

अनुक्रमांक \_\_\_\_\_

नाम \_\_\_\_\_

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 12

**131**

**324(IX)**

**2025**

**गणित**

समय : तीन घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

Note : First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.

सामान्य निर्देश :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।
- (ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्ट उल्लेख है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।
- (iv) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित हैं।
- (v) प्रथम प्रश्न से आरंभ कीजिए और अंत तक करते जाइए। जो प्रश्न न आता हो, उसमें व्यर्थ समय नष्ट न कीजिए।

**General Instructions :**

- (i) There are in all **nine** questions in this question paper.
- (ii) **All** questions are compulsory.
- (iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.
- (iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.
- (v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one. Do not waste your time over a question you cannot solve.



1. सभी खण्ड कीजिए।

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए।

(क)  $f(x) = |x|$  द्वारा प्रदत्त मापांक फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  है

1

- (A) एकैकी और आच्छादक
- (B) बहु-एकैकी और आच्छादक
- (C) एकैकी, किन्तु आच्छादक नहीं
- (D) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

(ख) एक सम्बन्ध  $R = \{(a, b) : a = b - 1, b \geq 3\}$  समुच्चय  $\mathbb{N}$  पर परिभाषित है तो :

1

- (A)  $(2, 4) \in R$
- (B)  $(4, 5) \in R$
- (C)  $(4, 6) \in R$
- (D)  $(1, 3) \in R$

(ग)  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$  का मान होगा :

1

- (A) 0
- (B)  $\frac{\pi}{2}$
- (C)  $\frac{\pi}{4}$
- (D)  $\frac{\pi}{8}$

$$9 \frac{d^2 y}{dx^2} = \left\{ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{3}} \text{ की घात है :}$$

(A) 1

(B) 6

(C) 3

(D) 2

(ड) व्यंजक  $\hat{i} \cdot \hat{i} - \hat{j} \cdot \hat{j} + \hat{k} \times \hat{k}$  का मान है :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

1. Do all parts.

Select the correct option of each part and write it on your answer-book.

(a) The modulus function  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  given by  $f(x) = |x|$  is

(A) one-one and onto

(B) many-one and onto

(C) one-one but not onto

(D) neither one-one nor onto

(b) A relation  $R = \{(a, b) : a = b - 1, b \geq 3\}$  is defined on set  $N$ , then

1

(A)  $(2, 4) \in R$

(B)  $(4, 5) \in R$

(C)  $(4, 6) \in R$

(D)  $(1, 3) \in R$

(c) The value of  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$  will be

1

(A) 0

(B)  $\frac{\pi}{2}$

(C)  $\frac{\pi}{4}$

(D)  $\frac{\pi}{8}$

(d) The degree of differential equation

1

$$9 \frac{d^2 y}{dx^2} = \left\{ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{3}} \text{ is}$$

(A) 1

(B) 6

(C) 3

(D) 2

(e) The value of expression  $\hat{i} \cdot \hat{i} - \hat{j} \cdot \hat{j} + \hat{k} \times \hat{k}$  is

1

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

2. सभी खण्ड कीजिए :

(क)  $\cot^{-1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \right\}; x > 1$  को सरलतम रूप में लिखिए ।

1

(ख) सिद्ध कीजिए कि फलन  $f(x) = |x|$ ,  $x = 0$  पर संतत है ।

1

(ग) अवकल समीकरण

1

$xy \frac{d^2y}{dx^2} + x \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 - y \left( \frac{dy}{dx} \right) = 2$  की घात ज्ञात कीजिए ।

(घ) यदि  $P(A) = 0.12$ ,  $P(B) = 0.15$  और  $P(B/A) = 0.18$  तो  $P(A \cap B)$  का मान ज्ञात कीजिए ।

1

(ङ) सदिशों  $-2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  और  $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

1

2. Do all parts :

(a) Write  $\cot^{-1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \right\}; x > 1$  in the simplest form.

1

(b) Prove that the function  $f(x) = |x|$ , is continuous at  $x = 0$ .

1

(c) Find the degree of the differential equation

1

$$xy \frac{d^2y}{dx^2} + x \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 - y \left( \frac{dy}{dx} \right) = 2$$

(d) If  $P(A) = 0.12$ ,  $P(B) = 0.15$  and  $P(B/A) = 0.18$ , then find the value of  $P(A \cap B)$ .

1

(e) Find the angle between the vectors  $-2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  and  $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ .

1

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  तथा  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  फलन क्रमशः  $f(x) = \cos x$  तथा  $g(x) = 3x^2$  द्वारा परिभाषित है

तो सिद्ध कीजिए  $gof \neq fog$ .

2

(ख) अवकल समीकरण  $ydx + (x - y^2)dy = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

2

(ग) सिद्ध कीजिए कि  $(4, 4, 2)$ ,  $(3, 5, 2)$  तथा  $(-1, -1, 2)$  एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं ।

2

(घ) यदि  $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ , तो  $x, y, z$  के मान ज्ञात कीजिए ।

2

3. Do all parts :

(a) If  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  and  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be functions defined by  $f(x) = \cos x$  and  $g(x) = 3x^2$  respectively, then prove that  $gof \neq fog$ .

2

(b) Find the general solution of differential equation  $ydx + (x - y^2)dy = 0$ .

2

(c) Prove that  $(4, 4, 2)$ ,  $(3, 5, 2)$  and  $(-1, -1, 2)$  are vertices of a right angle triangle.

2

(d) If  $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ , then find the values of  $x, y, z$ .

2

4. सभी खण्ड कीजिए।

(क) दर्शाइए कि फलन  $f(x) = 7x^2 - 3$  एक वर्धमान फलन है जबकि  $x > 0$  है। 2

(ख) सदिश  $(\vec{a} + \vec{b})$  और  $(\vec{a} - \vec{b})$  में से प्रत्येक पर लंबवत मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए,

जहाँ  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ .

2

(ग) यदि एक रेखा का कार्तीय समीकरण  $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$  है, तो इसका सदिश रूप में समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

(घ) एक थैले में 4 सफेद और 2 काली गेंद हैं तथा दूसरे थैले में 3 सफेद और 5 काली गेंद हैं। यदि प्रत्येक थैले से एक गेंद निकाली जाये तो दोनों गेंद काली होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

4. Do all parts :

(a) Show that the function  $f(x) = 7x^2 - 3$  is an increasing function when  $x > 0$ . 2

(b) Find the unit vector perpendicular to each of the vectors  $(\vec{a} + \vec{b})$  and  $(\vec{a} - \vec{b})$

where  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ .

2

(c) If the Cartesian equation of a line is  $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$ , then find its equation in vector form. 2

(d) There are 4 white and 2 black balls in a bag and in another bag 3 white and 5 black balls. Find the probability of getting both black balls if a ball is drawn from each bag. 2

5. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि  $R_1$  तथा  $R_2$  समुच्चय  $A$  में दो तुल्यता संबंध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि  $R_1 \cap R_2$  भी एक तुल्यता संबंध है।

5

(ख) यदि  $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$  तो सिद्ध कीजिए कि  $(I + A) = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ .

5

(ग)  $\tan^{-1} \left( \frac{\sin x}{1 + \cos x} \right)$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

5

(घ) रेखाओं  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  तथा  $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$  के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

5

(ङ) यदि  $y = e^{\tan^{-1} x}$  सिद्ध कीजिए कि  $(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + (2x - 1) \frac{dy}{dx} = 0$ .

5

5. Do all parts :

(a) If  $R_1$  and  $R_2$  be two equivalence relations on a set  $A$ , then prove that  $R_1 \cap R_2$  be also an equivalence relation.

5

(b) If  $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$ , then prove that  $(I + A) = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ .

5

(c) Differentiate  $\tan^{-1} \left( \frac{\sin x}{1 + \cos x} \right)$  with respect to  $x$ .

5



(d) Find shortest distance between the lines

5

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and } \vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

(e) If  $y = e^{\tan^{-1} x}$ , prove that  $(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + (2x - 1) \frac{dy}{dx} = 0$ .

5

6. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि  $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{यदि } x \leq -1 \\ 2x & -1 < x \leq 1 \\ 2 & x > 1 \end{cases}$

5

तब  $x = -1$  तथा  $x = 1$  पर फलन के संतत की जाँच कीजिए।

(ख) तीन सदिश  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  प्रतिबंध  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$  को संतुष्ट करते हैं। यदि  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$

और  $|\vec{c}| = 2$ , तो  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$  का मान ज्ञात कीजिए।

5

(ग) हवा के एक बुलबुले की त्रिज्या  $\frac{1}{2}$  cm/s की दर से बढ़ रही है। बुलबुले का आयतन किस दर से बढ़

रहा है जबकि त्रिज्या 1 cm है ? <https://www.upboardonline.com>

5

(घ) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत  $Z = 3x + 2y$  का आलेखीय विधि से न्यूनतमीकरण कीजिए

जबकि :

5

$$x + y \geq 8,$$

$$3x + 5y \leq 15,$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(ङ) किसी प्रश्न को तीन छात्रों A, B, C के द्वारा हल करने की प्रायिकता क्रमशः  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{1}{5}$  तथा  $\frac{1}{10}$  है, तो

प्रश्न के हल हो जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

5

6. Do all parts :

$$(a) \text{ If } f(x) = \begin{cases} -2 & \text{if } x \leq -1 \\ 2x & -1 < x \leq 1 \\ 2 & x > 1 \end{cases}$$

5

Then test the continuity of the function at  $x = -1$  and at  $x = 1$ .

(b) If three vectors  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$  satisfying the condition  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ . If  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$  and  $|\vec{c}| = 2$ , then find the value of  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ .

5

(c) The radius of an air bubble is increasing at the rate of  $\frac{1}{2}$  cm/s. At what rate is the volume of the bubble increasing while the radius is 1 cm ?

5

(d) Minimize  $Z = 3x + 2y$  by graphical method under the following constraints :

5

$$x + y \geq 8,$$

$$3x + 5y \leq 15,$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(e) The probability of solving a question by the three students  $A, B, C$  are respectively  $\frac{3}{10}, \frac{1}{5}$  and  $\frac{1}{10}$ . Find the probability of solving the question.

5

7. कोई एक खण्ड कीजिए :

$$(क) A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए ।}$$

8

(ख) समीकरण निकाय

8

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए ।

7. Do any one part :

(a) Find the inverse of the matrix

8

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(b) Solve the system of equations by matrix method :

8

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि दी गई तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्ध-शीर्ष कोण

$$\tan^{-1}(\sqrt{2}) \text{ होता है।}$$

8

(ख) अवकल समीकरण  $(x - y)(dx + dy) = dx - dy$  का एक विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, जबकि

$$y = -1 \text{ यदि } x = 0$$

8

8. Do any one part :

(a) Prove that the semi-vertical angle of a cone with given slant height and maximum volume is  $\tan^{-1}(\sqrt{2})$ .

8

(b) Find a particular solution of the differential equation

8

$$(x - y)(dx + dy) = dx - dy \text{ when } y = -1 \text{ if } x = 0.$$

9. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) समाकलन कीजिए :

8

$$\int \left( \frac{2 + \sin 2x}{1 + \cos 2x} \right) e^x dx$$

(ख) हल कीजिए :

8

$$\int \frac{(3x + 5)dx}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

9. Do any one part :

(a) Integrate :

8

$$\int \left( \frac{2 + \sin 2x}{1 + \cos 2x} \right) e^x dx$$

(b) Solve :

8

$$\int \frac{(3x + 5)dx}{x^3 - x^2 - x + 1}$$



अनुक्रमांक

नाम

131

324(JD)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट ]

[ पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) यदि फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x$  द्वारा परिभाषित है तब  $f$  है

i) एकैकी व आच्छादक

ii) बहुएक व आच्छादक

iii) एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं

iv) न तो एकैकी और न आच्छादक

ख) यदि  $X = \{a, b, c\}$  तथा  $Y = \{1, 2, 3\}$  और  $f$  प्रतिचित्रण इस प्रकार दिया गया है कि  $f(a)=2$ ,  $f(b)=3$ , तथा  $f(c)=1$ , तो

i)  $f(X) \subset Y$

ii)  $f(X) = Y$

iii)  $f(X) \supset Y$

iv) इनमें से सभी

ग) यदि  $\int \log x \, dx = x \log x + k(x) + c$  तो

i)  $k(x) = \log x$

ii)  $k(x) = -\log x$

iii)  $k(x) = -x$

iv)  $k(x) = -x^2$

घ) पाँच कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के व्यापक हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या है

i) 0

ii) 4

iii) 3

iv) 5

ङ) सदिश फलन  $\vec{f}(t) = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5t^2\hat{k}$  की प्रवणता  $t = 2$  पर होगी

i)  $20\hat{k}$

ii)  $10\hat{k}$

iii)  $5\hat{k}$

iv)  $12\hat{k}$

1. Attempt all the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :

a) If the function  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is defined as  $f(x) = 3x$  then  $f$  is

i) one-one and onto

ii) many-one and onto

iii) one-one but not onto

iv) neither one-one nor onto

b) If  $X = \{a, b, c\}$  and  $Y = \{1, 2, 3\}$  and the mapping  $f$  is given by  $f(a)=2$ ,  $f(b)=3$ ,  $f(c)=1$ , then

i)  $f(X) \subset Y$

ii)  $f(X) = Y$

iii)  $f(X) \supset Y$

iv) All of these

c) If  $\int \log x \, dx = x \log x + k(x) + c$  then

i)  $k(x) = \log x$

ii)  $k(x) = -\log x$

iii)  $k(x) = -x$

iv)  $k(x) = -x^2$

d) The number of arbitrary constants in a general solution of a differential equation of fifth order is

i) 0

ii) 4

iii) 3

iv) 5

e) At  $t = 2$ , the slope of the vector function  $\vec{f}(t) = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5t^2\hat{k}$  is

i)  $20\hat{k}$

ii)  $10\hat{k}$

iii)  $5\hat{k}$

iv)  $12\hat{k}$

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध करें कि  $\sin^{-1} x = \tan^{-1} [x / \sqrt{1-x^2}]$ . 1

ख) सदिश  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 1

ग) सदिशों  $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$  और  $\vec{b} = -2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  के योगफल की दिक्-कोज्याएँ ज्ञात कीजिए। 1

घ) यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $g: R \rightarrow R$  फलन क्रमशः  $f(x) = \cos x$  तथा  $g(x) = 3x^2$  द्वारा परिभाषित हैं तो  $g \circ f$  ज्ञात कीजिए। 1

ड) यदि दो पासे एक साथ फेंके जाएँ, तो योगफल आठ आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

2. Do all the parts of the following :

a) Prove that  $\sin^{-1} x = \tan^{-1} [x / \sqrt{1-x^2}]$ . 1

b) Find the unit vector along the vector  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ . 1

c) Find the direction-cosines of the sum of the vectors  $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = -2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ . 1

d) If the functions  $f: R \rightarrow R$  and  $g: R \rightarrow R$  are defined as  $f(x) = \cos x$  and  $g(x) = 3x^2$  respectively then find  $g \circ f$ . 1

e) If two dice are thrown together then find the probability of getting the sum eight. 1

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि बिन्दुओं A और B के स्थिति सदिश क्रमशः  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  और  $2\hat{i} + 5\hat{j}$  हैं तो सरल रेखा AB की दिशा में मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 2

ख) यदि सम्बन्ध R इस प्रकार प्रदत्त है कि  $R = \{(4, 5), (1, 4), (4, 6), (7, 6), (3, 7)\}$ , तब  $R^{-1} \circ R^{-1}$  ज्ञात कीजिए। 2

ग) वक्र निकाय  $y = 2mx$  को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए। 2

घ) यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1/4 \\ 0 & 0 \\ 1/2 & 1/8 \end{bmatrix}$  तब सिद्ध कीजिए कि  $|C| = 1$ , जहाँ

$$C = (A')' \cdot B. \quad 2$$

3. Do all the parts of the following :

- a) If the position vectors of the points  $A$  and  $B$  are  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  and  $2\hat{i} + 5\hat{j}$  respectively, then find the unit vector along the straight line  $AB$ . 2
- b) If the relation  $R$  is given by  
 $R = \{ (4, 5), (1, 4), (4, 6), (7, 6), (3, 7) \}$ , then find  $R^{-1} \circ R^{-1}$ . 2
- c) Find the differential equation representing the family of curves  $y = 2mx$ . 2
- d) If  $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1/4 \\ 0 & 0 \\ 1/2 & 1/8 \end{bmatrix}$ , then prove that  $|C| = 1$ , 2

where  $C = (A')' \cdot B$ .

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) बिन्दु  $(5, 2, -4)$  से जाने वाली तथा सदिश  $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$  के समान्तर रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 2
- ख) स्टील की  $6 \text{ m} \times 16 \text{ m}$  की आयताकार चादर के प्रत्येक कोने से  $2x \text{ m}$  लम्बाई के वर्गों को काटकर ढक्कन रहित एक संदूक बनाई जाती है। इस प्रकार बने संदूक का अधिकतम आयतन ज्ञात कीजिए। 2
- ग) यदि  $A$  और  $B$  स्वतन्त्र घटनाएँ हैं तथा  $P(A) = 0.3$  और  $P(B) = 0.4$  तब  $P(B/A)$  ज्ञात कीजिए। 2
- घ) एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष बिन्दु  $A(2, 2, 2)$ ,  $B(2, 1, 3)$  तथा  $C(3, 2, 1)$  हैं। 2

4. Do all the parts of the following :

- a) Find the vector equation of a straight line passing through the point  $(5, 2, -4)$  and parallel to the vector  $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$ . 2
- b) Without cover a box is formed by  $6 \text{ m} \times 16 \text{ m}$  rectangular steel sheet on cutting the squares of length  $2x \text{ m}$  from its each corner. Then find the maximum volume of the box. 2
- c) Let  $A$  and  $B$  are independent events and  $P(A) = 0.3$  and  $P(B) = 0.4$  ; then find  $P(B/A)$ . 2
- d) Find the area of a triangle whose vertices are  $A(2, 2, 2)$ ,  $B(2, 1, 3)$  and  $C(3, 2, 1)$ . 2



5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि फलन  $f:N \rightarrow Y$ ,  $f(x)=4x+3$  द्वारा परिभाषित है, जहाँ  $y=\{y \in N: y=4x+3, x \in N \text{ के लिए}\}$  है तो सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है तथा  $f$  का प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कीजिए। 5

ख) आलेखीय विधि द्वारा उद्देश्य फलन  $Z=-50x+20y$  का न्यूनतम मान निम्नलिखित अवरोधों के अंतर्गत ज्ञात कीजिए : 5

$$2x-y \geq -5$$

$$3x+y \geq 3$$

$$2x-3y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

ग) यदि  $A$  तथा  $B$ ,  $n$  क्रम के दो आव्यूह हैं जो व्युत्क्रमणीय हैं तब सिद्ध करें कि  $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ . 5

घ) दो सदिशों  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  के लिए सिद्ध कीजिए कि  $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$  जब  $\vec{a} \neq \vec{0}$  और  $\vec{b} \neq \vec{0}$ . 5

ङ) यदि  $I = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$ , सिद्ध कीजिए कि  $I = \frac{\pi}{12}$ . 5

5. Do all parts of the following :

a) Let function  $f:N \rightarrow Y$  is defined as  $f(x)=4x+3$  where  $y=\{y \in N: y=4x+3 \text{ for } x \in N\}$ . Prove that  $f$  is invertible, also find the inverse of the function  $f$ . 5

b) Find the minimum value of the objective function  $Z=-50x+20y$  by graphical method under the following constraints : 5

$$2x-y \geq -5$$

$$3x+y \geq 3$$

$$2x-3y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

c) If  $A$  and  $B$  are two matrices of order  $n$  which are invertible, then prove that

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}.$$

5

- d) For the two vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ , prove that  $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$  when  $\vec{a} \neq \vec{0}$  and  $\vec{b} \neq \vec{0}$ . 5

- e) If  $I = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$ , then prove that  $I = \frac{\pi}{12}$ . 5

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, सिद्ध कीजिए कि फलन  $f$  एक संतत फलन है। 5

- ख) एक कार समय  $t = 0$  पर बिन्दु  $P$  से चलना प्रारम्भ करके बिन्दु  $Q$  पर रुक जाती है। कार द्वारा  $t$  सेकण्ड में तय की गई दूरी,  $x$  मीटर में  $x = t^2 \left( 3 - \frac{t}{2} \right)$  द्वारा प्रदत्त है। कार को  $Q$  तक पहुँचने में लगा समय ज्ञात कीजिए और  $P$  तथा  $Q$  के बीच की दूरी भी ज्ञात कीजिए। 5

- ग) रेखाओं  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  और  $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$  के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। <https://www.upboardonline.com> 5

- घ) यदि  $y = \cos^{-1} x$  है तो दर्शाइए कि  $(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$ . 5

- ङ) यदि  $x, y, z$  तीन स्वतन्त्र घटनाएँ हैं तो सिद्ध कीजिए कि

$$P(X \cap Y \cap Z) = P(X) \cdot P\left(\frac{Y}{X}\right) \cdot P\left(\frac{Z}{X \cap Y}\right). \quad 5$$

6. Do all the parts of the following :

- a) If function  $f$  is defined as

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{if } x \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

then prove that  $f$  is continuous. 5

- b) A car is started to move from a point  $P$  at time  $t = 0$  and is stopped at the point  $Q$ . The distance  $x$  metre covered by the car in  $t$  second is given by

$x = t^2 \left( 3 - \frac{t}{2} \right)$ . Find the time required by the car to reach at the point  $Q$  and also find the distance between  $P$  and  $Q$ . 5

- c) Find the shortest distance between the lines  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  and  $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$  5
- d) If  $y = \cos^{-1} x$ , then show that  $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$ . 5
- e) If  $x, y, z$  are three independent events, then prove that  $P(X \cap Y \cap Z) = P(X) \cdot P\left(\frac{Y}{X}\right) \cdot P\left(\frac{Z}{X \cap Y}\right)$ . 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- क) आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$  के लिए दर्शाइए कि  $A^3 - 6A^2 + 5A + 11I = 0$  है। इसकी सहायता से  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए। 8

ख) निम्नलिखित समीकरण निकाय

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

7. Do any one part of the following :

- a) For matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$  show that  $A^3 - 6A^2 + 5A + 11I = 0$  and with the help of this find  $A^{-1}$ . 8
- b) Solve the following system of equations by matrix method :  $2x + 3y + 3z = 5$   
 $x - 2y + z = -4$   
 $3x - y - 2z = 3$  8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- क) हल कीजिए :  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{2x+2y+3}$ . 8

- ख) हल कीजिए :  $(1+y^2)dx = (\tan^{-1} y - x) dy$ . 8

8. Do any one part of the following :

- a) Solve :  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{2x+2y+3}$ . 8

- b) Solve :  $(1+y^2)dx = (\tan^{-1} y - x) dy$ . 8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि  $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\frac{1+\cos 4x}{2}} dx = 1.$

8

ख) यदि  $I = \int_0^{\pi} \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ , तो  $I$  का मान ज्ञात कीजिए।

8

9. Do any one part of the following :

a) Prove that  $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\frac{1+\cos 4x}{2}} dx = 1.$

8

b) If  $I = \int_0^{\pi} \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ , find the value of  $I$ .

8

324(JD) - 73,940

P

P029662

अनुक्रमांक

नाम

131

324(JC)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट ]

[ पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) All questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) मान लीजिए  $A = \{2, 3, 4, 5\}$  तथा सभी  $(a, b) \in A \times A$ , एक सम्बन्ध

$R = \{(a, b) : a - b = 12\}$  से परिभाषित है। तब एक समुच्चय  $B \subset A \times A$  ऐसा है कि

i)  $B = \phi$

ii)  $B \neq \phi$

iii)  $B = \{2, 3\}$

iv)  $B = \{2, 4, 5\}$

ख) यदि फलन  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(x) = x - 1 \forall x > 2$  द्वारा परिभाषित है और  $f(1) = f(2) = 1$ , तब  $f$  है

i) एकैकी तथा आच्छादक

ii) आच्छादक परन्तु एकैकी नहीं

iii) बहुएक परन्तु आच्छादक नहीं

iv) न तो एकैकी न ही आच्छादक

ग) यदि  $\int x \log x \, dx = \frac{x^2}{2} f(x) - \frac{x^2}{4} + c$  है तब  $f(x)$  है

i)  $(\log x)^{-1}$

ii)  $(2 \log x)^{-1}$

iii)  $3 \log x$

iv)  $\log x$

घ) यदि  $y = 5x^2 + 4$ , तब बिन्दु  $(2, 1)$  पर ढाल है

i)  $3/2\sqrt{14}$

ii)  $1/2\sqrt{14}$

iii) 20

iv) 1

ङ) सदिश फलन  $\vec{f}(t) = t\hat{i} + t^2\hat{j} + 5\hat{k}$  के बिन्दु  $t = 1$  पर प्रवणता है

i)  $\hat{i} + 2\hat{j}$

ii)  $\hat{i} + 3\hat{j}$

iii)  $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

iv)  $\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$

1. Attempt all the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :

a) Suppose that  $A = \{2, 3, 4, 5\}$  and all  $(a, b) \in A \times A$ , are defined by a relation  $R = \{(a, b) : a - b = 12\}$ . Then there exists a set  $B \subset A \times A$  such that

i)  $B = \phi$

ii)  $B \neq \phi$

iii)  $B = \{2, 3\}$

iv)  $B = \{2, 4, 5\}$

b) If the function  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , is defined by  $f(x) = x - 1 \forall x > 2$  and  $f(1) = f(2) = 1$ , then  $f$  is

i) one-one and onto

ii) onto but not one-one

iii) many one but not onto

iv) neither one-one nor onto

- c) If  $\int x \log x \, dx = \frac{x^2}{2} f(x) - \frac{x^2}{4} + c$ , then  $f(x)$  is
- i)  $(\log x)^{-1}$  ii)  $(2 \log x)^{-1}$  iii)  $3 \log x$  iv)  $\log x$  1
- d) If  $y = 5x^2 + 4$ , then at the point  $(\sqrt{2}, 1)$ , the slope is
- i)  $3/2\sqrt{14}$  ii)  $1/2\sqrt{14}$  iii) 20 iv) 1 1
- e) The vector function is given by  $\vec{f}(t) = t\hat{i} + t^2\hat{j} + 5\hat{k}$ , then at point  $t = 1$  the slope is
- i)  $\hat{i} + 2\hat{j}$  ii)  $\hat{i} + 3\hat{j}$  iii)  $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  iv)  $\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$  1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) सिद्ध कीजिए कि  $\sin^{-1} x = \cos^{-1} \sqrt{1-x^2}$ . 1
- ख) Z-अक्ष का दिक्-कोज्या ज्ञात कीजिए। 1
- ग) सदिश  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$  का सदिश  $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 1
- घ)  $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$  का मान ज्ञात कीजिए। 1
- ड) सिद्ध कीजिए कि  $0 \leq P(E) \leq 1$ , जहाँ घटना  $E$  के होने की प्रायिकता  $P(E)$  है। 1

2. Do all the parts of the following :

- a) Prove that  $\sin^{-1} x = \cos^{-1} \sqrt{1-x^2}$ . 1
- b) Find the direction cosine of Z-axis. 1
- c) Obtain the projection of the vector  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$  on the vector  $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ . 1
- d) Find the value of  $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ . 1
- e) Prove that  $0 \leq P(E) \leq 1$ , where  $P(E)$  is the probability of the event  $E$ . 1

[ Turn over

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क)  $x$  और  $y$  संख्याओं को ज्ञात कीजिए यदि क्रमित युग्म  $(2x-3, -5)$  और  $(x, y-1)$  बराबर हों।

2

ख) वक्र समूह  $y = \frac{2ce^{2x}}{1+ce^{2x}}$  का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

2

ग) दो सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के परिमाण क्रमशः  $\sqrt{3}$  और 4 हैं और  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ , तब सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

2

घ) यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1/4 \\ 0 & 0 \\ 1/2 & 1/8 \end{bmatrix}$ , तब सिद्ध कीजिए कि  $(A')' \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

2

3. Do all the parts of the following :

a) If the ordered pairs  $(2x-3, -5)$  and  $(x, y-1)$  are equal, then find the numbers  $x$  and  $y$ .

2

b) Obtain the differential equation of the family of curves  $y = \frac{2ce^{2x}}{1+ce^{2x}}$ .

2

c) The modulus of two vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are  $\sqrt{3}$  and 4 respectively, and  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ . Then find the angle between the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ .

2

d) If the matrices  $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1/4 \\ 0 & 0 \\ 1/2 & 1/8 \end{bmatrix}$ ,

then prove that  $(A')' \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

2

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) एक समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ सदिश  $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$  द्वारा निर्धारित हैं।

2

ख) स्टील की  $3 \text{ m} \times 8 \text{ m}$  की आयताकृति चादर के प्रत्येक कोने से  $x \text{ m}$  लम्बाई के वर्गों को काटकर ढक्कन रहित संदूक बनाई जाती है। इस प्रकार बने संदूक का अधिकतम आयतन ज्ञात कीजिए।

2



ग) किसी व्यक्ति ने एक निर्माण कार्य का ठेका लिया है। हड़ताल होने की प्रायिकता 0.65 है। हड़ताल न होने की तथा हड़ताल होने की स्थितियों में निर्माण कार्य के समयानुसार पूर्ण होने की प्रायिकताएँ क्रमशः 0.80 तथा 0.32 हैं। निर्माण कार्य समयानुसार पूर्ण होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

घ) एक त्रिभुज ( $\Delta ABC$ ) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष बिन्दु  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(1, 2, 3)$  तथा  $C(2, 3, 1)$  हैं। 2

4. Do all the parts of the following :

a) Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are the vectors  $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ . 2

b) A box is formed by 3 m  $\times$  8 m rectangular steel-sheet on cutting the squares of length  $x$  m from its each corner to form the box without cover. Then find the maximum volume of the box so formed. 2

c) A person has a contract of construction. The probability of being a strike is 0.65. The probabilities of completing the construction work on time in both conditions are 0.80 and 0.32 whether the strike is not happened and it is happened respectively. Then find the probability of completing the construction work in due time. <https://www.upboardonline.com> 2

d) Find the area of a triangle ( $\Delta ABC$ ) whose vertices are  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(1, 2, 3)$  and  $C(2, 3, 1)$ . 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि फलन  $f: [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin x$  तथा फलन  $g: [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \cos x$  द्वारा परिभाषित है तब सिद्ध कीजिए कि  $f$  तथा  $g$  एकैकी हैं, परंतु  $f + g$  एकैकी नहीं है। 5

ख) निम्नलिखित अवरोधों के अंतर्गत  $Z = 3x + 2y$  का न्यूनतमीकरण आलेखीय विधि से कीजिए :  $x + 2y \leq 10$ ,  $3x + y \leq 15$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ . 5

ग) यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  है तो दर्शाइए कि  $A^2 - 5A + 7I = 0$  है। इसकी सहायता से  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए। 5

घ) फलन  $x^{\cos x}$  को  $x$  के सापेक्ष अवकलित कीजिए। 5

ड) वक्रों के समूह  $y = a \sin(x + b)$ , जिसमें  $a, b$  स्वेच्छ अचर हैं, को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

5. Do all parts of the following :

a) If the function  $f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$  is given by  $f(x) = \sin x$  and function  $g: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$  is given by  $g(x) = \cos x$  then prove that  $f$  and  $g$  are one-one but  $f + g$  is not one-one.

b) Minimize  $Z = 3x + 2y$  by graphical method under the following constraints  $x + 2y \leq 10, 3x + y \leq 15, x \geq 0, y \geq 0$ .

c) If  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ , then show that  $A^2 - 5A + 7I = 0$ . Using this obtain  $A^{-1}$ .

d) Differentiate the function  $x^{\cos x}$  with respect to  $x$ .

e) Find the differential equation of the family of curves denoted by  $y = a \sin(x + b)$ , where  $a$  and  $b$  are arbitrary constants.

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) रेखाओं  $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$  और

$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$  के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

ख) एक कार समय  $t = 0$  पर बिन्दु  $P$  से चलना प्रारम्भ करके बिन्दु  $Q$  पर रुक जाती है। कार द्वारा  $t$  सेकण्ड में तय की गई दूरी  $x$  मीटर  $x = t^2 \left(2 - \frac{t}{3}\right)$  द्वारा प्रदत्त है। कार को  $Q$  तक पहुँचने में लग समय ज्ञात कीजिए और  $P$  तथा  $Q$  के बीच की दूरी भी ज्ञात कीजिए।

ग) वक्र  $y = x^2$  एवं रेखा  $y = 16$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

घ) यदि  $y = \sin^{-1} x$  है तो दर्शाइए  $(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$ .

ङ) यदि  $E_1$  तथा  $E_2$  परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं तो सिद्ध करें कि

$$P(E_1) + P(E_2) = P(E_1 \cup E_2) + P(E_1 \cap E_2).$$

6. Do all the parts of the following :

a) Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ and } \vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}). \quad 5$$

b) A car is started from a point P at time  $t = 0$  and is stopped at the point Q. The distance  $x$  metre covered by the car in  $t$  second is given by  $x = t^2 \left( 2 - \frac{t}{3} \right)$ . Find the time required by the car to reach at point Q and also find the distance between P and Q. 5

c) Find the area enclosed by the curve  $y = x^2$  and the line  $y = 16$ . 5

d) If  $y = \sin^{-1} x$ , then prove that  $(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$ . 5

e) If  $E_1$  and  $E_2$  are mutually exclusive events, then prove that

$$P(E_1) + P(E_2) = P(E_1 \cup E_2) + P(E_1 \cap E_2). \quad 5$$

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$  तब  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए। 8

ख) निम्नलिखित समीकरण निकाय

$$x + y + 2z = 1,$$

$$3x + 2y + z = 7,$$

$$2x + y + 3z = 2$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

7. Do any one part of the following :

a) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ , then find  $A^{-1}$ . 8

b) Solve the following system of equations by matrix method :

$$x + y + 2z = 1,$$

$$3x + 2y + z = 7,$$

$$2x + y + 3z = 2.$$

8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) हल कीजिए :  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y-3}{2x+y-3}$

8

ख) हल कीजिए :  $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$

8

8. Do any one part of the following :

a) Solve :  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y-3}{2x+y-3}$

8

b) Solve :  $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$

8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध करें कि  $\int_0^{\pi} \sqrt{\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)} dx = 2$

8

ख) सिद्ध करें कि  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{12}$

8

9. Do any one part of the following :

a) Prove that  $\int_0^{\pi} \sqrt{\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)} dx = 2$

8

b) Prove that  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{12}$

8

U

324(JC) - 73,940

अनुक्रमांक .....

068015

नाम .....

131

324(JB)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट ]

[ पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) समस्त त्रिभुजों के समुच्चय  $A$  में,  $R = \{(T_1, T_2) : T_1, T_2 \text{ के समरूप है}\}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध  $R$

i) स्वतुल्य और सममित है, किन्तु संक्रामक नहीं

ii) स्वतुल्य और संक्रामक है, किन्तु सममित नहीं

iii) सममित और संक्रामक है, किन्तु स्वतुल्य नहीं

iv) स्वतुल्य है, सममित है और संक्रामक भी है

1

ख) माना  $[x]$  उस महत्तम पूर्णांक को प्रकट करता है, जो  $x$  से कम या उसके बराबर है। तब  $f(x) = [x]$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: R \rightarrow R$  होगा

i) एकैकी और आच्छादक

ii) एकैकी, किन्तु आच्छादक नहीं

iii) आच्छादक, किन्तु एकैकी नहीं

iv) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

1

ग) अवकल समीकरण  $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \log x \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 5y = \cos x$  की कोटि है

i) 2

ii) 3

iii) 5

iv) 6

1

घ) यदि बिन्दुओं  $P$  और  $Q$  के निर्देशांक क्रमशः  $(2, 3, 0)$  एवं  $(-1, -2, -4)$  हों, तो सदिश

$\vec{PQ}$  होगा

i)  $-3\hat{i} - 5\hat{j} + 4\hat{k}$

ii)  $3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$

iii)  $-3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k}$

iv)  $3\hat{i} + 5\hat{j} - 4\hat{k}$

1

ङ) यदि  $2X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$  तथा  $Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ , तो  $X$  होगा

i)  $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$

ii)  $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

iii)  $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

iv)  $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

1

1. Attempt all the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :

- a) The relation  $R$ , defined by  $R = \{ (T_1, T_2) : T_1 \text{ is similar to } T_2 \}$ ,  
in the set  $A$  of all triangles, is  
i) reflexive and symmetric, but not transitive  
ii) reflexive and transitive, but not symmetric  
iii) symmetric and transitive, but not reflexive  
iv) reflexive, symmetric and also transitive 1
- b) Let  $[x]$  represents the greatest integer which is less than or equal to  $x$ . Then  
the function  $f: R \rightarrow R$  defined by  $f(x) = [x]$  will be  
i) One-one and onto ii) One-one, but not onto  
iii) Onto, but not one-one iv) Neither one-one nor onto 1
- c) The order of the differential equation  
 $\left( \frac{d^3 y}{dx^3} \right)^2 + \log x \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3 + 5y = \cos x$  will be  
i) 2 ii) 3 iii) 5 iv) 6 1
- d) If the coordinates of the points  $P$  and  $Q$  are respectively  $(2, 3, 0)$  and  
 $(-1, -2, -4)$ , the vector  $\vec{PQ}$  will be  
i)  $-3\hat{i} - 5\hat{j} + 4\hat{k}$  ii)  $3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$   
iii)  $-3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k}$  iv)  $3\hat{i} + 5\hat{j} - 4\hat{k}$  1
- e) If  $2X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$  and  $Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ , then  $X$  will be  
i)  $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$  ii)  $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$  iii)  $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$  iv)  $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$  1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क)  $\operatorname{cosec}^{-1}(-\sqrt{2})$  का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। 1
- ख) जाँच कीजिए कि क्या  $f(x) = x^2 - \sin x + 5$  द्वारा परिभाषित फलन  $x = \pi$  पर सतत है। 1
- ग)  $\int \operatorname{cosec} x (\operatorname{cosec} x + \cot x) dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 1

घ) यदि  $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$  और  $P(A/B) = \frac{2}{5}$  तो  $P(A \cup B)$  ज्ञात कीजिए।

ड)  $y$ -अक्ष की दिक्-कोज्यायें ज्ञात कीजिए।

2. Do all the parts of the following :

a) Find the principal value of  $\operatorname{cosec}^{-1}(-\sqrt{2})$ .

b) Test whether the function defined by  $f(x) = x^2 - \sin x + 5$  is continuous at  $x = \pi$ .

c) Evaluate :  $\int \operatorname{cosec} x (\operatorname{cosec} x + \cot x) dx$ .

d) If  $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$  and  $P(A/B) = \frac{2}{5}$ , then find  $P(A \cup B)$ .

e) Find the direction-cosines of the  $y$ -axis.

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क)  $x$  के सापेक्ष  $x^{\sin x}$  का अवकलन कीजिए, जबकि  $x > 0$  है।

ख)  $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 - a^2)}}$  का मान ज्ञात कीजिए।

ग) मान लीजिए कि समुच्चय  $N \times N$  में एक सम्बन्ध  $R$  निम्नवत् परिभाषित है :

$(a, b) R (c, d)$  यदि और केवल यदि  $a + d = b + c$ .

सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है।

घ) सदिश  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  का, सदिश  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

3. Do all the parts of the following :

a) Differentiate  $x^{\sin x}$  with respect to  $x$ , while  $x > 0$ .

b) Evaluate :  $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 - a^2)}}$ .

c) Let a relation  $R$  be defined in the set  $N \times N$  as follows :

$(a, b) R (c, d)$  if and only if  $a + d = b + c$ .

Prove that  $R$  is an equivalence relation.

d) Find the projection of the vector  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  on the vector  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ .



4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क)  $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

ख) यादृच्छया चुने गये किसी अधिवर्ष में 53 मंगलवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

ग) यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ , तो सत्यापित कीजिए कि  $A'A = I$ . 2

घ) दर्शाइए कि प्रदत्त फलन  $f$ ,  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ ,  $x \in R$ ,  $R$  में वर्धमान फलन है। 2

4. Do all the parts of the following :

a) Evaluate :  $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$ . 2

b) In a leap year, selected at random, find the probability that there are 53 Tuesdays. 2

c) If  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ , verify that  $A'A = I$ . 2

d) Show that the given function  $f$ ,  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ ,  $x \in R$  is an increasing function in  $R$ . 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सारणिक  $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए। 5

ख) यदि  $y = (\tan^{-1} x)^2$ , दर्शाइए कि  $(x^2+1)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(x^2+1) \frac{dy}{dx} = 2$ . 5

ग) रेखाएँ, जिनके सदिश समीकरण  $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$  और  $\vec{r} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$  है, के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

घ) सिद्ध कीजिए कि  $\tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \cos^{-1} x$ , जहाँ  $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$ . 5

ड) अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  ( $x \neq 0$ ) का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 5

5. Do all the parts of the following :

a) Find the value of the determinant  $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix}$ . 5

b) If  $y = (\tan^{-1} x)^2$ , show that  $(x^2 + 1)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} = 2$ . 5

c) Find the shortest distance between the lines whose vector equations are

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ and } \vec{r} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}).$$
 5

d) Prove that  $\tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \cos^{-1} x$ , where  $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$ . 5

e) Find the general solution of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  ( $x \neq 0$ ).

<https://www.upboardonline.com>

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) एक पासे को दो बार उछाला गया और प्रकट हुई संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबन्ध प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

ख) व्यवरोधों  $x + y \leq 1, -x + y \leq 0, x \geq 0, y \geq 0$  के अन्तर्गत  $Z = x + 2y$  का आलेखीय विधि से अधिकतमीकरण कीजिए। 5

ग) उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसके विकर्ण  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$  हैं। 5

घ) यदि दो इकाई सदिशों  $\hat{a}$  और  $\hat{b}$  के बीच का कोण  $\theta$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$ . 5

ङ) एक पाइप से रेत 12 सेमी<sup>3</sup>/सेकण्ड की दर से गिर रही है। गिरती रेत जमीन पर एक ऐसा शंकु बनाती है जिसकी ऊँचाई सदैव आधार की त्रिज्या का छठा भाग है। रेत से बने शंकु की ऊँचाई किस दर से बढ़ रही है जबकि ऊँचाई 4 सेमी है ? 5

6. Do all the parts of the following :

- a) A die was thrown twice and the sum of the numbers which appeared was found to be 6. Find the conditional probability that the number 4 appears at least once. 5

- b) Maximize  $Z = x + 2y$  by graphical method under the constraints  $x + y \leq 1, -x + y \leq 0, x \geq 0, y \geq 0$ . 5

- c) Find the area of the parallelogram whose diagonals are  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ . 5

- d) If  $\theta$  be the angle between two unit vectors  $\hat{a}$  and  $\hat{b}$ , prove that  $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$ . 5

- e) Sand is falling from a pipe at the rate of  $12 \text{ cm}^3/\text{second}$ . The falling sand forms such a cone on the ground that its height is always one-sixth of the radius of its base. At which rate is the height of the cone formed by sand increasing while its height is 4 cm? 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- क) निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$2x + y + z = 1$$

$$x - 2y - z = \frac{3}{2}$$

$$3y - 5z = 9.$$

8

- ख) यदि  $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $F(x) F(y) = F(x+y)$ . 8

7. Do any one part of the following :

- a) Solve by matrix method the following system of equations :

$$2x + y + z = 1$$

$$x - 2y - z = \frac{3}{2}$$

$$3y - 5z = 9.$$

8

$$\begin{array}{r} 56 \\ 14 \\ \hline 90 \end{array} \quad 2 \quad \begin{array}{r} 220 + 910 \\ \hline 790 \end{array}$$

b) If  $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , prove that  $F(x) F(y) = F(x+y)$ . 8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए:

क) सिद्ध कीजिए कि दी हुई तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्धशीर्ष कोण  $\tan^{-1} \sqrt{2}$  होता है। 8

ख) सिद्ध कीजिए कि  $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log 2$ . 8

8. Do any one part of the following :

a) Prove that the semi-vertical angle of the cone of given slant height and maximum volume is  $\tan^{-1} \sqrt{2}$ . 8

b) Prove that  $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log 2$ . 8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 8

ख) अवकल समीकरण  $y - x \frac{dy}{dx} = x + y \frac{dy}{dx}$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 8

9. Do any one part of the following :

a) Find the area of the region bounded by the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ . 8

b) Find the general solution of the differential equation  $y - x \frac{dy}{dx} = x + y \frac{dy}{dx}$ . 8

अनुक्रमांक

नाम .

131

324(JA)

P  
2025  
4962  
गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट ]

[ पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) All questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  में  $R = \{(a, b) : b = a + 2\}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध है

- i) स्वतुल्य और सममित नहीं, किन्तु संक्रामक
- ii) स्वतुल्य और संक्रामक नहीं, किन्तु सममित
- iii) सममित और संक्रामक नहीं, किन्तु स्वतुल्य
- iv) स्वतुल्य नहीं, सममित नहीं और न ही संक्रामक

ख) यदि आव्यूहों  $A$  और  $B$  की कोटियाँ क्रमशः  $m \times n$  और  $n \times p$  हों, तो  $AB$  की कोटि होगी

- i)  $m \times p$
- ii)  $p \times m$
- iii)  $m \times n$
- iv)  $n \times p$

ग) अवकल समीकरण

$$7\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 5\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x\frac{dy}{dx} + y = 0$$

- i) 3
- ii) 2
- iii) 6
- iv) 5

घ) सदिश  $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  की दिक्-कोज्याएँ हैं

- i)  $(1, 1, -2)$
- ii)  $(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{2}{\sqrt{6}})$
- iii)  $(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}})$
- iv)  $(-\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}})$

ड) यदि  $R^*$  सभी शून्येतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय हो, तो  $f(x) = \frac{1}{x}$  द्वारा परिभाषित प्रतिचित्रण

$$f: R^* \rightarrow R^*$$

- i) एकैकी और आच्छादक
- ii) बहु-एक और आच्छादक
- iii) एकैकी, किन्तु आच्छादक नहीं
- iv) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

1. Do all the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :

a) The relation  $R = \{(a, b) : b = a + 2\}$  defined in the set  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  is

- i) not reflexive and symmetric, but transitive
- ii) not reflexive and transitive, but symmetric
- iii) not symmetric and transitive, but reflexive
- iv) not reflexive, not symmetric and not also transitive

b) If the orders of the matrices  $A$  and  $B$  are  $m \times n$  and  $n \times p$  respectively, then the order of  $AB$  will be

- i)  $m \times p$       ii)  $p \times m$       iii)  $m \times n$       iv)  $n \times p$       1

c) The degree of the differential equation

$$7\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 5\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x\frac{dy}{dx} + y = 0 \text{ will be}$$

- i) 3      ii) 2      iii) 6      iv) 5      1

d) The direction cosines of the vector  $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  are

- i)  $(1, 1, -2)$       ii)  $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$   
 iii)  $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$       iv)  $\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$       1

e) If  $R^*$  be the set of all non-zero real numbers, then the mapping  $f: R^* \rightarrow R^*$  defined by  $f(x) = \frac{1}{x}$  is

- i) one-one and onto      ii) many-one and onto  
 iii) one-one, but not onto      iv) neither one-one nor onto      1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क)  $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  का मुख्य मान ज्ञात कीजिए ।      1

ख) जाँच कीजिए कि क्या

$$f(x) = \begin{cases} x+5, & \text{यदि } x \leq 1 \\ x-5 & \text{यदि } x > 1 \end{cases} \text{ द्वारा}$$

परिभाषित फलन  $f: R \rightarrow R$ ,  $x = 1$  पर संतत है या नहीं।      1

ग)  $\int x^3 e^{x^4} dx$  का मान ज्ञात कीजिए ।      1

घ) यदि  $P(B) = \frac{9}{13}$  और  $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ , तो  $P(A|B)$  ज्ञात कीजिए ।      1

ङ) मान लीजिए कि  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$  और  $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$  है। क्या  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ? क्या सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  समान हैं?      1

2. Do all the parts of the following :

- a) Find the principal value of  $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ .
- b) Test whether the function  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  defined by

$$f(x) = \begin{cases} x+5, & \text{if } x \leq 1 \\ x-5, & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

is continuous at  $x = 1$ .

- c) Find the value of  $\int x^3 e^{x^4} dx$ .

- d) If  $P(B) = \frac{9}{13}$  and  $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ , find  $P(A|B)$ .

- e) Let  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$ . Is  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ? Are the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  equal?

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क)  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए यदि  $y = \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right)$ , जहाँ  $-\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

- ख)  $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx$  का मान ज्ञात कीजिए

- ग) यदि  $R_1$  और  $R_2$  समुच्चय  $A$  में तुल्यता सम्बन्ध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि  $R_1 \cap R_2$  भी समुच्चय  $A$  में एक तुल्यता सम्बन्ध है।

- घ) यदि दो सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  इस प्रकार हैं कि  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$  और  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ , तो  $|\vec{a} - \vec{b}|$  ज्ञात कीजिए।

3. Do all the parts of the following :

- a) Find the value of  $\frac{dy}{dx}$  if  $y = \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right)$ , where  $-\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

- b) Find the value of  $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx$ .

- c) If  $R_1$  and  $R_2$  are equivalence relations in the set  $A$ , prove that  $R_1 \cap R_2$  is also an equivalence relation in  $A$ .

- d) If two vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are such that  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$  and  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ , find  $|\vec{a} - \vec{b}|$ .



4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) एक रेखा का कार्तीय समीकरण  $\frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+6}{2}$  है। इसका सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 2
- ख) एक पासे को एक बार उछाला जाता है। यदि घटना 'पासे पर प्राप्त संख्या 3 की अपवर्त्य है' को  $E$  से और 'पासे पर प्राप्त संख्या सम है' को  $F$  से निरूपित किया जाये, तो बताइए कि क्या घटनाएँ  $E$  और  $F$  स्वतन्त्र हैं। 2
- ग) यदि  $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  तो  $(A+2B)'$  ज्ञात कीजिए। 2
- घ) दिखाइए कि फलन  $f(x) = \log \sin x$  अन्तराल  $(0, \frac{\pi}{2})$  में वर्धमान और  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$  में हासमान है। 2

4. Do all the parts of the following :

- a) The Cartesian equation of a line is  $\frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+6}{2}$ . Find its vector equation. 2
- b) A die is thrown once. If the event 'the number obtained on the die is a multiple of 3' is represented by  $E$  and 'the number obtained on the die is even' is represented by  $F$ , tell whether the events  $E$  and  $F$  are independent. 2
- c) If  $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ , find  $(A+2B)'$ . 2
- d) Show that the function  $f(x) = \log \sin x$  is increasing in the interval  $(0, \frac{\pi}{2})$  and decreasing in  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ . 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) सारणिक  $\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए। 5
- ख) यदि  $y = x^{x^{\dots}}$  अनन्त तक, तो सिद्ध कीजिए कि  $x \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1 - y \log x}$ . 5

ग)  $\int \sqrt{3-2x-x^2} dx$  का मान ज्ञात कीजिए ।

5

घ) सिद्ध कीजिए कि  $\cot^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} \right) = \frac{x}{2}, x \in (0, \pi/4)$ .

5

ङ) अवकल समीकरण  $xy \frac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$  के लिए बिन्दु  $(1, -1)$  से गुजरने वाला वक्र ज्ञात कीजिए ।

5

5. Do all parts of the following :

a) Find the value of the determinant  $\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix}$ .

5

b) If  $y = x^{x^{x^{\dots}}}$  to infinity, prove that  $x \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1-y \log x}$ .

5

c) Evaluate :  $\int \sqrt{3-2x-x^2} dx$

5

d) Prove that  $\cot^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} \right) = \frac{x}{2}, x \in (0, \pi/4)$

5

e) For the differential equation  $xy \frac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$ ,

find the curve passing through the point  $(1, -1)$ .

5

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) किसी व्यक्ति ने एक निर्माण कार्य का ठेका लिया है। हड़ताल होने की प्रायिकता 0.65 है। हड़ताल न होने की तथा हड़ताल होने की स्थितियों में निर्माण कार्य के समयानुसार पूर्ण होने की प्रायिकतायें क्रमशः 0.80 तथा 0.32 हैं। निर्माण कार्य के समयानुसार पूर्ण होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

5

ख) निम्नलिखित व्यरोधों के अन्तर्गत  $200x + 500y$  का न्यूनतमीकरण आलेखीय विधि से कीजिए :

$$x+2y \geq 0, 3x+4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0.$$

5

ग) रेखायें, जिनके सदिश समीकरण निम्नलिखित हैं, के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k} \text{ और } \vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k} \quad 5$$

घ) दो सदिशों  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  के लिए सिद्ध कीजिए कि  $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ . 5

ड) हल कीजिए :  $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$ . 5

6. Do all the parts of the following :

a) A person has taken the contract of a construction work. The probability of strike is 0.65. The probabilities of the construction work being completed on time in the circumstances of no strike and strike are respectively 0.80 and 0.32. Find the probability of the construction work being completed on time. 5

b) Minimize  $Z = 200x + 500y$  by graphical method subject to the following constraints :

$$x + 2y \geq 0, 3x + 4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0. \quad 5$$

c) Find the shortest distance between the lines whose vector equations are the following : <https://www.upboardonline.com>

$$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k} \text{ and } \vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k} \quad 5$$

d) For two vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  prove that  $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ . 5

e) Solve :  $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$ . 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ , तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए ।

$A^{-1}$  का प्रयोग करके निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3. \quad 8$$

ख) यदि  $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$  तथा  $\alpha$  कोटि 2 का तत्समक आव्यूह है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad 8$$

7. Do any one part of the following :

a) If  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ , find  $A^{-1}$ .

Using  $A^{-1}$  solve the following system of equations :

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3.$$

b) If  $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$  and  $I$  is the identity matrix of order 2, prove that

$$I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}.$$

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि दिये हुए पृष्ठ और महत्तम आयतन वाले लम्ब वृत्तीय शंकु का अर्धशीर्ष कोण  $\sin^{-1}(1/3)$  होता है।

ख) सिद्ध कीजिए कि  $\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$ .

8. Do any one part of the following :

a) Prove that the semi-vertical angle of a right circular cone of given surface and maximum volume is  $\sin^{-1}(1/3)$ .

b) Prove that  $\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$ .

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

ख) हल कीजिए :  $(\tan^{-1} y - x) dy = (1 + y^2) dx$ .

9. Do any one part of the following :

a) Find the area of the region bounded by the ellipse  $\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$ .

b) Solve :  $(\tan^{-1} y - x) dy = (1 + y^2) dx$ .

131

324(IZ)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

Note : First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.

सामान्य निर्देश :

- इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।
- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के प्रारंभ में स्पष्टतः उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।
- प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
- प्रथम प्रश्न से आरंभ कीजिए और अंत तक करते जाइए।
- जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

General Instructions :

- There are in all **nine** questions in this question paper.
- All** questions are compulsory.
- In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.
- Marks allotted to the questions are indicated against them.
- Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.
- Do not waste your time over a question you cannot solve.



1. सभी खण्ड कीजिए :

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए।

(क) किस बिन्दु पर वक्र  $y^2 = 4x$  तथा रेखा  $y = x + 3$  की ढाल बराबर होगी ?

(A) (1, 2)

(B) (2, 1)

(C) (-1, 2)

(D) (1, -2)

(ख) यदि सदिश  $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ , सदिश  $5\hat{i} - \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$  पर लम्बवत् है, तो  $\lambda$  का मान है :

(A) 3

(B) 0

(C) 4

(D) 6

(ग) यदि A एक वर्ग आव्यूह है तथा  $A^2 = A$  है, तो  $(A + I)^3 - 7A$  होगा :

(A) A

(B) 3A

(C) I - A

(D) I

(घ)  $\int \cos^2 x \sin x \, dx$  का मान होगा।

1

(A)  $-\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{4} + C$

(B)  $-\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{x}{4} + C$

(C)  $\cos^2 x - \sin^2 x + C$

(D)  $\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{2} + C$

(ङ) फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x \, \forall x \in \mathbb{R}$  द्वारा परिभाषित है, तो फलन  $f$  होगा :

1

(A) एकैकी नहीं

(B) आच्छादक नहीं

(C) आच्छादक

(D) बहु-एकैकी

Do all the parts :

Select the correct option of each part and write it on your answer-book.

(a) At which point the slope of the curve  $y^2 = 4x$  is equal to the slope of the line  $y = x + 3$  ?

1

(A) (1, 2)

(B) (2, 1)

(C) (-1, 2)

(D) (1, -2)

- (b) If the vector  $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$  is perpendicular to the vector  $5\hat{i} - \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$ , then of  $\lambda$  is :
- (A) 3  
(B) 0  
(C) 4  
(D) 6
- (c) If  $A$  is a square matrix and  $A^2 = A$ , then  $(A + I)^3 - 7A$  will be :
- (A)  $A$   
(B)  $3A$   
(C)  $I - A$   
(D)  $I$
- (d) The value of  $\int \cos^2 x \, dx$  will be :
- (A)  $-\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{4} + C$   
(B)  $-\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{x}{4} + C$   
(C)  $\cos^2 x - \sin^2 x + C$   
(D)  $\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{2} + C$
- (e) A function  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is defined by  $f(x) = 3x \, \forall x \in \mathbb{R}$ , then function  $f$  will be
- (A) Not one-one  
(B) Not onto  
(C) Onto  
(D) Many-one



2. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि  $y = A + Be^x$  है, तो सिद्ध कीजिए  $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = 0$  जहाँ  $A$  तथा  $B$  अचर हैं। 1

(ख) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1}$  को हल कीजिए। 1

(ग) दर्शाइए कि  $f(x) = |x|$ ,  $x$  के सभी मानों पर संतत है। 1

(घ) दो दी गयी घटनाएँ  $A$  तथा  $B$  ऐसी हैं कि  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$  तथा  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ , तब  $P(A$ -नहीं और  $B$ -नहीं) को ज्ञात कीजिए। 1

(ङ) यदि  $A = \{1, 2\}$  तथा  $B = \{3, 4, 5\}$ , तो  $A$  से  $B$  में सम्बन्धों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए। 1

2. Do all the parts :

(a) If  $y = A + Be^x$ , then prove that  $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = 0$ , where  $A$  and  $B$  are constants. 1

(b) Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1}$ . 1

(c) Show that  $f(x) = |x|$  is continuous for all values of  $x$ . 1

(d) Given any two events  $A$  and  $B$  are such that  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$  and  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ , then find  $P(\text{not } A \text{ and not } B)$ . 1

(e) If  $A = \{1, 2\}$  and  $B = \{3, 4, 5\}$ , then find all number of relations from  $A$  to  $B$ . 1

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि  $y = A \cos \theta + B \sin \theta$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{d^2y}{d\theta^2} = -y$

2

(ख) बिन्दु  $(3, -2, -5)$  से गुजरने वाली तथा सदिश  $(3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$  के समान्तर रेखा का कार्तीय

2

समीकरण ज्ञात कीजिए।

(ग) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = e^x \cos x$  को हल कीजिए।

2

(घ) यदि  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  तथा  $\vec{c}$  सदिश हैं और  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$  है, तो  $(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a})$  का मान ज्ञात

2

कीजिए।

3. Do all the parts :

(a) If  $y = A \cos \theta + B \sin \theta$ , then prove that  $\frac{d^2y}{d\theta^2} = -y$

2

(b) Find the Cartesian equation of a line which passes through point  $(3, -2, -5)$  and parallel to the vector  $(3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ .

2

(c) Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} = e^x \cos x$ .

2

(d) If  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$  are vectors and  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ , then find the value of  $(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a})$ .

2

4. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि  $R_1$  तथा  $R_2$  समुच्चय  $A$  में दो तुल्यता संबंध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि  $(R_1 \cap R_2)$  भी  $A$  में एक तुल्यता सम्बन्ध है।

2

(ख)  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

2

(ग) एक परिवार में दो बच्चे हैं। यह ज्ञात हो कि बच्चों में कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों बच्चों के लड़का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

2

(घ) अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें  $f(x) = x^2 - 4x + 6$  से प्रदत्त फलन  $f$  (i) वर्धमान है (ii) हासमान है।

2

4. Do all the parts :

(a) If  $R_1$  and  $R_2$  be two equivalence relations of a set  $A$ , then prove that  $(R_1 \cap R_2)$  also be an equivalence relation on  $A$ .

2

(b) Find the value of  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$ .

2

(c) There are two children in a family. It is known that there is at least one child is boy, then find the probability that both children are boy.

2

(d) Find the interval in which the given function  $f(x) = x^2 - 4x + 6$  is (i) Increasing (ii) Decreasing.

2

5. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2y & z \\ x & y & -z \\ x & -y & z \end{bmatrix}$ , समीकरण  $AA' = I$  को संतुष्ट करता है, तो  $x, y$  तथा  $z$  के

मानों को ज्ञात कीजिए ।

5

(ख)  $y = x^{\cos x} + (\sin x)^x$  का अवकल गुणांक  $x$  सापेक्ष ज्ञात कीजिए ।

5

(ग) रेखाओं  $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$  और  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

5

(घ) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत  $Z = 3x + y$  का न्यूनतम मान आलेखीय विधि से ज्ञात कीजिए :

$$x + y \leq 8, 3x + 5y \geq 0, x \geq 0, y \geq 0$$

5

(ङ) सिद्ध कीजिए कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \{x \in \mathbb{R} : x \in (-1, 1)\}$  जहाँ  $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$ ,  $x \in \mathbb{R}$  द्वारा परिभाषित फलन एकैकी तथा आच्छादक है ।

5

5. Do all the parts :

(a) If the matrix  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2y & z \\ x & y & -z \\ x & -y & z \end{bmatrix}$ , satisfies the equation  $AA' = I$ , then find the values of  $x, y$  and  $z$ .

5

(b) Find the differential coefficient of  $y = x^{\cos x} + (\sin x)^x$  with respect to  $x$ .

5

(c) Find the shortest distance between the lines  $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$  and  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ .

5

(d) Find the minimum value of  $Z = 3x + y$  by the graphical method under the following constraints :

$$x + y \leq 8, 3x + 5y \geq 0, x \geq 0, y \geq 0$$

5

(e) If a function  $f: \mathbb{R} \rightarrow \{x \in \mathbb{R} : x \in (-1, 1)\}$  is defined as  $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , then prove that  $f$  is one-one and onto.

6

6. सभी खण्ड कीजिए :

(क) दिखाइए कि  $(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$ ,  $(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  तथा  $(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$  एक समकोण त्रिभुज के शीर्षों के स्थिति सदिश हैं।

5

(ख) यदि  $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ ,  $-1 < x < 1$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1-x)^2}$

5

(ग) एक थैले में 10 सफेद तथा 5 काली गेंदें हैं। दो गेंद एक के बाद एक निकाली जाती हैं और पहली गेंद दूसरी को निकालने से पहले वापस नहीं रखी जाती है। मान लीजिए कि थैले में से प्रत्येक गेंद का निकालना समसंभाव्य है, तो दोनों सफेद गेंद निकालने की क्या प्रायिकता है ?

5

(घ) सिद्ध कीजिए कि दो सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लिए सदैव  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$  होता है।

5

(ङ) हल कीजिए :  $\int \frac{3x+5}{x^3-x^2-x-1} dx$

5

6. Do all the parts :

(a) Show that  $(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$ ,  $(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  and  $(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$  are the position vectors of vertices of a right angle triangle. <https://www.upboardonline.com>

5

(b) If  $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ ,  $-1 < x < 1$ , then prove that  $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$

5

(c) There are 10 white and 5 black balls in a bag. Two balls are drawn one by one. First ball is not placed back before the second is taken out. Assume that the taking out of each ball from the bag is equally likely. What is the probability that both balls taken out are white ?

5

(d) Prove that  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$  is always true for any two vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ .

5

(e) Solve :  $\int \frac{3x+5}{x^3-x^2-x+1} dx$

5

कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ , तो सत्यापित कीजिए कि  $A(\text{adj } A) = |A| I$  और  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए। 8

(ख) समीकरण निकाय

$$x + y + z = 2,$$

$$2x + y - 3z = 0$$

$$x - y + z - 4 = 0 \text{ को आव्यूह विधि से हल कीजिए।}$$

7. Do any one part :

(a) If  $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ , then verify that  $A(\text{adj } A) = |A| I$  and find  $A^{-1}$ . 8

(b) Solve the system of equations

$$x + y + z = 2,$$

$$2x + y - 3z = 0$$

$$x - y + z - 4 = 0 \text{ by matrix method.}$$

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए :  $\int_0^{\pi/4} \log_e(1 + \tan \theta) d\theta = \frac{\pi}{8} \log_e 2$  8

(ख) सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अन्तर्गत महत्तम वक्र पृष्ठ वाले लम्ब-वृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है। 8

Do any one part :

(a) Prove that :  $\int_0^{\pi/4} \log_e(1 + \tan \theta) d\theta = \frac{\pi}{8} \log_e 2$

8

(b) Prove that the radius of the right circular cylinder of maximum curved surface inscribed in a cone is half of the radius of the cone.

8

कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) (i) यदि  $y = 600 e^{-7x} + 500 e^{7x}$ , तो दिखाइए कि  $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$

4

(ii) दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

4

(ख) समाकल  $\int \frac{\sec^2 2\theta d\theta}{(\cot \theta - \tan \theta)^2}$  को हल कीजिए।

8

9. Do any one part :

(a) (i) If  $y = 600 e^{-7x} + 500 e^{7x}$ , then show that  $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$

4

(ii) Find the area bounded by the ellipse  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ .

4

(b) Solve the integral  $\int \frac{\sec^2 2\theta d\theta}{(\cot \theta - \tan \theta)^2}$

8

131

324(IY)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

Note : First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.

सामान्य निर्देश :

- इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।
- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के प्रारंभ में स्पष्टतः उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।
- प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
- प्रथम प्रश्न से आरंभ कीजिए और अंत तक करते जाइए।
- जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

General Instructions :

- There are in all nine questions in this question paper.
- All questions are compulsory.
- In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.
- Marks allotted to the questions are indicated against them.
- Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.
- Do not waste your time over a question you cannot solve.





1. सभी खण्ड कीजिए :

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) यदि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$  द्वारा प्रदत्त है, तो  $f \circ f(x)$  बराबर है :

1

(A)  $x^{\frac{1}{3}}$

(B)  $x^3$

(C)  $x$

(D)  $(3 - x^3)$

(ख) समुच्चय  $N$  में सम्बन्ध  $R$  निम्नवत् परिभाषित है :

1

$$R = \{(x, y) : x = y - 3, y > 3\}$$

तब निम्नलिखित में से कौन सही है ?

(A)  $(2, 4) \in R$

(B)  $(5, 8) \in R$

(C)  $(3, 7) \in R$

(D)  $(1, 5) \in R$

(ग)  $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$  का मान होगा :

1

(A)  $\frac{\pi}{3}$

(B)  $\frac{2\pi}{3}$

(C)  $\frac{\pi}{6}$

(D)  $\frac{\pi}{12}$

(घ) अवकल समीकरण  $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} + y \cos x = 0$  की कोटि है :

1

(A) 2

(B) 3

(C) 0

(D) परिभाषित नहीं है।

(ङ)  $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$  का मान है :

1

(A)  $\pi$

(B)  $-\frac{\pi}{3}$

(C)  $\frac{\pi}{3}$

(D)  $\frac{2\pi}{3}$

1. Do all the parts :

Select the correct option of each part and write it on your answer-book.

(a) If  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , is given by  $f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$ , then  $f \circ f(x)$  is equal to :

1

(A)  $x^{\frac{1}{3}}$

(B)  $x^3$

(C)  $x$

(D)  $(3 - x^3)$

(b) A relation R is defined in the set N as follows :

1

$$R = \{(x, y) : x = y - 3, y > 3\}$$

Then which of the following is correct ?

(A)  $(2, 4) \in R$

(B)  $(5, 8) \in R$

(C)  $(3, 7) \in R$

(D)  $(1, 5) \in R$

4628718

(c) The value of  $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$  will be :

1

(A)  $\frac{\pi}{3}$

(B)  $\frac{2\pi}{3}$

(C)  $\frac{\pi}{6}$

(D)  $\frac{\pi}{12}$

4628718

4628718

(d) The order of differential equation  $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} + y \cos x = 0$  is :

1

(A) 2

(B) 3

(C) 0

(D) Not defined

4628718

(e) The value of  $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$  is :

1

(A)  $\pi$

(B)  $-\frac{\pi}{3}$

(C)  $\frac{\pi}{3}$

(D)  $\frac{2\pi}{3}$

2. सभी खण्ड कीजिए :

(क)  $\sec^{-1}(-\sqrt{2})$  का मुख्य मान ज्ञात कीजिए ।

1

(ख) क्या फलन  $f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{यदि } x \leq 1 \\ x-5 & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$   $x = 1$  पर संतत है ?

1

(ग) अवकल समीकरण  $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y \cdot \sin x = 0$  की कोटि एवं घात ज्ञात कीजिए ।

1

(घ) दो बिन्दुओं  $(-2, 4, -5)$  और  $(1, 2, 3)$  को मिलाने वाली रेखा की दिक् कोज्या ज्ञात कीजिए ।

1

(ङ) यदि  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.4$ , तो  $P(A/B)$  का मान ज्ञात कीजिए यदि A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं ।

1

2. Do all the parts :

(a) Find the principal value of  $\sec^{-1}(-\sqrt{2})$ .

1

(b) Does the function  $f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{if } x \leq 1 \\ x-5 & \text{if } x > 1 \end{cases}$  continuous at  $x = 1$  ?

1

- (c) Find the order and degree of differential equation  $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y \cdot \sin x = 0$  1
- (d) Find the direction cosines of a line joining two points  $(-2, 4, -5)$  and  $(1, 2, 3)$ . 1
- (e) If  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.4$ , then find  $P(A/B)$  if A and B are independent events. 1

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  तथा  $A + A' = I$ , तो  $\alpha$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

(ख) यदि  $y = x^{x^{x-\text{ad inf}}}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $x \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1 - y \log x}$  2

(ग) रेखा-युग्मों

$$\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4} \text{ और}$$

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2} \text{ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।}$$

(घ) कोटि  $n$  के दो व्युत्क्रमणीय आव्यूहों A और B के लिये सिद्ध कीजिए कि  $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ . 2

3. Do all the parts :

(a) If  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  and  $A + A' = I$ , then find the value of  $\alpha$ . 2

(b) If  $y = x^{x^{x-\text{ad inf}}}$ , then prove that  $x \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1 - y \log x}$  2

(c) Find the angle between pair of lines

$$\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4} \quad \text{and} \quad \frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2} \quad 2$$

(d) For two invertible matrices A and B of order n, prove that

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1} \quad 2$$

4. सभी खण्ड कीजिए :

(क) दिखाइए कि प्रदत्त फलन  $f(x) = \cos x$  :  $(\pi, 2\pi)$  में वर्धमान है। 2

(ख) यदि  $[a_{ij}] = 2i - j$  हो, तो  $2 \times 3$  क्रम का एक आव्यूह A ज्ञात कीजिए। 2

(ग) उस समान्तर-चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ सदिशों  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$  और  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$  द्वारा निरूपित हैं। 2

(घ) एक घन का आयतन  $9 \text{ cm}^3/\text{s}$  की दर से बढ़ रहा है। यदि इसके कोर की लम्बाई  $10 \text{ cm}$  है, तो इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है ? 2

4. Do all the parts :

(a) Show that the given function  $f(x) = \cos x$  is increasing in  $(\pi, 2\pi)$ . 2

(b) If  $[a_{ij}] = 2i - j$ , then determine a matrix A of order  $2 \times 3$ . 2

(c) Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by vectors

$$\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} \quad \text{and} \quad \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k} \quad 2$$

(d) Volume of a cube is increasing at the rate of  $9 \text{ cm}^3/\text{s}$ . If length of its edge is  $10 \text{ cm}$ , then its surface area is increasing with which rate ? 2

5. सभी खण्ड कीजिए :

(क) समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(x, y) : y \text{ भाज्य है } x \text{ से}\}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध क्या तुल्यता सम्बन्ध है ? 5

(ख) आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$  को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए । 5

(ग) यदि  $-1 < x < 1$  के लिये  $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$  5

(घ) रेखा-युग्मों

$$\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) \text{ और}$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - 5\hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k}) \text{ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।} 5$$

(ङ) रेखाओं  $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$  और  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । 5

5. Do all the parts :

(a) Does the relation defined by  $R = \{(x, y) : y \text{ is divisible by } x\}$

on the set  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , an equivalence relation ? 5

(b) Express the matrix  $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$  as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. 5

(c) If  $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$  for  $-1 < x < 1$ , then prove that :

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$$

5

(d) Find the angle between the pair of lines :

$$\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} + \lambda (\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - 5\hat{k} + \mu (3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k}).$$

5

(e) Find the shortest distance between the lines :

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \text{ and}$$

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}.$$

5

6. सभी खण्ड कीजिए :

(क) वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$  के बिन्दु  $(1, 1)$  पर स्पर्श-रेखा और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए ।

5

(ख) परवलय  $y^2 = 4ax$  और उसके नाभि लम्ब से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

5

(ग) अवकल समीकरण  $ydx - (x + 2y^2) dy = 0$  को हल कीजिए ।

5

(घ) व्यवरोधों  $5x + 3y \leq 15$ ,  $2x + 5y \leq 10$  तथा  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  के अन्तर्गत  $Z = 8x + 5y$  का अधिकतम मान आलेखीय विधि से ज्ञात कीजिए ।

5

(ङ) बच्चों के तीन समूहों में क्रमशः 3 लड़कियाँ और एक लड़का, 2 लड़कियाँ और 2 लड़के, एक लड़की और 3 लड़के हैं । प्रत्येक समूह से यादृच्छया एक बच्चा चुना जाता है । तीनों चुने गये बच्चों में एक लड़की एवं 2 लड़के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

5



6. Do all the parts :

- (a) Find the equations of the tangent and normal to the curve  $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$  at the point (1, 1). 5
- (b) Find the area of the region enclosed by the parabola  $y^2 = 4ax$  and its latus rectum. 5
- (c) Solve the differential equation  $ydx - (x + 2y^2) dy = 0$  5
- (d) Find the maximum value of  $Z = 8x + 5y$  under the constraints  $5x + 3y \leq 15$ ,  $2x + 5y \leq 10$  and  $x \geq 0, y \geq 0$  by graphical method. 5
- (e) There are three group of children having 3 girls and one boy, 2 girls and 2 boys, one girl and 3 boys respectively. One child is selected at random from each group. Find the probability that three selected children has one girl and 2 boys. 5  
<https://www.upboardonline.com>

7. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$  हो, तो सत्यापित कीजिए कि  $A \cdot \text{adj}(A) = |A| I$  तथा  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए। 8

(ख) आव्यूह विधि से निम्न रैखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$y + 3z = 11$$

$$x + z = 2y$$

8

7. Do any one part :

(a) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ , then verify that  $A \cdot \text{adj}(A) = |A| I$  and find  $A^{-1}$ . 8

(b) Solve the following system of linear equations by matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$y + 3z = 11$$

$$x + z = 2y$$

8

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क)  $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

8

(ख) दिखाइए कि :

$y = c_1 e^{ax} \cos bx + c_2 e^{ax} \sin bx$ , जहाँ  $c_1, c_2$  अचर हैं, अवकल समीकरण

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2a \frac{dy}{dx} + (a^2 - b^2) y = 0$$
 का हल है ।

8

8. Do any one part :

(a) Evaluate :  $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$

8

(b) Show that :

$y = c_1 e^{ax} \cos bx + c_2 e^{ax} \sin bx$ , where  $c_1, c_2$  are constants, is a solution of the

$$\text{differential equation } \frac{d^2 y}{dx^2} - 2a \frac{dy}{dx} + (a^2 - b^2) y = 0.$$

8

9. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए :  $\int_0^{\pi} \log (1 + \cos x) dx = -\pi \log_e 2$

8

(ख) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x$ , ( $x \neq 0$ ) का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है

$$\text{कि } y = 0 \text{ यदि } x = \frac{\pi}{2}$$

8

9. Do any **one** part :

(a) Prove that :  $\int_0^{\pi} \log (1 + \cos x) dx = -\pi \log_e 2$

8

(b) Find particular solution of differential equation

$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x, (x \neq 0)$  it is given that  $y = 0$  if  $x = \frac{\pi}{2}$ .

8

