0962CH02

ਅਧਿਆਇ 2

ਬਹੁਪਦ

2.1 ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਕਲਾਸਾਂ ਵਿੱਚ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਪਦਾਂ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਕੁਝ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਪਦਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਨ ਕਰਨ ਦਾ ਤਰੀਕਾ ਵੀ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਪਛਾਣਾਂ ਯਾਦ ਹੋਣਗੀਆਂ:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

ਅਤੇ

$$\text{ਐਕਸ}^2 - \text{ਅਤੇ}^2 = (x + y)(x - y)$$

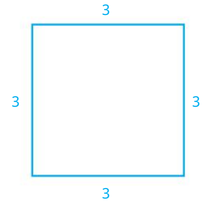
ਅਤੇ ਗੁਣਨਖੰਡਨ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਆਪਣਾ ਅਧਿਐਨ ਇੱਕ ਖਾਸ ਕਿਸਮ ਦੀ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨ, ਜਿਸਨੂੰ ਬਹੁਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਸ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸ਼ਬਦਾਵਲੀ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਾਂਗੇ। ਅਸੀਂ ਬਾਕੀ ਪ੍ਰਮੇਯ ਅਤੇ ਗੁਣਨਖੰਡਨ ਪ੍ਰਮੇਯ ਅਤੇ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਨ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦਾ ਵੀ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ। ਉਪਰੋਕਤ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ, ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਹੋਰ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਪਛਾਣਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਨਖੰਡਨ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਕੁਝ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਮੁਲਾਂਕਣ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ।

2.2 ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਬਹੁਪਦ

ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਹ ਯਾਦ ਕਰਕੇ ਸ਼ੁਰੂਆਤ ਕਰੀਏ ਕਿ ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ ਨੂੰ ਇੱਕ ਅਜਿਹੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿਸੇ ਵੀ ਵਾਸਤਵਿਕ ਨੂੰ ਲੈ ਸਕਦਾ ਹੈ ਮੁੱਲ। ਅਸੀਂ ਵੇਰੀਏਬਲ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ x, y, z, ਆਦਿ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ । ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ $2x$, $3x$, $-x$, $-\frac{1}{2}x$ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨ ਹਨ। ਇਹ ਸਾਰੇ ਸਮੀਕਰਨ (ਇੱਕ ਸਥਿਰ) × x ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹਨ । ਹੁਣ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਲਿਖਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ (ਇੱਕ ਸਥਿਰ) × (ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ) ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਨਹੀਂ ਪਤਾ ਕਿ ਸਥਿਰ ਕੀ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਮਾਮਲਿਆਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਥਿਰਾਂਕ ਨੂੰ a, b, c, ਆਦਿ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ax ਹੋਵੇਗਾ , ਮੰਨ ਲਓ।

ਹਾਲਾਂਕਿ, ਇੱਕ ਸਥਿਰਾਂਕ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੇ ਅੱਖਰ ਅਤੇ ਇੱਕ ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੇ ਅੱਖਰ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਹੈ। ਸਥਿਰਾਂਕਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਇੱਕ ਖਾਸ ਸਥਿਤੀ ਦੌਰਾਨ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਯਾਨੀ ਕਿ, ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੀ ਸਮੱਸਿਆ ਵਿੱਚ ਸਥਿਰਾਂਕਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੇ, ਪਰ ਇੱਕ ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਬਦਲਦਾ ਰਹਿ ਸਕਦਾ ਹੈ।

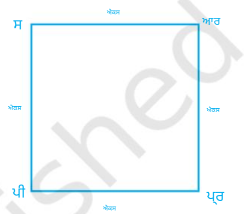
ਹੁਣ, ਭੁਜਾ 3 ਇਕਾਈਆਂ ਵਾਲੇ ਵਰਗ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ (ਚਿੱਤਰ 2.1 ਵੇਖੋ)। ਇਸਦਾ ਘੇਰਾ ਕੀ ਹੈ? ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਘੇਰਾ ਇਸਦੇ ਚਾਰਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਜੋੜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ, ਹਰੇਕ ਪਾਸਾ 3 ਇਕਾਈਆਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਇਸਦਾ ਘੇਰਾ 4 × 3 ਹੈ, ਭਾਵ, 12 ਇਕਾਈਆਂ। ਜੇਕਰ ਵਰਗ ਦਾ ਹਰੇਕ ਪਾਸਾ 10 ਇਕਾਈਆਂ ਹੈ ਤਾਂ ਘੇਰਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ? ਘੇਰਾ 4 × 10 ਹੈ, ਭਾਵ, 40 ਇਕਾਈਆਂ। ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਪਾਸੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ x ਇਕਾਈਆਂ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 2.2 ਵੇਖੋ), ਤਾਂ ਘੇਰਾ $4x$ ਇਕਾਈਆਂ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ ਪਾਸੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਬਦਲਦੀ ਹੈ, ਘੇਰਾ ਬਦਲਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 2.1

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਵਰਗ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਇਹ ਇੱਕ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ $2x$, $x^2 + 4x + 7$ ਵਰਗੇ ਹੋਰ

$2\ x \times x = x^2$ ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ। x^2 ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਤੋਂ ਵੀ ਜਾਣੂ ਹੋ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ, ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਤੱਕ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੇਰੀਏਬਲ ਦੇ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਵਜੋਂ ਸਿਰਫ਼ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਇਸ ਰੂਪ ਦੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਬਹੁਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ, ਵੇਰੀਏਬਲ x ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, $x^3 - x^2 + 4x + 7$ ਇੱਕ ਹੈ



ਚਿੱਤਰ 2.2

x ਵਿੱਚ ਬਹੁਪਦ । ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $3y^2 + 5y$ ਵੇਰੀਏਬਲ y ਅਤੇ t ਬਹੁਪਦ x^2 + 5y ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $t^2 + 4$ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਹੈ ਜੋ t ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਹੈ ।

ਬਹੁਪਦ $x^3 - 2x^2 + 2x$, x 2 ਅਤੇ $2x^2$ ... ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਬਹੁਪਦ $3y^2 + 5y + 7$ ਦੇ ਤਿੰਨ ਪਦ ਹਨ, ਅਰਥਾਤ, $3y^2$, $5y$ ਅਤੇ 7. ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਬਹੁਪਦ $-x^3 + 4x^2 + 7x - 2$? ਇਸ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ 7 ਹਨ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਬਹੁਪਦ $-x^3 + 4x^2 + 7x - 2$ ਦੇ 4 ਪਦਾਂ ਦੇ ਪਦ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਅਰਥਾਤ $-x^3$, $4x^2$, $7x$ ਅਤੇ -2। ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਹਰੇਕ ਪਦ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਾਂਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, $-x^3 + 4x^2 + 7x - 2$ ਵਿੱਚ, x^3 ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ −1 ਹੈ, x^2 ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ 4 ਹੈ, x ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ 7 ਹੈ ਅਤੇ −2 x^0 ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਹੈ (ਯਾਦ ਰੱਖੋ, $x^0 = 1$). ਕੀ ਤੁਸੀਂ $x^2 - x + 7$ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ? ਇਹ -1 ਹੈ।

2 ਵੀ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਹੈ। ਦਰਅਸਲ, 2, −5, 7, ਆਦਿ ਸਥਿਰ ਬਹੁਪਦ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਹਨ। ਸਥਿਰ ਬਹੁਪਦ 0 ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਬਹੁਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸਾਰੇ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਭੂਮਿਕਾ ਨਿਭਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਉੱਚ ਸ੍ਰੇਣੀਆਂ ਵਿੱਚ ਦੇਖੋਗੇ।

ਹੁਣ, ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $x + \frac{1}{x}$, $\sqrt{x} + 3$ ਅਤੇ $\sqrt[3]{y} + y^2$ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ $x + \frac{1}{x} = x + x^{-1}$ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਇੱਥੇ, ਦੂਜੇ ਪਦ ਦਾ ਘਾਤ ਅੰਕ, ਭਾਵ, x^{-1} -1 ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਇਹ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਦੁਬਾਰਾ, $\sqrt{x} + 3$ ਨੂੰ $x^{\frac{1}{2}} + 3$ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ । ਇੱਥੇ x ਦਾ ਘਾਤ ਅੰਕ ਹੈ $\frac{1}{2}$, ਕਿਹੜਾ ਹੈ ਇਹ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਤਾਂ, ਕੀ $\sqrt{x} + 3$ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਹੈ? ਨਹੀਂ, ਇਹ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਕੀ $\sqrt[3]{y} + y^2$? ਇਹ ਬਹੁਪਦ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ (ਕਿਉਂ?)।

ਜੇਕਰ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਵੇਰੀਏਬਲ x ਹੈ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ $p(x)$, ਜਾਂ $q(x)$, ਜਾਂ $r(x)$, ਆਦਿ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ, ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ: $p(x) = 2x\ 2 + 5x - 3$

$q(x) = x\ 3 - 1$

$r(y) = y^3 + y + 1\ 2 +$

$u - u$ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ $6u\ 5\ s(u) = 2 -$

(ਸੀਮਤ) ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਪਦ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, $x\ 150 + x\ 149 + 2 + x + 1$ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ 151 ਪਦ ਹਨ। + x ਬਹੁਪਦ $2x$, 2, $5x$ ' ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ...

$^3, -5x^2, y$ ਅਤੇ u^4. ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਹੀ ਪਦ ਹੈ? ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਹੀ ਪਦ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮੋਨੋਮੀਅਲ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ('ਮੋਨੋ' ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ 'ਇੱਕ')।

ਹੁਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਰੇਕ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਵੇਖੋ: $p(x) = x + 1$, $q(x) = x$ $r(y) = y\ 9 + 1$, $t(u) = u$

ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਪਦ ਹਨ? ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ^{2} ਹਰੇਕ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਪਦ ਹਨ। ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ 15 2 – ਵਿੱਚ

ਪਦ ਹਨ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਬਾਇਨੋਮੀਅਲ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ('bi' ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ 'ਦੋ')।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਸਿਰਫ਼ ਤਿੰਨ ਪਦਾਂ ਵਾਲੇ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਪਦੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ('ਤ੍ਰਿ' ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ 'ਤਿੰਨ')। ਤ੍ਰਿਪਦੀ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਹਨ

ਪੀ(ਐਕਸ) = ਐਕਸ + ਐਕਸ^2 + ਪੀ, $q(x) = 2 + x\sqrt{x}\,4 + y + 5$। $t(y)^2$,

$r(u) = u + u$ ਹੁਣ, ਬਹੁਪਦ^2 - 2, $= y$

$p(x) = 3x\ 7 - 4x\ 6 + x + 9$ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦਿਓ। x ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਘਾਤ ਵਾਲਾ ਪਦ ਕੀ ਹੈ ? ਇਹ $3x\ 7$ ਹੈ। ਇਸ ਪਦ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਘਾਤ ਅੰਕ 7 ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, – 6 ਵਿੱਚ, y ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਘਾਤ ਵਾਲਾ ਪਦ $5y\ 6$ ਹੈ ਅਤੇ

ਇਸ ਪਦ ਵਿੱਚ y ਦਾ ਬਹੁਪਦ $q(y) = 5y$ ਘਾਤ ^{6} – 4 ਸਾਲ^2

ਅੰਕ 6 ਹੈ। ਅਸੀਂ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਵੇਰੀਏਬਲ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਉੱਚੀ ਸ਼ਕਤੀ ਨੂੰ ਬਹੁਪਦ ਦੀ ਡਿਗਰੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ, ਬਹੁਪਦ $3x\ 7 - 4x\ 6 + x + 9$ ਦੀ ਡਿਗਰੀ 7 ਹੈ ਅਤੇ ਬਹੁਪਦ $5y$ ਸਥਿਰ ਬਹੁਪਦ ਦੀ ਡਿਗਰੀ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।

^{6} – 4 ਸਾਲ^2 – 6 6 ਹੈ। ਇੱਕ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਦੀ ਡਿਗਰੀ

ਉਦਾਹਰਣ 1: ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਰੇਕ ਬਹੁਪਦ ਦੀ ਡਿਗਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ: (i) x

$5 - x\ 4 + 3$ (ii) $2 - y^2\ 3 + 2y - y^8$ (iii) 2

ਹੱਲ: (i) ਵੇਰੀਏਬਲ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸ਼ਕਤੀ 5 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਬਹੁਪਦ ਦੀ ਡਿਗਰੀ 5 ਹੈ।

(ii) ਵੇਰੀਏਬਲ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸ਼ਕਤੀ 8 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਬਹੁਪਦ ਦੀ ਡਿਗਰੀ 8 ਹੈ। (iii) ਇੱਥੇ ਇੱਕੋ ਇੱਕ ਸ਼ਬਦ 2 ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ $2x\ 0$ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ x ਦਾ ਘਾਤ ਅੰਕ 0 ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ਬਹੁਪਦ ਦੀ ਡਿਗਰੀ 0 ਹੈ।

Machine Translated by Google

ਹੁਣ ਬਹੁਪਦਾਂ $p(x) = 4x + 5$, $q(y) = 2y$, $r(t) = t + 2$ ਅਤੇ $s(u) = 3 - u$ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ। ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਸਾਂਝਾ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦਾ ਹੈ? ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਬਹੁਪਦਾਂ ਦੀ ਡਿਗਰੀ ਇੱਕ ਹੈ। ਡਿਗਰੀ ਇੱਕ ਦੇ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਰੇਖਿਕ ਬਹੁਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਹੋਰ ਰੇਖਿਕ ਬਹੁਪਦ ਹਨ $2x - 1$, $\sqrt{2}y + 1$, $2 - u$। ਹੁਣ, x ਵਿੱਚ 3 ਪਦਾਂ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਰੇਖਿਕ ਬਹੁਪਦ ਲੱਭਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ? ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਨਹੀਂ ਲੱਭ ਸਕੋਗੇ ਕਿਉਂਕਿ x **ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਰੇਖਿਕ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੋ ਪਦ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ,** x **ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਰੇਖਿਕ ਬਹੁਪਦ** $ax + b$ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ, ਜਿੱਥੇ a ਅਤੇ b ਸਥਿਰ ਹਨ ਅਤੇ $a \neq 0$ (ਕਿਉਂ?)। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $ay + b$ y ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਰੇਖਿਕ ਬਹੁਪਦ ਹੈ।

ਹੁਣ ਬਹੁਪਦਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

$$2x^2 + 5,\ 5x^2 + 3x + \pi,\ x^2 \text{ ਅਤੇ } x^2 + \frac{2}{5}x$$

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸਹਿਮਤ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਸਾਰੇ ਡਿਗਰੀ ਦੋ ਦੇ ਹਨ? ਡਿਗਰੀ ਦੋ ਦੇ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇੱਕ ਦੋਹਰੀ ਬਹੁਪਦ। ਇੱਕ ਦੋਹਰੀ ਬਹੁਪਦ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ $5 - y^2$, $4y + 5y^2$ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਅਤੇ $6 - y - y^2$ ਹਨ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਨਾਲ ਇੱਕ ਦੋਹਰੀ ਬਹੁਪਦ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਪਦਾਂ ਦੇ ਹਨ? ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 3 ਪਦਾਂ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਕੁਝ ਹੋਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਬਹੁਪਦ ਸੂਚੀਬੱਧ ਕਰਦੇ ਹੋ, ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ x **ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਚਤੁਰਭੁਜ ਬਹੁਪਦ** $ax^2 + bx + c$ ਰੂਪ ਦਾ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ $a \neq 0$ ਅਤੇ a, b, c **ਸਥਿਰ ਹਨ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ,** y ਵਿੱਚ ਚਤੁਰਭੁਜ ਬਹੁਪਦ $ay^2 + by + c$ ਰੂਪ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ, ਬਸ਼ਰਤੇ $a \neq 0$ ਅਤੇ a, b, c ਸਥਿਰ ਹੋਣ।

ਅਸੀਂ ਡਿਗਰੀ ਤਿੰਨ ਦੇ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਘਣ ਬਹੁਪਦ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। $2x^3 + 4x^2 + 6x + 7$ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ। ਕਿਵੇਂ x ਵਿੱਚ ਘਣ ਬਹੁਪਦ $4x^3$ ਹਨ, $2x^3 + 1$, $5x^3 + x^2$, $6x^3 - x$, $6 - x^3$, ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਘਣ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਸ਼ਬਦ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ? ਇਸ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 4 ਸ਼ਬਦ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ $a \neq 0$ ਅਤੇ a, b, c ਅਤੇ d ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹਨ।

ਹੁਣ, ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਡਿਗਰੀ 1, ਡਿਗਰੀ 2, ਜਾਂ ਡਿਗਰੀ 3 ਦਾ ਬਹੁਪਦ ਕਿਵੇਂ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦਾ ਹੈ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆ n ਲਈ **ਡਿਗਰੀ** n **ਦੇ ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਡਿਗਰੀ** n **ਦੇ ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ** x **ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ** ਰੂਪ ਦੀ ਇੱਕ ਪ੍ਰਗਟਾਵਾ ਹੈ।

$$\text{ਇੱਕ}^{\text{ਐਨ}} + \text{ਇੱਕ}_{-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

x ਜਿੱਥੇ $a_0, a_1, a_2, \ldots$, ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ ਇੱਕ $\neq 0$ ਹੈ।

ਖਾਸ ਕਰਕੇ, ਜੇਕਰ $a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = \ldots = a_n = 0$ (ਸਾਰੇ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ), ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਬਹੁਪਦ ਮਿਲਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਨੂੰ 0 ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜ਼ੀਰੋ ਬਹੁਪਦ ਦੀ ਡਿਗਰੀ ਕੀ ਹੈ?
ਜ਼ੀਰੋ ਬਹੁਪਦ ਦੀ ਡਿਗਰੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਹੀ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਬਹੁਪਦੀਆਂ ਨਾਲ ਨਜਿੱਠਿਆ ਹੈ। ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵੇਰੀਏਬਲਾਂ ਵਿੱਚ ਬਹੁਪਦ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, $x^2 + y^2 + xyz$ (ਜਿੱਥੇ ਵੇਰੀਏਬਲ x, y ਅਤੇ z ਹਨ) ਤਿੰਨ ਵੇਰੀਏਬਲਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $p^2 + q^{10} + r$ (ਜਿੱਥੇ ਵੇਰੀਏਬਲ ਕ੍ਰਮਵਾਰ p, q ਅਤੇ r ਹਨ), $u^3 + v^2$ (ਜਿੱਥੇ ਵੇਰੀਏਬਲ u ਅਤੇ v ਹਨ) ਬਹੁਪਦੀਆਂ ਹਨ) ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਤਿੰਨ ਅਤੇ ਦੋ ਵੇਰੀਏਬਲ ਹਨ। ਤੁਸੀਂ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੇ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਵਿਸਥਾਰ ਵਿੱਚ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋਗੇ।

ਅਭਿਆਸ 2.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਬਹੁਪਦ ਹਨ ਅਤੇ ਕਿਹੜੀਆਂ ਨਹੀਂ ਹਨ? ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦੇ ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।

(i) $4x^2 - 3x + 7$ (ii) $y^2 + \sqrt{2}$ (iii) $3\sqrt{t} + t\sqrt{2}$ (iv) ਅਤੇ + $\frac{2}{\text{ਅਤੇ}}$

(v) $x^{10} + y^3 + t^{50}$

2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ x^2 ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਲਿਖੋ :

(i) $2 + x^2 +$ ਐਕਸ (ii) $2 - x^2 + x^3$ (iii) $\frac{\pi}{2}x^2 + x$ (iv) $\sqrt{2}x - 1$

3. ਡਿਗਰੀ 35 ਦੇ ਦੋਪਦੀ ਅਤੇ ਡਿਗਰੀ 100 ਦੇ ਇੱਕਪਦੀ ਦੀ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ ਦਿਓ।

4. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਰੇਕ ਬਹੁਪਦ ਦੀ ਡਿਗਰੀ ਲਿਖੋ:

(i) $5x^3 + 4x^2 + 7x$ (ii) $4 - y^2$

(iii) $5t - \sqrt{7}$ (iv) 3

5. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨੂੰ ਰੇਖਿਕ, ਚਤੁਰਭੁਜ ਅਤੇ ਘਣ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸ਼੍ਰੇਣੀਬੱਧ ਕਰੋ:

(i) $x^2 +$ ਐਕਸ (ii) $x - x^3$ (iii) $y + y^2 + 4$ (iv) $1 + x$ (v) $3t$ (vi) r^2 (vii) $7x^3$

2.3 ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ

ਬਹੁਪਦ $p(x) = 5x^3 - 2x^2 + 3x - 2$ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ $p(x)$ ਵਿੱਚ ਹਰ ਥਾਂ x ਨੂੰ 1 ਨਾਲ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ $p(1) = 5 \times (1)^3 - 2 \times (1)^2 + 3 \times (1) - 2$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

$= 5 - 2 + 3 - 2$

$= 4$

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $x = 1$ ਤੇ $p(x)$ ਦਾ ਮੁੱਲ 4 ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $p(0) = 5(0)^3 - 2(0)^2 + 3(0) - 2$

$= -2$

ਕੀ ਤੁਸੀਂ $p(-1)$ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ?

ਉਦਾਹਰਣ 2: ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹਰੇਕ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੇਰੀਏਬਲ ਦੇ ਦਰਸਾਏ ਮੁੱਲ 'ਤੇ ਲੱਭੋ:

(i) $p(x) = 5x^2 - 3x + 7$ ਤੇ $x = 1$ ।

(ii) $q(y) = 3y^3 - 4y + \sqrt{11}$ ਤੇ $y = 2$ ।

(iii) $p(t) = 4t^4 + 5t^3 - t^2 + 6$ ਤੇ $t = a$ ।

ਹੱਲ: (i) $p(x) = 5x^2 - 3x + 7$

$x = 1$ ਤੇ ਬਹੁਪਦ $p(x)$ ਦਾ ਮੁੱਲ $p(1) = 5(1)2 – 3(1) + 7$ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

$= 5 – 3 + 7 = 9$

(ii) $q(y) = 3y^3$ – 4 ਸਾਲ + $\sqrt{11}$

$y = 2$ ਤੇ ਬਹੁਪਦ $q(y)$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ:

$q(2) = 3(2)3 – 4(2) + 11 = 24 \sqrt{8} + 11 = 16 + 11 \sqrt{} \sqrt{}$

(iii) $p(t) = 4t\ 4 + 5t\ 3$ – ਟੀ2 + 6

$t = a$ ਤੇ ਬਹੁਪਦ $p(t)$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ:

$p(a) = 4a\ 4 + 5a\ 3$ - ਇੱਕ 2 + 6

ਹੁਣ, ਬਹੁਪਦ $p(x) = x – 1$ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

$p(1)$ ਕੀ ਹੈ ? ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ : $p(1) = 1 – 1 = 0$।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ $p(1) = 0$, ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1 ਬਹੁਪਦ $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਤੁਸੀਂ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ 2 $q(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ $q(x) = x – 2$ ਹੈ।

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ $p(x)$ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ c ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $p(c) = 0$।

ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਬਹੁਪਦ $x – 1$ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ 0 ਨਾਲ ਬਰਾਬਰ ਕਰਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ, $x – 1 = 0$, ਜੋ ਕਿ $x = 1$ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $p(x) = 0$ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਅਤੇ 1 ਬਹੁਪਦ ਸਮੀਕਰਨ $p(x) = 0$ ਦਾ ਮੂਲ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1 ਬਹੁਪਦ $x – 1$ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ, ਜਾਂ ਬਹੁਪਦ ਸਮੀਕਰਨ $x – 1 = 0$ ਦਾ ਮੂਲ ਹੈ ।

ਹੁਣ, ਸਥਿਰ ਬਹੁਪਦ 5 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਸਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਕੀ ਹੈ? ਇਸਦਾ ਕੋਈ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ x ਨੂੰ $5x$ 0 ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਵੀ ਸਾਨੂੰ 5 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਦਰਅਸਲ, ਇੱਕ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਸਥਿਰ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਕੋਈ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਜ਼ੀਰੋ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਬਾਰੇ ਕੀ? ਪਰੰਪਰਾ ਅਨੁਸਾਰ, ਹਰ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਜ਼ੀਰੋ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 3: ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ –2 ਅਤੇ 2 ਬਹੁਪਦ $x + 2$ ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ $p(x) = x + 2$।

ਫਿਰ $p(2) = 2 + 2 = 4$, $p(–2) = –2 + 2 = 0$ ਇਸ ਲਈ, –2 ਬਹੁਪਦ

$x + 2$ ਦਾ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ, ਪਰ 2 ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 4: ਬਹੁਪਦ $p(x) = 2x + 1$ ਦਾ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਲੱਭੋ।

ਹੱਲ: $p(x)$ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਲੱਭਣਾ , ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ।

$$p(x) = 0$$

ਹੁਣ, $2x + 1 = 0$ ਸਾਨੂੰ $x = -\frac{1}{2}$ ਦਿੰਦਾ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ, $-\frac{1}{2}$ ਬਹੁਪਦ $2x + 1$ ਦਾ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।

ਹੁਣ, ਜੇਕਰ $p(x) = ax + b$, $a \neq 0$, ਇੱਕ ਰੇਖਿਕ ਬਹੁਪਦ ਹੈ, ਤਾਂ ਅਸੀ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਕਿਵੇਂ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹਾਂ $p(x)$? ਉਦਾਹਰਣ 4 ਨੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੁਝ ਵਿਚਾਰ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਬਹੁਪਦ $p(x)$ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਲੱਭਣਾ , ਬਹੁਪਦ ਸਮੀਕਰਨ $p(x) = 0$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਹੁਣ, $p(x) = 0$ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕੁਹਾੜਾ + $b = 0$, $a \neq 0$

ਇਸ ਲਈ, ਕੁਹਾੜਾ = $-b$

ਯਾਨੀ, $x = -\frac{ਅ}{ਏ}$.

ਇਸ ਲਈ, $x = -\frac{ਅ}{ਏ}$ $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕੋ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ , ਭਾਵ, ਇੱਕ ਰੇਖਿਕ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਅਤੇ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1 x – 1 ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ , ਅਤੇ –2 x + 2 ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ।

ਉਦਾਹਰਨ 5: ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ 2 ਅਤੇ 0 ਬਹੁਪਦ x^2 - 2 ਗੁਣਾ। ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ।

ਹੱਲ: ਆਓ ਪੀ(ਐਕਸ) = ਐਕਸ^2 - $2x$

ਫਿਰ ਪੀ(2) = $2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

ਅਤੇ $p(0) = 0 - 0 = 0$

ਇਸ ਲਈ, 2 ਅਤੇ 0 ਦੋਵੇਂ ਬਹੁਪਦ x^2 - 2 ਗੁਣਾ। ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ।

ਆਓ ਹੁਣ ਆਪਣੇ ਨਿਰੀਖਣਾਂ ਨੂੰ ਸੂਚੀਬੱਧ ਕਰੀਏ:

(i) ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ 0 ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(ii) 0 ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(iii) ਹਰੇਕ ਰੇਖਿਕ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਅਤੇ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(iv) ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।

ਅਭਿਆਸ 2.2

1. ਬਹੁਪਦ $5x - 4x^2 + 3$ ਵਜੇ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

(i) $x = 0$ (ii) $x = -1$ (iii) $x = 2$

2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਰੇਕ ਬਹੁਪਦ ਲਈ $p(0)$, $p(1)$ ਅਤੇ $p(2)$ ਲੱਭੋ :

(i) $p(y) = y^2$ – ਅਤੇ + 1 (ii) $p(t) = 2 + t + 2t^2$ – ਟੀ3

(iii) $p(x) = x^3$ (iv) $p(x) = (x - 1)(x + 1)$

3. ਇਹ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ, ਜੋ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਹਨ।

(i) $p(x) = 3x + 1, x = -\frac{1}{3}$ (ii) $p(x) = 5x - \pi, x = \frac{4}{5}$

(iii) $p(x) = x^2 - 1, x = 1, -1$ (iv) $p(x) = (x + 1)(x - 2), x = -1, 2$

(v) $p(x) = x^2, x = 0$ (vi) $p(x) = lx + m, x = -\frac{m}{l}$

(vii) $p(x) = 3x^2 - 1, x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$ (viii) $p(x) = 2x + 1, x = \frac{1}{2}$

4. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਰੇਕ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਪਤਾ ਕਰੋ: (i) $p(x) = x + 5$ (iii) $p(x) = 2x + 5$ (iv) $p(x) = 3x - 2$ (vi) $p(x) = ax, a \neq 0$ (vii) $p(x) = cx + d, c \neq 0, c, d$ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

$p(x) = 3x$

2.4 ਬਹੁਪਦਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡੀਕਰਨ

ਆਓ ਹੁਣ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਣ 10 ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਹੋਰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਵੇਖੀਏ। ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਉਂਕਿ $q\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$, $(2t + 1)$ $q(t)$ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ , ਭਾਵ, $q(t) = (2t + 1)\,g(t)$

ਬਾਕੀ, $q\left(-\frac{1}{2}\right)$

ਕੁਝ ਬਹੁਪਦ $g(t)$ ਲਈ। ਇਹ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦਾ ਇੱਕ ਖਾਸ ਮਾਮਲਾ ਹੈ।

ਗੁਣਨਖੰਡ ਪ੍ਰਮੇਯ: ਜੇਕਰ $p(x)$ ਡਿਗਰੀ $n > 1$ ਦਾ ਬਹੁਪਦ ਹੈ ਅਤੇ a ਕੋਈ ਵੀ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਤਾਂ (i) $x - a$ $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ , ਜੇਕਰ $p(a) = 0$ ਹੈ, ਅਤੇ (ii) $p(a) = 0$ ਹੈ, ਜੇਕਰ $x - a$ $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਖੰਡ ਹੈ ।

ਸਬੂਤ: ਬਾਕੀ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੁਆਰਾ, $p(x)=(x - a)\,q(x) + p(a)$।

(i) ਜੇਕਰ $p(a) = 0$ ਹੈ, ਤਾਂ $p(x) = (x - a)\,q(x)$, ਜੋ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ $x - a$, $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਕ ਹੈ । (ii) ਕਿਉਂਕਿ $x - a$, $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਕ ਹੈ , ਇਸ ਲਈ $p(x) = (x - a)\,g(x)$ ਉਸੇ ਬਹੁਪਦ $g(x)$ ਲਈ।

ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, $p(a) = (a - a)\,g(a) = 0$।

ਉਦਾਹਰਣ 6: ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ $x + 2$, $x^3 + 3x^2 + 5x + 6$ ਅਤੇ $2x + 4$ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ ।

ਹੱਲ: $x + 2$ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ -2 ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ $p(x) = x^3 + 3x^2 + 5x + 6$ ਅਤੇ $s(x) = 2x + 4$

ਫਿਰ, $p(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 + 5(-2) + 6$

$= -8 + 12 - 10 + 6$

$= 0$

ਇਸ ਲਈ, ਫੈਕਟਰ ਥਿਊਰਮ ਦੁਆਰਾ, x + 2 x ਦਾ ਇੱਕ ਫੈਕਟਰ ਹੈ । ਫਿਰ, s(–2) = 2(– 3 + 3 ਗੁਣਾ2 + 5x + 6।

2) + 4 = 0 ਇਸ ਲਈ, x + 2 2x + 4 ਦਾ ਇੱਕ ਫੈਕਟਰ ਹੈ । ਦਰਅਸਲ, ਤੁਸੀ ਫੈਕਟਰ ਥਿਊਰਮ ਨੂੰ

ਲਾਗੂ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ ਇਸਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਕਿਉਂਕਿ 2x + 4 = 2(x + 2)।

ਉਦਾਹਰਣ 7: k ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ , ਜੇਕਰ x – 1 4x ਦਾ ਗੁਣਜ ਹੈ । 3 + 3 ਗੁਣਾ2 – 4x + ਕੇ.

ਹੱਲ: ਕਿਉਂਕਿ x – 1, p(x) = 4x ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ। 3 + 3 ਗੁਣਾ2 – 4x + k, p(1) = 0 p(1) =

ਹੁਣ, 4(1)3 + 3(1)2 – 4(1) + k

ਇਸ 4 + 3 – 4 + k = 0

ਲਈ, k = –3

ਭਾਵ, ਅਸੀ ਹੁਣ ਡਿਗਰੀ 2 ਅਤੇ 3 ਦੇ ਕੁਝ ਬਹੁਪਦਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡਨ ਕਰਨ ਲਈ ਫੈਕਟਰ ਥਿਊਰਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ।

ਤੁਸੀ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ 2 + lx + m ਵਰਗੇ ਦੋਹਰਾ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਨ ਤੋਂ ਜਾਣੂ ਹੋ । ਤੁਸੀ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦ lx ਨੂੰ ax + bx ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਕੇ ਇਸਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡਨ ਕੀਤਾ ਸੀ ਤਾਂ ਜੋ ab = m। ਫਿਰ x 2 + lx + ਐਕਸm = (x + a) (x + b)। ਹੁਣ ਅਸੀ ax2 + bx + c ਕਿਸਮ ਦੇ ਦੋਹਰਾ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਨ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਾਂਗੇ , ਜਿੱਥੇ a ≠ 0 ਅਤੇ a, b, c ਸਥਿਰ ਹਨ।

ਬਹੁਪਦ ax2 + bx + c ਦਾ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦ ਨੂੰ ਵੰਡ ਕੇ ਗੁਣਨਖੰਡੀਕਰਨ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ:

$\frac{3x^2}{\text{ਐਕਸ}}$ = 3x = ਭਾਗਫਲ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਪਦ

ਮੰਨ ਲਓ ਇਸਦੇ ਗੁਣਕ (px + q) ਅਤੇ (rx + s) ਹਨ। ਫਿਰ ax2 + bx + c = (px + q)

(rx + s) = pr x2 + (ps + qr) x + qs

x ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, x ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਦੀ ਤੁਲਨਾ 2, ਸਾਨੂੰ a = pr ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

ਕਰਨ 'ਤੇ , ਸਾਨੂੰ b = ps + qr ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

ਅਤੇ, ਸਥਿਰ ਪਦਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ c = qs ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ b ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ps ਅਤੇ qr ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ , ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ (ps)(qr) = (pr)(qs) = ac ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ax2 + bx + c ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਕਰਨ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ b ਨੂੰ ਦੋ ਦੇ ਜੋੜ ਵਜੋਂ ਲਿਖਣਾ ਪਵੇਗਾ ।

ਉਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ac ਹੈ। ਇਹ ਉਦਾਹਰਣ 13 ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੋਵੇਗਾ।

ਉਦਾਹਰਨ 8: ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦ ਨੂੰ ਵੰਡ ਕੇ, ਅਤੇ ਫੈਕਟਰ ਥਿਊਰਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ 6x 2 + 17x + 5 ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਣਾਓ ।

ਹੱਲ 1: (ਵੰਡਣ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ): ਜੇਕਰ ਅਸੀ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ p ਅਤੇ q ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ p + q = 17 ਅਤੇ pq = 6 × 5 = 30, ਤਾਂ ਅਸੀ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਤਾਂ, ਆਓ 30 ਦੇ ਕਾਰਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕਰੀਏ। ਕੁਝ 1 ਅਤੇ 30, 2 ਅਤੇ 15, 3 ਅਤੇ 10, 5 ਅਤੇ 6 ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ, 2 ਅਤੇ 15 ਸਾਨੂੰ p + q = 17 ਦੇਣਗੇ।

ਇਸ ਲਈ, $6x^2 + 17x + 5 = 6x^2 + (2 + 15)x + 5$

$= 6x^2 + 2x + 15x + 5$

$= 2x(3x + 1) + 5(3x + 1)$

$= (3x + 1)(2x + 5)$

ਹੱਲ 2: (ਫੈਕਟਰ ਥਿਊਰਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ)

$6x^2 + 17x + 5 = 6\left(x^2 + \frac{17}{6}x + \frac{5}{6}\right) = 6\,p(x)$, ਮੰਨ ਲਓ। ਜੇਕਰ a ਅਤੇ b $p(x)$ ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ , ਤਾਂ

$6x^2 + 17x + 5 = 6(x - a)(x - b)$। ਇਸ ਲਈ, $ab = \frac{5}{6}$. ਆਓ ਆਪਾਂ ਕੁਝ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ 'ਤੇ ਨਜ਼ਰ ਮਾਰੀਏ ਅਤੇ

ਅ. ਉਹ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ $\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{5}{3}, \pm\frac{5}{2}, \pm 1$. ਹੁਣ, $p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{17}{6}\cdot\frac{1}{2} + \frac{5}{6} \neq 0$. ਪਰ

$p\left(\frac{-1}{3}\right) = 0$। ਇਸ ਲਈ, $\left(x + \frac{1}{3}\right)$ $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ । ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਪਰਖ ਦੁਆਰਾ, ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ

$\left(x + \frac{5}{2}\right)$ $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ ।

ਇਸ ਲਈ, $6x^2 + 17x + 5 = 6\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{5}{2}\right)$

$= 6\left(\frac{3x + 1}{3}\right)\left(\frac{2x + 5}{2}\right)$

$= (3x + 1)(2x + 5)$

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ, ਵੰਡਣ ਦੇ ਢੰਗ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਵਧੇਰੇ ਕੁਸ਼ਲ ਜਾਪਦੀ ਹੈ। ਹਾਲਾਂਕਿ, ਆਓ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 9: $y^2 - 5y + 6$ ਨੂੰ ਗੁਣਨਖੰਡਿਤ ਕਰੋ – ਫੈਕਟਰ ਥਿਊਰਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ $p(y) = y^2 - 5y + 6$. ਹੁਣ, ਜੇਕਰ $p(y) = (y - a)(y - b)$, ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਸਥਿਰ ਪਦ ab ਹੋਵੇਗਾ । ਇਸ ਲਈ, $ab = 6$। ਇਸ ਲਈ, $p(y)$ ਦੇ ਕਾਰਕਾਂ ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਲਈ , ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ 6 ਦੇ ਕਾਰਕ।

6 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ 1, 2 ਅਤੇ 3 ਹਨ।

ਹੁਣ, $p(2) = 2^2 - (5 \times 2) + 6 = 0$

ਇਸ ਲਈ, $y - 2$ $p(y)$ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ ।

ਨਾਲ ਹੀ, $p(3) = 3^2 – (5 × 3) + 6 = 0$

ਇਸ ਲਈ, $y – 3$ ਵੀ y ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ। ^{2} – 5 ਸਾਲ + 6।

ਇਸ ਲਈ, $y^2 – 5y + 6 = (y – 2)(y – 3)$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ $y^2 – 5y + 6$ ਨੂੰ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦ $–5y$ ਨੂੰ ਵੰਡ ਕੇ ਵੀ ਗੁਣਨਖੰਡਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ, ਆਓ ਅਸੀ ਘਣ ਬਹੁਪਦਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡੀਕਰਨ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ। ਇੱਥੇ, ਵੰਡਣ ਦਾ ਤਰੀਕਾ ਸੁਰੂ ਕਰਨ ਲਈ ਢੁਕਵਾਂ ਨਹੀ ਹੋਵੇਗਾ। ਸਾਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਗੁਣਕ ਲੱਭਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਣ ਵਿੱਚ ਦੇਖੋਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 10: $x^3 – 23x^2 + 142x – 120$ ਨੂੰ ਗੁਣਨਖੰਡਿਤ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ $p(x) = x^3 – 23x^2 + 142x – 120$

ਹੁਣ ਅਸੀ -120 ਦੇ ਸਾਰੇ ਕਾਰਕਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕਰਾਂਗੇ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਹਨ $±1, ±2, ±3,$

$±4, ±5, ±6, ±8, ±10, ±12, ±15, ±20, ±24, ±30, ±60$।

ਪਰਖ ਦੁਆਰਾ, ਅਸੀ ਪਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $p(1) = 0$ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $x – 1$ $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਕ ਹੈ ।

ਹੁਣ ਅਸੀ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $x^3 – 23x^2 + 142x – 120 = x^3 – x^2 – 22x^2 + 22x + 120x – 120$

$= x^2(x –1) – 22x(x – 1) + 120(x – 1)$ (ਕਿਉਂ?)

$= (x – 1)(x^2 – 22x + 120)$ [$(x – 1)$ ਆਮ ਲੈਣਾ]

ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ $p(x)$ ਨੂੰ $x – 1$ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ ਵੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਸੀ ।

ਹੁਣ $x^2 – 22x + 120$ ਫੈਕਟਰ ਨੂੰ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦ ਨੂੰ ਵੰਡ ਕੇ ਜਾਂ ਵਰਤ ਕੇ ਗੁਣਨਖੰਡਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਥਿਊਰਮ। ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦ ਨੂੰ ਵੰਡ ਕੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ:

$$x^2 – 22x + 120 = x^2 – 12x – 10x + 120$$

$$= x(x – 12) – 10(x – 12) = (x – 12)(x – 10)$$

ਇਸ ਲਈ, $x^3 – 23x^2 + 142x – 120 = (x – 1)(x – 10)(x – 12)$

ਅਭਿਆਸ 2.3

1. ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਬਹੁਪਦਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਵਿੱਚ $(x + 1)$ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ:

(i) $x^3 + x^2 + x + 1$ (ii) $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

(iii) $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1$ (iv) $x^3 – x^2 – (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$

2. ਫੈਕਟਰ ਥਿਊਰਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾਓ ਕਿ ਕੀ $g(x)$ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਰੇਕ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ $p(x)$ ਦਾ ਫੈਕਟਰ ਹੈ : (i) $p(x) = 2x^3 + x^2 – 2x – 1$, $g(x) = x + 1$

(ii) $p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$, $g(x) = x + 2$

(iii) $p(x) = x^3 - 4$ ਗੁਣਾ$^2 + x + 6$, $g(x) = x - 3$

3. ਜੇਕਰ $x - 1$ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਰੇਕ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ , ਤਾਂ k ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ : $+ x + k$

(i) $p(x) = x$ (iii) ^{2} (ii) $p(x) = 2x^2 + kx + 2$ (iv) $\sqrt{}$

$p(x) = kx2 - 2x + 1$ $\sqrt{}$ $p(x) = kx2 - 3x + k$

4. ਗੁਣਨਖੰਡ ਕਰੋ:

(i) $12x^2 - 7x + 1$ (ii) $2x^2 + 7x + 3$

(iii) $6x^2 + 5x - 6$ (iv) $3x^2 - x - 4$

5. ਗੁਣਨਖੰਡ :

(i) $x^3 + {}^3 - 2x^2 - x + 2$ (ii) $x\ 3^3 - 3$ ਗੁਣਾ$^2 - 9x - 5$

$13x$ (iii) $x^2 + 32x + 20$ $2y$ $+ y$ (iv) $^2 - 2$ ਸਾਲ $- 1$

2.5 ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਪਛਾਣਾਂ

ਆਪਣੀਆਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਕਲਾਸਾਂ ਤੋਂ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਯਾਦ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਇੱਕ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਪਛਾਣ ਇੱਕ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਜੋ ਇਸ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਵੇਰੀਏਬਲਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਮੁੱਲਾਂ ਲਈ ਸੱਚ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲੀਆਂ ਕਲਾਸਾਂ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਪਛਾਣਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ: $2 + 2xy + y$

ਪਛਾਣ I: $(x + y)^2 = x^2$

ਪਛਾਣ II: $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

ਪਛਾਣ III: x ਪਛਾਣ IV: $(x + a)^2$ - ਅਤੇ$^2 = (x + y)(x - y)$

$(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ ਤੁਸੀਂ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਨਖੰਡਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਇਹਨਾਂ

ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਪਛਾਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਵੀ ਕੀਤੀ ਹੋਵੇਗੀ। ਤੁਸੀਂ ਗਣਨਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਉਪਯੋਗਤਾ ਵੀ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਉਦਾਹਰਨ 11: ਢੁਕਵੀਆਂ ਪਛਾਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਉਤਪਾਦ ਲੱਭੋ: (ii) $(x - 3)(x + 5)$

(i) $(x + 3)(x + 3)$

ਹੱਲ: (i) ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਪਛਾਣ I ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ: $(x + y)^2$ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ = ਐਕਸ$2 + 2xy + y^2$. ਇਸ ਵਿੱਚ $y = 3$ ਪਾਉਣਾ,

$$(x + 3)(x + 3) = (x + 3)2 = x^2 + 2(x)(3) + (3)2$$

= ਐਕਸ$2 + 6x + 9$

(ii) ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਪਛਾਣ IV ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਭਾਵ, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

$5) = x^2 + 2x - 15$ $2 + (-3 + 5)x + (-3)(5)$ $(x - 3)(x +$

= ਐਕਸ

ਉਦਾਹਰਨ 12 : ਸਿੱਧੇ ਗੁਣਾ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ 105 × 106 ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:

$$105 \times 106 = (100 + 5) \times (100 + 6)$$

$= (100)2 + (5 + 6)\ (100) + (5 \times 6)$, ਪਛਾਣ $_{IV}$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ

$= 10000 + 1100 + 30$

$= 11130$

ਤੁਸੀਂ ਉੱਪਰ ਸੂਚੀਬੱਧ ਪਛਾਣਾਂ ਦੇ ਕੁਝ ਉਪਯੋਗਾਂ ਨੂੰ ਕੁਝ ਦੇ ਉਤਪਾਦ ਲੱਭਣ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਹੋਵੇਗਾ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੀਕਰਨ। ਇਹ ਪਛਾਣਾਂ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਉਪਯੋਗੀ ਹਨ। ਨਾਲ ਹੀ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਉਦਾਹਰਨ 13 : ਗੁਣਨਖੰਡ:

(i) $49_a\ 2 + 70_{ab} + 25_b\ 2$ (ii) $\frac{25\ 2}{4}_x - \frac{ਅਤੇ}{9}^2$

ਹੱਲ: (i) ਇੱਥੇ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ

49ਏ 2 $= (7_a)^2$, 25ਅ 2 $= (5ਅ)^2$, $70_{ab} = 2(7_a)\ (5_b)$

ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਗਟਾਵੇ ਦੀ ਤੁਲਨਾ $_x$ ਨਾਲ ਕਰਨਾ $2 + 2_{xy} + {}_y{}^2$, ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $_x = 7_a$ ਅਤੇ $_y = 5_b$।

ਪਛਾਣ $_I$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ

$$49_a\ 2 + 70_{ab} + 25_b\ 2 = (7_a + 5_b)^2 = (7_a + 5_b)\ (7_a + 5_b)$$

(ii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $\frac{25\ 2}{4}_{ਐਕਸ} \quad \frac{2}{ਅਤੇ\ 9} \quad \left(\frac{5}{2}_{ਐਕਸ}\right)^2 = \left(\frac{ਅਤੇ}{3}\right)^2$

ਹੁਣ ਇਸਦੀ ਤੁਲਨਾ Identity III ਨਾਲ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ

$$\frac{25}{4}_{ਐਕਸ}{}^2 \quad \frac{ਅਤੇ}{9}^2 = \left(\frac{5}{2}_{ਐਕਸ}\right)^2 \quad \left(\frac{ਅਤੇ}{3}\right)^2$$

$$= \left(\frac{5}{2}_x + y\right)\left(\frac{5}{2}_{ਐਕਸ} \quad \frac{ਅਤੇ}{3}\right)$$

ਹੁਣ ਤੱਕ, ਸਾਡੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਪਛਾਣਾਂ ਵਿੱਚ ਬਾਇਨੋਮੀਅਲ ਦੇ ਉਤਪਾਦ ਸ਼ਾਮਲ ਸਨ। ਆਓ ਹੁਣ ਪਛਾਣ ਨੂੰ ਵਧਾਉਂਦੇ ਹਾਂ $_I$ ਤੋਂ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਪਦੀ $_x + {}_y + {}_z$। ਅਸੀਂ $(_x + {}_y + {}_z)^2$ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਪਛਾਣ $_I$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ।

ਮੰਨ ਲਓ $_x + {}_y = {}_t$। ਫਿਰ,

$$(_x + {}_y + {}_z)^2 = (_t + {}_z)^2$$

$=$ ਟੀ2 $+ 2_{tz} +$ ਟੀ^{2} (ਪਛਾਣ $_I$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ)

$= (_x + {}_y)^2 + 2(_x + {}_y)_z + {}_z{}^2$ ($_t$ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਬਦਲਣਾ)

$2 = x$ $+ 2xy + y$ ^{2} $+ 2xz + 2yz + z$ ^{2} (ਪਛਾਣ I ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ)

$2 = x$ + ਅਤੇ $^{2\ 2}$ + ਨਾਲ $+ 2xy + 2yz + 2zx$ (ਸ਼ਬਦਾਂ ਨੂੰ ਮੁੜ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰਨਾ)

ਇਸ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਪਛਾਣ ਮਿਲਦੀ ਹੈ: $2 + y\ 2 + z\ 2$

ਪਛਾਣ V: $(x + y + z)^2$ = ਐਕਸ$+ 2xy + 2yz + 2zx$

ਟਿੱਪਣੀ: ਅਸੀਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਾਲੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵਾਲੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ $(x + y + z)\ 2$ ਦੇ ਵਿਸਤਾਰ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਵਰਗ ਪਦ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਗੁਣਨਫਲ ਪਦ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਣ 14 : $(3a + 4b + 5c)\ 2$ ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ: ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਵਿਅੰਜਕ ਦੀ ਤੁਲਨਾ $(x + y + z)$ ਨਾਲ ਕਰਨਾ। ^{2}, ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ

$x = 3a$, $y = 4b$ ਅਤੇ $z = 5c$।

ਇਸ ਲਈ, ਪਛਾਣ V ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ $= (3a)$ ਹੈ

$(3a + 4b + 5c)$ ^{2} ^{2} + (4ਬੀ) ^{2} $+ (5c)$ ^{2} $+ 2(3a)(4b) + 2(4b)(5c) + 2(5c)(3a)$

$= 9a\ 2 + 16b\ 2 + 25c\ 2 + 24ab + 40bc + 30ac$

ਉਦਾਹਰਨ 15 : ਫੈਲਾਓ $(4a - 2b - 3c)$ ^{2}.

ਹੱਲ: ਪਛਾਣ V ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ $= [4a + (-2b) + ($–

$(4a - 2b - 3c)$ ^{2} $3c)]2\ 2 + (-2b)\ 2 + (-3c)\ 2 + 2(4a)(-$

$2b) + 2(-2b)(-3c) + 2(-3c)(4a) = (4a)$ ਹੈ।

$= 16a\ 2 + 4b\ 2 + 9c\ 2 - 16ab + 12bc - 24ac$

ਉਦਾਹਰਨ 16 : $4x\ 2 + y\ 2 + z$ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਣਾਓ ^{2} $- 4xy - 2yz + 4xz$।

ਹੱਲ: ਸਾਡੇ ਕੋਲ $4x$ ਹੈ ^{2} + ਅਤੇ^{2} $+ z2 - 4xy - 2yz + 4xz = (2x)$ ^{2} $+ (-y) +$ ^{2} + (ਨਾਲ)^2 $+ 2(2x)(-y)$

$2(-y)(z) + 2(2x)(z)$

$= [2x + (-y) + z] = (2x - y +$ ^{2} (ਪਛਾਣ V ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ) =

$z)$ ^{2} $(2x - y + z)(2x - y + z)$

ਹੁਣ ਤੱਕ, ਅਸੀਂ ਦੂਜੀ ਡਿਗਰੀ ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਪਛਾਣਾਂ ਨਾਲ ਨਜਿੱਠਿਆ ਹੈ। ਹੁਣ ਆਓ . ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ:

ਪਛਾਣ I ਨੂੰ ਗਣਨਾ ਤੱਕ ਵਧਾਓ $(x + y)$ ^{3}

$(x + y)$ ^{3} $= (x + y)\ (x + y) = (\ x + y)(x$ ^{2}

$2 + 2xy + y = x(x\ 2 + 2xy + y$ $^2)$

$^2) + y(x\ 2 + 2xy + y$ $^2)$

$3 = x$ $+ 2x$ ^{2} $y + xy2 + x$ ^{2} $y + 2xy2 + y$ ^{3}

$3 = x$ + 3 ਗੁਣਾ^{2} $y + 3xy2 + y\ 3 + y\ 3$ ^{3}

= ਐਕਸ$+ 3xy(x + y)$

ਇਸ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਪਛਾਣ ਮਿਲਦੀ ਹੈ:

ਪਛਾਣ VI : $(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$

ਨਾਲ ਹੀ, Identity VI ਵਿੱਚ y ਨੂੰ $-y$ ਨਾਲ ਬਦਲਣ ਨਾਲ , ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ

ਪਛਾਣ VII : $(x - y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$

$= x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2$

ਉਦਾਹਰਨ 17 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਘਣਾਂ ਨੂੰ ਫੈਲੇ ਹੋਏ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ: (i) $(3a + 4b)^3$ (ii) $(5p - 3q)^3$

ਹੱਲ: (i) ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਪਦਵੀ ਦੀ ਤੁਲਨਾ $(x + y)^3$, $x = 3a$ ਅਤੇ $y = 4b$ ਨਾਲ ਕਰਨਾ। ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ

ਇਸ ਲਈ, ਪਛਾਣ VI ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਾਡੇ

ਕੋਲ ਹੈ: $(3a + 4b)^3 = (3a)^3 + (4b)^3 + 3(3a)(4b)(3a + 4b)$

$= 27a^3 + 64b^3 + 108a^2b + 144ab^2$

(ii) ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਵਿਅੰਜਕ ਦੀ ਤੁਲਨਾ $(x - y)^3$, $x = 5p$, $y = 3q$ ਨਾਲ ਕਰਨਾ। ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ

ਇਸ ਲਈ, ਪਛਾਣ VII ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ:

$(5p - 3q)^3 = (5p)^3 - (3q)^3 - 3(5p)(3q)(5p - 3q)$

$= 125p^3 - 27q^3 - 225p^2q + 135pq^2$

ਉਦਾਹਰਨ 18 : ਢੁਕਵੀਆਂ ਪਛਾਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ: (i) $(104)^3$

(ii) $(999)^3$

ਹੱਲ: (i) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

$(104)^3 = (100 + 4)^3$

$= (100)^3 + (4)^3 + 3(100)(4)(100 + 4)$

(ਪਛਾਣ VI ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ)

$= 1000000 + 64 + 124800$

$= 1124864$

(ii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

$(999)^3 = (1000 - 1)^3$

$= (1000)^3 - (1)^3 - 3(1000)(1)(1000 - 1)$

(ਪਛਾਣ VII ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ)

$= 1000000000 - 1 - 2997000$

$= 997002999$

ਉਦਾਹਰਨ 19 : 8_x ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡੀਕਰਨ ਕਰੋ ^{3} + 27 ਸਾਲ ^{3} + 36_x ^{2} $_y$ + $54_{xy}2$

ਹੱਲ: ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ (2_x) 3 + (3_y) 3 +

$3(4_x = (2_x)\ 3 + (3_y)\ 3 + \ ^2)(3_y) + 3(2_x)(9_y)\ ^2)$

$3(2_x)\ ^2(3_y) + 3(2_x)(3_y)\ ^2$

$= (2_x + 3_y)\ ^3$ (ਪਛਾਣ $_{VI}$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ)

$= (2_x + 3_y)(2_x + 3_y)(2_x + 3_y)$

ਹੁਣ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ $(_x + _y + _z)(_x$ ^{2} + ਅਤੇ ^{2} + ਨਾਲ ^{2} $- _{xy} - _{yz} - _{zx})$

ਫੈਲਾਉਣ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਉਤਪਾਦ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮਿਲਦਾ ਹੈ

$2 + \ 2 + _y 2 + _z\ _x(_x\ ^2 - _{yz} - _{zx}) + _y(_x\ 2 + _y 2 + _z - _{xy}\ ^2 - _{xy} - _{yz} - _{zx})$

$- _{xy}2\ 2 + _z + _z(_x 3 + _{yz}2\ ^2 - _{yz} - _{zx}) = _x\ 3 + _{xy}2 + _{xz} - _{xy}\ ^2 - _x 2_y - _{xyz} - _{zx}2 + _x 2_y$

$_y + _y\ ^2\ _z - _{xyz} + _x 3 + _y\ ^2\ _z + _y\ ^2$ ਨਾਲ + ਨਾਲ ^{3} $- _{xyz} - _{yz}2 - _{xz}2$

= ਐਕਸ3 + $_z$ ^{3} $- 3_{xyz}$ (ਸਰਲੀਕਰਨ 'ਤੇ)

ਇਸ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਪਛਾਣ ਮਿਲਦੀ ਹੈ:

ਪਛਾਣ $_{VIII}$: $_x$ ^{3} + ਅਤੇ $^{3\ 3}$ + ਨਾਲ $- 3_{xyz} = (_x + _y + _z)(_x\ ^2$ + ਅਤੇ ^{2} 2 + ਨਾਲ $- _{xy} - _{yz} - _{zx})$

ਉਦਾਹਰਨ 20 : ਗੁਣਨਖੰਡਿਤ ਕਰੋ: 8_x ^{3} + ਅਤੇ ^{3} + 27_z ^{3} - 18_{xyz}

ਹੱਲ: ਇੱਥੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

$8_x\ 3 + _y 3 + 27_z 3 - 18_{xyz} 3 + _y 3 +$

$_y + 3_z)\quad (3_z) = (2_x) = (2_x +\ ^3 - 3(2_x)(_y)(3_z)$

$[(2_x)\ 2 + _y 2 + (3_z) = (2_x + _y + 3_z)\ (4_x 2 + _y 2 + 9_x\ ^2 - (2_x)(_y) - (_y)(3_z) - (2_x)(3_z)]$

$3_z - 2_x 3_z - 2_x 3_z)$

ਅਭਿਆਸ 2.4

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਉਤਪਾਦਾਂ ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਲਈ ਢੁਕਵੀਆਂ ਪਛਾਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ:

   ($_i$) $(_x + 4)\ (_x + 10)$ ($_{ii}$) $(_x + 8)\ (_x - 10)$ ($_{iii}$) $(3_x + 4)\ (3_x - 5)$

   ($_{iv}$) (ਅਤੇ ^{2} + $\frac{3}{2)}$) (ਅਤੇ ^{2} $\frac{3}{2}$) ($_v$) $(3 - 2_x)\ (3 + 2_x)$

2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਉਤਪਾਦਾਂ ਦਾ ਸਿੱਧਾ ਗੁਣਾ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ:

   ($_i$) 103 × 107 ($_{ii}$) 95 × 96 ($_{iii}$) 104 × 96

3. ਢੁਕਵੀਆਂ ਪਛਾਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਗੁਣਨਖੰਡਿਤ ਕਰੋ:

   ($_i$) $9_x\ ^2 + 6_{xy} + _y\ ^2$ ($_{ii}$) 4 ਸਾਲ ^{2} $- 4_y + 1$ ($_{iii}$) $_x\ ^2$ $\frac{2}{\text{ਅਤੇ } 100}$

4. ਢੁਕਵੀਆਂ ਪਛਾਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਵਿਸਤਾਰ ਕਰੋ: (ii) $(2x - y + z)^2$

(i) $(x + 2y + 4z)^2$ (iii) $(-2x + 3y + 2z)^2$

(iv) $(3a - 7b - c)^2$ (v) $(-2x + 5y - 3z)^2$ (vi) ਅਬ $\left[\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + 1\right]^2$

5. ਗੁਣਨਖੰਡ:

(i) $4x^2$ + 9 ਸਾਲ^2 + $16z^2 + 12xy - 24yz - 16xz$

(ii) $2x^2$ + ਅਤੇ^{2} + $8z^2 - 2\sqrt{2}xy + 4\sqrt{2}yz - 8xz$

6. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਘਣਾਂ ਨੂੰ ਫੈਲੇ ਹੋਏ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ:

(i) $(2x + 1)^3$ (ii) $(2a - 3b)^3$ (iii) $\left[\frac{3}{2}x + 1\right]^3$ (iv) $\left[x - \frac{2}{3}y\right]^3$

7. ਢੁਕਵੀਆਂ ਪਛਾਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ: (i) $(99)^3$ (ii) $(102)^3$ (iii) $(998)^3$

8. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਣਾਓ: (i) $8a^3 + b^3 + 12a^2b + 6ab^2$ (ii) $8a^3 - b^3 - 12a^2b + 6ab^2$ (iii) $27 - 125a^3 - 135a + 225a^2$ (iv) $64a^3 - 27b^3 - 144a^2b + 108ab^2$

(v) $27p^3 - \frac{1}{216} - \frac{9}{2}$ ਪੰਨਾ$^2 + \frac{1}{4}$ ਪੀ

9. ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰੋ: (i) $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ (ii) $x^3 - $ ਅਤੇ$^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

10. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਣਾਓ: (i) $27y^3 + 125z^3$ (ii) $64m^3 - 343n^3$

[ਸੰਕੇਤ: ਪ੍ਰਸ਼ਨ 9 ਵੇਖੋ।]

11. ਗੁਣਨਖੰਡ ਕਰੋ: $27x^3 + y^3 + z^3 - 9xyz$

12. ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2}(x + y + z)\left[(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\right]$ ਐਜ਼

13. ਜੇਕਰ $x + y + z = 0$ ਹੈ, ਤਾਂ ਦਿਖਾਓ ਕਿ $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$।

14. ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਘਣਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ, ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭੋ: (i) $(-12)^3 + (7)^3 + (5)^3$ (ii) $(28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3$

15. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਲਈ ਸੰਭਵ ਸਮੀਕਰਨ ਦਿਓ।
ਆਇਤਕਾਰ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ:

(i)	(ii)
ਖੇਤਰ: $25a^2 - 35a + 12$	ਖੇਤਰਫਲ: 35 ਸਾਲ^2 + 13 ਸਾਲ −12

16. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਘਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਲਈ ਸੰਭਾਵਿਤ ਸਮੀਕਰਨ ਕੀ ਹਨ?

ਵਾਲੀਅਮ: $3x^2 - 12$ ਗੁਣਾ	ਵਾਲੀਅਮ: $12ky^2 + 8ky - 20k$
(i)	(ii)

2.6 ਸੰਖੇਪ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨੁਕਤਿਆਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ: 1. ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ x ਵਿੱਚ ਇੱਕ

ਬਹੁਪਦ $p(x)$ ਰੂਪ ਦੇ x ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ

$p(x)$ = ਇੱਕ x^n + ਇੱਕ$-1\,x^{\text{ਐਨ}-1}$ + . . . + $a_2x^2 + a_1x + a_0$,

ਜਿੱਥੇ $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹਨ ਅਤੇ $a_n \neq 0$. $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$

ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਬਹੁਪਦ ਦੇ x ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਹਨ। ਇੱਕ x $p(x)$ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ । ^{0} $^{2\text{ਨ},\ldots}$ ਅਤੇ n ਨੂੰ ਡਿਗਰੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ

$^{\text{ਐਨ}}$, ਇੱਕ$-1\,x^{n-1}$ $\neq 0$ ਦੇ ਨਾਲ , ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਇੱਕ ਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ..., a_0 ,

2. ਇੱਕ ਪਦ ਦੇ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਇੱਕਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

3. ਦੋ ਪਦਾਂ ਦੇ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਬਾਇਨੋਮੀਅਲ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

4. ਤਿੰਨ ਪਦਾਂ ਵਾਲੇ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਪਦੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

5. ਡਿਗਰੀ ਇੱਕ ਦੇ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਰੇਖਿਕ ਬਹੁਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

6. ਡਿਗਰੀ ਦੋ ਦੇ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਬਹੁਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

7. ਡਿਗਰੀ ਤਿੰਨ ਦੇ ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਘਣ ਬਹੁਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

8. ਇੱਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ 'a' ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਜੇਕਰ $p(a) = 0$ ਹੈ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, a ਨੂੰ a ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਸਮੀਕਰਨ $p(x) = 0$ ਦਾ ਮੂਲ ।

9. ਇੱਕ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਰੇਖਿਕ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇੱਕ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਸਥਿਰ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਕੋਈ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਜ਼ੀਰੋ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

10. ਫੈਕਟਰ ਥਿਊਰਮ: $x - a$ ਬਹੁਪਦ $p(x)$ ਦਾ ਇੱਕ ਫੈਕਟਰ ਹੈ, ਜੇਕਰ $p(a) = 0$ ਹੈ। ਨਾਲ ਹੀ, ਜੇਕਰ $x - a$ ਇੱਕ ਫੈਕਟਰ ਹੈ $p(x)$ ਦਾ , ਫਿਰ $p(a) = 0$।

11. $(x + y + z)$ 12. $(x$ $^{2\,2} = x$ + ਅਤੇ^{2} ^{2} + ਨਾਲ + $2xy + 2yz + 2zx$

+ $y)$ 13. $(x - y)$ $^3 = x$ $3 + y\,3 + 3xy(x + y)$

$^{3\,3} = x$ $3 -$ ਅਤੇ $- 3xy(x - y)$

14. $x\,3 + y\,3 + z$ ^{3} $- 3xyz = (x + y + z)\,(x$ ^{2} + ਅਤੇ^{2} 2 + ਨਾਲ $- xy - yz - zx)$