



0962CH03

## அதிகாரம் 3

### ஒருங்கிணைப்பு வடிவியல்

மெர்கேட்டரின் வட துருவங்கள் மற்றும் பூமத்திய ரேகைகள், வெப்பமண்டலங்கள், மண்டலங்கள் மற்றும் மெரிடியன் கோடுகளால் என்ன பயன்? எனவே பெல்மேன் அழுவார்; குழுவினர் 'அவை வெறும் வழக்கமான அடையாளங்கள்!' என்று பதிலளிப்பார்கள்.

லூயிஸ் கரோல், தி ஹன்ட்டிங் ஆஃப் தி ஸ்னார்க்

#### 3.1 அறிமுகம்

ஒரு எண் கோட்டில் ஒரு புள்ளியை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது என்பதை நீங்கள் ஏற்கனவே கற்றுக்கொண்டீர்கள். ஒரு கோட்டில் ஒரு புள்ளியின் நிலையை எவ்வாறு விவரிப்பது என்பதையும் நீங்கள் அறிவீர்கள். ஒரு புள்ளியைக் கண்டுபிடிக்க, ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட கோடுகளைப் பயன்படுத்தி அதன் நிலையை விவரிக்க வேண்டிய பல சூழ்நிலைகள் உள்ளன.

எடுத்துக்காட்டாக, பின்வரும் சூழ்நிலைகளைக் கவனியுங்கள்: I. படம் 3.1 இல், கிழக்கு-மேற்கு திசையில்

செல்லும் ஒரு பிரதான சாலை மற்றும் மேற்கிலிருந்து கிழக்கு வரை எண்களைக் கொண்ட தெருக்கள் உள்ளன.

மேலும், ஒவ்வொரு தெருவிலும், வீட்டு எண்கள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இங்கே ஒரு நண்பரின் வீட்டைத் தேட, ஒரு குறிப்புப் புள்ளியை மட்டும் அறிந்தால் போதுமா? உதாரணமாக, அவள் தெரு 2 இல் வசிக்கிறாள் என்பது நமக்குத் தெரிந்தால், அவளுடைய வீட்டை நாம் எளிதாகக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? அதைப் பற்றிய இரண்டு தகவல்கள், அதாவது, அது அமைந்துள்ள தெருவின் எண் மற்றும் வீட்டு எண் நமக்குத் தெரிந்தால் அவ்வளவு எளிதானது அல்ல. 2 வது தெருவில்

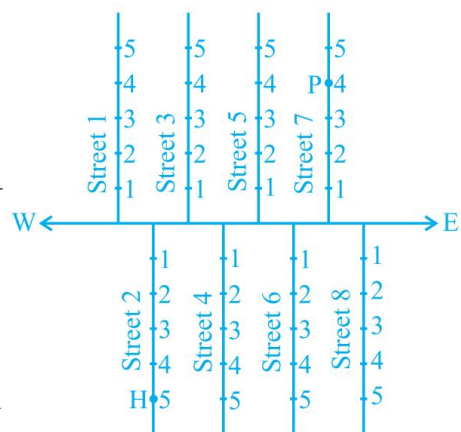
அமைந்துள்ள மற்றும் 5வது எண்ணைக் கொண்ட வீட்டை

அடைய விரும்பினால், முதலில் 2வது தெருவையும்

பின்னர் அதில் 5வது எண்ணைக் கொண்ட வீட்டையும்

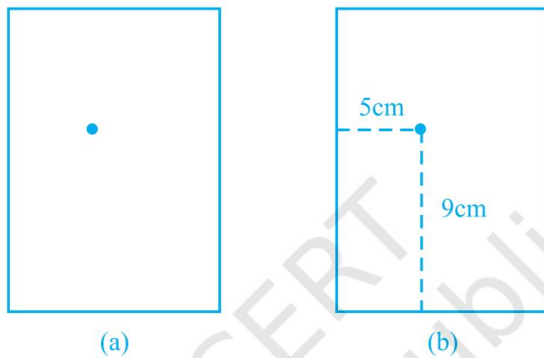
அடையாளம் காண்போம். படம் 3.1 இல், H வீட்டின்

இருப்பிடத்தைக் காட்டுகிறது. அதேபோல், P தெரு எண் 7 மற்றும் வீட்டு எண் 4 உடன் தொடர்புடைய வீட்டின் இருப்பிடத்தை



படம். 3.1

II. நீங்கள் ஒரு தாளில் ஒரு புள்ளியை வைத்தீர்கள் என்று வைத்துக்கொள்வோம் [படம் 3.2 (a)]. காகிதத்தில் உள்ள புள்ளியின் நிலையைச் சொல்லச் சொன்னால், நீங்கள் அதை எப்படிச் செய்வீர்கள்? ஒருவேளை நீங்கள் இந்த வழியில் முயற்சி செய்யலாம்: "புள்ளி காகிதத்தின் மேல் பாதியில் உள்ளது", அல்லது "இது காகிதத்தின் இடது விளிம்பிற்கு அருகில் உள்ளது", அல்லது "இது தாளின் இடது கை மேல் மூலையில் மிக அருகில் உள்ளது". இந்த அறிக்கைகளில் ஏதேனும் புள்ளியின் நிலையை துல்லியமாக சரிசெய்கிறதா? இல்லை! ஆனால், "புள்ளி காகிதத்தின் இடது விளிம்பிலிருந்து கிட்டத்தட்ட 5 செ.மீ தொலைவில் உள்ளது" என்று நீங்கள் சொன்னால், அது சில யோசனைகளைத் தர உதவுகிறது. ஆனால் இன்னும் புள்ளியின் நிலையை சரிசெய்யவில்லை. ஒரு சிறிய சிந்தனை, புள்ளி கீழ் கோட்டிலிருந்து 9 செ.மீ தூரத்தில் உள்ளது என்று சொல்ல உங்களை அனுமதிக்கும். புள்ளி எங்கே இருக்கிறது என்பதை இப்போது நாம் சரியாக அறிவோம்!



படம். 3.2

இதற்காக, தாளின் இடது விளிம்பு மற்றும் தாளின் கீழ் கோடு ஆகிய இரண்டு நிலையான கோடுகளிலிருந்து அதன் தூரத்தைக் குறிப்பிடுவதன் மூலம் புள்ளியின் நிலையை சரி செய்தோம் [படம் 3.2 (b)]. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், புள்ளியின் நிலையைக் கண்டறிய நமக்கு இரண்டு சுயாதீனமான தகவல்கள் தேவை.

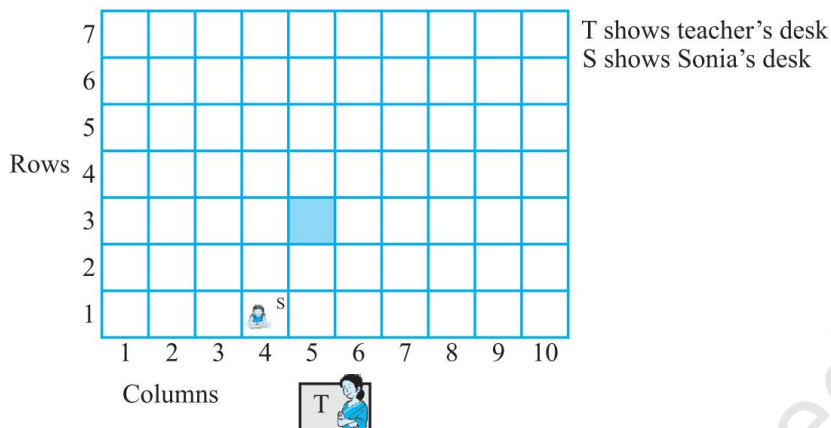
இப்போது, 'இருக்கைத் திட்டம்' எனப்படும் வகுப்பறைச் செயல்பாட்டைச் செய்யுங்கள்.

**செயல்பாடு 1 (இருக்கைத் திட்டம்):** உங்கள் வகுப்பறையில் உள்ள இருக்கைகளின் திட்டத்தை வரைந்து, அனைத்து மேசைகளையும் ஒன்றாக இணைக்கவும். ஒவ்வொரு மேசையையும் ஒரு சதுரத்தால் பிரதிநிதித்துவப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு சதுரத்திலும், மேசையில் அமர்ந்திருக்கும் மாணவரின் பெயரை எழுதுங்கள், அதை சதுரம் குறிக்கிறது. வகுப்பறையில் உள்ள ஒவ்வொரு மாணவரின் நிலையும் இரண்டு சுயாதீன தகவல்களைப் பயன்படுத்தி துல்லியமாக

விவரிக்கப்படுகிறது: (i) அவள் அல்லது அவன்

அமர்ந்திருக்கும் நெடுவரிசை, (ii) அவள் அல்லது அவன் அமர்ந்திருக்கும் வரிசை.

நீங்கள் 5வது நெடுவரிசையிலும் 3வது வரிசையிலும் (படம் 3.3 இல் நிழலாடிய சதுரத்தால் குறிப்பிடப்படுகிறது) அமைந்துள்ள மேசையில் அமர்ந்திருந்தால், உங்கள் நிலையை (5, 3) என எழுதலாம், முதலில் நெடுவரிசை எண்ணை எழுதலாம், பின்னர் வரிசை எண்ணை எழுதலாம். இது (3, 5) போன்றதா? உங்கள் வகுப்பில் உள்ள மற்ற மாணவர்களின் பெயர்கள் மற்றும் நிலைகளை எழுதுங்கள். உதாரணமாக, சோனியா 4வது நெடுவரிசையிலும் 1வது வரிசையிலும் அமர்ந்திருந்தால், 5(4,1) என எழுதுங்கள். ஆசிரியரின் மேசை உங்கள் இருக்கை திட்டத்தின் ஒரு பகுதியாக இல்லை. நாங்கள் ஆசிரியரை ஒரு பார்வையாளராக மட்டுமே நடத்துகிறோம்.



படம். 3.3

மேலே உள்ள விவாதத்தில், ஒரு தளத்தில் கிடக்கும் எந்தவொரு பொருளின் நிலையையும் இரண்டு செங்குத்து கோடுகளின் உதவியுடன் குறிப்பிட முடியும் என்பதை நீங்கள் கவனிக்கிறீர்கள். 'புள்ளி' என்றால், தாளின் கீழ் கோட்டிலிருந்தும் இடது விளிம்பிலிருந்தும் புள்ளியின் தூரம் நமக்குத் தேவை. இருக்கைத் திட்டத்தைப் பொறுத்தவரை, நெடுவரிசையின் எண்ணிக்கை மற்றும் வரிசையின் எண்ணிக்கை நமக்குத் தேவை. இந்த எளிய யோசனை தொலைநோக்கு விளைவுகளைக் கொண்டுள்ளது, மேலும் இது ஒருங்கிணைப்பு வடிவியல் எனப்படும் கணிதத்தின் மிக முக்கியமான கிளையை உருவாக்கியுள்ளது. இந்த அத்தியாயத்தில், ஒருங்கிணைப்பு வடிவவியலின் சில அடிப்படைக் கருத்துக்களை அறிமுகப்படுத்த நாங்கள் நோக்கமாகக் கொண்டுள்ளோம். உங்கள் உயர் வகுப்புகளில் இவற்றைப் பற்றி மேலும் படிப்பீர்கள். இந்த ஆய்வு ஆரம்பத்தில் பிரெஞ்சு தத்துவஞானி மற்றும் கணிதவியலாளர் ரெனே டெஸ்கார்ட்ஸால் உருவாக்கப்பட்டது.

பதினேழாம் நூற்றாண்டின் சிறந்த பிரெஞ்சு கணிதவியலாளரான ரெனே டெஸ்கார்ட்ஸ், படுக்கையில் படுத்து சிந்திக்க விரும்பினார்! ஒரு நாள், படுக்கையில் ஓய்வெடுக்கும்போது, ஒரு தளத்தில் ஒரு புள்ளியின் நிலையை விவரிப்பதில் உள்ள சிக்கலை அவர் தீர்த்தார். அவரது முறை அட்சரேகை மற்றும் தீர்க்கரேகை பற்றிய பழைய யோசனையின் வளர்ச்சியாகும். டெஸ்கார்ட்ஸின் நினைவாக, ஒரு தளத்தில் ஒரு புள்ளியின் நிலையை விவரிக்கப் பயன்படுத்தப்படும் அமைப்பு கார்டீசியன் அமைப்பு என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.



ரெனே டெஸ்கார்ட்ஸ் (1596-1650)

படம். 3.4

### பயிற்சி 3.1

1. உங்கள் படிப்பு மேசையில் உள்ள ஒரு மேஜை விளக்கின் நிலையை இன்னொருவருக்கு எப்படி விவரிப்பீர்கள்? நபர்?
2. (தெருத் திட்டம்): ஒரு நகரத்தின் மையத்தில் ஒன்றையொன்று கடக்கும் இரண்டு முக்கிய சாலைகள் உள்ளன. இந்த இரண்டு சாலைகளும் வடக்கு-தெற்கு திசையிலும் கிழக்கு-மேற்கு திசையிலும் உள்ளன.

நகரத்தின் மற்ற அனைத்து தெருக்களும் இந்த சாலைகளுக்கு இணையாகச் சென்று 200 மீ இடைவெளியில் உள்ளன. ஒவ்வொரு திசையிலும் 5 தெருக்கள் உள்ளன. 1 செ.மீ = 200 மீ பயன்படுத்தி, உங்கள் குறிப்பேட்டில் நகரத்தின் மாதிரியை வரையவும். சாலைகள்/தெருக்களை ஒற்றைக் கோடுகளால் குறிப்பிடவும்.

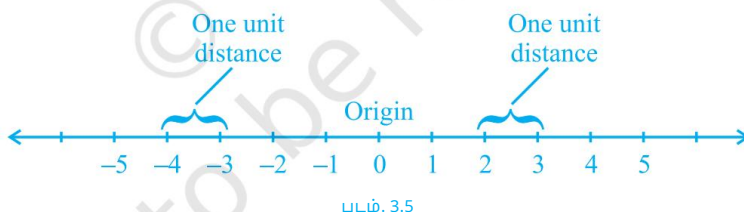
உங்கள் மாதிரியில் பல குறுக்கு வீதிகள் உள்ளன. ஒரு குறிப்பிட்ட குறுக்கு வீதி இரண்டு தெருக்களால் ஆனது, ஒன்று வடக்கு - தெற்கு திசையிலும் மற்றொன்று கிழக்கு - மேற்கு திசையிலும் ஓடுகிறது. ஒவ்வொரு குறுக்கு வீதியும் பின்வருமாறு குறிப்பிடப்படுகிறது: வடக்கு - தெற்கு திசையில் செல்லும் 2வது தெருவும் கிழக்கு - மேற்கு திசையில் 5வது தெருவும் ஏதேனும் ஒரு குறுக்கு வீதியில் சந்தித்தால், இந்த குறுக்கு வீதியை (2, 5) என்று அழைப்போம். இந்த மாநாட்டைப் பயன்படுத்தி,

கண்டுபிடிக்கவும்: (i) எத்தனை குறுக்கு வீதிகளை (4, 3) என்று

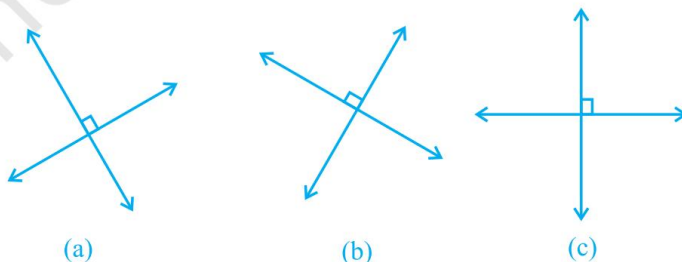
குறிப்பிடலாம். (ii) எத்தனை குறுக்கு வீதிகளை (3, 4) என்று குறிப்பிடலாம்.

### 3.2 கார்ட்டீசியன் அமைப்பு

'எண் அமைப்பு' என்ற அத்தியாயத்தில் எண் கோட்டைப் பற்றி நீங்கள் படித்திருக்கிறீர்கள். எண் கோட்டில், ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து தூரங்கள் ஒரு திசையில் நேர்மறையாகவும், மறு திசையில் எதிர்மறையாகவும் சம அலகுகளில் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. தூரங்கள் குறிக்கப்படும் புள்ளி தோற்றம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. சம தூரங்களில் ஒரு கோட்டில் புள்ளிகளைக் குறிப்பதன் மூலம் எண்களைக் குறிக்க எண் கோட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம். ஒரு அலகு தூரம் '1' என்ற எண்ணைக் குறிக்கிறது என்றால், 3 அலகு தூரம் '3' என்ற எண்ணைக் குறிக்கிறது, '0' என்பது தொடக்க இடத்தில் உள்ளது. தொடக்க இடத்திலிருந்து  $r$  தூரத்தில் நேர்மறை திசையில் உள்ள புள்ளி  $r$  எண்ணைக் குறிக்கிறது. தொடக்க இடத்திலிருந்து  $r$  தூரத்தில் உள்ள எதிர்மறை திசையில் உள்ள புள்ளி  $-r$  எண்ணைக் குறிக்கிறது. எண் கோட்டில் வெவ்வேறு எண்களின் இருப்பிடங்கள் படம் 3.5 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன.



டெஸ்கார்ட்ஸ் ஒரு தளத்தில் இரண்டு கோடுகளை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக வைத்து, அந்த கோடுகளை வைத்து புள்ளிகளைக் கண்டுபிடிக்கும் யோசனையைக் கண்டுபிடித்தார். படம் 3.6 இல் உள்ளதைப் போல செங்குத்து கோடுகள் எந்த திசையிலும் இருக்கலாம். ஆனால், நாம் தேர்ந்தெடுக்கும்போது

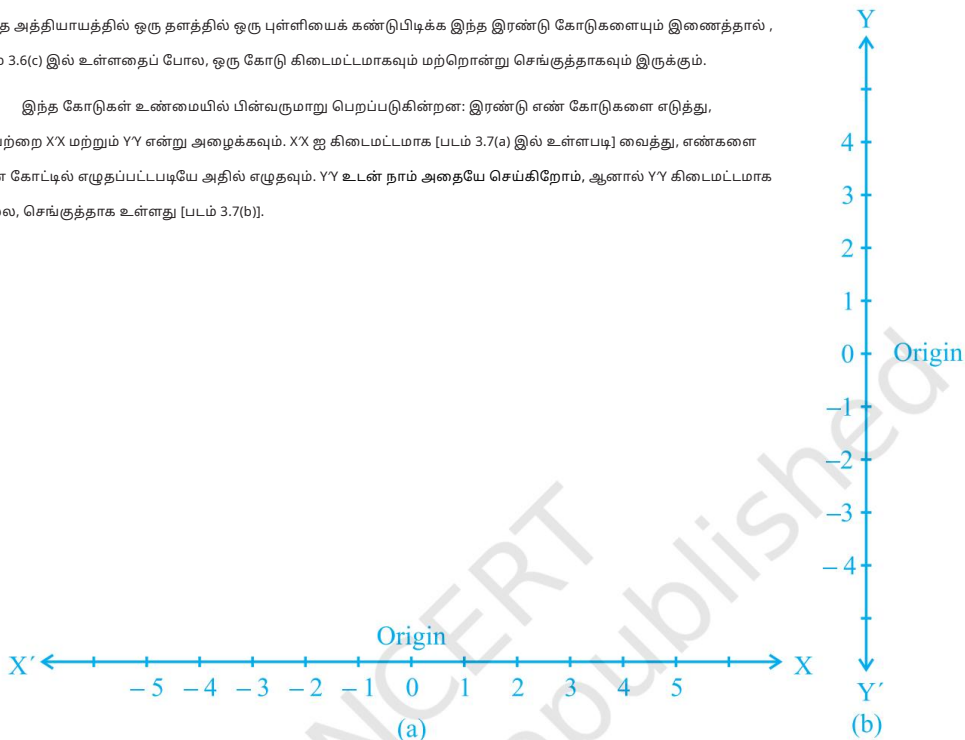


## ஒருங்கிணைப்பு வடிவியல்

படம் 3.6

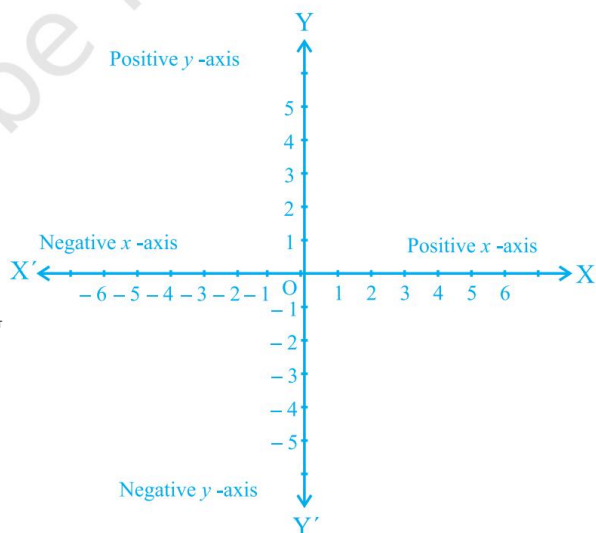
இந்த அத்தியாயத்தில் ஒரு தளத்தில் ஒரு புள்ளியைக் கண்டுபிடிக்க இந்த இரண்டு கோடுகளையும் இணைத்தால், படம் 3.6(c) இல் உள்ளதைப் போல, ஒரு கோடு கிடைமட்டமாகவும் மற்றொன்று செங்குத்தாகவும் இருக்கும்.

இந்த கோடுகள் உண்மையில் பின்வருமாறு பெறப்படுகின்றன: இரண்டு எண் கோடுகளை எடுத்து, அவற்றை  $XX'$  மற்றும்  $YY'$  என்று அழைக்கவும்.  $XX'$  ஐ கிடைமட்டமாக [படம் 3.7(a)] இல் உள்ளபடி வைத்து, எண்களை எண் கோட்டில் எழுதப்பட்டபடியே அதில் எழுதவும்.  $YY'$  உடன் நாம் அதையே செய்கிறோம், ஆனால்  $YY'$  கிடைமட்டமாக அல்ல, செங்குத்தாக உள்ளது [படம் 3.7(b)].



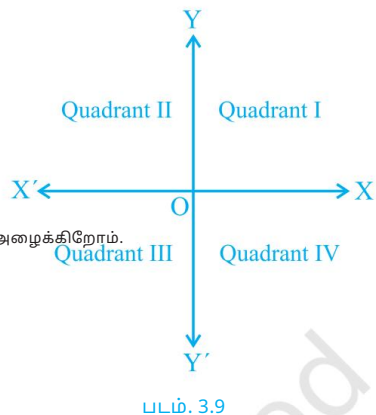
படம். 3.7

இரண்டு கோடுகளும் அவற்றின் பூஜ்ஜியங்கள் அல்லது தோற்றங்களில் ஒன்றையொன்று கடக்கும் வகையில் இரண்டு கோடுகளையும் இணைக்கவும் (படம் 3.8). கிடைமட்ட கோடு  $XX'$  - அச்ச என்றும், செங்குத்து கோடு  $YY'$  - அச்ச என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.  $XX'$  மற்றும்  $YY'$  கடக்கும் புள்ளி தோற்றம் என்று அழைக்கப்படுகிறது, மேலும் இது O ஆல் குறிக்கப்படுகிறது. நேர்மறை எண்கள் OX மற்றும் OY திசைகளில் இருப்பதால், OX மற்றும் OY ஆகியவை முறையே x - அச்ச மற்றும் y - அச்சின் நேர்மறை திசைகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. இதேபோல, OX' மற்றும் OY' ஆகியவை முறையே x - அச்ச மற்றும் y - அச்சின் எதிர்மறை திசைகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

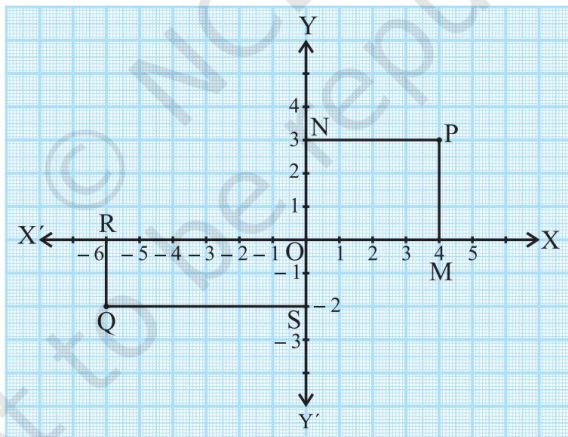


படம். 3.8

அச்சுகள் ('அச்சு' என்ற வார்த்தையின் பன்மை) தளத்தை நான்கு பகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றன என்பதை நீங்கள் கவனிக்கிறீர்கள். இந்த நான்கு பகுதிகளும் கால் பகுதிகள் (நான்கில் ஒரு பங்கு) என்று அழைக்கப்படுகின்றன, அவை OX இலிருந்து I, II, III மற்றும் IV எதிர் கடிகார திசையில் எண்ணப்பட்டுள்ளன (படம் 3.9 ஐப் பார்க்கவும்). எனவே, தளம் அச்சுகள் மற்றும் இந்த இருபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. நாம் தளத்தை, கார்ட்டீசியன் தளம், அல்லது ஆயத்தொலைவு தளம் அல்லது xy-தளம் என்று அழைக்கிறோம். அச்சுகள் ஆயத்தொலைவு அச்சுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.



இப்போது, இந்த முறை கணிதத்திற்கு ஏன் மிகவும் அடிப்படையானது, அது எவ்வாறு பயனுள்ளதாக இருக்கிறது என்பதைப் பார்ப்போம். வரைபடத் தாளில் அச்சுகள் வரையப்பட்ட பின்வரும் வரைபடத்தைக் கவனியுங்கள். அச்சுகளிலிருந்து P மற்றும் Q புள்ளிகளின் தூரத்தைப் பார்ப்போம். இதற்காக, x - அச்சில் PM ஐயும் y - அச்சில் PN ஐயும் செங்குத்தாக வரைகிறோம். இதேபோல், படம் 3.10 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, QR மற்றும் QS ஐ செங்குத்தாக வரைகிறோம்.



நீங்கள் அதைக் கண்டுபிடித்தீர்கள்

(i) y அச்சிலிருந்து P புள்ளியின் செங்குத்து தூரம் -

x - அச்சின் நேர்மறை திசை  $PN = OM = 4$  அலகுகள்.

(ii) y - அச்சின் நேர்மறை திசையில் அளவிடப்படும் x - அச்சிலிருந்து புள்ளி P இன் செங்குத்து தூரம்  $PM = ON = 3$  அலகுகள்.

(iii)  $y$  அச்சிலிருந்து புள்ளி  $Q$  இன் செங்குத்தாக உள்ள தூரம் - அளவிடப்படுகிறது

$x$  - அச்சின் எதிர்மறை திசை  $OR = SQ = 6$  அலகுகள்.

(iv)  $x$  - அச்சிலிருந்து புள்ளி  $Q$  இன் செங்குத்தாக உள்ள தூரம் அளவிடப்படுகிறது.

$y$  - அச்சின் எதிர்மறை திசை  $OS = RQ = 2$  அலகுகள்.

இப்போது, இந்த தூரங்களைப் பயன்படுத்தி, எந்த புள்ளிகளும் இல்லாதபடி புள்ளிகளை எவ்வாறு விவரிக்க முடியும்? குழப்பமா?

பின்வரும் மரபுகளைப் பயன்படுத்தி, ஒரு புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகளை எழுதுகிறோம்:

(i) ஒரு புள்ளியின்  $x$  - ஆயத்தொலைவு என்பது  $y$  - அச்சிலிருந்து அதன் செங்குத்தாக உள்ள தூரமாகும்.

$x$  - அச்சில் அளவிடப்படுகிறது ( $x$  - அச்சின் நேர்மறை திசையில் நேர்மறை

மற்றும்  $x$  - அச்சின் எதிர்மறை திசையில் எதிர்மறை ). புள்ளி  $P$  க்கு, இது

+ 4 மற்றும்  $Q$  க்கு, இது - 6 ஆகும்.  $x$  - ஆயத்தொலைவு அப்சிஸ்ஸா என்றும் அழைக்கப்படுகிறது .

(ii) ஒரு புள்ளியின்  $y$  - ஆயத்தொலைவு என்பது  $x$  - அச்சிலிருந்து அதன் செங்குத்தாக உள்ள தூரமாகும்.

$y$  - அச்சில் அளவிடப்படுகிறது ( $y$  - அச்சின் நேர்மறை திசையில் நேர்மறை

மற்றும்  $y$  - அச்சின் எதிர்மறை திசையில் எதிர்மறை ). புள்ளி  $P$  க்கு, இது

+ 3 மற்றும்  $Q$  க்கு, இது -2.  $y$  - ஆயத்தொலைவு ஆர்டினைட் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது .

(iii) ஆயத் தளத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியின் ஆயத் தளங்களைக் குறிப்பிடும்போது,  $x$  - ஆயத் தளம்

முதலில் வரும், பின்னர்  $y$  - ஆயத்தொலைவு. ஆயத்தொலைவுகளை அடைப்புக்குறிக்குள் வைக்கிறோம்.

எனவே,  $P$  இன் ஆயத்தொலைவுகள் (4, 3) மற்றும்  $Q$  இன் ஆயத்தொலைவுகள் (- 6, - 2) ஆகும்.

விமானத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியை ஆயத்தொலைவுகள் தனித்துவமாக விவரிக்கின்றன என்பதை நினைவில் கொள்க. (3, 4) என்பது

(4, 3) போலவே.

**எடுத்துக்காட்டு 1:** படம் 3.11 ஐப் பார்த்து பின்வரும் கூற்றுகளை நிரப்பவும்:

(i) புள்ளி  $B$  இன் அப்சிஸ்ஸா மற்றும் ஆர்டினைட் ஆகியவை எனவே, ... மற்றும் ..., முறையே.

$B$  இன் ஆயத்தொலைவுகள் ( \_ , \_ ) ஆகும்.

(ii) புள்ளி  $M$  இன்  $x$ -ஆயத்தொலைவு மற்றும்  $y$ -ஆயத்தொலைவு முறையே. எனவே, ... மற்றும் ...,

$M$  இன் ஆயத்தொலைவுகள் ( \_ , \_ ) ஆகும்.

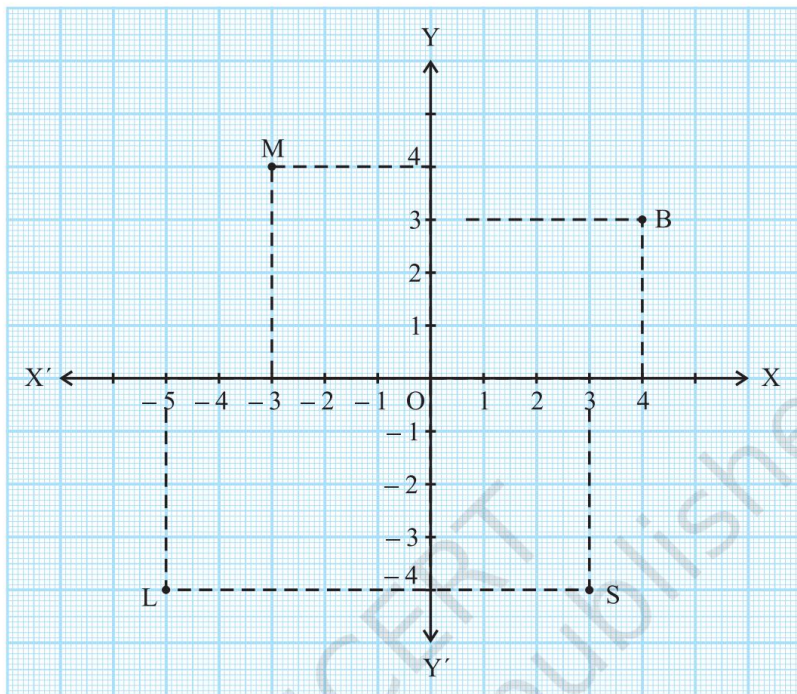
(iii) புள்ளி  $L$  இன்  $x$ -ஆயத்தொலைவு மற்றும்  $y$ -ஆயத்தொலைவு முறையே. எனவே, ... மற்றும் ...,

$L$  இன் ஆயத்தொலைவுகள் ( \_ , \_ ) ஆகும்.

(iv) புள்ளி  $S$  இன்  $x$ -ஆயத்தொலைவு மற்றும்  $y$ -ஆயத்தொலைவு முறையே. எனவே, ... மற்றும் ...,

$S$  இன் ஆயத்தொலைவுகள் ( \_ , \_ ) ஆகும்.





படம். 3.11

**தீர்வு:** (i)  $y$  - அச்சிலிருந்து புள்ளி B இன் தூரம் 4 அலகுகள் என்பதால், புள்ளி B இன்  $x$  - ஆயத்தொலைவு அல்லது அப்சிஸ்ஸா 4 ஆகும்.  $x$  - அச்சிலிருந்து புள்ளி B இன் தூரம் 3 அலகுகள்; எனவே, புள்ளி B இன்  $y$  - ஆயத்தொலைவு, அதாவது, ஆர்டினைட் 3 ஆகும். எனவே, புள்ளி B இன் ஆயத்தொலைவுகள் (4, 3) ஆகும்.

மேலே (i) இல் உள்ளபடி:

(ii) புள்ளி M இன்  $x$  - ஆயத்தொலைவு மற்றும்  $y$  - ஆயத்தொலைவு முறையே -3 மற்றும் 4 ஆகும். எனவே, M புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகள் (-3, 4) ஆகும்.

(iii) L புள்ளியின்  $x$  - ஆயத்தொலைவு மற்றும்  $y$  - ஆயத்தொலைவுகள் முறையே -5 மற்றும் -4 ஆகும். எனவே, புள்ளி L இன் ஆயத்தொலைவுகள் (-5, -4) ஆகும்.

(iv) புள்ளி S இன்  $x$  - ஆயத்தொலைவு மற்றும்  $y$  - ஆயத்தொலைவு முறையே 3 மற்றும் -4 ஆகும். எனவே, புள்ளி S இன் ஆயத்தொலைவுகள் (3, -4) ஆகும்.



எடுத்துக்காட்டு 2: படம் 3.12 இல் அச்சுகளில் குறிக்கப்பட்ட

புள்ளிகளின் ஆயத்தொலைவுகளை எழுதுங்கள்.

தீர்வு: நீங்கள் அதைக் காணலாம்:

(i) புள்ளி A,  $y$  - அச்சிலிருந்து + 4 அலகுகள்

தொலைவிலும்,  $x$  - அச்சிலிருந்து பூஜ்ஜிய

தொலைவிலும் உள்ளது. எனவே, A இன்  $x$  -

ஆயத்தொலைவு 4 மற்றும்  $y$  - ஆயத்தொலைவு

0 ஆகும். எனவே, A இன் ஆயத்தொலைவுகள்

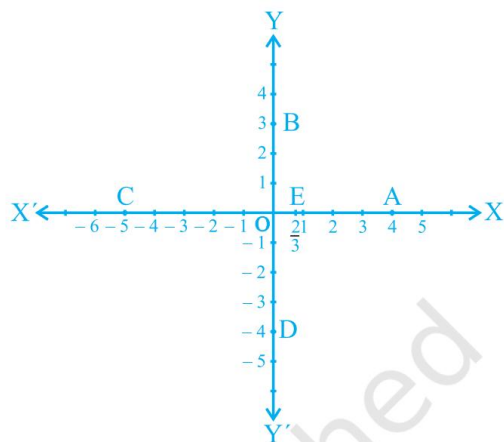
(4, 0). (ii) B இன் ஆயத்தொலைவுகள்

(0, 3). ஏன்? (iii) C இன் ஆயத்தொலைவுகள் (-5, 0)

ஆகும்.

ஏன்?

(iv) D இன் ஆயத்தொலைவுகள் (0, -4). ஏன்?



படம். 3.12

(v) E இன் ஆயத்தொலைவுகள்  $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ . ஏன்?

$x$  - அச்சில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும்  $x$  - அச்சிலிருந்து தூரம் (பூஜ்ஜிய தூரம்) இல்லாததால்,  $x$  - அச்சில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியின்  $y$  - ஆயத்தொலைவு எப்போதும் பூஜ்ஜியமாகும். எனவே,  $x$  - அச்சில் உள்ள எந்தப் புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகளும் ( $x$ , 0) வடிவத்தில் இருக்கும், இங்கு  $x$  என்பது  $y$  - அச்சிலிருந்து புள்ளியின் தூரம் ஆகும். இதேபோல்,  $y$  - அச்சில் உள்ள எந்தப் புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகளும் (0,  $y$ ) வடிவத்தில் இருக்கும், இங்கு  $y$  என்பது  $x$  - அச்சிலிருந்து புள்ளியின் தூரம் ஆகும். ஏன்?

மூல O இன் ஆயத்தொலைவுகள் யாவை? இது இரண்டு அச்சுகளிலிருந்தும் பூஜ்ஜிய தூரத்தைக் கொண்டுள்ளது, எனவே அதன் அச்சிஸ்ஸா மற்றும் ஆர்டினைட் இரண்டும் பூஜ்ஜியமாகும். எனவே, மூலத்தின் ஆயத்தொலைவுகள் (0, 0).

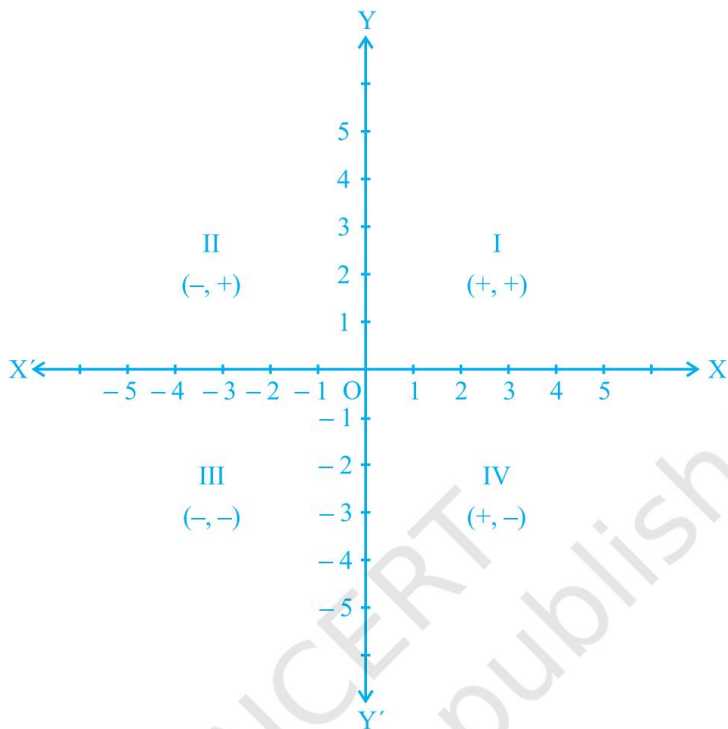
மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டுகளில், நீங்கள் பின்வரும் உறவைக் கவனித்திருக்கலாம் ஒரு புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகளின் குறியீடுகள் மற்றும் அது அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளியின்

கால்பகுதி. (i) ஒரு புள்ளி முதல் கால்பகுதியில் இருந்தால், அந்தப் புள்ளி (+, +) வடிவத்தில் இருக்கும், ஏனெனில் முதல் கால்பகுதி நேர்மறை  $x$  - அச்ச மற்றும் நேர்மறை  $y$  - அச்சால் சூழப்பட்டுள்ளது.

(ii) ஒரு புள்ளி 2வது கால்பகுதியில் இருந்தால், அந்தப் புள்ளி (-, +) வடிவத்தில் இருக்கும், ஏனெனில் 2வது கால்பகுதி எதிர்மறை  $x$  - அச்ச மற்றும் நேர்மறை  $y$  - அச்சால் சூழப்பட்டுள்ளது. (iii) ஒரு புள்ளி

3வது கால்பகுதி எதிர்மறை  $x$  - அச்ச மற்றும் எதிர்மறை  $y$  - அச்சால் சூழப்பட்டுள்ளது, எனவே அந்தப் புள்ளி (-, -) வடிவத்தில் இருக்கும்.

(iv) ஒரு புள்ளி 4வது கால்பகுதியில் இருந்தால், அந்தப் புள்ளி (+, -) வடிவத்தில் இருக்கும், ஏனெனில் 4வது கால்பகுதி நேர்மறை  $x$  - அச்ச மற்றும் எதிர்மறை  $y$  - அச்சால் சூழப்பட்டுள்ளது (படம் 3.13 ஐப் பார்க்கவும்).



படம். 3.13

**குறிப்பு:** ஒரு தளத்தில் ஒரு புள்ளியை விவரிப்பதற்கான மேலே நாம் விவாதித்த அமைப்பு ஒரு மரபு மட்டுமே, இது உலகம் முழுவதும் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது. இந்த அமைப்பு, எடுத்துக்காட்டாக, முதலில் ஆர்டினைட்டாகவும், இரண்டாவது அப்சிஸ்ஸாவாகவும் இருந்திருக்கலாம். இருப்பினும், குழப்பத்தைத் தவிர்ப்பதற்காக, முழு உலகமும் நாம் விவரித்த அமைப்பைப் பின்பற்றுகிறது.

### பயிற்சி 3.2

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு கேள்விக்கும் விடை எழுதுங்கள்:

- (i) கிடைமட்ட கோடுகள் மற்றும் செங்குத்து கோடுகள் எதைக் குறிக்கின்றன?  
கார்டீசியன் தளத்தில் எந்தப் புள்ளியின் நிலை?
- (ii) இந்த இரண்டு கோடுகளால் உருவாகும் தளத்தின் ஒவ்வொரு பகுதியின் பெயர் என்ன? (iii)  
இந்த இரண்டு கோடுகளும் வெட்டும் புள்ளியின் பெயரை எழுதுங்கள்.

2. படம் 3.14 ஐப் பார்த்து, பின்வருவனவற்றை

எழுதுங்கள்: (i) B இன்

ஆயத்தொலைவுகள். (ii) C இன்

ஆயத்தொலைவுகள். (iii) ஆயத்தொலைவுகளால் அடையாளம் காணப்பட்ட புள்ளி  $(-3, -5)$ .

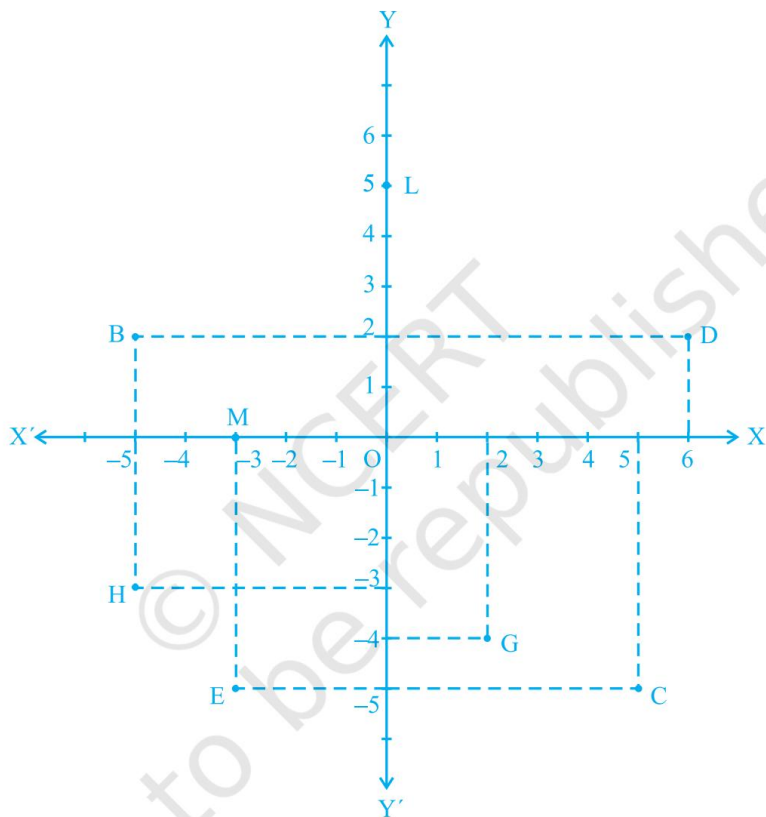
ஒருங்கிணைப்பு வடிவியல்

(iv) ஆயத்தொலைவுகளால் அடையாளம் காணப்பட்ட புள்ளி  $(2, -4)$ . (v) புள்ளி D இன்

அப்சிஸ்ஸா. (vi) புள்ளி H இன் ஆர்டினேட். (vii) புள்ளி

L இன் ஆயத்தொலைவுகள். (viii) புள்ளி M இன்

ஆயத்தொலைவுகள்.



படம். 3.14

### 3.3 சுருக்கம்

இந்த அத்தியாயத்தில், நீங்கள் பின்வரும் விஷயங்களைப் படித்தீர்கள்:

- ஒரு பொருளின் அல்லது ஒரு தளத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியின் நிலையைக் கண்டறிய, நமக்கு இரண்டு செங்குத்து கோடுகள் தேவை. அவற்றில் ஒன்று கிடைமட்டமாகவும், மற்றொன்று செங்குத்தாகவும் இருக்கும்.
- இந்த விமானம் கார்ட்டீசியன் அல்லது ஆயத்தொலைவு விமானம் என்றும், கோடுகள் ஆயத்தொலைவு விமானம் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன. அச்சுகள்.
- கிடைமட்டக் கோடு  $x$ -அச்சு என்றும், செங்குத்து கோடு  $y$ -அச்சு என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

4. ஆயத்தொலைவு அச்சுகள் விமானத்தை நான்கு பகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றன, அவை கால்பகுதிகள் எனப்படும்.
5. அச்சுகளின் வெட்டும் புள்ளி தோற்றம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.
6.  $y$  - அச்சிலிருந்து ஒரு புள்ளியின் தூரம் அதன்  $x$  - ஆயத்தொலைவு அல்லது அப்சிஸ்ஸா என்றும்,  $x$  - அச்சிலிருந்து அந்தப் புள்ளியின் தூரம் அதன்  $y$  - ஆயத்தொலைவு அல்லது ஆயத்தொலைவு என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.
7. ஒரு புள்ளியின் அப்சிஸ்ஸா  $x$  ஆகவும், ஆர்டினேட்  $y$  ஆகவும் இருந்தால்,  $(x, y)$  என்பது புள்ளி.
8.  $x$ - அச்சில் உள்ள ஒரு புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகள்  $(x, 0)$  வடிவத்திலும்,  $y$ -அச்சு  $(0, y)$  ஆகும்.
9. மூலத்தின் ஆயத்தொலைவுகள்  $(0, 0)$ .
10. ஒரு புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகள் முதல் கால்பகுதியில்  $(+, +)$ , இரண்டாவது கால்பகுதியில்  $(-, +)$ , மூன்றாவது கால்பகுதியில்  $(-, -)$  மற்றும் நான்காவது கால்பகுதியில்  $(+, -)$  வடிவத்தில் இருக்கும், இங்கு  $+$  என்பது நேர்மறை மெய் எண்ணையும் - என்பது எதிர்மறை மெய் எண்ணையும் குறிக்கிறது.
11.  $x \neq y$  எனில்,  $(x, y) \neq (y, x)$ , மற்றும்  $(x, y) = (y, x)$ ,  $x = y$  எனில்.