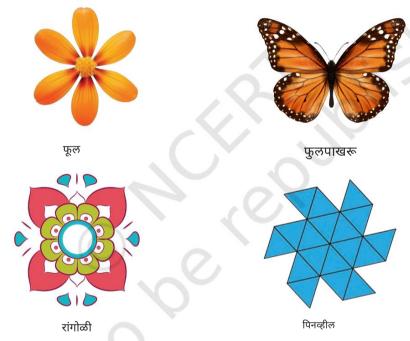


तुमच्या आजूबाजूला पहा - तुम्हाला तुमचे लक्ष वेधून घेणाऱ्या अनेक वस्तू आढळतील. अशा काही गोष्टी खाली दाखवल्या आहेत:



वरील चित्रांमध्ये काहीतरी सुंदर आहे.

हे फूल अनेक वेगवेगळ्या कोनातून सारखेच दिसते. फुलपाखरूबद्दल काय? निःसंशयपणे, त्याचे रंग खूप आकर्षक आहेत. पण फुलपाखरू तुम्हाला आणखी काय आकर्षित करते?

या चित्रांमध्ये असे दिसते की आकृतीचे काही भाग पुनरावृत्ती झाले आहेत आणि या पुनरावृत्ती एका विशिष्ट नमुन्यात घडत आहेत.

सुंदर रांगोळीच्या आकृतीत काय पुनरावृत्ती होते ते तुम्हाला दिसते का?

गणिता प्रकाश | इयत्ता सहावी

रांगोळीमध्ये, जेव्हा फूल मध्यभागी 90° फिरवले जाते तेव्हा लाल पाकळ्या स्वतःवर परत येतात आणि रांगोळीचे इतर भाग देखील तसेच करतात .

पिनव्हीलबद्दल काय? कोणता पॅटर्न पुनरावृत्ती होत आहे ते तुम्हाला कळते का? सूचना: प्रथम षटकोन पहा.

आता, तुम्ही सांगू शकाल का की षटकोनाच्या प्रत्येक बाजूला कोणती आकृती पुनरावृत्ती होते? प्रत्येक बाजूला चिकटलेल्या आकृतीचा आकार काय आहे? तुम्हाला ते ओळखता का? षटकोनाच्या सीमेवर तुम्ही फिरत असताना हे आकार कसे हलतात? इतर चित्रांबद्दल काय - त्या रचनांमध्ये असे काय आहे जे तुम्हाला आकर्षित करते आणि त्या रचनांमध्ये कोणते नमुने पुनरावृत्ती होतात?



ढग

दुसरीकडे, ढगांचे हे चित्र पहा. असा कोणताही पुनरावृत्ती होणारा नमुना नाही.

आपण असे म्हणू शकतो की पहिल्या चार आकृत्या समिमतीय आहेत आणि शेवटची समिमतीय नाही. समिमती म्हणजे आकृतीचा एक भाग किंवा भाग जे एका विशिष्ट नमुन्यात पुनरावृत्ती होतात.



ताजमहाल

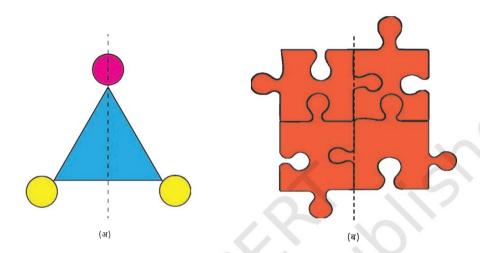
गोपुरम

या सुंदर रचनांमध्ये तुम्हाला कोणत्या सममिती दिसतात?

९.१ सममितीची रेषा

आकृती (अ) मध्ये ठिपकेदार रेषा असलेल्या निळ्या त्रिकोणाचे चित्र दाखवले आहे.

जर तुम्ही त्रिकोणाला ठिपकेदार रेषेने घडी घातली तर काय होईल? हो, त्रिकोणाचा एक भाग दुसऱ्या अर्ध्या भागाला पूर्णपणे व्यापतो. याला आरशाचे अर्धे भाग म्हणतात!



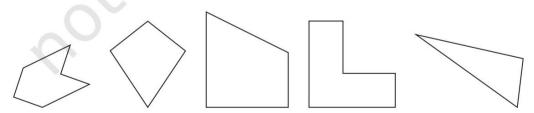
आकृती (ब) मध्ये चार कोडे तुकडे आहेत आणि मध्यभागी एक ठिपकेदार रेषा आहे का? ते आरशाचे अर्धे भाग आहेत का? नाही, जेव्हा आपण रेषेभोवती घडी घालतो तेव्हा डावा अर्धा भाग उजव्या अर्ध्यावर तंतोतंत बसत नाही.

एक रेषा जी आकृतीचे दोन भाग करते आणि जेव्हा त्या रेषेने दुमडलेल्या आकृतीच्या सममितीची रेषा म्हणतात .

🌉 समजून घ्या

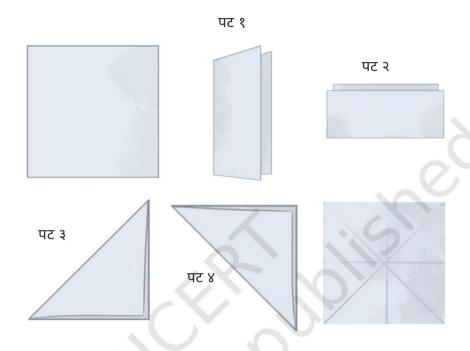
- १. प्रकरणाच्या सुरुवातीला दिलेल्या आकृत्यांमध्ये तुम्हाला सममितीची रेषा दिसते का? ढगाच्या चित्राबद्दल काय?
- २. खालील प्रत्येक आकृतीसाठी, सममितीच्या रेषा ओळखा.

जर ते अस्तित्वात असेल तर.

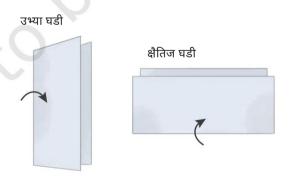


एकापेक्षा जास्त सममितीच्या रेषा असलेल्या आकृत्या चौरसात सममितीची फक्त एकच रेषा असते का?

एक चौकोनी कागद घ्या. त्याची घडी घालून, त्याच्या सर्व सममितीच्या रेषा शोधा.



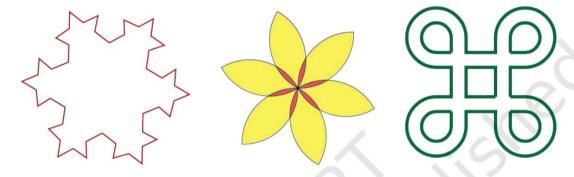
येथे वेगवेगळ्या घड्या आहेत ज्या वेगवेगळ्या सममितीच्या रेषा देतात. • कागदाला उभ्या अर्ध्या भागामध्ये घडी करा. • तो पुन्हा आडवा अर्ध्या भागामध्ये घडी करा (म्हणजे, तुम्ही तो दोनदा घडी केला आहे). आता घड्या उघडा.



पुन्हा चौरस अर्ध्यामध्ये घडी करा (आता तिसऱ्यांदा), पण हे आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे, कर्णरेषेवर वेळ काढा. पुन्हा ते उघडा. आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे, ते अर्धे करा (चौथ्यांदा), परंतु यावेळी दुसऱ्या कर्णरेषेसह. घडी उघडा.

ॐ चौरस दुमडण्याचा दुसरा काही मार्ग आहे का जेणेकरून दोन्ही भाग एकमेकांवर आच्छादित होतील? चौरस आकारात समिमतीच्या किती रेषा असतात?

अञ्चाप्रकारे, आकृत्यांमध्ये सममितीच्या अनेक रेषा असू ज्ञकतात. खालील आकृत्यांमध्ये सममितीच्या अनेक रेषा देखील आहेत. तुम्हाला त्या सर्व सापडतील का?



आपण पाहिले की चौरसाचा कर्ण देखील समिततीची रेषा आहे. चला एक आयत घेऊ जो चौरस नाही. त्याचा कर्ण समितीची रेषा आहे का?

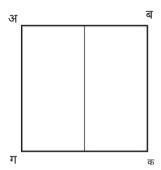
प्रथम, आयत पहा आणि या प्रश्नाचे उत्तर द्या. नंतर, एक आयताकृती कागद घ्या आणि त्याच्या कर्णरेषेवर दुमडून दोन्ही भाग एकमेकांवर ओव्हरलॅप होतात का ते तपासा. तुम्हाला काय दिसते?

प्रतिबिंब

आतापर्यंत आपण असे म्हणत आलो आहोत की जेव्हा आपण समिमतीच्या रेषेने आकृती घडी करतो तेव्हा दोन्ही भाग पूर्णपणे एकमेकांवर ओव्हरलॅप होतात. आपण असेही म्हणू शकतो की समिमतीच्या रेषेच्या एका बाजूला असलेल्या आकृतीचा भाग दुसऱ्या बाजूला असलेल्या रेषेद्वारे परावर्तित होतो; त्याचप्रमाणे, समिमतीच्या रेषेच्या दुसऱ्या बाजूला असलेल्या आकृतीचा भाग पहिल्या बाजूला परावर्तित होतो! आकृतीवरील काही बिंदूंना लेबल लावून हे समजून घेऊया.

आकृतीमध्ये एक चौरस दाखवला आहे ज्याचे कोपरे A, B, C आणि D असे लेबल केलेले आहेत. प्रथम आपण सममितीच्या उभ्या रेषेचा विचार करूया. जेव्हा आपण विचार करतो तेव्हा गणिता प्रकाश | इयत्ता सहावी

या रेषेवरील चौकोनावर, उजवीकडील बिंदू B, C डाव्या बाजूला परावर्तित होतात आणि A, D ने पूर्वी व्यापलेल्या स्थानांवर व्यापतात. A, D बिंदूंचे काय होते? A ने B आणि D ने व्यापलेल्या स्थानावर C चा स्थान व्यापतो!



र्ण जर आपण A ते C पर्यंतच्या कर्णरेषेने प्रतिबिंबित केले तर काय होईल? A, B, C आणि D बिंदू कुठे जातात? जर आपण सममितीच्या आडव्या रेषेने प्रतिबिंबित केले तर काय होईल?

अञ्चाप्रकारे, ज्या आकृतीमध्ये सममितीची रेषा किंवा रेषा असतात, तिला परावर्तन सममिती असेही म्हणतात.

सममितीच्या रेषा असलेले आकार तयार करणे

आतापर्यंत आपण सममितीय आणि असममितीय आकृत्या पाहिल्या आहेत. अशा सममितीय आकृत्या कशा तयार होतात? चला हे शोधूया.

इंक ब्लॉट डेविल्स

तुम्हाला हे करायला सुरुवातीच्या इयत्ता ५ वी मध्ये खूप आवडले होते. एक कागद घ्या. तो अर्ध्यामध्ये घडी करा. कागद उघडा आणि त्यावर ज्ञाईचे (किंवा रंगाचे) काही थेंब टाका.

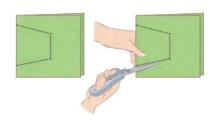
आता अर्धे भाग एकत्र दाबा आणि नंतर कागद पुन्हा उघडा.

- तुम्हाला काय दिसते?
- परिणामी आकृती सममितीय आहे का?
- जर हो, तर सममितीची रेषा कुठे आहे?
- अशी दुसरी कोणतीही रेषा आहे का ज्यावर ती दुमडून दोन समान भाग तयार करता येतील?
- असे आणखी नमुने बनवण्याचा प्रयत्न करा.

कागदाची घडी आणि कटिंग सममितीय

आकार बनवण्याचा हा आणखी एक मार्ग आहे!

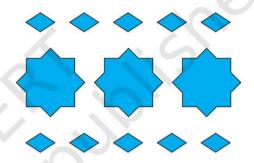
या दोन आकृत्यांमध्ये, कागदाची एक शीट घडी केली आहे आणि दाखवलेल्या ठिपक्या रेषेवर एक कट केला आहे. कागद उलगडल्यावर कसा दिसेल याचे रेखाचित्र काढा.



या आकृतीत तुम्हाला सममितीची रेषा दिसते का? ती काय आहे?

घडी घालून आणि कापून वेगवेगळे सममितीय आकार बनवा. सममितीय आकार मिळविण्यासाठी कागदाचे तुकडे घडी करून कापण्याचे आणखी बरेच मार्ग आहेत!

पातळ आयताकृती रंगीत कागद वापरा. तो अनेक वेळा घडी करा आणि येथे दाखवल्याप्रमाणे कागद कापून काही गुंतागुंतीचे नमुने तयार करा. पुनरावृत्ती होणाऱ्या डिझाइनमध्ये सममितीच्या रेषा ओळखा. उत्सवाच्या प्रसंगी अशा सजावटीच्या कागदी कट-आउट्स वापरा.

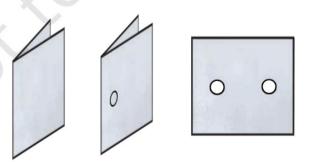




समजून घ्या

पंचिंग गेम

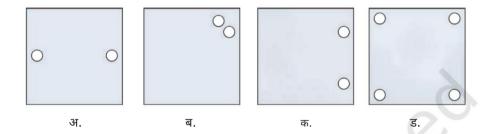
घडी ही सममितीची रेषा आहे. पंचिंग मशीन वापरून घडी केलेल्या चौकोनी कागदाच्या वेगवेगळ्या ठिकाणी छिद्रे पाडा आणि वेगवेगळे सममितीय नमुने तयार करा.



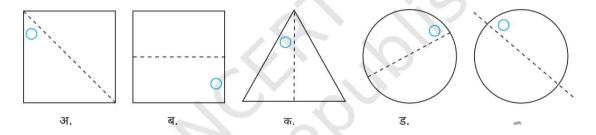
गणिता प्रकाश | इयत्ता सहावी

१. खालील प्रत्येक आकृतीमध्ये, कागदाच्या दुमडलेल्या चौकोनी तुकड्यात एक छिद्र पाडण्यात आले आणि नंतर कागद उलगडण्यात आला. कागद कोणत्या रेषेने दुमडला होता ते ओळखा.

आकृती (ड) एका छिद्रातून तयार केली गेली. कागद कसा घडी केला गेला?



२. सममितीच्या रेषा दिल्यास, दुसरे छिद्र शोधा:



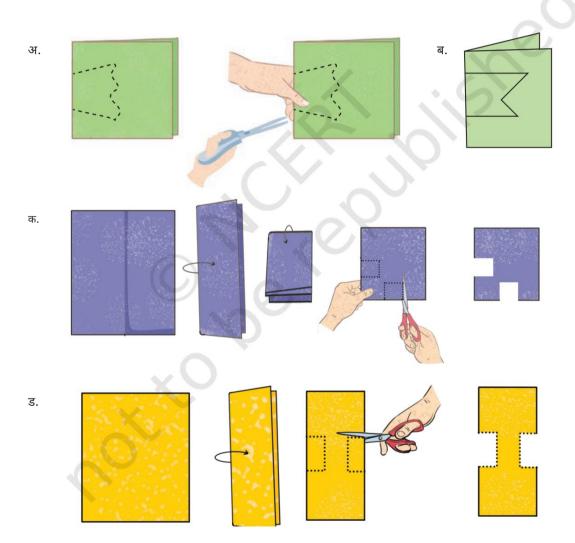
३. पेपर किंटगवरील काही प्रश्न येथे आहेत.उभ्या घडीचा विचार करा. आपण ते अशा प्रकारे दर्शवू:



त्याचप्रमाणे, क्षैतिज पट खालीलप्रमाणे दर्शविला जातो:



४. पुढील प्रत्येक कट केल्यानंतर, कागद उघडल्यावर छिद्राचा आकार अंदाज लावा. तुम्ही तुमचा अंदाज बांधल्यानंतर, कटआउट्स बनवा आणि तुमचे उत्तर सत्यापित करा.



गणिता प्रकाश | इयत्ता सहावी

- ५ समजा तुम्हाला या प्रत्येक आकाराला काही घडी आणि एकच सरळ कट करायचा आहे, तर तुम्ही ते कसे कराल?
 - अ. मध्यभागी असलेले छिद्र चौकोनी आहे.



b. मध्यभागी असलेले छिद्र चौकोनी आहे.

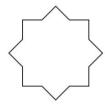


टीप: वरील दोन्ही प्रश्नांसाठी, 4-बाजूंच्या आकृत्या आहेत का ते तपासा केंद्र चौरसाचे दोन्ही गुणधर्म पूर्ण करते.

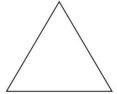
६. या आकारांमध्ये सममितीच्या किती रेषा आहेत?

अ.





b. समान बाजू आणि समान कोन असलेला त्रिकोण.

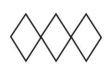


c. समान बाजू आणि समान कोन असलेला षटकोन.



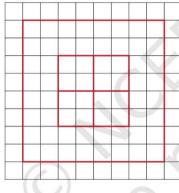
७. प्रत्येक आकृतीचा माग काढा आणि सममितीच्या रेषा काढा, जर असतील तर:

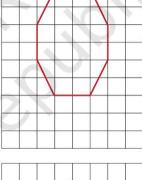


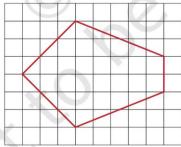


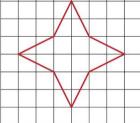




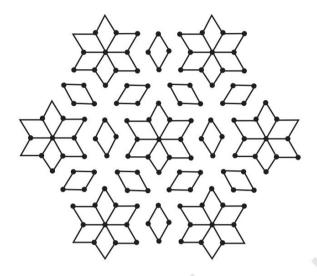








८. खालील कोलामसाठी सममितीच्या रेषा शोधा .



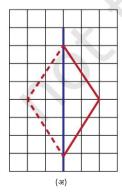
- ९. खालील रेखाचित्रे काढा.
 - अ. सममितीची एक रेषा असलेला त्रिकोण.
 - b. सममितीच्या अगदी तीन रेषा असलेला त्रिकोण.
 - c. सममितीची रेषा नसलेला त्रिकोण.

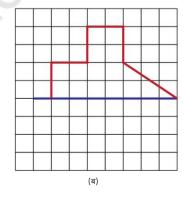
सममितीच्या अगदी दोन रेषा असलेला त्रिकोण काढणे शक्य आहे का?

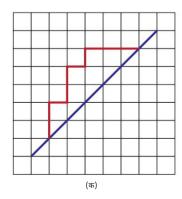
१०. खालील गोष्टी काढा. प्रत्येक बाबतीत, आकृतीमध्ये किमान

एक वक्र सीमा.

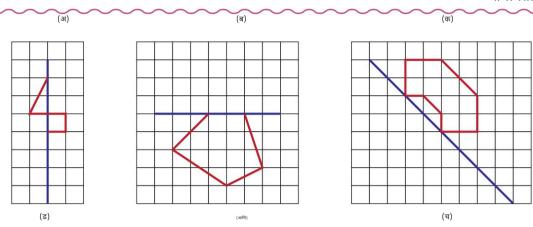
- अ. सममितीची अगदी एक रेषा असलेली आकृती.
- b. सममितीच्या अगदी दोन रेषा असलेली आकृती.
- c. सममितीच्या अगदी चार रेषा असलेली आकृती.
- ११. खालील गोष्टी चौरस कागदावर कॉपी करा. त्या पूर्ण करा जेणेकरून निळी रेषा सममितीची रेषा असेल. तुमच्यासाठी प्रश्न (अ) पूर्ण झाला आहे.





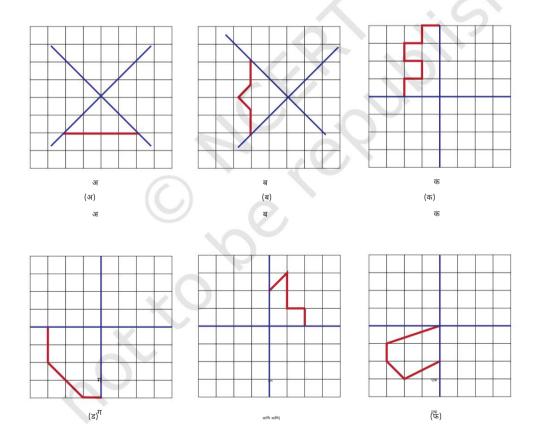


सममिती

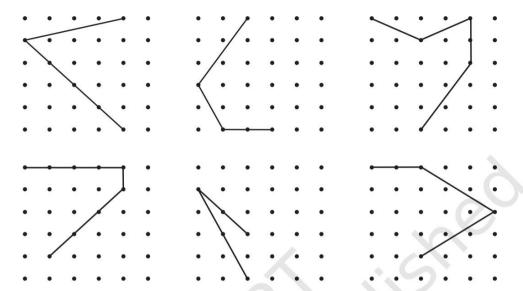


सूचना: (c) आणि (f) साठी, पुस्तक फिरवल्याने मदत होते का ते पहा!

१२. खालील रेखाचित्र चौरस कागदावर कॉपी करा. त्यातील प्रत्येक रेखाचित्र पूर्ण करा जेणेकरून परिणामी आकृतीमध्ये सममितीच्या रेषा म्हणून दोन निळ्या रेषा असतील.



१३. खालील गोष्टी एका डॉट ग्रिडवर कॉपी करा. प्रत्येक आकृतीसाठी सममितीची रेषा असलेला आकार बनवण्यासाठी आणखी दोन रेषा काढा.



९.२ रोटेशनल सममिती

चित्रातील कागदी पवनचक्की सममितीय दिसते पण सममितीची रेषा नाही!

तथापि, जर तुम्ही ते घडी केले तर दोन्ही भाग पूर्णपणे एकमेकांवर ओव्हरलॅप होणार नाहीत. दुसरीकडे, जर तुम्ही ते मध्यभागी असलेल्या लाल बिंदूभोवती 90° फिरवले तर पवनचक्की अगदी सारखीच दिसते.



आपण म्हणतो की पवनचक्कीला रोटेशनल सममिती असते.

परिभ्रमण सममितीबद्दल बोलताना, वस्तू ज्याभोवती फिरवली जाते त्याभोवती नेहमीच एक निश्चित बिंदू असतो. या निश्चित बिंदूला परिभ्रमणाचे केंद्र म्हणतात.

१८०°

१८०°

वरील पवनचक्की ९०° पेक्षा कमी कोनात फिरवल्यावर अगदी सारखीच दिसेल का?

नाही!

ज्या कोनातून एखादी आकृती फिरवून ती अगदी सारखी दिसू शकते त्याला परिभ्रमण सममितीचा कोन किंवा थोडक्यात सममितीचा कोन म्हणतात.

230

पवनचक्कीसाठी, सममितीचे कोन 90° (चतुर्थांश वळण), 180° (अर्धा वळण), 270° (तीन-चतुर्थांश वळण) आणि 360° (पूर्ण वळण) आहेत.

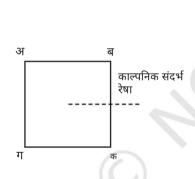
लक्षात घ्या की जेव्हा कोणतीही आकृती ३६०° ने फिरवली जाते तेव्हा ती त्याच्या मूळ स्थितीत परत येते, म्हणून ३६०° हा नेहमीच सममितीचा कोन असतो.

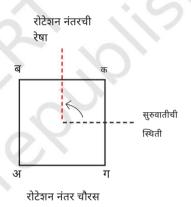
अशाप्रकारे, आपल्याला दिसते की पवनचक्कीला समिमतीचे ४ कोन आहेत. तुम्हाला असा कोणताही आकार माहित आहे का ज्यामध्ये समिमतीचे चार कोन आहेत?

एका चौरसाला सममितीचे किती कोन असतात? सुरुवातीचा चौरस मिळविण्यासाठी किती परिभ्रमण आवश्यक असते?

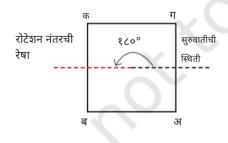
९०° रोटेशननंतर आपल्याला स्वतःशीच आच्छादित होणारा चौरस परत मिळतो.

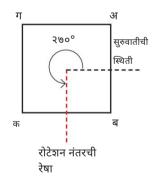
हे बिंदू A ला बिंदू B च्या स्थानावर, बिंदू B ला बिंदू C च्या स्थानावर, बिंदू C ला बिंदू D च्या स्थानावर आणि बिंदू D ला बिंदू A च्या स्थानावर परत घेऊन जाते. तुम्हाला माहिती आहे का रोटेशनचे केंद्र कुठे चिन्हांकित करायचे?

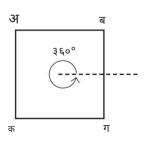




सममितीचे इतर कोन कोणते आहेत?

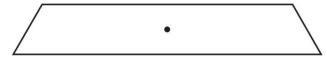




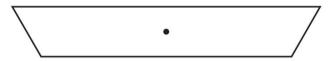


गणिता प्रकाश | इयत्ता सहावी

उदाहरण: खालील पट्टीचे सममितीचे कोन शोधा.



उपाय: पट्टी त्याच्या मध्यभागी घड्याळाच्या दिशेने फिरवूया.



१८०° च्या रोटेशनमुळे वरील आकृती मिळते. हे मूळ आकृतीशी ओव्हरलॅप होते का?

नाही. का?

या स्थितीपासून १८०° पर्यंत पुन्हा एकदा फिरवल्याने मूळ आकार मिळतो.

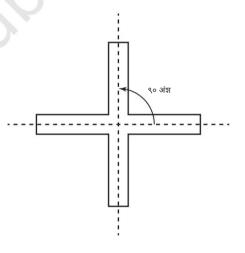
ही आकृती एका नंतरच मूळ स्वरूपात परत येते ३६०° मध्ये पूर्ण रोटेशन. म्हणून, आपण म्हणतो की या आकृतीमध्ये रोटेशनल सममिती नाही.

आकृत्यांची परिभ्रमण सममिती रेडियल आर्म्स

या आकृतीचा विचार करा, चार त्रिज्या भुजा असलेले चित्र. त्यात समितीचे किती कोन आहेत? ते कोणते आहेत?

लक्षात घ्या की लगतच्या मध्यवर्ती ठिपकेदार रेषांमधील कोन 90° आहे.

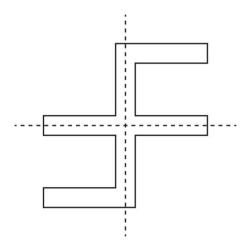
आकृतीमध्ये सममितीचे ४ कोन राहतील अशा प्रकारे तुम्ही त्रिज्यीय भुजांमधील कोन बदलू शकता का? ते रेखाटण्याचा प्रयत्न करा.



काढलेल्या आकृतीमध्ये खरोखरच सममितीचे ४ कोन आहेत का हे तपासण्यासाठी, तुम्ही कागदाच्या दोन वेगवेगळ्या तुकड्यांवर आकृती काढू शकता. एका कागदाचे रेडियल भुजा कापून टाका. कागदावर आकृती स्थिर ठेवा आणि रोटेशनल समितीची तपासणी करण्यासाठी कटआउट फिरवा.

वरील आकृतीमध्ये फक्त दोन सममितीचे कोन असतील असे कसे बदलाल?

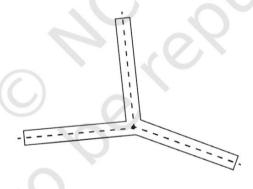
येथे एक मार्ग आहे:



आपण ४ आणि २ सममितीचे कोन असलेल्या आकृत्या पाहिल्या आहेत. आपल्याला सममितीचे ३ कोन असलेली आकृती मिळू शकेल का? यासाठी तुम्ही त्रिज्यात्मक भुजा वापरू शकता का?

खालील आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे ३ त्रिज्यी भुजांनी प्रयत्न करूया. त्यात सममितीचे किती कोन आहेत आणि ते कोणते आहेत?

येथे तीन त्रिज्यात्मक हात असलेली एक आकृती आहे.



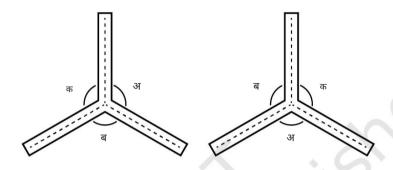
या आकृतीची एक प्रत काढा आणि कापून टाका. कटआउट फिरवून ही आकृती त्याचे परिभ्रमण कोन निश्चित करते.

आपल्याला दिसते की केवळ पूर्ण वळण किंवा ३६०° फिरवल्यानेच आकृती स्वतःमध्ये परत येईल. म्हणून या आकृतीत परिभ्रमण सममिती नाही कारण ३६० अंश हाच तिचा सममितीचा एकमेव कोन आहे.

तथापि, आकृतीतील काहीही बदलून ते सममितीचे ३ कोन? ठिपकेदार रेषांमधील कोन बदलून ते करता येईल का?

जर तीन त्रिज्यीय भुजा असलेल्या आकृतीमध्ये परिवलन सममिती असायला हवी असेल, तर त्याची फिरवलेली आवृत्ती मूळ आकृतीशी ओव्हरलॅप झाली पाहिजे. येथे दोन्हीचे कच्चे आकृत्या आहेत.

जर या दोन आकृत्या एकमेकांवर ओव्हरलॅप झाल्या असतील, तर तुम्ही कोनांबद्दल काय सांगू ज्ञकता?



लक्षात घ्या की □A ने □B ला ओव्हरलॅप केले पाहिजे, □B ने □C ला ओव्हरलॅप केले पाहिजे आणि □C ने □A ला ओव्हरलॅप केले पाहिजे.

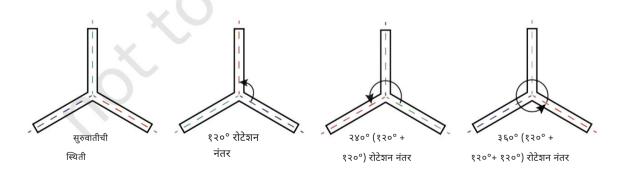
तर, $\Box A = \Box B = \Box C$. हा कोन किती असावा?

आपल्याला माहित आहे की पूर्ण वळणात ३६० अंश असतात. हे समान प्रमाणात वितरित केले जाते

 $\frac{3\xi\circ^{\circ}}{3}=32\circ^{\circ}.$

म्हणून, जेव्हा लगतच्या ठिपकेदार रेषांमधील कोन १२०° असतो तेव्हा ३ भुजा असलेली त्रिज्यीय भुजा असलेली आकृती परिवलन सममिती दर्शवते. हे निरीक्षण सत्यापित करण्यासाठी कागदी कटआउट्स वापरा.

आता आकृतीमध्ये किती परिभ्रमण कोन आहेत आणि ते कोणते आहेत?



टीप: रोटेशन दर्शविण्यासाठी रंग जोडले गेले आहेत.

चला अधिक आकृत्या पाहूया.

कुँ तुम्ही अशी आकृती काढू शकता का ज्याचे त्रिज्या भुजा अ) सममितीचे अगदी ५ कोन, ब) सममितीचे ६ कोन असतील? तसेच प्रत्येक प्रकरणात सममितीचे कोन शोधा.

सूचना: पहिल्या केससाठी ५ रेडियल बाहू वापरा. दोन लगतच्या रेडियल बाहूंमधील कोन किती असावा?

एका आकृतीचा विचार करा ज्याच्या त्रिज्या भुजांना समिमतीचे अगदी ७ कोन आहेत. त्याचा समिमतीचा सर्वात लहान कोन किती असेल? या प्रकरणात अंशांची संख्या ही पूर्णांक संख्या आहे का? जर नसेल तर ती मिश्र अपूर्णांक म्हणून व्यक्त करा.

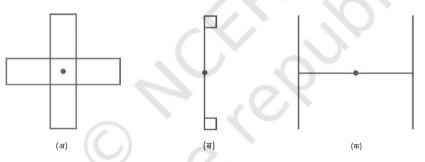
इतर प्रकारच्या आकृत्यांसाठी सममितीचे कोन शोधूया.



ते काढा १. दिलेल्या

आकृत्यांसाठी बिंदूबद्दल सममितीचे कोन शोधा.

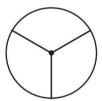
• चिन्हांकित केले.



२. खालीलपैकी कोणत्या आकृत्यांमध्ये एकापेक्षा जास्त कोन आहेत? सममिती?

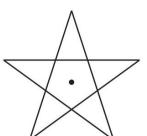






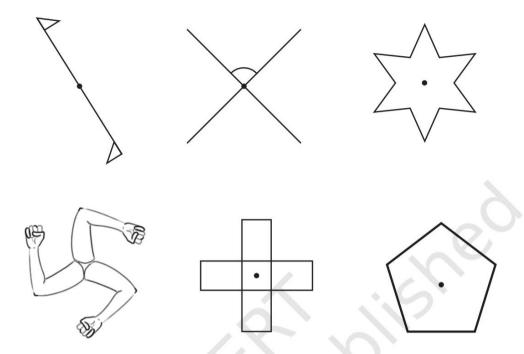








३. प्रत्येक आकृतीसाठी परिभ्रमण सममितीचा क्रम द्या:



वरील सर्व प्रकरणांसाठी सममितीचे कोन सूचीबद्ध करूया.

- सममितीचे कोन जेव्हा त्यापैकी अगदी २ असतात: १८०°, ३६०°.
- सममितीचे कोन जेव्हा अगदी ३ असतात: १२०°, २४०°, ३६०°.
- सममितीचे कोन जेव्हा अगदी ४ असतात: 90°, १८०°, २७०°, ३६०°.

या प्रकरणांमध्ये सममितीच्या कोनांमध्ये तुम्हाला काही सामान्य आढळते का? संख्यांचा पहिला संच सर्व १८० च्या पटीत आहे. दुसरा संच सर्व १२० च्या पटीत आहे. तिसरा संच सर्व ९० च्या पटीत आहे.

🐲 प्रत्येक बाबतीत, कोन हे सर्वात लहान कोनाचे गुणाकार आहेत.

तुम्हाला कदाचित प्रश्न पडेल आणि तुम्ही विचाराल की हे नेहमीच घडेल का? तुम्हाला काय वाटते?

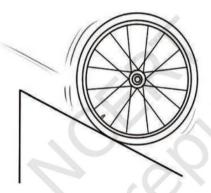
- 🐞 खरे की खोटे
 - प्रत्येक आकृतीमध्ये सममितीचा कोन ३६० अंश असेल.

• जर एखाद्या आकृतीचा सर्वात लहान समितीचा कोन नैसर्गिक संख्या असेल तर अंशांमध्ये, तर ते ३६० चा घटक आहे .

सर्व आकृत्यांसाठी सममितीचा सर्वात लहान कोन असतो का? असे दिसून आले की बहुतेक आकृत्यांच्या बाबतीत असेच आहे, वर्तुळासारखे सर्वात सममित आकार वगळता, ज्यांच्या सममितीची आपण आता चर्चा करत आहोत.

वर्तुळाची सममिती

वर्तुळ हे एक आकर्षक आकृती आहे. जेव्हा तुम्ही वर्तुळ घड्याळाच्या दिशेने त्याच्या मध्यभागी फिरवता तेव्हा काय होते? ते स्वतःशीच जुळते. तुम्ही ते कोणत्या कोनात फिरवता हे महत्त्वाचे नाही! म्हणून, वर्तुळासाठी, प्रत्येक कोन सममितीचा कोन असतो.



आता वर्तुळाच्या काठावर एक बिंदू घ्या आणि तो मध्यभागी जोडा. वर्तुळाच्या व्यासापर्यंत तो रेषाखंड वाढवा. तो व्यास परावर्तन सममितीची रेषा आहे का? तो आहे. प्रत्येक व्यास सममितीची रेषा आहे!

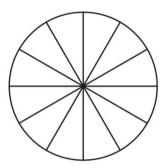
चाकांप्रमाणे, आपल्याला आपल्या सभोवतालच्या इतर वस्तू आढळू शकतात ज्यांचे परिभ्रमण सममिती आहे. त्या शोधा. त्यापैकी काही खाली दर्शविल्या आहेत:





समजून घ्या

१. खालील वर्तुळाच्या सेक्टर्सना अशा प्रकारे रंगवा की आकृतीमध्ये i) सममितीचे ३ कोन, ii) सममितीचे ४ कोन, iii) वेगवेगळ्या प्रकारे सेक्टर्स रंगवून तुम्हाला सममितीच्या कोनांच्या किती संभाव्य संख्या मिळू शकतात?

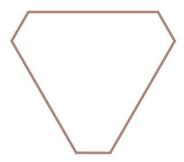


- वर्तुळ आणि चौकोन वगळता दोन आकृत्या काढा ज्यांच्या दोन्ही बाजू आहेत.
 परावर्तन सममिती आणि परिभ्रमण सममिती.
- शक्य असेल तिथे खालील गोष्टींचे ढोबळ रेखाटन काढा:
 अ. समितीच्या किमान दोन रेषा आणि समितीचे किमान दोन कोन असलेला त्रिकोण.
 - b. सममितीची फक्त एक रेषा असलेला परंतु रोटेशनल सममिती.
 - c. परिभ्रमण सममिती असलेला पण परावर्तन नसलेला चौकोन सममिती.
 - d. परावर्तन सममिती असलेला परंतु नसलेला चौकोन रोटेशनल सममिती.
- ४. आकृतीमध्ये, ६०° हा सममितीचा सर्वात लहान कोन आहे. या आकृतीचे इतर सममितीचे कोन कोणते आहेत?
- ५. आकृतीमध्ये, ६०° हा सममितीचा कोन आहे. आकृतीमध्ये ६०° पेक्षा कमी सममितीचे दोन कोन आहेत. त्याचा सर्वात लहान सममितीचा कोन कोणता आहे?
- ६. आपल्याला अशी आकृती मिळू शकते का ज्याची परिभ्रमण सममिती सर्वात लहान असेल? सममितीचा कोन आहे:
 - अ. ४५°?
 - ब. १७°?



७. हे दिल्लीतील नवीन संसद भवनाचे चित्र आहे.





- अ. चित्राच्या बाह्य सीमारेषेत परावर्तन सममिती आहे का? असल्यास, सममितींच्या रेषा काढा. त्या किती आहेत?
- b. त्याच्या केंद्राभोवती परिभ्रमण सममिती आहे का? असल्यास, शोधा परिभ्रमण सममितीचे कोन.
- ८. नियमित बहुभुजांच्या तक्त्या ३ मधील प्रकरण १ मधील पहिल्या आकार क्रमातील आकारांमध्ये सममितीच्या किती रेषा आहेत? तुम्हाला कोणता संख्या क्रम मिळतो?
- ९. नियमित बहुभुजांच्या तक्त्या ३ मधील प्रकरण १ मधील पहिल्या आकार क्रमातील आकारांमध्ये सममितीचे किती कोन आहेत? तुम्हाला कोणता संख्या क्रम मिळतो?
- १०. कोच स्नोफ्लेक अनुक्रमातील प्रकरण १, तक्ता ३ मधील शेवटच्या आकार क्रमातील आकारांमध्ये सममितीच्या किती रेषा आहेत? सममितीचे किती कोन आहेत?
- ११. अशोक चक्रात किती सममितीच्या रेषा आणि सममितीचे कोन आहेत?



टाइल्ससह खेळणे अ. रंगीत टाइल्स

वापर

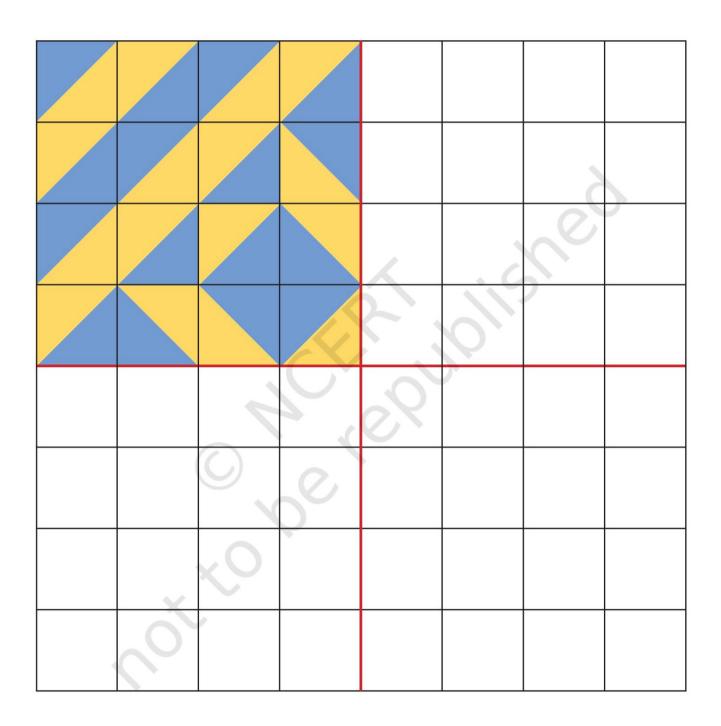


पुस्तकाच्या शेवटी दिलेले आकृती पूर्ण

करण्यासाठी जेणेकरून त्यात सममितीच्या अगदी २ रेषा असतील.

- b. अशा १६ टाइल्स वापरून अशा आकृत्या बनवा ज्यांचे अचूक वर्णन आहे: सममितीची १ रेषा सममितीच्या २ रेषा
- क. सर्जनशील सममितीय डिझाइन बनवण्यासाठी या टाइल्सचा वापर करा.

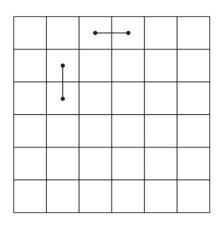
गणिता प्रकाश | इयत्ता सहावी





🐞 खेळ

६ बाय ६ चा ग्रिड काढा. दोन खेळाडू रेषा काढून दोन शेजारील चौकोनांना आळीपाळीने व्यापतात. रेषा दोन्ही बाजूंनी ठेवता येते: क्षैतिज किंवा उभ्या. रेषा एकमेकांवर ओव्हरलॅप होऊ शकत नाहीत. खेळ तोपर्यंत चालतो जोपर्यंत खेळाडू आणखी रेषा ठेवू शकत नाही. जो खेळाडू रेषा ठेवू शकत नाही तो हरतो.





हा खेळ जिंकण्यासाठी कोणती रणनीती वापरता येईल?



जेव्हा एखादी आकृती एका विशिष्ट पॅटर्नमध्ये पुनरावृत्ती होणाऱ्या भागांपासून बनलेली असते, तेव्हा आपण म्हणतो की त्या आकृतीमध्ये सममिती आहे. आपण म्हणतो की अशी आकृती सममितीय आहे.

ज्या रेषेमुळे एखाद्या सपाट आकृतीचे दोन भाग होतात आणि त्या रेषेवर दुमडल्यावर ते एकमेकांवर ओव्हरलॅप होतात तिला सममितीची रेषा किंवा आकृतीची सममितीची अक्ष म्हणतात.

एका आकृतीमध्ये सममितीच्या अनेक रेषा असू शकतात.

कधीकधी एखादी आकृती एका निश्चित बिंदूभोवती कोनात फिरवली तर ती अगदी सारखीच दिसते. अशा कोनाला सममितीचा कोन म्हणतात.

ज्या आकृतीचा सममितीचा कोन पूर्णपणे 0 ते 360 अंशांच्या दरम्यान असतो त्याला परिवलन सममिती म्हणतात. आकृतीच्या ज्या बिंदूभोवती परिवलन होते त्या बिंदूला परिवलन केंद्र म्हणतात.

एका आकृतीमध्ये सममितीचे अनेक कोन असू शकतात.

काही आकृत्यांमध्ये सममितीची रेषा असू शकते पण सममितीचा कोन नसतो, तर काही आकृत्यांमध्ये सममितीचे कोन असू शकतात पण सममितीच्या रेषा नसतात. काही आकृत्यांमध्ये सममितीच्या रेषा तसेच सममितीचे कोन दोन्ही असू शकतात.

प्रकरण ९ — उपाय

सममिती

कलम ९.१

पान क्रमांक २१९



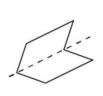
🎑 समजुन घ्या

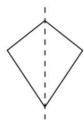
प्रश्न १. प्रकरणाच्या सुरुवातीला दिलेल्या आकृत्यांमध्ये तुम्हाला सममितीची काही रेषा दिसते का? ढगाच्या चित्राबद्दल काय?

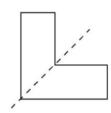
उत्तर. हो, फूल, रांगोळी आणि फुलपाखरू या आकृत्यांमध्ये अनुक्रमे ६, ४ आणि १ सममितीच्या रेषा आहेत. पिनव्हील आणि ढगाच्या आकृत्यांमध्ये सममितीची रेषा नाही.

प्रश्न २. खालील प्रत्येक आकृतीसाठी, जर सममितीची रेषा अस्तित्वात असेल तर ती ओळखा.

वर्षे.







कलम ९.१

पान क्रमांक २२१

प्रश्न: दोन्ही भाग एकमेकांवर आदळतील अञ्चा प्रकारे चौरस दुमडण्याचा दुसरा कोणताही मार्ग आहे का? किती चौरस आकारात सममितीच्या रेषा असतात का?

उत्तर. नाही, चौरस घडी करण्याचा दुसरा कोणताही मार्ग नाही.

चौकोनी आकारात सममितीच्या ४ रेषा आहेत.

प्रश्न: आपण पाहिले की चौरसाचा कर्ण देखील सममितीची रेषा आहे. चला एक आयत घेऊ. तो चौरस नाही. त्याचा कर्ण सममितीची रेषा आहे का?

उत्तर. नाही, आयताचा कर्ण सममितीची रेषा नाही.

पान क्रमांक २२२

प्रश्न: जर आपण कर्णरेषेवरून A ते C पर्यंत विचार केला तर काय होईल? A, B, C आणि D बिंदू कुठे जातात? जर आपण सममितीच्या क्षैतिज रेषेवर प्रतिबिंबित केले तर काय होईल?

उत्तर: जर आपण कर्णरेषेने A ते C पर्यंत विचार केला तर, D हे B ने आधी व्यापलेले स्थान व्यापते. A आणि C एकाच ठिकाणी राहतात.

जर आपण सममितीच्या क्षैतिज रेषेवर विचार केला तर, D आणि C हे अनुक्रमे A आणि B ने पूर्वी व्यापलेले स्थान व्यापतात.

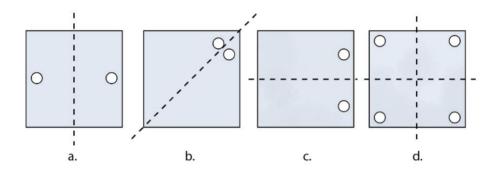
कलम ९.१

पान क्रमांक २२३

प्रश्न १ खालील प्रत्येक आकृतीमध्ये, कागदाच्या दुमडलेल्या चौकोनी तुकड्यात एक छिद्र पाडण्यात आले आणि नंतर कागद उलगडण्यात आला. कागद कोणत्या रेषेने दुमडला होता ते ओळखा.

आकृती (ड) एका छिद्रातून तयार केली गेली. कागद कसा घडी केला गेला?

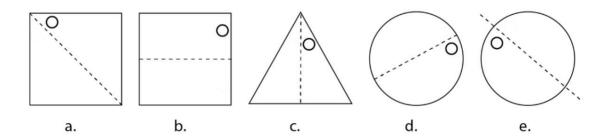
वर्षे.



आकृती (d) साठी, कागद उभ्या आणि नंतर आडव्या किंवा उलट दुमडला गेला.

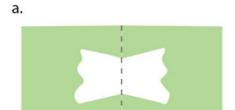
प्रश्न २. सममितीच्या रेषा दिल्यास, दुसरे छिद्र शोधा:

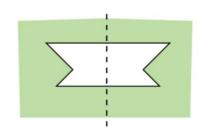
वर्षे.

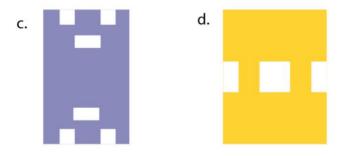


प्रश्न ४. खालील प्रत्येक कटानंतर, कागद उघडल्यावर छिद्राचा आकार अंदाज लावा. तुम्ही तुमचा अंदाज बांधल्यानंतर, कटआउट्स बनवा आणि तुमचे उत्तर.

b.







प्रश्न ५. समजा तुम्हाला या प्रत्येक आकाराला काही घडी आणि एकच सरळ कट करायचा आहे, तर तुम्ही ते कसे कराल?

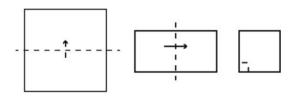
अ. मध्यभागी असलेले छिद्र चौकोनी आहे.

b. मध्यभागी असलेले छिद्र चौकोनी आहे.

टीप: वरील दोन्ही प्रश्नांसाठी, मध्यभागी असलेल्या चार बाजू असलेल्या आकृत्या चौरसाच्या दोन्ही गुणधर्मांशी जुळतात का ते तपासा.

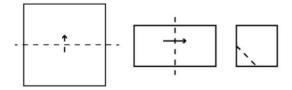
उत्तर. अ. प्रथम कागद आडवा घडी करा आणि नंतर उभा घडी करा.

आता मध्यभागी एक लहान चौरस कापून घ्या (सर्व बाजूंनी बंद कोपरा).

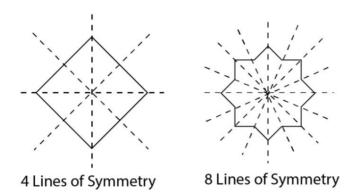


b. प्रथम कागद आडवा घडी करा आणि नंतर उभा घडी करा.

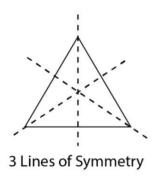
आता बंद कोपऱ्यावर, तिरक्या रेषेने कट करा.



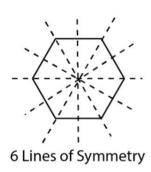
प्रश्न ६. या आकारांमध्ये सममितीच्या किती रेषा आहेत? उत्तर. अ.



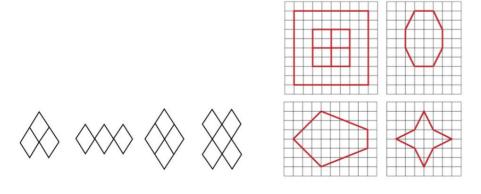
b. समान बाजू आणि समान कोन असलेला त्रिकोण.



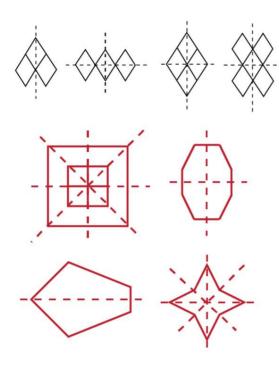
c. समान बाजू आणि समान कोन असलेला षटकोन.



प्रश्न ७. प्रत्येक आकृतीचा माग काढा आणि सममितीच्या रेषा काढा, जर असतील तर:

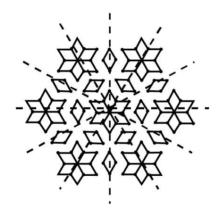


वर्षे.



प्रश्न ८. खालील कोलामसाठी सममितीच्या रेषा शोधा .

वर्षे.

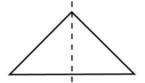


प्रश्न ९. खालील रेखाचित्रे काढा.

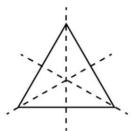
- अ. सममितीची एक रेषा असलेला त्रिकोण
- ब. सममितीच्या अगदी तीन रेषा असलेला त्रिकोण
- c. सममितीची रेषा नसलेला त्रिकोण

सममितीच्या अगदी दोन रेषा असलेला त्रिकोण काढणे शक्य आहे का?

उत्तर. अ.



ब.



क.



नाही, सममितीच्या अगदी दोन रेषा असलेला त्रिकोण काढणे शक्य नाही.

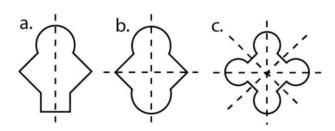
प्रश्न १०. खालील गोष्टी काढा. प्रत्येक बाबतीत, आकृतीमध्ये किमान एक वक्र रेखा असावी. सीमा.

अ. सममितीची एक रेषा असलेली आकृती

b. सममितीच्या अगदी दोन रेषा असलेली आकृती

с. सममितीच्या अगदी चार रेषा असलेली आकृती

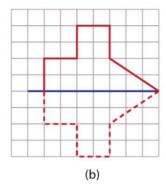
वर्षे.

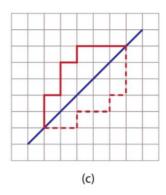


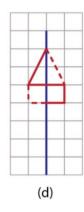
प्रश्न ११. खालील गोष्टी चौरस कागदावर कॉपी करा. त्या पूर्ण करा जेणेकरून निळी रेषा एक रेषा असेल. सममितीचा प्रश्न (अ) तुमच्यासाठी पूर्ण झाला आहे.

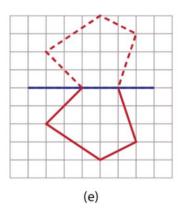
सूचना: (c) आणि (f) साठी, पुस्तक फिरवल्याने मदत होते का ते पहा!

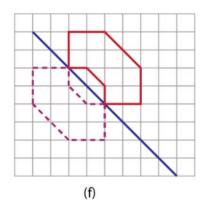
वर्षे.





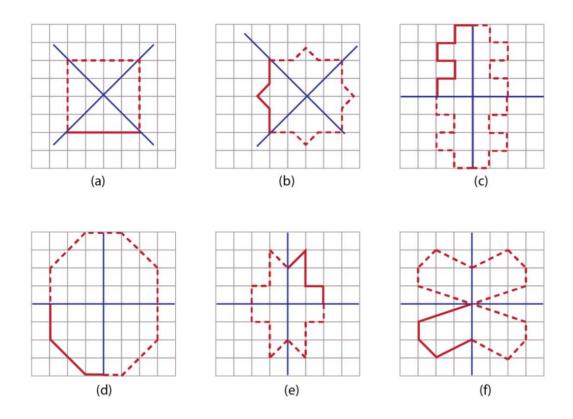






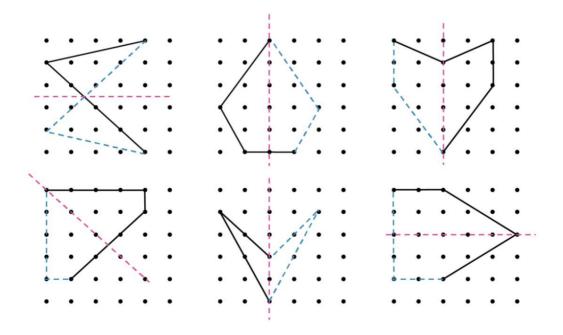
प्रश्न १२. खालील रेखाचित्र चौरस कागदावर कॉपी करा. त्यातील प्रत्येक रेखाचित्र पूर्ण करा जेणेकरून परिणामी आकृतीमध्ये सममितीच्या रेषा म्हणून दोन निळ्या रेषा असतील.

वर्षे.



प्रश्न १३. खालील गोष्टी एका बिंदूच्या ग्रिडवर कॉपी करा. प्रत्येक आकृतीसाठी सममितीची रेषा असलेला आकार तयार करण्यासाठी आणखी दोन रेषा काढा.

वर्षे.



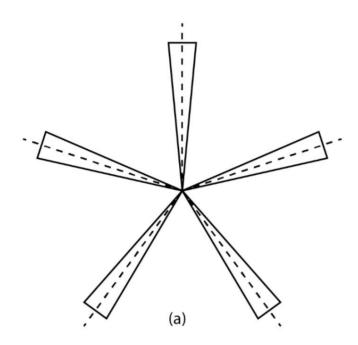
कलम ९.२

पान क्रमांक २३५



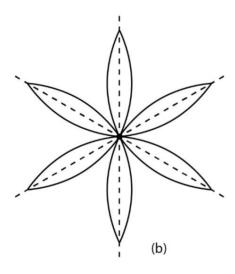
🐲 तुम्ही अशी आकृती काढू शकता का ज्याचे त्रिज्यी भुजा आहेत आणि ज्याचे सममितीचे कोन अगदी ५ आहेत, ब) सममितीचे ६ कोन? तसेच प्रत्येक प्रकरणात सममितीचे कोन शोधा.

सूचना: पहिल्या केससाठी ५ रेडियल बाहू वापरा. दोन लगतच्या रेडियल बाहूंमधील कोन किती असावा?



वर्षे.

सममितीचे कोन = ७२°, १४४°, २१६°, २८८°, ३६०°.



सममितीचे कोन = 60°, 120°, 180°, 240°, 300°, 360°.



😻 एका आकृतीचा विचार करा ज्याचे त्रिज्यी भुजा सममितीचे अगदी ७ कोन आहेत. तिचा सममितीचा सर्वात लहान कोन किती असेल? या प्रकरणात अंशांची संख्या ही पूर्णांक संख्या आहे का? जर नसेल, तर ती मिश्र गट म्हणून व्यक्त करा.

इतर प्रकारच्या आकृत्यांसाठी सममितीचे कोन शोधूया.

नाही, त्याचा सममितीचा सर्वात लहान कोन पूर्णांक नाही.

पान क्रमांक २३५

समजून घ्या

प्रश्न १. दिलेल्या आकृत्यांसाठी चिन्हांकित बिंदूभोवती सममितीचे कोन शोधा.

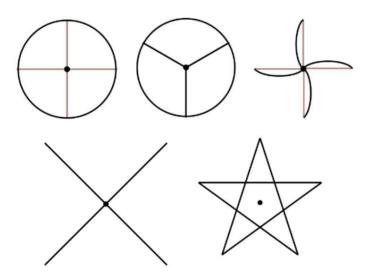
उत्तर. अ. सममितीचे कोन = 90°, 180°, 270°, 360°

b. सममितीचा कोन = 360°

c. सममितीचे कोन = १८०°, ३६०°

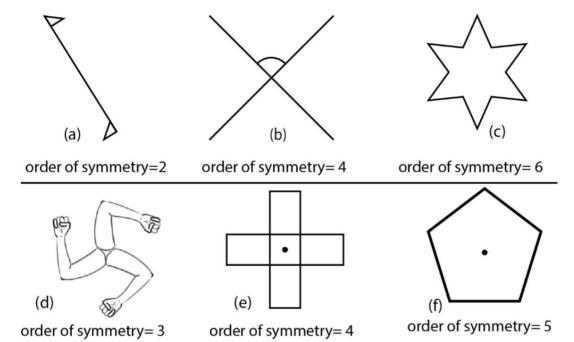
प्रश्न २. खालीलपैकी कोणत्या आकृत्यांमध्ये सममितीचे एकापेक्षा जास्त कोन आहेत?

उत्तर: खालील आकृत्यांमध्ये सममितीचे एकापेक्षा जास्त कोन आहेत-



प्रश्न ३. प्रत्येक आकृतीसाठी परिभ्रमण सममितीचा क्रम द्या:

उत्तर. परिभ्रमण सममितीचे क्रम



पान क्रमांक २३६



🔯 प्रत्येक बाबतीत, कोन हे सर्वात लहान कोनाचे गुणाकार आहेत. तुम्हाला प्रश्न पडेल की आणि हे नेहमीच घडेल का ते विचारा. तुम्हाला काय वाटते?

उत्तर. हो, सममितीचे कोन नेहमीच सर्वात लहान कोनाच्या गुणाकार असतात. उदाहरणार्थ, दुसरा कोन पहिल्या रोटेशनच्या रोटेशनच्या दुप्पट आहे.



खरे की खोटे

• प्रत्येक आकृतीचा सममितीचा कोन ३६० अंश असेल. • जर आकृतीचा सर्वात लहान सममितीचा कोन अंशांमध्ये एक नैसर्गिक संख्या असेल, तर ते ३६० चा घटक आहे.

वर्षे.

खरे

खरे

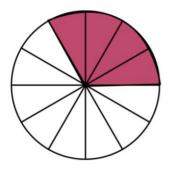
कलम ९.२

पान क्रमांक २३८

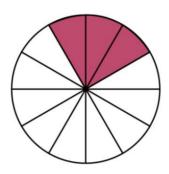
समजून घ्या

प्रश्न १. खालील वर्तुळाच्या सेक्टर्सना अशा प्रकारे रंगवा की आकृतीमध्ये i) सममितीचे 3 कोन, ii) सममितीचे 4 कोन, iii) वेगवेगळ्या प्रकारे सेक्टर्स रंगवून तुम्हाला सममितीच्या कोनांच्या किती संभाव्य संख्या मिळू शकतात?

वर्षे.



(i) 3 Angles of Symmetry



(ii) Angles of Symmetry

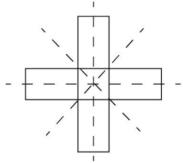
(म) ३ सममितीचे कोन (ii) सममितीचे ४ कोन (iii) १२ सममितीचे कोन मिळवता येतात.

प्रश्न २. वर्तुळ आणि चौरस वगळता अशा दोन आकृत्या काढा ज्यांचे परावर्तन सममिती दोन्ही आहे. आणि रोटेशनल सममिती.

वर्षे.

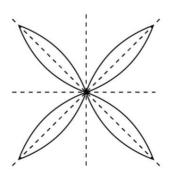
रेषा सममितीच्या संख्या = ४

परिवलन सममितीचा क्रम = ४



रेषा सममितीच्या संख्या = ४

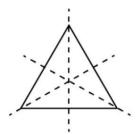
परिवलन सममितीचा क्रम = ४



प्रश्न ३. शक्य असेल तिथे, एक ढोबळ रेखाचित्र काढा.

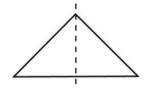
- अ. समितीच्या किमान दोन रेषा आणि समितीचे किमान दोन कोन असलेला त्रिकोण.
- b. एक त्रिकोण ज्यामध्ये फक्त एकच सममितीय रेषा आहे परंतु परिभ्रमण सममितीयता नाही.
- c. परिभ्रमण सममिती असलेला परंतु परावर्तन सममिती नसलेला चतुर्भुज.
- d. परावर्तन सममिती असलेला परंतु परिभ्रमण सममिती नसलेला चतुर्भुज.

उत्तर. अ.



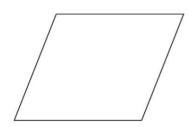
सममितीच्या ३ रेषा सममितीचे ३ कोन

ब.



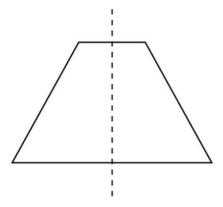
सममितीची १ रेषा

रोटेशनल सममिती नाही



क.

सममितीची रेषा नाही २ कोन (१८०°, ३६०°) d. परावर्तन सममिती असलेला परंतु परिभ्रमण सममिती नसलेला चतुर्भुज



प्रश्न ४. आकृतीमध्ये, ६०° हा सममितीचा सर्वात लहान कोन आहे. आकृतीचे इतर सममितीचे कोन कोणते आहेत?

उत्तर. सममितीचे इतर कोन = १२०°, १८०°, २४०°, ३००°, ३६०°.

प्रश्न ५. आकृतीमध्ये, सममितीच्या कोनात ६०°. आकृतीमध्ये सममितीचे दोन कोन आहेत.

६०° पेक्षा कमी. त्याचा सममितीचा सर्वात लहान कोन कोणता आहे?

उत्तर. सममितीचा सर्वात लहान कोन = २०°

प्रश्न ६. आपल्याला अशी आकृती मिळू शकते का ज्याचा सममितीचा सर्वात लहान कोन

अ. ४५°?

ब. १७°?

उत्तर . हो, कारण ३६०° हा ४५° चा गुणाकार आहे.

b. नाही, कारण ३६०° हा १७° चा पटीत नाही.

प्रश्न ७. हे दिल्लीतील नवीन संसद भवनाचे चित्र आहे.

अ. चित्राच्या बाह्य सीमारेषेत परावर्तन सममिती आहे का? असल्यास, रेखाचित्र काढा. सममितीच्या रेषा. त्या किती आहेत?

b. त्याच्या केंद्राभोवती परिवलन सममिती आहे का? असल्यास, परिवलन सममितीचे कोन शोधा.

उत्तर. अ. हो, चित्राच्या बाह्य सीमेवर सममितीच्या ३ रेषा आहेत.

b. हो, बाह्य सीमेला परिवलन सममिती आहे. परिवलन सममितीचे कोन 120°, 240°, 360° आहेत.

प्रश्न ८. प्रकरण १ मधील पहिल्या आकार क्रमात सममितीच्या किती रेषा आकार बनवतात, तक्ता ३, नियमित बहुभुजांमध्ये तुम्हाला कोणता संख्या क्रम मिळतो?

वर्षे.

नियमित बहुभुज रेषा सममितीची संख्या 3 4 5 6 7 8

त्रिकोण

चतुर्भुज 9

पेंटागॉन षटकोन सप्तकोन अष्टकोन नॉनगोन

दशभुज 10

हा मोजणी क्रमांकांचा क्रम आहे.

प्रश्न १०. कोच स्नोफ्लेक अनुक्रमातील प्रकरण १, तक्ता ३ मधील शेवटच्या आकार क्रमातील आकारांमध्ये सममितीच्या किती रेषा आहेत? सममितीचे किती कोन आहेत?

उत्तर: सममितीच्या रेषांची संख्या : ३, ६, ६, ६, ६

सममितीचे कोन : ३, ६, ६,६,६

प्रश्न ११. अशोक चक्रात किती सममितीच्या रेषा आणि सममितीचे कोन आहेत?

उत्तर. सममितीच्या रेषांची संख्या = २४

सममितीच्या कोनांची संख्या = २४