८ सोबत काम करणे

अपूर्णांक

0774CH08

८.१ अपूर्णांकांचा गुणाकार

एरन १ तासात ३ किलोमीटर चालतो.

तो ५ तासांत किती अंतर चालू शकेल?

हा एक सोपा प्रश्न आहे. आपल्याला माहित आहे की अंतर शोधण्यासाठी, आपल्याला 5 आणि 3 चा गुणाकार शोधणे आवश्यक आहे, म्हणजेच, आपण 5 आणि 3 चा गुणाकार करतो.

१ तासात कापलेले अंतर = ३ किमी.

म्हणून,

५ तासांत कापलेले अंतर

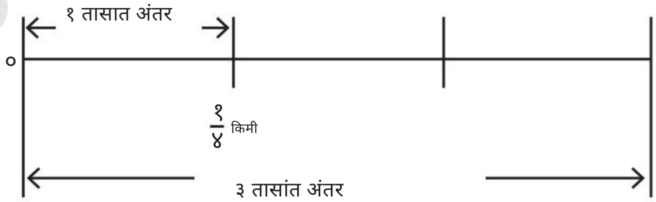
= ५ × ३ किमी

= ३ + ३ + ३ + ३ + ३ किमी

= १५ किमी.

? आरोनचा पाळीव कासव खूपच कमी वेगाने चालतो. तो १ तासात फक्त किलोमीटर चालतो. तो ३ तासात किती अंतर चालतो? $\frac{१}{४}$

येथे, एका तासात कापलेले अंतर एक अपूर्णांक आहे. हे महत्त्वाचे नाही. कापलेले एकूण अंतर गुणाकाराच्या पद्धतीने मोजले जाते.



१ तासात कापलेले अंतर = किमी. $\frac{१}{४}$

म्हणून, ३ तासांत कापलेले अंतर = ३ × $\frac{१}{४}$ किमी

= $\frac{१}{४}$ + $\frac{१}{४}$ + $\frac{१}{४}$ किमी

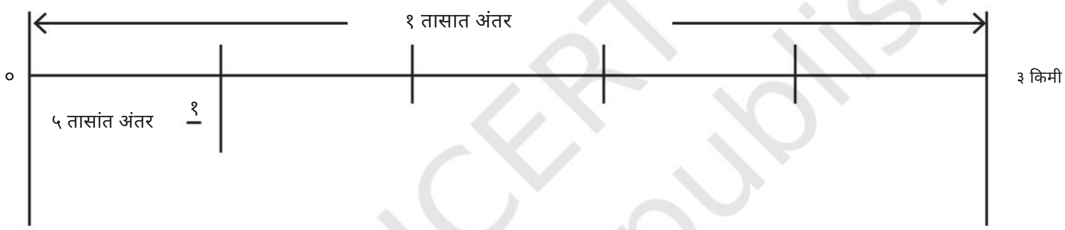
= $\frac{३}{४}$ किमी.

कासव ३ तासात किमी चालू शकते. $\frac{३}{४}$

चालण्यात घालवलेला वेळ एका तासाच्या अगदी कमी आहे अशा एका प्रकरणाचा विचार करूया.

? आपण पाहिले की आरोन १ तासात ३ किलोमीटर चालू शकतो. तो किती अंतर चालू शकतो? तासांत चालायचे $\frac{१}{५}$?

आपण गुणाकाराने कापलेले एकूण अंतर मोजत राहतो.



तासांमध्ये कापलेले अंतर = ५ $\frac{१}{}$ $\frac{१}{५}$ × ३ किमी.

उत्पादन शोधणे:

१ तासात कापलेले अंतर = ३ किमी.

५ मध्ये $\frac{१}{}$ तास, कापलेले अंतर आपल्याला भागून मिळणाऱ्या लांबीइतके असते

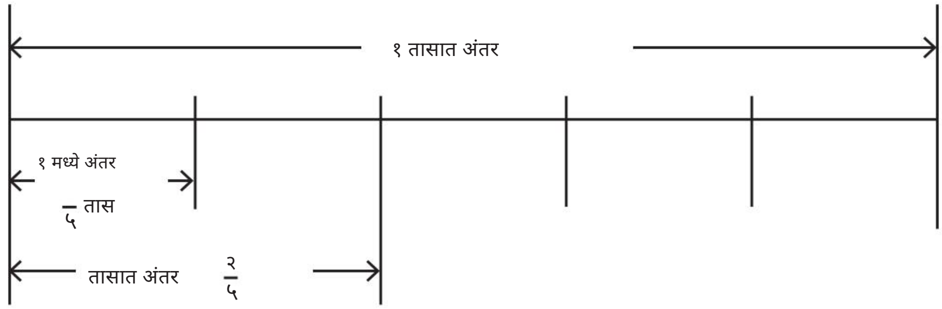
३ किमी ५ समान भागांमध्ये, म्हणजे $\frac{३}{५}$ किमी.

हे आपल्याला सांगते की × ३ = ५$\frac{१}{}$ $\frac{३}{५}$.

? आरोन तासांत किती अंतर चालू शकतो? $\frac{२}{५}$

पुन्हा एकदा, आपल्याकडे आहे -

कापलेले अंतर = × ३ किमी. $\frac{२}{५}$



उत्पादन शोधणे:

१. आपण प्रथम तासांमध्ये कापलेले अंतर शोधू शकतो. $\frac{१}{५}$

२. कालावधी ५ पासून $\frac{२}{}$ दोनदा आहे $\frac{१}{५}$, आपण हे अंतर २ ने गुणतो

एकूण अंतर कापून घ्या.

येथे गणना आहे.

१ तासात कापलेले अंतर = ३ किमी.

१. ५ तासात कापलेले अंतर $\frac{१}{}$

= ३ किमी ५ समान भागांमध्ये विभागल्याने मिळणारी लांबी

= $\frac{३}{५}$ किमी.

२. हे अंतर २ ने गुणाकार केल्यास आपल्याला मिळते

$$२ \times \frac{३}{५} = \frac{६}{५} \text{ किमी.}$$

यावरून आपण पाहू शकतो की

$$\frac{२}{} \times ३ = ५ \ \frac{६}{५}.$$

चर्चा

$\frac{२}{५} \times ३$

आम्ही हे गुणाकार खालीलप्रमाणे केले:

- प्रथम, आपण विभागले

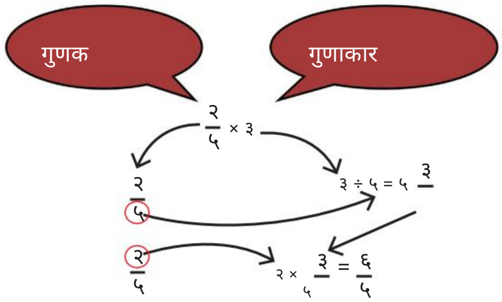
गुणाकार, ३, ३ ने

५ मिळविण्यासाठी ५ या गुणकाचा छेद

$\frac{}{}$.

• नंतर आपण गुणकाच्या अंशाने निकाल गुणाकार केला,

म्हणजे २, ५ मिळवण्यासाठी $\frac{६}{}$.



अशाप्रकारे, जेव्हा जेव्हा आपल्याला अपूर्णांक आणि पूर्णांक यांचा गुणाकार करायचा असतो तेव्हा आपण वरील पायऱ्या फॉलो करतो.

उदाहरण १: एका शेतकऱ्याकडे ५ २ होते

नातवंडे. तिने एकर ३ वाटले

तिच्या प्रत्येक नातवंडांना जमीन.

तिने तिच्या नातवंडांना एकूण किती जमीन दिली?

$$५ \times \frac{२}{३} = \frac{२}{३} + \frac{२}{३} + \frac{२}{३} + \frac{२}{३} + \frac{२}{३} = \frac{१०}{३}.$$

उदाहरण २: १ तास इंटरनेट वेळेची किंमत ₹८ आहे. १ तास ४ किती असेल? $\frac{१}{}$

इंटरनेट वेळेचा खर्च किती?

$१ \frac{१}{४}$ तास म्हणजे तास $\frac{५}{४}$ (मिश्र अपूर्णांकातून रूपांतरित करणे).

इंटरनेट वेळेच्या ~~एका~~ तासाची किंमत = × ८ ४ $\frac{५}{४}$

$= ५ \times ४ \frac{८}{}$

$= ५ \times २$

$= १०.$

१ तासाच्या इंटरनेट वेळेसाठी $\frac{१}{४}$ ₹१० खर्च येतो.

समजून घ्या

१. तेन्झिन पेये २ $\frac{१}{}$ दररोज एक ग्लास दूध. किती ग्लास दूध

तो आठवड्यातून किती ग्लास दूध पितो का? त्याने आठवड्यातून किती ग्लास दूध प्यायले? जानेवारी महिना?

२. कामगारांची एक टीम ८ दिवसांत १ किमी कालवा बनवू शकते. म्हणजे, एका दिवसात, ती टीम पाण्याच्या कालव्याचे किमी बनवू शकते.

जर त्यांनी आठवड्यातून पाण्याच्या कालव्याचे किमी काम केले तर.

आठवड्यातून ५ दिवस, ते करू शकतात

३. मंजू आणि तिच्या दोन शेजारी दर आठवड्याला ५ लिटर तेल खरेदी करतात आणि ते ३ कुटुंबांमध्ये समान प्रमाणात वाटून घेतात. प्रत्येक कुटुंबाला आठवड्यातून किती तेल मिळते? ४ आठवड्यात एका कुटुंबाला किती तेल मिळेल?

४. सोमवारी रात्री १० वाजता साफियाने चंद्र मावळताना पाहिले. तिची ५ वर्षांची आई

एका शास्त्रज्ञाने तिला सांगितले की दररोज चंद्र ६ तासांपेक्षा उशिरा मावळतो

मागचा दिवस. गुरुवारी रात्री १० वाजल्यानंतर किती तासांनी चंद्र मावळेल?

५. गुणाकार करा आणि नंतर त्याचे मिश्र अपूर्णांकात रूपांतर करा:

(अ) ७ × ५ $\frac{३}{}$

(ब) ४ × ३ $\frac{१}{}$

(क) $\frac{९}{७}$ × ६

(ड) $\frac{१३}{११}$ × ६

आतापर्यंत, आपण पूर्ण संख्येचा अपूर्णांकाने गुणाकार आणि अपूर्णांकाचा पूर्णांकाने गुणाकार शिकलो आहोत. गुणाकारातील दोन्ही संख्या अपूर्णांक असतील तर काय होते?

दोन अपूर्णांकांचा गुणाकार

? आपल्याला माहिती आहे की, आरोनचा पाळीव कासव १ तासात फक्त एक किमी चालू शकतो. कसे ४ $\frac{१}{}$ अर्ध्या तासात किती अंतर चालता येईल?

तास अंतर	
१	$\frac{१}{४}$
$\frac{१}{२}$	?

अशा समस्या सोडवण्यासाठी गुणाकाराचा वापर करण्याच्या आपल्या दृष्टिकोनाचे अनुसरण करून, आपल्याकडे आहे,

तासात कापलेले अंतर = २ $\frac{१}{}$ $\frac{१}{२} \times \frac{१}{४}$ किमी.

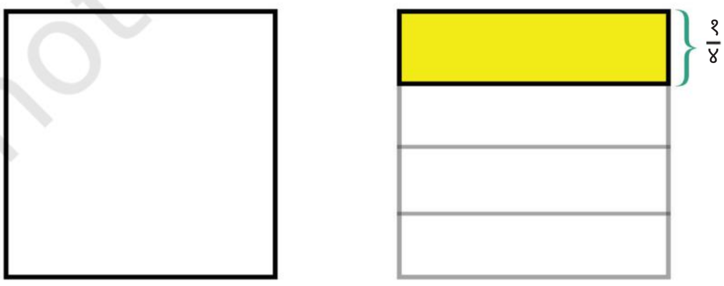
उत्पादन शोधणे:

१ तासात कापलेले अंतर = किमी. $\frac{१}{४}$

म्हणून, एका तासात कापलेले अंतर म्हणजे आपल्याला मिळणारी लांबी २ ने $\frac{१}{}$ मिळते.

४ भागाकार $\frac{१}{}$ करणे २ समान भागांमध्ये.

हे शोधण्यासाठी, एकक वर्ग वापरून अपूर्णांकांचे प्रतिनिधित्व करणे उपयुक्त आहे. "संपूर्ण" साठी उभे राहणे.

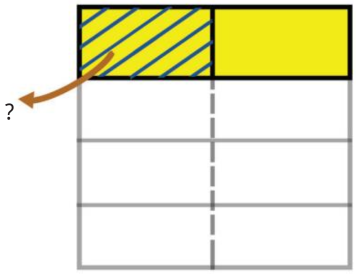


युनिट स्क्वेअरला "पूर्ण" म्हणून

$\frac{१}{४}$ संपूर्ण

आता आपण हे ४ भागू. $\frac{१}{}$ २ समान भागांमध्ये. आपल्याला काय मिळेल?

संपूर्ण भागाचा कोणता भाग सावलीत आहे?



$\frac{१}{४}$ २ समान भागांमध्ये विभागलेले

संपूर्ण भाग ८ समान भागांमध्ये विभागलेला असल्याने १

आणि त्यातील एक भाग सावलीत आहे, आपण असे म्हणू शकतो की 8 —

संपूर्ण भाग सावलीत असतो. म्हणून, कापलेले अंतर

कासवाने अर्ध्या तासात केलेले अंतर किमी आहे. $\frac{१}{८}$

हे आपल्याला सांगते की २ $\frac{१}{} \times \frac{१}{४} = \frac{१}{८}$.

जर कासव वेगाने चालत असेल आणि १ तासात किमी अंतर कापू शकेल, तर ५ किमी अंतर किती अंतर पार करेल? २

ते एका तासात चालेल का? $\frac{३}{४}$

कापलेले अंतर = × ४ $\frac{३}{}$ $\frac{२}{५}$.

उत्पादन शोधणे:

(मी) प्रथम एका तासात कापलेले अंतर शोधा. $\frac{१}{४}$

(ii) ४ चे अंतर कापण्यासाठी निकालाला ३ ने गुणा. $\frac{३}{}$

तास.

(i) एका तासात कापलेले अंतर किमीमध्ये $\frac{१}{४}$

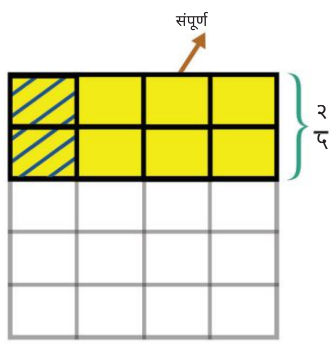
= ५ मध्ये भागल्यास मिळणारे प्रमाण $\frac{२}{}$

४ समान भाग.

संपूर्ण एकक वर्ग घेतल्यास, छायांकित भाग (आकृती 8.1 मध्ये)

आपल्याला मिळणारा प्रदेश आहे

जेव्हा आपण ४ समान भागांमध्ये विभागतो. $\frac{२}{५}$



आकृती ८.१

ते संपूर्ण किती आहे?

संपूर्ण विभागले आहे

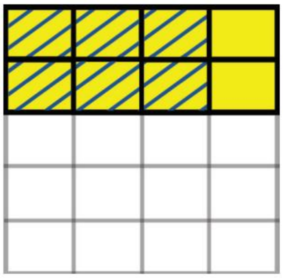
५ पंक्ती आणि ४ स्तंभ,

५ × ४ = २० समान भाग तयार करणे.

छायांकित केलेल्या या भागांची संख्या = २.

तर, एका तासात कापलेले अंतर = २० ४ $\frac{१}{}$ $\frac{२}{}$.

(ii) आता, आपल्याला 3 ने गुणाकार करावा लागेल . $\frac{२}{२०}$



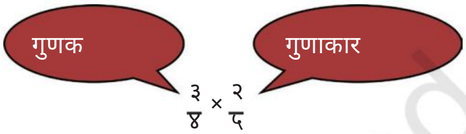
एका तासात कापलेले अंतर = ३ × ४ $\frac{३}{}$ $\frac{२}{२०}$

= $\frac{६}{२०}$.

तर, $\frac{३}{४} \times \frac{२}{५} = \frac{६}{२०} = \frac{३}{१०}$.

चर्चा

एखाद्या अपूर्णांकाचा दुसऱ्या अपूर्णांकाने गुणाकार करताना, आपण वापरलेल्या पद्धतीप्रमाणेच एक पद्धत वापरतो, जेव्हा आपण एका अपूर्णांकाचा पूर्ण संख्येने गुणाकार करतो. आपण खालीलप्रमाणे गुणाकार करतो:



$\frac{३}{४}$ $\frac{२}{} \div ४ = ५ \frac{२}{२०}$ गुणाकाराला ४ ने भागा.

$\frac{३}{४}$ $३ \times \frac{२}{२०} = \frac{६}{}$ = गुणाकाराला ३ ने भागा. २०

या समजुतीचा वापर करून, ४ चा गुणाकार करा $\frac{५}{} \times \frac{३}{२}$.

प्रथम, एकक वर्ग 2 म्हणून घेऊन, दर्शवूया. $\frac{३}{}$

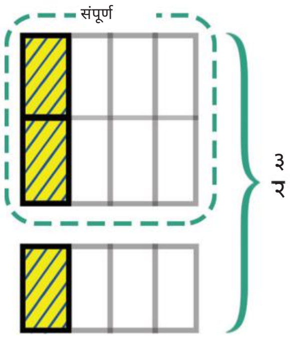
संपूर्ण. कारण, अपूर्णांक एक पूर्ण आणि २ आहे $\frac{३}{}$

अर्धा, ते खालीलप्रमाणे पाहिले जाऊ शकते:

गुणाकाराच्या पायऱ्यांनुसार, आपल्याला आवश्यक आहे

प्रथम या अपूर्णांकाचे ४ समान भाग करा. ते २ करू $\frac{३}{}$ शकते

आकृती ८.२ मध्ये दाखवल्याप्रमाणे पिवळ्या रंगाने करावे.



आकृती ८.२

मिळालेल्या अपूर्णांकाचे प्रतिनिधित्व करणारा छायांकित प्रदेश 3

४ समान भागांमध्ये विभागून. त्याचे मूल्य किती आहे?

आपण पाहतो की संपूर्ण भाग विभागलेला आहे -

२ पंक्ती आणि ४ स्तंभ,

२ × ४ = ८ समान भाग तयार करणे.

छायांकित भागांची संख्या = ३.

तर पिवळा छटा असलेला भाग = 8 $\frac{३}{}$.

आता, पुढची पायरी म्हणजे या निकालाला ५ ने गुणाकार करणे. यामुळे ५ मिळतो.

आणि चे उत्पादन : $\frac{}{४}$ $\frac{३}{२}$

$$\frac{५}{४} \times \frac{३}{२} = ५ \times २\ \frac{३}{८} = \frac{१५}{८}.$$

आयताचे क्षेत्रफळ आणि अपूर्णांक यांच्यातील संबंध
गुणाकार

आकृती ८.३ मध्ये, छायांकित आयताची लांबी आणि रुंदी किती आहे?
आपण एका युनिट स्क्वेअरने सुरुवात केली असल्याने (बाजू १ युनिटचा), लांबी आणि

रुंदी एकक आणि एकक $\frac{१}{२}$ आहे. $\frac{१}{४}$

आकृती ८.३

या आयताचे क्षेत्रफळ किती आहे? आपल्याला असे ८ आयत दिसतात की त्यांचे क्षेत्रफळ १ चौरस एकक आहे. तर, प्रत्येक आयताचे क्षेत्रफळ

चौरस $\frac{१}{८}$ एकके आहेत.

तुम्हाला क्षेत्रफळ आणि लांबी आणि रुंदीच्या गुणाकारात काही संबंध दिसतो का?

अपूर्णांक बाजूंच्या आयताचे क्षेत्रफळ त्याच्या बाजूंच्या गुणाकाराइतके असते.

सर्वसाधारणपणे, जर आपल्याला दोन अपूर्णांकांचा गुणाकार शोधायचा असेल, तर आपण त्या दोन्ही अपूर्णांकांच्या बाजू असलेल्या आयताचे क्षेत्रफळ शोधू शकतो.

समजून घ्या

१. खालील गुणाकार शोधा. अपूर्णांक दर्शवण्यासाठी संपूर्ण एकक वर्ग वापरा:

(अ) $\frac{१}{३} \times \frac{१}{५}$

(ब) $\frac{१}{४} \times \frac{१}{३}$

(क) $\frac{१}{५} \times \frac{१}{२}$

(ड) $\frac{१}{६} \times \frac{१}{५}$

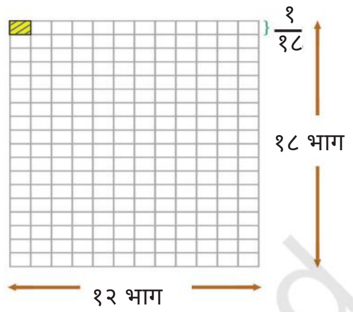
आता, १२ शोधा. $\frac{१}{} \times \frac{१}{१८}$.

एकक वर्ग वापरून अपूर्णांकांचे प्रतिनिधित्व करून हे करणे कठीण आहे. वरील प्रकरणांमध्ये आपण काय केले ते पाहून गुणाकार शोधूया.

प्रत्येक बाबतीत, संपूर्ण भाग पंक्ती आणि स्तंभांमध्ये विभागलेला आहे.

पंक्तींची संख्या ही गुणाकाराचा छेद आहे, जो या प्रकरणात १८ आहे.

स्तंभांची संख्या ही भाजक आहे गुणकाचे, जे या प्रकरणात १२ आहे.



अशा प्रकारे, संपूर्ण भाग १८ × १२ समान भागांमध्ये विभागला जातो.

तर, $\frac{१}{१८} \times \frac{१}{१२} = \frac{१}{(१८\times१२)} = \frac{१}{२१६}$.

अशा प्रकारे, जेव्हा दोन अपूर्णांक एकके असतात

गुणाकार केला तर त्यांचा गुणाकार

$$\frac{१}{(\text{भाजकांचा गुणाकार})}.$$

आम्ही हे असे व्यक्त करतो:

$$\frac{१}{ब} \times \frac{१}{ड} = \frac{१}{ब \times ड}.$$

२. खालील गुणाकार शोधा. अपूर्णांकांचे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी आणि क्रिया करण्यासाठी संपूर्ण एकक वर्ग वापरा.

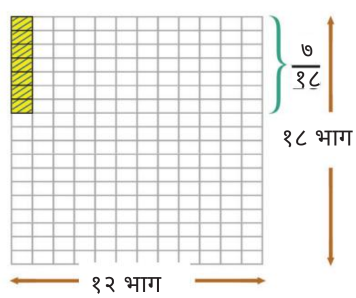
(अ) $\frac{२}{३} \times \frac{४}{५}$ (ब) $\frac{१}{४} \times \frac{२}{३}$

(क) $\frac{३}{५} \times \frac{१}{२}$ (ड) $\frac{४}{६} \times \frac{३}{५}$

अंक आणि छेद यांचा गुणाकार

आता, १२ शोधा. $\frac{५}{} \times \frac{७}{१८}$.

मागील प्रकरणाप्रमाणे, चरण-दर-चरण गुणाकार करून गुणाकार शोधूया.

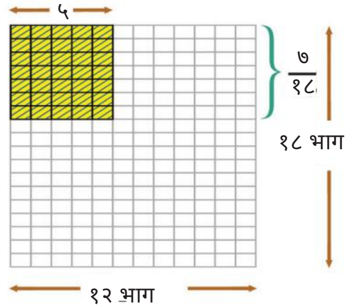


प्रथम, संपूर्ण भाग १८ ओळी आणि १२ स्तंभांमध्ये विभागला जातो ज्यामुळे १२ × १८ समान भाग तयार होतात.

$\frac{७}{}$

१२ समान १८ ने भागल्यास मिळणारे मूल्य

भाग (१२ × $\frac{७}{१८)}$ आहेत .



नंतर, आपण हा निकाल ५ ने गुणून (५ × ७) मिळवू.

उत्पादन. हे (१२ × १८) आहे.

तर, $\frac{५}{१२} \times \frac{७}{८} = \frac{(५ \times ७)}{(१२ \times १८)} = \frac{३५}{२१६}.$

यावरून आपण पाहू शकतो की, सर्वसाधारणपणे,

$$\frac{अ}{ब} \times \frac{क}{ड} = \frac{अ \times क}{ब \times ड}.$$

हे सूत्र प्रथम ब्रह्मगुप्ताने इ.स. ६२८ मध्ये त्यांच्या ब्रह्मस्फुटसिद्धांतात या सामान्य स्वरूपात सांगितले होते .

वरील सूत्र गुणक किंवा गुणाकार पूर्णांक संख्या असताना देखील कार्य करते. आपण संपूर्ण संख्या भाजक १ सह अपूर्णांक म्हणून पुन्हा लिहू शकतो. उदाहरणार्थ,

$३ \times \frac{३}{४}$ असे लिहिता येते $\frac{३}{१} \times \frac{३}{४}$

$$= \frac{३ \times ३}{१ \times ४} = \frac{९}{४}.$$

आणि,

$\frac{३}{५} \times ४$ ला ५ असे लिहिता येते $\frac{३}{५} \times \frac{४}{१}$

$$= \frac{३ \times ४}{५ \times १} = \frac{१२}{५}.$$

अपूर्णांकांचा गुणाकार—सर्वात कमी स्वरूपात सरलीकरण

? खालील अपूर्णांकांचा गुणाकार करा आणि उत्पादन त्याच्या सर्वात कमी स्वरूपात व्यक्त करा:

$$\frac{१२}{७} \times \frac{५}{२४}$$

अंश (१२ आणि ५) आणि छेद यांचा गुणाकार करण्याऐवजी (७ आणि २४) प्रथम आणि नंतर सोपे करून, आपण पुढील गोष्टी करू शकतो:

$$\frac{१२}{७} \times \frac{५}{२४} = \frac{१२ \times ५}{७ \times २४}$$

आपल्याला दिसते की दोन्ही वर्तुळाकार संख्यांचा १२ हा सामान्य घटक आहे.
आपल्याला माहित आहे की जेव्हा अंश आणि छेद सामान्य अवयवाने भागले जातात तेव्हा अपूर्णांक समान राहतो. या प्रकरणात, आपण त्यांना 12 ने भागू शकतो.

$$\frac{\cancel{१२}^{१} \times ५}{७ \times \cancel{२४}_{२}} = \frac{१ \times ५}{७ \times २} = \frac{५}{१४}\ .$$

चला आणखी एक गुणाकार करण्यासाठी त्याच तंत्राचा वापर करूया.

$$\frac{१४}{१५} \times \frac{२५}{४२}$$

$$\frac{\cancel{१४}^{१} \times \cancel{२५}^{५}}{\cancel{१५}_{३} \times \cancel{४२}_{३}} = \frac{१ \times ५}{३ \times ३} = \frac{५}{९}\ .$$

अपूर्णांकांचा गुणाकार करताना, आपण अंश आणि छेद यांना त्यांच्या सामान्य घटकांनी भागू शकतो आणि नंतर अंश आणि छेद यांचा गुणाकार करू शकतो. याला सामान्य घटक रद्द करणे म्हणतात.

इतिहासाचा एक छोटासा भाग

भारतात, अपवर्तन म्हणून ओळखल्या जाणाऱ्या अपूर्णांकाला त्याच्या सर्वात कमी पदांपर्यंत कमी करण्याची प्रक्रिया इतकी प्रसिद्ध आहे की गणितीय नसलेल्या ग्रंथातही त्याचा उल्लेख आढळतो. जैन विद्वान उमास्वती (सुमारे १५० इ.स.) यांनी एका तात्विक ग्रंथात त्याचा उपमा म्हणून वापर केला.

समजून घ्या

१. एका नळातून पाण्याची टाकी भरली जाते. जर नळ १ तास उघडा असेल तर १० पैकी $\frac{७}{\ }$

टाकी भरली जाते. नळ उघडा असल्यास टाकीचा किती भाग भरला जातो?
साठी

(अ) $\frac{१}{\ }$ तास ३ ______

(ब) $\frac{२}{\ }$ तास ३ ______

(क) $\frac{३}{\ }$ तास ४ ______

(ड) $\frac{७}{\ }$ तास १० ______

(इ) टाकी भरण्यासाठी, नळ किती वेळ चालू असावा?

प्रयत्न करा हे

२. सरकारने रस्ता बांधण्यासाठी सोमूची जमीन घेतली आहे. ६ $\frac{१}{\ }$

सोमूकडे आता जमिनीचा किती भाग शिल्लक आहे? ती अर्धी जमीन देते.

जमिनीचा उर्वरित भाग तिची मुलगी कृष्णा आणि तिघांना $\frac{१}{}$

ते तिच्या मुलाला बोराला दिले. त्यांना त्यांचे शेअर्स दिल्यानंतर, ती ते ठेवते

स्वत:साठी उरलेली जमीन.

(अ) कृष्णाला मूळ भूमीचा कोणता भाग मिळाला?

(ब) बोराला मूळ जमिनीचा कोणता भाग मिळाला?

(क) सोमूने मूळ जमिनीचा कोणता भाग स्वत:साठी ठेवला?

३. ३ फूट आणि ९ फूट बाजू असलेल्या आयताचे क्षेत्रफळ शोधा. $\frac{३}{४}$ $\frac{३}{५}$

४. त्सेवांग त्याच्या बागेत सलग चार रोपे लावतो. अंतर

दोन रोपांमध्ये शेवटचे रोप आहे. [सूचना: चार रोपांसह $\frac{३}{}$ मी. पहिल्या ४ मधील अंतर काढा.

एक कच्चा आकृती काढा ३

दोन रोपांमधील अंतर $\frac{}{४}$ मी]

५. कोणते वजनदार आहे: १५ $\frac{१२}{}$ ५०० ग्रॅम की ४ किलो? $\frac{३}{२०}$

गुणाकार हा नेहमी गुणाकार केलेल्या संख्यांपेक्षा मोठा असतो का?

आपल्याला माहित आहे की जेव्हा एखादी संख्या १ ने गुणली जाते तेव्हा गुणाकार अपरिवर्तित राहतो, आपण संख्यांच्या जोड्यांचा गुणाकार करू जिथे त्यापैकी एकही १ नसेल.

जेव्हा आपण १ पेक्षा मोठ्या असलेल्या दोन संख्यांचा गुणाकार करतो, तेव्हा समजा ३ आणि ५, गुणाकार हा गुणाकार केलेल्या दोन्ही संख्यांपेक्षा मोठा आहे.

$$३ \times ५ = १५$$

१५ हे गुणाकार ३ आणि ५ दोन्हीपेक्षा जास्त आहे.

पण जेव्हा आपण 8 चा गुणाकार करतो तेव्हा काय होते? $\frac{१}{४}$

$$\frac{१}{४} \times ८ = २$$

वरील गुणाकारात, २ हा गुणाकार ४ पेक्षा मोठा आहे. $\frac{१}{}$, पण कमी

८ पेक्षा.

जेव्हा आपण गुणाकार करतो आणि ? $\frac{३}{४}$ $\frac{२}{५}$

$$\frac{३}{४} \times \frac{२}{५} = \frac{६}{२०}$$

चला या उत्पादनाची तुलना संख्या आणि शी करूया. यासाठी, २० $\frac{६}{४}$ $\frac{३}{}$ $\frac{२}{५}$

चला व्यक्त करूया आणि ४ म्हणून $\frac{३}{}$ $\frac{१५}{२० ५}$ $\frac{२}{}$ $\frac{८}{२०.}$

यावरून आपण पाहू शकतो की गुणाकार दोन्ही संख्यांपेक्षा कमी आहे.

तुम्हाला कधी वाटते की गुणाकार दोन्ही संख्यांच्या गुणाकारापेक्षा मोठा आहे, तो दोन संख्यांच्या मध्ये कधी आहे आणि तो दोन्हीपेक्षा लहान कधी आहे?

[सूचना: गुणाकार केलेल्या संख्या आणि गुणाकार केलेल्या संख्यांमधील संबंध ते ० आणि १ च्या दरम्यान आहेत की १ पेक्षा जास्त आहेत यावर अवलंबून आहे. वेगवेगळ्या संख्यांच्या जोड्या घ्या आणि त्यांचा गुणाकार पहा. प्रत्येक गुणाकारासाठी, खालील प्रश्न विचारात घ्या.]

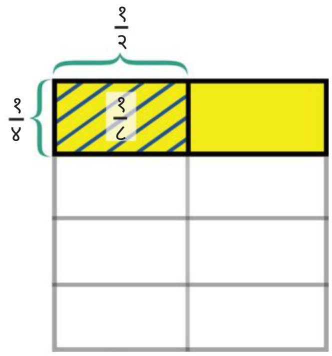
परिस्थिती	गुणाकार	नाते
परिस्थिती १	दोन्ही संख्या १ ४ पेक्षा मोठ्या आहेत. (उदा., × ४ $\frac{}{३}$	उत्पादन (१६ $\frac{}{३}$) आहे दोन्हीपेक्षा मोठे संख्या
परिस्थिती २	दोन्ही संख्या ० आणि १३ च्या दरम्यान आहेत. (उदा., ४ — × $\frac{२}{५}$)	उत्पादन ($\frac{३}{१०}$) आहे दोन्ही संख्यांपेक्षा कमी
परिस्थिती ३	एक संख्या ० आणि १ च्या दरम्यान आहे आणि एक संख्या १ पेक्षा मोठी आहे ३ (उदा., × ५ $\frac{}{४}$	उत्पादन (१५ —) आहे संख्येपेक्षा ४ कमी १ पेक्षा मोठे आणि ० आणि १ मधील संख्येपेक्षा मोठे

प्रत्येक परिस्थितीसाठी अशी आणखी उदाहरणे तयार करा आणि गुणाकार आणि गुणाकार होणाऱ्या संख्यांमधील संबंध पहा.

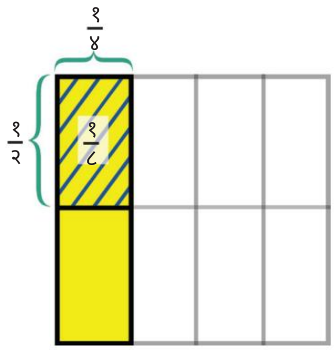
? गुणाकार केलेल्या संख्या आणि गुणाकार यांच्यातील संबंधाबद्दल तुम्ही काय निष्कर्ष काढू शकता? रिकाम्या जागा भरा:

- जेव्हा गुणाकार केल्या जाणाऱ्या संख्येपैकी एक संख्या 0 आणि 1 च्या दरम्यान असते, तेव्हा गुणाकार दुसऱ्या संख्येपेक्षा ___________ (जास्त/कमी) असतो.
- जेव्हा गुणाकार केल्या जाणाऱ्या संख्येपैकी एक संख्या १ पेक्षा मोठी असते, तेव्हा गुणाकार दुसऱ्या संख्येपेक्षा ___________ (जास्त/कमी) असतो.

गुणाकाराचा क्रम



आपल्याला माहित आहे की २ $\frac{१}{} \times \frac{१}{४} = \frac{१}{८}$.



आता, ४ म्हणजे काय? $\frac{१}{} \times \frac{१}{२}$?

तेही आहे. $\frac{१}{८}$

सर्वसाधारणपणे, लक्षात घ्या की लांबी आणि रुंदी बदलली तरीही आयताचे क्षेत्रफळ समान राहते.

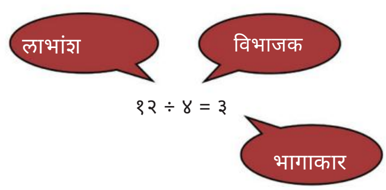
गुणाकाराचा क्रम महत्त्वाचा नाही. म्हणून,

$$\frac{अ}{ब} \times \frac{क}{ड} = \frac{क}{ड} \times \frac{अ}{ब}.$$

ब्रह्मगुप्ताच्या अपूर्णांकांच्या गुणाकाराच्या सूत्रावरूनही हे दिसून येते.

८.२ अपूर्णांकांचे विभाजन

१२ ÷ ४ म्हणजे काय? तुम्हाला हे आधीच माहित आहे.
पण ही समस्या गुणाकार समस्या म्हणून पुन्हा मांडता येईल का?



१२ मिळविण्यासाठी ४ ने गुणले तर काय? म्हणजेच,

$$४ \times ? = १२$$

भागाकाराचे गुणाकारात रूपांतर करण्यासाठी आपण ही पद्धत वापरू शकतो.

अपूर्णांकांना भागाकार करण्याच्या समस्या. २

१ ÷ म्हणजे काय ? $\frac{}{३}$

चला हे गुणाकार समस्येच्या रूपात पुन्हा लिहूया.

$$\frac{२}{३} \times ? = १$$

३ ने गुणावे. $\frac{२}{}$ उत्पादन १ मिळवायचे?

जर आपण २ आणि ३ कसे तरी रद्द केले तर आपल्याकडे १ उरते.

$$\frac{\cancel{२}}{\cancel{३}} \times \boxed{\frac{\cancel{३}}{\cancel{२}}} = १$$

उत्तर द्या

तर,

$$१ \div \frac{२}{३} = \frac{३}{२}.$$

चला दुसरी समस्या वापरून पाहू:

$$३ \div \frac{२}{३}.$$

हे सारखेच आहे

$$\frac{२}{३} \times ? = ३.$$

तुम्हाला उत्तर सापडेल का?

२

१ मिळवण्यासाठी आपल्याला कशाने गुणाकार करायचा हे माहित आहे. आपल्याला फक्त तो ३ गुणाकार करायचा आहे.

३ ने ३ मिळवायचे. तर,

$$\frac{\cancel{२}}{\cancel{३}} \times \boxed{\frac{\cancel{३}}{\cancel{२}} \times ३} = ३$$

उत्तर द्या

तर,

$$३ \div \frac{२}{३} = \frac{३}{२} \times ३ = २\ \frac{९}{२}.$$

काय आहे $\frac{१}{५} \div \frac{१}{२}$?

गुणाकार समस्येच्या रूपात ते पुन्हा लिहिताना, आपल्याकडे आहे

$$\frac{१}{} \times ? = २\ \frac{१}{५}.$$

आपण हे कसे सोडवू?

$$\frac{१}{\cancel{२}} \times \boxed{\cancel{२} \times २ \quad \frac{१}{}} = \frac{१}{५}$$

उत्तर द्या

तर,

$$\frac{१}{५} \div \frac{१}{} = २ \times २ \; \frac{१}{५} = \frac{२}{५}.$$

काय आहे $\frac{२}{३} \div \frac{३}{५}$?

हे गुणाकार म्हणून पुन्हा लिहिल्यास, आपल्याकडे आहे

$$\frac{३}{} \times ? = ५ \; \frac{२}{३}.$$

आपण हे कसे सोडवू?

$$\frac{३}{\cancel{५}} \times \boxed{\frac{\cancel{५}}{\cancel{३}} \times \frac{२}{३}} = \frac{२}{३}$$

उत्तर द्या

तर,

$$\frac{२}{३} \div \frac{३}{५} = \frac{५}{३} \times \frac{२}{३} = \frac{१०}{९}.$$

चर्चा

वरील प्रत्येक भागाकार प्रश्नात, आपल्याला उत्तर कसे सापडले ते पहा. दोन अपूर्णांक कसे भागायचे हे सांगणारा नियम आपण तयार करू शकतो का?

चला मागील समस्येचा विचार करूया.

प्रत्येक भागाकार समस्येमध्ये आपल्याकडे भाज्य, विभाजक आणि भागाकार असतो. भागाकार मिळविण्यासाठी आपण वापरत असलेली तंत्रे अशी आहेत:

$$\frac{२}{३} \div \frac{३}{५}$$

लाभांश

विभाजक

$$= \frac{५}{३} \times \frac{२}{३} = \frac{१०}{९}$$

भागाकार

१. प्रथम, विभाजकाने गुणाकार केल्यावर १ मिळणारी संख्या शोधा.

आपल्याला दिसेल की परिणामी संख्या ही एक अपूर्णांक आहे ज्याचा अंश हा विभाजकाचा छेद आहे आणि छेद हा विभाजकाचा अंश आहे.

विभाजकासाठी हा अपूर्णांक आहे. ३ आपण 5 चा परस्परसंबंध म्हणतो $\frac{५}{३}$ $\frac{५}{३}$ $\frac{३}{५}$.

जेव्हा आपण एखाद्या अपूर्णांकाला त्याच्या परस्परसंबंधाने गुणतो तेव्हा आपल्याला १ मिळते. म्हणून, आपल्या तंत्रातील पहिले पाऊल म्हणजे विभाजकाचा परस्परसंबंध शोधणे.

२. नंतर आपण या परस्परसंबंधाने लाभांश गुणाकार करू जेणेकरून भागफल.

सारांश, दोन अपूर्णांकांना भागणे:

• विभाजकाचा परस्परसंबंध शोधा.

• भागफल मिळविण्यासाठी याला लाभांशाने गुणाकार करा.

तर,
$$\frac{अ}{ब} \div \frac{क}{ड} = \frac{ड}{क} \times \frac{अ}{ब} = \frac{ड \times अ}{क \times ब}.$$

हे असे पुन्हा लिहिले जाऊ शकते:

$$\frac{अ}{ब} \div \frac{क}{ड} = \frac{अ}{ब} \times \frac{ड}{क} = \frac{अ \times ड}{ब \times क}.$$

तुम्ही आधी शिकलेल्या अपूर्णांकांच्या बेरीज, वजाबाकी आणि गुणाकाराच्या पद्धती आणि सूत्रांप्रमाणेच, अपूर्णांकांच्या भागाकाराची ही पद्धत आणि सूत्र, या सामान्य स्वरूपात, प्रथम ब्रह्मगुप्ताने त्यांच्या ब्रह्मस्फुटसिद्धांत (इ.स. ६२८) मध्ये स्पष्टपणे सांगितले होते.

तर, उदाहरणार्थ, ३ चे मूल्यांकन करण्यासाठी $\frac{२}{} \div \frac{३}{}$ ब्रह्मगुप्ताच्या सूत्र ५ चा वापर करून

वर, आम्ही लिहितो:

$$\frac{२}{३} \div \frac{३}{५} = \frac{२}{३} \times \frac{५}{३} = \frac{२ \times ५}{३ \times ३} = \frac{१०}{९}.$$

लाभांश, विभाजक आणि भागाकार

जेव्हा आपण दोन पूर्ण संख्यांना, समजा 6 ÷ 3, भागतो तेव्हा आपल्याला भागफल 2 मिळतो.
येथे भागफल लाभांशापेक्षा कमी आहे.

$$६ \div ३ = २, २ < ६$$

पण जेव्हा आपण ६ ने भागतो तेव्हा काय होते? $\frac{१}{४}$

$$६ \div \frac{१}{} = २४.४$$

येथे भागफल लाभांशापेक्षा जास्त आहे!

जेव्हा आपण ने भागतो तेव्हा काय होते? $\frac{१}{८}$ $\frac{१}{४}$

$$\frac{१}{८} \div \frac{१}{४} = \frac{१}{२}.$$

येथेही भागफल लाभांशापेक्षा जास्त आहे.

तुम्हाला कधी वाटते की भागफल लाभांशापेक्षा कमी आहे आणि कधी ते लाभांशापेक्षा जास्त आहे का?

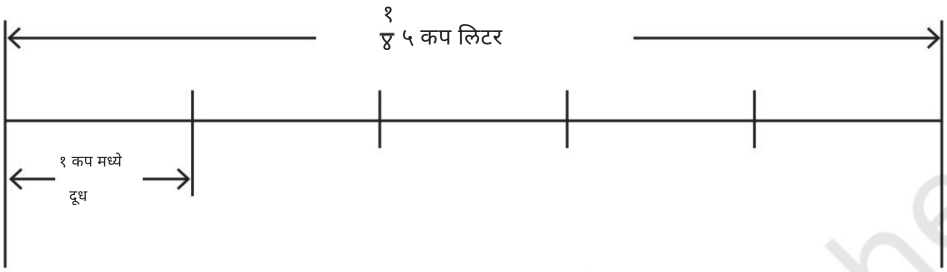
विभाजक आणि भागाकार यांच्यातही असाच संबंध आहे का?

गुणाकारात अशा संबंधांबद्दलची तुमची समज वापरुन वरील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

८.३ अपूर्णांकांशी संबंधित काही समस्या

उदाहरण ३: लीनाने ५ कप चहा बनवला. त्यासाठी तिने $\frac{१}{४}$ लिटर दूध वापरले.

प्रत्येक चहाच्या कपमध्ये किती दूध असते?



लीनाने ५ कप चहामध्ये $\frac{१}{४}$ लिटर दूध वापरले. तर, १ कप चहामध्ये दुधाचे प्रमाण असावे:

$$\frac{१}{४} \div ५.$$

हे गुणाकार म्हणून लिहिताना, आपल्याकडे आहे:

$$५ \times (\text{प्रति कप दूध}) = \frac{१}{४}.$$

ब्रह्मगुप्ताच्या पद्धतीनुसार आपण खालीलप्रमाणे विभागणी करतो:

५ (विभाजक) चा परस्परसंबंध $\frac{१}{५}$ आहे.

या परस्परांना लाभांशाने गुणाकार करणे ($\frac{१}{४}$), आम्हाला मिळते

$$\frac{१}{५} \times \frac{१}{४} = \frac{१}{२०}.$$

तर, प्रत्येक कप चहामध्ये $\frac{१}{२०}$ लिटरभर दूध असते.

उदाहरण ४: एकक नसलेल्या अपूर्णांकांसोबत काम करण्याची काही जुनी उदाहरणे मानवजातीच्या सर्वात जुन्या भूमिती ग्रंथात, शुल्बसूत्रमध्ये आढळतात.
येथे बौद्धायनाच्या शुल्बसूत्रातील (सुमारे ८०० ईसापूर्व) एक उदाहरण आहे.

७ चौरस एकक क्षेत्रफळ चौरस विटांनी व्यापा, ज्यांच्या प्रत्येकी २ $\frac{१}{५}$ बाजू म्हणजे एकके.

अशा किती चौकोनी विटा लागतील?

प्रत्येक चौरस विटेचे क्षेत्रफळ ५ असते. $\frac{१}{५} \times \frac{१}{५} = \frac{१}{२५}$ चौरस एकके.

एकूण क्षेत्रफळ ७ २ आहे. $\frac{१}{}$ चौरस एकके = $\frac{१५}{२}$ चौ. युनिट्स.

जसे (विटांची संख्या) × (एका विटेचे क्षेत्रफळ) = एकूण क्षेत्रफळ,

विटांची संख्या = २ $\frac{१५}{} \div \frac{१}{२५}$.

विभाजकाचा परस्परसंबंध २५ आहे.
परस्परांना लाभांशाने गुणाकार केल्यास आपल्याला मिळते

$$२५ \times \frac{१५}{२} = \frac{२५ \times १५}{२} = \frac{३७५}{२}.$$

उदाहरण ५: ही समस्या चतुर्वेदीय पृथुदकस्वामी (सुमारे ८६० इ.स.) यांनी ब्रह्मगुप्ताच्या ब्रह्मस्फुटसिद्धांत या पुस्तकावरील त्यांच्या भाष्यात उपस्थित केली होती.

चार कारंजे एका टाक्याला भरतात. पहिला कारंजे एका दिवसात टाकी भरू शकतो. दुसरा कारंजे अर्ध्या दिवसात भरू शकतो. तिसरा कारंजे एक चतुर्थांश दिवसात भरू शकतो. चौथा कारंजे दिवसाच्या एक पंचमांश दिवसात टाकी भरू शकतो. जर ते सर्व एकत्र वाहत असतील तर ते टाकी किती वेळात भरतील?

चला ही समस्या टप्प्याटप्प्याने सोडवूया.
एका दिवसात, किती वेळा -

- टाकी भरणारा पहिला कारंजे १÷ १ = १ आहे
- दुसऱ्या कारंज्याने टाकी १ ÷ २ भरेल $\frac{१}{} = \_\_\_$
- तिसऱ्या कारंज्याने टाकी १ ÷ भरेल $\frac{१}{४} = \_\_\_$
- चौथ्या कारंज्याने टाकी भरेल १ ÷ ५ $\frac{१}{} = \_\_\_$

एका दिवसात चार कारंजे मिळून टाकी किती वेळा भरतील याची संख्या = १२ आहे.
$\_\_ + \_\_\_ + \_\_ + \_\_\_$

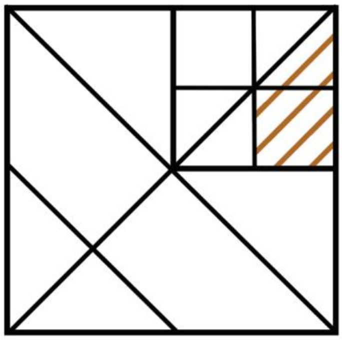
अशाप्रकारे, चार कारंज्यांना टाकी भरण्यासाठी लागणारा एकूण वेळ १

एकत्र दिवस आहेत. $\frac{}{१२}$

Machine Translated by Google

अपूर्णांक संबंध

येथे एक चौकोन आहे ज्याच्या आत काही रेषा काढल्या आहेत.



आकृती ८.४

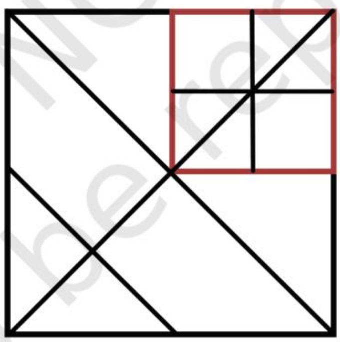
गणित चर्चा

छायांकित प्रदेश संपूर्ण चौरसाच्या क्षेत्रफळाच्या किती अंशाने मिळतो?
व्यापू?

या समस्येचे निराकरण करण्याचे वेगवेगळे मार्ग आहेत. त्यापैकी एक येथे आहे:
संपूर्ण चौरसाचे क्षेत्रफळ १ चौरस एकक समजा.

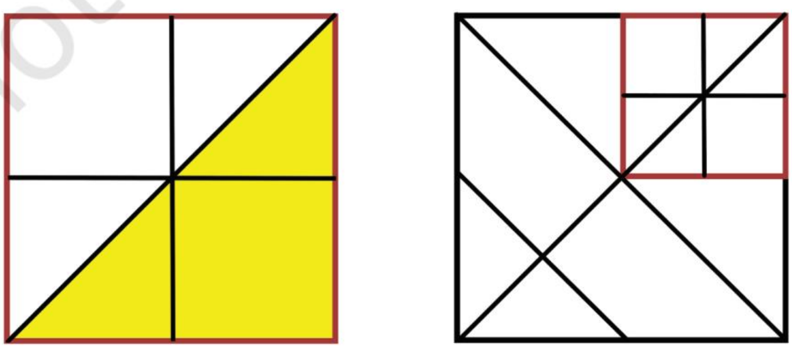
आपण पाहू शकतो की वरचा उजवा चौरस (आकृती 8.5 मध्ये), 4 १

संपूर्ण चौरसाचे क्षेत्रफळ.



आकृती ८.५

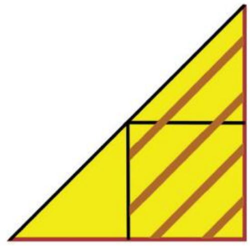
लाल चौरसाचे क्षेत्रफळ = $\frac{१}{४}$ चौरस एककके.



आकृती ८.६

चला या लाल चौकोनाकडे पाहूया. त्याच्या आतील त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ (पिवळ्या रंगाचे) लाल चौकोनाच्या क्षेत्रफळाच्या निम्मे आहे. तर,

पिवळ्या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ = २ $\frac{१}{} \times \frac{१}{४} = \frac{१}{८}$ चौरस एकके.



या पिवळ्या त्रिकोणाचा कोणता भाग छायांकित आहे?

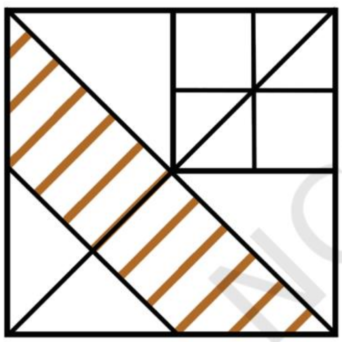
सावली असलेला प्रदेश व्यापतो $\frac{३}{}$ ४ च्या क्षेत्रफळाचा

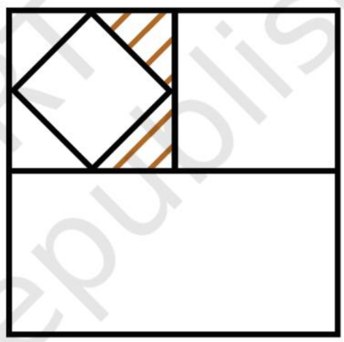
पिवळा त्रिकोण. तुम्हाला का ते समजते का?

छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ = 4 $\frac{३}{} \times \frac{१}{८} = \frac{३}{३२}$ चौरस एकके.

अशाप्रकारे, सावली असलेला प्रदेश संपूर्ण चौरसाचे क्षेत्रफळ $\frac{३}{३२}$ व्यापतो.

? खाली दिलेल्या प्रत्येक आकृतीमध्ये, छायांकित प्रदेश व्यापलेल्या मोठ्या चौरसाचा अपूर्णांक शोधा.





आपण पुढील प्रकरणात या प्रकारच्या अधिक मनोरंजक समस्या सोडवू.

एक नाट्यमय देणगी

खालील समस्या भास्कराचार्य (भास्कर द्वितीय) यांच्या लीलावती या पुस्तकातून अनुवादित आहे, जे ११५० मध्ये लिहिले गेले होते. १.

"अरे शहाण्या! एका कंजूषाने एका भिकाऱ्याला ५ पैकी ५ दिले." — $\frac{१}{१६}$ ४ $\frac{१}{}$ $\frac{१}{}$ २ पैकी $\frac{२}{३}$ $\frac{३}{४}$

जर तुम्हाला अपूर्णांकांचे गणित चांगले माहित असेल तर मला सांगा.

बाळा, कंजूषाने भिकाऱ्याला किती कौरीचे कवच दिले होते?"

ड्रामा म्हणजे त्या काळात वापरल्या जाणाऱ्या चांदीच्या नाण्यांचा संदर्भ. कथेत असे म्हटले आहे की १ ड्रामा १२८० कौरीच्या शंखांच्या बरोबरीचा होता. त्या व्यक्तीने ड्रामाचा किती अंश दिला ते पाहूया:

$$\frac{}{(१२} \times \frac{२}{३} \times \frac{३}{४} \times \frac{१}{५} \times \frac{१}{१६} \times \frac{}{१४)\text{ वा}}$$ एका नाटकाचा भाग.

त्याचे मूल्यांकन केल्यास ७६८० मिळते . $\frac{६}{}$

त्याच्या सर्वात कमी स्वरूपात सरलीकृत केल्यावर, आपल्याला मिळते

$$\frac{६}{७६८०} = \frac{१}{१२८०}.$$

तर, भिकाऱ्याला एक कौडीचा कवच देण्यात आला.

उत्तरात तुम्हाला भास्कराचार्यांचा विनोद दिसेल! कंजूषाने भिकाऱ्याला सर्वात कमी किमतीचे फक्त एक नाणे (काउरी) दिले.

१२ व्या शतकाच्या आसपास, भारतीय उपखंडातील वेगवेगळ्या राज्यांमध्ये अनेक प्रकारची नाणी वापरात होती. सर्वात जास्त वापरात येणारी नाणी म्हणजे सोन्याची नाणी (ज्यांना दिनार/गद्यान आणि हुन म्हणतात), चांदीची नाणी (ज्यांना द्रामा/टंका म्हणतात), तांब्याची नाणी (ज्यांना कासुस/पनस आणि मशाक म्हणतात) आणि कौरी शेल. या नाण्यांमधील अचूक रूपांतरण दर प्रदेश, कालावधी, आर्थिक परिस्थिती, नाण्यांचे वजन आणि त्यांची शुद्धता यावर अवलंबून बदलत असे.

सोन्याच्या नाण्यांचे मूल्य जास्त होते आणि ते मोठ्या व्यवहारात आणि संपत्ती साठवण्यासाठी वापरले जात होते. चांदीची नाणी सामान्यतः दैनंदिन व्यवहारात वापरली जात होती. तांब्याच्या नाण्यांचे मूल्य कमी होते आणि ते लहान व्यवहारात वापरले जात होते. काउरी शेल हे सर्वात कमी मूल्याचे होते आणि ते खूप लहान व्यवहारात आणि बदल म्हणून वापरले जात होते.

जर आपण गृहीत धरले की १ सोन्याचा दिनार = १२ चांदीचे ड्रामा, १ चांदीचा ड्रामा = ४ तांब्याचे पान, १ तांब्याचे पान = ६ मशका आणि १ पान = ३० कौरीचे कवच,

१ तांब्याचे पान = ४८ $\frac{१}{}$ सोनेरी दिनार (१) १२ $\frac{}{}\times\frac{}{१४)}$

१ कौडीचे कवच =____ तांब्याचे पान

१ कौरीचे कवच =____ सोन्याचे दिनार.

इतिहासाचा एक छोटासा भाग

तुम्ही पाहिलेच असेल की, अपूर्णांक ही संख्यांचा एक महत्त्वाचा प्रकार आहे, जो विविध दैनंदिन समस्यांमध्ये महत्त्वाची भूमिका बजावतो ज्यामध्ये प्रमाणांचे समान वाटप आणि विभाजन करणे समाविष्ट आहे. आज आपण वापरत असलेल्या अपूर्णांकांशिवायच्या अपूर्णांकांची सामान्य कल्पना - बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार आणि भागाकाराच्या अंकगणितीय क्रियांनी सुसज्ज - भारतात मोठ्या प्रमाणात विकसित झाली. प्राचीन भारतीय भूमिती ग्रंथ ज्याला शुल्बसूत्र म्हणतात - जे 800 ईसापूर्व पासूनचे आहेत आणि विधींसाठी अग्निवेदी बांधण्याशी संबंधित होते - सामान्य अपूर्णांकांशिवायच्या अपूर्णांकांचा मोठ्या प्रमाणात वापर करत होते, ज्यामध्ये आपण उदाहरण 3 मध्ये पाहिलेल्या अपूर्णांकांचे विभाजन करणे समाविष्ट आहे.

१५० ईसापूर्व पासूनच भारताच्या लोकप्रिय संस्कृतीत अपूर्णांक सामान्य झाले होते, हे पूज्य जैन विद्वान उमास्वती यांच्या तत्वज्ञानाच्या कार्यात अपूर्णांकांना सर्वात कमी शब्दांपर्यंत कमी करण्याच्या एका अप्रत्यक्ष संदर्भावरून दिसून येते.

अपूर्णांकांवर अंकगणितीय क्रिया करण्यासाठी सामान्य नियम - आज आपण ज्या आधुनिक स्वरूपात ते करतो - ते प्रथम ब्रह्मगुप्त यांनी त्यांच्या ब्रह्मस्फुटसिद्धांतात इसवी सन ६२८ मध्ये संहिताबद्ध केले होते. सामान्य अपूर्णांकांची बेरीज आणि वजाबाकी करण्याच्या त्यांच्या पद्धती आपण आधीच पाहिल्या आहेत. सामान्य अपूर्णांकांचा गुणाकार करण्यासाठी, ब्रह्मगुप्त

लिहिले:

"दोन किंवा अधिक अपूर्णांकांचा गुणाकार अंशांच्या गुणाकाराला छदांच्या गुणाकाराने भागून मिळवता येतो."

(ब्रह्मस्फुटसिद्धांत, श्लोक १२.१.३)

म्हणजेच,

$$\frac{अ}{ब} \times \frac{क}{ड} = \frac{अ \times क}{ब \times ड}.$$

सामान्य अपूर्णांकांच्या भागाकारासाठी, ब्रह्मगुप्त यांनी लिहिले:

"अपूर्णांकांचे विभाजन विभाजकाच्या अंश आणि छेदाची अदलाबदल करून केले जाते; नंतर लाभांशाच्या अंशाला (नवीन) अंशाने आणि छेदाला (नवीन) छेदाने गुणाकार केला जातो."

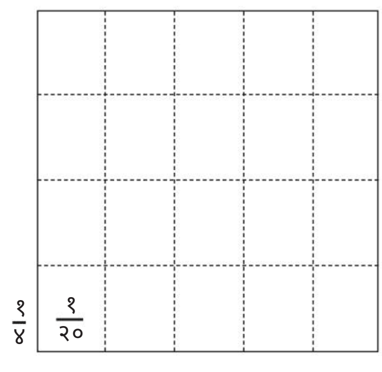
११५० मध्ये भास्कर दुसरा यांनी त्यांच्या लीलावती या पुस्तकात ब्रह्मगुप्ताच्या विधानाचे परस्परसंबंधाच्या कल्पनेच्या संदर्भात अधिक स्पष्टीकरण दिले आहे:

"एका अपूर्णांकाचा दुसऱ्या अपूर्णांकाने भागाकार करणे हे पहिल्या अपूर्णांकाचा दुसऱ्या अपूर्णांकाच्या परस्परसंबंधाने गुणाकार करण्याइतकेच आहे." (लीलावती, श्लोक २.३.४०)

हे दोन्ही श्लोक सूत्राच्या समतुल्य आहेत:

$$\frac{अ}{ब} \div \frac{क}{ड} = \frac{अ}{ब} \times \frac{ड}{क} = \frac{अ \times ड}{ब \times क}.$$

भास्कर पहिला, त्याच्या ६२९ CE च्या आर्यभटीयभाष्य या भाष्यात आर्यभट्टांच्या ४९९ मधील इ.स. ग्रंथात, अपूर्णांकांच्या गुणाकाराचे भौमितिक स्पष्टीकरण (जे आपण आधी पाहिले होते) चौरसाचे आयतामध्ये विभाजन करून लांबी आणि रुंदीच्या समान भागाद्वारे केले जाते याचे वर्णन केले आहे.



भास्कर १ चे दृश्य स्पष्टीकरण की १/५ × १/४ = १/२०

श्रीधराचार्य (सुमारे इ.स. ७५०), महावीराचार्य (सुमारे इ.स. ८५०), चतुर्वेद प्रितथुदकस्वामी (सुमारे इ.स. ८६०), आणि भास्कर दुसरा १ असे अनेक इतर भारतीय गणितज्ञ होते.

(सुमारे ११५० इ.स.) ने अंकगणित ५ चा वापर विकसित केला

अपूर्णांकांचे लक्षणीयरीत्या पुढे.

भारतीय अपूर्णांकांचा सिद्धांत आणि x

अंकगणितीय क्रिया मोरोक्कोच्या अल-हसार (सुमारे ११९२ इ.स.) सारख्या अरब आणि आफ्रिकन गणितज्ञांनी त्यांच्याकडे प्रसारित केल्या आणि त्याचा वापर पुढे विकसित झाला. त्यानंतर पुढील काही काळात हा सिद्धांत अरबांद्वारे युरोपमध्ये प्रसारित झाला.

शतकानुशतके, आणि १७ व्या शतकाच्या आसपास युरोपमध्ये सामान्य वापरात आला, त्यानंतर तो जगभर पसरला. आधुनिक गणितात आज हा सिद्धांत खरोखरच अपरिहार्य आहे.

समजून घ्या

१. खालील गोष्टींचे मूल्यांकन करा:

$३ \div \frac{७}{९}$	$\frac{१४}{४} \div २$	$\frac{२}{३} \div \frac{२}{३}$	$\frac{१४}{६} \div \frac{७}{३}$
$\frac{४}{३} \div \frac{३}{४}$	$\frac{७}{४} \div \frac{१}{७}$	$\frac{८}{२} \div \frac{४}{१५}$	
$\frac{१}{५} \div \frac{१}{९}$	$\frac{१}{६} \div \frac{११}{१२}$	$\overset{२}{३ \div १\ ३}$ $\frac{३}{८}$	

२. खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी, अशी अभिव्यक्ती निवडा जी उपायाचे वर्णन करतो. मग ते सोपे करा.

(a) मारियाने तिच्यासाठी बनवलेल्या पिशव्या सजवण्यासाठी 8 मीटर लेस विकत घेतली.

शाळा. तिने प्रत्येक बॅगेसाठी m वापरले $\frac{१}{\ }$ आणि लेस पूर्ण केली. कसे ४

तिने किती पिशव्या सजवल्या?

(i) ८ × ४ $\frac{१}{\ }$ (ii) $\frac{१}{८} \times \frac{१}{४}$

(iii) ८ ÷ ४ $\frac{१}{\ }$ (iv) $\frac{१}{४}$ ८

(ब) $\frac{१}{\ }$ ८ बॅज बनवण्यासाठी एका मीटर रिबनचा वापर केला जातो. २ म्हणजे काय?

प्रत्येक बॅजसाठी वापरल्या जाणाऱ्या रिबनची लांबी किती आहे?

(मी) ८ × $\frac{१}{\ }$ २ १ (ii) $\frac{१}{२} \div \frac{१}{८}$

(iii) ८ ÷ २ — (iv) $\frac{१}{२}$ ८

(c) बेकरला आवश्यक आहे $\frac{१}{\ }$ एक ब्रेड बनवण्यासाठी किलो पीठ. त्याच्याकडे ६

५ किलो पीठ. तो किती ब्रेड बनवू शकतो?

(मी) ५ × $\frac{१}{\ }$ ६ १ (ii) $\frac{१}{६}$ ५

(iii) ५ ÷ ६ — (iv) ५ × ६

३. जर ४ १ १२ रोट्या बनवण्यासाठी किलो पीठ वापरले जाते, त्यासाठी किती पीठ वापरले जाते?

६ रोट्या बनवायच्या?

४. श्रीधराचार्य यांनी ९ व्या शतकात लिहिलेला पाटीगणित हा ग्रंथ.

सीई, या समस्येचा उल्लेख करतात: "मित्रा, विचार केल्यानंतर, किती रक्कम मिळेल

१ १ १ १

१ ÷ आणि १ ÷ १ ÷ १ ÷ ६, १०, १३, ९,

१ ÷ १ २ मित्राने काय बोलावे?

१

५. मीरा ४०० पानांची कादंबरी वाचत आहे. तिने ५ पानांपैकी एक वाचली.

काल आणि आजच्या पानांपैकी. ३ १० पानांची संख्या किती आहे?

तिला कादंबरी पूर्ण करण्यासाठी वाचण्याची गरज आहे का?

३

६. एक गाडी १ लिटर पेट्रोल वापरून १६ किमी धावते. २ ४ पेट्रोल वापरून ती किती अंतर चालेल?

लिटर पेट्रोल?

७. अमृतपाल त्याच्या सुट्टीसाठी ठिकाण ठरवतो. जर तो

ट्रेन करा, त्याला ५ लागतील. १ तिथे पोहोचण्यासाठी तास. जर त्याने विमान घेतले तर ते ६

त्याला एक तास लागेल. १ विमान किती तास वाचवते? २

८. मरियमच्या आजीने केक बेक केला. मरियम आणि तिचे चुलत भाऊ

केक संपला. ४ उरलेला केक ५ जणांनी समान वाटून घेतला.

मरियमच्या तीन मैत्रिणी. प्रत्येक मैत्रिणीला केकचा किती भाग मिळाला?

९. (५६५) च्या गुणाकाराचे वर्णन करणारे पर्याय निवडा. ४६५ × ७०७ ६७६):

(अ) > ५६५ ४६५

(ब) < ४६५ ५६५

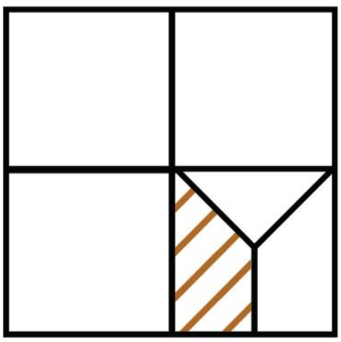
(क) > ७०७ ६७६

(ड) < ७०७ ६७६

(इ) > १

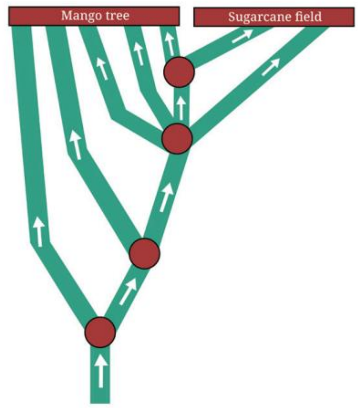
(फ) < १

१०. संपूर्ण चौरसाचा कोणता भाग छायांकित आहे?



११. मुंग्यांची एक वसाहत अन्नाच्या शोधात निघाली.

शोध घेत असताना, ते प्रत्येक बिंदूवर समान रीतीने विभाजित होत राहतात (आकृती 8.7 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे) आणि दोन अन्न स्रोतांपर्यंत पोहोचतात, एक आंब्याच्या झाडाजवळ आणि दुसरा उसाच्या शेताजवळ. मूळ गटाचा किती भाग प्रत्येक अन्न स्रोतापर्यंत पोहोचला?



आकृती ८.७

१२. १ - म्हणजे काय ? २ $\frac{१}{}$

(१ – १ २) × (१ – १ ३) ? (१ – १ २) ×

(१ – १ ३) × (१ – १ ४) × (१ – १ ५) ? (१ – १ २) × (१ – १ ३) × (१ – १ ४) × (१

– १ ५) × (१ – १ ६) × (१ – १ ७) × (१ – १ ८) × (१ – १ ९) × (१ – १ १०) ?

एक सामान्य विधान करा आणि स्पष्टीकरण द्या.

सारांश

- ब्रह्मगुप्ताचे अपूर्णांकांच्या गुणाकाराचे सूत्र:

$$\frac{अ}{ब} \times \frac{क}{ड} = \frac{अ \times क}{ब \times ड}.$$

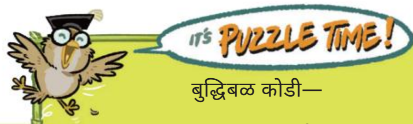
- अपूर्णांकांचा गुणाकार करताना, जर अंश आणि छेद यांचे काही सामान्य घटक असतील, तर आपण अंश आणि छेद यांचा गुणाकार करण्यापूर्वी ते प्रथम रद्द करू शकतो.

- गुणाकारात — जेव्हा गुणाकार केल्या जाणाऱ्या संख्येपैकी एक संख्या 0 आणि 1 च्या दरम्यान असते, तेव्हा गुणाकार दुसऱ्या संख्येपेक्षा कमी असतो. जर गुणाकार केल्या जाणाऱ्या संख्येपैकी एक संख्या 1 पेक्षा मोठी असेल, तर गुणाकार दुसऱ्या संख्येपेक्षा मोठा असतो.

- अपूर्णांक b चा परस्परसंबंध $\frac{अ}{}$ $\frac{ब}{अ}$ आहे. जेव्हा आपण एखाद्या अपूर्णांकाला त्याच्या परस्पर, गुणाकार 1 आहे.
- ब्रह्मगुप्ताचे अपूर्णांकांच्या भागाकाराचे सूत्र:

$$\frac{अ}{ब} \div \frac{क}{ड} = \frac{अ}{ब} \times \frac{ड}{क} = \frac{अ \times ड}{ब \times क}.$$

- भागाकारात — जेव्हा विभाजक ० आणि १ च्या दरम्यान असतो, तेव्हा भागाकार हा लाभांशापेक्षा मोठा असतो. जेव्हा विभाजक १ पेक्षा मोठा असतो, तेव्हा भागाकार हा लाभांशापेक्षा कमी असतो.



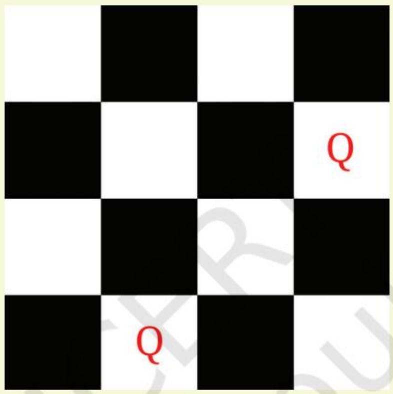
बुद्धिबळ कोडी—

हल्ला न करणाऱ्या क्वीन्स

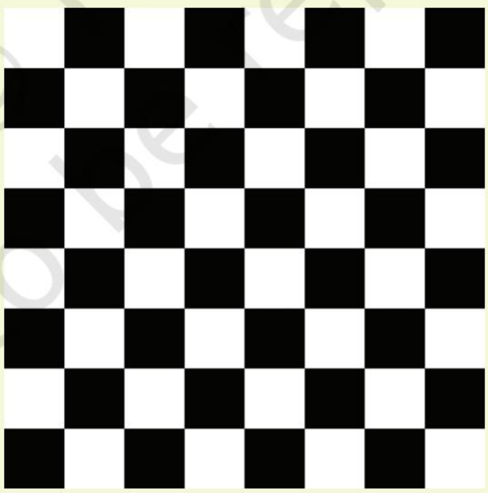
बुद्धिबळ हा २ खेळाडूंचा लोकप्रिय रणनीती खेळ आहे. या खेळाचे मूळ भारतात आहे. हा ८ × ८ चेकर्ड ग्रिडवर खेळला जातो. प्रत्येक खेळाडूसाठी एक संच - काळा आणि पांढरा - दोन तुकड्यांचे संच आहेत. प्रत्येक तुकडा कसा हलवावा आणि खेळाचे नियम जाणून घ्या.

येथे एक प्रसिद्ध बुद्धिबळ-आधारित कोडे आहे. त्याच्या सध्याच्या स्थानावरून, क्वीनचा तुकडा क्षैतिज, उभा किंवा कर्णरेषेसह हलू शकतो.

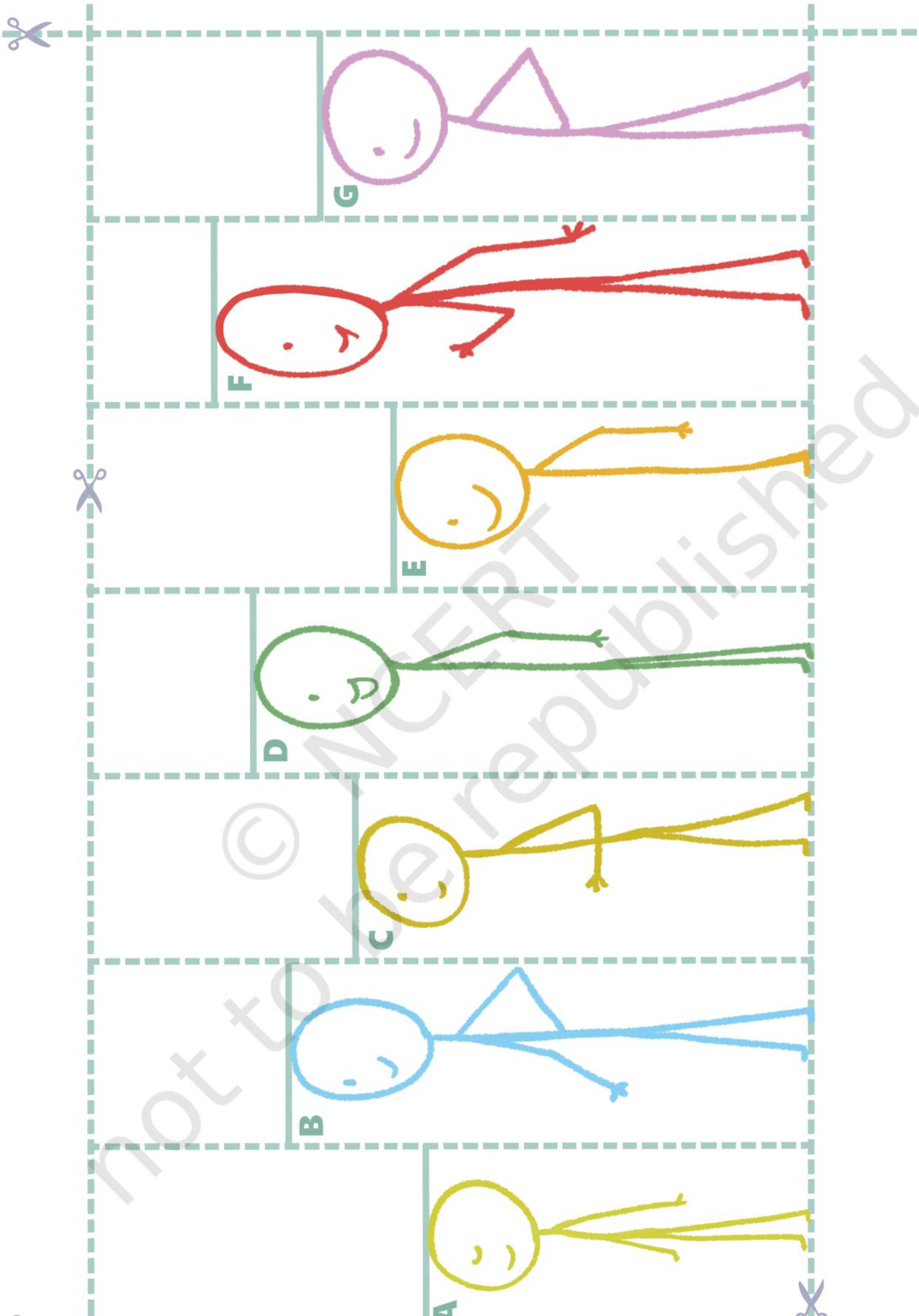
४ राण्या अशा प्रकारे ठेवा की २ राण्या एकमेकांवर हल्ला करणार नाहीत. उदाहरणार्थ, खालील मांडणी वैध नाही कारण राण्या एकमेकांच्या हल्ल्याच्या रांगेत आहेत.



आता, या ८ × ८ ग्रिडवर ८ राण्या ठेवा जेणेकरून २ राण्या एकमेकांवर हल्ला करणार नाहीत!



शिक्षण साहित्य पत्रके


G
F
E
D
C
B
A

टीप