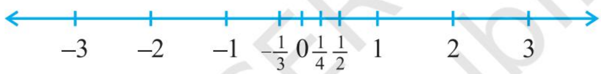
0962CH01

অধ্যায় ১

সংখ্যা পদ্ধতি

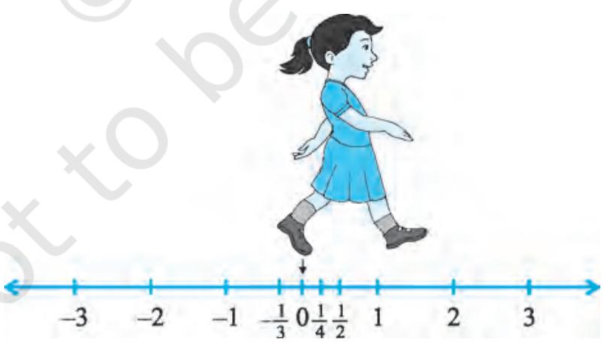
১.১ ভূমিকা

তোমার আগের ক্লাসে, তুমি সংখ্যারেখা এবং এর উপর বিভিন্ন ধরণের সংখ্যা কীভাবে উপস্থাপন করতে হয় তা শিখেছ (চিত্র 1.1 দেখুন)।



চিত্র ১.১: সংখ্যারেখা

কল্পনা করুন আপনি শূন্য থেকে শুরু করে এই সংখ্যারেখা ধরে ধনাত্মক দিকে হাঁটছেন। আপনার চোখ যতদূর দেখতে পাচ্ছে, সংখ্যা, সংখ্যা আর সংখ্যা!



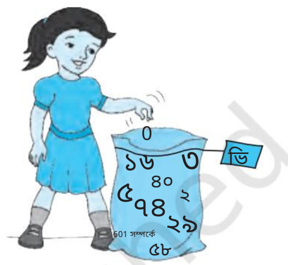
চিত্র ১.২

এখন ধরুন আপনি সংখ্যারেখা ধরে হাঁটতে শুরু করেছেন এবং কিছু সংগ্রহ করেছেন সংখ্যা। এগুলো রাখার জন্য একটি ব্যাগ প্রস্তুত করো!

পুনর্মুদ্রণ ২০২৫-২৬

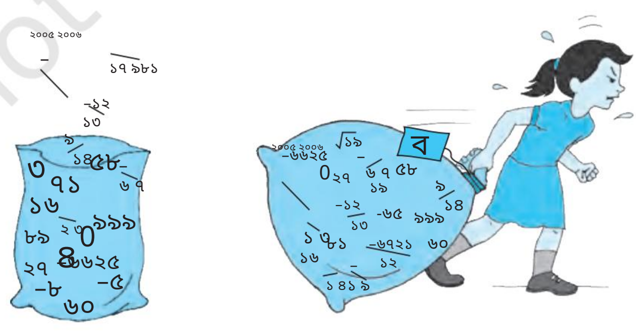
তুমি হয়তো ১, ২, ৩ ইত্যাদি প্রাকৃতিক সংখ্যা দিয়ে শুরু করতে পারো। তুমি জানো যে এই তালিকা চিরকাল ধরে চলে। (কেন এটা সত্য?) তাহলে, এখন তোমার ব্যাগে অসীম সংখ্যক প্রাকৃতিক সংখ্যা আছে! মনে রেখো যে আমরা এই সংগ্রহটিকে N প্রতীক দ্বারা বোঝাই।

এবার ঘুরে ফিরে পুরো পথ হেঁটে যান, শূন্যটি তুলে ব্যাগে রাখুন। এখন আপনার কাছে পূর্ণসংখ্যার সংগ্রহ আছে যা W প্রতীক দ্বারা নির্দেশিত।



এখন, তোমার সামনে অনেকগুলো ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা প্রসারিত। তোমার ব্যাগে সব ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা রাখো। তোমার নতুন সংগ্রহ কী? মনে রেখো যে এটি সমস্ত পূর্ণসংখ্যার সংগ্রহ, এবং এটি Z প্রতীক দ্বারা চিহ্নিত।

লাইনে কি এখনও কিছু সংখ্যা বাকি আছে? অবশ্যই! এরকম সংখ্যা আছে $\frac{১}{2}, \frac{৩}{4}$, অথবা এমনকি $\frac{-২০০৫}{২০০৬}$. যদি তুমি এই সমস্ত সংখ্যাও ব্যাগে রাখো, তাহলে এখন এটি হবে



মূলদ সংখ্যার সংগ্রহ । মূলদ সংখ্যার সংগ্রহকে Q দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।
'Rational' শব্দটি 'ratio' শব্দ থেকে এসেছে, এবং Q শব্দটি 'ভাগফল' শব্দ থেকে এসেছে।

তুমি হয়তো মূলদ সংখ্যার সংজ্ঞাটি মনে করতে পারো:

'r' সংখ্যাটিকে যদি p আকারে লেখা যায় , তাহলে তাকে একটি মূলদ সংখ্যা বলা হয় । $\frac{}{\text{প্রশ্ন}}$,

যেখানে p এবং q হল পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠0। (কেন আমরা জোর দিই যে q ≠0?)

লক্ষ্য করুন যে ব্যাগে থাকা সমস্ত সংখ্যা এখন ফর্মে লেখা যেতে পারে $\frac{\text{পি}}{\text{প্রশ্ন}}$, যেখানে পি

এবং q হল পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠0। উদাহরণস্বরূপ, –25 কে এভাবে লেখা যেতে পারে $\frac{-২৫}{১}$; এখানে p = –25

এবং q = 1। অতএব, মূলদ সংখ্যার মধ্যে প্রাকৃতিক সংখ্যাও অন্তর্ভুক্ত থাকে, পূর্ণসংখ্যা সংখ্যা এবং পূর্ণসংখ্যা।

তুমি এটাও জানো যে মূলদ সংখ্যাগুলির একটি অনন্য উপস্থাপনা নেই

ফর্ম পি $\frac{}{\text{প্রশ্ন}}$, যেখানে p এবং q হল পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠0। উদাহরণস্বরূপ, 2 $\frac{১}{} = \frac{২}{৪} = \frac{১০}{২০} = \frac{২৫}{৫০}$

$= \frac{৪৭}{৯৪}$, ইত্যাদি। এগুলো সমতুল্য মূলদ সংখ্যা (বা ভগ্নাংশ)। তবে,

যখন আমরা বলি যে p $\frac{}{\text{প্রশ্ন}}$ একটি মূলদ সংখ্যা, অথবা যখন আমরা q প্রতিনিধিত্ব করি $\frac{\text{পি}}{}$ নম্বরে

রেখা, আমরা ধরে নিচ্ছি যে q ≠0 এবং p এবং q এর 1 ছাড়া অন্য কোনও সাধারণ উৎপাদক নেই (অর্থাৎ, p এবং q সহ -মৌলিক)। সুতরাং, সংখ্যারেখায়, অসীম অনেকের মধ্যে

২ এর সমতুল্য ভগ্নাংশ $\frac{১}{}$, আমরা তাদের সকলের $\frac{১}{২}$ প্রতিনিধিত্ব করার জন্য বেছে নেব।

এখন, বিভিন্ন ধরণের সংখ্যা সম্পর্কে কিছু উদাহরণ সমাধান করা যাক, যা আপনি আগের ক্লাসে পড়েছি।

উদাহরণ ১: নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলি কি সত্য না মিথ্যা? আপনার উত্তরের কারণগুলি বলুন।

(i) প্রতিটি পূর্ণসংখ্যা একটি স্বাভাবিক সংখ্যা।

(ii) প্রতিটি পূর্ণসংখ্যা একটি মূলদ সংখ্যা।

(iii) প্রতিটি মূলদ সংখ্যা একটি পূর্ণসংখ্যা।

সমাধান: (i) মিথ্যা, কারণ শূন্য একটি পূর্ণসংখ্যা কিন্তু একটি স্বাভাবিক সংখ্যা নয়।

(ii) সত্য, কারণ প্রতিটি পূর্ণসংখ্যা m কে মূলদ সংখ্যা আকারে প্রকাশ করা যেতে পারে। $\frac{\text{মি}}{১}$, এবং তাই এটি একটি

(iii) মিথ্যা, কারণ $\frac{৩}{৫}$ একটি পূর্ণসংখ্যা নয়।

উদাহরণ ২: ১ এবং ২ এর মধ্যে পাঁচটি মূলদ সংখ্যা খুঁজুন।

আমরা অন্তত দুটি উপায়ে এই সমস্যাটির সমাধান করতে পারি।

সমাধান ১: মনে রাখবেন যে r এবং s এর মধ্যে একটি মূলদ সংখ্যা বের করতে , আপনি r এবং যোগ করতে পারেন s এবং যোগফলকে 2 দিয়ে ভাগ করুন, অর্থাৎ $\frac{\text{টাকা} +}{২}$ r এবং s এর মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং, $\frac{৩}{২}$ একটি সংখ্যা ১ এবং ২ এর মধ্যে। আপনি আরও চারটি মূলদ সংখ্যা খুঁজে পেতে এই পদ্ধতিতে এগিয়ে যেতে পারেন ১ এবং ২ এর মধ্যে। এই চারটি সংখ্যা হল $\frac{৫}{৪}, \frac{১১}{৮}, \frac{১৩}{৮}$ এবং $\frac{৭}{৪}$.

সমাধান ২: অন্য বিকল্পটি হল এক ধাপে পাঁচটি মূলদ সংখ্যা খুঁজে বের করা। যেহেতু আমরা পাঁচটি সংখ্যা চাই, আমরা 1 এবং 2 কে মূলদ সংখ্যা হিসেবে লিখি যার হর 5 + 1, অর্থাৎ, $১ = \frac{৬}{৬}$ এবং $2 = \frac{১২}{৬}$। তাহলে আপনি পরীক্ষা করতে পারেন যে $\frac{৭}{৬}, \frac{৮}{৬}, \frac{৯}{৬}, \frac{১০}{৬}$ এবং $\frac{১১}{৬}$ সকলেই যুক্তিসঙ্গত ১ এবং ২ এর মধ্যে সংখ্যা। সুতরাং, পাঁচটি সংখ্যা হল $\frac{৭}{৬}, \frac{৪}{৩}, \frac{৩}{২}, \frac{৫}{৩}$ এবং $\frac{১১}{৬}$.

মন্তব্য: লক্ষ্য করুন যে উদাহরণ ২-এ, আপনাকে পাঁচটি মূলদ সংখ্যা খুঁজে বের করতে বলা হয়েছিল ১ থেকে ২ এর মধ্যে। কিন্তু, আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পেরেছেন যে আসলে অসীম সংখ্যক আছে ১ এবং ২ এর মধ্যে মূলদ সংখ্যা। সাধারণভাবে, অসীমভাবে অনেক মূলদ সংখ্যা রয়েছে প্রদত্ত দুটি মূলদ সংখ্যার মধ্যে সংখ্যা।

আসুন আবার সংখ্যারেখাটি দেখি। তুমি কি সব সংখ্যা তুলে ধরেছো? এখনও না। আসল কথা হলো, সংখ্যাটিতে আরও অসীম সংখ্যক সংখ্যা বাকি আছে। লাইন! তুমি যে সংখ্যাগুলো তুলেছো সেগুলোর জায়গাগুলোর মধ্যে ফাঁক আছে, শুধু তাই নয়। এক বা দুই কিন্তু অসীম অনেক। আশ্চর্যজনক বিষয় হল যে অসীম অনেক আছে এই দুটি ফাঁকের মধ্যে থাকা সংখ্যাগুলিও!

তাহলে আমাদের কাছে নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলি রয়ে গেছে:

১. সংখ্যাটিতে কী কী সংখ্যা অবশিষ্ট থাকে? লাইন, ডাকা?

২. আমরা কীভাবে তাদের চিনব? অর্থাৎ, কীভাবে আমরা যুক্তিসঙ্গত (যুক্তিসঙ্গত) থেকে তাদের আলাদা করুন সংখ্যা)?

এই প্রশ্নগুলির উত্তর পরবর্তী অংশে দেওয়া হবে।

Machine Translated by Google

অনুশীলন ১.১

১. শূন্য কি একটি মূলদ সংখ্যা? তুমি কি এটি আকারে লিখতে পারো? $\frac{পৃ}{প্রশ্ন}$, যেখানে p এবং q পূর্ণসংখ্যা

এবং q ≠0?

২. ৩ থেকে ৪ এর মধ্যে ছয়টি মূলদ সংখ্যা খুঁজুন।

৩ ৩. ৫ এর মধ্যে পাঁচটি মূলদ সংখ্যা খুঁজুন — ৪ এবং ৫ — .

৪. নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা তা উল্লেখ করুন। আপনার উত্তরের কারণগুলি উল্লেখ করুন।

(i) প্রতিটি প্রাকৃতিক সংখ্যা একটি পূর্ণসংখ্যা। (ii) প্রতিটি

পূর্ণসংখ্যা একটি পূর্ণসংখ্যা। (iii) প্রতিটি মূলদ

সংখ্যা একটি পূর্ণসংখ্যা।

১.২ অমূলদ সংখ্যা

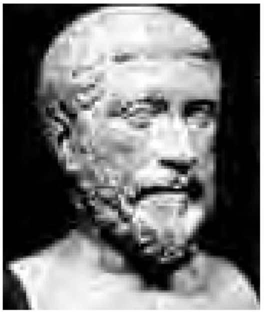
আমরা আগের অংশে দেখেছি যে সংখ্যারেখায় এমন কিছু সংখ্যা থাকতে পারে যা মূলদ নয়। এই অংশে, আমরা এই সংখ্যাগুলি অনুসন্ধান করব। এখন পর্যন্ত, সমস্ত

তুমি যে সংখ্যাগুলো দেখেছো, সেগুলো p আকারের। — , যেখানে p এবং q পূর্ণসংখ্যা প্রশ্ন

এবং q ≠0। তাহলে, আপনি জিজ্ঞাসা করতে পারেন: এমন কি সংখ্যা আছে যা এই ফর্মের নয়? এমন সংখ্যা আসলেই আছে।

বিখ্যাত গণিতবিদ এবং দার্শনিক পিথাগোরাসের অনুসারী গ্রীসের পিথাগোরিয়ানরা প্রায় ৪০০ খ্রিস্টপূর্বাব্দে প্রথম অমূলদ সংখ্যা আবিষ্কার করেন। এই সংখ্যাগুলিকে অমূলদ সংখ্যা (অমূলদ) বলা হয়, কারণ এগুলি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত আকারে লেখা যায় না। পিথাগোরিয়ান, ক্রোটনের হিপ্পাকাস কর্তৃক অমূলদ সংখ্যা আবিষ্কারকে ঘিরে অনেক পৌরাণিক কাহিনী রয়েছে। সমস্ত পৌরাণিক কাহিনীতে, হিপ্পাকাসের একটি

দুর্ভাগ্যজনক পরিণতি, হয় $\sqrt{২}$ কে অযৌক্তিক বলে আবিষ্কার করার জন্য অথবা গোপন পিথাগোরিয়ান সম্প্রদায়ের বাইরের লোকদের কাছে $\sqrt{২}$ সম্পর্কে গোপন তথ্য প্রকাশ করার জন্য !



পিথাগোরাস (৫৬৯ খ্রিস্টপূর্বাব্দ - ৪৭৯ খ্রিস্টপূর্বাব্দ)

চিত্র ১.৩

আসুন আমরা আনুষ্ঠানিকভাবে এই সংখ্যাগুলিকে সংজ্ঞায়িত করি।

একটি সংখ্যা 's' কে অমূলদ বলা হয় , যদি এটি p আকারে লেখা না যায় — , যেখানে পি প্রশ্ন

এবং q হল পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠0।

তুমি ইতিমধ্যেই জানো যে অসীমভাবে অনেকগুলি মূলদ আছে। দেখা যাচ্ছে যে অসীমভাবে অনেকগুলি অমূলদ সংখ্যাও আছে। কিছু উদাহরণ হল:

√২, ৩,√১৫, পাই, ০.১০১১০১১১০১১১১০...

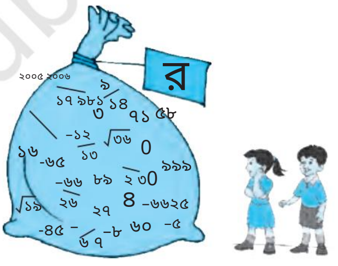
মন্তব্য: মনে রাখবেন যখন আমরা সংখ্যার ধনাত্মক বর্গমূল প্রতীক ব্যবহার করি। তাহলে √ , আমরা ধরে নিচ্ছি যে এটি হল 4 = 2, যদিও 2 এবং –2 উভয়ই 4 এর বর্গমূল। √

উপরে তালিকাভুক্ত কিছু অমূলদ সংখ্যা আপনার পরিচিত। উদাহরণস্বরূপ, আপনি ইতিমধ্যে উপরে তালিকাভুক্ত অনেক বর্গমূল এবং π সংখ্যাটি দেখেছেন।

পিথাগোরিয়ানরা প্রমাণ করেছিলেন যে 2 অযৌক্তিক√। পরে আনুমানিক খ্রিস্টপূর্ব 425 সালে, সাইরেনের থিওডোরাস দেখিয়েছিলেন যে 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15 √ √ √ √ √ √ √ √ √ √ এবং ১৭√টিও অযৌক্তিক। ২ এর অযৌক্তিকতার প্রমাণ , যা দশম শ্রেণীতে আলোচনা করা√ √৩ , √ , ইত্যাদি, 5 হবে হয়েছে। π সম্পর্কে , এটি হাজার হাজার বছর ধরে বিভিন্ন সংস্কৃতির কাছে পরিচিত ছিল, ল্যাম্বার্ট এবং লেজেন্ড্রে কেবল ১৭০০ এর দশকের শেষের দিকে এটি অযৌক্তিক প্রমাণ করেছিলেন।

পরবর্তী অংশে, আমরা আলোচনা করব কেন 0.10110111011110... এবং π অমূলদ।

আগের অংশের শেষে উত্থাপিত প্রশ্নগুলিতে ফিরে আসা যাক। মূলদ সংখ্যার ব্যাগটি মনে রাখবেন। যদি আমরা এখন সমস্ত অমূলদ সংখ্যা ব্যাগে রাখি, তাহলে কি সংখ্যারেখায় কোন সংখ্যা অবশিষ্ট থাকবে? উত্তর হল না! দেখা যাচ্ছে যে সংগ্রহ



সকল মূলদ সংখ্যা এবং অমূলদ সংখ্যার একত্রিত সংখ্যা দিয়ে আমরা বাস্তব সংখ্যার সমষ্টি তৈরি করি , যাকে R দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। অতএব, একটি বাস্তব সংখ্যা হয় মূলদ অথবা অমূলদ। সুতরাং, আমরা বলতে পারি যে প্রতিটি বাস্তব সংখ্যা সংখ্যারেখার একটি অনন্য বিন্দু দ্বারা প্রতিনিধিত্ব করা হয়। এছাড়াও, সংখ্যারেখার প্রতিটি বিন্দু একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যাকে প্রতিনিধিত্ব করে।

এই কারণেই আমরা সংখ্যারেখাকে বলি, বাস্তব সংখ্যারেখা।

আর. ডেডেকিন্ড (১৮৩১-১৯১৬)

চিত্র ১.৪

১৮৭০-এর দশকে দুই জার্মান গণিতবিদ, ক্যান্টর এবং ডেডেকিন্ড, দেখিয়েছিলেন যে: প্রতিটি বাস্তব সংখ্যার সাথে মিল রেখে, বাস্তব সংখ্যারেখায় একটি বিন্দু থাকে এবং সংখ্যারেখার প্রতিটি বিন্দুর সাথে মিল রেখে, একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা থাকে।

জি. ক্যান্টর (১৮৪৫-১৯১৮)

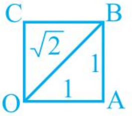
চিত্র ১.৫

আসুন দেখি কিভাবে আমরা সংখ্যারেখায় কিছু অমূলদ সংখ্যা খুঁজে পেতে পারি।

উদাহরণ ৩: সংখ্যারেখায় ২ নির্ণয় করো।

সমাধান: গ্রীকরা কীভাবে আবিষ্কার করেছিল তা বোঝা সহজ।

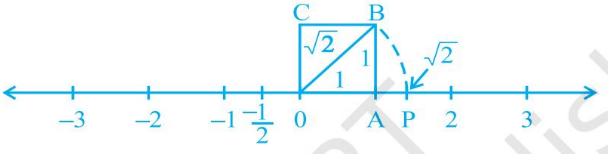
$\sqrt{২}$। একটি বর্গাকার OABC বিবেচনা করুন, যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ১ একক (দেখুন চিত্র ১.৬)। তাহলে পিথাগোরাসের উপপাদ্য দ্বারা আপনি দেখতে পাবেন যে



চিত্র ১.৬

ওবি = $\sqrt{১^২ + ১^২}$ $\sqrt{২}$ সংখ্যারেখায় আমরা 2 কে কীভাবে উপস্থাপন করব ?

এটা সহজ। চিত্র ১.৬ সংখ্যারেখার উপর স্থানান্তর করুন যাতে নিশ্চিত হয় যে শীর্ষবিন্দু O শূন্যের সাথে মিলে যায় (চিত্র 1.7 দেখুন)।

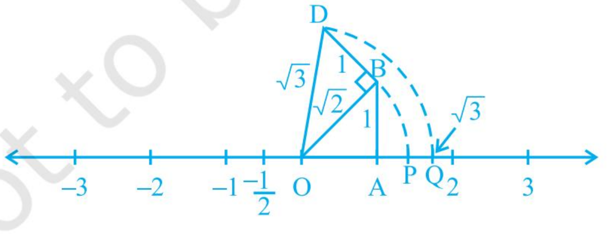


চিত্র ১.৭

আমরা দেখেছি যে OB = 2। কেন্দ্র O এবং ব্যাসার্ধ OB বিশিষ্ট একটি কম্পাস ব্যবহার করে, P বিন্দুতে সংখ্যারেখাকে ছেদ করে একটি বৃত্ত আঁকুন। তারপর P 2 এর সাথে মিলবে সংখ্যারেখা। $\sqrt{}$

উদাহরণ ৪: সংখ্যারেখায় ৩ নির্ণয় করো।

সমাধান: চিত্র ১.৭-এ ফিরে যাওয়া যাক।



চিত্র ১.৮

OB এর লম্ব একক দৈর্ঘ্যের BD আঁকুন (চিত্র 1.8-এর মতো)। তারপর ব্যবহার করে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, আমরা দেখতে পাই যে OD = $\sqrt{(\sqrt{২})^2 + ১^২}$ $\sqrt{3}$. একটি কম্পাস ব্যবহার করে, O কে কেন্দ্র করে এবং OD ব্যাসার্ধে, একটি চাপ আঁকুন যা সংখ্যারেখাকে Q বিন্দুতে ছেদ করবে। তাহলে Q 3 এর সাথে মিলে যায় $\sqrt{}$

একইভাবে, আপনি সনাক্ত করতে পারেন $\sqrt{}$ এন যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য, n – 1 $\sqrt{}$ হওয়ার পরে অবস্থিত।

অনুশীলনী ১.২

১. নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা তা উল্লেখ করুন। আপনার উত্তরগুলির ন্যায্যতা প্রমাণ করুন।

(i) প্রতিটি অমূলদ সংখ্যাই একটি বাস্তব সংখ্যা।

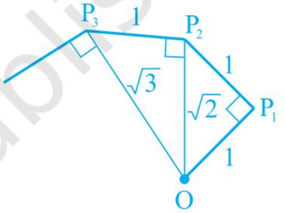
(ii) সংখ্যারেখার প্রতিটি বিন্দু m আকারের $\sqrt{}$, যেখানে m একটি স্বাভাবিক সংখ্যা।

(iii) প্রতিটি বাস্তব সংখ্যা একটি অমূলদ সংখ্যা।

2. সকল ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার বর্গমূল কি অমূলদ? যদি না হয়, তাহলে একটি উদাহরণ দাও একটি মূলদ সংখ্যার বর্গমূল।

৩. সংখ্যারেখায় ৫ কীভাবে $\sqrt{}$ প্রকাশ করা যায় তা দেখাও ।

৪. শ্রেণীকক্ষের কার্যকলাপ ('বর্গমূল সর্পিল' তৈরি করা): একটি বড় কাগজ নিন এবং নিম্নলিখিত পদ্ধতিতে 'বর্গমূল সর্পিল' তৈরি করুন। একটি বিন্দু O দিয়ে শুরু করুন এবং একক দৈর্ঘ্যের OP1 এর একটি রেখাখণ্ড আঁকুন । একক দৈর্ঘ্যের OP1 এর সাথে লম্বভাবে P1 P2 একটি রেখাখণ্ড আঁকুন (চিত্র 1.9 দেখুন)। এখন OP2 এর সাথে লম্বভাবে P2 P3 একটি রেখাখণ্ড আঁকুন। তারপর OP3 এর সাথে লম্বভাবে P3 P4 একটি রেখাখণ্ড আঁকুন । এই পদ্ধতিতে এগিয়ে গিয়ে, আপনি OPn–1 এর সাথে লম্বভাবে একক দৈর্ঘ্যের একটি রেখাখণ্ড আঁকলে Pn–1Pn রেখাখণ্ড পেতে পারেন। এই পদ্ধতিতে, আপনি P2 , P3 ,...., Pn ,... বিন্দু তৈরি করবেন এবং তাদের সাথে যুক্ত হয়ে 2, 3, 4, ... চিত্রিত একটি সুন্দর সর্পিল তৈরি করবেন।



চিত্র ১.৯: বর্গমূল সর্পিল গঠন

$\sqrt{}$ $\sqrt{}$ $\sqrt{}$

১.৩ বাস্তব সংখ্যা এবং তাদের দশমিক প্রসারণ

এই বিভাগে, আমরা ভিন্ন দৃষ্টিকোণ থেকে মূলদ এবং অমূলদ সংখ্যা অধ্যয়ন করব। আমরা বাস্তব সংখ্যার দশমিক সম্প্রসারণ দেখব এবং দেখব যে আমরা মূলদ এবং অমূলদ সংখ্যার মধ্যে পার্থক্য করার জন্য এই সম্প্রসারণগুলি ব্যবহার করতে পারি কিনা। আমরা সংখ্যারেখায় তাদের দশমিক সম্প্রসারণ ব্যবহার করে বাস্তব সংখ্যার প্রতিনিধিত্ব কীভাবে কল্পনা করা যায় তাও ব্যাখ্যা করব। যেহেতু মূলদগুলি আমাদের কাছে বেশি পরিচিত, তাই আসুন শুরু করা যাক

তাদের। আসুন তিনটি উদাহরণ দেই: $\frac{১০}{৩}, \frac{৭}{৮}, \frac{১}{৭}$.

অবশিষ্টাংশের দিকে বিশেষ মনোযোগ দিন এবং দেখুন আপনি কোন প্যাটার্ন খুঁজে পান কিনা।

উদাহরণ ৫: দশমিক বিস্তার নির্ণয় করো $\frac{১০}{৩}$, $\frac{৭}{৮}$ এবং $\frac{১}{৭}$.

সমাধান:

৩,৩৩৩...
৩ | ১০
৯
১০
৯
১০
৯
১০
৯
১

০.৮৭৫
৮ | ৭.০
৬৪
৬০
৫৬
৪০
৪০
0

০.১৪২৮৫৭...
৭ | ১.০
৭
৩০
২৮
২০
১৪
৬০
৫৬
৪০
৩৫
৫০
৪৯
১

অবশিষ্টাংশ: ১, ১, ১, ১, ১... অবশিষ্টাংশ: ৬, ৪, ০ ভাজক: ৩ ভাজক: ৮

অবশিষ্টাংশ: ৩, ২, ৬, ৪, ৫, ১,
৩, ২, ৬, ৪, ৫, ১,...
ভাজক : 7

তুমি কী লক্ষ্য করেছো? তোমার অন্তত তিনটি জিনিস লক্ষ্য করা উচিত ছিল:

(i) একটি নির্দিষ্ট পর্যায়ের পরে অবশিষ্টাংশগুলি হয় 0 হয়ে যায়, অথবা নিজেদের পুনরাবৃত্তি শুরু করে।

(ii) পুনরাবৃত্তিকারী অবশিষ্টাংশের স্ট্রিংয়ে এন্ট্রির সংখ্যা ভাজকের চেয়ে কম

(একটি $\frac{১০}{৩}$ সংখ্যায় নিজেকে পুনরাবৃত্তি করে এবং ভাজক 3 হয়, ইন $\frac{১}{৭}$ ছয়টি এন্ট্রি আছে

(অবশেষের পুনরাবৃত্তিকারী স্ট্রিংয়ে 326451 এবং 7 হল ভাজক)।

(iii) যদি ভাগশেষগুলি পুনরাবৃত্তি হয়, তাহলে আমরা ভাগফলের মধ্যে সংখ্যার একটি পুনরাবৃত্তিমূলক ব্লক পাব

(জন্য $\frac{১০}{৩}$, ভাগফলের মধ্যে ৩টি পুনরাবৃত্তি এবং ৭টির জন্য $\frac{১}{\ }$, আমরা পুনরাবৃত্তি ব্লক 142857 পাচ্ছি।

ভাগফলের মধ্যে)।

যদিও আমরা শুধুমাত্র উপরের উদাহরণগুলি ব্যবহার করে এই ধরণটি লক্ষ্য করেছি, এটি সকলের জন্য সত্য

ফর্মের মূলদ p $\frac{}{\text{প্রশ্ন}}$ (q ≠ 0)। p কে q দিয়ে ভাগ করলে , দুটি প্রধান ঘটনা ঘটে - হয়

বাকি অংশ শূন্য হয়ে যায় অথবা কখনই শূন্য হয় না এবং আমরা একটি পুনরাবৃত্তিমূলক স্ট্রিং পাই অবশিষ্টাংশ। আসুন আমরা প্রতিটি কেস আলাদাভাবে দেখি।

কেস (i): বাকি অংশ শূন্য হয়ে যায়

৮ এর উদাহরণে $\frac{৭}{}$, আমরা দেখতে পেলাম যে কিছু ধাপ পরে বাকি অংশ শূন্য হয়ে যায় এবং

দশমিক প্রসারণ = 0.875। অন্যান্য উদাহরণ হল 8 $\frac{৭}{}$ $\frac{১}{২}$ = ০.৫, = $\frac{৬৩৯}{২৫০}$ ২.৫৫৬। সব মিলিয়ে

এই ক্ষেত্রে, দশমিক সম্প্রসারণ সীমিত সংখ্যক ধাপের পরে শেষ হয় বা শেষ হয়। এই ধরনের সংখ্যার দশমিক প্রসারণকে আমরা সমাপ্তি বলি।

কেস (ii): ভাগশেষ কখনই শূন্য হয় না

উদাহরণগুলিতে $\frac{১০}{৩}$ এবং $\frac{১}{৭}$, আমরা লক্ষ্য করি যে অবশিষ্টাংশগুলি একটি নির্দিষ্ট সময়ের পরে পুনরাবৃত্তি করে

দশমিক সম্প্রসারণকে চিরতরে চলতে বাধ্য করে। অন্য কথায়, আমাদের একটি আছে ভাগফলের মধ্যে সংখ্যার পুনরাবৃত্তিমূলক ব্লক। আমরা বলি যে এই সম্প্রসারণটি অ-সমাপ্ত

পুনরাবৃত্ত। উদাহরণস্বরূপ, $\frac{১০}{৩}$ = 3.3333... এবং $\frac{১}{৭}$ = ০.১৪২৮৫৭১৪২৮৫৭১৪২৮৫৭...

ভাগফলের মধ্যে 3 পুনরাবৃত্তি দেখানোর স্বাভাবিক উপায় $\frac{১০}{৩}$ এটিকে $3.\overline{3}$ হিসেবে লিখতে হবে.

একইভাবে, যেহেতু ১৪২৮৫৭ সংখ্যার ব্লকটি ৭ এর ভাগফলের মধ্যে পুনরাবৃত্তি করে $\frac{১}{}$, আমরা ৭ $\frac{১}{}$ যেমন লিখি।

$০.\overline{১৪২৮৫৭}$, যেখানে অঙ্কগুলির উপরে থাকা বারটি পুনরাবৃত্তি হওয়া অঙ্কগুলির ব্লককে নির্দেশ করে।

এছাড়াও 3.57272... কে $3.5\overline{72}$ হিসেবে লেখা যেতে পারে । সুতরাং, এই সমস্ত উদাহরণ আমাদের অ-সমাপ্তি প্রদান করে পুনরাবৃত্ত (পুনরাবৃত্ত) দশমিক সম্প্রসারণ।

সুতরাং, আমরা দেখতে পাচ্ছি যে মূলদ সংখ্যার দশমিক প্রসারণের কেবল দুটি বিকল্প রয়েছে: হয় তারা সমাপ্তিমূলক অথবা অ-সমাপ্তিমূলক পুনরাবৃত্ত।

এবার ধরুন, অন্যদিকে, সংখ্যারেখা ধরে হাঁটার সময়, আপনি একটি ৩.১৪২৬৭৮ এর মতো সংখ্যা যার দশমিক সম্প্রসারণ শেষ হচ্ছে অথবা এর মতো একটি সংখ্যা ১.২৭২৭২৭... অর্থাৎ, $১.\overline{২৭}$, তুমি , যার দশমিক প্রসারণ অ-সমাপ্ত পুনরাবৃত্ত, পারে কি এই সিদ্ধান্তে উপনীত হও যে এটি একটি মূলদ সংখ্যা? উত্তর হল হ্যাঁ!

আমরা এটি প্রমাণ করব না তবে কয়েকটি উদাহরণ দিয়ে এই সত্যটি ব্যাখ্যা করব।
সহজ।

উদাহরণ ৬: দেখাও যে ৩.১৪২৬৭৮ একটি মূলদ সংখ্যা। অন্য কথায়, ৩.১৪২৬৭৮ প্রকাশ করো।

পি আকারে — , যেখানে p এবং q হল পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠ 0।
প্রশ্ন

সমাধান: আমাদের কাছে 3.142678 = $\frac{৩১৪২৬৭৮}{১০০০০০০}$ আছে, এবং তাই এটি একটি মূলদ সংখ্যা।

এখন, দশমিক সম্প্রসারণ অ-সমাপ্ত পুনরাবৃত্ত হলে সেই ঘটনাটি বিবেচনা করা যাক।

উদাহরণ ৭: দেখান যে 0.3333... = $0.\overline{3}$. কে p আকারে প্রকাশ করা যেতে পারে — , যেখানে p এবং q হল পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠ 0।
প্রশ্ন

সমাধান: যেহেতু আমরা জানি না $০.\overline{৩}$. কী, আসুন আমরা একে 'x' বলি এবং তাই

x = ০.৩৩৩৩...

এবার কৌশলটা কাজে আসে। দেখো

১০ x = ১০ × (০.৩৩৩...) = ৩.৩৩৩...

এখন, ৩.৩৩৩৩... = ৩ + x, যেহেতু x = ০.৩৩৩৩...

অতএব, ১০ x = ৩ + x

x এর সমাধান করলে আমরা পাই

$$9x = 3, \text{ অর্থাৎ, } x = \frac{১}{৩}$$

উদাহরণ ৮: দেখাও যে 1.272727... = $1.\overline{27}$। p আকারে প্রকাশ করা যেতে পারে — , যেখানে পি এবং q হল পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠ 0।
প্রশ্ন

সমাধান: ধরুন x = 1.272727... যেহেতু দুটি সংখ্যা পুনরাবৃত্তি করছে, তাই আমরা x কে 100 দিয়ে গুণ করি যাতে
পাওয়া

১০০ x = ১২৭.২৭২৭...

তাই, ১০০ x = ১২৬ + ১.২৭২৭২৭... = ১২৬ + x

অতএব, 100 x – x = 126, অর্থাৎ, 99 x = 126

অর্থাৎ, এক্স = $\frac{১২৬}{৯৯} = \frac{১৪}{১১}$

তুমি বিপরীতটাও পরীক্ষা করতে পারো যে $\frac{১৪}{১১} = ১.\overline{২৭}$।

উদাহরণ ৯: দেখান যে 0.2353535... = $0.2\overline{35}$. কে এই আকারে প্রকাশ করা যেতে পারে $\frac{পি}{প্রশ্ন}$, যেখানে p এবং q হল পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠ 0।

সমাধান: ধরুন x = $0.2\overline{35}$। এখানে, মনে রাখবেন যে 2 পুনরাবৃত্তি করে না, কিন্তু ব্লক 35 পুনরাবৃত্তি। যেহেতু দুটি সংখ্যা পুনরাবৃত্তি করছে, তাই আমরা x কে 100 দিয়ে গুণ করি

১০০ x = ২৩.৫৩৫৩৫...

তাই, ১০০ x = ২৩.৩ + ০.২৩৫৩৫... = ২৩.৩ + x

অতএব, ৯৯ x = ২৩.৩

অর্থাৎ, ৯৯ x = $\frac{২৩৩}{১০}$, যা x = 990 দেয় $\frac{২৩৩}{}$

তুমি বিপরীত দিকটিও পরীক্ষা করতে পারো যে $\frac{২৩৩}{৯৯০} = ০.২\overline{৩৫}$।

সুতরাং, অ-সমাপ্ত পুনরাবৃত্ত দশমিক প্রসারণ সহ প্রতিটি সংখ্যা প্রকাশ করা যেতে পারে

পি আকারে $\frac{}{প্রশ্ন}$ (q ≠ 0), যেখানে p এবং q পূর্ণসংখ্যা। আসুন আমাদের ফলাফলগুলি সংক্ষেপে বর্ণনা করি

নিম্নলিখিত ফর্ম:

একটি মূলদ সংখ্যার দশমিক প্রসারণ হয় সমাপ্তিমূলক অথবা অসমাপ্তিমূলক পুনরাবৃত্ত। অধিকন্তু, একটি সংখ্যা যার দশমিক প্রসারণ হল
সমাপ্তি বা অ-সমাপ্তি পুনরাবৃত্তি যুক্তিসঙ্গত।

তাহলে, এখন আমরা জানি একটি মূলদ সংখ্যার দশমিক প্রসারণ কী হতে পারে। কী?
অমূলদ সংখ্যার দশমিক প্রসারণ সম্পর্কে? উপরের বৈশিষ্ট্যের কারণে,
আমরা উপসংহারে আসতে পারি যে তাদের দশমিক সম্প্রসারণগুলি অ-সমাপ্ত, অ-পুনরাবৃত্ত।

সুতরাং, অমূলদ সংখ্যার জন্য সম্পত্তি, মূলদ সংখ্যার জন্য উপরে বর্ণিত সম্পত্তির অনুরূপ
সংখ্যা, হল

একটি অমূলদ সংখ্যার দশমিক প্রসারণ অ-সমাপ্ত, অ-পুনরাবৃত্ত।
তাছাড়া, একটি সংখ্যা যার দশমিক প্রসারণ অ-সমাপ্ত, অ-পুনরাবৃত্ত
অযৌক্তিক।

পূর্ববর্তী অংশ থেকে s = 0.10110111011110... প্রত্যাহার করুন । লক্ষ্য করুন যে এটি অ-সমাপ্ত এবং অ-পুনরাবৃত্ত। অতএব, উপরের বৈশিষ্ট্য থেকে, এটি অযৌক্তিক।
তাছাড়া, লক্ষ্য করুন যে আপনি s এর মতো অসীমভাবে অনেক অমূলদ উৎপন্ন করতে পারেন।

বিখ্যাত অমূলদ সংখ্যা $\sqrt{2}$ এবং π সম্পর্কে কী বলা যায়? এখানে তাদের দশমিক সম্প্রসারণ উপরে দেওয়া হল একটি নির্দিষ্ট পর্যায়ে।

$\sqrt{২}$ = ১.৪১৪২১৩৫৬২৩৭৩০৯৫০৪৮৮০১৬৮৮৭২৪২০৯৬...

পাই = 3.14159265358979323846264338327950...

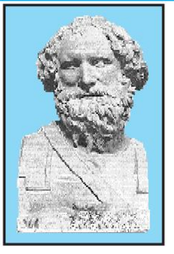
(মনে রাখবেন, আমরা প্রায়শই নিই $\frac{২২}{৭}$ π এর আনুমানিক মান হিসেবে , কিন্তু π ≠ $\frac{২২}{৭}$.)

বছরের পর বছর ধরে, গণিতবিদরা আরও বেশি উৎপাদনের জন্য বিভিন্ন কৌশল উদ্ভাবন করেছেন এবং অমূলদ সংখ্যার দশমিক বিস্তারে আরও সংখ্যা। উদাহরণস্বরূপ, আপনি ভাগ পদ্ধতিতে $\sqrt{2}$ এর দশমিক প্রসারণে অঙ্ক খুঁজে বের করতে শিখে থাকতে পারে । মজার ব্যাপার হল, বৈদিকদের একটি গাণিতিক গ্রন্থ সুল্বসূত্রে (জ্যার নিয়ম) সময়কাল (খ্রিস্টপূর্ব ৮০০ - খ্রিস্টপূর্ব ৫০০), আপনি নিম্নরূপ $\sqrt{২}$ এর আনুমানিক পরিমাণ পাবেন :

$$\sqrt{২} = ১ + \frac{১}{৩} + \frac{১}{৩ \times ৪} - \frac{১}{৩ \times ৪ \times ৩৪} = ১.৪১৪২১৫৬$$

লক্ষ্য করুন যে এটি প্রথম পাঁচ দশমিক স্থানের জন্য উপরে প্রদত্ত সংখ্যার মতোই। π এর দশমিক প্রসারণে অঙ্ক অনুসন্ধানের ইতিহাস খুবই আকর্ষণীয়।

গ্রীক প্রতিভাবান আর্কিমিডিসই প্রথম গণনা করেছিলেন π এর দশমিক প্রসারণে সংখ্যাগুলি । তিনি 3.140845 দেখিয়েছেন < π < 3.142857। আর্যভট্ট (476 - 550 CE), মহান ভারতীয় গণিতবিদ এবং জ্যোতির্বিদ, মূল্য খুঁজে পেয়েছেন π এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত সঠিক (3.1416)। উচ্চ ব্যবহার করে দ্রুতগতির কম্পিউটার এবং উন্নত অ্যালগরিদম, π হয়েছে ১.২৪ ট্রিলিয়ন দশমিক স্থানে গণনা করা হয়েছে!



আর্কিমিডিস (২৮৭ খ্রিস্টপূর্বাব্দ – ২১২ খ্রিস্টপূর্বাব্দ)
চিত্র ১.১০

এবার দেখা যাক কিভাবে অমূলদ সংখ্যা বের করা যায়।

উদাহরণ ১০: $\frac{১}{৭}$ এবং $\frac{২}{৭}$ এর মধ্যে একটি অমূলদ সংখ্যা খুঁজুন.

সমাধান: আমরা দেখেছি যে $\frac{১}{৭} = ০.\overline{১৪২৮৫৭}$ । সুতরাং, আপনি সহজেই গণনা করতে পারেন $\frac{২}{৭} = ০.\overline{২৮৫৭১৪}$.

$\frac{১}{৭}$ এবং $\frac{২}{৭}$ এর মধ্যে একটি অমূলদ সংখ্যা খুঁজে বের করতে, আমরা এমন একটি সংখ্যা খুঁজে পাই যা হল

তাদের মধ্যে থাকা অ-সমাপ্তিহীন অ-পুনরাবৃত্ত। অবশ্যই, আপনি অসীমভাবে খুঁজে পেতে পারেন এরকম অনেক সংখ্যা।

এই ধরনের সংখ্যার একটি উদাহরণ হল 0.150150015000150000...

অনুশীলনী ১.৩

১. দশমিক আকারে নিম্নলিখিতটি লিখুন এবং প্রতিটি দশমিক প্রসারণ কী ধরণের তা বলুন আছে:

(আমি) $\frac{৩৬}{১০০}$ (ii) $\frac{১}{১১}$ (iii) $৪\frac{১}{৮}$

(ঈ) $\frac{৩}{১৩}$ (ভিতরে) $\frac{২}{১১}$ (আমরা) $\frac{৩২৯}{৪০০}$

2. তুমি জানো যে $\frac{১}{}$ = 0142857 । ______ . তুমি কি ভবিষ্যদ্বাণী করতে পারো যে ৭ এর দশমিক প্রসারণ কত? $\frac{২}{৭}, \frac{৩}{৭},$

$\frac{৪}{৭}, \frac{৫}{৭}, \frac{৬}{৭}$ আসলে লম্বা বিভাজন না করেই কি? যদি তাই হয়, তাহলে কিভাবে?

[ইঙ্গিত: অবশিষ্টাংশগুলি অধ্যয়ন করে সাবধানতার সাথে মান বের করুন।] $\frac{১}{৭}$

৩. নিম্নলিখিতটি p আকারে প্রকাশ করুন। $\frac{}{প্রশ্ন}$, যেখানে p এবং q হল পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠0।

(i) ০ $\overline{৬}$। (ii) ০ $৪\overline{৭}$ । (iii) ০ $\overline{০০১}$ ।

৪. এক্সপ্রেস ০.৯৯৯৯৯.... পি আকারে $\frac{}{প্রশ্ন}$ । তোমার উত্তরে কি তুমি অবাক? তোমার

শিক্ষক এবং সহপাঠীরা আলোচনা করেন কেন উত্তরটি যুক্তিসঙ্গত।

৫. পুনরাবৃত্ত সংখ্যার ব্লকে সর্বাধিক কত সংখ্যা থাকতে পারে? $\frac{১}{১৭}$

দশমিক সম্প্রসারণ? আপনার উত্তর পরীক্ষা করার জন্য ভাগ করুন।

৬. p আকারে মূলদ সংখ্যার কয়েকটি উদাহরণ দেখুন। $\frac{}{প্রশ্ন}$ (q ≠0), যেখানে p এবং q হল

১ ছাড়া অন্য কোন সাধারণ উৎপাদকবিহীন এবং দশমিক সমাপ্তিবিশিষ্ট পূর্ণসংখ্যা উপস্থাপনা (বিস্তার)। তুমি কি অনুমান করতে পারো যে q **কোন সম্পত্তি** পূরণ করবে?

৭. তিনটি সংখ্যা লেখো যাদের দশমিক প্রসারণ অ-সমাপ্ত, অ-পুনরাবৃত্ত।

৮. মূলদ সংখ্যার মধ্যে তিনটি ভিন্ন অমূলদ সংখ্যা খুঁজুন। $\frac{৫}{৭}$ এবং $\frac{৯}{১১}$.

9. নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলিকে মূলদ বা অমূলদ হিসাবে শ্রেণীবদ্ধ করুন:

(আমি) $\sqrt{২৩}$ (ii) $\sqrt{২২৫}$ (iii) ০.৩৭৯৬

(iv) ৭.৪৭৮৪৭৮... (মধ্যে) 1.101001000100001...

Machine Translated by Google

১.৪ বাস্তব সংখ্যার উপর ক্রিয়াকলাপ

তুমি আগের ক্লাসে শিখেছ যে, মূলদ সংখ্যাগুলি পরিবর্তনীয়কে সন্তুষ্ট করে, যোগ এবং গুণের জন্য সহচর এবং বণ্টনমূলক সূত্র। তাছাড়া, যদি আমরা যোগ করি, দুটি মূলদ সংখ্যার বিয়োগ, গুণ বা ভাগ (শূন্য ব্যতীত), আমরা এখনও একটি মূলদ পাই সংখ্যা (অর্থাৎ, মূলদ সংখ্যাগুলি যোগ, বিয়োগের ক্ষেত্রে 'বন্ধ' থাকে, গুণ এবং ভাগ)। দেখা যাচ্ছে যে অমূলদ সংখ্যাগুলিও সন্তুষ্ট করে যোগ এবং গুণের জন্য পরিবর্তনীয়, সহযোগী এবং বণ্টনমূলক সূত্র। তবে, অমূলদ সংখ্যার যোগফল, পার্থক্য, ভাগফল এবং গুণফল সবসময় হয় না

অযৌক্তিক। উদাহরণস্বরূপ, $(\sqrt{6}) + (-\sqrt{6}), (\sqrt{2}) - (\sqrt{2}), (\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3})$ এবং $\frac{\sqrt{১৭}}{\sqrt{১৭}}$ হয় যুক্তিবাদী।

আসুন দেখি যখন আমরা একটি মূলদ সংখ্যাকে একটি দিয়ে যোগ এবং গুণ করি তখন কী হয় অমূলদ সংখ্যা। উদাহরণস্বরূপ, $\sqrt{3}$ অমূলদ। $2 + \sqrt{3}$ এবং $2\sqrt{3}$ সম্পর্কে কী বলা যায় ? যেহেতু $\sqrt{3}$ এর একটি অ-সমাপ্ত অ-পুনরাবৃত্ত দশমিক সম্প্রসারণ রয়েছে, একই কথা প্রযোজ্য $২ + \sqrt{৩}$ এবং $২\sqrt{৩}$। অতএব, $২ + \sqrt{৩}$ এবং $২\sqrt{৩}$ উভয়ই অমূলদ সংখ্যা।

উদাহরণ ১১: $৭\sqrt{৫}$, $\frac{৭}{\sqrt{৫}}$, $\sqrt{২} + ২১$, $\pi - ২$ অমূলদ সংখ্যা অথবা না কিনা তা পরীক্ষা করুন।

সমাধান: $\sqrt{5} = 2.236\ldots$, $\sqrt{2} = 1.4142\ldots$, $\pi = 3.1415\ldots$

তাহলে $৭\sqrt{৫} = ১৫.৬৫২\ldots$, $\frac{৭}{\sqrt{৫}} = \frac{৭\sqrt{৫}}{\sqrt{৫}\sqrt{৫}} = \frac{৭\sqrt{৫}}{৫} = ৩.১৩০৪\ldots$

$\sqrt{2} + 21 = 22.4142\ldots$, $\pi - 2 = 1.1415\ldots$

এগুলো সবই অ-সমাপ্ত অ-পুনরাবৃত্ত দশমিক। সুতরাং, এগুলো সবই অমূলদ সংখ্যা।

এখন, দেখা যাক যদি আমরা যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ, গ্রহণ করি তাহলে সাধারণত কী ঘটে এই অমূলদ সংখ্যার বর্গমূল এবং জোড় nতম মূল, যেখানে n হল যেকোনো প্রাকৃতিক সংখ্যা। আসুন কিছু উদাহরণ দেখি।

উদাহরণ ১২: $২\sqrt{২} + ৫\sqrt{৩}$ এবং $\sqrt{২} - ৩\sqrt{৩}$ যোগ করো।

সমাধান : $(২\sqrt{২} + ৫\sqrt{৩}) + (\sqrt{২} - ৩\sqrt{৩}) = (২\sqrt{২} + \sqrt{২}) + (৫\sqrt{৩} - ৩\sqrt{৩})$

$= (২ + ১)\sqrt{২} + (৫ - ৩)\sqrt{৩} = ৩\sqrt{২} + ২\sqrt{৩}$

উদাহরণ ১৩: ৬ ৫ কে ২ ৫ দিয়ে গুণ করো।

সমাধান: $6\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 6 \times 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 12 \times 5 = 60$

উদাহরণ ১৪: ৮ ১৫ কে ২ ৩ দিয়ে ভাগ করো।

সমাধান: $৮\sqrt{১৫} \div ২\sqrt{৩} = \frac{৮\sqrt{৩} \times \sqrt{৫}}{২\sqrt{৩}} = ৪\sqrt{৫}$

এই উদাহরণগুলি আপনাকে নিম্নলিখিত তথ্যগুলি আশা করতে পরিচালিত করতে পারে, যা সত্য:

(i) একটি মূলদ সংখ্যা এবং একটি অমূলদ সংখ্যার যোগফল বা পার্থক্য অমূলদ।

(ii) একটি অমূলদ সংখ্যার সাথে একটি অ-শূন্য মূলদ সংখ্যার গুণফল বা ভাগফল হল অযৌক্তিক।

(iii) যদি আমরা দুটি অমূলদ সংখ্যা যোগ, বিয়োগ, গুণ বা ভাগ করি, তাহলে ফলাফলটি মূলদ হতে পারে অথবা অযৌক্তিক।

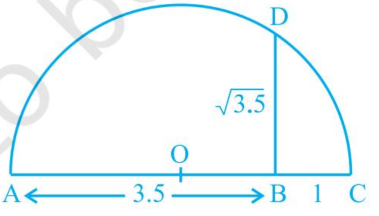
এখন আমরা বাস্তব সংখ্যার বর্গমূল নেওয়ার পদ্ধতির দিকে মনোযোগ দেব।

মনে রাখবেন, যদি a একটি স্বাভাবিক সংখ্যা হয়, তাহলে $\sqrt{a} = b$ এর অর্থ $b^2 = a$ এবং b > 0। একই ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞাটি প্রসারিত করা যেতে পারে।

ধরা যাক a > 0 একটি বাস্তব সংখ্যা। তাহলে $\sqrt{ক} = b$ মানে $b^2 = a$ এবং b > 0।

বিভাগ ১.২-এ, আমরা দেখেছি যে সংখ্যাটিতে যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n-এর জন্য $\sqrt{n}$ কীভাবে উপস্থাপন করতে হয় লাইন। এখন আমরা দেখাবো কিভাবে জ্যামিতিকভাবে যেকোনো প্রদত্ত ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা x এর জন্য $\sqrt{x}$ বের করতে হয়।

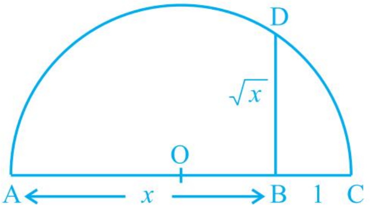
উদাহরণস্বরূপ, আসুন x = 3.5 এর জন্য এটি বের করি, অর্থাৎ, আমরা জ্যামিতিকভাবে $\sqrt{3.5}$ পাই।



চিত্র ১.১১

একটি নির্দিষ্ট রেখায় একটি নির্দিষ্ট বিন্দু A থেকে 3.5 একক দূরত্ব চিহ্নিত করুন যাতে একটি বিন্দু B পাওয়া যায় যে AB = 3.5 একক (চিত্র 1.11 দেখুন)। B থেকে 1 একক দূরত্ব চিহ্নিত করুন এবং চিহ্নিত করুন নতুন বিন্দুটি C হিসেবে চিহ্নিত করুন। AC এর মধ্যবিন্দুটি নির্ণয় করুন এবং সেই বিন্দুটিকে O হিসেবে চিহ্নিত করুন। একটি অর্ধবৃত্ত আঁকুন কেন্দ্র O এবং ব্যাসার্ধ OC সহ। B এর মধ্য দিয়ে অতিক্রমকারী AC এর লম্ব একটি রেখা আঁকুন এবং অর্ধবৃত্তটিকে D তে ছেদ করলে। তারপর, $BD = \sqrt{3.5}$.

আরও সাধারণভাবে, যেকোনো ধনাত্মক বাস্তবের জন্য $\sqrt{x}$ বের করতে সংখ্যা x, আমরা B চিহ্নিত করি যাতে AB = x একক, এবং, যেমন চিত্র ১.১২, C চিহ্নিত করুন যাতে BC = ১ একক। তারপর, আমরা যেমন x = 3.5 ক্ষেত্রে করেছি , আমরা BD = $\sqrt{x}$ পাই (চিত্র ১.১২ দেখুন)। আমরা এই ফলাফলটি ব্যবহার করে প্রমাণ করতে পারি পিথাগোরাসের উপপাদ্য।



চিত্র ১.১২

লক্ষ্য করুন, চিত্র ১.১২-তে, $\triangle$ OBD একটি সমকোণী ত্রিভুজ। এছাড়াও, বৃত্তের ব্যাসার্ধ হল $\frac{\text{এক্স} + ১}{২}$ ইউনিট।

অতএব, OC = OD = OA = $\frac{\text{এক্স} + ১}{২}$ ইউনিট।

এখন, OB = $\text{এক্স} - \left(\frac{\text{এক্স} + ১}{২}\right) = \frac{\text{এক্স} - ১}{২}$

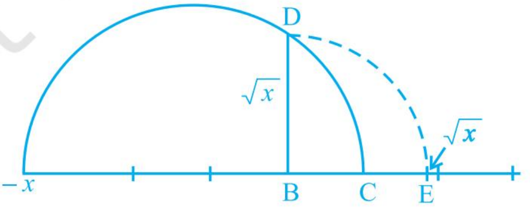
সুতরাং, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, আমাদের আছে

$$BD^2 = OD^2 - OB^2 = \left(\frac{x + ১}{২}\right)^২ - \left(\frac{\text{এক্স} - ১}{২}\right)^২ = \frac{৪\,\text{এক্স}}{৪} = \text{এক্স}.$$

এটি দেখায় যে BD = $\sqrt{\text{এক্স}}$.

এই নির্মাণ আমাদেরকে একটি দৃশ্যমান এবং জ্যামিতিক উপায়ে দেখায় যে $\sqrt{\text{এক্স}}$ এর জন্য বিদ্যমান সকল বাস্তব সংখ্যা x > 0। যদি আপনি সংখ্যারেখায় $\sqrt{x}$ এর অবস্থান জানতে চান , তাহলে আসুন আমরা BC রেখাটিকে সংখ্যারেখা হিসেবে বিবেচনা করি, B কে শূন্য হিসেবে, C কে 1 হিসেবে, ইত্যাদি। B কেন্দ্র এবং BD ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি চাপ আঁক, যা E তে সংখ্যারেখাকে ছেদ করবে।

(চিত্র ১.১৩ দেখুন)। তারপর, E $\sqrt{x}$ কে প্রতিনিধিত্ব করে .



চিত্র ১.১৩

আমরা এখন বর্গমূলের ধারণাটি ঘনমূল, চতুর্থ মূল,
এবং সাধারণভাবে nতম মূল, যেখানে n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। আপনার বোধগম্যতা মনে রাখবেন
পূর্ববর্তী ক্লাস থেকে বর্গমূল এবং ঘনমূল।

৩ কি? $\sqrt{৮}$? আচ্ছা, আমরা জানি এটি এমন কোনও ধনাত্মক সংখ্যা হতে হবে যার ঘনক ৮, এবং

তুমি নিশ্চয়ই অনুমান করেছো ৩$\sqrt{৮}$ = ২। চেষ্টা করা যাক $\sqrt[৫]{243}$. তুমি কি এমন কোন সংখ্যা b জানো?

যে খ ^{৫} = ২৪৩? উত্তর হল ৩। অতএব, ৫ $\sqrt{২৪৩}$ = ৩।

এই উদাহরণগুলি থেকে, আপনি কি n সংজ্ঞায়িত করতে পারেন? $\sqrt{ক}$ একটি বাস্তব সংখ্যা a > 0 এবং একটি ধনাত্মক সংখ্যার জন্য পূর্ণসংখ্যা n?

ধরা যাক a > 0 একটি বাস্তব সংখ্যা এবং n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। তাহলে n $\sqrt{ক}$ = b, যদি bn = a এবং

b > 0। লক্ষ্য করুন যে প্রতীক ' $\sqrt{\ }$ ' ব্যবহৃত $\sqrt{২}$, ৮ $\sqrt[৩]{}$নং $\sqrt{ক}$, ইত্যাদিকে মৌলিক চিহ্ন বলা হয়।

এখন আমরা বর্গমূল সম্পর্কিত কিছু পরিচয় তালিকাভুক্ত করি, যা বিভিন্ন ক্ষেত্রে কার্যকর
তুমি তোমার আগের ক্লাসের কিছু উপায়ের সাথে ইতিমধ্যেই পরিচিত।
বাকিগুলো বাস্তবের যোগের উপর গুণের বণ্টনমূলক সূত্র অনুসরণ করে
সংখ্যা, এবং পরিচয় থেকে (x + y) (x – y) = x ^{২} - এবং ^{২}, যেকোনো বাস্তব সংখ্যা x এবং y এর জন্য।

ধরা যাক a এবং b ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা। তাহলে

(i) আব $\sqrt{আব}$ = $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$

(ii) $\sqrt{\frac{ক}{খ}} = \frac{\sqrt{ক}}{\sqrt{খ}}$

(iii) (a $\sqrt{\ }$ (v) + $\sqrt{বি}$)এ($\sqrt{\ }$ - $\sqrt{বার}$) = -

(iv) (আবা $\sqrt{\ }$) (- $\sqrt{বার}$) = - ^{২}

(a $\sqrt{\ }$ + $\sqrt{বিসিডি}$)(+ $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$) = $\sqrt{এসি}$ অ্যাড $\sqrt{বিসি}$ বিডি + + $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$

(আমরা) ($\sqrt{ক}$ + $\sqrt{খ}$)^{২} a + $\sqrt{2ab}$ b = +

আসুন আমরা এই পরিচয়গুলির কিছু বিশেষ ক্ষেত্রে নজর দেই।

উদাহরণ ১৫: নিম্নলিখিত রাশিগুলিকে সরলীকৃত করো:

(i) (৫) + $\sqrt{৭}$ ২ +) ($\sqrt{৫}$)

(ii) (5 + $\sqrt{৫}$ ৫ ৫) $\sqrt{\ }$)

(iii) ($\sqrt{৩}$ ৭ + $\sqrt{\ }$)^{২}

(iv) (11 $\sqrt{\ }$ - $\sqrt{৭}$ ( ) ($\sqrt{১১}$ + $\sqrt{৭}$)

সমাধান: (i) (5) (+ √৭)২ ৫ ১০ ৫ √৫)২ ৭ + = + √ + √ + √৩৫

(ii) ৫ + √৫ ৫ − = √৫( ) ৫² (√৫)² = ২৫ ৫−২০

((iii) √৩ + √৭ ² = (√৩)² + ২√৩ √৭ (√৭)² ৩ ২ ২১√৭ ১০ ২ ২১ = + + = + √

((iv) (√১১ − √৭) ১১ √ + √৭) = (√১১)² − (√৭)² = − ১১ ৭ ৪

মন্তব্য: মনে রাখবেন যে উপরের উদাহরণে 'সরলীকরণ' ব্যবহার করা হয়েছে যে রাশিটিকে একটি মূলদ এবং একটি অমূলদ সংখ্যার যোগফল হিসেবে লেখা উচিত।

আমরা এই অংশটি শেষ করছি নিচের সমস্যাটি বিবেচনা করে। দেখুন সংখ্যারেখায় এটি $\frac{১}{\sqrt{২}}$ তুমি কি বলতে পারো? কোথায় দেখাচ্ছে? আপনি জানেন যে এটি অমূলদ। হয়তো এটি আরও সহজ হতে পারে হরটি একটি মূলদ সংখ্যা কিনা তা কীভাবে বোঝা যায়। দেখা যাক, আমরা 'যুক্তিসঙ্গত' করতে পারি কিনা হর, অর্থাৎ, হরকে একটি মূলদ সংখ্যায় পরিণত করা। এটি করার জন্য, আমরা বর্গমূল সম্পর্কিত পরিচয়ের প্রয়োজন। দেখা যাক কিভাবে।

উদাহরণ ১৬: এর হরকে যুক্তিসঙ্গত করুন $\frac{১}{\sqrt{২}}$.

সমাধান: আমরা লিখতে চাই $\frac{১}{\sqrt{২}}$ একটি সমতুল্য রাশি হিসেবে যেখানে হর একটি মূলদ সংখ্যা। আমরা জানি যে 2 . 2 মূলদ √। আমরা আরও জানি যে গুণ করা

$\frac{১}{\sqrt{২}}$ দ্বারা $\frac{\sqrt{২}}{\sqrt{২}}$ আমাদের একটি সমতুল্য রাশি দেবে, যেহেতু $\frac{\sqrt{২}}{\sqrt{২}}$ = ১. তাহলে, আমরা এই দুটি রাখি তথ্য একত্রিত করে সংগ্রহ করা

$$\frac{১}{\sqrt{২}} = \frac{১}{\sqrt{২}} \times \frac{\sqrt{২}}{\sqrt{২}} = \frac{\sqrt{২}}{২}$$

এই ফর্মে, এটি সনাক্ত করা সহজ $\frac{১}{\sqrt{২}}$ সংখ্যারেখায়। এটি ০ এর মাঝামাঝি এবং $\sqrt{২}$.

উদাহরণ ১৭ : $\frac{১}{২ + \sqrt{৩}}$ এর হরকে যুক্তিসঙ্গত করুন

সমাধান: আমরা পূর্বে প্রদত্ত পরিচয় (iv) ব্যবহার করি। গুণ এবং ভাগ $\frac{১}{২ + \sqrt{৩}}$ দ্বারা

$২ - \sqrt{৩}$ পেতে $\frac{১}{২ + \sqrt{৩}} \times \frac{২ - \sqrt{৩}}{২ - \sqrt{৩}} = \frac{২ - \sqrt{৩}}{৪ - ৩} = ২ - \sqrt{৩}$.

উদাহরণ ১৮: $\frac{৫}{\sqrt{৩} - \sqrt{৫}}$ এর হরকে যুক্তিসঙ্গত করুন

সমাধান: এখানে আমরা পূর্বে প্রদত্ত পরিচয় (iii) ব্যবহার করব।

তাই, $\frac{৫}{\sqrt{৩} - \sqrt{৫}} = \frac{৫}{\sqrt{৩} - \sqrt{৫}} \times \frac{\sqrt{৩} + \sqrt{৫}}{\sqrt{৩} + \sqrt{৫}} = \frac{৫(\sqrt{৩} + \sqrt{৫})}{৩ - ৫} = \left(\frac{-৫}{২}\right)(\sqrt{৩} + \sqrt{৫})$

উদাহরণ ১৯ : $\frac{১}{৭ + ৩\sqrt{২}}$ এর হরকে যুক্তিসঙ্গত করুন

সমাধান: $\frac{১}{৭ + ৩\sqrt{২}} = \frac{১}{৭ + ৩\sqrt{২}} \times \left(\frac{৭ - ৩\sqrt{২}}{৭ - ৩\sqrt{২}}\right) = \frac{৭ - ৩\sqrt{২}}{৪৯ - ১৮} = \frac{৭ - ৩\sqrt{২}}{৩১}$

সুতরাং, যখন একটি রাশির হরটিতে একটি বর্গমূল (অথবা) সহ একটি পদ থাকে একটি মৌলিক চিহ্নের অধীনে একটি সংখ্যা), এটিকে একটি সমতুল্য রাশিতে রূপান্তর করার প্রক্রিয়া যার হর একটি মূলদ সংখ্যা তাকে হরকে যুক্তিসঙ্গত করা বলে ।

অনুশীলনী ১.৪

১. নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলিকে মূলদ বা অমূলদ হিসাবে শ্রেণীবদ্ধ করুন:

(i) $২ - \sqrt{৫}$ (ii) $(৩ + \sqrt{২৩}) - \sqrt{২৩}$ (iii) $\frac{২\sqrt{৭}}{৭\sqrt{৭}}$

(ঈ) $\frac{১}{\sqrt{২}}$ (v) 2π

2. নিম্নলিখিত প্রতিটি রাশিকে সরলীকৃত করুন:

(i) (3) $+\sqrt{৩}$ +২)২($\sqrt{\ }$) (ii) $+\sqrt{৩}$ ৩) ($\sqrt{৩}$)

(iii) ($\sqrt{৫}$ ২ + $\sqrt{\ }$)^{২} 5 (3 $\sqrt{\ }$ ((iv) $\sqrt{\ }$ 5 2 $\sqrt{\ }$ + $\sqrt{২}$)

৩. মনে রাখবেন, π কে একটি বৃত্তের পরিধি (ধরুন c) এবং তার ব্যাসের অনুপাত হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় ।

(ধরুন d)। অর্থাৎ, π = $\frac{c}{d}$ এটি π অযৌক্তিক এই সত্যের বিরোধিতা করে বলে মনে হচ্ছে । d কীভাবে হবে?

তুমি কি এই দ্বন্দ্বের সমাধান করবে?

৪. সংখ্যারেখায় ৯ $\sqrt{৩.}$ প্রতিনিধিত্ব করো।

৫. নিম্নলিখিতগুলির হরগুলিকে যুক্তিসঙ্গত করুন:

(আমি) $\frac{১}{\sqrt{৭}}$ (ii) $\frac{১}{\sqrt{৭}\ ৬\ \sqrt{\ }}$

(iii) $\frac{১}{\sqrt{৫}\ ২ + \sqrt{\ }}$ (ঈ) $\frac{১}{\sqrt{৭}\ ২ -}$

১.৫ বাস্তব সংখ্যার সূচকের সূত্র

নিচের বিষয়গুলো কীভাবে সরলীকরণ করতে হয়েছিল মনে আছে?

(i) ১৭২ . ১৭৫ = (ii) (52)^{৭} =

(গ) $\frac{২৩^{১০}}{২৩^{৭}}$ = (iv) ৭ ৩ . ৯৩ =

তুমি কি এই উত্তরগুলো পেয়েছো? এগুলো নিম্নরূপ:

(i) ১৭২ . ১৭৫ = ১৭৭ (ii) (52)^{৭} = ৫১৪

(গ) $\frac{২৩^{১০}}{২৩^{৭}}$ = ২৩^{৩} (iv) ৭ ৩ . ৯৩ = ৬৩৩

এই উত্তরগুলি পেতে, আপনি নিম্নলিখিত সূচকের সূত্রগুলি ব্যবহার করতেন, যা আপনি আপনার আগের ক্লাসে শিখেছেন। (এখানে a, n এবং m হল প্রাকৃতিক সংখ্যা।)

মনে রাখবেন, a কে বেস বলা হয় এবং m এবং n হল সূচক।) (ii) (a m) n

(i) ক$^{মি}$. একটি = সকাল$^{+ এন}$ = ক$^{mn সম্পর্কে}$

(iii) $\frac{মি}{ক^{এন}}$ = ক$^{mn সম্পর্কে}$, এমপ্রন (iv) a mb m = (ab) m

Machine Translated by Google

(ক) কী ? ^{0}? হ্যাঁ, এটা ১! তাহলে তুমি শিখেছো যে (ক) ^{0} = ১. সুতরাং, (iii) ব্যবহার করে, আমরা পারি পাওয়া $\frac{১}{ক^{এন}}$ = ক$^{-এন}$ আমরা এখন ঋণাত্মক সূচকের ক্ষেত্রেও সূত্রগুলি প্রসারিত করতে পারি।

সুতরাং, উদাহরণস্বরূপ:

(আমি) $১৭^২ ১৭^{-৫} = = ১৭^{-৩}$ $\frac{১}{১৭^৩}$ (ii) (5) $^{২ -৭}$ $৫ = ^{-১৪}$

(iii) $\frac{২৩^{-১০}}{২৩^৭} = ২৩^{-১৭}$ (iv) (৭) $^{-৩}$ (৯) $^{-৩}$ = (৬৩) $^{-৩}$

ধরুন আমরা নিম্নলিখিত গণনাগুলি করতে চাই:

(আমি) $৩^{\frac{২}{৩}} ২^{\frac{১}{৩}}$ (ii) $\left(৫^{\frac{১}{৫}}\right)^৪$

(iii) $\frac{৭^{\frac{১}{৫}}}{৭^{\frac{১}{৩}}}$ (ঈ) $১৩^{\frac{১}{৫}} ১৭^{\frac{১}{৫}}$

আমরা এটা কিভাবে করবো? দেখা যাচ্ছে যে আমরা সূচকের সূত্রগুলিকে প্রসারিত করতে পারি যা আমরা আগে অধ্যয়ন করেছি, এমনকি যখন ভিত্তি একটি ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা এবং সূচকগুলি মূলদ সংখ্যা। (পরে আপনি অধ্যয়ন করবেন যে এটি আরও বাড়ানো যেতে পারে) যখন সূচকগুলি বাস্তব সংখ্যা হয়।) কিন্তু আমরা এই সূত্রগুলি বলার আগে, এবং জোড় করার জন্য

এই আইনগুলো বোঝার জন্য, আমাদের প্রথমে বুঝতে হবে, উদাহরণস্বরূপ $2^{\frac{৩}{4}}$ কী । তাহলে, আমাদের কিছু কাজ আছে!

আমরা n সংজ্ঞায়িত করি $\sqrt[n]{ক}$ একটি বাস্তব সংখ্যা a > 0 এর জন্য নিম্নরূপ:

ধরা যাক a > 0 একটি বাস্তব সংখ্যা এবং n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। তাহলে n $\sqrt{ক}$ = খ, যদি খ ন = ক এবং খ > ০।

সূচকের ভাষায়, আমরা n কে সংজ্ঞায়িত করি $\sqrt{ক} = ক^{\frac{১}{এন}}$ । তাই, বিশেষ করে, $\sqrt[৩]{২} = ২^{\frac{১}{৩}}$.

$2^{\frac{৩}{4}}$ কে দেখার দুটি উপায় আছে ।

$$২^{\frac{৩}{৪}} = \left(২^{\frac{১}{৪}}\right)^৩ = \sqrt[৪]{২^৩} = \sqrt[৪]{৮}$$

$$২^{\frac{৩}{৪}} = \left(২^৩\right)^{\frac{১}{৪}} = (৬৪)^{\frac{১}{২}} ৮$$

অতএব, আমাদের নিম্নলিখিত সংজ্ঞা আছে:

ধরুন a > 0 একটি বাস্তব সংখ্যা। ধরুন m এবং n এমন পূর্ণসংখ্যা যার m এবং n এর কোন 1, এবং n > 0 ব্যতীত অন্যান্য সাধারণ উৎপাদক। তারপর,

$$a^{\frac{মি}{এন}} = (\sqrt[এন]{ক})^{মি} \quad ক = \sqrt[nm এর বিবরণ]{}$$

আমাদের কাছে এখন সূচকের নিম্নলিখিত বর্ধিত সূত্রগুলি রয়েছে:

ধরা যাক a > 0 একটি বাস্তব সংখ্যা এবং p এবং q মূলদ সংখ্যা। তাহলে, আমাদের আছে

(i) একটি পি · a q = a p+q (ii) (a p) q = a pq

(iii) $\frac{ক^{পি}}{ক^{কিউ}} = ক^{pq সম্পর্কে}$ (iv) a p b p = (ab) p

আপনি এখন এই আইনগুলি ব্যবহার করে আগে জিজ্ঞাসিত প্রশ্নের উত্তর দিতে পারেন।

উদাহরণ ২০ : সরলীকৃত করা (i) $\frac{২}{৩}$ ৩ ২ ২ $\frac{১}{}$ (ii) ৪ $\frac{১}{৫}$ ৩ (iii) $\frac{৭^{\frac{১}{৫}}}{৭^{\frac{১}{৩}}}$ (ঈ) ১৩ $^{\frac{১}{৫}}$ ১৭ $^{\frac{১}{৫}}$

সমাধান:

(আমি) $২^{\frac{২}{৩}} \cdot ২^{\frac{১}{৩}} = ২^{\frac{২}{৩}+\frac{১}{৩}} = ২^{\frac{৩}{৩}} = ২^১ = ২$ (ii) $(৩^{\frac{১}{৫}})^৪ = ৩^{\frac{৪}{৫}}$

(iii) $\frac{৭^{\frac{১}{৫}}}{৭^{\frac{১}{৩}}} = ৭^{\frac{১}{৫}-\frac{১}{৩}} = ৭^{\frac{৩-৫}{১৫}} = ৭^{\frac{-২}{১৫}}$ (ঈ) $১৩^{\frac{১}{৫}} \times ১৭^{\frac{১}{৫}} = (১৩ \times ১৭)^{\frac{১}{৫}} = ২২১^{\frac{১}{৫}}$

অনুশীলনী ১.৫

1. খুঁজুন: (আমি) $৬৪^{\frac{১}{২}}$ (ii) $৩২^{\frac{১}{৫}}$ (iii) $১২৫^{\frac{১}{৩}}$

2. খুঁজুন: (আমি) $৯^{\frac{৩}{২}}$ (ii) $৩২^{\frac{২}{৫}}$ (iii) $১৬^{\frac{৩}{৪}}$ (ঈ) $১২৫^{\frac{-১}{৩}}$

৩. সরলীকৃত করুন: (আমি) $২^{\frac{২}{৩}} \cdot ২^{\frac{১}{৫}}$ (ii) $\left(\frac{১}{৩^৩}\right)^৭$ (iii) $\frac{১১^{\frac{১}{২}}}{১১^{\frac{১}{৪}}}$ (ঈ) $৭^{\frac{১}{২}} \cdot ৮^{\frac{১}{২}}$

১.৬ সারাংশ

এই অধ্যায়ে, আপনি নিম্নলিখিত বিষয়গুলি অধ্যয়ন করেছেন:

১. একটি সংখ্যা r কে মূলদ সংখ্যা বলা হয়, যদি এটিকে আকারে লেখা যায় $\frac{পি}{প্রশ্ন}$, যেখানে p এবং q হল পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠ 0।

2. একটি সংখ্যা s কে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়, যদি এটি আকারে লেখা না যায় $\frac{পি}{প্রশ্ন}$, যেখানে p এবং q হল পূর্ণসংখ্যা এবং q ≠ 0।

৩. একটি মূলদ সংখ্যার দশমিক প্রসারণ হয় সমাপ্তিমূলক অথবা অসমাপ্তিমূলক পুনরাবৃত্ত। অধিকন্তু, যে সংখ্যার দশমিক সম্প্রসারণ সমাপ্তি বা অ-সমাপ্তি পুনরাবৃত্ত হয় যুক্তিসঙ্গত।

৪. একটি অমূলদ সংখ্যার দশমিক প্রসারণ অ-সমাপ্তিশীল, অ-পুনরাবৃত্ত। অধিকন্তু, যে সংখ্যার দশমিক প্রসারণ অ-সমাপ্ত, অ-পুনরাবৃত্ত, তা অমূলদ।

৫. সমস্ত মূলদ এবং অমূলদ সংখ্যা বাস্তব সংখ্যার সংগ্রহ তৈরি করে।

৬। যদি r মূলদ এবং s অমূলদ হয়, তাহলে r + s এবং r – s হল অমূলদ সংখ্যা, এবং rs এবং $\frac{আর}{এস}$ হয় অমূলদ সংখ্যা, r ≠ 0।

৭. a এবং b ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য , নিম্নলিখিত অভেদগুলি প্রযোজ্য:

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{\ }\sqrt{\ }$ ab (ii) $\sqrt{\frac{ক}{খ}} = \frac{\sqrt{ক}}{\sqrt{খ}}$

(iii) $\sqrt{\ }(\ +\ )(\ -\ )$ আবাবাব (iv) (আবাবাব + $\sqrt{\ }$) ($-\sqrt{\ }$) = - ২

(মধ্যে) ($\sqrt{আব} + \sqrt{\ }$)^২ a = + ২$\sqrt{আব}$ খ +

৮. এর হরকে যুক্তিসঙ্গত করা $\frac{১}{\sqrt{আব} +}$, আমরা এটিকে দিয়ে গুণ করি $\frac{\sqrt{আব}}{\sqrt{আব}}$, যেখানে a এবং b আছে পূর্ণসংখ্যা।

9. ধরা যাক a > 0 একটি বাস্তব সংখ্যা এবং p এবং q মূলদ সংখ্যা। তাহলে

(i) একটি পি · a q = a p + q (ii) (a p) q = a pq

(iii) $\frac{ক^{পি}}{ক^{প্র}} = ক^{pq\ সম্পর্কে}$ (iv) a p b p = (ab) p