक्षम हो सकते हैं कि बिंदु नीचे की रेखा से 9 सेमी की दूरी पर भी है। अब हम ठीक-ठीक जानते हैं कि बिंदु कहाँ है!

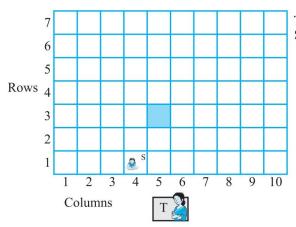


इस उद्देश्य के लिए, हमने बिंदु की स्थिति दो निश्चित रेखाओं, कागज़ के बाएँ किनारे और कागज़ की निचली रेखा, से उसकी दूरी निर्धारित करके निर्धारित की [चित्र 3.2 (b)]। दूसरे शब्दों में, बिंदु की स्थिति ज्ञात करने के लिए हमें दो स्वतंत्र सूचनाओं की आवश्यकता है।

अब, निम्नलिखित कक्षा गतिविधि करें जिसे 'बैठने की योजना' के नाम से जाना जाता है।

गतिविधि 1 (बैठक योजना): अपनी कक्षा में बैठने की व्यवस्था की एक योजना बनाएँ, सभी डेस्क को एक साथ समेटें। प्रत्येक डेस्क को एक वर्ग द्वारा निरूपित करें। प्रत्येक वर्ग में, उस डेस्क पर बैठे छात्र का नाम लिखें जिसे वर्ग दर्शाता है। कक्षा में प्रत्येक छात्र की स्थिति को दो स्वतंत्र सूचनाओं का उपयोग करके सटीक रूप से दर्शाया गया है: (i) वह स्तंभ जिसमें वह बैठता है, (ii) वह पंक्ति जिसमें वह बैठता है।

यदि आप पाँचवें स्तंभ और तीसरी पंक्ति (चित्र 3.3 में छायांकित वर्ग द्वारा दर्शाए गए) में स्थित डेस्क पर बैठे हैं, तो आपकी स्थिति (5, 3) लिखी जा सकती है, पहले स्तंभ संख्या और फिर पंक्ति संख्या लिखें। क्या यह (3, 5) के समान है? अपनी कक्षा के अन्य विद्यार्थियों के नाम और स्थान लिखें। उदाहरण के लिए, यदि सोनिया चौथे स्तंभ और पहली पंक्ति में बैठी है, तो S(4,1) लिखें। शिक्षक की डेस्क आपकी बैठने की योजना का हिस्सा नहीं है। हम शिक्षक को केवल एक पर्यवेक्षक के रूप में देख रहे हैं।



T shows teacher's desk S shows Sonia's desk

चित्र 3.3

उपरोक्त चर्चा में, आपने देखा कि किसी समतल में स्थित किसी भी वस्तु की स्थिति को दो लंबवत रेखाओं की सहायता से दर्शाया जा सकता है। 'बिंदु' के मामले में, हमें बिंदु की निचली रेखा से और साथ ही कागज़ के बाएँ किनारे से दूरी की आवश्यकता होती है। बैठने की योजना के मामले में, हमें स्तंभ और पंक्ति की संख्या की आवश्यकता होती है। इस सरल विचार के दूरगामी परिणाम हैं, और इसने गणित की एक अत्यंत महत्वपूर्ण शाखा, जिसे निर्देशांक ज्यामिति के रूप में जाना जाता है, को जन्म दिया है। इस अध्याय में, हमारा उद्देश्य निर्देशांक ज्यामिति की कुछ बुनियादी अवधारणाओं से परिचित कराना है। आप अपनी उच्च कक्षाओं में इनके बारे में और अधिक अध्ययन करेंगे। इस अध्ययन को प्रारंभ में फ्रांसीसी दार्शनिक और गणितज्ञ रेने डेसकार्टेस ने विकसित किया था।

सत्रहवीं सदी के महान फ़्रांसीसी गणितज्ञ, रेने डेसकार्टेस, बिस्तर पर लेटकर सोचना पसंद करते थे! एक दिन, बिस्तर पर आराम करते हुए, उन्होंने समतल में एक बिंदु की स्थिति बताने की समस्या हल की। उनकी यह विधि अक्षांश और देशांतर की पुरानी अवधारणा का ही एक विकास थी। डेसकार्टेस के सम्मान में, समतल में एक बिंदु की स्थिति बताने के लिए प्रयुक्त प्रणाली को कार्तीय प्रणाली भी कहा जाता है।



रेने डेसकार्टेस (1596-1650)

चित्र 3.4

अभ्यास 3.1

- आप अपने अध्ययन टेबल पर टेबल लैंप की स्थिति को दूसरे को कैसे बताएंगे?

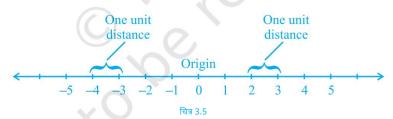
 व्यक्ति?
- (सड़क योजना): एक शहर में दो मुख्य सड़कें हैं जो शहर के केंद्र में एक-दूसरे को काटती हैं। ये दोनों सड़कें उत्तर-दक्षिण दिशा और पूर्व-पश्चिम दिशा में हैं।

शहर की बाकी सभी सड़कें इन सड़कों के समानांतर चलती हैं और 200 मीटर की दूरी पर हैं। प्रत्येक दिशा में 5 सड़कें हैं। 1 सेमी = 200 मीटर का उपयोग करके, अपनी नोटबुक पर शहर का एक मॉडल बनाएँ। सड़कों/गलियों को एकल रेखाओं से दर्शाएँ।

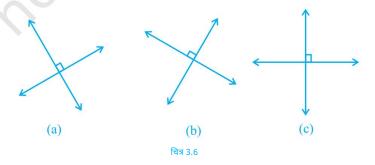
आपके मॉडल में कई क्रॉस-स्ट्रीट हैं। एक विशिष्ट क्रॉस-स्ट्रीट दो सड़कों से बनी है, एक उत्तर-दक्षिण दिशा में और दूसरी पूर्व-पश्चिम दिशा में प्रत्येक क्रॉस-स्ट्रीट को निम्न प्रकार से संदर्भित किया जाता है: यदि उत्तर-दिक्षण दिशा में चलने वाली दूसरी सड़क और पूर्व-पश्चिम दिशा में चलने वाली पाँचवीं सड़क किसी चौराहे पर मिलती हैं, तो हम इसे क्रॉस-स्ट्रीट (2, 5) कहेंगे। इस परिपाटी का उपयोग करते हुए, ज्ञात कीजिए: (i) कितनी क्रॉस-स्ट्रीट को (4, 3) कहा जा सकता है। (ii) कितनी क्रॉस-स्ट्रीट को (3, 4) कहा जा सकता है।

3.2 कार्तीय प्रणाली

आपने 'संख्या पद्धित' अध्याय में संख्या रेखा का अध्ययन किया है। संख्या रेखा पर, एक निश्चित बिंदु से दूरियाँ समान इकाइयों में एक दिशा में धनात्मक रूप से और दूसरी दिशा में ऋणात्मक रूप से अंकित की जाती हैं। जिस बिंदु से दूरियाँ अंकित की जाती हैं उसे मूल बिंदु कहते हैं। हम संख्याओं को दर्शाने के लिए संख्या रेखा का उपयोग करते हैं, इसके लिए एक रेखा पर समान दूरी पर बिंदु अंकित करते हैं। यदि एक इकाई दूरी संख्या '1' को दर्शाती है, तो 3 इकाई दूरी संख्या '3' को दर्शाती है, जिसमें '0' मूल बिंदु पर है। मूल बिंदु से r दूरी पर धनात्मक दिशा में स्थित बिंदु संख्या ' को दर्शाता है। मूल बिंदु से r दूरी पर ऋणात्मक दिशा में स्थित बिंदु संख्या – r को दर्शाता है। संख्या रेखा पर विभिन्न संख्याओं के स्थान चित्र 3.5 में दर्शाए गए हैं।

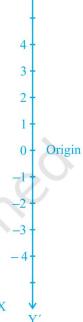


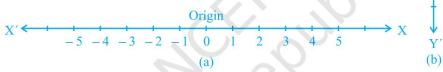
डेसकार्टेस ने एक समतल पर एक-दूसरे के लंबवत दो ऐसी रेखाएँ खींचने और इन रेखाओं का संदर्भ देकर समतल पर बिंदुओं का पता लगाने का विचार गढ़ा। लंबवत रेखाएँ किसी भी दिशा में हो सकती हैं, जैसा कि चित्र 3.6 में दिखाया गया है। लेकिन, जब हम चुनते हैं



इस अध्याय में समतल में एक बिंदु का पता लगाने के लिए इन दो रेखाओं का उपयोग करने पर , एक रेखा क्षैतिज होगी और दूसरी ऊर्ध्वाधर होगी, जैसा कि चित्र 3.6(सी) में दिखाया गया है।

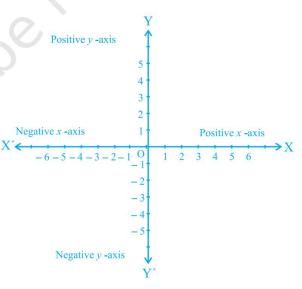
ये रेखाएँ वास्तव में इस प्रकार प्राप्त होती हैं: दो संख्या रेखाएँ लीजिए, उन्हें X′X और Y′Y कहिए। X′X को क्षैतिज रखें [जैसा कि चित्र 3.7(a) में दिखाया गया है] और उस पर संख्याएँ उसी प्रकार लिखें जैसे संख्या रेखा पर लिखी जाती हैं। हम Y′Y के साथ भी यही करते हैं, सिवाय इसके कि Y′Y ऊर्ध्वाधर है, क्षैतिज नहीं [चित्र 3.7(b)]।





चित्र 3.7

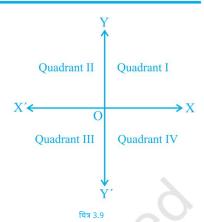
दोनों रेखाओं को इस प्रकार मिलाएँ कि दोनों रेखाएँ एक-दूसरे को उनके शून्यों या मूल बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करें (चित्र 3.8)। क्षैतिज रेखा X'X को x- अक्ष और ऊर्ध्वाधर रेखा YY' को y- अक्ष कहते हैं । वह बिंदु जहाँ X'X और Y'Y प्रतिच्छेद करते हैं, मूल बिंदु कहलाता है और इसे O से निरूपित किया जाता है। चूँिक धनात्मक संख्याएँ OX और OY दिशाओं पर स्थित हैं, इसलिए OX और OY क्रमशः x- अक्ष और y- अक्ष की धनात्मक दिशाएँ कहलाती हैं। इसी प्रकार, OX' और OY' क्रमशः x- अक्ष और y- अक्ष की ऋणात्मक दिशाएँ कहलाती हैं।



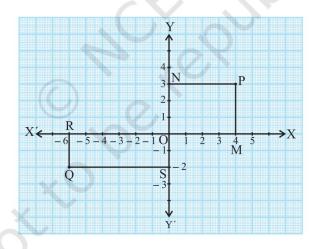
चित्र 3.8

आप देखते हैं कि अक्ष ('अक्ष' शब्द का बहुवचन) समतल को चार भागों में विभाजित करते हैं। इन चार भागों को चतुर्थांश (एक चौथाई भाग) कहते हैं, जिन्हें OX से वामावर्त क्रम में I, II, III और IV क्रमांकित किया गया है (चित्र 3.9 देखें)। अतः, समतल अक्षों और इन चतुर्थांशों से मिलकर बना है। हम इस समतल को कार्तीय तल, या निर्देशांक तल, या xy-तल कहते हैं।

अक्षों को निर्देशांक अक्ष कहा जाता है।



अब, आइए देखें कि यह प्रणाली गणित के लिए इतनी बुनियादी क्यों है, और यह कैसे उपयोगी है। निम्नलिखित आरेख पर विचार करें जहाँ अक्ष ग्राफ़ पेपर पर खींचे गए हैं। आइए अक्षों से बिंदुओं P और Q की दूरियाँ देखें। इसके लिए, हम x- अक्ष पर लंब PM और y- अक्ष पर PN खींचते हैं। इसी प्रकार, हम आकृति 3.10 में दर्शाए अनुसार लंब QR और QS खींचते हैं।

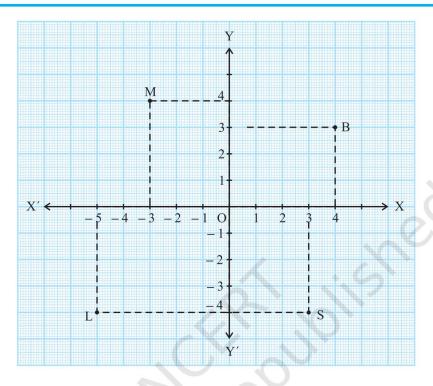


चित्र 3.10

आप पाते हैं कि

- (i) बिंदु P की y- अक्ष से लंबवत दूरी, y-अक्ष के अनुदिश मापी गई x- अक्ष की धनात्मक दिशा PN = OM = 4 इकाई है।
- (ii) y- अक्ष की धनात्मक दिशा के अनुदिश मापी गई x- अक्ष से बिंदु P की लंबवत दूरी PM = ON = 3 इकाई है।

	(iii) बिंदु Q की y- अक्ष से लंबवत दूरी, अनुदिश मापी गई x- अक्ष की ऋणात्मक दिशा OR = SQ = 6 इकाई है।		
	(iv) बिंदु Q की x- अक्ष से लंबवत दूरी, अनुदिश मापी गई y- अक्ष की ऋणात्मक दिशा OS = RQ = 2 इकाई है।		
	अब, इन दूरियों का उपयोग करके, हम बिंदुओं का वर्णन कैसे कर सकते हैं ताकि कोई दूरी न हो भ्रम?		
	हम किसी बिंदु के निर्देशांक निम्नलिखित पद्धति का उपयोग करके लिखते हैं:		
	(i) किसी बिंदु का x-निर्देशांक y- अक्ष से उसकी लंबवत दूरी है x- अक्ष के साथ मापा जाता है (x- अक्ष की धनात्मक दिशा के साथ धनात्मक और x- अक्ष की ऋणात्मक दिशा के साथ ऋणात्मक)। बिंदु P के लिए, यह है + 4 और Q के लिए, यह - 6 है। x - निर्देशांक को भुज भी कहा जाता है।		
	(ii) किसी बिंदु का y-निर्देशांक उसकी x- अक्ष से लंबवत दूरी है y- अक्ष के साथ मापा जाता है (y- अक्ष की धनात्मक दिशा के साथ धनात्मक और y- अक्ष की ऋणात्मक दिशा के साथ ऋणात्मक)। बिंदु P के लिए, यह है + 3 है और Q के लिए यह –2 है। y- निर्देशांक को कोटि भी कहते हैं।		
	(iii) निर्देशांक तल में किसी बिंदु के निर्देशांक बताते समय, x - निर्देशांक पहले y-निर्देशांक आता है, और फिर y- निर्देशांक। हम निर्देशांकों को कोष्ठकों में लिखते हैं।		
	अतः P के निर्देशांक (4, 3) हैं तथा Q के निर्देशांक (-6, -2) हैं।		
(4, 3	ध्यान दें कि निर्देशांक समतल में एक बिंदु का विशिष्ट रूप से वर्णन करते हैं। (3, 4) नहीं है 3) के समान.		
उदाह	रण 1: चित्र 3.11 देखें और निम्नलिखित कथनों को पूरा करें:		
(i) বি	बेंदु B के भुज और कोटि हैं। अतः, B के निर्देशांक (,) हैं।		
(ii) f	बेंदु M के x-निर्देशांक और y-निर्देशांक क्रमशः हैं। अतः, M के निर्देशांक (,) हैं।	और	'
(iii)	बिंदु L के x-निर्देशांक और y-निर्देशांक क्रमशः हैं। अतः, L के निर्देशांक (,) हैं।	और	'
(iv)	बिंदु S के x-निर्देशांक और y-निर्देशांक क्रमशः हैं। अतः S के निर्देशांक (,) हैं।	और	'



चित्र 3.11

हल: (i) चूँिक y- अक्ष से बिंदु B की दूरी 4 इकाई है, बिंदु B का x- निर्देशांक या भुज 4 है। बिंदु B की x- अक्ष से दूरी 3 इकाई है; इसलिए, बिंदु B का y- निर्देशांक, अर्थात् कोटि, 3 है।

अतः बिंदु B के निर्देशांक (4, 3) हैं।

जैसा कि ऊपर (i) में है:

(ii) बिंदु M के x- निर्देशांक और y- निर्देशांक क्रमशः -3 और 4 हैं। अतः, बिंदु M के निर्देशांक (–3, 4) हैं। (iii) बिंदु L के x- निर्देशांक और

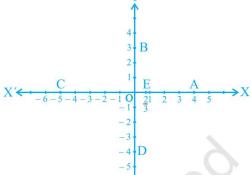
y- निर्देशांक क्रमशः –5 और – 4 हैं। अतः बिंदु L के निर्देशांक (–5, – 4) हैं।

(iv) बिंदु S के x- निर्देशांक और y-निर्देशांक क्रमशः 3 और -4 हैं। अतः बिंदु S के निर्देशांक (3, – 4) हैं।

उदाहरण 2 : चित्र 3.12 में अक्षों पर अंकित बिंदुओं के निर्देशांक लिखिए।

समाधान : आप देख सकते हैं कि :

(i) बिंदु A, y- अक्ष से +4 इकाई की दूरी पर और x- अक्ष से शून्य दूरी पर है। अत:, A का x- निर्देशांक 4 है और y- निर्देशांक 0 है। अत:, A के निर्देशांक (4, 0) हैं। (ii) B के निर्देशांक (0, 3) हैं। क्यों? (iii) C के निर्देशांक (-5, 0) हैं।



क्यों?

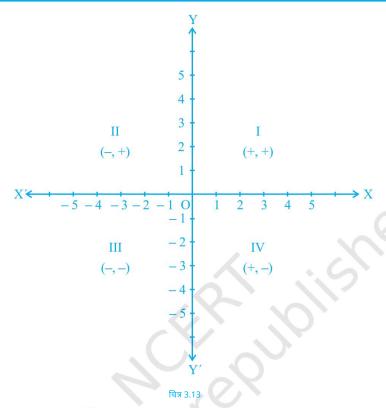
(iv) D के निर्देशांक (0, -4) हैं। क्यों?

चूँिक x- अक्ष पर स्थित प्रत्येक बिंदु की x- अक्ष से कोई दूरी (शून्य दूरी) नहीं होती , इसलिए x- अक्ष पर स्थित प्रत्येक बिंदु का y- निर्देशांक सदैव शून्य होता है। इस प्रकार, x- अक्ष पर स्थित किसी भी बिंदु के निर्देशांक (x, 0) के रूप के होते हैं , जहाँ x, y- अक्ष से उस बिंदु की दूरी है । इसी प्रकार, y- अक्ष पर स्थित किसी भी बिंदु के निर्देशांक (0, y) के रूप के होते हैं , जहाँ y , x- अक्ष से उस बिंदु की दूरी है । क्यों?

मूल बिंदु O के निर्देशांक क्या हैं ? इसकी दोनों अक्षों से दूरी शून्य है, इसलिए इसका भुज और कोटि दोनों शून्य हैं। इसलिए, मूल बिंदु के निर्देशांक (0, 0) हैं।

उपरोक्त उदाहरणों में, आपने निम्नलिखित संबंध देखा होगा एक बिंदु के निर्देशांक के चिह्न और उस बिंदु का चतुर्थांश जिसमें वह स्थित है। (i) यदि कोई बिंदु प्रथम चतुर्थांश में है, तो बिंदु (+, +) के रूप में होगा, क्योंकि प्रथम चतुर्थांश धनात्मक x- अक्ष और धनात्मक y- अक्ष से घिरा हुआ है।

- (ii) यदि कोई बिंदु दूसरे चतुर्थांश में है, तो बिंदु (–, +) के रूप में होगा, क्योंकि दूसरा चतुर्थांश ऋणात्मक x- अक्ष और धनात्मक y- अक्ष से घिरा हुआ है। (iii) यदि कोई बिंदु तीसरे चतुर्थांश में है, तो बिंदु (–, –) के रूप में होगा, क्योंकि तीसरा चतुर्थांश ऋणात्मक x- अक्ष और ऋणात्मक y- अक्ष से घिरा हुआ है।
- (iv) यदि कोई बिंदु चौथे चतुर्थांश में है, तो बिंदु (+, -) के रूप में होगा, क्योंकि चौथा चतुर्थांश धनात्मक x- अक्ष और ऋणात्मक y- अक्ष से घिरा हुआ है (चित्र 3.13 देखें)।



टिप्पणी: किसी समतल में किसी बिंदु का वर्णन करने के लिए ऊपर हमने जिस प्रणाली की चर्चा की है, वह केवल एक परिपाटी है, जो पूरी दुनिया में स्वीकृत है। यह प्रणाली, उदाहरण के लिए, पहले कोटि और फिर भुज भी हो सकती थी। हालाँकि, किसी भी भ्रम से बचने के लिए पूरी दुनिया हमारे द्वारा वर्णित प्रणाली का ही पालन करती है।

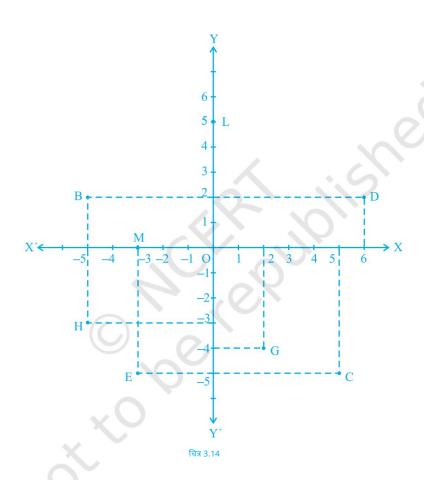
अभ्यास 3.2

- 1. निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लिखें:
 - (i) निर्धारित करने के लिए खींची गई क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर रेखाओं का नाम क्या है? कार्तीय तल में किसी भी बिंदु की स्थिति क्या है?
 - (ii) इन दो रेखाओं द्वारा बने तल के प्रत्येक भाग का नाम क्या है? (iii) उस बिंदु का नाम लिखिए जहाँ ये दोनों रेखाएँ प्रतिच्छेद करती हैं।
- 2. आकृति 3.14 को देखिए और निम्नलिखित लिखिए: (i)
 - B के निर्देशांक। (ii) C के निर्देशांक।
 - (iii) निर्देशांकों (-3, -5) द्वारा पहचाना

गया बिंदु।

(iv) निर्देशांकों (2, -4) द्वारा पहचाना गया बिंदु। (v) बिंदु D का भुज। (vi) बिंदु H की कोटि।

(vii) बिंदु L के निर्देशांक। (viii) बिंदु M के निर्देशांक।



3.3 सारांश

इस अध्याय में आपने निम्नलिखित बिंदुओं का अध्ययन किया है:

- 1. किसी समतल में किसी वस्तु या बिंदु की स्थिति ज्ञात करने के लिए हमें दो लंबवत रेखाओं की आवश्यकता होती है। इनमें से एक क्षैतिज और दूसरी ऊर्ध्वाधर होती है।
- 2. समतल को कार्तीय या निर्देशांक तल कहा जाता है और रेखाओं को निर्देशांक कहा जाता है
- 3. क्षैतिज रेखा को x- अक्ष कहा जाता है, और ऊर्ध्वाधर रेखा को y- अक्ष कहा जाता है।

- 4. निर्देशांक अक्ष समतल को चार भागों में विभाजित करते हैं जिन्हें चतुर्थांश कहते हैं।
- 5. अक्षों के प्रतिच्छेद बिंदु को मूल बिंदु कहा जाता है।
- 6. किसी बिंदु की y- अक्ष से दूरी को उसका x-निर्देशांक या भुज कहते हैं , तथा बिंदु की x-अक्ष से दूरी को उसका y-निर्देशांक या कोटि कहते हैं ।
- 7. यदि किसी बिंदु का भुज x है और कोटि y है, तो (x,y) को उसके निर्देशांक कहा जाता है बिंदु.
- 8. x-अक्ष पर स्थित बिंदु के निर्देशांक (x,0) के रूप के हैं और x-अक्ष पर स्थित बिंदु के निर्देशांक (x,0) के रूप के हैं। y-अक्ष पर (0,y) हैं।
- 9. मूल बिंदु के निर्देशांक (0, 0) हैं।
- 10. एक बिंदु के निर्देशांक पहले चतुर्थांश में (+, +), दूसरे चतुर्थांश में (-, +), तीसरे चतुर्थांश में (-, -) और चौथे चतुर्थांश में (+, -) के रूप के होते हैं, जहाँ + एक धनात्मक वास्तविक संख्या को दर्शाता है और - एक ऋणात्मक वास्तविक संख्या को दर्शाता है।
- 11. यदि x =/y, तो (x, y) =/(y, x), और (x, y) = (y, x), यदि x = y.