

नाम

131

324 (EX)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट]

[पूर्णांक : 100

निर्देश :

- (i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं ।
- (iii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (iv) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं ।
- (v) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।
- (vi) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए ।
- (vii) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।

1. सभी खण्ड कीजिए :

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) यदि आव्यूह A और B के क्रम क्रमशः $p \times q$ और $q \times r$ हैं, तो AB का क्रम है :

- | | |
|--------------------|------------------------|
| (i) $p \times r$ | (ii) $r \times p$ |
| (iii) $q \times p$ | (iv) इनमें से कोई नहीं |

1

(ख) किस बिन्दु पर रेखा $y = x + 1$ की ढाल वक्र $y^2 = 4x$ की ढाल के बराबर होगी ?

- | | |
|---------------|--------------|
| (i) (1, 2) | (ii) (2, 1) |
| (iii) (1, -2) | (iv) (-1, 2) |

1

324 (EX)

(ग) समाकलन $\int \sqrt{1 + \sin 2x} \, dx$ का मान है :

1

(i) $\sin x + \cos x + c$

(ii) $\sin x - \cos x + c$

(iii) $\cos x - \sin x + c$

(iv) $-\cos x - \sin x + c$

(घ) यदि सदिश $5\hat{i} - \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$ और $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ एक दूसरे पर लम्ब हैं, तो λ का मान है :

1

(i) 3

(ii) 4

(iii) 6

(iv) 0

(ङ) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} = 4\sqrt{x + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ का घात है :

1

(i) 4

(ii) 3

(iii) 1

(iv) 2

2. सभी खण्ड कीजिए :

(क) दर्शाइए कि फलन $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{यदि } x \neq 0 \\ 1 & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर संतत नहीं है ।

1

(ख) $\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए ।

1

(ग) यदि $y = Ae^x + B$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = 0$, जहाँ A तथा B अचर हैं ।

1

(घ) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x^2}{1+y^2}$ को हल कीजिए ।

1

(ङ) किसी दौड़ में A के जीतने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है तथा B के जीतने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है । इस दौड़ में, A और B में से कोई न जीत पाए, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

1

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय N पर एक सम्बन्ध $R = \{(a, b) : a, b \in N \text{ तथा } a = b^2\}$ से व्यक्त किया गया है । क्या $(a, b) \in R, (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$ सत्य है ? एक उदाहरण द्वारा पुष्टि कीजिए ।

2

(ख) यदि $y = \frac{x^2 + 3x + 4}{e^x \cos x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

2

- (ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^x \sin x$ को हल कीजिए । 2
- (घ) एक पासे को एक बार उछाला जाता है । पासे पर प्राप्त संख्या जो 3 का अपवर्त्य है, को E से, और पासे पर प्राप्त संख्या जो सम है, को F से, निरूपित किया गया है । क्या E तथा F स्वतंत्र घटनाएँ हैं ? 2

4. सभी खण्ड कीजिए :

- (क) अवकलन कीजिए : $y = (\cos x)^{\sin x}$ 2
- (ख) किसी लीप ईयर (अधिबरष) में 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 2
- (ग) बिन्दु $(5, 2, -4)$ से जाने वाली तथा सदिश $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$ के समान्तर रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए । 2
- (घ) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b})$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

5. सभी खण्ड कीजिए :

- (क) यदि $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ से $B = \{1, 4, 5\}$ में सम्बन्ध R “छोटा है” हो, तो R से संबंधित क्रमित युग्मों का समुच्चय ज्ञात कीजिए तथा B से A तक सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए । 5
- (ख) x, y, z के मानों को ज्ञात कीजिए, यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 2y & z \\ x & y & -z \\ x & -y & z \end{bmatrix}$, समीकरण $A'A = I$ को सन्तुष्ट करता है । 5
- (ग) x के सापेक्ष $y = x^x + (\cos x)^{\tan x}$ का अवकलन कीजिए । 5
- (घ) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत $z = x + 3y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए : 5
- $$x + y \leq 8, 3x + 5y \geq 15$$
- $$x \geq 0, y \geq 0$$
- (ङ) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । 5

6. सभी खण्ड कीजिए :

- (क) ऐसी दो धन संख्याओं को ज्ञात कीजिए जिनका योगफल 15 है और जिनके वर्गों का योगफल न्यूनतम है । 5
- (ख) वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 5

(ग) सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ पर लम्ब इकाई सदिश ज्ञात कीजिए, तथा उनके बीच के कोण की ज्या (sine) भी ज्ञात कीजिए। 5

(घ) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए कि $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ जहाँ $n \in N$. 5

(ङ) एक प्रश्न को A तथा B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ हैं। यदि दोनों स्वतंत्र रूप से प्रश्न हल करने का प्रयास करते हैं, तो (i) उनमें से कोई भी प्रश्न हल न कर पाए, (ii) कम-से-कम एक उसे हल कर ले, की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

7. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -2 & -4 & -4 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

(ख) निम्न समीकरणों के निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए : 8

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) अवकल समीकरण को हल कीजिए : 8

$$(\tan^{-1} y - x) dy = (1 + y^2) dx$$

(ख) अवकल समीकरण को हल कीजिए : 8

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2, \text{ यदि } y = 1 \text{ जबकि } x = 1$$

9. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) मान ज्ञात कीजिए : 8

$$\int_0^{\pi} \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$$

(ख) सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x) dx = \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$$

Instructions :

- (i) First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.
- (ii) There are in all **nine** questions in this question paper.
- (iii) **All** questions are compulsory.
- (iv) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.
- (v) Marks allotted to the questions are indicated against them.
- (vi) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.
- (vii) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. Do all parts :

Select the correct option of each part and write it on your answer book.

- (a) If orders of matrices A and B are $p \times q$ and $q \times r$ respectively, then order of AB is : 1
- (i) $p \times r$ (ii) $r \times p$
 (iii) $q \times p$ (iv) None of these
- (b) At which point is the slope of the line $y = x + 1$ equal to the slope of the curve $y^2 = 4x$? 1
- (i) $(1, 2)$ (ii) $(2, 1)$
 (iii) $(1, -2)$ (iv) $(-1, 2)$
- (c) The value of the integral $\int \sqrt{1 + \sin 2x} \, dx$ is : 1
- (i) $\sin x + \cos x + c$ (ii) $\sin x - \cos x + c$
 (iii) $\cos x - \sin x + c$ (iv) $-\cos x - \sin x + c$
- (d) If vectors $5\hat{i} - \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$ and $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ are perpendicular to each other, then the value of λ is : 1
- (i) 3 (ii) 4
 (iii) 6 (iv) 0
- (e) The degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} = 4\sqrt{x + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ is : 1
- (i) 4 (ii) 3
 (iii) 1 (iv) 2

2. Do **all** the parts :

- (a) Show that the function

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{if } x \neq 0 \\ 1 & \text{if } x=0 \end{cases} \text{ is not continuous at } x=0. \quad 1$$

- (b) Find the principal value of $\sin^{-1} \left(\sin \left(\frac{7\pi}{4} \right) \right)$. 1

- (c) If $y = Ae^x + B$ where A, B are constants, then show that $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = 0$. 1

- (d) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x^2}{1+y^2}$. 1

- (e) The probability of A winning the race is $\frac{1}{3}$ and that of B is $\frac{1}{4}$. In this race, find the probability that neither A nor B can win the race. 1

3. Do **all** the parts :

- (a) R is a relation on a set of natural numbers N defined by

$$R = \{(a, b) : a, b \in N \text{ and } a = b^2\}.$$

Is $(a, b) \in R, (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$ true? Justify it by one example. 2

- (b) If $y = \frac{x^2 + 3x + 4}{e^x \cos x}$, then find $\frac{dy}{dx}$. 2

- (c) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^x \sin x$. 2

- (d) A die is thrown once. The number on the die is a multiple of 3 is denoted by E , and the number on the die is even is denoted by F . Are E and F independent events? <https://www.upboardonline.com> 2

4. Do **all** the parts :

- (a) Differentiate : $y = (\cos x)^{\sin x}$ 2

- (b) Find the probability of 53 Sundays in a leap year. 2

- (c) Find the vector equation of the line which passes through the point $(5, 2, -4)$ and parallel to the vector $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$. 2

- (d) Find the value of :

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) \quad 2$$

5. Do **all** the parts :

- (a) If R is the relation "less than" from $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ to $B = \{1, 4, 5\}$, find the set of ordered pairs corresponding to R . Also define this relation from B to A . 5

- (b) Find the values of x, y, z if the matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 2y & z \\ x & y & -z \\ x & -y & z \end{bmatrix}$ satisfies the equation $A'A = I$. 5

- (c) Differentiate : $y = x^x + (\cos x)^{\tan x}$ with respect to x . 5

- (d) Find the minimum value of $z = x + 3y$ under the following constraints :
 $x + y \leq 8, 3x + 5y \geq 15$
 $x \geq 0, y \geq 0$. 5

- (e) Find the shortest distance between the lines
 $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$. 5

6. Do **all** the parts :

- (a) Find two positive numbers whose sum is 15 and the sum of their squares is minimum. 5

- (b) Find the area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$. 5

- (c) Find the perpendicular unit vectors on the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ and find the sine of the angle between them. 5

- (d) If $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$, prove that $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ where $n \in N$. 5

- (e) The probabilities of solving a question by A and B independently are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. If both of them try to solve it independently, find the probability that

(i) none of them solved it.

(ii) at least one of them solved it. 5

7. Do any **one** part :

(a) If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -2 & -4 & -4 \end{bmatrix}$, then find A^{-1} . 8

(b) Solve the system of equations by matrix method : 8

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

8. Do any **one** part :

(a) Solve the differential equation :

$$(\tan^{-1} y - x) dy = (1 + y^2) dx$$

(b) Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2, \text{ if } y = 1 \text{ when } x = 1$$

9. Do any **one** part :

(a) Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$$

(b) Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x) \, dx = \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$$

<https://www.upboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

131

324 (EY)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट]

[पूर्णांक : 100

निर्देश :

- (i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।
- (iii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (iv) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।
- (v) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
- (vi) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए।
- (vii) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

1. सभी खण्ड कीजिए।

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए।

(क) यदि A एक वर्ग आव्यूह है और $A^2 = A$ है, तो $(A + I)^3 - 7A$ होगा :

1

(i) A (ii) $3A$ (iii) I (iv) $I - A$ (ख) $\int \cos^2 x dx$ का मान होगा :

1

(i) $\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{2} + c$ ✓(ii) $-\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{x}{4} + c$ (iii) $\cos^2 x - \sin^2 x + c$ (iv) $-\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{4} + c$

(ग) $-\hat{i} \cdot \hat{i} + \hat{j} \cdot \hat{j} - \hat{k} \cdot \hat{k}$ का मान होगा :

(i) 1

(ii) 0

(iii) -1

(iv) 2

(घ) अवकल समीकरण $9\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^5 + 7y = 0$ की घात होगी :

(i) 2

(ii) 3

(iii) 6

(iv) 5

(ङ) यदि $A = \{a, b, c\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, तो A से B तक फलन होगा :

(i) $\{(a, 2), (a, 3), (b, 3), (c, 4)\}$

(ii) $\{(a, 3), (a, 2), (b, 2), (c, 4)\}$

(iii) $\{(a, 3), (b, 2), (c, 3)\}$

(iv) $\{(a, 2), (b, 4), (b, 3), (c, 4)\}$

2. सभी खण्ड कीजिए :

(क) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

(ख) यदि सदिश $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ लम्बवत् हैं, तो λ का मान ज्ञात कीजिए ।

(ग) यदि $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$ और $P(A \cap B) = 0.18$, तो $P(B|A)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

(घ) $\frac{dy}{dx} = \frac{2+y}{x-2}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

(ङ) यदि $x + y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$; $x - y = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$, तो x तथा y के मान ज्ञात कीजिए ।

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि $A = \{a, b, c\}$ तथा $B = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ है, तो B से A तक फलनों की संख्या तथा इनके बीच एकैकी आच्छादी (bijective) फलनों की संख्या ज्ञात कीजिए ।

(ख) यदि $y = A \cos t + B \sin t$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dt^2} + y = 0$ है ।

(ग) यदि इकाई सदिश \hat{a} और \hat{b} के बीच का कोण θ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$.

(घ) बिन्दु $A(3, -2, -5)$ से गुज़रने वाली तथा सदिश $(3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ के समान्तर रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए ।

4. सभी खण्ड कीजिए :

(क) वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = 3x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ वर्धमान है। 2

(ख) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

(ग) यदि R_1 तथा R_2 समुच्चय A में दो तुल्यता संबंध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $R_1 \cap R_2$ भी A में एक तुल्यता संबंध है। 2

(घ) यदि \vec{a} , \vec{b} तथा \vec{c} सदिश हैं और $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ है, तो $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

5. सभी खण्ड कीजिए :

(क) वक्र $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

(ख) ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योगफल 6 है तथा उनके घनों का योगफल न्यूनतम है। 5

(ग) सिद्ध कीजिए : 5

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(x+y+z)$$

(घ) आलेखीय विधि द्वारा रैखिक प्रोग्रामन समस्या को निम्नलिखित व्यवरोधों
 $x + 3y \leq 60$, $x + y \geq 20$, $x \leq y$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 के अन्तर्गत $z = 3x + 8y$ का न्यूनतम तथा अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। 5

(ङ) यदि $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{x-2} & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन की $x = 2$ पर सांतत्य तथा अवकलनीयता की जाँच कीजिए। 5

6. सभी खण्ड कीजिए :

(क) अवकल समीकरण $(x + 3y^2) \frac{dy}{dx} = y$ को हल कीजिए । 5

(ख) एक विद्यालय में 500 विद्यार्थी हैं जिनमें से 230 लड़के हैं । यह ज्ञात है कि 20% लड़के कक्षा XII में पढ़ते हैं । एक यादृच्छया चुना गया विद्यार्थी लड़का है और कक्षा XII में पढ़ता है, उसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 5

(ग) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $A \cdot \text{adj } A = |A| \cdot I$. 5

(घ) सिद्ध कीजिए कि $N \times N$ पर संबंध R जहाँ $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$ तुल्यता संबंध है । 5

(ङ) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ तथा $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । 5

7. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) आव्यूह विधि से रेखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए : 8

$$-x + 3y - 2z = 3$$

$$3x + 2y + 3z = 5$$

$$-2x + y + z = -4$$

(ख) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए । 8

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) (i) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 3

(ii) सिद्ध कीजिए : 5

$$\int_0^{\pi/4} \log_e (1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log_e 2$$

(ख) $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 8

9. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) अवकल समीकरण $(1 + y^2) dx = (\tan^{-1} y - x) dy$ को हल कीजिए । 8

(ख) (i) यदि $\cos y = x \cos (a + y)$ तथा $\cos a \neq \pm 1$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a + y)}{\sin a}$$

4

(ii) यदि $y = (\sin x)^{\tan x}$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए । 4

(English Version)

Instructions :

- First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.
- There are in all **nine** questions in this question paper.
- All questions are compulsory.
- In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.
- Marks allotted to the questions are indicated against them.
- Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.
- Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. Do **all** the parts.

Select the correct alternative of each part and write it in your answer book.

(a) If A is a square matrix and $A^2 = A$, then $(A + I)^3 - 7A$ will be : 1

(i) A

(ii) 3A

(iii) I

(iv) I - A

(b) The value of $\int \cos^2 x \, dx$ will be : 1

(i) $\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{2} + c$

(ii) $-\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{x}{4} + c$

(iii) $\cos^2 x - \sin^2 x + c$

(iv) $-\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{4} + c$

(c) The value of $-\hat{i} \cdot \hat{i} + \hat{j} \cdot \hat{j} - \hat{k} \cdot \hat{k}$ will be : 1

(i) 1

(ii) 0

(iii) -1

(iv) 2

(d) The degree of the differential equation $9\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^5 + 7y = 0$ will be : 1

(i) 2

(ii) 3

(iii) 6

(iv) 5

- (e) If $A = \{a, b, c\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, then the function from A to B will be : 1
- (i) $\{(a, 2), (a, 3), (b, 3), (c, 4)\}$ (ii) $\{(a, 3), (a, 2), (b, 2), (c, 4)\}$
- (iii) $\{(a, 3), (b, 2), (c, 3)\}$ (iv) $\{(a, 2), (b, 4), (b, 3), (c, 4)\}$

2. Do **all** the parts :

- (a) Find the value of $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$. 1
- (b) If the vectors $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ are perpendicular, then find the value of λ . 1
- (c) If $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$ and $P(A \cap B) = 0.18$, then find the value of $P(B|A)$. 1
- (d) Find the the general solution of $\frac{dy}{dx} = \frac{2+y}{x-2}$. 1
- (e) If $x + y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$; $x - y = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$, then find the value of x and y . 1

3. Do **all** the parts :

- (a) If $A = \{a, b, c\}$ and $B = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, then find the number of functions and number of bijective functions from B to A . <https://www.upboardonline.com> 2
- (b) If $y = A \cos t + B \sin t$, then prove that $\frac{d^2y}{dt^2} + y = 0$. 2
- (c) If the angle between the unit vectors \hat{a} and \hat{b} is θ , then prove that $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$. 2
- (d) Find the cartesian equation of the line passing through the point $A(3, -2, -5)$ and parallel to the vector $(3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$. 2

4. Do **all** the parts :

- (a) Find the interval in which the function $f(x) = 3x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ is increasing. 2
- (b) Find the value of $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$. 2
- (c) If R_1 and R_2 be two equivalence relations in a set A , then prove that $R_1 \cap R_2$ is also an equivalence relation in A . 2
- (d) If \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} are vectors and $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, then find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$. 2

5. Do **all** the parts :

(a) Find the area of the part inscribed by the curve $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. 5

(b) Find two numbers such that their sum is 6 and the sum of their cubes is minimum. 5

(c) Prove that : 5

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(x+y+z)$$

(d) Find the minimum and maximum value of L.P.P $z = 3x + 8y$ by graphical method under the following constraints :

$$x + 3y \leq 60, x + y \geq 20, x \leq y, x \geq 0, y \geq 0 \quad 5$$

(e) If $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{x-2} & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$ is defined, then check its continuity and differentiability at $x = 2$. 5

6. Do **all** the parts :

(a) Solve the differential equation $(x + 3y^2) \frac{dy}{dx} = y$. 5

(b) There are 500 students in a school in which 230 are boys. It is known that 20% boys are studying in class XII. Find the probability that a randomly chosen student is a boy and is of class XII. 5

(c) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, then prove that $A \cdot \text{adj } A = |A| \cdot I$. 5

(d) Prove that a relation R on $N \times N$ is defined as $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$ is an equivalence relation. 5

(e) Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}). \quad 5$$

7. Do any **one** part :

(a) Solve the system of linear equations by matrix method :

8

$$-x + 3y - 2z = 3$$

$$3x + 2y + 3z = 5$$

$$-2x + y + z = -4$$

(b) Find A^{-1} , if the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

8

8. Do any **one** part :

(a) (i) Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}} dx$.

3

(ii) Prove :

$$\int_0^{\pi/4} \log_e (1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log_e 2.$$

5

(b) Find the value of $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$.

8

9. Do any **one** part :

(a) Solve the differential equation $(1 + y^2) dx = (\tan^{-1} y - x) dy$.

8

(b) (i) If $\cos y = x \cos (a + y)$ and $\cos a \neq \pm 1$, then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a + y)}{\sin a}$.

4

(ii) If $y = (\sin x)^{\tan x}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

4

<https://www.upboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

नाम

131

324 (EZ)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट]

[पूर्णांक : 100

निर्देश :

- (i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं ।
- (iii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (iv) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं ।
- (v) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।
- (vi) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए ।
- (vii) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।

1. सभी खण्ड कीजिए । प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर उसे अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध है : 1

- (i) स्वतुल्य और सममित नहीं, किन्तु संक्रामक
- (ii) स्वतुल्य और संक्रामक नहीं, किन्तु सममित
- (iii) सममित और संक्रामक नहीं, किन्तु स्वतुल्य
- (iv) न स्वतुल्य, न सममित और न ही संक्रामक

(ख) यदि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$, तो A से B तक फलनों की संख्या होगी : 1

- (i) 6 (ii) 8
- (iii) 9 (iv) 5

(ग) λ के किस मान के लिए सदिश $\lambda \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ और सदिश $\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ लम्बवत् हैं ? 1

- (i) -2 (ii) 2
(iii) 3 (iv) 4

(घ) समाकलन $\int x e^{-x} dx$ का मान है : 1

- (i) $-(x+1)e^{-x}$ (ii) $(x+1)e^{-x}$
(iii) $(x-1)e^{-x}$ (iv) $-(x-1)e^{-x}$

(ङ) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 8y = \log x$ की कोटि है : 1

- (i) 2 (ii) 3
(iii) 5 (iv) 6

2. सभी खण्ड कीजिए :

(क) $\operatorname{cosec}^{-1}(-\sqrt{2})$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए । 1

(ख) $\cos(\sin x^2)$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए । 1

(ग) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = -4xy^2$. 1

(घ) x के सापेक्ष $\log_e x$ का समाकलन कीजिए । 1

(ङ) यदि $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ और $P(A|B) = \frac{3}{10}$, तो $P(A \cup B)$ ज्ञात कीजिए । 1

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) आव्यूह AB ज्ञात कीजिए यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$. 2

(ख) क्या $f(x) = \begin{cases} x+5, & \text{यदि } x \leq 1 \\ x-5, & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन $x = 1$ पर सतत है ? 2

(ग) $\int \frac{1}{\sqrt{(a^2 - x^2)}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

(घ) उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ सदिशों $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं । 2

4. सभी खण्ड कीजिए :

(क) $N \times N$ में एक सम्बन्ध R निम्नवत् परिभाषित है :

$(a, b) R (c, d)$ यदि और केवल यदि $ad = bc$. सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है । 2

(ख) 'a' का वह न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए अन्तराल $[1, 2]$ में फलन $f(x) = x^2 + ax + 1$ से प्रदत्त फलन वर्धमान है । 2

(ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y = 1$ ($y \neq 1$) को हल कीजिए । 2

(घ) एक पासे को एक बार उछाला जाता है । यदि घटना 'पासे पर प्राप्त संख्या 3 का अपवर्त्य है' को E से और 'पासे पर प्राप्त संख्या सम है' को F से निरूपित किया जाए, तो बताएँ कि क्या घटनाएँ E और F स्वतन्त्र हैं । 2

5. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि x, y, z विभिन्न हों और $\Delta = \begin{vmatrix} x & x^2 & x^3+1 \\ y & y^2 & y^3+1 \\ z & z^2 & z^3+1 \end{vmatrix} = 0$, तो दर्शाइए कि $xyz = -1$. 5

(ख) सिद्ध कीजिए : $3 \sin^{-1} x = \sin^{-1} (3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$. 5

(ग) यदि $\cos y = x \cos (a + y)$ तथा $\cos a \neq \pm 1$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a + y)}{\sin a}$. 5

(घ) दर्शाइए कि बिन्दु $A(2, 3, -4)$, $B(1, -2, 3)$ और $C(3, 8, -11)$ संरेख हैं । 5

(ङ) हल कीजिए : $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$. 5

6. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि रेखाएँ $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$ और $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-5}$ लम्बवत् हों, तो k का मान ज्ञात कीजिए ।

5

(ख) एक पासे को दो बार उछाला गया और प्रकट हुई संख्याओं का योगफल 6 पाया गया । संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबन्ध प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

5

(ग) व्यवरोधों $3x + 4y \leq 60$, $x + 3y \leq 30$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ के अन्तर्गत $z = 8000x + 12000y$ का अधिकतमीकरण कीजिए ।

5

(घ) माना $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$, $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$, $\vec{c} = c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$; तो दर्शाइए कि $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$.

5

(ङ) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$.

5

7. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) समीकरण निकाय

8

$$x - y + z = 4$$

$$2x + y - 3z = 0$$

$$x + y + z = 2$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए ।

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, तो सत्यापित कीजिए कि $A(\text{adj } A) = |A|I$ और A^{-1} ज्ञात कीजिए ।

8

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अन्तर्गत महत्तम वक्र पृष्ठ वाले लम्ब-वृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है ।

8

(ख) सिद्ध कीजिए :

8

$$\int_0^{\pi/4} \log_e (1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log_e 2.$$

9. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x + 2)(x^2 + 1)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 8

(ख) (i) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 5

(ii) यदि $e^y(1 + x) = 1$ है, तो दिखाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ होगा । 3

(English Version)

Instructions :

- (i) First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.
- (ii) There are in all **nine** questions in this question paper.
- (iii) **All** questions are compulsory.
- (iv) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.
- (v) Marks allotted to the questions are indicated against them.
- (vi) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.
- (vii) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. Do **all** parts. Select the correct alternative of each part and write it in your answer book. <https://www.upboardonline.com>

(a) In the set of real numbers, the relation R defined by $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ is : 1

- (i) not reflexive and symmetric, but transitive
- (ii) not reflexive and transitive, but symmetric
- (iii) not symmetric and transitive, but reflexive
- (iv) not reflexive, not symmetric and not transitive

(b) If $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$, then number of functions from A to B will be : 1

- (i) 6
- (ii) 8
- (iii) 9
- (iv) 5

(c) For which value of λ are the vectors $\lambda \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ perpendicular ? 1

- (i) -2
- (ii) 2
- (iii) 3
- (iv) 4

(d) The value of the integral $\int x e^{-x} dx$ is : 1

(i) $-(x+1)e^{-x}$

(ii) $(x+1)e^{-x}$

(iii) $(x-1)e^{-x}$

(iv) $-(x-1)e^{-x}$

(e) The order of the differential equation $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 8y = \log x$ is : 1

(i) 2

(ii) 3

(iii) 5

(iv) 6

2. Do **all** the parts :

(a) Find the principal value of $\operatorname{cosec}^{-1}(-\sqrt{2})$. 1

(b) Find the differential coefficient of $\cos(\sin x^2)$ with respect to x . 1

(c) Solve : $\frac{dy}{dx} = -4xy^2$. 1

(d) Integrate $\log_e x$ with respect to x . 1

(e) If $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ and $P(A|B) = \frac{3}{10}$, find $P(A \cup B)$. 1

3. Do **all** the parts :

(a) Find matrix AB if $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$. 2

(b) Is the function $f(x)$ defined by $f(x) = \begin{cases} x+5, & \text{if } x \leq 1 \\ x-5, & \text{if } x > 1 \end{cases}$ is continuous at $x = 1$? 2

(c) Evaluate : $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$. 2

(d) Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are represented by the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$. 2

4. Do **all** the parts :

(a) A relation R is defined in $N \times N$ as follows :

$(a, b) R (c, d)$ if and only if $ad = bc$. Prove that R is an equivalence relation. 2

(b) Find the least value of ' α ' for which the function $f(x) = x^2 + \alpha x + 1$ is increasing on the interval $[1, 2]$. 2

(c) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} + y = 1$ ($y \neq 1$). 2

(d) A die is thrown once. If E represents the event 'the number obtained on the die is a multiple of 3' and F represents the event 'the number obtained on the die is even', then tell whether the events E and F are independent. 2

Do **all** the parts :

(a) If x, y, z are all different and $\Delta = \begin{vmatrix} x & x^2 & x^3+1 \\ y & y^2 & y^3+1 \\ z & z^2 & z^3+1 \end{vmatrix} = 0$, show that

$$xyz = -1.$$

(b) Prove that : $3 \sin^{-1} x = \sin^{-1} (3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$. 5

(c) If $\cos y = x \cos (a + y)$ and $\cos a \neq \pm 1$, prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a + y)}{\sin a}$. 5

(d) Show that the points $A(2, 3, -4)$, $B(1, -2, 3)$ and $C(3, 8, -11)$ are collinear. 5

(e) Solve : $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$. 5

6. Do **all** the parts :

(a) If the lines $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$ and $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-5}$ are

perpendicular, find the value of k . 5

(b) A die was thrown twice and it was found that the sum of the numbers that appeared was 6. Find the conditional probability that the number 4 appeared at least once. 5

(c) Maximize $z = 8000x + 12000y$ subject to constraints

$$3x + 4y \leq 60,$$

$$x + 3y \leq 30,$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

5

(d) Let $\vec{a} = a_1 \hat{i} + a_2 \hat{j} + a_3 \hat{k}$, $\vec{b} = b_1 \hat{i} + b_2 \hat{j} + b_3 \hat{k}$, $\vec{c} = c_1 \hat{i} + c_2 \hat{j} + c_3 \hat{k}$; then show that $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$. 5

(e) Solve: $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$. 5

7. Do any **one** part :

(a) Solve by matrix method the system of equations : 8

$$x - y + z = 4$$

$$2x + y - 3z = 0$$

$$x + y + z = 2$$

(b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, then verify that $A(\text{adj } A) = |A| I$ and find A^{-1} . 8

8. Do any **one** part :

(a) Prove that the radius of the right circular cylinder of maximum curved surface inscribed in a cone is half of the radius of the cone. 8

(b) Prove : 8

$$\int_0^{\pi/4} \log_e (1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log_e 2.$$

9. Do any **one** part :

(a) Evaluate : $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x+2)(x^2+1)} dx$. 8

(b) (i) Find the area of the bounded region of $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. 5

(ii) If $e^y(1+x) = 1$, then show that $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$. 3

<https://www.upboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

अनुक्रमांक

नाम

131

324(FA)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट]

[पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) All questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) अशून्य परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q^* पर एक सम्बन्ध R निम्न प्रकार परिभाषित है :

$$a R b \text{ यदि } a = \frac{1}{b}$$

तब Q^* पर यह सम्बन्ध R

- i) स्वतुल्य है, किन्तु सममित और संक्रामक नहीं है
- ii) सममित है, किन्तु स्वतुल्य और संक्रामक नहीं है
- iii) संक्रामक है, किन्तु स्वतुल्य और सममित नहीं है
- iv) स्वतुल्य और संक्रामक है, किन्तु सममित नहीं है

1

ख) मान लीजिए कि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा

$f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ A से B तक एक फलन है, तब f है

- i) एकैकी
- ii) आच्छादक
- iii) एकैकी नहीं
- iv) इनमें से कोई नहीं

1

ग) यदि $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ और $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{6}$, तो सदिशों \vec{a} और \vec{b} के बीच का कोण है

- i) $\frac{\pi}{6}$
- ii) $\frac{\pi}{4}$
- iii) $\frac{\pi}{3}$
- iv) $\frac{5\pi}{12}$

1

घ) $\int \sin^2 x dx$ का मान है

- i) $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$
- ii) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}$
- iii) $\frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4}$
- iv) $\frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4}$

1

ङ) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + x^3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 8y = \log_e x$ की कोटि है

- i) 2
- ii) 3
- iii) 5
- iv) 6

1

1. Attempt *all* the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :

- a) A relation R is defined on the set Q^* of non-zero rational numbers as follows :

$$a R b \text{ if } a = \frac{1}{b}$$

Then on Q^* this relation R is

- i) reflexive, but not symmetric and transitive
 ii) symmetric, but not reflexive and transitive
 iii) transitive, but not reflexive and symmetric
 iv) reflexive and transitive, but not symmetric 1
- b) Suppose that $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ and $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ be a function from A to B then f is
- i) one-one ii) onto
 iii) not one-one iv) none of these 1
- c) If $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{6}$, then the angle between the vectors \vec{a} and \vec{b} is
- i) $\frac{\pi}{6}$ ii) $\frac{\pi}{4}$
 iii) $\frac{\pi}{3}$ iv) $\frac{5\pi}{12}$ 1
- d) The value of $\int \sin^2 x dx$ is
- i) $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$ ii) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}$
 iii) $\frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4}$ iv) $\frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4}$ 1
- e) The order of the differential equation $\left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right)^2 + x^3 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 8y = \log_e x$ is
- i) 2 ii) 3
 iii) 5 iv) 6 1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) यदि $e^y(x+1)=1$, तो दर्शाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$. 1

ग) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$. 1

घ) x के सापेक्ष $\frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2}$ का समाकलन कीजिए। 1

ड) दी गयी घटनायें A और B ऐसी हैं कि $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ और $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$; तब $P(A\text{-नहीं और } B\text{-नहीं})$ को ज्ञात कीजिए। 1

2. Do all the parts of the following :

a) Find the principal value of $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. 1

b) If $e^y(x+1)=1$, show that $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$. 1

c) Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$. 1

d) Integrate $\frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2}$ with respect to x . 1

e) The given events A and B are such that $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$; then find $P(A\text{-not and } B\text{-not})$. 1

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) x तथा y ज्ञात कीजिए यदि $2\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$. 2

ख) यदि $x = a(\theta - \sin\theta)$, $y = a(1 + \cos\theta)$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

ग) $\int e^x \left(\tan^{-1}x + \frac{1}{1+x^2} \right) dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) यदि बिन्दुओं A , B , C और D के निर्देशांक क्रमशः $(1, 2, 3)$, $(4, 5, 7)$, $(-4, 3, -6)$ और $(2, 9, 2)$ हों, तो रेखाओं AB और CD के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

3. Do all the parts of the following :

a) Find x and y if $2\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$. 2

b) If $x = a(0 - \sin 0)$, $y = a(1 + \cos 0)$, find $\frac{dy}{dx}$. 2

c) Find the value of $\int e^x \left(\tan^{-1} x + \frac{1}{1+x^2} \right) dx$. 2

d) If the coordinates of the points A , B , C and D are $(1, 2, 3)$, $(4, 5, 7)$, $(-4, 3, -6)$ and $(2, 9, 2)$ respectively, then find the angle between the lines AB and CD . 2

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $(1, 2)$ तथा $(2, 1)$ के अन्तर्विष्ट करने वाले तुल्यता सम्बन्धों की संख्या 2 है। 2

ख) अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = x^2 - 4x + 6$ से प्रदत्त फलन f (i) वर्धमान है, (ii) हासमान है। 2

ग) अवकल समीकरण $(x - y)\frac{dy}{dx} = x + 2y$ को हल कीजिए। 2

घ) एक पासे को दो बार उछाला गया। मान लें A घटना 'पहली उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना' और घटना B 'द्वितीय उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना' दर्शाते हैं। घटनाओं A और B के स्वातन्त्र्य का परीक्षण कीजिए। 2

4. Do all the parts of the following :

a) Prove that the number of equivalence relations in the set $\{1, 2, 3\}$ including $(1, 2)$ and $(2, 1)$ is 2. 2

b) Find the intervals in which the function f given by $f(x) = x^2 - 4x + 6$ is (i) increasing, (ii) decreasing. 2

c) Solve the differential equation $(x - y)\frac{dy}{dx} = x + 2y$. 2

d) A die was thrown twice. Let us represent the event 'obtaining an odd number on the first throw' by A and the event 'obtaining an odd number on the second throw' by B . Test the independency of the events A and B . 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2.$ 5

ख) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर संतत है लेकिन अवकलनीय नहीं है। 5

ग) यदि $-1 < x < 1$ के लिए $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}.$ 5

घ) रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

ङ) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x$ ($x \neq 0$). 5

5. Do all parts of the following :

a) Prove that $\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2.$ 5

b) Prove that the function $f(x) = |x|$ is continuous at $x = 0$ but not differentiable. 5

c) If $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ is for $-1 < x < 1$ then prove that $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}.$ <https://www.upboardonline.com> 5

d) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}).$ 5

e) Solve : $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x$ ($x \neq 0$). 5

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) रेखाओं $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$ तथा $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 5

ख) एक थैला में 10 काली और 5 सफेद गेंदें हैं। दो गेंदें, एक के बाद एक, निकाली जाती हैं और पहली गेंद दूसरे के निकालने से पहले वापस नहीं रखी जाती है। मान लीजिए कि थैला में से प्रत्येक गेंद का निकालना समसंभाव्य है, तो दोनों काले गेंद निकालने की क्या प्रायिकता है ? 5

ग) व्यवरोधों $4x + y \geq 80$, $x + 5y \geq 115$, $3x + 2y \leq 150$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ के अन्तर्गत $Z = 5x + 3y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए। 5

- घ) दर्शाइए कि सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ और $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं। 5
- ड) अवकल समीकरण $(x+y)dy + (x-y)dx = 0$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, यदि $y = 1$ जब $x = 1$. 5

6. Do all the parts of the following :

- a) Find the angle between the lines $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$ and $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$. 5
- b) There are 10 black and 5 white balls in a bag. Two balls are taken out, one after one, and the first ball is not placed back before the second is taken out. Assume that the taking out of each ball from the bag is equally likely. What is the probability that both the balls taken out are black ? 5
- c) Minimize $Z = 5x + 3y$ subject to the constraints $4x + y \geq 80$, $x + 5y \geq 115$, $3x + 2y \leq 150$, $x \geq 0$, $y \geq 0$. 5
- d) Show that the vectors $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ are the vertices of a right-angled triangle. 5
- e) Find the particular solution of the differential equation $(x+y)dy + (x-y)dx = 0$, if $y = 1$ when $x = 1$. 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) समीकरण निकाय

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha \end{bmatrix}$, तो $\text{adj } A$ और A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

7. Do any one part of the following :

a) Solve by matrix method the system of equations

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha \end{bmatrix}$, find $\text{adj } A$ and A^{-1} . 8

- 9 -

[Turn over

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि R त्रिज्या के गोले के अन्तर्गत अधिकतम आयतन के बेलन की ऊँचाई $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ है। 8

ख) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx = \frac{\pi}{2}(\pi - 2)$. 8

8. Do any one part of the following :

a) Prove that the height of the cylinder of maximum volume inscribed in a sphere of radius R is $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. 8

b) Prove that $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx = \frac{\pi}{2}(\pi - 2)$. 8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) $\int \frac{\sec^2 2x}{(\cot x - \tan x)^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) i) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

ii) यदि $y = 500e^{7x} + 600e^{-7x}$, तो दिखाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$. 3

9. Do any one part of the following :

a) Find the value of $\int \frac{\sec^2 2x}{(\cot x - \tan x)^2} dx$. 8

b) i) Find the area of the region enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. 5

ii) If $y = 500e^{7x} + 600e^{-7x}$, then show that $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$. 3

324(FA) - 98,000

<https://www.upboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

11000/1108

<https://www.upboardonline.com>

131

324(FB)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट]

[पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

*Instructions :*i) There are in all *nine* questions in this question paper.ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

12000/1221

[Turn over

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) फलन $f : R \rightarrow R$, $f(x) = 5x, \forall x \in R$ द्वारा परिभाषित है। सही उत्तर का चयन कीजिए :

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| i) f आच्छादक है | ii) f बहु-एकैकी है |
| iii) f आच्छादक नहीं है | iv) f एकैकी नहीं है |

ख) अवकल समीकरण $5x^2 \frac{d^3y}{dx^3} - 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + y = 0$ की कोटि होगी

- | | |
|--------|-------|
| i) 2 | ii) 1 |
| iii) 3 | iv) 4 |

ग) समाकलन $\int_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ का मान होगा

- | | |
|----------------------|----------------------|
| i) $\frac{\pi}{3}$ | ii) $\frac{2\pi}{3}$ |
| iii) $\frac{\pi}{6}$ | iv) $\frac{\pi}{12}$ |

घ) व्यंजक $\hat{i} \cdot \hat{i} + \hat{j} \cdot \hat{j} + \hat{k} \cdot \hat{k}$ का मान होगा

- | | |
|--------|-------|
| i) 0 | ii) 1 |
| iii) 2 | iv) 3 |

ङ) यदि A तथा B दो व्युत्क्रमणीय आव्यूह कोटि n के हैं तो

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| i) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ | ii) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ |
| iii) $(AB)^{-1} = A^{-1}B$ | iv) $(AB)^{-1} = AB^{-1}$ |

1. Attempt all the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write it in your answer-book :

a) Function $f : R \rightarrow R$ is defined by $f(x) = 5x, \forall x \in R$. Select the correct answer :

- | | |
|----------------------|------------------------|
| i) f is onto | ii) f is many one |
| iii) f is not onto | iv) f is not one-one |

2. Do all the parts of the following :

- a) If $A = \{ 1, 2, 3 \}$, $B = \{ 4, 5 \}$, then find the number of relations from A to B . 1
- b) Two coins are tossed together. Find the probability of getting both tails. 1
- c) If the vectors $3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ are perpendicular to each other then find the value of λ . 1
- d) If $P(A) = \frac{3}{13}$, $P(B) = \frac{5}{13}$ and $P(A \cap B) = \frac{2}{13}$ then find the value of $P(B/A)$. 1
- e) If $y = \log_e(\tan x)$, then find $\frac{dy}{dx}$. 1

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = |x-1|$, $x = 1$ पर संतत है। 2
- ख) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
- ग) यदि \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} मात्रक सदिश हैं और $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ तो $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
- घ) $\int \log x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

3. Do all the parts of the following :

- a) Prove that the function $f(x) = |x-1|$ is continuous at $x = 1$. 2
- b) Find the value of $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$. 2
- c) If the unit vectors \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} are such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ then find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$. 2
- d) Find the value of $\int \log x \, dx$. 2

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) यदि $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2
- ख) फलन x^x का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 2
- ग) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
- घ) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है। 2

4. Do all the parts of the following :

a) If $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ then find $\frac{dy}{dx}$. 2

b) Find the differential coefficient of the function x^x with respect to 'x'. 2

c) Find the value of $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$. 2

d) Prove that the function $f(x) = |x|$ is not differentiable at $x = 0$. 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि दो सदिशों \vec{a} और \vec{b} के लिए सदैव $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ होता है। 5

ख) दर्शाइए कि $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$. 5

ग) अवकल समीकरण $(\tan^{-1} y - x)dy = (1 + y^2)dx$ को हल कीजिए। 5

घ) यदि $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

ङ) यदि $y = x \cos(a + y)$ तथा $\cos a \neq \pm 1$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a + y)}{\sin a}$. 5

5. Do all the parts of the following :

a) Prove that for the two vectors \vec{a} and \vec{b} will always be $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$. 5

b) Show that $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$. 5

c) Solve the differential equation $(\tan^{-1} y - x)dy = (1 + y^2)dx$. 5

d) If $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ then find $\frac{dy}{dx}$. 5

e) If $y = x \cos(a + y)$ and $\cos a \neq \pm 1$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a + y)}{\sin a}$. 5

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) एक पासे को तीन बार फेंका जाता है तो प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि प्राप्त अंकों में से एक अंक विषम संख्या होगी। 5

ख) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत $Z = x + 2y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$2x + y \geq 3, x + 2y \geq 6, x \geq 0, y \geq 0. \quad 5$$

ग) हल कीजिए : $\int \frac{3x+5}{x^3 - x^2 - x + 1} dx.$ 5

घ) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ है तो दर्शाइए कि $A^2 - 5A + 7I = 0$ है तथा इसकी सहायता से A^{-1} भी ज्ञात कीजिए। 5

ड) सिद्ध कीजिए कि दी हुई तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्धशीर्ष कोण $\tan^{-1}(\sqrt{2})$ होता है। <https://www.upboardonline.com> 5

6. Do all the parts of the following :

a) If a die is thrown three times, then find the probability of getting one appearing number in them will be odd. 5

b) Minimize $Z = x + 2y$ under the following constraints :

$$2x + y \geq 3, x + 2y \geq 6, x \geq 0, y \geq 0. \quad 5$$

c) Solve : $\int \frac{3x+5}{x^3 - x^2 - x + 1} dx.$ 5

d) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, show that $A^2 - 5A + 7I = 0$ and also find A^{-1} with its help. 5

e) Show that the semi-vertical angle of the right circular cone of maximum volume and of given slant height is $\tan^{-1}(\sqrt{2})$. 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 8

ख) i) रेखा युग्म $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ तथा $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए। 4

ii) यदि किसी त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक $(1, 5, -1)$, $(0, 4, -2)$ और $(2, 3, 4)$ हैं तो इसके शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 4

7. Do any one part of the following :

a) Find the shortest distance between the lines $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ and $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$. 8

b) i) Find the angle between the pair of lines $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ and $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$. 4

ii) If the coordinates of mid-points of the sides of a triangle are $(1, 5, -1)$, $(0, 4, -2)$ and $(2, 3, 4)$ then find the coordinates of its vertices. 4

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) रैखिक समीकरण निकाय

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ हो तो A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

8. Do any one part of the following :

a) Solve the system of linear equations by matrix method :

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

b) If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ then find A^{-1} .

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$.

ख) $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

9. Do any one part of the following :

a) Prove that $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$.

b) Find the value of $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$.

324(FB) - 98,000

<https://www.upboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

अनुक्रमांक

नाम

131

324(FC)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट |

| पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) $\sin^{-1}(e^{-x})$ का अवकल गुणांक होगा

i) $\cos^{-1}(e^{-x})$

ii) $\frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

iii) $\frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}}$

iv) $-\frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}}$

ख) $\int x \sin x \, dx$ का मान होगा

i) $-x \cos x + \sin x + c$

ii) $x \cos x - \sin x + c$

iii) $x \sin x - \cos x + c$

iv) $-x \cos x - \sin x + c$

ग) मापांक फलन $f: R \rightarrow R^+$ को $f(x) = |x|$ के द्वारा दिया गया है, तब यह होगा

i) एकैकी

ii) बहु-एकैकी

iii) अनाच्छादक

iv) इनमें से कोई नहीं

घ) यदि $\begin{bmatrix} 2x-y & x+2y \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ हो तो x तथा y का मान होगा

i) $x = 1, y = 1$

ii) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$

iii) $x = 2, y = 1$

iv) $x = 1, y = \frac{1}{2}$

ङ) सदिशों $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ तथा $2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ के बीच का कोण होगा

i) 60°

ii) 30°

iii) 90°

iv) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{14}\right)$

1. Attempt all the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write it in your answer-book :

a) Differential coefficient of $\sin^{-1}(e^{-x})$ will be

i) $\cos^{-1}(e^{-x})$

ii) $\frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

iii) $\frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}}$

iv) $-\frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}}$

- b) The value of $\int x \sin x \, dx$ will be
- i) $-x \cos x + \sin x + c$ ii) $x \cos x - \sin x + c$
 iii) $x \sin x - \cos x + c$ iv) $-x \cos x - \sin x + c$ 1
- c) The modulus function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ is given by $f(x) = |x|$; then it will be
- i) one-one ii) many-one
 iii) not onto iv) none of these 1
- d) If $\begin{bmatrix} 2x-y & x+2y \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ then the values of x and y will be
- i) $x = 1, y = 1$ ii) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$
 iii) $x = 2, y = 1$ iv) $x = 1, y = \frac{1}{2}$ 1
- e) The angle between the vectors $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ and $2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ will be
- i) 60° ii) 30°
 iii) 90° iv) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{14}\right)$ 1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) सदिश $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ की दिक्-कोज्याएँ (direction cosines) ज्ञात कीजिए। 1
- ख) यदि $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \tan^{-1} x$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 1
- ग) यदि $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ तथा $P(A/B) = \frac{2}{5}$ हो तो $P(A \cap B)$ ज्ञात कीजिए। 1
- घ) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x}{1-y}$. 1
- ङ) वक्र $y = 2x^2 - 3\cos x$ का $x = 0$ पर प्रवणता ज्ञात कीजिए। 1

2. Do all the parts of the following :

- a) Find the direction cosines of the vector $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$. 1
- b) If $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \tan^{-1} x$ then find the value of x . 1

324(FC)

- c) If $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ and $P(A/B) = \frac{2}{5}$ then find $P(A \cap B)$. 1
- d) Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x}{1-y}$. 1
- e) Find the slope of the curve $y = 2x^2 - 3\cos x$ at $x = 0$. 1
3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :
- क) यदि $x^y = e^{x-y}$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\log_e x}{(1 + \log_e x)^2}$. 2
- ख) अवकल समीकरण $\sec^2 x \tan y dx + \sec^2 y \tan x dy = 0$ को हल कीजिए। 2
- ग) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$ जहाँ ω इकाई का घनमूल है। 2
- घ) यदि $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ है तथा A और B स्वतंत्र घटनायें हैं तो
(i) $P(A \cap B)$ तथा (ii) $P(A \cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
3. Do all the parts of the following :
- a) If $x^y = e^{x-y}$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\log_e x}{(1 + \log_e x)^2}$. 2
- b) Solve the differential equation $\sec^2 x \tan y dx + \sec^2 y \tan x dy = 0$. 2
- c) Prove that $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$ where ω is cube root of unity. 2
- d) If $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ and A and B are independent events then find the values of (i) $P(A \cap B)$ and (ii) $P(A \cup B)$. 2
4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :
- क) वक्र $ay^2 = x^3$ के बिन्दु (am^2, am^3) पर प्रवणता ज्ञात कीजिए। 2
- ख) दर्शाइए कि बिन्दु $A(2, 3, 4)$, $B(-1, -2, 1)$ तथा $C(5, 8, 7)$ संरेख हैं। 2
- ग) $\int \sqrt{5+2x+x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
- घ) यदि $y = x^x$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

Do all the parts of the following :

- a) Find the slope of the curve $ay^2 = x^3$ at the point (am^2, am^3) . 2
- b) Show that the points $A(2,3,4)$, $B(-1,-2,1)$ and $C(5,8,7)$ are collinear. 2
- c) Find the value of $\int \sqrt{5+2x+x^2} dx$. 2
- d) If $y = x^x$ then find $\frac{dy}{dx}$. 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत $Z = 3x + 9y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y, x \geq 0, y \geq 0.$$

5

ख) रेखाओं $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ और

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

ग) दिखाइए कि सम्बन्ध $R = \{(a,b) : (a-b), 5 \text{ का गुणज है}\}$, एक समुच्चय $Z =$ पूर्णाकों का समुच्चय पर एक तुल्यता सम्बन्ध है। 5

घ) यदि $-1 < x < 1$ के लिए $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ है तो सिद्ध कीजिए

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}.$$

5

ङ) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right).$ 5

5. Do all the parts of the following :

a) Minimize $Z = 3x + 9y$ under the following constraints :

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y, x \geq 0, y \geq 0.$$

5

- b) Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}).$$

5

- c) Show that a relation $R = \{(a, b) : (a - b) \text{ is a multiple of } 5\}$ on the set $Z = \text{set of integers}$ is an equivalence relation.

5

- d) If $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ for $-1 < x < 1$ then prove that

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}.$$

5

- e) Prove that $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right).$

5

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x$ ($x \neq 0$) का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, जबकि

$$y = 0 \text{ यदि } x = \frac{\pi}{2}.$$

5

- ख) मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x}{(x-a)(x-b)(x-c)} dx.$

5

- ग) वृत्त $x^2 + y^2 = 2x = 8$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

5

- घ) एक थैले में 4 लाल और 4 काली गेंदें हैं तथा दूसरे थैले में 2 लाल और 6 काली गेंदें हैं। इनमें से एक थैले को यादृच्छया चुना जाता है और उसमें से एक गेंद निकाली जाती है जो लाल है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह लाल गेंद पहले थैले से निकाली गयी है।

5

- ड) यदि किसी $\triangle ABC$ में शीर्ष A, B, C के स्थिति सदिश क्रमशः \vec{a}, \vec{b} और \vec{c} हैं तो सिद्ध कीजिए कि $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल $\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}|$ होगा।

5

6. Do all the parts of the following :

- a) Find the particular solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x \quad (x \neq 0), \text{ when } y = 0 \text{ if } x = \frac{\pi}{2}.$$

5

- b) Find the value of $\int \frac{x}{(x-a)(x-b)(x-c)} dx$. 5
- c) Find the area bounded by the circle $x^2 + y^2 - 2x = 8$. 5
- d) There are 4 red and 4 black balls in a bag and another bag contains 2 red and 6 black balls. One bag is randomly selected and a red ball is drawn. Find the probability that the red ball is drawn from the first bag. 5
- e) If the position vectors of the vertices A, B, C of a triangle ABC are \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} respectively then prove that the area of ΔABC is $\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}|$. <https://www.upboardonline.com> 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$. 8

ख) $\int_0^{\pi} \frac{x \, dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

7. Do any one part of the following :

a) Prove that $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$. 8

b) Find the value of $\int_0^{\pi} \frac{x \, dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x}$. 8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 3 & -15 & 5 \\ -1 & 6 & -2 \\ 1 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ हो तो $(AB)^{-1}$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) निम्नलिखित रेखिक समीकरण निकाय

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

8

8. Do any one part of the following :

a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & -15 & 5 \\ -1 & 6 & -2 \\ 1 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ then find the value of $(AB)^{-1}$.

8

b) Solve the system of linear equations by matrix method :

8

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) अवकलन कीजिए : $y = (\tan x)^{\cot x} + (\sin x)^{\cos x}$.

8

ख) फलन $f(x) = \frac{3}{10}x^4 - \frac{4}{5}x^3 - 3x^2 + \frac{36}{5}x + 11$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें वह (i) वर्द्धमान, (ii) हासमान हो।

8

9. Do any one part of the following :

a) Differentiate : $y = (\tan x)^{\cot x} + (\sin x)^{\cos x}$.

8

b) Find the interval in which the function

$f(x) = \frac{3}{10}x^4 - \frac{4}{5}x^3 - 3x^2 + \frac{36}{5}x + 11$ is (i) increasing, (ii) decreasing.

8

324(FC) - 98,000

<https://www.upboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

13000/1334

<https://www.upboardonline.com>

समय : तीन घण्टे 15 मिनट]

[पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) एक सम्बन्ध $R = \{(a, b) : a = b - 2, b \geq 6\}$ समुच्चय N में परिभाषित है तो सही उत्तर होगा

i) $(2, 4) \in R$

ii) $(3, 8) \in R$

iii) $(6, 8) \in R$

iv) $(8, 7) \in R$

1

ख) फलन $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान है

i) $\frac{\pi}{2}$

ii) $\frac{\pi}{3}$

iii) $\frac{\pi}{4}$

iv) $\frac{2\pi}{3}$

1

ग) सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{vmatrix}$ का मान होगा

i) 16

ii) 18

iii) 15

iv) 13

1

घ) फलन $\sin(x^2 + 5)$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक होगा

i) $2x \cos(x^2 + 5)$

ii) $2x \sin(x^2 + 5)$

iii) $\cos(x^2 + 5)$

iv) इनमें से कोई नहीं

1

ङ) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$ तो α का मान होगा

i) $\frac{\pi}{6}$

ii) $\frac{\pi}{3}$

iii) π

iv) $\frac{3\pi}{2}$

1

1. Do all the parts of the following :

Write the correct alternative of each part in your answer-book :

a) A relation $R = \{(a, b) : a = b - 2, b \geq 6\}$ is defined on the set N , then the correct answer will be

i) $(2, 4) \in R$

ii) $(3, 8) \in R$

iii) $(6, 8) \in R$

iv) $(8, 7) \in R$

1

- b) The principal value of the function $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ will be
- i) $\frac{\pi}{2}$ ii) $\frac{\pi}{3}$
 iii) $\frac{\pi}{4}$ iv) $\frac{2\pi}{3}$ 1
- c) The value of the determinant $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{vmatrix}$ will be
- i) 16 ii) 18
 iii) 15 iv) 13 1
- d) The differential coefficient of the function $\sin(x^2 + 5)$ w.r.t. x will be
- i) $2x \cos(x^2 + 5)$ ii) $2x \sin(x^2 + 5)$
 iii) $\cos(x^2 + 5)$ iv) none of these 1
- e) If matrix $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, then the value of α will be
- i) $\frac{\pi}{6}$ ii) $\frac{\pi}{3}$
 iii) π iv) $\frac{3\pi}{2}$ 1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) वक्र $x = t^2 + 3t - 8$, $y = 2t^2 - 2t - 5$ का बिन्दु $(2, -1)$ पर $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1
- ख) फलन $\sin mx$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 1
- ग) दो सदिशों \vec{a} और \vec{b} के बीच का कोण 0 है तथा $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ दिया है तो 0 का मान ज्ञात कीजिए। 1
- घ) अवकल समीकरण $\frac{d^3y}{dx^3} + x^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटि ज्ञात कीजिए। 1
- ड) $\int x^2 e^{x^3} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

2. Do all the parts of the following :

- a) Find the value of $\frac{dy}{dx}$ of the curve $x = t^2 + 3t - 8$, $y = 2t^2 - 2t - 5$ at the point $(2, -1)$. 1
- b) Differentiate the function $\sin mx$ with respect to x . 1
- c) The angle between two vectors \vec{a} and \vec{b} is 0 and $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}|$ is given. Find the value of θ . 1
- d) Find the order of the differential equation $\frac{d^3y}{dx^3} + x^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + \frac{dy}{dx} + y = 0$. 1
- e) Find the value of $\int x^2 e^{x^3} dx$. 1

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) अवकल समीकरण $y \log y dx - x dy = 0$ को हल कीजिए। 2
- ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ तो AB तथा BA ज्ञात कीजिए। 2
- ग) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = x^2$, $x = 0$ पर संतत है। 2
- घ) यदि $y = x^3 + \tan x$ है तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए। 2

3. Do all the parts of the following :

- a) Solve the differential equation $y \log y dx - x dy = 0$. 2
- b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ then find AB and BA . 2
- c) Prove that the function $f(x) = x^2$ is continuous at $x = 0$. 2
- d) If $y = x^3 + \tan x$, then find $\frac{d^2y}{dx^2}$. 2

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) $\int \frac{\sin x}{\sin(x+a)} dx$ को हल कीजिए। 2
- ख) यदि A तथा B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, जहाँ $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{6}{10}$ हों तो $P(A \cup B)$ तथा $P(A \cap B)$ ज्ञात कीजिए। 2

ग) समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ हैं। 2

घ) एक परिवार में दो बच्चे हैं। यदि ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों के लड़का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

4. Do all the parts of the following :

a) Solve : $\int \frac{\sin x}{\sin(x+a)} dx$. 2

b) If A and B are independent events, where $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{6}{10}$ then find $P(A \cup B)$ and $P(A \cap B)$. 2

c) Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$. 2

d) There are two children in a family. If it is known that at least one child is boy in two of them, then find the probability that both the children are boy. <https://www.upboardonline.com> 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय Z में $R = \{(a, b) : (a-b) \text{ 5 का गुणज है} \}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है। 5

ख) यदि आव्यूह $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ तथा आव्यूह $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ हैं तो X और Y आव्यूहों को ज्ञात कीजिए। 5

ग) यदि $y = (\cot x)^{\sin x} + x^x$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 5

घ) ऐसी दो धन संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 15 है और वर्गों का योग न्यूनतम हो। 5

ङ) $\int \frac{x+2}{2x^2+6x+5} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

5. Do all parts of the following :

a) Prove that a relation $R = \{(a, b) : (a-b) \text{ is a multiple of 5} \}$ is an equivalence relation in the set of integers Z . 5

b) If the matrices $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ and $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ then find the matrices X and Y . 5

c) If $y = (\cot x)^{\sin x} + x^x$ then find $\frac{dy}{dx}$. 5

- d) Find such two positive numbers whose sum is 15 and sum of their squares is minimum. 5

- c) Find the value of $\int \frac{x+2}{2x^2+6x+5} dx$. 5

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

- ख) यदि बिन्दुओं A, B, C और D के स्थिति सदिश क्रमशः $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $2\hat{i} + 5\hat{j}$, $3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ और $\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k}$ हैं तो रेखाओं AB तथा CD के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 5

- ग) $Z = 4x + y$ का अधिकतम मान आलेख विधि द्वारा निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत ज्ञात कीजिए : 5

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

- घ) एक पासे को दो बार उछाला गया और प्रकट हुई संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

- ङ) अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$; ($x \neq 0$) का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 5

6. Do all the parts of the following :

- a) Find the area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$ surrounded by it. 5

- b) If the position vectors of the points A, B, C and D are successively $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $2\hat{i} + 5\hat{j}$, $3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k}$ then find the angle between the lines AB and CD . 5

- c) Find the maximum value of $Z = 4x + y$ under the following constraints by graphical method :

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

- d) A die is thrown two times. It is found that the sum of appeared numbers is 6. Find the conditional probability that the number 4 appeared at least one time. 5

- e) Find the general solution of the differential equation $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$; ($x \neq 0$). 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) आव्यूह विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

8

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4.$$

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 15 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ है तो A^{-1} ज्ञात कीजिए।

8

7. Do any one part of the following :

a) Solve the following system of equations by using matrix method :

8

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4.$$

b) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 15 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ then find A^{-1} .

8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) i) p का मान ज्ञात कीजिए ताकि रेखाएँ $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$ और $\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$ परस्पर लम्ब हों।

5

ii) दिखाइए कि बिन्दु $(2, -1, 1)$, $(1, -3, -5)$ तथा $(3, -4, -4)$ एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।

3

ख) दो रेखाओं l_1 और l_2 के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए जिनके सदिश समीकरण निम्नवत् हैं :

8

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ और } \vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}).$$

8. Do any one part of the following :

a) i) Find the value of p such that the lines $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$

and $\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$ are mutually perpendicular.

5

ii) Show that the points $(2, -1, 1)$, $(1, -3, -5)$ and $(3, -4, -4)$ are the vertices of a right angled triangle.

3

- b) Find the shortest distance between two lines l_1 and l_2 whose vector equations are $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu (3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$.

8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) समाकल $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x + 2)(x^2 + 1)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

8

ख) $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

8

9. Do any one part of the following :

a) Find the value of the integral $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x + 2)(x^2 + 1)} dx$.

8

b) Find the value of $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$.

8

324(FD) - 98,000

<https://www.upboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से