Machine Translated by Google

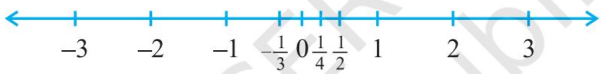
0962CH01

அத்தியாயம் 1

எண் அமைப்புகள்

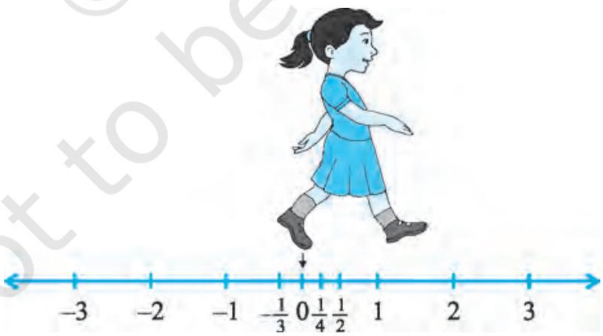
1.1 அறிமுகம்

உங்கள் முந்தைய வகுப்புகளில், எண் கோடு பற்றியும் அதில் பல்வேறு வகையான எண்களை எவ்வாறு குறிப்பது என்பது பற்றியும் நீங்கள் கற்றுக்கொண்டீர்கள் (படம் 1.1 ஐப் பார்க்கவும்).



படம் 1.1: எண் கோடு

நீங்கள் பூஜ்ஜியத்திலிருந்து தொடங்கி இந்த எண் கோட்டில் நேர்மறை திசையில் நடந்து செல்வதை கற்பனை செய்து பாருங்கள். உங்கள் கண்களுக்குத் தெரிந்தவரை, எண்கள், எண்கள் மற்றும் எண்கள் உள்ளன!



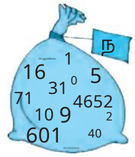
படம். 1.2

இப்போது நீங்கள் எண் கோட்டில் நடந்து, சிலவற்றைச் சேகரிக்கத் தொடங்குகிறீர்கள் என்று வைத்துக்கொள்வோம். எண்கள். அவற்றைச் சேமிக்க ஒரு பையைத் தயார் செய்யுங்கள்!

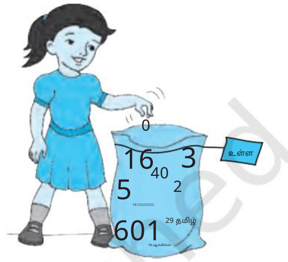
© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

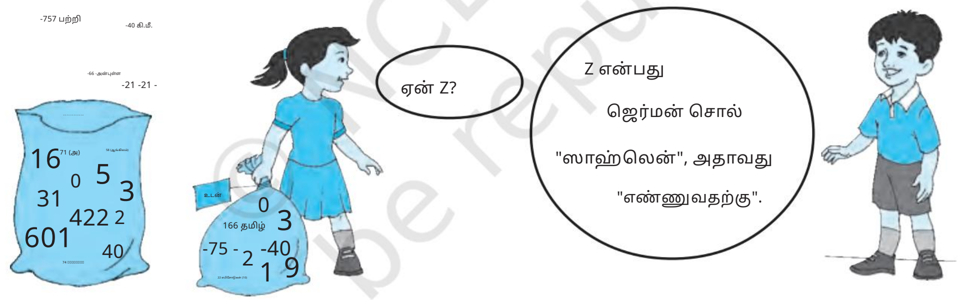
நீங்கள் 1, 2, 3 போன்ற இயற்கை எண்களை மட்டும் எடுத்துக்கொண்டு தொடங்கலாம். இந்தப் பட்டியல் என்றென்றும் நீடிக்கும் என்பது உங்களுக்குத் தெரியும். (இது ஏன் உண்மை?) எனவே, இப்போது உங்கள் பையில் எண்ணற்ற இயற்கை எண்கள் உள்ளன! இந்தத் தொகுப்பை N என்ற குறியீட்டால் குறிப்பிடுகிறோம் என்பதை நினைவில் கொள்க.



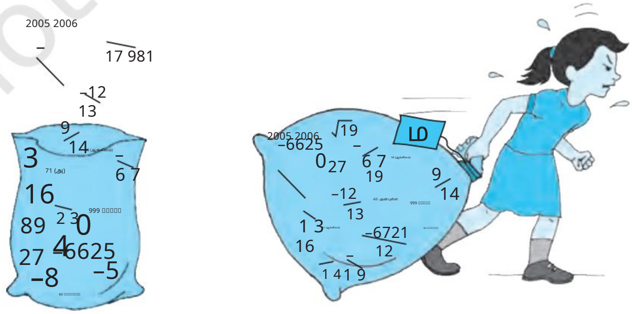
இப்போது திரும்பி திரும்பிச் சென்று, பூஜ்ஜியத்தை எடுத்து பையில் வைக்கவும். இப்போது உங்களிடம் முழு எண்களின் தொகுப்பு உள்ளது , இது W என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது.



இப்போது, உங்களுக்கு முன்னால் பல, பல எதிர்மறை முழு எண்கள் நீண்டுள்ளன. அனைத்து எதிர்மறை முழு எண்களையும் உங்கள் பையில் வைக்கவும். உங்கள் புதிய தொகுப்பு என்ன? இது அனைத்து முழு எண்களின் தொகுப்பு என்பதை நினைவில் கொள்ளுங்கள், மேலும் இது Z என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது.



இன்னும் சில எண்கள் வரிசையில் உள்ளனவா? நிச்சயமாக! எண்கள் உள்ளன, அதாவது $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, அல்லது கூட $\frac{-2005}{2006}$. நீங்கள் அத்தகைய அனைத்து எண்களையும் பையில் வைத்தால், அது இப்போது



Machine Translated by Google

விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பு . விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பு Q ஆல் குறிக்கப்படுகிறது.
'பகுத்தறிவு' என்பது 'விகிதம்' என்ற வார்த்தையிலிருந்து வருகிறது, மேலும் Q என்பது 'ஈவு' என்ற வார்த்தையிலிருந்து வருகிறது.

விகிதமுறு எண்களின் வரையறையை நீங்கள் நினைவு கூரலாம்:

'r' என்ற எண்ணை p என்ற வடிவத்தில் எழுத முடிந்தால் , அது ஒரு விகிதமுறு எண் எனப்படும் . $\frac{}{\text{கே}}$,

இங்கு p மற்றும் q ஆகியவை முழு எண்களாகவும் q ≠0 ஆகவும் உள்ளன. (நாம் ஏன் q ≠0 என்று வலியுறுத்துகிறோம்?)

இப்போது பையில் உள்ள அனைத்து எண்களையும் படிவத்தில் எழுதலாம் என்பதை கவனியுங்கள். $\frac{\text{ப}}{\text{கே}}$, எங்கே ப

மற்றும் q ஆகியவை முழு எண்கள் மற்றும் q ≠0. எடுத்துக்காட்டாக, –25 ஐ இவ்வாறு எழுதலாம் $\frac{-25}{1}$; இங்கே p = –25

மற்றும் q = 1. எனவே, விகிதமுறு எண்களில் இயற்கை எண்களும் அடங்கும், முழு எண்
எண்கள் மற்றும் முழு எண்கள்.

விகிதமுறு எண்களுக்கு தனித்துவமான பிரதிநிதித்துவம் இல்லை என்பதையும் நீங்கள் அறிவீர்கள்

படிவம் p $\frac{}{\text{கே}}$, இங்கு p மற்றும் q ஆகியவை முழு எண்களாகவும் q ≠0 ஆகவும் உள்ளன . உதாரணமாக, 2 $\frac{1}{} = \frac{2}{4} = \frac{10}{20} = \frac{25}{50\text{ மீ}}$

$= \frac{47\text{ (ஆண்கள்)}}{94\text{ (ஆங்கிலம்)}}$, இவை சமமான விகிதமுறு எண்கள் (அல்லது பின்னங்கள்). இருப்பினும்,

நாம் p என்று சொல்லும்போது $\frac{}{\text{கே}}$ ஒரு விகிதமுறு எண், அல்லது நாம் q ஐக் குறிக்கும்போது $\frac{\text{ப}}{}$ எண்ணில்

வரியில், q ≠0 என்றும் p மற்றும் q க்கு 1 தவிர வேறு எந்த பொதுவான காரணிகளும் இல்லை என்றும் கருதுகிறோம். (அதாவது, p மற்றும் q ஆகியவை இணை-பகா எண்கள்). எனவே, எண் கோட்டில், எண்ணற்ற பலவற்றில்

2 க்கு சமமான பின்னங்கள் $\frac{1}{}$, நாங்கள் அவர்கள் அனைவரையும் $\frac{1}{2}$ பிரதிநிதித்துவப்படுத்த தேர்வு செய்வோம்.

இப்போது, பல்வேறு வகையான எண்களைப் பற்றிய சில எடுத்துக்காட்டுகளைத் தீர்ப்போம், அவை நீங்கள் முந்தைய வகுப்புகளில் படித்திருக்கிறார்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 1: பின்வரும் கூற்றுகள் உண்மையா அல்லது பொய்யா? உங்கள் பதில்களுக்கான காரணங்களைக் கொடுங்கள்.

(i) ஒவ்வொரு முழு எண்ணும் ஒரு இயல் எண்.

(ii) ஒவ்வொரு முழு எண்ணும் ஒரு விகிதமுறு எண்.

(iii) ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணும் ஒரு முழு எண் ஆகும்.

தீர்வு: (i) தவறு, ஏனெனில் பூஜ்ஜியம் ஒரு முழு எண், ஆனால் அது ஒரு இயற்கை எண் அல்ல.

(ii) உண்மை, ஏனெனில் ஒவ்வொரு முழு எண் m ஐயும் விகிதமுறு எண் வடிவத்தில் $\frac{\text{மீ}}{1}$, அதனால் அது ஒரு வெளிப்படுத்தலாம்.

© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

(iii) தவறு, ஏனெனில் $\frac{5}{3}$ ஒரு முழு எண் அல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 2: 1 மற்றும் 2 க்கு இடையில் ஐந்து விகிதமுறு எண்களைக் கண்டறியவும்.

இந்தப் பிரச்சினையை நாம் குறைந்தது இரண்டு வழிகளில் அணுகலாம்.

தீர்வு 1: r மற்றும் s க்கு இடையில் ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க , நீங்கள் r ஐச் சேர்க்கலாம் மற்றும் s மற்றும் கூட்டுத்தொகையை 2 ஆல் வகுக்கவும், அதாவது $\frac{\text{ரூபாய் +}}{2}$ r மற்றும் s க்கு இடையில் உள்ளது . எனவே, $\frac{3}{2}$ ஒரு எண் 1 மற்றும் 2 க்கு இடையில். இந்த வழியில் நீங்கள் மேலும் நான்கு விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

1 மற்றும் 2 க்கு இடையில். இந்த நான்கு எண்கள் $\frac{5}{4}, \frac{11}{8}, \frac{13}{8}$ மற்றும் $\frac{7}{4}$ ஆகும்.

தீர்வு 2: மற்றொரு விருப்பம் ஐந்து விகிதமுறு எண்களையும் ஒரே படியில் கண்டுபிடிப்பதாகும். நமக்கு ஐந்து எண்கள் வேண்டும், 1 மற்றும் 2 ஐ விகிதமுறு எண்களாக 5 + 1 என்ற வகுப்பால் எழுதுகிறோம், அதாவது, 1 = $\frac{6}{6}$ மற்றும் 2 = $\frac{12}{6}$. பின்னர் நீங்கள் 6 ஐ சரிபார்க்கலாம் $\frac{7}{6}, \frac{8}{6}, \frac{9}{6}, \frac{10}{6}$ மேலும் அனைத்தும் $\frac{11}{6}$ பகுத்தறிவுடையவை.

1 மற்றும் 2 க்கு இடையிலான எண்கள். எனவே, ஐந்து எண்கள் $\frac{7}{6}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}$ மற்றும் $\frac{11}{6}$.

குறிப்பு: எடுத்துக்காட்டு 2 இல், ஐந்து விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கும்படி உங்களிடம் கேட்கப்பட்டதைக் கவனியுங்கள். 1 மற்றும் 2 க்கு இடையில். ஆனால், உண்மையில் எண்ணற்றவை இருப்பதை நீங்கள் உணர்ந்திருக்க வேண்டும் 1 மற்றும் 2 க்கு இடையில் உள்ள பகுத்தறிவு எண்கள். பொதுவாக, எண்ணற்ற பகுத்தறிவு எண்கள் உள்ளன. கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையிலான எண்கள்.

எண் கோட்டை மீண்டும் பார்ப்போம். எல்லா எண்களையும் நீங்கள் கண்டுபிடித்துவிட்டீர்களா? இன்னும் இல்லை. உண்மை என்னவென்றால், அந்த எண்ணில் இன்னும் எண்ணற்ற எண்கள் உள்ளன. நீங்கள் எடுத்த எண்களின் இடங்களுக்கு இடையே இடைவெளிகள் உள்ளன, மேலும் ஒன்று அல்லது இரண்டு ஆனால் எண்ணற்றவை. ஆச்சரியமான விஷயம் என்னவென்றால் எண்ணற்றவை உள்ளன இந்த இரண்டு இடைவெளிகளுக்கு இடையில் உள்ள எண்களையும் கூட!

எனவே நமக்கு பின்வரும் கேள்விகள் எஞ்சியுள்ளன:

1. எண்ணில் எஞ்சியிருக்கும் எண்கள் யாவை?
   வரி, அழைக்கப்பட்டதா?
2. அவற்றை நாம் எவ்வாறு அடையாளம் காண்பது? அதாவது, நாம் எவ்வாறு அவற்றை பகுத்தறிவுகளிலிருந்து வேறுபடுத்துங்கள் (பகுத்தறிவு எண்கள்)?

இந்தக் கேள்விகளுக்கு அடுத்த பகுதியில் பதில் கிடைக்கும்.

© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

பயிற்சி 1.1

1. பூஜ்ஜியம் ஒரு விகிதமுறு எண்ணா? அதை இந்த வடிவத்தில் எழுத முடியுமா? $\frac{ப}{கே}$, இங்கு p மற்றும் q ஆகியவை முழு எண்கள். மற்றும் q ≠0?
2. 3 மற்றும் 4 க்கு இடையில் ஆறு விகிதமுறு எண்களைக் கண்டறியவும்.
3. 5 க்கு இடையில் ஐந்து விகிதமுறு எண்களைக் கண்டறியவும். $\frac{3}{}$ மற்றும் $\frac{4}{5}$.
4. பின்வரும் கூற்றுகள் உண்மையா அல்லது பொய்யா என்பதைக் குறிப்பிடவும். உங்கள் பதில்களுக்கான காரணங்களைக் கொடுங்கள்.

   (i) ஒவ்வொரு இயல் எண்ணும் ஒரு முழு எண். (ii)

   ஒவ்வொரு முழு எண்ணும் ஒரு முழு எண். (iii)

   ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணும் ஒரு முழு எண்.

1.2 விகிதமுறா எண்கள்

எண் கோட்டில் விகிதமுறு அல்லாத எண்கள் இருக்கலாம் என்பதை முந்தைய பகுதியில் பார்த்தோம். இந்தப் பகுதியில், இந்த எண்களை நாம் ஆராயப் போகிறோம். இதுவரை, அனைத்தும் நீங்கள் கண்ட எண்கள் p வடிவத்தில் உள்ளன. $\frac{}{கே}$, இங்கு p மற்றும் q ஆகியவை முழு எண்கள். மற்றும் q ≠0. எனவே, நீங்கள் கேட்கலாம்: இந்த வடிவத்தில் இல்லாத எண்கள் ஏதேனும் உள்ளதா? உண்மையில் அத்தகைய எண்கள் உள்ளன.

கிமு 400 ஆம் ஆண்டில், புகழ்பெற்ற கணிதவியலாளரும் தத்துவஞானியுமான பித்தகோரஸின் சீடர்களான கிரேக்கத்தில் உள்ள பித்தகோரியர்கள், பகுத்தறிவு அல்லாத எண்களை முதன்முதலில் கண்டுபிடித்தனர். இந்த எண்களை முழு எண்களின் விகிதத்தின் வடிவத்தில் எழுத முடியாது என்பதால், அவை பகுத்தறிவற்ற எண்கள் (பகுத்தறிவற்றவை) என்று அழைக்கப்படுகின்றன. பித்தகோரியன், குரோட்டனின் ஹிப்பாக்கஸ் பகுத்தறிவற்ற எண்களைக் கண்டுபிடித்ததைச் சுற்றியுள்ள பல கட்டுக்கதைகள் உள்ளன. அனைத்து புராணங்களிலும், ஹிப்பாக்கஸுக்கு ஒரு துரதிர்ஷ்டவசமான முடிவு, $\sqrt{2}$ பகுத்தறிவற்றது என்பதைக் கண்டுபிடித்ததற்காகவோ அல்லது $\sqrt{2}$ பற்றிய ரகசியத்தை பித்தகோரியன் பிரிவிற்கு வெளியே உள்ளவர்களுக்கு வெளிப்படுத்தியதற்காகவோ !

பித்தகோரஸ்
(கிமு 569 – கிமு 479)
படம் 1.3

© NCERT not to be republished

இந்த எண்களை முறையாக வரையறுப்போம்.

ஒரு எண்ணை 's' என்ற எண்ணை p என்ற வடிவத்தில் எழுத முடியாவிட்டால் , அது பகுத்தறிவற்றது எனப்படும். $\frac{}{கே}$, எங்கே ப மற்றும் q ஆகியவை முழு எண்கள் மற்றும் q ≠0.

Machine Translated by Google

எண்ணற்ற பகுத்தறிவு எண்கள் உள்ளன என்பது உங்களுக்கு ஏற்கனவே தெரியும். எண்ணற்ற பகுத்தறிவற்ற எண்களும் உள்ளன என்பது தெரியவந்துள்ளது. சில உதாரணங்கள்:

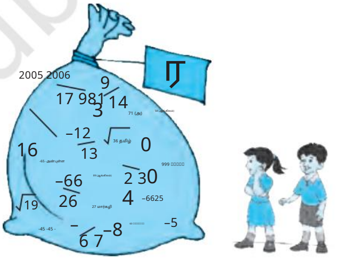
$\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{15}$,, π $\sqrt{}$, 0.10110111011110...

குறிப்பு: நாம் எண்ணின் நேர்மறை வர்க்கமூலக் குறியீட்டைப் $\sqrt{}$, அது என்று நாங்கள் கருதுகிறோம் பயன்படுத்தும்போது, 4 = 2 என்பதை நினைவில் கொள்க. எனவே 2 மற்றும் –2 இரண்டும் 4 இன் வர்க்கமூலங்கள் என்றாலும்.

மேலே பட்டியலிடப்பட்டுள்ள சில விகிதமுறா எண்கள் உங்களுக்கு நன்கு தெரிந்தவை. உதாரணமாக, மேலே பட்டியலிடப்பட்டுள்ள பல வர்க்கமூலங்களையும் π என்ற எண்ணையும் நீங்கள் ஏற்கனவே கண்டிருப்பீர்கள்.

பித்தகோரியர்கள் 2 என்பது பகுத்தறிவற்றது என்பதை நிரூபித்தனர். பின்னர் தோராயமாக கிமு 425 இல், சிரீனின் தியோடோரஸ் 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15 என்பதைக் காட்டினார். மற்றும் 17 ஆகியவையும் பகுத்தறிவற்றவை. பத்தாம் வகுப்பில் விவாதிக்கப்பட்ட 2 இன் $\sqrt{}$ $\sqrt{3}$, இருக்கும் 5 ஆக பகுத்தறிவின்மைக்கான சான்றுகள் . π ஐப் பொறுத்தவரை , இது ஆயிரக்கணக்கான ஆண்டுகளாக பல்வேறு கலாச்சாரங்களுக்குத் தெரிந்திருந்தது, 1700களின் பிற்பகுதியில் மட்டுமே லம்பேர்ட் மற்றும் லெஜெண்ட்ரே ஆகியோரால் இது பகுத்தறிவற்றது என்று நிரூபிக்கப்பட்டது. அடுத்த பகுதியில், 0.10110111011110... மற்றும் π ஆகியவை ஏன் பகுத்தறிவற்றவை என்பதை விவாதிப்போம் .

முந்தைய பகுதியின் இறுதியில் எழுப்பப்பட்ட கேள்விகளுக்குத் திரும்புவோம். விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பை நினைவில் கொள்ளுங்கள். இப்போது நாம் அனைத்து விகிதமுறு எண்களையும் பையில் வைத்தால், எண் கோட்டில் ஏதேனும் எண் மீதமிருக்குமா? பதில் இல்லை! தொகுப்பு



அனைத்து பகுத்தறிவு எண்கள் மற்றும் பகுத்தறிவற்ற எண்கள் ஒன்றாக சேர்ந்து நாம் உண்மையான எண்களின் தொகுப்பு என்று அழைக்கிறோம் , இது R ஆல் குறிக்கப்படுகிறது. எனவே, ஒரு உண்மையான எண் பகுத்தறிவு அல்லது பகுத்தறிவற்றது. எனவே, ஒவ்வொரு உண்மையான எண்ணும் எண் கோட்டில் ஒரு தனித்துவமான புள்ளியால் குறிக்கப்படுகிறது என்று நாம் கூறலாம். மேலும், எண் கோட்டில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியும் ஒரு தனித்துவமான உண்மையான எண்ணைக் குறிக்கிறது. இதனால்தான் எண் கோட்டை, மெய் எண் கோடு என்று அழைக்கிறோம்.

1870களில் இரண்டு ஜெர்மன் கணிதவியலாளர்களான கேன்டர் மற்றும் டெடெகைண்ட், ஒவ்வொரு மெய் எண்ணுக்கும் பொருந்தும் வகையில், மெய் எண் கோட்டில் ஒரு புள்ளி உள்ளது, மேலும் எண் கோட்டில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் பொருந்தும் வகையில், ஒரு தனித்துவமான மெய் எண் உள்ளது என்பதைக் காட்டினார்கள்.

ஆர். டெடெகிண்ட் (1831-1916)
படம் 1.4

ஜி. கேன்டர் (1845-1918)
படம் 1.5

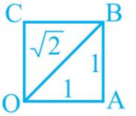
© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

எண் கோட்டில் சில விகிதமுறா எண்களை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது என்பதைப் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 3: எண் கோட்டில் $\sqrt{2}$ ஐக் கண்டறியவும் .

தீர்வு: கிரேக்கர்கள் எப்படி கண்டுபிடித்திருப்பார்கள் என்பதைப் பார்ப்பது எளிது.



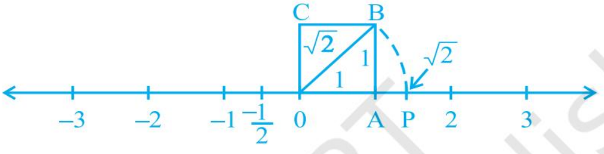
படம். 1.6

$\sqrt{2}$. ஒவ்வொரு பக்கமும் 1 அலகு நீளமுள்ள ஒரு சதுர OABC-யைக் கவனியுங்கள் (பார்க்க படம் 1.6). பின்னர் பித்தகோரஸ் தேற்றத்தின் மூலம் நீங்கள் காணலாம்

OB = $\sqrt{1^2 + 1^2}$ $\sqrt{2}$ எண் கோட்டில் $\sqrt{2}$ ஐ எவ்வாறு குறிப்பது ?

இது எளிதானது. படம் 1.6 ஐ எண் கோட்டிற்கு மாற்றி, உச்சி O என்பதை உறுதிசெய்து கொள்ளுங்கள்.

பூஜ்ஜியத்துடன் ஒத்துப்போகிறது (படம் 1.7 ஐப் பார்க்கவும்).

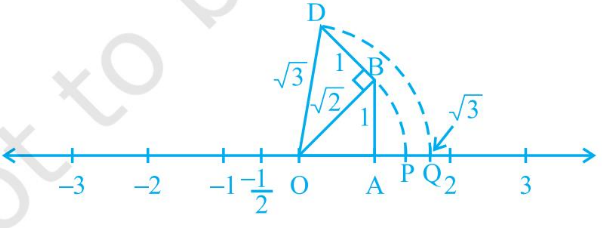


படம். 1.7

OB = $\sqrt{2}$ என்று இப்போதுதான் பார்த்தோம். O மையம் மற்றும் OB ஆரம் கொண்ட திசைகாட்டியைப் பயன்படுத்தி, P புள்ளியில் எண் கோட்டை வெட்டும் ஒரு வில் வரையவும். பின்னர் P $\sqrt{2}$ ஐ ஒத்துள்ளது . எண் கோடு.

எடுத்துக்காட்டு 4: எண் கோட்டில் $\sqrt{3}$ ஐக் கண்டறியவும் .

தீர்வு: படம் 1.7 க்கு திரும்புவோம்.



படம். 1.8

OB க்கு செங்குத்தாக அலகு நீள BD ஐ உருவாக்கவும் (படம் 1.8 இல் உள்ளது போல). பின்னர்

பித்தகோரஸ் தேற்றத்தில், OD = $\sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2}$ $\sqrt{3}$. திசைகாட்டியைப் பயன்படுத்தி, மையம் O மற்றும் ஆரம் OD, புள்ளி Q இல் எண் கோட்டை வெட்டும் ஒரு வில் வரையவும்.

பின்னர் Q $\sqrt{3}$ ஐ ஒத்துள்ளது .

© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

அதே வழியில், நீங்கள் கண்டுபிடிக்கலாம் $\sqrt{}$ எந்த ஒரு நேர்மறை முழு எண்ணுக்கும் , n − 1 க்குப் பிறகு $\sqrt{}$ அமைந்துள்ளது.

பயிற்சி 1.2

1. பின்வரும் கூற்றுகள் உண்மையா அல்லது பொய்யா என்பதைக் குறிப்பிடவும். உங்கள் பதில்களை நியாயப்படுத்துங்கள்.

   (i) ஒவ்வொரு விகிதமுறா எண்ணும் ஒரு மெய் எண் ஆகும்.

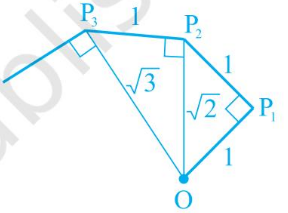
   (ii) எண் கோட்டில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியும் m வடிவத்தில் உள்ளது. $\sqrt{}$, இங்கு m என்பது ஒரு இயல் எண்.

   (iii) ஒவ்வொரு மெய் எண்ணும் ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்.

2. அனைத்து நேர்மறை முழு எண்களின் வர்க்க வேர்கள் பகுத்தறிவற்றதா? இல்லையென்றால், ஒரு உதாரணத்தைக் கொடுங்கள் ஒரு விகிதமுறு எண்ணான எண்ணின் வர்க்கமூலம்.

3. எண் கோட்டில் 5 ஐ $\sqrt{}$ எவ்வாறு குறிப்பிடலாம் என்பதைக் காட்டு.

4. வகுப்பறை செயல்பாடு ('சதுர மூல சுழல்' கட்டமைத்தல்): ஒரு பெரிய காகிதத்தை எடுத்து, பின்வரும் முறையில் 'சதுர மூல சுழல்' கட்டமைக்கவும். ஒரு புள்ளி O உடன் தொடங்கி, அலகு நீளமுள்ள OP_1 என்ற கோட்டுப் பகுதியை வரையவும் . அலகு நீளமுள்ள OP_1 க்கு செங்குத்தாக $P_1 P_2$ என்ற கோட்டுப் பகுதியை வரையவும் (படம் 1.9 ஐப் பார்க்கவும்). இப்போது OP_2 க்கு செங்குத்தாக $P_2 P_3$ என்ற கோட்டுப் பகுதியை வரையவும் . பின்னர் OP_3 க்கு செங்குத்தாக $P_3 P_4$ என்ற கோட்டுப் பகுதியை வரையவும் . இந்த வழியில் தொடர்ந்து, OP_{n-1} க்கு செங்குத்தாக அலகு நீளமுள்ள ஒரு கோட்டுப் பகுதியை வரைவதன் மூலம் $P_{n-1}P_n$ என்ற கோட்டுப் பகுதியைப் பெறலாம் . இந்த முறையில், நீங்கள் புள்ளிகள் P_2 , P_3 ,...., P_n ,... . ஐ உருவாக்கி , அவற்றை இணைத்து 2, 3, 4, ... ஐ சித்தரிக்கும் ஒரு அழகான சுழலை $\sqrt{}$ $\sqrt{}$ $\sqrt{}$ உருவாக்குங்கள் .



படம் 1.9 : வர்க்கமூலச் சுழலை உருவாக்குதல்

1.3 மெய் எண்களும் அவற்றின் தசம விரிவாக்கங்களும்

இந்தப் பகுதியில், பகுத்தறிவு மற்றும் பகுத்தறிவற்ற எண்களை நாம் வேறு ஒரு கண்ணோட்டத்தில் படிக்கப் போகிறோம். மெய் எண்களின் தசம விரிவாக்கங்களைப் பார்த்து, விரிவுகளைப் பயன்படுத்தி பகுத்தறிவு மற்றும் பகுத்தறிவற்ற எண்களை வேறுபடுத்திப் பார்க்க முடியுமா என்று பார்ப்போம். மெய் எண்களின் பிரதிநிதித்துவத்தை அவற்றின் தசம விரிவாக்கங்களைப் பயன்படுத்தி எண் கோட்டில் எவ்வாறு காட்சிப்படுத்துவது என்பதையும் விளக்குவோம். பகுத்தறிவு எண்கள் நமக்கு மிகவும் பரிச்சயமானவை என்பதால், நாம் தொடங்குவோம்

அவற்றைப் பார்ப்போம். மூன்று உதாரணங்களை எடுத்துக் கொள்வோம்: $\frac{10}{3}, \frac{7}{8}, \frac{1}{7}$.

மீதமுள்ளவற்றில் சிறப்பு கவனம் செலுத்தி, ஏதேனும் வடிவத்தைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா என்று பாருங்கள்.

© NCERT not to be republished

எடுத்துக்காட்டு 5: $\frac{10}{3}$, $\frac{7}{8}$ மற்றும் $\frac{1}{7}$.

தீர்வு :

3.333...
3 10
9
10
9
10
9
10
9
1

0.875 (ஆங்கிலம்)
8 7.0
40
40
0

0.142857... 0.142857...
7 1.0
7
30 மீனம்
28 தமிழ்
20
14
40
50 மீ
49 (ஆங்கிலம்)
1

மீதமுள்ளவை : 1, 1, 1, 1, 1... மீதமுள்ளவை : 6, 4, 0 வகுப்பான் : 3 வகுப்பான் : 8

மீதமுள்ளவை: 3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, 2, 6, 4, 5, 1,...

வகுப்பான்: 7

© NCERT not to be republished

நீங்கள் என்ன கவனித்தீர்கள்? குறைந்தது மூன்று விஷயங்களையாவது நீங்கள் கவனித்திருக்க வேண்டும்:

(i) ஒரு குறிப்பிட்ட கட்டத்திற்குப் பிறகு மீதமுள்ளவை 0 ஆக மாறும், அல்லது அவை மீண்டும் நிகழத் தொடங்கும்.

(ii) மீதிகளின் தொடர்ச்சியான சரத்தில் உள்ளீடுகளின் எண்ணிக்கை வகுப்பியை விடக் குறைவு.

(ஒரு $\frac{10}{3}$ எண்ணில் அதுவே திரும்பத் திரும்ப வரும், வகுப்பான் 3, இல் $\frac{1}{7}$ ஆறு பதிவுகள் உள்ளன. மீதிகளின் தொடர்ச்சியான சரத்தில் 326451 மற்றும் 7 என்பது வகுப்பான்).

(iii) மீதிகள் திரும்பத் திரும்ப வந்தால், ஈவில் மீண்டும் மீண்டும் வரும் இலக்கத் தொகுதியைப் பெறுகிறோம்.

(க்கு $\frac{10}{3}$, ஈவில் 3 மறுபடியும் மறுபடியும் 7 க்கு $\frac{1}{}$, நமக்கு ரிபீட்டிங் பிளாக் 142857 கிடைக்கிறது. ஈவில்).

Machine Translated by Google

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டுகளைப் பயன்படுத்தி இந்த வடிவத்தை நாம் கவனித்திருந்தாலும், இது அனைவருக்கும் உண்மை.

p வடிவத்தின் பகுத்தறிவுகள் $\frac{}{\text{கே}}$ (q ≠ 0). p ஐ q ஆல் வகுத்தால் , இரண்டு முக்கிய விஷயங்கள் நிகழ்கின்றன - ஒன்று

மீதமுள்ளவை பூஜ்ஜியமாகின்றன அல்லது ஒருபோதும் பூஜ்ஜியமாக மாறாது, மேலும் நமக்கு மீண்டும் மீண்டும் வரும் சரம் கிடைக்கிறது மீதமுள்ளவை. ஒவ்வொரு வழக்கையும் தனித்தனியாகப் பார்ப்போம்.

நிகழ்வு (i) : மீதி பூஜ்ஜியமாகிறது.

8 இன் எடுத்துக்காட்டில் $\frac{7}{}$, சில படிகளுக்குப் பிறகு மீதமுள்ளவை பூஜ்ஜியமாக மாறுவதைக் கண்டறிந்தோம் மற்றும்

= 0.875 இன் தசம விரிவாக்கம். மற்ற எடுத்துக்காட்டுகள் 8 $\frac{7}{}$ $\frac{1}{2}$ = 0.5, $\frac{639}{250}$ = 2.556. - மொத்தத்தில் மீ

இந்த சந்தர்ப்பங்களில், தசம விரிவாக்கம் வரையறுக்கப்பட்ட எண்ணிக்கையிலான படிகளுக்குப் பிறகு முடிவடைகிறது அல்லது முடிகிறது. அத்தகைய எண்களின் தசம விரிவாக்கத்தை முடிவுறுத்தல் என்கிறோம்.

வழக்கு (ii) : மீதி ஒருபோதும் பூஜ்ஜியமாக மாறாது.

உதாரணங்களில் $\frac{10}{3}$ மற்றும் $\frac{1}{7}$, ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்திற்குப் பிறகு மீதமுள்ளவை மீண்டும் வருவதை நாம் கவனிக்கிறோம்.

தசம விரிவாக்கத்தை என்றென்றும் தொடர கட்டாயப்படுத்தும் நிலை. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், நமக்கு ஒரு உள்ளது ஈவில் மீண்டும் மீண்டும் வரும் இலக்கங்களின் தொகுதி. இந்த விரிவாக்கம் முடிவுறாதது என்று நாங்கள் கூறுகிறோம்.

மீண்டும் மீண்டும் வருகிறது. உதாரணமாக, $\frac{10}{3}$ = 3.3333... மற்றும் 7 $\frac{1}{}$ = 0.142857142857142857...

ஈவில் 3 மீண்டும் வருவதைக் காட்டும் வழக்கமான வழி $\frac{10}{3}$ அதை $3.\overline{3}$ என எழுத வேண்டும் .

இதேபோல், 142857 இலக்கங்களின் தொகுதி 7 இன் ஈவில் மீண்டும் வருவதால் $\frac{1}{}$, நாங்கள் 7 $\frac{1}{}$ என எழுதுகிறோம்.

$0.\overline{142857}$, [ஆன்லைன்].இலக்கங்களுக்கு மேலே உள்ள பட்டை மீண்டும் நிகழும் இலக்கங்களின் தொகுதியைக் குறிக்கிறது.

மேலும் 3.57272... ஐ $3.5\overline{72}$ என்றும் எழுதலாம் . எனவே, இந்த உதாரணங்கள் அனைத்தும் நமக்கு முடிவுறாததைத் தருகின்றன. தொடர்ச்சியான (மீண்டும் மீண்டும்) தசம விரிவாக்கங்கள்.

எனவே, விகிதமுறு எண்களின் தசம விரிவாக்கத்திற்கு இரண்டு தேர்வுகள் மட்டுமே இருப்பதைக் காண்கிறோம்: அவை முடிவுக்கு வருகின்றன அல்லது முடிவுக்கு வராமல் மீண்டும் வருகின்றன.

இப்போது, மறுபுறம், எண் கோட்டில் நீங்கள் நடந்து செல்லும்போது, ஒரு 3.142678 போன்ற தசம விரிவாக்கம் முடிவடையும் எண் அல்லது இது போன்ற ஒரு எண் 1.272727... அதாவது, $1.\overline{27}$ என்பது , யாருடைய தசம விரிவாக்கம் முடிவுறாத தொடர்ச்சியைக் கொண்டதாக இருக்கிறதோ, அது ஒரு விகிதமுறு எண் என்று நீங்கள் முடிவு செய்கிறீர்களா? பதில் ஆம்!

© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

நாங்கள் அதை நிரூபிக்க மாட்டோம், ஆனால் இந்த உண்மையை ஒரு சில எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விளக்குவோம். எளிதானவை.

எடுத்துக்காட்டு 6: 3.142678 ஒரு விகிதமுறு எண் என்பதைக் காட்டு. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், 3.142678 ஐ வெளிப்படுத்தவும்.

p வடிவத்தில் $\frac{}{கே}$, இங்கு p மற்றும் q ஆகியவை முழு எண்களாகவும் q ≠0 ஆகவும் உள்ளன .

தீர்வு: நம்மிடம் 3.142678 = $\frac{3142678}{1000000}$ உள்ளது, எனவே இது ஒரு விகிதமுறு எண்.

இப்போது, தசம விரிவாக்கம் முடிவுறாத தொடர்ச்சியான நிகழ்வைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

எடுத்துக்காட்டு 7: 0.3333... = $0.\overline{3}$. ஐ p வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தலாம் என்பதைக் காட்டு. $\frac{}{கே}$, எங்கே p மற்றும்

q என்பது முழு எண்கள் மற்றும் q ≠0.

தீர்வு: $0.\overline{3}$ என்றால் என்னவென்று நமக்குத் தெரியாததால், அதை 'x' என்று அழைப்போம், அப்படித்தான்.

$$x = 0.3333...$$

இப்போது இங்கேதான் தந்திரம் வருகிறது. பாருங்கள்

$$10\,x = 10 \times (0.333...) = 3.333...$$

இப்போது, 3.3333... = 3 + x, ஏனெனில் x = 0.3333...

எனவே, 10 எக்ஸ் = 3 + எக்ஸ்

x- ஐத் தீர்ப்பதால் , நமக்குக் கிடைக்கும்

9x = 3, அதாவது, x = $\frac{1}{3}$

எடுத்துக்காட்டு 8: 1.272727... = $1.\overline{27}$ என்பதைக் காட்டு . p வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தலாம். $\frac{}{கே}$, எங்கே ப

மற்றும் q ஆகியவை முழு எண்கள் மற்றும் q ≠0.

தீர்வு : x = 1.272727... இரண்டு இலக்கங்கள் திரும்பத் திரும்ப வருவதால், x ஐ 100 ஆல் பெருக்குகிறோம் . பெறு

$$100\,x = 127.2727...$$

எனவே, 100 x = 126 + 1.272727... = 126 + x

எனவே, 100 x – x = 126, அதாவது, 99 x = 126

© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

அதாவது, $x = \frac{126}{99} = \frac{14}{11}$

நீங்கள் அதற்கு நேர்மாறாகச் சரிபார்க்கலாம் $\frac{14}{11} = 1.\overline{27}$.

எடுத்துக்காட்டு 9: $0.2353535... = 0.2\overline{35}$. என்பதை வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தலாம் என்பதைக் காட்டு . $\frac{p}{q}$,

இங்கு p மற்றும் q ஆகியவை முழு எண்களாகவும் q ≠0 ஆகவும் உள்ளன .

தீர்வு: $x = 0.2\overline{35}$ என்று வைத்துக்கொள்வோம் . இங்கே, 2 மீண்டும் வராது, ஆனால் தொகுதி 35 என்பதை நினைவில் கொள்க.

இரண்டு இலக்கங்கள் திரும்பத் திரும்ப வருவதால், x ஐ 100 ஆல் பெருக்குகிறோம்.

$$100x = 23.53535...$$

எனவே,

$$100x = 23.3 + 0.23535... = 23.3 + x$$

எனவே,

$$99 \text{ எக்ஸ்} = 23.3$$

அதாவது,

99 எக்ஸ் = $\frac{233}{10}$, இது $x = \frac{233}{990}$ ஐக் கொடுக்கும்

நீங்கள் அதன் தலைகீழ் பக்கத்தையும் சரிபார்க்கலாம் $\frac{233}{990} = 0.2\overline{35}$.

எனவே, முடிவுறாத தொடர்ச்சியான தசம விரிவாக்கம் கொண்ட ஒவ்வொரு எண்ணையும் வெளிப்படுத்தலாம்

p வடிவத்தில் $\frac{p}{q}$ (q ≠0), இங்கு p மற்றும் q ஆகியவை முழு எண்கள். நமது முடிவுகளை பின்வருவனவற்றில் சுருக்கமாகக் கூறுவோம்:

பின்வரும் படிவம்:

ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் தசம விரிவாக்கம் முடிவுறு அல்லது முடிவுறாத தொடர்ச்சியானது. மேலும், தசம விரிவாக்கம் கொண்ட ஒரு எண்

முடிவுக்குக் கொண்டுவருதல் அல்லது முடிவுக்குக் கொண்டுவராமல் இருத்தல் என்பது பகுத்தறிவு.

எனவே, இப்போது ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் தசம விரிவாக்கம் என்னவாக இருக்கும் என்பதை நாம் அறிவோம். மேலே உள்ள பண்பு காரணமாக, விகிதமுறா எண்களின் தசம விரிவாக்கம் பற்றி?

அவற்றின் தசம விரிவாக்கங்கள் முடிவுக்கு வராதவை, மீண்டும் மீண்டும் நிகழாதவை என்று நாம் முடிவு செய்யலாம் .

எனவே, விகிதமுறு எண்களுக்கான பண்பு, மேலே கூறப்பட்ட விகிதமுறு எண்களுக்கு ஒத்ததாகும். எண்கள், என்பது

ஒரு விகிதமுறா எண்ணின் தசம விரிவாக்கம் முடிவுறாததும், மீண்டும் நிகழாததும் ஆகும். மேலும், தசம விரிவாக்கம் முடிவுறாத, மீண்டும் மீண்டும் நிகழாத ஒரு எண் பகுத்தறிவற்றது.

© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

முந்தைய பகுதியிலிருந்து s = 0.10110111011110 ஐ நினைவுபடுத்துங்கள் ... இது முடிவடையாதது மற்றும் மீண்டும் நிகழாதது என்பதைக் கவனியுங்கள். எனவே, மேலே உள்ள பண்பிலிருந்து, இது பகுத்தறிவற்றது.

மேலும், s ஐப் போலவே எண்ணற்ற பகுத்தறிவற்ற எண்களை உருவாக்க முடியும் என்பதைக் கவனியுங்கள் .

பிரபலமான விகிதமுறா எண்கள் $\sqrt{2}$ மற்றும் π பற்றி என்ன? அவற்றின் தசம விரிவாக்கங்கள் இங்கே ஒரு குறிப்பிட்ட கட்டத்திற்கு.

$\sqrt{2}$ = 1.4142135623730950488016887242096...

பை = 3.14159265358979323846264338327950...

(குறிப்பு: நாங்கள் அடிக்கடி எடுத்துக்கொள்கிறோம் $\frac{22}{7}$ π க்கான தோராயமான மதிப்பாக , ஆனால் π ≠ $\frac{22}{7}$.)

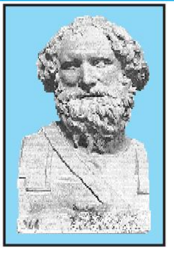
பல ஆண்டுகளாக, கணிதவியலாளர்கள் அதிக எண்ணிக்கையிலான புதிய கண்டுபிடிப்புகளை உருவாக்க பல்வேறு நுட்பங்களை உருவாக்கியுள்ளனர். மற்றும் விகிதமுறா எண்களின் தசம விரிவாக்கங்களில் அதிக இலக்கங்கள். உதாரணமாக, நீங்கள் $\sqrt{2}$ இன் தசம விரிவாக்கத்தில் வகுத்தல் முறை மூலம் இலக்கங்களைக் கண்டுபிடிக்கக் கற்றுக்கொண்டிருக்கலாம் .

சுவாரஸ்யமாக, வேத காலத்தின் கணிதக் கட்டுரையான சுல்பசூத்திரங்களில் (நாண் விதிகள்) (கிமு 800 - கிமு 500) காலகட்டத்தில், தோராயமாக $\sqrt{2}$ ஐ பின்வருமாறு காணலாம்:

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{34} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\right) = 1.4142156$$

முதல் ஐந்து தசம இடங்களுக்கு மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதைப் போலவே இது இருப்பதைக் கவனியுங்கள். π இன் தசம விரிவாக்கத்தில் இலக்கங்களைத் தேடும் வரலாறு மிகவும் சுவாரஸ்யமானது.

கிரேக்க மேதை ஆர்க்கிமிடிஸ் முதன்முதலில் கணக்கிட்டார் π இன் தசம விரிவாக்கத்தில் இலக்கங்கள் . அவர் 3.140845 ஐக் காட்டினார் < π < 3.142857. ஆர்யபட்டா (476 – 550 CE), பெரியவர் இந்திய கணிதவியலாளர் மற்றும் வானியலாளர், மதிப்பைக் கண்டறிந்தார் π இன் நான்கு தசம இடங்களுக்குச் சரியானது (3.1416). உயர்வைப் பயன்படுத்தி வேக கணினிகள் மற்றும் மேம்பட்ட வழிமுறைகள், π ஆக உள்ளது 1.24 டிரில்லியன் தசம இடங்களுக்கு மேல் கணக்கிடப்பட்டது!



ஆர்க்கிமிடிஸ் (கிமு 287 – கிமு 212)

படம் 1.10

இப்போது, விகிதமுறா எண்களை எவ்வாறு பெறுவது என்று பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 10: $\frac{1}{7}$ மற்றும் $\frac{2}{7}$ க்கு இடையில் ஒரு விகிதமுறா எண்ணைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு: நாங்கள் அதைப் பார்த்தோம் $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$. எனவே, நீங்கள் எளிதாகக் கணக்கிடலாம் $\frac{2}{7} = 0.\overline{285714}$.

இடையே ஒரு விகிதமுறா எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க $\frac{1}{7}$ மற்றும் $\frac{2}{7}$, நாம் ஒரு எண்ணைக் காண்கிறோம், அது

Machine Translated by Google

அவற்றுக்கிடையே முடிவடையாத, மீண்டும் மீண்டும் வராத பொய். நிச்சயமாக, நீங்கள் எண்ணற்றவற்றைக் காணலாம் இதுபோன்ற பல எண்கள்.

அத்தகைய எண்ணின் உதாரணம் 0.150150015000150000...

பயிற்சி 1.3

1. பின்வருவனவற்றை தசம வடிவத்தில் எழுதி, ஒவ்வொன்றும் எந்த வகையான தசம விரிவாக்கத்தைக் கூறுங்கள்? உள்ளது:

(நான்) $\frac{36 \text{ தமிழ்}}{100 \text{ மீ}}$ (ii) (ஆ) $\frac{1}{11}$ (iii) $4\frac{1}{8}$

(iv) $\frac{3}{13}$ (இல்) $\frac{2}{11}$ (நாங்கள்) $\frac{329 -}{400 \text{ மீ}}$

2. உங்களுக்குத் தெரியும் $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$. 7 இன் தசம விரிவாக்கங்கள் என்னவென்று உங்களால் கணிக்க முடியுமா? $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$ உண்மையில் நீண்ட வகுத்தல் செய்யாமல்? அப்படியானால், எப்படி?

[குறிப்பு: மீதமுள்ளவற்றை கவனமாகப் படித்து, மதிப்பைக் கண்டறியவும்.] $\frac{1}{7}$

3. பின்வருவனவற்றை p வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தவும். $\frac{}{\text{கே}}$, இங்கு p மற்றும் q ஆகியவை முழு எண்களாகவும் q ≠0 ஆகவும் உள்ளன .

(i) $0.\overline{6}$ (ii) 0 47. (ii) $0.4\overline{7}$ (iii) $0.\overline{001}$

4. எக்ஸ்பிரஸ் 0.99999 .... p வடிவத்தில் $\frac{}{\text{கே}}$. உங்கள் பதிலால் நீங்கள் ஆச்சரியப்படுகிறீர்களா? உங்கள் பதில் ஏன் அர்த்தமுள்ளதாக இருக்கிறது என்று ஆசிரியரும் வகுப்பு தோழர்களும் விவாதிக்கிறார்கள்.

5. மீண்டும் மீண்டும் வரும் இலக்கத் தொகுதியில் அதிகபட்ச இலக்கங்கள் எத்தனை இருக்க முடியும்? $\frac{1}{17}$ தசம விரிவாக்கம்? உங்கள் பதிலைச் சரிபார்க்க வகுத்தலைச் செய்யவும்.

6. பகுத்தறிவு எண்களின் பல எடுத்துக்காட்டுகளைப் p வடிவத்தில் பாருங்கள் . $\frac{}{\text{கே}}$ (q ≠0), இங்கு p மற்றும் q ஆகியவை 1 தவிர வேறு எந்த பொதுவான காரணிகளும் இல்லாத மற்றும் முடிவு தசமத்தைக் கொண்ட முழு எண்கள் பிரதிநிதித்துவங்கள் (விரிவாக்கங்கள்). எந்தப் பண்பு q ஐ பூர்த்தி செய்ய வேண்டும் என்று உங்களால் யூகிக்க முடியுமா?

7. தசம விரிவாக்கங்கள் முடிவுறாத, மீண்டும் மீண்டும் நிகழாத மூன்று எண்களை எழுதுங்கள்.

8. விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் மூன்று வெவ்வேறு விகிதமுறு எண்களைக் கண்டறியவும். $\frac{5}{7}$ மற்றும் $\frac{9}{11}$.

9. பின்வரும் எண்களை பகுத்தறிவு அல்லது பகுத்தறிவற்றதாக வகைப்படுத்தவும்:

(நான்) $\sqrt{23 \text{ ஆம் வகுப்பு}}$ (ii) $\sqrt{225}$ (iii) 0.3796

(iv) 7.478478... (இல்) 1.101001000100001...

© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

1.4 மெய் எண்களின் மீதான செயல்பாடுகள்

முந்தைய வகுப்புகளில், விகிதமுறு எண்கள் பரிமாற்று எண்ணைப் பூர்த்தி செய்கின்றன என்பதை நீங்கள் கற்றுக்கொண்டீர்கள், கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கான துணை மற்றும் பரவல் விதிகள். மேலும், நாம் கூட்டினால், இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் கழித்தல், பெருக்கல் அல்லது வகுத்தல் (பூஜ்ஜியத்தால் தவிர), நமக்கு இன்னும் ஒரு விகிதமுறு எண் கிடைக்கிறது. எண் (அதாவது, விகிதமுறு எண்கள் கூட்டல், கழித்தல் ஆகியவற்றைப் பொறுத்து 'மூடப்பட்டவை', பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல்). விகிதமுறா எண்களும் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கான பரிமாற்ற, துணை மற்றும் பரவல் விதிகள். இருப்பினும், விகிதமுறா எண்களின் கூட்டுத்தொகை, வேறுபாடு, ஈவுகள் மற்றும் பெருக்கல்கள் எப்போதும் சமமாக இருக்காது.

பகுத்தறிவற்றது. எடுத்துக்காட்டாக, $(\sqrt{6}) + (-\sqrt{6})$, $(\sqrt{2}) - (\sqrt{2})$, $(\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3})$ மற்றும் $\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{17}}$ உள்ளன பகுத்தறிவாளர்கள்.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணை ஒரு பகுத்தறிவு எண்ணுடன் கூட்டி பெருக்கும்போது என்ன நடக்கிறது என்பதைப் பார்ப்போம். பகுத்தறிவற்ற எண். உதாரணமாக, $\sqrt{3}$ பகுத்தறிவற்றது. $2 + \sqrt{3}$ மற்றும் $2\sqrt{3}$ பற்றி என்ன ? இருந்து $\sqrt{3}$ என்பது ஒரு முடிவுறாத, மீண்டும் மீண்டும் நிகழாத தசம விரிவாக்கத்தைக் கொண்டுள்ளது, இது இதற்கும் பொருந்தும் $2 + \sqrt{3}$ மற்றும் $2\sqrt{3}$. எனவே, $2 + \sqrt{3}$ மற்றும் $2\sqrt{3}$ இரண்டும் விகிதமுறா எண்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 11 : $7\sqrt{5}$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும் , $\frac{7}{\sqrt{5}}$, $\sqrt{2} + 21$, $\pi - 2$, விகிதமுறா எண்கள் அல்லது இல்லை.

தீர்வு: $\sqrt{5} = 2.236...$, $\sqrt{2} = 1.4142...$, $\pi = 3.1415...$

பின்னர் $7\sqrt{5} = 15.652...$, $\frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5} = 3.1304...$

$\sqrt{2} + 21 = 22.4142...$, $\pi - 2 = 1.1415...$

இவை அனைத்தும் முடிவுறாத, மீண்டும் மீண்டும் வராத தசமங்கள். எனவே, இவை அனைத்தும் விகிதமுறா எண்கள்.

இப்போது, கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல், எடுத்தல் என பொதுவாக என்ன நடக்கும் என்று பார்ப்போம். இந்த விகிதமுறா எண்களின் வர்க்கமூலங்கள் மற்றும் nவது வேர்கள் கூட , இங்கு n என்பது எந்த இயல்பியல் எண். சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 12: $2\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$ மற்றும் $\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ – ஐ கூட்டவும்.

தீர்வு : $(2\sqrt{2} + 5\sqrt{3}) + (\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) = (2\sqrt{2} + \sqrt{2}) + (5\sqrt{3} - 3\sqrt{3})$

$= (2 + 1)\sqrt{2} + (5 - 3)\sqrt{3} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

Machine Translated by Google

எடுத்துக்காட்டு 13: $6\sqrt{5}$ ஐ $2\sqrt{5}$ ஆல் பெருக்கவும் .

தீர்வு : $6\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 6 \times 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 12 \times 5 = 60$

எடுத்துக்காட்டு 14: $8\sqrt{15}$ ஐ $2\sqrt{3}$ ஆல் வகுக்கவும் .

தீர்வு : $$8\sqrt{15} \div 2\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = 4\sqrt{5}$$

இந்த உதாரணங்கள் பின்வரும் உண்மைகளை எதிர்பார்க்க உங்களை வழிநடத்தக்கூடும், அவை உண்மைதான்:

(i) ஒரு விகிதமுறு எண்ணுக்கும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணுக்கும் இடையிலான கூட்டுத்தொகை அல்லது வேறுபாடு விகிதமுறு அல்ல.

(ii) ஒரு விகிதமுறா எண்ணுடன் கூடிய பூஜ்ஜியமற்ற விகிதமுறா எண்ணின் பெருக்கல் அல்லது ஈவு பகுத்தறிவற்ற.

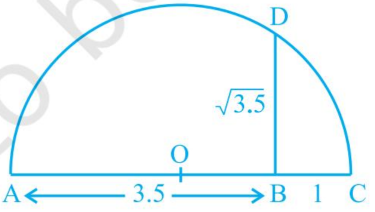
(iii) இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் கூட்டினால், கழித்தால், பெருக்கினால் அல்லது வகுத்தால், கிடைக்கும் முடிவு விகிதமுறு எண் அல்லது பகுத்தறிவற்ற.

இப்போது நாம் உண்மையான எண்களின் வர்க்க மூலங்களை எடுக்கும் செயல்பாட்டில் கவனம் செலுத்துகிறோம். a என்பது ஒரு இயல் எண் என்றால் , $\sqrt{a} = b$ என்பது b என்பதைக் குறிக்கிறது என்பதை நினைவில் கொள்க. $^2 = a$ மற்றும் $b > 0$. அதே நேர்மறை மெய் எண்களுக்கு வரையறையை நீட்டிக்க முடியும்.

$a > 0$ என்பது ஒரு மெய் எண்ணாக இருக்கட்டும் . பிறகு $\sqrt{a}$ = b என்பது b 2 ஐக் குறிக்கிறது . = a மற்றும் $b > 0$.

பிரிவு 1.2 இல், ஒரு எண்ணில் உள்ள எந்த நேர்மறை முழு எண்ணான n- க்கும் $\sqrt{n}$-ஐ எவ்வாறு குறிப்பது என்பதைக் கண்டோம். வரி. கொடுக்கப்பட்ட எந்த ஒரு நேர்மறை மெய்யெண் x ஐ $\sqrt{x}$ வடிவியல் ரீதியாக எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது என்பதை இப்போது காண்பிக்கிறோம்.

உதாரணமாக, x = 3.5 க்கு அதைக் கண்டுபிடிப்போம் , அதாவது, $\sqrt{3.5}$ ஐக் கண்டுபிடிப்போம் . வடிவியல் ரீதியாக.



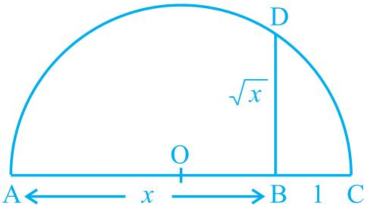
படம் 1.11

ஒரு புள்ளி B ஐப் பெற, கொடுக்கப்பட்ட கோட்டில் ஒரு நிலையான புள்ளி A இலிருந்து 3.5 அலகுகள் தூரத்தைக் குறிக்கவும். அதாவது AB = 3.5 அலகுகள் (படம் 1.11 ஐப் பார்க்கவும்). B இலிருந்து, 1 அலகு தூரத்தைக் குறிக்கவும், புதிய புள்ளியை C ஆகக் கண்டறியவும். AC-யின் நடுப்புள்ளியைக் கண்டறிந்து, அந்தப் புள்ளியை O எனக் குறிக்கவும். ஒரு அரை வட்டம் வரையவும். மையம் O மற்றும் ஆரம் OC உடன். B வழியாக செல்லும் AC க்கு செங்குத்தாக ஒரு கோட்டை வரையவும் மற்றும் D இல் அரை வட்டத்தை வெட்டுகிறது. பின்னர், BD = $\sqrt{3.5}$.

© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

பொதுவாக, எந்த நேர்மறை மெய்க்கும் $\sqrt{x}$ ஐக் கண்டறிய எண் x, நாம் B ஐக் குறிக்கிறோம், இதனால் AB = x அலகுகள், மற்றும், படம் 1.12, BC = 1 அலகு என்று C ஐக் குறிக்கவும். பின்னர், நாம் x = 3.5 என்ற நிகழ்விற்குச் செய்துள்ளோம் , BD = $\sqrt{x}$ ஐக் காண்கிறோம். (படம் 1.12 ஐப் பார்க்கவும்). இந்த முடிவை நாம் பின்வரும் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி நிரூபிக்க முடியும்: பித்தகோரியன் தேற்றம்.



படம் 1.12

படம் 1.12 இல், ∆ OBD என்பது ஒரு செங்கோண முக்கோணம் என்பதைக் கவனியுங்கள். மேலும், வட்டத்தின் ஆரம் என்பது $\frac{x+1}{2}$ அலகுகள்.

எனவே, OC = OD = OA = $\frac{x+1}{2}$ அலகுகள்.

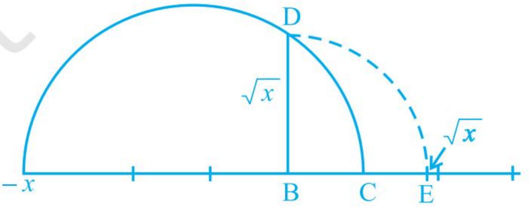
இப்போது, OB = $x - \left(\frac{x+1}{2}\right) = \frac{x-1}{2}$

எனவே, பித்தகோரஸ் தேற்றத்தின்படி, நமக்குக் கிடைத்துள்ளது

$$BD^2 = OD^2 - OB^2 = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 = \frac{4x}{4} = x.$$

இது BD = $\sqrt{x}$ என்பதைக் காட்டுகிறது.

இந்தக் கட்டுமானம் நமக்கு ஒரு காட்சி மற்றும் வடிவியல் வழியைக் காட்டுகிறது, அதைக் காட்டுவதற்கு $\sqrt{x}$ உள்ளது அனைத்து மெய் எண்களும் x > 0. எண் கோட்டில் $\sqrt{x}$ இன் நிலையை நீங்கள் அறிய விரும்பினால், பின்னர் BC கோட்டை எண் கோடாகக் கருதுவோம், B ஐ பூஜ்ஜியமாகவும், C ஐ 1 ஆகவும், இப்படி பலவற்றையும் கூறுவோம். B மையமும் BD ஆரமும் கொண்ட ஒரு வில் வரையவும், அது E இல் எண் கோட்டை வெட்டுகிறது. (படம் 1.13 ஐப் பார்க்கவும்). பின்னர், E என்பது $\sqrt{x}$ ஐக் குறிக்கிறது.



படம். 1.13

© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

இப்போது நாம் வர்க்கமூலங்கள் என்ற கருத்தை கனமூலங்கள், நான்காவது வேர்கள் வரை விரிவுபடுத்த விரும்புகிறோம், மற்றும் பொதுவாக n-வது வேர்கள், இங்கு n என்பது ஒரு நேர்மறை முழு எண். உங்கள் புரிதலை நினைவுகூருங்கள் முந்தைய வகுப்புகளிலிருந்து வர்க்க வேர்கள் மற்றும் கன வேர்கள்.

3 என்றால் என்ன $\sqrt{8}$? சரி, அது 8 கனசதுரத்தைக் கொண்ட ஒரு நேர்மறை எண்ணாக இருக்க வேண்டும் என்பது நமக்குத் தெரியும், மேலும் நீங்க 3-ஐ யூகிச்சிருக்கணும். $\sqrt[3]{8} = 2$. முயற்சிப்போம் $\sqrt[5]{243}$. உங்களுக்கு ஏதாவது எண் தெரியுமா? b அப்படி? அந்த பி^{5} = 243? பதில் 3. எனவே, $\sqrt[5]{243} = 3$.

இந்த எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து, n ஐ வரையறுக்க முடியுமா? $\sqrt[n]{அ}$ ஒரு மெய்யெண் a > 0 மற்றும் ஒரு நேர்மறைக்கு முழு எண் n?

a > 0 என்பது ஒரு மெய் எண்ணாகவும் n என்பது ஒரு நேர்மறை முழு எண்ணாகவும் இருக்கட்டும் . பிறகு $\sqrt[n]{a}$ = b, bn = a மற்றும் எனில் b > 0. ' என்ற சின்னத்தைக் கவனியுங்கள். $\sqrt{\ }$ 'பயன்படுத்தப்பட்டது $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}$, எண் $\sqrt[n]{அ}$, முதலியன தீவிர அடையாளம் என்று அழைக்கப்படுகிறது .

இப்போது நாம் வர்க்கமூலங்கள் தொடர்பான சில அடையாளங்களை பட்டியலிடுகிறோம், அவை பல்வேறு வகைகளில் பயனுள்ளதாக இருக்கும். வழிகள். உங்கள் முந்தைய வகுப்புகளிலிருந்து இவற்றில் சிலவற்றை நீங்கள் ஏற்கனவே அறிந்திருப்பீர்கள். தி மீதமுள்ளவை மெய்ப்பொருளின் கூட்டல் மீது பெருக்கல் பகிர்ந்தளிப்பு விதியிலிருந்து பின்பற்றப்படுகின்றன. எண்கள், மற்றும் (x + y) (x – y) = x என்ற அடையாளத்திலிருந்து ^{2} - மற்றும் ^{2}, எந்த மெய் எண்களுக்கும் x மற்றும் y.

a மற்றும் b ஆகியவை நேர்மறை மெய் எண்களாக இருக்கட்டும். பிறகு

(i) அப $\sqrt{அப} = \sqrt{\ }\sqrt{\ }$ (ii) (ஆ) $\sqrt{\frac{அ}{பி}} = \frac{\sqrt{அ}}{\sqrt{பி}}$

(iii) (அ (v) $\sqrt{\ } + \sqrt{ப}$)($\sqrt{\ } - \sqrt{கு}$) ழந்தை (iv) (அபா $\sqrt{\ }$+) ($-\sqrt{கு}$)^2 ழந்தை

(அ $\sqrt{\ } + \sqrt{பிசி}$ டி+)($\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$) = $\sqrt{ஏசி}$ முதல் + $\sqrt{பிசி}$ பிடி + + $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$

(நாங்கள்) ($\sqrt{அ} + \sqrt{பி})^2$ a + 2 $\sqrt{ab}$ b = +

இந்த அடையாளங்களின் சில குறிப்பிட்ட நிகழ்வுகளைப் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 15: பின்வரும் வெளிப்பாடுகளை எளிமைப்படுத்தவும்:

(நான்) (5) + $\sqrt{7}$ 2 +) ($\sqrt{5}$) (ii) (5 (iv) + $\sqrt{5}$ 5 5 –) ( ) $\sqrt{\ }$)

(iii) ($\sqrt{3}$ 7 + $\sqrt{\ }$)^2 (11 $\sqrt{\ }$ – $\sqrt{7}$ ($\sqrt{11} + \sqrt{7}$)

© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

தீர்வு : (i) (5) ($+\sqrt{7}$) 2 5 10 5 5 2 7 + = + $\sqrt{\ }$ + $\sqrt{\ }$ + $\sqrt{\ }$

(ii) (ஆ) $5+\sqrt{5}\ 5$ − = $\sqrt{5}$ ( ) 5^2 $(\sqrt{5})^2$ = 25 5 -20

((iii) $\sqrt{3}+\sqrt{7}$ ^{2} = $(\sqrt{3})^2$ 2 3 7 + $(\sqrt{7})^2$ 3 2 21 7 10 2 21 = + + = + $\sqrt{\ }$

((iv) ($\sqrt{11}-\sqrt{7}$)) ($\sqrt{\ }$ + $\sqrt{7}$) = $(\sqrt{11})^2-(\sqrt{7})^2$ = − = 11 7 4

குறிப்பு: மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில் 'எளிமைப்படுத்து' என்பது
வெளிப்பாட்டை ஒரு பகுத்தறிவு மற்றும் பகுத்தறிவற்ற எண்ணின் கூட்டுத்தொகையாக எழுத வேண்டும்.

பின்வரும் சிக்கலைக் கருத்தில் கொண்டு இந்தப் பகுதியை முடிக்கிறோம். எண் கோட்டில் அது $\frac{1}{\sqrt{2}}$ சொல்ல முடியுமா?
எங்கே காட்டுகிறது என்று பாருங்கள்? அது பகுத்தறிவற்றது என்பது உங்களுக்குத் தெரியும். ஒருவேளை அது எளிதாக இருக்கலாம்.
வகுத்தல் ஒரு விகிதமுறு எண்ணா என்பதைக் கையாள. நாம் 'பகுத்தறிவு' செய்ய முடியுமா என்று பார்ப்போம்.
வகுத்தல், அதாவது, வகுத்தலை ஒரு விகிதமுறு எண்ணாக மாற்றுவது. அவ்வாறு செய்ய, நாம்
வர்க்கமூலங்களை உள்ளடக்கிய அடையாளங்கள் தேவை. எப்படி என்று பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 16: $\frac{1}{\sqrt{2}}$

தீர்வு: நாங்கள் எழுத விரும்புகிறோம். $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ஒரு சமமான வெளிப்பாடாக, அதில் வகுத்தல்

என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் . 2 என்பது விகிதமுறு எண் $\sqrt{\ }$ என்பதை நாம் அறிவோம் . பெருக்குவதும் நமக்குத் தெரியும்.

$\frac{1}{\sqrt{\text{ஆல்}}}$ ^{2} $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ நமக்கு சமமான வெளிப்பாட்டைக் கொடுக்கும், ஏனெனில் $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ = 1. எனவே, இந்த இரண்டையும்

உண்மைகளை ஒன்றாக இணைத்துப் புரிந்துகொள்ள

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

இந்த வடிவத்தில், கண்டறிவது எளிது $\frac{1}{\sqrt{2}}$ எண் கோட்டில். இது 0 க்கு இடையில் பாதி தூரம்.
மற்றும் $\sqrt{2}$.

Machine Translated by Google

எடுத்துக்காட்டு 17: $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ இன் வகுப்பினைப் பகுத்தறிவாக்குங்கள்.

தீர்வு: முன்னர் கொடுக்கப்பட்ட அடையாளம் (iv) ஐப் பயன்படுத்துகிறோம். பெருக்கி வகுக்கவும். $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ மூலம் $2-\sqrt{3}$ ஆல் பெற

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = 2-\sqrt{3}.$$

எடுத்துக்காட்டு 18: $\frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

தீர்வு: இங்கு முன்னர் கொடுக்கப்பட்ட அடையாளம் (iii) ஐப் பயன்படுத்துகிறோம்.

எனவே, $$\frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{5\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)}{3-5} = \frac{-5}{2}\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$$

எடுத்துக்காட்டு 19: $\frac{1}{7+3\sqrt{2}}$ இன் வகுப்பினைப் பகுத்தறிவாக்குங்கள்.

தீர்வு : $$\frac{1}{7+3\sqrt{2}} = \frac{1}{7+3\sqrt{2}} \times \frac{7-3\sqrt{2}}{7-3\sqrt{2}} = \frac{7-3\sqrt{2}}{49-18} = \frac{7-3\sqrt{2}}{31}$$

எனவே, ஒரு வெளிப்பாட்டின் வகுப்பில் வர்க்கமூலம் கொண்ட ஒரு சொல் இருக்கும்போது (அல்லது ஒரு தீவிர அடையாளத்தின் கீழ் உள்ள ஒரு எண்), அதை ஒரு சமமான வெளிப்பாடாக மாற்றும் செயல்முறை ஒரு விகிதமுறு எண்ணாக இருக்கும் வகு எண் , வகுப்பினைப் பகுத்தறிவாக்குதல் எனப்படும் .

பயிற்சி 1.4

1. பின்வரும் எண்களை பகுத்தறிவு அல்லது பகுத்தறிவற்றதாக வகைப்படுத்தவும்:

(i) $2-\sqrt{5}$ (ii) $(3+\sqrt{23})-\sqrt{23}$ (iii) $\frac{2\sqrt{7}}{7\sqrt{7}}$

(iv) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (v) 2π

© NCERT not to be republished

Machine Translated by Google

2. பின்வரும் வெளிப்பாடுகள் ஒவ்வொன்றையும் எளிமைப்படுத்தவும்:

(நான்) $(3+\sqrt{3})(2+\sqrt{2})$ (ii) $(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})$

(iii) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2$ (iv) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})$

3. π என்பது ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவுக்கும் (c என்று சொல்லலாம்) அதன் விட்டத்திற்கும் உள்ள விகிதமாக வரையறுக்கப்படுகிறது என்பதை நினைவில் கொள்க.

(d என்று சொல்லுங்கள்). அதாவது, $\pi = \frac{c}{d}$ இது π பகுத்தறிவற்றது என்ற உண்மைக்கு முரணாகத் தெரிகிறது . d எப்படி இருக்கும்?

இந்த முரண்பாட்டை நீங்கள் தீர்க்கிறீர்களா?

4. எண் கோட்டில் $\sqrt{9.3}$ ஐக் குறிக்கவும் .

5. பின்வருவனவற்றின் பகுதிகளை பகுத்தறிவாக்குங்கள்:

(நான்) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ (ii) (ஆ) $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$

(iii) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ (iv) $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$

1.5 மெய் எண்களுக்கான அடுக்குகளின் விதிகள்

பின்வருவனவற்றை எவ்வாறு எளிமைப்படுத்துவது என்பது உங்களுக்கு

நினைவிருக்கிறதா? (i) $17^2 \cdot 17^5 =$ (ii) $(5^2)^7 =$

(iii) (இ) $\frac{23^{10}}{23^7} =$ (iv) $7^3 \cdot 9^3 =$

இந்த பதில்கள் உங்களுக்குக் கிடைத்ததா? அவை பின்வருமாறு:

(i) $17^2 \cdot 17^5 = 17^7$ (ii) $(5^2)^7 = 5^{14}$

(iii) (இ) $\frac{23^{10}}{23^7} = 23^3$ (iv) $7^3 \cdot 9^3 = 63^3$

இந்த பதில்களைப் பெற, நீங்கள் முந்தைய வகுப்புகளில் கற்றுக்கொண்ட பின்வரும் அடுக்கு விதிகளைப் பயன்படுத்தியிருப்பீர்கள். (இங்கே a, n மற்றும் m ஆகியவை இயற்கை எண்கள். நினைவில் கொள்ளுங்கள், a என்பது அடிவாய் என்றும் m மற்றும் n என்பது அடுக்குகள் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.)

(i) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$

(iii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, m > n$ (iv) $a^m b^m = (ab)^m$

(அ) என்றால் என்ன?? ஆம், அது 1 தான்! எனவே நீங்கள் அதைக் கற்றுக்கொண்டீர்கள் $(அ)^0 = 1$. எனவே, (iii) ஐப் பயன்படுத்தி, நாம் பெறு $\frac{1}{அ} = $ இப்போது நாம் விதிகளை எதிர்மறை அடுக்குகளுக்கும் நீட்டிக்க முடியும்.

எனவே, எடுத்துக்காட்டாக:

(நான்) $17^2 17^{-5} = 17^{-3} = \frac{1}{17^3}$ (ii) $(5^2)^{-7} = 5^{-14}$

(iii) $\frac{23^{-10}}{23^7} = 23^{-17}$ (iv) $(7)^{-3}(9)^{-3} = (63)^{-3}$

பின்வரும் கணக்கீடுகளைச் செய்ய விரும்புகிறோம் என்று வைத்துக்கொள்வோம்:

(நான்) $2^{\frac{2}{3}} 2^{\frac{1}{3}}$ (ii) $\left(3^{\frac{1}{5}}\right)^4$

(iii) $\frac{7^{\frac{1}{5}}}{7^{\frac{1}{3}}}$ (iv) $13^{\frac{1}{5}} 17^{\frac{1}{5}}$

அதை எப்படிச் செய்வோம்? அடுக்குகளின் விதிகளை நாம் நீட்டிக்க முடியும் என்று மாறிவிடும். நாம் முன்னர் ஆய்வு செய்துள்ளோம், அடிப்படை ஒரு நேர்மறை உண்மையான எண்ணாக இருந்தாலும் கூட மற்றும் அடுக்குகள் விகிதமுறு எண்கள். (பின்னர் நீங்கள் அதை மேலும் நீட்டிக்க முடியும் என்பதைப் படிப்பீர்கள். அடுக்குகள் உண்மையான எண்களாக இருக்கும்போது.) ஆனால் இந்த விதிகளை நாம் கூறுவதற்கு முன், மற்றும் சமமாக இந்த விதிகளைப் புரிந்துகொள்ள, நாம் முதலில் $4^{\frac{3}{2}}$ என்றால் என்ன என்பதைப் புரிந்துகொள்ள வேண்டும் . எனவே, நமக்கு கொஞ்சம் வேலை இருக்கு!

நாம் n ஐ வரையறுக்கிறோம் $\sqrt[n]{அ}$ ஒரு மெய்யெண் a > 0 க்கு பின்வருமாறு:

a > 0 என்பது ஒரு மெய் எண்ணாகவும் n என்பது ஒரு நேர்மறை முழு எண்ணாகவும் இருக்கட்டும். பின்னர் $\sqrt[n]{அ} = b$, $b^n = a$ என்றால் மற்றும் b > 0.

அடுக்குகளின் மொழியில், நாம் n ஐ வரையறுக்கிறோம் $\sqrt[n]{அ} = அ^{\frac{1}{n}}$ எனவே, குறிப்பாக, $\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}$.

$4^{\frac{3}{2}}$ ஐப் பார்ப்பதற்கு இப்போது இரண்டு வழிகள் உள்ளன .

$$4^{\frac{3}{2}} = \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^3 = 2^3 = 8$$

$$4^{\frac{3}{2}} = (4^3)^{\frac{1}{2}} = (64)^{\frac{1}{2}} = 8$$

Machine Translated by Google

எனவே, எங்களுக்கு பின்வரும் வரையறை உள்ளது:

a > 0 என்பது ஒரு மெய்யெண்ணாக இருக்கட்டும். m மற்றும் n ஆகியவை முழு எண்களாக இருக்கட்டும், இதனால் m மற்றும் n ஆகியவை முழு எண்களாக இருக்கட்டும். 1, மற்றும் n > 0 தவிர மற்ற பொதுவான காரணிகள். பின்னர்,

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

இப்போது நமக்கு அடுக்குகளின் பின்வரும் நீட்டிக்கப்பட்ட விதிகள் உள்ளன:

a > 0 என்பது ஒரு மெய் எண்ணாகவும், p மற்றும் q ஆகியவை விகிதமுறு எண்களாகவும் இருக்கட்டும். பிறகு, நமக்குக் கிடைக்கும்

(i) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ (ii) $(a^p)^q = a^{pq}$

(iii) $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ (iv) $a^p b^p = (ab)^p$

முன்பு கேட்கப்பட்ட கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்க இப்போது நீங்கள் இந்த சட்டங்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 20 : எளிமைப்படுத்து (i) $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ (ii) $\left(3^{\frac{1}{5}}\right)^4$ (iii) $\frac{7^{\frac{1}{5}}}{7^{\frac{1}{3}}}$ (iv) $13^{\frac{1}{5}} \cdot 17^{\frac{1}{5}}$

தீர்வு :

(i) $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1 = 2$ (ii) $\left(3^{\frac{1}{5}}\right)^4 = 3^{\frac{4}{5}}$

(iii) $\frac{7^{\frac{1}{5}}}{7^{\frac{1}{3}}} = 7^{\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{3}\right)} = 7^{\frac{3-5}{15}} = 7^{\frac{-2}{15}}$ (iv) $13^{\frac{1}{5}} \times 17^{\frac{1}{5}} = (13 \times 17)^{\frac{1}{5}} = 221^{\frac{1}{5}}$

பயிற்சி 1.5

1. கண்டுபிடி : (நான்) $64^{\frac{1}{2}}$ (ii) (ஆ) $32^{\frac{1}{5}}$ (iii) $125^{\frac{1}{3}}$

2. கண்டுபிடி : (நான்) $9^{\frac{3}{2}}$ (ii) (ஆ) $32^{\frac{2}{5}}$ (iii) $16^{\frac{3}{4}}$ (iv) $125^{\frac{-1}{3}}$

3. எளிமைப்படுத்து : (நான்) $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{5}}$ (ii) (ஆ) $\left(\frac{1}{3^3}\right)^7$ (iii) $\frac{11^{\frac{1}{2}}}{11^{\frac{1}{4}}}$ (iv) $7^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}$

Machine Translated by Google

1.6 சுருக்கம்

இந்த அத்தியாயத்தில், நீங்கள் பின்வரும் விஷயங்களைப் படித்தீர்கள்:

1. ஒரு எண்ணை r என்ற வடிவத்தில் எழுத முடிந்தால், அது ஒரு விகிதமுறு எண் எனப்படும். $\frac{ப}{கே}$, p மற்றும் q எங்கே ? முழு எண்கள் மற்றும் q ≠0.

2. ஒரு எண்ணை s என்ற வடிவத்தில் எழுத முடியாவிட்டால், அது விகிதமுறா எண் எனப்படும். $\frac{ப}{கே}$, எங்கே p மற்றும் q என்பது முழு எண்கள் மற்றும் q ≠0.

3. ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் தசம விரிவாக்கம் முடிவுறு அல்லது முடிவுறாத தொடர்ச்சி ஆகும். மேலும், தசம விரிவாக்கம் முடிவுறும் அல்லது முடிவுறா தொடர்ச்சியான எண்ணைக் கொண்ட ஒரு எண். பகுத்தறிவு மிக்கது.

4. ஒரு விகிதமுறா எண்ணின் தசம விரிவாக்கம் முடிவுறாதது, மீண்டும் நிகழாதது. மேலும், தசம விரிவாக்கம் முடிவுறாத, மீண்டும் நிகழாத எண்ணாக இருக்கும் ஒரு எண் பகுத்தறிவற்றது.

5. அனைத்து பகுத்தறிவு மற்றும் பகுத்தறிவற்ற எண்களும் சேர்ந்து உண்மையான எண்களின் தொகுப்பை உருவாக்குகின்றன.

6. r என்பது பகுத்தறிவு மற்றும் s என்பது பகுத்தறிவற்ற எண் எனில், r + s மற்றும் r – s ஆகியவை பகுத்தறிவற்ற எண்கள், மேலும் rs மற்றும் $\frac{ஆர்}{கள்}$ உள்ளன விகிதமுறா எண்கள், r ≠0.

7. நேர்மறை மெய் எண்கள் a மற்றும் b க்கு, பின்வரும் அடையாளங்கள் பொருந்தும்:

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ (ii) (ஆ) $\sqrt{\frac{அ}{பி}} = \frac{\sqrt{அ}}{\sqrt{பி}}$

(iii) $(\sqrt{அ} + \sqrt{பி})(\sqrt{அ} - \sqrt{பி})$ அ – ப (iv) $(அ + \sqrt{ப})(அ - \sqrt{ப}) = அ^2 - ப$

(இல்) $(\sqrt{அ} + \sqrt{ப})^2 = அ + 2\sqrt{ab} + b$

8. இதன் வகுப்பினைப் பகுத்தறிவுப்படுத்த $\frac{1}{\sqrt{a} + b}$, இதை நாம் பெருக்குகிறோம் $\frac{\sqrt{a} - b}{\sqrt{a} - b}$, a மற்றும் b எங்கே ? முழு எண்கள்.

9. a > 0 ஒரு மெய் எண்ணாகவும், p மற்றும் q ஆகியவை விகிதமுறு எண்களாகவும் இருக்கட்டும். பிறகு

(i) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ (ii) $(a^p)^q = a^{pq}$

(iii) $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ (iv) $a^p b^p = (ab)^p$

© NCERT not to be republished