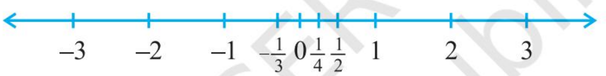
0962CH01

ਅਧਿਆਇ 1

ਨੰਬਰ ਸਿਸਟਮ

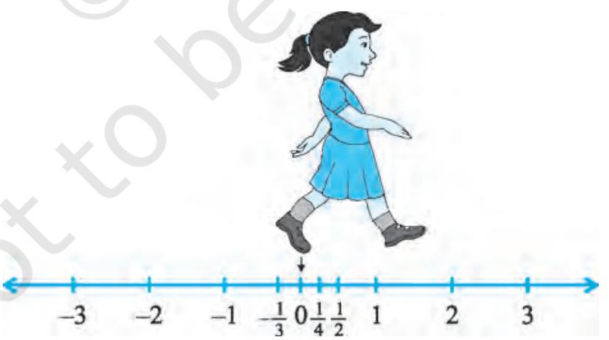
1.1 ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਆਪਣੀਆਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਕਲਾਸਾਂ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਇਸ ਉੱਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਸਮਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਦਰਸਾਉਣਾ ਹੈ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 1.1 ਵੇਖੋ)।



ਚਿੱਤਰ 1.1: ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ

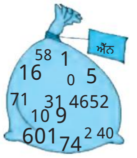
ਜ਼ਰਾ ਕਲਪਨਾ ਕਰੋ ਕਿ ਤੁਸੀ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਇਸ ਨੰਬਰ ਲਾਈਨ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚੱਲਦੇ ਰਹਿੰਦੇ ਹੋ। ਜਿੱਥੋਂ ਤੱਕ ਤੁਹਾਡੀਆਂ ਅੱਖਾਂ ਦੇਖ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ, ਉੱਥੇ ਨੰਬਰ, ਨੰਬਰ ਅਤੇ ਨੰਬਰ ਹਨ!



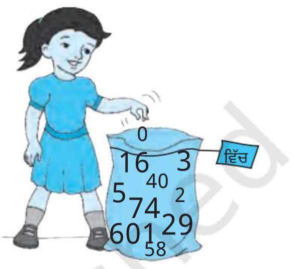
ਚਿੱਤਰ 1.2

ਹੁਣ ਮੰਨ ਲਓ ਤੁਸੀ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਤੁਰਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋ, ਅਤੇ ਕੁਝ ਇਕੱਠਾ ਕਰਦੇ ਹੋ ਨੰਬਰ। ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਟੋਰ ਕਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਬੈਗ ਤਿਆਰ ਕਰੋ!

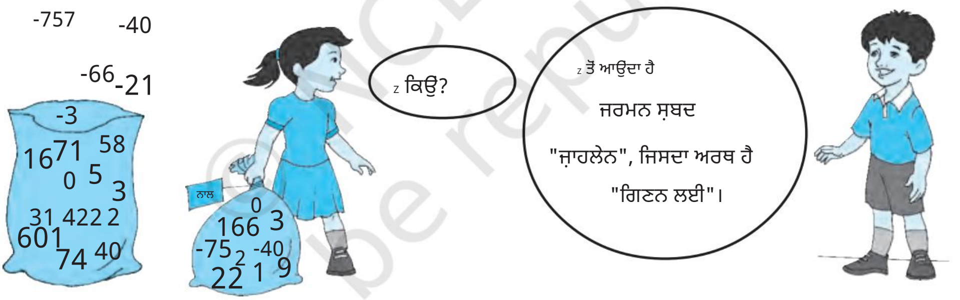
ਤੁਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ 1, 2, 3, ਆਦਿ ਨੂੰ ਚੁੱਕਣ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂਆਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਸੂਚੀ ਹਮੇਸ਼ਾ ਲਈ ਚਲਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। (ਇਹ ਸੱਚ ਕਿਉਂ ਹੈ?) ਤਾਂ, ਹੁਣ ਤੁਹਾਡੇ ਬੈਗ ਵਿੱਚ ਬੇਅੰਤ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ! ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਨੂੰ ਚਿੰਨ੍ਹ N ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।



ਹੁਣ ਮੁੜੋ ਅਤੇ ਵਾਪਸ ਤੁਰੋ, ਜ਼ੀਰੋ ਚੁੱਕੋ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਬੈਗ ਵਿੱਚ ਪਾਓ। ਹੁਣ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ W ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

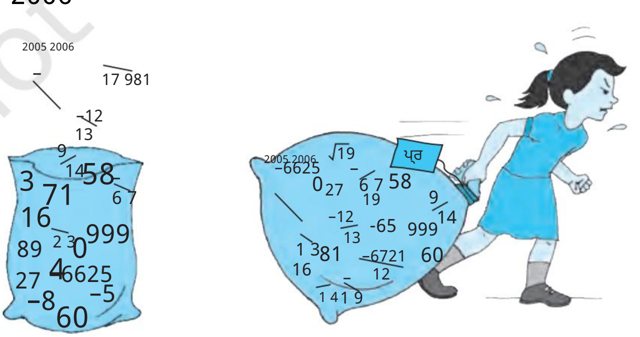


ਹੁਣ, ਤੁਹਾਡੇ ਸਾਹਮਣੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ, ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਫੈਲੇ ਹੋਏ ਹਨ। ਸਾਰੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਆਪਣੇ ਬੈਗ ਵਿੱਚ ਪਾਓ। ਤੁਹਾਡਾ ਨਵਾਂ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਕੀ ਹੈ? ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਇਹ ਸਾਰੇ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ Z ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਕੀ ਲਾਈਨ 'ਤੇ ਅਜੇ ਵੀ ਕੁਝ ਨੰਬਰ ਬਾਕੀ ਹਨ? ਬੇਸ਼ੱਕ! ਕੁਝ ਨੰਬਰ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ

$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$, ਜਾਂ ਵੀ $\frac{2005}{2006}$ · ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਅਜਿਹੇ ਸਾਰੇ ਨੰਬਰ ਵੀ ਬੈਗ ਵਿੱਚ ਪਾ ਦਿੰਦੇ ਹੋ, ਤਾਂ ਇਹ ਹੁਣ ਹੋਵੇਗਾ



Machine Translated by Google

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਸੰਗ੍ਰਹਿ । ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਨੂੰ Q ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। 'ਤਰਕਸ਼ੀਲ' ਸ਼ਬਦ 'ਅਨੁਪਾਤ' ਤੋਂ ਆਇਆ ਹੈ, ਅਤੇ Q ਸ਼ਬਦ 'ਭਾਗ' ਤੋਂ ਆਇਆ ਹੈ।

ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਯਾਦ ਹੋਵੇਗੀ:

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 'r' ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ , ਜੇਕਰ ਇਸਨੂੰ p ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ । $\frac{}{\text{ਕਿਊ}}$,

ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹਨ। (ਅਸੀਂ ਇਸ ਗੱਲ 'ਤੇ ਜ਼ੋਰ ਕਿਉਂ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $q \neq 0$?)

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਹੁਣ ਬੈਗ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਨੰਬਰ ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ $\frac{\text{ਪੀ}}{\text{ਕਿਊ}}$, ਜਿੱਥੇ ਪੀ

ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, –25 ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ $\frac{25}{1}$; ਇੱਥੇ $p = -25$ ਅਤੇ $q = 1$। ਇਸ ਲਈ, ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ, ਪੂਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਪੂਰਨ ਅੰਕ।

ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ

ਫਾਰਮ ਪੀ $\frac{}{\text{ਕਿਊ}}$, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, 2 $\frac{1}{} = \frac{2}{4} = \frac{10}{20} = \frac{25}{50}$

$= \frac{47}{94}$, ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ। ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (ਜਾਂ ਭਿੰਨਾਂ) ਹਨ। ਹਾਲਾਂਕਿ,

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ p $\frac{}{\text{ਕਿਊ}}$ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਜਾਂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ q ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ $\frac{\text{ਪੀ}}{}$ ਨੰਬਰ 'ਤੇ ਰੇਖਾ, ਅਸੀਂ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $q \neq 0$ ਹੈ ਅਤੇ p ਅਤੇ q ਦੇ 1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਹੀਂ ਹਨ (ਭਾਵ, p ਅਤੇ q ਸਹਿ-ਪ੍ਰਧਾਨ ਹਨ)। ਇਸ ਲਈ, ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ, ਅਨੰਤ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਲੋਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ

2 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਭਿੰਨਾਂ $\frac{1}{}$, ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰਿਆਂ ਦੀ ਨੁਮਾਇੰਦਗੀ ਕਰਨ ਦੀ ਚੋਣ ਕਰਾਂਗੇ। $\frac{1}{2}$

ਹੁਣ, ਆਓ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਸਮਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਹੱਲ ਕਰੀਏ, ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦੀਆਂ ਕਲਾਸਾਂ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 1: ਕੀ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਬਿਆਨ ਸੱਚ ਹਨ ਜਾਂ ਗਲਤ? ਆਪਣੇ ਜਵਾਬਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।

(i) ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(ii) ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(iii) ਹਰੇਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਹੱਲ: (i) ਗਲਤ, ਕਿਉਂਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਪਰ ਇੱਕ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(ii) ਸੱਚ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ m ਨੂੰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। $\frac{\text{ਮੀ}}{1}$, ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਇੱਕ

(iii) ਗਲਤ, ਕਿਉਂਕਿ 5 $\frac{3}{}$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 2: 1 ਅਤੇ 2 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪੰਜ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲੱਭੋ।

ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਦੋ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਹੱਲ 1: **ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ** r **ਅਤੇ** s **ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭਣ ਲਈ , ਤੁਸੀਂ** r **ਅਤੇ** s ਅਤੇ ਜੋੜ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਵੰਡੋ, ਯਾਨੀ ਕਿ $\frac{\text{ਰੁਪਏ +}}{2}$ r ਅਤੇ s ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ । **ਇਸ ਲਈ,** $\frac{3}{2}$ ਇੱਕ ਨੰਬਰ ਹੈ 1 ਅਤੇ 2 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ। ਤੁਸੀਂ ਚਾਰ ਹੋਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲੱਭਣ ਲਈ ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਅੱਗੇ ਵਧ ਸਕਦੇ ਹੋ

1 ਅਤੇ 2 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ। ਇਹ ਚਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 4 8 8 ਹਨ। 5 11 13 7 —, —, — **ਅਤੇ** . $\frac{}{4}$

ਹੱਲ 2: ਦੂਜਾ ਵਿਕਲਪ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਕਦਮ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਪੰਜ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਲੱਭਿਆ ਜਾਵੇ। ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਨੂੰ ਪੰਜ ਨੰਬਰ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ, ਅਸੀਂ 1 ਅਤੇ 2 ਨੂੰ ਹਰ 5 + 1 ਨਾਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ,

ਭਾਵ, 1 = $\frac{6}{6}$ ਅਤੇ 2 = $\frac{12}{}$. ਫਿਰ ਤੁਸੀਂ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ 6 $\frac{7}{6}, \frac{8}{6}, \frac{9}{6}, \frac{10}{6}$ ਅਤੇ $\frac{11}{6}$ ਸਾਰੇ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਹਨ

1 ਅਤੇ 2 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਨੰਬਰ। ਇਸ ਲਈ, ਪੰਜ ਨੰਬਰ ਹਨ $\frac{7}{6}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}$, — **ਅਤੇ** $\frac{11}{6}$.

ਟਿੱਪਣੀ: ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਉਦਾਹਰਣ 2 ਵਿੱਚ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਪੰਜ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲੱਭਣ ਲਈ ਕਿਹਾ ਗਿਆ ਸੀ। 1 ਅਤੇ 2 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ। ਪਰ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਅਹਿਸਾਸ ਹੋਇਆ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਹਨ 1 ਅਤੇ 2 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ। ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਅਨੰਤ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਕਿਸੇ ਵੀ ਦੋ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ।

ਆਓ ਫਿਰ ਤੋਂ ਨੰਬਰ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਇੱਕ ਨਜ਼ਰ ਮਾਰੀਏ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸਾਰੇ ਨੰਬਰ ਚੁੱਕ ਲਏ ਹਨ? ਨਹੀਂ, ਅਜੇ। ਤੱਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਨੰਬਰ 'ਤੇ ਬੇਅੰਤ ਹੋਰ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਨੰਬਰ ਬਾਕੀ ਹਨ। ਲਾਈਨ! ਤੁਹਾਡੇ ਦੁਆਰਾ ਚੁੱਕੇ ਗਏ ਨੰਬਰਾਂ ਦੇ ਸਥਾਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪਾੜੇ ਹਨ, ਅਤੇ ਸਿਰਫ਼ ਨਹੀਂ ਇੱਕ ਜਾਂ ਦੋ ਪਰ ਬੇਅੰਤ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ। ਹੈਰਾਨੀਜਨਕ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਬੇਅੰਤ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਹਨ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਦੋ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਨੰਬਰ ਵੀ!

ਇਸ ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਵਾਲ ਬਾਕੀ ਹਨ:

1. ਨੰਬਰ 'ਤੇ ਕਿਹੜੇ ਨੰਬਰ ਬਚੇ ਹਨ?
   ਲਾਈਨ, ਜਿਸਨੂੰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ?
2. ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਪਛਾਣਦੇ ਹਾਂ? ਯਾਨੀ, ਅਸੀਂ ਕਿਵੇਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਤਰਕਸ਼ੀਲ (ਤਰਕਸ਼ੀਲ) ਤੋਂ ਵੱਖਰਾ ਕਰੋ ਨੰਬਰ)?

ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਵਾਲਾਂ ਦੇ ਜਵਾਬ ਅਗਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣਗੇ।

ਅਭਿਆਸ 1.1

1. ਕੀ ਜ਼ੀਰੋ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ? $\frac{p}{q}$, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$?
2. 3 ਅਤੇ 4 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਛੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲੱਭੋ।
3. 3. 5 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪੰਜ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲੱਭੋ — 4 ਅਤੇ 5 — .
4. ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕਥਨ ਸੱਚ ਹਨ ਜਾਂ ਗਲਤ। ਆਪਣੇ ਜਵਾਬਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।
   (i) ਹਰੇਕ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (ii) ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (iii) ਹਰੇਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

1.2 ਤਰਕਹੀਣ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

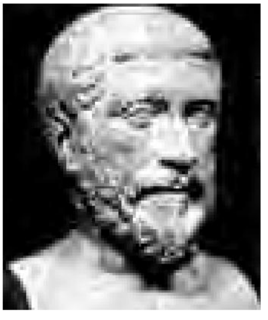
ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਸੀ ਕਿ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕੁਝ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਪਰਿਮੇਯ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਜਾ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ ਤੱਕ, ਸਾਰੇ

ਜਿਹੜੇ ਨੰਬਰ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖੇ ਹਨ, ਉਹ p ਦੇ ਰੂਪ ਦੇ ਹਨ। $\frac{}{q}$, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ

ਅਤੇ $q \neq 0$. ਤਾਂ, ਤੁਸੀਂ ਪੁੱਛ ਸਕਦੇ ਹੋ: ਕੀ ਅਜਿਹੇ ਨੰਬਰ ਹਨ ਜੋ ਇਸ ਰੂਪ ਦੇ ਨਹੀਂ ਹਨ? ਸੱਚਮੁੱਚ ਅਜਿਹੇ ਨੰਬਰ ਹਨ।

ਯੂਨਾਨ ਦੇ ਪਾਇਥਾਗੋਰੀਅਨ, ਜੋ ਕਿ ਮਸ਼ਹੂਰ ਗਣਿਤ-ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਅਤੇ ਦਾਰਸ਼ਨਿਕ ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਦੇ ਪੈਰੋਕਾਰ ਸਨ, ਨੇ ਲਗਭਗ 400 ਈਸਾ ਪੂਰਵ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਪਹਿਲੇ ਵਿਅਕਤੀ ਸਨ ਜੋ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਨਹੀਂ ਸਨ। ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਅਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (ਇਰੈਸ਼ਨਲ) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਪਾਇਥਾਗੋਰੀਅਨ, ਕ੍ਰੋਟਨ ਦੇ ਹਿਪਾਕਸ ਦੁਆਰਾ ਅਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਦੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਮਿੱਥਾਂ ਹਨ। ਸਾਰੀਆਂ ਮਿੱਥਾਂ ਵਿੱਚ, ਹਿਪਾਕਸ ਦਾ ਇੱਕ

ਮੰਦਭਾਗਾ ਅੰਤ, ਜਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਕਿ $\sqrt{2}$ ਤਰਕਹੀਣ ਹੈ ਜਾਂ ਗੁਪਤ ਪਾਇਥਾਗੋਰੀਅਨ ਸੰਪਰਦਾ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਦੇ ਲੋਕਾਂ ਨੂੰ $\sqrt{2}$ ਬਾਰੇ ਰਾਜ਼ ਦੱਸਣ ਲਈ !



ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ (569 ਈਸਾ ਪੂਰਵ - 479 ਈਸਾ ਪੂਰਵ)
ਚਿੱਤਰ 1.3

ਆਓ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਰਸਮੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰੀਏ।

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 's' ਨੂੰ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਇਸਨੂੰ $\frac{p}{q}$ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ। , ਜਿੱਥੇ ਪੀ ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹਨ।

ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਅਨੰਤ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਹਨ। ਇਹ ਪਤਾ ਚਲਿਆ ਕਿ ਅਨੰਤ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਤਰਕਹੀਣ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੀ ਹਨ। ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਹਨ:

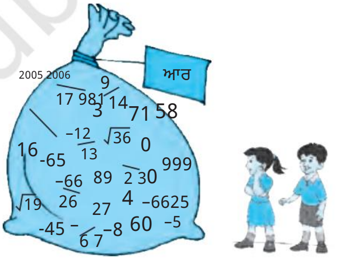
$\sqrt{2}$, $3\sqrt{15}$,, ਖਈ, 0.10110111011110...

ਟਿੱਪਣੀ: ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਵਰਗਮੂਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ 4 = $\sqrt{\ }$, ਅਸੀਂ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਹੈ 2, ਹਾਲਾਂਕਿ 2 ਅਤੇ −2 ਦੋਵੇਂ 4 ਦੇ ਵਰਗਮੂਲ ਹਨ। $\sqrt{\ }$

ਉੱਪਰ ਸੂਚੀਬੱਧ ਕੁਝ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਜਾਣੂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਉੱਪਰ ਸੂਚੀਬੱਧ ਕਈ ਵਰਗਮੂਲ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ π ਨੂੰ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹੋ।

ਪਾਇਥਾਗੋਰੀਅਨਾਂ ਨੇ ਸਾਬਤ ਕੀਤਾ ਕਿ 2 ਤਰਕਹੀਣ ਹੈ। ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ 425 ਈਸਾ ਪੂਰਵ ਵਿੱਚ, ਸਾਈਰੀਨ ਦੇ ਥੀਓਡੋਰਸ ਨੇ ਦਿਖਾਇਆ ਕਿ 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15 ਅਤੇ 17 ਵੀ ਤਰਕਹੀਣ ਹਨ। 2 ਦੀ ਤਰਕਹੀਣਤਾ ਦੇ ਸਬੂਤ, ਦਸਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਚਰਚਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। π ਦੇ ਸੰਬੰਧ $\sqrt{3}$, $\sqrt{\ }$, ਆਦਿ, 5 ਹੋਣਗੇ ਵਿੱਚ , ਇਹ ਹਜ਼ਾਰਾਂ ਸਾਲਾਂ ਤੋਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਭਿਆਚਾਰਾਂ ਲਈ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਸੀ, ਇਸਨੂੰ ਲੈਂਬਰਟ ਅਤੇ ਲੈਜੇਂਡਰੇ ਦੁਆਰਾ 1700 ਦੇ ਅਖੀਰ ਵਿੱਚ ਹੀ ਤਰਕਹੀਣ ਸਾਬਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਸੀ।

ਅਗਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ 0.10110111011110... ਅਤੇ π ਕਿਉਂ ਅਪਰਿਮੇਯ ਹਨ।



ਆਓ ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਉਠਾਏ ਗਏ ਸਵਾਲਾਂ ਵੱਲ ਵਾਪਸ ਚੱਲੀਏ। ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਥੈਲੀ ਨੂੰ ਯਾਦ ਕਰੀਏ। ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਸਾਰੀਆਂ ਤਰਕਹੀਣ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਥੈਲੀ ਵਿੱਚ ਪਾ ਦੇਈਏ, ਤਾਂ ਕੀ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਬਚੇਗੀ? ਜਵਾਬ ਨਹੀਂ ਹੈ! ਇਹ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸੰਗ੍ਰਹਿ

ਸਾਰੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਇਕੱਠ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਨੂੰ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ , ਜਿਸਨੂੰ R ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਇੱਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਜਾਂ ਤਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਜਾਂ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਹਰੇਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਬਿੰਦੂ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਨਾਲ ਹੀ, ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਨੂੰ, ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ।

1870 ਦੇ ਦਹਾਕੇ ਵਿੱਚ ਦੋ ਜਰਮਨ ਗਣਿਤ-ਸ਼ਾਸਤਰੀਆਂ, ਕੈਂਟਰ ਅਤੇ ਡੇਡੇਕਿੰਡ, ਨੇ ਦਿਖਾਇਆ ਕਿ: ਹਰੇਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਮੌਜੂਦ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਆਰ. ਡੇਡੇਕਿੰਡ (1831-1916)

ਚਿੱਤਰ 1.4

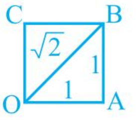
ਜੀ. ਕੈਂਟਰ (1845-1918)

ਚਿੱਤਰ 1.5

ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕੁਝ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ 3: ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ $\sqrt{2}$ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਓ ।

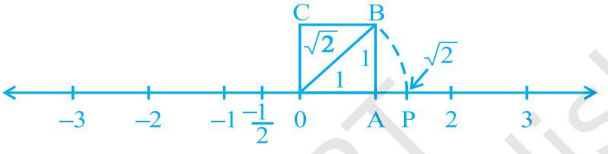
ਹੱਲ: ਇਹ ਦੇਖਣਾ ਆਸਾਨ ਹੈ ਕਿ ਯੂਨਾਨੀਆਂ ਨੇ ਕਿਵੇਂ ਖੋਜ ਕੀਤੀ ਹੋਵੇਗੀ $\sqrt{2}$. ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ OABC 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ, ਜਿਸਦੇ ਹਰੇਕ ਪਾਸੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 1 ਯੂਨਿਟ ਹੈ (ਦੇਖੋ ਚਿੱਤਰ 1.6)। ਫਿਰ ਤੁਸੀਂ ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਦੇ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੁਆਰਾ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ



ਚਿੱਤਰ 1.6

ਓਬੀ = $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ $\sqrt{2}$ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ?

ਇਹ ਆਸਾਨ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 1.6 ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਟ੍ਰਾਂਸਫਰ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਹ ਯਕੀਨੀ ਬਣਾਓ ਕਿ ਸਿਖਰ O ਜ਼ੀਰੋ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 1.7 ਵੇਖੋ)।

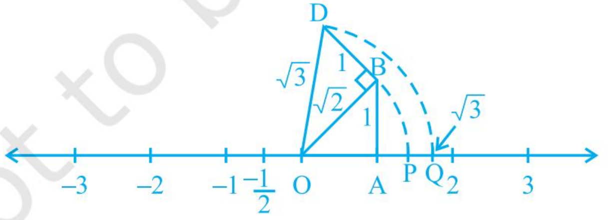


ਚਿੱਤਰ 1.7

ਅਸੀਂ ਹੁਣੇ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ OB = $\sqrt{2}$। ਕੇਂਦਰ O ਅਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ OB ਵਾਲੇ ਕੰਪਾਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਬਿੰਦੂ P 'ਤੇ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਕੱਟਦਾ ਇੱਕ ਚਾਪ ਬਣਾਓ। ਫਿਰ P $\sqrt{2}$ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ ਹੈ । ਨੰਬਰ ਰੇਖਾ।

ਉਦਾਹਰਣ 4: ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ $\sqrt{3}$ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਓ ।

ਹੱਲ: ਆਓ ਚਿੱਤਰ 1.7 ਤੇ ਵਾਪਸ ਚੱਲੀਏ।



ਚਿੱਤਰ 1.8

OB ਦੇ ਲੰਬਵਤ ਯੂਨਿਟ ਲੰਬਾਈ ਦਾ BD ਬਣਾਓ (ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 1.8 ਵਿੱਚ ਹੈ)। ਫਿਰ

ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ, ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ OD = $\sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2} = \sqrt{3}$. ਕੰਪਾਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਨਾਲ ਕੇਂਦਰ O ਅਤੇ ਅਰਧ OD, ਇੱਕ ਚਾਪ ਬਣਾਓ ਜੋ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ Q 'ਤੇ ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

ਫਿਰ Q $\sqrt{3}$ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ ਹੈ ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਤੁਸੀਂ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ $\sqrt{\text{ਐਨ}}$ ਕਿਸੇ ਵੀ ਧਨਾਤਮਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ n ਲਈ , n – 1 ਤੋਂ ਬਾਅਦ $\sqrt{}$ ਸਥਿਤ।

ਅਭਿਆਸ 1.2

1. ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕਥਨ ਸੱਚ ਹਨ ਜਾਂ ਗਲਤ। ਆਪਣੇ ਜਵਾਬਾਂ ਨੂੰ ਜਾਇਜ਼ ਠਹਿਰਾਓ।

    (i) ਹਰੇਕ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

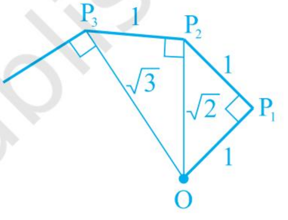
    (ii) ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ m ਰੂਪ ਦਾ ਹੈ। $\sqrt{}$, ਜਿੱਥੇ m ਇੱਕ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

    (iii) ਹਰੇਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

2. ਕੀ ਸਾਰੇ ਧਨਾਤਮਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਵਰਗਮੂਲ ਅਪ੍ਰਮਾਣਿਕ ਹਨ? ਜੇਕਰ ਨਹੀਂ, ਤਾਂ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ ਦਿਓ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਵਰਗਮੂਲ ਜੋ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

3. ਦਿਖਾਓ ਕਿ 5 ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ $\sqrt{}$'ਤੇ ਕਿਵੇਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

4. ਕਲਾਸਰੂਮ ਗਤੀਵਿਧੀ ('ਵਰਗਮੂਲ ਸਪਾਈਰਲ' ਬਣਾਉਣਾ): ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਇੱਕ ਵੱਡੀ ਸ਼ੀਟ ਲਓ ਅਤੇ 'ਵਰਗਮੂਲ ਸਪਾਈਰਲ' ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਣਾਓ। ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ O ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ ਅਤੇ ਯੂਨਿਟ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ OP_1 ਬਣਾਓ। ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ P_1P_2 ਯੂਨਿਟ ਲੰਬਾਈ ਦੇ OP_1 'ਤੇ ਲੰਬਵਤ ਬਣਾਓ (ਚਿੱਤਰ 1.9 ਦੇਖੋ)। ਹੁਣ OP_2 'ਤੇ ਲੰਬਵਤ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ P_2P_3 ਬਣਾਓ। ਫਿਰ OP_3 'ਤੇ ਲੰਬਵਤ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ P_3P_4 ਬਣਾਓ। ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਜਾਰੀ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ, ਤੁਸੀਂ $OP_{n}-1$ ' ਤੇ ਲੰਬਵਤ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ $P_{n}-1P_n$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ । ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ, ਤੁਸੀਂ ਬਿੰਦੂ P_2 , P_3 ,...., P_n ,... ਬਣਾਏ ਹੋਣਗੇ, ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ 2, 3, 4, ... ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਸੁੰਦਰ ਸਪਾਈਰਲ ਬਣਾਓਗੇ। $\sqrt{}$ $\sqrt{}$ $\sqrt{}$



ਚਿੱਤਰ 1.9: ਵਰਗਮੂਲ ਸਪਾਈਰਲ ਬਣਾਉਣਾ

1.3 ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਵੱਖਰੇ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀਕੋਣ ਤੋਂ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਅਤੇ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਨ ਜਾ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਫੈਲਾਅ ਨੂੰ ਦੇਖਾਂਗੇ ਅਤੇ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਕੀ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਫੈਲਾਅਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਅਤੇ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਵਿਚਕਾਰ ਫਰਕ ਕਰਨ ਲਈ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਦੱਸਾਂਗੇ ਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਫੈਲਾਅ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਕਲਪਨਾ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸਾਡੇ ਲਈ ਵਧੇਰੇ ਜਾਣੂ ਹਨ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੀਏ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ। ਆਓ ਤਿੰਨ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਲਈਏ: $\frac{10}{3}, \frac{7}{8}, \frac{1}{7}$.

ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵੱਲ ਖਾਸ ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਅਤੇ ਦੇਖੋ ਕਿ ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੋਈ ਪੈਟਰਨ ਮਿਲ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 5 : ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਲੱਭੋ $\frac{10}{3}$, $\frac{7}{8}$ ਅਤੇ $\frac{1}{7}$.

ਹੱਲ:

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3.333... \\
\hline
3 & 10 \\
 & 9 \\
\hline
 & 10 \\
 & 9 \\
\hline
 & 10 \\
 & 9 \\
\hline
 & 10 \\
 & 9 \\
\hline
 & 1
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
 & 0.875 \\
\hline
8 & 7.0 \\
 & 64 \\
\hline
 & 60 \\
 & 56 \\
\hline
 & 40 \\
 & 40 \\
\hline
 & 0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
 & 0.142857... \\
\hline
7 & 1.0 \\
 & 7 \\
\hline
 & 30 \\
 & 28 \\
\hline
 & 20 \\
 & 14 \\
\hline
 & 60 \\
 & 56 \\
\hline
 & 40 \\
 & 35 \\
\hline
 & 50 \\
 & 49 \\
\hline
 & 1
\end{array}
$$

ਬਾਕੀ : 1, 1, 1, 1, 1... ਬਾਕੀ : 6, 4, 0 ਭਾਜਕ : 3 ਭਾਜਕ : 8

ਬਾਕੀ: 3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, 2, 6, 4, 5, 1,...
ਭਾਜਕ: 7

ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਦੇਖਿਆ ਹੈ? ਤੁਹਾਨੂੰ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਤਿੰਨ ਗੱਲਾਂ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਸਨ:

(i) ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਜਾਂ ਤਾਂ ਇੱਕ ਖਾਸ ਪੜਾਅ ਤੋਂ ਬਾਅਦ 0 ਬਣ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਜਾਂ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਉਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਨ।

(ii) ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦੀ ਦੁਹਰਾਉਣ ਵਾਲੀ ਸਤਰ ਵਿੱਚ ਐਂਟਰੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਭਾਜਕ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ।

(ਇੱਕ $\frac{10}{3}$ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਭਾਜਕ 3 ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਵਿੱਚ $\frac{1}{7}$ ਛੇ ਐਂਟਰੀਆਂ ਹਨ। ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦੀ ਦੁਹਰਾਉਣ ਵਾਲੀ ਸਤਰ ਵਿੱਚ 326451 ਅਤੇ 7 ਭਾਜਕ ਹੈ)।

(iii) ਜੇਕਰ ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਦੁਹਰਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਦੁਹਰਾਇਆ ਜਾਣ ਵਾਲਾ ਬਲਾਕ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

(ਲਈ $\frac{10}{3}$, ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ 3 ਦੁਹਰਾਓ ਅਤੇ 7 ਲਈ $\frac{1}{}$, ਸਾਨੂੰ ਦੁਹਰਾਉਣ ਵਾਲਾ ਬਲਾਕ 142857 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ)।

ਹਾਲਾਂਕਿ ਅਸੀ ਇਸ ਪੈਟਰਨ ਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਦੇਖਿਆ ਹੈ, ਇਹ ਸਾਰਿਆਂ ਲਈ ਸੱਚ ਹੈ

ਫਾਰਮ p ਦੇ ਤਰਕਸ਼ੀਲ $\frac{}{ਕਿਊ}$ ($q \neq 0$)। p ਨੂੰ q ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ , ਦੋ ਮੁੱਖ ਚੀਜ਼ਾਂ ਵਾਪਰਦੀਆਂ ਹਨ - ਜਾਂ ਤਾਂ

ਬਾਕੀ ਜ਼ੀਰੋ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਕਦੇ ਵੀ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਬਣਦਾ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਦੁਹਰਾਉਣ ਵਾਲੀ ਸਤਰ ਮਿਲਦੀ ਹੈ
ਬਾਕੀ ਬਚੇ। ਆਓ ਹਰੇਕ ਮਾਮਲੇ ਨੂੰ ਵੱਖਰੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਵੇਖੀਏ।

ਕੇਸ (i): ਬਾਕੀ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ

8 ਦੀ ਉਦਾਹਰਣ ਵਿੱਚ $\frac{7}{}$, ਅਸੀ ਪਾਇਆ ਕਿ ਕੁਝ ਕਦਮਾਂ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਬਾਕੀ ਬਚਿਆ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ

$\frac{7}{8}$ = 0.875 ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ। ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਹਨ $\frac{1}{2}$ = 0.5, $\frac{639}{250}$ = 2.556 ਕੁੱਲ ਮਿਲਾ ਕੇ

ਇਹਨਾਂ ਮਾਮਲਿਆਂ ਵਿੱਚ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਸੀਮਤ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਕਦਮਾਂ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਖਤਮ ਜਾਂ ਖਤਮ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਨੂੰ ਸਮਾਪਤੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ।

ਕੇਸ (ii): ਬਾਕੀ ਕਦੇ ਵੀ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ

ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ $\frac{10}{3}$ ਅਤੇ $\frac{1}{7}$, ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮੇਂ ਬਾਅਦ ਦੁਹਰਾਉਂਦੇ ਹਨ

ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ ਨੂੰ ਹਮੇਸ਼ਾ ਲਈ ਜਾਰੀ ਰੱਖਣ ਲਈ ਮਜਬੂਰ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਪੜਾਅ। ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਹੈ
ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਦੁਹਰਾਉਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਕ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਵਿਸਥਾਰ ਗੈਰ-ਖਤਮ ਹੈ

ਆਵਰਤੀ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, $\frac{10}{3}$ = 3.3333... ਅਤੇ $\frac{1}{7}$ = 0.142857142857142857...

ਇਹ ਦਰਸਾਉਣ ਦਾ ਆਮ ਤਰੀਕਾ ਕਿ ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ 3 ਦੁਹਰਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ $\frac{10}{3}$ ਇਸਨੂੰ $3.\overline{3}$ ਲਿਖਣਾ ਹੈ .

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਕਿਉਂਕਿ ਅੰਕ 142857 ਦਾ ਬਲਾਕ $\frac{1}{7}$ ਦੇ ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ ਦੁਹਰਾਉਂਦਾ ਹੈ , ਅਸੀ $\frac{1}{7}$ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਵੇਂ

$0.\overline{142857}$, ਜਿੱਥੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਉੱਪਰ ਵਾਲਾ ਬਾਰ ਦੁਹਰਾਉਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਬਲਾਕ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਨਾਲ ਹੀ 3.57272... ਨੂੰ $3.5\overline{72}$ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ । ਇਸ ਲਈ, ਇਹ ਸਾਰੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਸਾਨੂੰ ਗੈਰ-ਸਮਾਪਤੀ ਦਿੰਦੀਆਂ ਹਨ
ਆਵਰਤੀ (ਦੁਹਰਾਓ) ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ ਕੋਲ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਵਿਕਲਪ ਹਨ:
ਜਾਂ ਤਾਂ ਉਹ ਸਮਾਪਤ ਹੋ ਰਹੇ ਹਨ ਜਾਂ ਗੈਰ- ਸਮਾਪਤ ਹੋ ਰਹੇ ਆਵਰਤੀ।

ਹੁਣ ਮੰਨ ਲਓ, ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ, ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਤੁਰਦੇ ਸਮੇਂ, ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ
3.142678 ਵਰਗੀ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਸਮਾਪਤ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ ਜਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ
1.272727... ਯਾਨੀ $1.\overline{27}$, ਤੁਸੀਂ , ਜਿਸਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਗੈਰ-ਖਤਮ ਆਵਰਤੀ ਹੈ, ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ
ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ? ਜਵਾਬ ਹਾਂ ਹੈ!

ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਸਾਬਤ ਨਹੀਂ ਕਰਾਂਗੇ ਪਰ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨਾਲ ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਦਰਸਾਵਾਂਗੇ। ਸਮਾਪਤੀ ਵਾਲੇ ਮਾਮਲੇ ਆਸਾਨ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਣ 6: ਦਿਖਾਓ ਕਿ 3.142678 ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, 3.142678 ਨੂੰ ਦਰਸਾਓ p ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ $\frac{}{\text{ਕਿਉ}}$, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹਨ।

ਹੱਲ: ਸਾਡੇ ਕੋਲ 3.142678 = $\frac{3142678}{1000000}$ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਹੁਣ, ਆਓ ਉਸ ਮਾਮਲੇ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ ਜਦੋਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਗੈਰ-ਅੰਤਮ ਆਵਰਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 7: ਦਿਖਾਓ ਕਿ 0.3333... = $0.\overline{3}$ ਨੂੰ p ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ $\frac{}{\text{ਕਿਉ}}$, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹਨ।

ਹੱਲ: ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਨੂੰ ਨਹੀਂ ਪਤਾ ਕਿ $0.\overline{3}$ ਕੀ ਹੈ। , ਆਓ ਇਸਨੂੰ 'x' ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ

$$x = 0.3333...$$

ਹੁਣ ਇੱਥੇ ਚਾਲ ਆਉਂਦੀ ਹੈ। ਦੇਖੋ

$$10x = 10 \times (0.333...) = 3.333...$$

ਹੁਣ, $3.3333... = 3 + x$, ਕਿਉਂਕਿ $x = 0.3333...$

ਇਸ ਲਈ, $10x = 3 + x$

x ਲਈ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਹੋਏ , ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ

$$9x = 3, \text{ ਭਾਵ, } x = \frac{1}{3}$$

ਉਦਾਹਰਣ 8: ਦਿਖਾਓ ਕਿ 1.272727... = $1.\overline{27}$। p ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ $\frac{}{\text{ਕਿਉ}}$, ਜਿੱਥੇ ਪੀ ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹਨ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ x = 1.272727... ਕਿਉਂਕਿ ਦੋ ਅੰਕ ਦੁਹਰਾ ਰਹੇ ਹਨ, ਅਸੀਂ x ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਜੋ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ

$$100x = 127.2727...$$

ਇਸ ਲਈ, $100x = 126 + 1.272727... = 126 + x$

ਇਸ ਲਈ, $100x - x = 126, \text{ ਭਾਵ, } 99x = 126$

ਯਾਨੀ, $x = \frac{126}{99} = \frac{14}{11}$

ਤੁਸੀਂ ਉਲਟਾ ਚੈੱਕ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ $\frac{14}{11} = 1.\overline{27}$

ਉਦਾਹਰਨ 9: ਦਿਖਾਓ ਕਿ 0.2353535... = $0.2\overline{35}$ ਨੂੰ ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ $\frac{p}{q}$, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹਨ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ $x = 0.2\overline{35}$ । ਇੱਥੇ, ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ 2 ਦੁਹਰਾਉਂਦਾ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਪਰ ਬਲਾਕ 35 ਦੁਹਰਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਦੋ ਅੰਕ ਦੁਹਰਾ ਰਹੇ ਹਨ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ x ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$$100x = 23.53535...$$

ਇਸ ਲਈ,

$$100x = 23.3 + 0.23535... = 23.3 + x$$

ਇਸ ਲਈ, $99x = 23.3$

ਯਾਨੀ, $99x = \frac{233}{10}$, ਜੋ ਕਿ $x = \frac{233}{990}$ ਦਿੰਦਾ ਹੈ

ਤੁਸੀਂ ਉਲਟਾ ਵੀ ਚੈੱਕ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ $\frac{233}{990} = 0.2\overline{35}$ ।

ਇਸ ਲਈ, ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਗੈਰ-ਅੰਤਮ ਆਵਰਤੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ $\frac{p}{q}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ($q \neq 0$), ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ। ਆਓ ਆਪਣੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਦਾ ਸਾਰ ਇਸ ਵਿੱਚ ਦੇਈਏ ਹੇਠ ਦਿੱਤਾ ਫਾਰਮ:

ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਜਾਂ ਤਾਂ ਸਮਾਪਤੀ ਜਾਂ ਗੈਰ- ਸਮਾਪਤੀ ਆਵਰਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ, ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਸਮਾਪਤੀ ਜਾਂ ਗੈਰ-ਸਮਾਪਤੀ ਆਵਰਤੀ ਤਰਕਸੰਗਤ ਹੈ।

ਤਾਂ, ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਕੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ ਬਾਰੇ? ਉਪਰੋਕਤ ਗੁਣ ਦੇ ਕਾਰਨ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਗੈਰ-ਖਤਮ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਗੈਰ-ਆਵਰਤੀ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ, ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਗੁਣ, ਉੱਪਰ ਦੱਸੇ ਗਏ ਗੁਣ ਦੇ ਸਮਾਨ, ਪਰਿਮੇਯ ਲਈ ਨੰਬਰ, ਹੈ

ਇੱਕ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਗੈਰ-ਅੰਤਮ ਗੈਰ-ਆਵਰਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ, ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਗੈਰ-ਖਤਮ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਗੈਰ-ਆਵਰਤੀ ਹੈ ਤਰਕਹੀਣ ਹੈ।

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਤੋਂ s = 0.10110111011110... ਯਾਦ ਕਰੋ । ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇਹ ਗੈਰ-ਖਤਮ ਅਤੇ ਗੈਰ-ਆਵਰਤੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਉਪਰੋਕਤ ਗੁਣ ਤੋਂ, ਇਹ ਅਤਰਕਹੀਣ ਹੈ।

ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ, ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਤੁਸੀਂ s ਦੇ ਸਮਾਨ ਅਨੰਤ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਅਪ੍ਰਮਾਣਿਕ ਅੰਕ ਪੈਦਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ।

ਮਸ਼ਹੂਰ ਅਪ੍ਰੇਮੀਆਂ $\sqrt{2}$ ਅਤੇ π ਬਾਰੇ ਕੀ? ਇੱਥੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਇੱਕ ਖਾਸ ਪੜਾਅ ਤੱਕ।

$$\sqrt{2} = 1.4142135623730950488016887242096...$$

ਪਾਈ = 3.14159265358979323846264338327950...

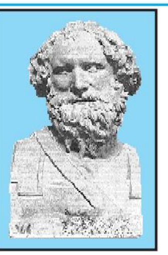
(ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ, ਅਸੀਂ ਅਕਸਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ $\frac{22}{7}$ π ਲਈ ਇੱਕ ਅਨੁਮਾਨਿਤ ਮੁੱਲ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ , ਪਰ $\pi \neq \frac{22}{7}$.)

ਸਾਲਾਂ ਦੌਰਾਨ, ਗਣਿਤ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਨੇ ਹੋਰ ਪੈਦਾ ਕਰਨ ਲਈ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਕਨੀਕਾਂ ਵਿਕਸਤ ਕੀਤੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ ਵਿੱਚ ਹੋਰ ਅੰਕ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, ਤੁਸੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਭਾਗ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ $\sqrt{2}$ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ ਵਿੱਚ ਅੰਕ ਲੱਭਣਾ ਸਿੱਖਿਆ ਹੋਵੇ । ਦਿਲਚਸਪ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ, ਸੁਲਬਾਸੂਤਰਾਂ (ਤਾਰ ਦੇ ਨਿਯਮ) ਵਿੱਚ, ਵੈਦਿਕ ਦੇ ਇੱਕ ਗਣਿਤਿਕ ਗ੍ਰੰਥ ਮਿਆਦ (800 BC - 500 BC), ਤੁਹਾਨੂੰ $\sqrt{2}$ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮਿਲਦਾ ਹੈ:

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{34} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\right) = 1.4142156$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇਹ ਪਹਿਲੇ ਪੰਜ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਲਈ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ। π ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ ਵਿੱਚ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਭਾਲ ਦਾ ਇਤਿਹਾਸ ਬਹੁਤ ਦਿਲਚਸਪ ਹੈ।

ਯੂਨਾਨੀ ਪ੍ਰਤਿਭਾਸ਼ਾਲੀ ਆਰਕੀਮੀਡੀਜ਼ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਸੀ π ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ ਵਿੱਚ ਅੰਕ । ਉਸਨੇ 3.140845 ਦਿਖਾਇਆ $< \pi <$ 3.142857। ਆਰੀਆਭੱਟ (476 – 550 ਈਸਵੀ), ਮਹਾਨ ਭਾਰਤੀ ਗਣਿਤ-ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਅਤੇ ਖਗੋਲ ਵਿਗਿਆਨੀ ਨੇ ਮੁੱਲ ਲੱਭਿਆ π ਦਾ ਚਾਰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ (3.1416) ਤੱਕ ਸਹੀ। ਉੱਚ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਸਪੀਡ ਕੰਪਿਊਟਰ ਅਤੇ ਐਡਵਾਂਸਡ ਐਲਗੋਰਿਦਮ, π ਰਿਹਾ ਹੈ 1.24 ਟ੍ਰਿਲੀਅਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਤੋਂ ਵੱਧ ਗਿਣਿਆ ਗਿਆ!



ਆਰਕੀਮੀਡੀਜ਼ (287 ਈਸਾ ਪੂਰਵ - 212 ਈਸਾ ਪੂਰਵ)

ਚਿੱਤਰ 1.10

ਹੁਣ, ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਿਵੇਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਣ 10 : $\frac{1}{7}$ ਅਤੇ $\frac{2}{7}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।

ਹੱਲ: ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$ ।. ਇਸ ਲਈ, ਤੁਸੀਂ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਗਣਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ $\frac{2}{7} = 0.\overline{285714}$.

ਵਿਚਕਾਰ ਇੱਕ ਅਪ੍ਰਮਾਣਿਕ ਸੰਖਿਆ ਲੱਭਣ ਲਈ $\frac{1}{7}$ ਅਤੇ $\frac{2}{7}$, ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਨੰਬਰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜੋ

ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਗੈਰ-ਖਤਮ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਗੈਰ-ਆਵਰਤੀ ਪਿਆ ਹੈ। ਬੇਸ਼ੱਕ, ਤੁਸੀਂ ਬੇਅੰਤ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ ਅਜਿਹੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਨੰਬਰ।

ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ 0.150150015000150000 ਹੈ...

ਅਭਿਆਸ 1.3

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਦੱਸੋ ਕਿ ਹਰੇਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹੈ ਹੈ:

(i) $\frac{36}{100}$ (ii) $\frac{1}{11}$ (iii) $4\frac{1}{8}$

(iv) $\frac{3}{13}$ (ਵਿੱਚ) $\frac{2}{11}$ (ਅਸੀ) $\frac{329}{400}$

2. ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ $\frac{1}{7}$ = 0142857 । . ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ 7 ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ ਕੀ ਹਨ? $\frac{2}{7}, \frac{3}{7},$

$\frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$ ਕੀ, ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਲੰਬੀ ਵੰਡ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ? ਜੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਕਿਵੇਂ?

[ਸੰਕੇਤ: ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦਾ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ ਅਤੇ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ।] $\frac{1}{7}$

3. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨੂੰ p ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰੋ। $\frac{}{\text{ਕਿਉ}}$, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹਨ।

(i) $0.\overline{6}$ (ii) $0.4\overline{7}$ (iii) $0.\overline{001}$

4. ਐਕਸਪ੍ਰੈਸ 0.99999 .... p ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ $\frac{}{\text{ਕਿਉ}}$. ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਜਵਾਬ ਤੋਂ ਹੈਰਾਨ ਹੋ? ਤੁਹਾਡੇ ਨਾਲ ਅਧਿਆਪਕ ਅਤੇ ਸਹਿਪਾਠੀ ਚਰਚਾ ਕਰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਜਵਾਬ ਕਿਉਂ ਸਮਝਦਾਰੀ ਵਾਲਾ ਹੈ।

5. ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਦੁਹਰਾਉਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਕ ਵਿੱਚ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਗਿਣਤੀ ਕਿੰਨੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ? $\frac{1}{17}$

ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਥਾਰ? ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਲਈ ਭਾਗ ਕਰੋ।

6. p ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀਆਂ ਕਈ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵੇਖੋ। $\frac{}{\text{ਕਿਉ}}$ ($q \neq 0$), ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਹਨ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ 1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅੰਤ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹੈ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾਵਾਂ (ਵਿਸਤਾਰ)। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕਿਹੜੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ q ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ?

7. ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਗੈਰ-ਅੰਤਰਕਾਰੀ ਹਨ।

8. ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਤਿੰਨ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲੱਭੋ। $\frac{5}{7}$ ਅਤੇ $\frac{9}{11}$.

9. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਜਾਂ ਅਤਰਹੀਣ ਵਜੋਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀਬੱਧ ਕਰੋ:

(i) $\sqrt{23}$ (ii) $\sqrt{225}$ (iii) 0.3796

(iv) 7.478478... (ਵਿੱਚ) 1.101001000100001...

1.4 ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਕਾਰਵਾਈਆਂ

ਤੁਸੀ ਪਿਛਲੀਆਂ ਕਲਾਸਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਟਾਂਦਰੇ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਾ ਲਈ ਸਹਿਯੋਗੀ ਅਤੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੇ ਨਿਯਮ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ, ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਰੋ (ਜ਼ੀਰੋ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ), ਸਾਨੂੰ ਅਜੇ ਵੀ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਸੰਖਿਆ (ਭਾਵ, ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਵਿੱਚ 'ਬੰਦ' ਹਨ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ)। ਇਹ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੀ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਾ ਲਈ ਵਟਾਂਦਰਾਤਮਕ, ਸਹਿਯੋਗੀ ਅਤੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੇ ਨਿਯਮ। ਹਾਲਾਂਕਿ, ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ, ਅੰਤਰ, ਭਾਗਫਲ ਅਤੇ ਉਤਪਾਦ ਹਮੇਸ਼ਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ ਅਵਿਵੇਕਸ਼ੀਲ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, $(\sqrt{6}) + (-\sqrt{6}), (\sqrt{2}) - (\sqrt{2}), (\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3})$ ਅਤੇ $\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{17}}$ ਹਨ ਤਰਕਸ਼ੀਲ।

ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਨਾਲ ਜੋੜਦੇ ਅਤੇ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, $\sqrt{3}$ ਅਪਰਿਮੇਯ ਹੈ। $2+\sqrt{3}$ ਅਤੇ $2\sqrt{3}$ ਬਾਰੇ ਕੀ ? ਕਿਉਂਕਿ $\sqrt{3}$ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਗੈਰ-ਖਤਮ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਗੈਰ-ਆਵਰਤੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਹੈ, ਇਹੀ ਗੱਲ ਇਸ ਲਈ ਵੀ ਸੱਚ ਹੈ $2+\sqrt{3}$ ਅਤੇ $2\sqrt{3}$। ਇਸ ਲਈ, $2+\sqrt{3}$ ਅਤੇ $2\sqrt{3}$ ਦੋਵੇਂ ਵੀ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 11: ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ $7\sqrt{5}$, $\frac{7}{\sqrt{5}}$, $\sqrt{2}+21$, $\pi-2$ ਕੀ ਅਤਰਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

ਹੱਲ: $\sqrt{5} = 2.236\ldots$, $\sqrt{2} = 1.4142\ldots$, $\pi = 3.1415\ldots$

ਫਿਰ $7\sqrt{5} = 15.652\ldots$, $\frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5} = 3.1304\ldots$

$\sqrt{2} + 21 = 22.4142\ldots$, $\pi - 2 = 1.1415\ldots$

ਇਹ ਸਾਰੇ ਗੈਰ-ਅੰਤਰਾਲਿਕ ਗੈਰ-ਆਵਰਤੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ, ਇਹ ਸਾਰੇ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਹੁਣ, ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਜੋੜਦੇ, ਘਟਾਉਂਦੇ, ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ, ਵੰਡਦੇ, ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਇਹਨਾਂ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਰਗਮੂਲ ਅਤੇ nਵੇਂ ਮੂਲ ਵੀ , ਜਿੱਥੇ n ਕੋਈ ਵੀ ਕੁਦਰਤੀ ਹੈ ਨੰਬਰ। ਆਓ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵੇਖੀਏ।

ਉਦਾਹਰਣ 12 : $2\sqrt{2}+5\sqrt{3}$ ਅਤੇ $\sqrt{2}-3\sqrt{3}$ ਜੋੜੋ .

ਹੱਲ: $(2\sqrt{2}+5\sqrt{3}) + (\sqrt{2}-3\sqrt{3}) = (2\sqrt{2}+\sqrt{2}) + (5\sqrt{3}-3\sqrt{3})$

$= (2+1)\sqrt{2} + (5-3)\sqrt{3} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

ਉਦਾਹਰਣ 13: 6 5 ਨੂੰ 2 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$

ਹੱਲ: $6\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 6 \times 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 12 \times 5 = 60$

ਉਦਾਹਰਣ 14: 8 15 ਨੂੰ 2 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ। $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$

ਹੱਲ: $$8\sqrt{15} \div 2\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = 4\sqrt{5}$$

ਇਹਨਾਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਤੋਂ ਤੁਸੀ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤੱਥਾਂ ਦੀ ਉਮੀਦ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਜੋ ਕਿ ਸੱਚ ਹਨ:

(i) ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਜੋੜ ਜਾਂ ਅੰਤਰ ਅਪਰਿਮੇਯ ਹੈ।

(ii) ਇੱਕ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਨਫਲ ਜਾਂ ਭਾਗਫਲ ਹੈ ਤਰਕਹੀਣ।

(iii) ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਦੋ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ, ਘਟਾਉਂਦੇ, ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਜਾਂ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਨਤੀਜਾ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਤਰਕਹੀਣ।

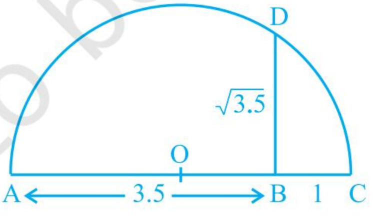
ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਆਪਣਾ ਧਿਆਨ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਰਗਮੂਲ ਲੈਣ ਦੇ ਕਾਰਜ ਵੱਲ ਮੋੜਦੇ ਹਾਂ।

ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ, ਜੇਕਰ a ਇੱਕ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਤਾਂ $\sqrt{a} = b$ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ $b^2 = a$ ਅਤੇ $b > 0$। ਇੱਕੋ ਜਿਹਾ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਨੂੰ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ $a > 0$ ਇੱਕ ਅਸਲੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਫਿਰ $\sqrt{a} = b$ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ $b^2 = a$ ਅਤੇ $b > 0$।

ਭਾਗ 1.2 ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਸੰਖਿਆ 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ n ਲਈ $\sqrt{n}$ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਦਰਸਾਉਣਾ ਹੈ ਰੇਖਾ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਿਖਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵੀ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ x ਨੂੰ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕਿਵੇਂ ਲੱਭਣਾ ਹੈ।

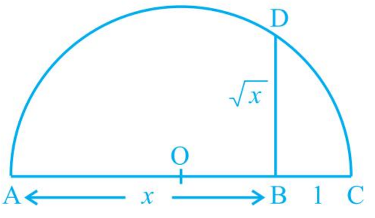
ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਆਓ ਇਸਨੂੰ $x = 3.5$ ਲਈ ਲੱਭੀਏ, ਭਾਵ, ਅਸੀਂ $\sqrt{3.5}$ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲੱਭਦੇ ਹਾਂ।



ਚਿੱਤਰ 1.11

ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ 3.5 ਯੂਨਿਟ ਦੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਨਿਸ਼ਾਨਬੱਧ ਕਰੋ ਤਾਂ ਜੋ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ B ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕੇ। ਕਿ $AB = 3.5$ ਯੂਨਿਟ (ਚਿੱਤਰ 1.11 ਵੇਖੋ)। B ਤੋਂ, 1 ਯੂਨਿਟ ਦੀ ਦੂਰੀ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਨਵਾਂ ਬਿੰਦੂ C ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ। AC ਦਾ ਮੱਧ-ਬਿੰਦੂ ਲੱਭੋ ਅਤੇ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ O ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਚਿੰਨ੍ਹਿਤ ਕਰੋ। ਇੱਕ ਅਰਧ-ਚੱਕਰ ਬਣਾਓ ਕੇਂਦਰ O ਅਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ OC ਦੇ ਨਾਲ। B ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ AC ਨੂੰ ਲੰਬਵਤ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਨੂੰ D 'ਤੇ ਕੱਟਣਾ। ਫਿਰ, $BD = \sqrt{3.5}$.

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਲਈ $\sqrt{x}$ ਲੱਭਣ ਲਈ ਨੰਬਰ x, ਅਸੀਂ B ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਿੰਨ੍ਹਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $AB = x$ ਇਕਾਈਆਂ, ਅਤੇ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 1.12, C ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਿਸ਼ਾਨਬੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $BC = 1$ ਯੂਨਿਟ। ਫਿਰ, ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ ਕੇਸ $x = 3.5$ ਲਈ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਸਾਨੂੰ $BD = \sqrt{x}$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 1.12 ਵੇਖੋ)। ਅਸੀਂ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਾਬਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ: ਪਾਇਥਾਗੋਰਿਅਨ ਥਿਊਰਮ।



ਚਿੱਤਰ 1.12

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ, ਚਿੱਤਰ 1.12 ਵਿੱਚ, Δ OBD ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਵਾਲਾ ਤਿਕੋਣ ਹੈ। ਨਾਲ ਹੀ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਹੈ $\frac{\text{ਐਕਸ} + 1}{2}$ ਯੂਨਿਟ।

ਇਸ ਲਈ, $OC = OD = OA = \frac{\text{ਐਕਸ} + 1}{2}$ ਯੂਨਿਟ।

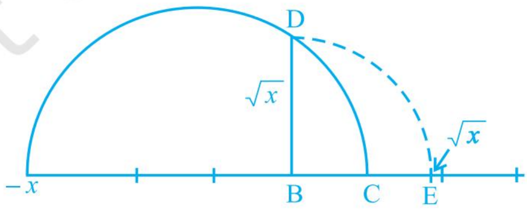
ਹੁਣ, $OB = \text{ਐਕਸ} - \left(\frac{\text{ਐਕਸ} + 1}{2}\right) = \frac{\text{ਐਕਸ} - 1}{2}$।

ਇਸ ਲਈ, ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੁਆਰਾ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

$$BD^2 = OD^2 - OB^2 = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\text{ਐਕਸ} - 1}{2}\right)^2 = \frac{4\text{ਐਕਸ}}{4} = \text{ਐਕਸ}.$$

ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ $BD = \sqrt{\text{ਐਕਸ}}$.

ਇਹ ਨਿਰਮਾਣ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਦਿਖਾਉਣ ਦਾ ਇੱਕ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀਗਤ, ਅਤੇ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਤਰੀਕਾ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ $\sqrt{\text{ਐਕਸ}}$ ਲਈ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਸਾਰੀਆਂ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $x > 0$। ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ $\sqrt{x}$ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਜਾਣਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹੋ, ਫਿਰ ਆਓ ਅਸੀਂ ਰੇਖਾ BC ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਮੰਨੀਏ, B ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ, C ਨੂੰ 1, ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਹੋਰ ਵੀ। ਕੇਂਦਰ B ਅਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ BD ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਚਾਪ ਬਣਾਓ, ਜੋ E ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਕੱਟਦਾ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 1.13 ਵੇਖੋ)। ਫਿਰ, E $\sqrt{x}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ.



ਚਿੱਤਰ 1.13

ਅਸੀ ਹੁਣ ਵਰਗ ਜੜ੍ਹਾਂ ਦੇ ਵਿਚਾਰ ਨੂੰ ਘਣ ਜੜ੍ਹਾਂ, ਚੌਥੀ ਜੜ੍ਹਾਂ, ਤੱਕ ਵਧਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। ਅਤੇ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ nਵੇਂ ਮੂਲ ਵਿੱਚ, ਜਿੱਥੇ n ਇੱਕ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹੈ। ਆਪਣੀ ਸਮਝ ਨੂੰ ਯਾਦ ਕਰੋ ਪਹਿਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਤੋਂ ਵਰਗਮੂਲ ਅਤੇ ਘਣਮੂਲ।

3 ਕੀ ਹੈ? $\sqrt{8}$? ਖੈਰ, ਅਸੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਕੋਈ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਘਣ 8 ਹੈ, ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਇਆ ਹੋਵੇਗਾ 3 $\sqrt{8}$ = 2. ਆਓ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ $\sqrt[5]{243}$. ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕੋਈ ਅਜਿਹਾ ਨੰਬਰ b ਜਾਣਦੇ ਹੋ? ਉਹ ਬ ^{5} = 243? ਜਵਾਬ 3 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, 5 $\sqrt{243}$ = 3.

ਇਹਨਾਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਤੋਂ, ਕੀ ਤੁਸੀ n ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ? $\sqrt{ਏ}$ ਇੱਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ a > 0 ਅਤੇ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਲਈ ਪੂਰਨ ਅੰਕ n?

ਮੰਨ ਲਓ a > 0 ਇੱਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ n ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹੈ। ਫਿਰ n $\sqrt{ਏ}$ = b, ਜੇਕਰ $b^n = a$ ਅਤੇ b > 0. ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਚਿੰਨ੍ਹ ' $\sqrt{\ }$ ' ਵਿੱਚ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ $\sqrt{2}$, 8, $\sqrt[3]{}$ਐਨ $\sqrt{ਏ}$, ਆਦਿ ਨੂੰ ਮੂਲਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀ ਵਰਗਮੂਲਾਂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਕੁਝ ਪਛਾਣਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ, ਜੋ ਕਿ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਖੇਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਲਾਭਦਾਇਕ ਹਨ ਤਰੀਕੇ। ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੀਆਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਕਲਾਸਾਂ ਤੋਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਤਰੀਕਿਆਂ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣੂ ਹੋ। ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਦੇ ਜੋੜ ਉੱਤੇ ਗੁਣਾ ਦੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਦੇ ਹਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਅਤੇ ਪਛਾਣ (x + y) (x − y) = x ਤੋਂ ^{2} - ਅਤੇ^{2}, ਕਿਸੇ ਵੀ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ x ਅਤੇ y ਲਈ।

ਮੰਨ ਲਓ a ਅਤੇ b ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਫਿਰ

(i) ਅਬ $\sqrt{ਅਬ}$ = $\sqrt{\ }\sqrt{\ }$

(ii) $\sqrt{\frac{ਏ}{ਅ}} = \frac{\sqrt{ਏ}}{\sqrt{ਅ}}$

(iii) (a (v) $\sqrt{\ }$ + $\sqrt{ਬਾ}$) ($\sqrt{\ }$ $\sqrt{ਬੱਚਾ}$ = -

(iv) (ਆਬਾ + $\sqrt{\ }$) ($\sqrt{ਬੱਚਾ}$ = - ^{2}

(a $\sqrt{\ }$ + $\sqrt{ਬੀਸੀਡੀ}$ + ($\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$) = $\sqrt{ਏਸੀ ਤੋਂ ਬੀਸੀ}$ ਤੱਕ ਬੀਡੀ + + $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$

(ਅਸੀ) $(\sqrt{ਏ} + \sqrt{ਅ})^2$ + ਅ + 2 $\sqrt{ਅਬ}$ ਬ =

ਆਓ ਇਨ੍ਹਾਂ ਪਛਾਣਾਂ ਦੇ ਕੁਝ ਖਾਸ ਮਾਮਲਿਆਂ 'ਤੇ ਨਜ਼ਰ ਮਾਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 15: ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਬਣਾਓ:

(i) (5) + $\sqrt{7}$ 2 +) ($\sqrt{5}$)

(ii) (5 + $\sqrt{5}$ 5 5) $\sqrt{\ }$)

(iii) ($\sqrt{3}$ 7 + $\sqrt{\ }$)^2

(iv) (11 $\sqrt{\ }$ $\sqrt{7}$) ($\sqrt{11} + \sqrt{7}$)

ਹੱਲ: (i) (5) ($+ \sqrt{7}$) 2 5 10 5 $\sqrt{5}$ 2 7 + = + $\sqrt{\ }$ + $\sqrt{\ }$ + $\sqrt{35}$

(ii) $5 + \sqrt{5}\,5$ $- = -\sqrt{5}(\ )$ 5^2 $(\sqrt{5})^2$ = 25 5 = 20

((iii) $\sqrt{3} + \sqrt{7}\ ^2$ = $(\sqrt{3})^2$ 2 3 $\sqrt{7}$ + + $(\sqrt{7})^2$ 3 2 21 $\sqrt{10}$ 2 21 = + + = + $\sqrt{\ }$

((iv) ($\sqrt{11}$ $\sqrt{7}$) 11 ($\sqrt{\ }$ + $\sqrt{7}$) = $(\sqrt{11})^2$ $(\sqrt{7})^2$ = - = 11 7 4

ਟਿੱਪਣੀ: ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਣ ਵਿੱਚ 'ਸਰਲੀਕਰਨ' ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਇਸ ਅਰਥ ਲਈ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਇੱਕ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਅਤੇ ਇੱਕ ਅਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਜੋੜ ਵਜੋਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਇਸ ਭਾਗ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਮੱਸਿਆ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਕੇ ਖਤਮ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਦੇਖੋ ਕਿ ਇਹ ਨੰਬਰ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕਿੱਥੇ ਦਿਖਾਈ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਦਿੰਦਾ ਹੈ? ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਅਪ੍ਰਮਾਣਿਕ ਹੈ। ਸ਼ਾਇਦ ਇਹ ਸੌਖਾ ਹੋਵੇ।
ਇਹ ਕਿਵੇਂ ਸਮਝਣਾ ਹੈ ਕਿ ਹਰ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਆਓ ਦੇਖੀਏ, ਕੀ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ 'ਤਰਕਸ਼ੀਲ' ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਹਰ, ਯਾਨੀ ਕਿ, ਹਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਬਣਾਉਣਾ। ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਵਰਗਮੂਲਾਂ ਨਾਲ ਜੁੜੀਆਂ ਪਛਾਣਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿਵੇਂ।

ਉਦਾਹਰਨ 16 : ਦੇ ਹਰ ਨੂੰ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਬਣਾਓ $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

ਹੱਲ: ਅਸੀਂ ਲਿਖਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ਇੱਕ ਸਮਾਨਾਰਥੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਹਰ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 2 . 2 ਪਰਿਮੇਯ ਹੈ $\sqrt{\ }$ ਅਸੀਂ ਇਹ $\sqrt{\ }$ ਵੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ

$\frac{1}{\sqrt{\text{ਤੱਕ}}}2$ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇਵੇਗਾ, ਕਿਉਂਕਿ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ = 1. ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ ਪਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤੱਥ ਇਕੱਠੇ ਕਰਨ ਲਈ

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\ 1 = \times = \frac{\ }{\sqrt{2}}\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\ \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਇਸਨੂੰ ਲੱਭਣਾ ਆਸਾਨ ਹੈ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ਨੰਬਰ ਰੇਖਾ 'ਤੇ। ਇਹ 0 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅੱਧਾ ਹੈ ਅਤੇ 2 $\sqrt{\ }$.

ਉਦਾਹਰਨ 17 : $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ਦੇ ਹਰ ਨੂੰ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਬਣਾਓ

ਹੱਲ: ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਪਛਾਣ (iv) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰੋ $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ਨਾਲ $2-\sqrt{3}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = 2-\sqrt{3}.$$

ਉਦਾਹਰਨ 18 : $\frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ ਦੇ ਹਰ ਨੂੰ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਬਣਾਓ

ਹੱਲ: ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਪਛਾਣ (iii) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਲਈ,
$$\frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{5(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{3-5} = \left(\frac{-5}{2}\right)(\sqrt{3}+\sqrt{5})$$

ਉਦਾਹਰਨ 19 : $\frac{1}{7+3\sqrt{2}}$ ਦੇ ਹਰ ਨੂੰ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਬਣਾਓ।

ਹੱਲ:
$$\frac{1}{7+3\sqrt{2}} = \frac{1}{7+3\sqrt{2}} \times \left(\frac{7-3\sqrt{2}}{7-3\sqrt{2}}\right) = \frac{7-3\sqrt{2}}{49-18} = \frac{7-3\sqrt{2}}{31}$$

ਇਸ ਲਈ, ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਹਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਰਗਮੂਲ ਵਾਲਾ ਸ਼ਬਦ ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਜਾਂ ਇੱਕ ਮੂਲਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਅਧੀਨ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ), ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਜਿਸਦਾ ਹਰ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਉਸਨੂੰ ਹਰ ਨੂੰ ਪਰਿਮੇਯ ਬਣਾਉਣਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 1.4

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਜਾਂ ਅਤਰਹੀਣ ਵਜੋਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀਬੱਧ ਕਰੋ:

(i) $2-\sqrt{5}$ (ii) $(3+\sqrt{23})-\sqrt{23}$ (iii) $\frac{2\sqrt{7}}{7\sqrt{7}}$

(iv) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (v) 2π

2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਰੇਕ ਪ੍ਰਗਟਾਵੇ ਨੂੰ ਸਰਲ ਬਣਾਓ:

(i) $(3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{2})$ (ii) $(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})$

(iii) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$ (iv) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$

3. ਯਾਦ ਕਰੋ, π ਨੂੰ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਘੇਰੇ (ਮੰਨ ਲਓ c) ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਜੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(ਮੰਨ ਲਓ d)। ਯਾਨੀ, $\pi = \frac{c}{d}$ ਇਹ ਇਸ ਤੱਥ ਦਾ ਖੰਡਨ ਕਰਦਾ ਜਾਪਦਾ ਹੈ ਕਿ π ਅਤਰਕਹੀਣ ਹੈ। ਕਿਵੇਂ ਹੋਵੇਗਾ

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਵਿਰੋਧਾਭਾਸ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਹੋ?

4. ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ $\sqrt{9.3}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਓ।

5. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਦੇ ਭਾਜਕਾਂ ਨੂੰ ਤਰਕਸੰਗਤ ਬਣਾਓ:

(i) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ (ii) $\frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{6}}$

(iii) $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$ (iv) $\frac{1}{\sqrt{7} - 2}$

1.5 ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮ

ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਯਾਦ ਹੈ ਕਿ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਸਰਲ ਬਣਾਇਆ ਜਾਵੇ? (i) $17^2 \cdot 17^5 =$ (ii) $(5^2)^7 =$

(iii) $\frac{23^{10}}{23^7} =$ (iv) $7^3 \cdot 9^3 =$

ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਜਵਾਬ ਮਿਲੇ? ਉਹ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ:

(i) $17^2 \cdot 17^5 = 17^7$ (ii) $(5^2)^7 = 5^{14}$

(iii) $\frac{23^{10}}{23^7} = 23^3$ (iv) $7^3 \cdot 9^3 = 63^3$

ਇਹਨਾਂ ਜਵਾਬਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ, ਤੁਸੀਂ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੋਵੇਗੀ, ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੀਆਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਕਲਾਸਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖੇ ਹਨ। (ਇੱਥੇ a, n ਅਤੇ m ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।)
ਯਾਦ ਰੱਖੋ, a ਨੂੰ ਅਧਾਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ m ਅਤੇ n ਘਾਤ ਅੰਕ ਹਨ।)

(i) ਇੱਕ $^{ਮੀ}$. ਇੱਕ = ਸਵੇਰੇ $^{+ ਐਨ}$ (ii) $(a^m)^n$ = ਇੱਕ $^{ਐਮ.ਐਨ.}$

(iii) $\frac{ਏ^{ਐਮ}}{ਏ^{ਐਨ}}$ = ਏ $^{ਐਮ.ਐਨ.}$, ਐਮ.ਐਨ. (iv) $a^m b^m = (ab)^m$

Machine Translated by Google

(a) ਕੀ ਹੈ ? ^{0}? ਹਾਂ, ਇਹ 1 ਹੈ! ਤਾਂ ਤੁਸੀ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਕਿ (a) ^{0} = 1. ਇਸ ਲਈ, (iii) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ, ਅਸੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ $\frac{1}{a^n}$ = ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਨੈਗੇਟਿਵ ਐਕਸਪੋਨੈਂਟਾਂ ਤੱਕ ਵੀ ਵਧਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਲਈ, ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ:

(i) $17^2 \cdot 17^{-5} = 17^{-3} = \frac{1}{17^3}$ (ii) $(5^2)^{-7} = 5^{-14}$

(iii) $\frac{23^{-10}}{23^7} = 23^{-17}$ (iv) $(7)^{-3} \cdot (9)^{-3} = (63)^{-3}$

ਮੰਨ ਲਓ ਅਸੀ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਗਣਨਾਵਾਂ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ:

(i) $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ (ii) $\left(3^{\frac{1}{5}}\right)^4$

(iii) $\frac{7^{\frac{1}{5}}}{7^{\frac{1}{3}}}$ (iv) $13^{\frac{1}{5}} \cdot 17^{\frac{1}{5}}$

ਅਸੀ ਇਹ ਕਿਵੇਂ ਕਰਾਂਗੇ? ਇਹ ਪਤਾ ਚਲਿਆ ਕਿ ਅਸੀ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਵਧਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਸਦਾ ਅਸੀ ਪਹਿਲਾਂ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਭਾਵੇਂ ਅਧਾਰ ਇੱਕ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। (ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋਗੇ ਕਿ ਇਸਨੂੰ ਹੋਰ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ) ਜਦੋਂ ਘਾਤ ਅੰਕ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ।) ਪਰ ਇਹਨਾਂ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਦੱਸਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ, ਅਤੇ ਬਰਾਬਰ ਕਰਨ ਲਈ

ਇਹਨਾਂ ਕਾਨੂੰਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਸਮਝਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿ, ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ $4^{\frac{3}{2}}$ ਕੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਕੁਝ ਕੰਮ ਹੈ!

ਅਸੀ $\sqrt[n]{a}$ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇੱਕ ਅਸਲੀ ਸੰਖਿਆ $a > 0$ ਲਈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ:

ਮੰਨ ਲਓ $a > 0$ ਇੱਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ n ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹੈ। ਫਿਰ $\sqrt[n]{a} = b$, ਜੇਕਰ $b^n = a$ ਅਤੇ $b > 0$.

ਘਾਤਕਾਂ ਦੀ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ, ਅਸੀ $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ, ਖਾਸ ਕਰਕੇ, $\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}$.

ਹੁਣ $4^{\frac{3}{2}}$ ਨੂੰ ਦੇਖਣ ਦੇ ਦੋ ਤਰੀਕੇ ਹਨ।

$$4^{\frac{3}{2}} = \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^3 = 2^3 = 8$$

$$4^{\frac{3}{2}} = \left(4^3\right)^{\frac{1}{2}} = (64)^{\frac{1}{2}} = 8$$

ਇਸ ਲਈ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਹੈ:

ਮੰਨ ਲਓ $a > 0$ ਇੱਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ m ਅਤੇ n ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਕਿ m ਅਤੇ n ਦਾ ਕੋਈ 1, ਅਤੇ $n > 0$ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਆਮ ਕਾਰਕ। ਫਿਰ,

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

ਹੁਣ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਨਿਯਮ ਹਨ:

ਮੰਨ ਲਓ $a > 0$ ਇੱਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ p ਅਤੇ q ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਫਿਰ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

(i) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ (ii) $(a^p)^q = a^{pq}$

(iii) $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ (iv) $a^p b^p = (ab)^p$

ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਕਾਨੂੰਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਪੁੱਛੇ ਗਏ ਸਵਾਲਾਂ ਦੇ ਜਵਾਬ ਦੇਣ ਲਈ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਉਦਾਹਰਨ 20 : ਸਰਲ ਬਣਾਓ (i) $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ (ii) $\left(3^{\frac{1}{5}}\right)^4$ (iii) $\dfrac{7^{\frac{1}{5}}}{7^{\frac{1}{3}}}$ (iv) $13^{\frac{1}{5}} \cdot 17^{\frac{1}{5}}$

ਹੱਲ:

(i) $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1 = 2$ (ii) $\left(3^{\frac{1}{5}}\right)^4 = 3^{\frac{4}{5}}$

(iii) $\dfrac{7^{\frac{1}{5}}}{7^{\frac{1}{3}}} = 7^{\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{3}\right)} = 7^{\frac{3-5}{15}} = 7^{\frac{-2}{15}}$ (iv) $13^{\frac{1}{5}} \cdot 17^{\frac{1}{5}} = (13 \times 17)^{\frac{1}{5}} = 221^{\frac{1}{5}}$

ਅਭਿਆਸ 1.5

1. ਲੱਭੋ: (i) $64^{\frac{1}{2}}$ (ii) $32^{\frac{1}{5}}$ (iii) $125^{\frac{1}{3}}$

2. ਲੱਭੋ: (i) $9^{\frac{3}{2}}$ (ii) $32^{\frac{2}{5}}$ (iii) $16^{\frac{3}{4}}$ (iv) $125^{\frac{-1}{3}}$

3. ਸਰਲ ਬਣਾਓ: (i) $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{5}}$ (ii) $\left(\frac{1}{3^3}\right)^7$ (iii) $\dfrac{11^{\frac{1}{2}}}{11^{\frac{1}{4}}}$ (iv) $7^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}$

1.6 ਸੰਖੇਪ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨੁਕਤਿਆਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ:

1. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ r ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ $\frac{ਪੀ}{ਕਿਊ}$, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਹਨ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਅਤੇ $q \neq 0$।

2. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ s ਨੂੰ ਇੱਕ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ $\frac{ਪੀ}{ਕਿਊ}$, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹਨ।

3. ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਜਾਂ ਤਾਂ ਸਮਾਪਤੀ ਜਾਂ ਗੈਰ- ਸਮਾਪਤੀ ਆਵਰਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ, ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਸਮਾਪਤੀ ਜਾਂ ਗੈਰ-ਅੰਤਮ ਆਵਰਤੀ ਹੈ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਹੈ।

4. ਇੱਕ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਗੈਰ-ਖਤਮ ਗੈਰ-ਆਵਰਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ, ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿਸਤਾਰ ਗੈਰ-ਖਤਮ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਗੈਰ-ਆਵਰਤੀ ਹੈ, ਤਰਕਹੀਣ ਹੈ।

5. ਸਾਰੀਆਂ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਅਤੇ ਅਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

6. ਜੇਕਰ r ਪਰਿਮੇਯ ਹੈ ਅਤੇ s ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਹੈ, ਤਾਂ $r + s$ ਅਤੇ $r - s$ ਅਪ੍ਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ, ਅਤੇ rs ਅਤੇ $\frac{ਆਰ}{ਸ}$ ਹਨ ਅਪ੍ਰਮਾਣਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, $r \neq 0$।

7. ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਲਈ, ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਪਛਾਣਾਂ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ:

(i) ਅਬ $\sqrt{ਅਬ} = \sqrt{\ } \sqrt{\ }$ (ii) $\sqrt{\frac{ਏ}{ਅ}} = \frac{\sqrt{ਏ}}{\sqrt{ਅ}}$

(ਅਬ ਬ+ $\sqrt{\ }$) ($\sqrt{\ }$) (=iiੀ$\sqrt{\ }$) (iv) (ਅਬ ਬ $\sqrt{\ }$) ($\sqrt{\ }$) = - 2

(ਵਿੱਚ) ($\sqrt{ਐਬ} + \sqrt{\ }$ $)^2$ = + $2\sqrt{ਅਬ}$ ਬ +

8. ਦੇ ਭਾਜ ਨੂੰ ਤਰਕਸੰਗਤ ਬਣਾਉਣਾ $\frac{1}{\sqrt{ਐਬ} +}$, ਅਸੀ ਇਸਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ $\frac{\sqrt{ਐਬ}}{\sqrt{ਐਬ}}$, ਜਿੱਥੇ a ਅਤੇ b ਹਨ ਪੂਰਨ ਅੰਕ।

9. ਮੰਨ ਲਓ $a > 0$ ਇੱਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ p ਅਤੇ q ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਫਿਰ

(i) ਇੱਕ $p \cdot a^q = a^{p+q}$ (ii) $(a^p)^q = a^{pq}$

(iii) $\frac{ਏ^{ਪੀ}}{ਏ^{ਕਿਊ}} = ਏ^{pq}$ (iv) $a^p b^p = (ab)^p$