मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 16

नाम .....

131

324 (FF)

2022

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

निर्देश :

(i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

(ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं ।

(iii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।

(iv) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं ।

(v) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।

(vi) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए ।

(vii) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।

https://www.upboardonline.com

1. निम्नलिखित *सभी* खण्डों को हल कीजिए :

(क) यदि L किसी समतल में स्थित समस्त सरल रेखाओं का एक समुच्चय है तथा संबंध

$$R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2 \text{ पर लम्ब है}\}$$

समुच्चय L में परिभाषित है । निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए : 1

(i) R स्वतुल्य है (ii) R सममित है

(iii) R संक्रामक है (iv) इनमें से कोई नहीं

(ख) यदि आव्यूह A और B के क्रम (कोटि) क्रमशः $m \times n$ और $n \times p$ हैं, तो AB का क्रम है : 1

(i) $p \times m$ (ii) $n \times m$

(iii) $m \times p$ (iv) इनमें से कोई नहीं

(ग) अवकल समीकरण

$$xy\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} = 2$$

की घात है : 1

(i) 0 (ii) 1

(iii) 2 (iv) 3

(घ) व्यंजक $\hat{i}.\hat{i} - \hat{j}.\hat{j} + \hat{k}.\hat{k}$ का मान है : 1

(i) 0 (ii) 1

(iii) 2 (iv) 3

https://www.upboardonline.com

(ङ) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$ का मान होगा : 1

(i) 0 (ii) $\frac{\pi}{2}$

(iii) $\frac{\pi}{4}$ (iv) $\frac{\pi}{8}$

2. निम्नलिखित ***सभी*** खण्डों को हल कीजिए :

(क) फलन $f : R \to R$, $f(x) = x^2 \; \forall \; x \in R$ द्वारा परिभाषित है, तो फलन f है : 1

(i) एकैकी आच्छादक

(ii) बहु-एक आच्छादक

(iii) एकैकी, किन्तु आच्छादक नहीं

(iv) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

(ख) यदि $f : R \to R$ जहाँ $f(x) = \cos x$ और $g : R \to R$ जहाँ $g(x) = x^2$, तो सिद्ध कीजिए कि $fog \neq gof$. 1

(ग) $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान होगा : 1

(i) $\frac{\pi}{3}$ (ii) $\frac{\pi}{6}$

(iii) $\frac{2\pi}{3}$ (iv) इनमें से कोई नहीं

https://www.upboardonline.com

(घ) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर संतत है। 1

(ङ) यदि ΔABC के शीर्ष $A(1, 1, 1)$, $B(1, 2, 3)$ और $C(2, 3, 1)$ हों, तो ΔABC का क्षेत्रफल वर्ग इकाई में है : 1

(i) $\frac{\sqrt{21}}{2}$ (ii) $\frac{\sqrt{22}}{3}$

(iii) $\frac{\sqrt{23}}{3}$ (iv) इनमें से कोई नहीं

3. निम्नलिखित ***सभी*** खण्डों को हल कीजिए :

(क) $y - x\frac{dy}{dx} = a\left(y^2 + \frac{dy}{dx}\right)$ को हल कीजिए। 2

(ख) यदि $f : A \to B$ तथा $g : B \to C$ एकैकी हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $gof : A \to C$ भी एकैकी होगा। 2

(ग) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, तो AB तथा BA का मान ज्ञात कीजिए। 2

(घ) सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$. 2

https://www.upboardonline.com

4. निम्नलिखित ***सभी*** खण्डों को हल कीजिए :

(क) यदि $\Delta\ ABC$ के शीर्ष $A(2, -6)$, $B(5, 4)$, $C(k, 4)$ और उसका क्षेत्रफल 35 वर्ग इकाई हो, तो सिद्ध कीजिए कि k का मान 12, –2 होगा । 2

(ख) यदि $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए । 2

(ग) सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & x & yz \\ 1 & y & zx \\ 1 & z & xy \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

(घ) सिद्ध कीजिए कि दिए हुए सम्पूर्ण पृष्ठ और महत्तम आयतन वाले लम्ब-वृत्तीय शंकु का अर्ध-शीर्ष कोण $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ होता है । 2

5. निम्नलिखित में से किन्हीं ***पाँच*** खण्डों को हल कीजिए :

(क) दो वृत्तों $x^2 + y^2 = 4$ एवं $(x-2)^2 + y^2 = 4$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 5

(ख) समाकल $\int \frac{x^4\, dx}{(x-1)(x^2+1)}$ ज्ञात कीजिए । 5

(ग) हल कीजिए : 5

$$(1 + y^2)\, dx = (\tan^{-1} y - x)\, dy$$

https://www.upboardonline.com

(घ) दर्शाइए कि : 5

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

(ङ) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम-सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए । 5

(च) सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}\right] = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1} x$$

जहाँ $-\frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le 1.$ 5

6. निम्नलिखित में से किन्हीं ***पाँच*** खण्डों को हल कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि : 5

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix} = 1 + a^2 + b^2 + c^2$$

(ख) यदि एक समतल द्वारा निर्देशांक अक्षों पर अन्तःखण्ड क्रमशः a, b, c हैं और इसकी मूल-बिन्दु से दूरी p है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{p^2}$. 5

https://www.upboardonline.com

(ग) यदि $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$, तो सिद्ध कीजिए कि $x + y + z = xyz$. 5

(घ) अवकल समीकरण

$$\left[x \sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y\right] dx + x\, dy = 0,$$

$y = \frac{\pi}{4}$ यदि $x = 1$ को हल कीजिए । 5

(ङ) सिद्ध कीजिए कि : 5

$$\int_0^{\pi/2} \log (\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \log \frac{1}{2}$$

(च) $P(A \cup B)$ ज्ञात कीजिए यदि $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ और $P(A|B) = \frac{2}{5}$ है । 5

7. निम्नलिखित में से किसी *एक* खण्ड को हल कीजिए :

(क) (i) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए कि

$A^3 - 6A^2 + 7A + 2I = 0.$ 4

(ii) वक्र $y = x^3 + 2x + 6$ के उन अभिलंबों के समीकरण ज्ञात कीजिए, जो रेखा $x + 14y + 4 = 0$ के समांतर हैं । 4

https://www.upboardonline.com

(ख) (i) फलन $f(x) = \begin{cases} x & \text{यदि } x \le 1 \\ 5 & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$

द्वारा परिभाषित है तो क्या f, $x = 0$, $x = 1$ तथा $x = 2$ पर संतत है ? 4

(ii) यदि $y = e^{a \cos^{-1} x}$, $-1 \le x \le 1$, तो

$$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - a^2 y = 0.$$ 4

8. निम्नलिखित में से किसी *एक* खण्ड को हल कीजिए :

(क) प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्नलिखित आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए : 8

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

(ख) रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । 8

9. निम्नलिखित में से किसी *एक* खण्ड को हल कीजिए :

(क) दिए गए आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ -7 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ के लिए सत्यापित कीजिए कि $A . (\text{adj } A) = |A|\, I$ और इसका व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए । 8

https://www.upboardonline.com

(ख) सिद्ध कीजिए कि R त्रिज्या के गोले के अंतर्गत विशालतम लम्ब-वृत्तीय शंकु का आयतन गोले के आयतन का $\frac{8}{27}$ होता है । 8

(English Version)

Instructions :

(i) *First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.*

(ii) *There are in all **nine** questions in this question paper.*

(iii) ***All** questions are compulsory.*

(iv) *In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.*

(v) *Marks allotted to the questions are indicated against them.*

(vi) ***Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.***

(vii) ***Do not waste your time over a question you cannot solve.***

1. Attempt ***all*** parts of the following :

(a) If L is a set of all straight lines in any plane and relation

$R = \{(L_1, L_2) : L_1 \text{ is perpendicular to } L_2\}$

is defined in L. Select the correct answer from the following : 1

(i) R is reflexive (ii) R is symmetric

(iii) R is transitive (iv) None of these

https://www.upboardonline.com

(b) If the order of matrices A and B are respectively $m \times n$ and $n \times p$, then the order of AB is : 1

(i) $p \times m$ (ii) $n \times m$

(iii) $m \times p$ (iv) None of these

(c) The degree of the differential equation $xy\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} = 2$ is : 1

(i) 0 (ii) 1

(iii) 2 (iv) 3

(d) The value of the expression $\hat{i}.\hat{i} - \hat{j}.\hat{j} + \hat{k}.\hat{k}$ is : 1

(i) 0 (ii) 1

(iii) 2 (iv) 3

(e) The value of $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$ will be : 1

(i) 0 (ii) $\frac{\pi}{2}$

(iii) $\frac{\pi}{4}$ (iv) $\frac{\pi}{8}$

https://www.upboardonline.com

2. Attempt ***all*** parts of the following :

(a) The function $f : R \to R$, $f(x) = x^2 \ \forall \ x \in R$ is defined, then f is : *1*

(i) one-one onto

(ii) many-one onto

(iii) one-one, but not onto

(iv) neither one-one nor onto

(b) If $f : R \to R$ where $f(x) = \cos x$ and $g : R \to R$ where $g(x) = x^2$, then prove that $fog \neq gof$. *1*

(c) The principal value of $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ will be : *1*

(i) $\frac{\pi}{3}$ (ii) $\frac{\pi}{6}$

(iii) $\frac{2\pi}{3}$ (iv) None of these

(d) Prove that the function $f(x) = |x|$ is continuous at $x = 0$. *1*

(e) The area of $\Delta\ ABC$, whose vertices are $A(1, 1, 1)$, $B(1, 2, 3)$ and $C(2, 3, 1)$ in square units is : *1*

(i) $\frac{\sqrt{21}}{2}$ (ii) $\frac{\sqrt{22}}{3}$

(iii) $\frac{\sqrt{23}}{3}$ (iv) None of these

https://www.upboardonline.com

3. Attempt ***all*** parts of the following :

(a) Solve $y - x\frac{dy}{dx} = a\left(y^2 + \frac{dy}{dx}\right)$. 2

(b) If $f : A \to B$ and $g : B \to C$ are one-one, then prove that $gof : A \to C$ is also one-one. 2

(c) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, then find AB and BA. 2

(d) Prove that $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$. 2

4. Attempt ***all*** parts of the following :

(a) If vertices of $\Delta\ ABC$ are $A(2, -6)$, $B(5, 4)$ and $C(k, 4)$ and if the area of $\Delta\ ABC$ be 35 square units, then prove that the value of k will be 12, – 2. 2

(b) If $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$, then find the value of x. 2

(c) Find the value of the determinant

$$\begin{vmatrix} 1 & x & yz \\ 1 & y & zx \\ 1 & z & xy \end{vmatrix}.$$

https://www.upboardonline.com

(d) Show that the semi-vertical angle of right circular cone of given total surface and maximum volume is $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$. 2

5. Attempt any ***five*** parts of the following :

(a) Find the area between region of two circles $x^2+y^2=4$ and $(x-2)^2+y^2=4$. 5

(b) Find the integral $\int \frac{x^4\,dx}{(x-1)(x^2+1)}$. 5

(c) Solve : https://www.upboardonline.com 5

$$(1+y^2)\,dx = (\tan^{-1}y - x)\,dy$$

(d) Show that : 5

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

(e) Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. 5

(f) Prove that :

$$\tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}\right] = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1}x,$$

where $-\frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le 1$. 5

https://www.upboardonline.com

6. Attempt any ***five*** parts of the following : 5

(a) Prove that :

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix} = 1 + a^2 + b^2 + c^2$$

(b) If a, b, c are the intercepts on coordinate axes respectively by a plane and its distance from the origin is p, then prove that $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{p^2}$. 5

(c) If $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \pi$, then prove that $x+y+z = xyz$. 5

(d) Solve the differential equation

$$\left[x\sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y\right]dx + x\,dy = 0,$$

$y = \frac{\pi}{4}$ if $x = 1$. 5

(e) Prove that $\int_0^{\pi/2} \log(\sin x)\,dx = \frac{\pi}{2}\log\frac{1}{2}$. 5

(f) Find $P(A \cup B)$, if $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ and $P(A \mid B) = \frac{2}{5}$. 5

https://www.upboardonline.com

7. Attempt any *one* part of the following :

(a) (i) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, then prove that

$A^3 - 6A^2 + 7A + 2I = 0.$ 4

(ii) Find the equations of the normals, to the curve $y = x^3 + 2x + 6$. which are parallel to the line $x + 14y + 4 = 0$. 4

(b) (i) Is the function f defined by

$f(x) = \begin{cases} x & \text{if } x \le 1 \\ 5 & \text{if } x > 1 \end{cases}$ continuous at

$x = 0, x = 1$ and $x = 2$? 4

(ii) If $y = e^{a \cos^{-1} x}$, $-1 < x < 1$, then

$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - a^2y = 0.$ 4

8. Attempt any *one* part of the following :

(a) By using elementary transformation, find the inverse of the following matrix : 8

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) Find the shortest distance between the lines $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ and

$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$. 8

https://www.upboardonline.com

9. Attempt any *one* part of the following :

(a) Verify : $A \cdot (\text{adj } A) = |A|\, I$ for the given matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ -7 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ and find its inverse. 8

(b) Prove that the volume of the largest right circular cone that can be inscribed in a sphere of radius R is $\frac{8}{27}$ of the volume of the sphere. 8

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 16

अनुक्रमांक .....

नाम .....

131 324(FH)

2022

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टत: लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

https://www.upboardonline.com

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1 निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $A = \{a, b\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{3, 7\}$ तो $A \times (B \cup C)$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) हल कीजिए :

$$\tan\theta + \tan 2\theta + \sqrt{3}\tan\theta \tan 2\theta = \sqrt{3}.$$ 1

ग) सिद्ध कीजिए कि $\operatorname{cosec}^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \sin^{-1} x$. 1

घ) समतल $2x - y + z = 5$ के अभिलम्ब का दिक् अनुपात ज्ञात कीजिए। 1

ङ) सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 1

https://www.upboardonline.com

1. Attempt *all* parts of the following :

a) If $A = \{a, b\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{3, 7\}$ then find $A \times (B \cup C)$. 1

b) Solve :

$\tan\theta + \tan 2\theta + \sqrt{3}\tan\theta \tan 2\theta = \sqrt{3}$. 1

c) Prove that $\operatorname{cosec}^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \sin^{-1} x$. 1

d) Find the direction ratio of the normal to the plane $2x - y + z = 5$. 1

e) Find the angle between the vectors $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$. 1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) निम्न का मान ज्ञात कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 0 & c & b \\ -c & 0 & a \\ -b & -a & 0 \end{vmatrix}.$$ 1

ख) सिद्ध कीजिए $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$. 1

ग) यदि $x = a\cos^2 2t$ तथा $y = a\sin^2 2t$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 1

https://www.upboardonline.com

घ) यदि $A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए $(A - B)' = A' - B'$. 1

ङ) यदि $P(A) = 0 \cdot 12$, $P(B) = 0 \cdot 15$ और $P(B / A) = 0 \cdot 18$ तो ज्ञात कीजिए $P(A \cap B)$. 1

2. Attempt *all* parts of the following :

a) Evaluate $\begin{vmatrix} 0 & c & b \\ -c & 0 & a \\ -b & -a & 0 \end{vmatrix}$. 1

b) Prove that $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$. 1

c) If $x = a\cos^2 2t$ and $y = a\sin^2 2t$ then find $\frac{dy}{dx}$. 1

d) If $A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ then show that $(A - B)' = A' - B'$. 1

e) If $P(A) = 0 \cdot 12$, $P(B) = 0 \cdot 15$ and $P(B / A) = 0 \cdot 18$ then find the value of $P(A \cap B)$ 1

https://www.upboardonline.com

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि यदि $f: A \to B$ तथा $g: B \to C$ एकैकी है तो $gof: A \to C$ भी एकैकी है। 2

ख) यदि $x = \sin y$ तो सिद्ध कीजिए

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} = x\frac{dy}{dx}.$$ 2

ग) क्या $f(x) = |x|$; $x = 0$ पर अवकलनीय है ? 2

घ) किसी दौड़ में A के जीतने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है तथा B के जीतने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है। उस दौड़ में A और B में से कोई न जीत पाए इसकी प्रायिकता क्या है ? 2

3. Attempt *all* parts of the following :

a) Prove that if $f: A \to B$ and $g: B \to C$ are one-to-one then $gof: A \to C$ is also one-to-one. 2

https://www.upboardonline.com

b) If $x = \sin y$, then prove that

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} = x\frac{dy}{dx}.$$ 2

c) Is $f(x) = |x|$ differentiable at $x = 0$? 2

d) The probability of A to win the race is $\frac{1}{3}$ and that of B to win the race is $\frac{1}{4}$. Find the probability that in this race neither A nor B wins the race. 2

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि फलन $f: Q \to Q$ सम्बन्ध $f(x) = 3x - 4$, $x \in Q$ से परिभाषित है तो सिद्ध कीजिए कि f एकैकी आच्छादक फलन है जहाँ Q परिमेय संख्याओं का समुच्चय है। 2

ख) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात करें। 2

https://www.upboardonline.com

ग) एक थैले में 4 सफेद और 2 काली गेंद हैं तथा दूसरे थैले में 3 सफेद और 5 काली गेंदें हैं। यदि प्रत्येक थैले से एक गेंद निकाली जाय तो दोनों गेंद काली होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

घ) दर्शाइए $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)}dx$, निम्न में किसके बराबर है : 2

i) $-\cot(ex^x)+c$

ii) $\tan(xe^x)+c$

iii) $\tan(e^x)+c$

iv) $\cot(e^x)+c$.

4. Attempt *all* parts of the following :

a) The function $f:Q\to Q$ is defined by the relation $f(x)=3x-4$, $x\in Q$. Prove that f is one-to-one and onto mapping where Q is the set of rational numbers. 2

https://www.upboardonline.com

b) Find the projection of vector $\vec{a}=2\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ on the vector $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$. 2

c) There are 4 white and 2 black balls in a bag and in another bag 3 white and 5 black balls. Find the probability of getting both black balls if a ball is drawn from each bag. 2

d) Show $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)}dx$ is equal to which of the following : 2

i) $-\cot(ex^x)+c$

ii) $\tan(xe^x)+c$

iii) $\tan(e^x)+c$

iv) $\cot(e^x)+c$.

https://www.upboardonline.com

5. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए :

क) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{1+\sin x \cos x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

ख) दर्शाइए कि

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = (abc)\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

5

ग) समतल $\vec{r}.(6\hat{i}-3\hat{j}-2\hat{k})+1=0$ पर मूल बिन्दु से डाले गए लम्ब इकाई सदिश की दिक् कोसाइन ज्ञात कीजिए। 5

घ) $\int_0^{\pi} (\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}) dx$ का मान ज्ञात करें। 5

ङ) सदिश $(\vec{a}+\vec{b})$ और $(\vec{a}-\vec{b})$ में से प्रत्येक के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ तथा $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ है। 5

https://www.upboardonline.com

ङ) $Z=4x+y$ का अधिकतम मान निम्न दिये गये अवरोधों के अन्तर्गत ज्ञात कीजिए :

$x+y \le 50,\ 3x+y \le 90,\ x \ge 0,\ y \ge 0.$

5

च) दिए गये वक्र $x=a\sin^3 t,\ y=b\cos^3 t$ के एक बिन्दु जहाँ $t=\frac{\pi}{2}$ है, पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। 5

6. Attempt any *five* parts of the following :

a) Discuss the continuity of the function $f(x)=\begin{cases} x+2 & \text{if } x \le 1 \\ x-2 & \text{if } x > 1 \end{cases}$. 5

b) Differentiate $y=e^{\sec^2 x}+3\cos^{-1} x+x^x$ with respect to x. 5

c) Find the equation of the curve passing through the point (1, – 1) whose differential equation is

$xy\frac{dy}{dx}=(x+2)(y+2).$ 5

https://www.upboardonline.com

d) The probability of solving a question by three students A, B, C are respectively $\frac{3}{10}, \frac{1}{5}$ and $\frac{1}{10}$. Find the probability of solving the question. 5

e) Find the maximum value of $Z = 4x + y$ under the constraints given by $x + y \leq 50$, $3x + y \leq 90$, $x \geq 0$, $y \geq 0$. 5

f) Find the equation of the tangent to the curve $x = a\sin^3 t$, $y = b\cos^3 t$ at the point where $t = \frac{\pi}{2}$. 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) आव्यूह विधि से निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल करें :

$x + y + z = 8$
$x - y + z = 2$
$2x + y - z = 1$. 8

https://www.upboardonline.com

ख) यदि $|x - 5 - 1| \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 8

7. Attempt any one part of the following :

a) Solve the following system of equations by matrix method :

$x + y + z = 8$
$x - y + z = 2$
$2x + y - z = 1$. 8

b) If $|x - 5 - 1| \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ then determine x. 8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) एक घन का आयतन 9 cm^3/s की दर से बढ़ रहा है। यदि इसके कोर की लम्बाई 10 cm है तो इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है ? 8

ख) ऐसे परवलयों के कुल को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिनका शीर्ष मूल बिन्दु पर है तथा जिनका अक्ष धनात्मक x-अक्ष की दिशा में है। 8

https://www.upboardonline.com

8. Attempt any *one* part of the following :

a) The volume of a cube is increasing at the rate of 9 cm^3/s. Find the rate by which its surface area is increasing if the length of the edge of the cube is 10 cm. 8

b) Find the differential equation of a family of parabolas whose vertices are at the origin and whose positive axes are in the positive side of the x-axis. 8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) $\int_0^a \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{a-x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

https://www.upboardonline.com

च) सिद्ध कीजिए कि दी गयी तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्ध शीर्ष कोण $\tan^{-1}(\sqrt{2})$ होता है। 5

5. Attempt any *five* parts of the following :

a) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin x \cos x} dx$. 5

b) Show that

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = (abc)\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

https://www.upboardonline.com 5

c) Find the direction cosine of orthogonal unit vector drawn from the origin on the plane $\vec{r}.(6\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}) + 1 = 0$. 5

d) Evaluate $\int_0^{\pi} \left(\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}\right) dx$. 5

e) Find the normal unit vector for each of vectors $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$ where $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$. 5

https://www.upboardonline.com

f) Prove that the semi-vertical angle of a cone with given slant height and maximum volume is $\tan^{-1}(\sqrt{2})$. 5

6. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित फलन के सांतत्य पर विचार कीजिए :

$$f(x)=\begin{cases} x+2, & \text{यदि } x \le 1 \\ x-2, & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$$ 5

ख) x के सापेक्ष में $y=e^{\sec^2 x}+3\cos^{-1} x+x^x$ का अवकलन कीजिए। 5

ग) अवकल समीकरण $xy\frac{dy}{dx}=(x+2)(y+2)$ के बिन्दु $(1, -1)$ से गुजरने वाले वक्र को ज्ञात कीजिए। 5

घ) किसी प्रश्न को तीन छात्रों A, B, C के हल करने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{3}{10}, \frac{1}{5}$ तथा $\frac{1}{10}$ है तो प्रश्न के हल हो जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

https://www.upboardonline.com

9. Attempt any *one* part of the following :

a) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x+\cos^4 x}\,dx$. 8

b) Evaluate $\int_0^a \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{a-x}}\,dx$. 8

324(FH)- 95,000

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com

131 **324(FI)**

2022

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

https://www.upboardonline.com

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) मान लीजिए कि $f: R \to R$, $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित है। सही उत्तर का चयन कीजिए :

(i) f एकैकी आच्छादक है

(ii) f बहुपद आच्छादक है

(iii) f एकैकी है परंतु आच्छादक नहीं है

(iv) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है 1

ख) $\cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right)$ का मुख्य मान बराबर है

(i) $\frac{7\pi}{6}$ (ii) $\frac{5\pi}{6}$

(iii) $\frac{\pi}{3}$ (iv) $\frac{\pi}{6}$ 1

https://www.upboardonline.com

ग) वक्र $y=2x^2+3\sin x$ के $x=0$ पर अभिलम्ब की प्रवणता है

(i) 3 (ii) $\frac{1}{3}$

(iii) -3 (iv) $-\frac{1}{3}$ 1

घ) अवकल समीकरण $2x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+y=0$ की कोटि है

(i) 2 (ii) 1

(iii) 0 (iv) परिभाषित नहीं है 1

ङ) निश्चित समाकलन $\int_1^{\sqrt{3}}\frac{dx}{1+x^2}$ के सही उत्तर का चयन कीजिए :

(i) $\frac{\pi}{3}$ (ii) $\frac{2\pi}{3}$

(iii) $\frac{\pi}{6}$ (iv) $\frac{\pi}{12}$ 1

1. Attempt *all* parts of the following :

a) Suppose that a function $f:R\to R$ is defined by $f(x)=3x$. Select correct option :

(i) f is one-one onto

(ii) f is many one onto

(iii) f is one-one but not onto

(iv) f is neither one-one nor onto 1

https://www.upboardonline.com

b) The principal value of $\cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right)$ is

(i) $\frac{7\pi}{6}$ (ii) $\frac{5\pi}{6}$

(iii) $\frac{\pi}{3}$ (iv) $\frac{\pi}{6}$

c) The gradient of the normal to the curve $y=2x^2+3\sin x$ at $x=0$ is

(i) 3 (ii) $\frac{1}{3}$

(iii) -3 (iv) $-\frac{1}{3}$ 1

d) Order of the differential equation $2x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+y=0$ is

(i) 2

(ii) 1

(iii) 0

(iv) not defined. 1

e) Choose the correct answer of the definite integral $\int_1^{\sqrt{3}}\frac{dx}{1+x^2}$:

(i) $\frac{\pi}{3}$ (ii) $\frac{2\pi}{3}$

(iii) $\frac{\pi}{6}$ (iv) $\frac{\pi}{12}$ 1

https://www.upboardonline.com

2. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) जाँच कीजिए कि फलन $f(x)=5x-3$, $x=0$ पर संतत है। 1

ख) $\int \operatorname{cosec} x(\operatorname{cosec} x+\cot x)dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ग) यदि $A=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$ तथा $B=\begin{bmatrix}3 & 5\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ है तो AB का मान ज्ञात कीजिए। 1

घ) यदि E और F इस प्रकार की घटनाएँ हैं कि $P(E)=0\cdot6$, $P(F)=0\cdot3$ और $P(E\cap F)=0\cdot2$ तो $P(E/F)$ ज्ञात कीजिए। 1

ङ) $\tan^{-1}(1)+\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)+\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

2. Attempt *all* the parts of the following :

a) Check that the function $f(x)=5x-3$ is continuous at $x=0$. 1

b) Find the value of $\int \operatorname{cosec} x(\operatorname{cosec} x+\cot x)dx$. 1

c) If $A=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$ and $B=\begin{bmatrix}3 & 5\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ then find the value of AB. 1

https://www.upboardonline.com

d) If E and F are such type of events that $P(E)=0\cdot6$, $P(F)=0\cdot3$ and $P(E\cap F)=0\cdot2$ then find $P(E/F)$. 1

e) Find the value of

$$\tan^{-1}(1)+\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)+\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right).$$ 1

3. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) $\int \frac{dx}{x^2-6x+13}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

ख) दर्शाइए कि बिन्दु $A(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$, $B(\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k})$, $C(3\hat{i}-4\hat{j}-4\hat{k})$ एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं। 2

ग) स्वेच्छ अचरों a तथा b को विलुप्त करते हुए वक्र $y=e^x(a\cos x+b\sin x)$ के कुल को निरूपित करने वाला अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

घ) फलन $(\log x)^{\cos x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 2

https://www.upboardonline.com

3. Attempt *all* parts of the following :

a) Find the value of $\int \frac{dx}{x^2-6x+13}$. 2

b) Show that the points $A(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$, $B(\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k})$, $C(3\hat{i}-4\hat{j}-4\hat{k})$ are vertices of a right angle triangle. 2

c) Removing the arbitrary constants a and b find the differential equation representing the family of curve $y=e^x(a\cos x+b\sin x)$. 2

d) Differentiate the function $(\log x)^{\cos x}$ with respect to x. 2

4. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) ग्राफीय विधि से निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

$Z=3x+4y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए जबकि व्यवरोध निम्न हैं :

$x+y\leq 4$

$x\geq 0$

$y\geq 0$

https://www.upboardonline.com

ख) सिद्ध कीजिए कि पूर्णांकों के समुच्चय Z में $R=\{(a,b):\ 2,\ (a-b)$ को विभाजित करती है $\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है। 2

ग) यदि शीर्ष $(2,-6)$ $(5,4)$ और $(k,4)$ वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल 35 वर्ग इकाई हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) सदिश $(\vec{a}+\vec{b})$ और $(\vec{a}-\vec{b})$ में से प्रत्येक के लंबवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$. 2

4. Attempt *all* parts of the following :

a) By graphical method solve the following linear programming problem. Find the maximum value of $Z=3x+4y$, under the following constraints :

$x+y\leq 4$

$x\geq 0$

$y\geq 0$ 2

b) Prove that in the set of integers Z, the given relation $R=\{(a,b):$ 2 divides $(a-b)\}$ is an equivalence relation. 2

https://www.upboardonline.com

c) If area of a triangle with vertex (2, – 6) (5, 4) and (k, 4) is 35 square units then find the value of k. 2

d) Find the unit vector perpendicular to each of the vectors $(\vec{a}+\vec{b})$ and $(\vec{a}-\vec{b})$ where $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$. 2

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों को हल कीजिए :

क) दर्शाइए कि $\sin^{-1}\frac{3}{5}-\sin^{-1}\frac{8}{11}=\cos^{-1}\frac{84}{85}$. 5

ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$

5

ग) फलन x^x का निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए। 5

घ) एक थैले में 4 लाल और 4 काली गेंदें हैं। दूसरे थैले में 2 लाल और 6 काली गेंदें हैं। इनमें से एक थैले को यादृच्छया चुना जाता है और उसमें से एक गेंद निकाली जाती है जो लाल है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह पहले थैले से निकाली गयी है। 5

https://www.upboardonline.com

ङ) उस समतल का सदिश और कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (5, 2, – 4) से जाता है और 2, 3, – 1 दिक्-अनुपात वाली रेखा पर लम्ब है। 5

च) यदि $y=3\cos(\log x)+4\sin(\log x)$ है तो दिखाइये कि $x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+y=0$. 5

5. Attempt any *five* parts of the following :

a) Show that

$$\sin^{-1}\frac{3}{5}-\sin^{-1}\frac{8}{11}=\cos^{-1}\frac{84}{85}.$$ 5

b) Prove that

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$

5

c) Find the minimum value of the function x^x. 5

d) In a bag there are 4 red and 4 black balls. In another bag there are 2 red and 6 black balls. One bag is selected at random and one ball drawn which is red. Find the probability, that it is drawn from the first bag. 5

https://www.upboardonline.com

e) Find the vector and Cartesian equation of that plane which passes through the point $(5, 2, -4)$ and perpendicular to the line whose direction ratios are $2, 3, -1$. 5

f) If $y = 3\cos(\log x) + 4\sin(\log x)$ then show that $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$. 5

6. निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों को हल कीजिए :

क) परवलय $y^2 = 4ax$ और सरल रेखा $y = 2ax$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल निश्चित समाकलन की सहायता से ज्ञात कीजिए। 5

ख) अवकल समीकरण $(\tan^{-1} y - x)dy = (1 + y^2)\, dx$ का हल ज्ञात कीजिए। 5

ग) एक व्यक्ति A, 70% घटनाओं में सत्य बोलता है। दूसरा व्यक्ति B, 60% घटनाओं में सत्य बोलता है। एक घटना में दोनों के एक दूसरे से सहमत होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

https://www.upboardonline.com

घ) निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए।
निम्न व्यवरोधों
$x - y \geq 0$
$-x + 2y \geq 2$
$x \geq 3, \quad y \leq 4, \quad y \geq 0$ के अन्तर्गत $Z = 2x + 3y - 1$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। 5

ङ) समतलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ और $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) - 5 = 0$ के प्रतिच्छेदन और बिन्दु $(2, 2, 1)$ से जाने वाले समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 5

च) वक्र $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखाएँ (i) x-अक्ष के समान्तर हों (ii) y-अक्ष के समान्तर हों। 5

6. Attempt any *five* parts of the following :

a) Find the area enclosed between the parabola $y^2 = 4ax$ and straight line $y = 2ax$, with the help of definite integral. 5

b) Find the solution of the differential equation $(\tan^{-1} y - x)dy = (1 + y^2)\, dx$. 5

https://www.upboardonline.com

c) A man A speaks truth in 70% events. Another man B speaks truth in 60% events. Find the probability that in an event both agree with one other. 5

d) Solve the following linear programming problem under the following constraints :

$x - y \geq 0$

$-x + 2y \geq 2$

$x \geq 3,\ y \leq 4,\ y \geq 0.$

Find the minimum value of $Z = 2x + 3y - 1$. 5

e) Find the vector equation of a plane passing through the intersection of the planes $\vec{r}.(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ and $\vec{r}.(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) - 5 = 0$ and point (2, 2, 1). 5

f) Find the points on the curve $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ where the tangents are (i) parallel to x-axis, (ii) parallel to y-axis. 5

https://www.upboardonline.com

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित समीकरण निकाय

$2x + y + z = 1$

$x - 2y - 3z = 1$

तथा $3x + 2y + 4z = 5$ को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) रेखाएँ, जिनके सदिश समीकरण निम्नलिखित हैं, के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ और

$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$. 8

7. Attempt any *one* part of the following :

a) Solve the following system of equations https://www.upboardonline.com

$2x + y + z = 1$

$x - 2y - 3z = 1$

and $3x + 2y + 4z = 5$ by matrix method. 8

b) Find the shortest distance between the lines, whose vector equations are given by

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ and

$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$. 8

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\pi/2} \log(\sin x)\, dx = \int_0^{\pi/2} \log(\cos x)\, dx = -\frac{\pi}{2}\log 2.$$

8

ख) अवकल समीकरण

$$(1+e^{x/y})\, dx + e^{x/y}(1-\frac{x}{y})\, dy = 0$$ को

हल कीजिए। 8

8. Attempt any one part of the following :

a) Prove that

$$\int_0^{\pi/2} \log(\sin x)\, dx = \int_0^{\pi/2} \log(\cos x)\, dx = -\frac{\pi}{2}\log 2.$$

8

b) Solve the differential equation

$$(1+e^{x/y})\, dx + e^{x/y}(1-\frac{x}{y})\, dy = 0.$$

8

9. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) $\int_a^b x^2 dx$ का योगफल की सीमा के रूप में निश्चित समाकल की सहायता से मान ज्ञात कीजिए। 8

https://www.upboardonline.com

ख) i) $\int \frac{x+2}{2x^2+6x+5}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

ii) वक्र $x = at^2,\ y = 2at$ के बिन्दु ' t ' पर अभिलम्ब रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। 3

9. Attempt any *one* part of the following :

a) Find the value of $\int_a^b x^2 dx$ with the help of definite integral as the limit of a sum. 8

b) i) Find the value of

$$\int \frac{x+2}{2x^2+6x+5}\, dx.$$ 5

ii) Find the equation of the normal at point ' t ' of the curve $x = at^2,\ y = 2at$. 3

324(FI)-95,000

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 16

अनुक्रमांक

नाम

131 **324(FJ)**

2022

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) $\tan^{-1}\sqrt{3}-\sec^{-1}(-2)$ का मान बराबर है

(i) π (ii) $-\pi/3$

(iii) $\pi/3$ (iv) $2\pi/3$. 1

ख) मान लीजिए कि समुच्चय N में

$R=\{(a,b):a=b-2, b>6\}$ द्वारा

परिभाषित सम्बन्ध है तो

(i) $(2, 4) \in R$

(ii) $(3, 8) \in R$

(iii) $(8, 6) \in R$

(iv) $(6, 8) \in R$ 1

ग) 3×3 कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल संख्या कितनी होगी जबकि प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 है ?

(i) 512 (ii) 81

(iii) 18 (iv) 27 1

घ) कौन-सा फलन $x = 1$ पर अवकलनीय नहीं है ?

(i) $f(x)=|x-2|$

(ii) $f(x)=|x-1|$

(iii) $f(x)=\frac{x}{|x|}$

(iv) $f(x)=|x+1|$ 1

ङ) भुजा में 3% वृद्धि के कारण भुजा x cm के घन के आयतन में सन्निकट परिवर्तन है

(i) $0{\cdot}06\ x^3 cm^3$

(ii) $0{\cdot}6\ x^3 cm^3$

(iii) $0{\cdot}09\ x^3 cm^3$

(iv) $0{\cdot}9\ x^3 cm^3$ 1

1. Attempt *all* parts of the following :

a) Value of $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ is

(i) π (ii) $-\pi/3$

(iii) $\pi/3$ (iv) $2\pi/3$

b) A relation $R=\{(a,b) : a=b-2, b>6\}$ is defined on the set N. Then

(i) $(2, 4) \in R$

(ii) $(3, 8) \in R$

(iii) $(8, 6) \in R$

(iv) $(6, 8) \in R$ 1

c) How many total number of matrices of order 3×3 are there whose entries are 0 or 1 ?

(i) 512 (ii) 81

(iii) 18 (iv) 27 1

d) Which function is not differential on $x = 1$?

(i) $f(x)=|x-2|$

(ii) $f(x)=|x-1|$

(iii) $f(x)=\frac{x}{|x|}$

(iv) $f(x)=|x+1|$ 1

e) What is the approximate change in the volume of a cube whose side is x cm, caused by increase of 3% in the side ?

(i) $0{\cdot}06\ x^3 cm^3$

(ii) $0{\cdot}6\ x^3 cm^3$

(iii) $0{\cdot}09\ x^3 cm^3$

(iv) $0{\cdot}9\ x^3 cm^3$ 1

2. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) $\int \frac{dx}{1+\tan x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) वक्र $y^2 = 4x$, y-अक्ष एवं रेखा $y = 3$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 1

ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{y-2}$ $(y \neq 2)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 1

घ) सदिशों $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 1

ङ) यदि A तथा B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं जहाँ $P(A) = 0 \cdot 3$, $P(B) = 0 \cdot 6$ हों तो $P(A \cap B)$ ज्ञात कीजिए। 1

2. Attempt *all* parts of the following :

a) Evaluate $\int \frac{dx}{1+\tan x}$. 1

b) Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$, y-axis and line $y = 3$. 1

c) Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{y-2}$ $(y \neq 2)$. 1

d) Find the angle between the vectors $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$. 1

e) If A and B are two independent events where $P(A) = 0 \cdot 3$, $P(B) = 0 \cdot 6$ then find $P(A \cap B)$. 1

3. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि पूर्णांकों के समुच्चय Z में $R = \{(a, b) : 2, (a - b)\}$ को विभाजित करती है ; द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है। 2

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ तो दिखाइए $|2A| = 4|A|$. 2

ग) x के सापेक्ष $x^{\sin x}$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए $(x > 0)$. 2

घ) किस अन्तराल में फलन $f(x) = x^2 - 4x - 6$ वर्धमान है ? 2

3. Attempt *all* parts of the following :

a) Prove that a relation $R = \{(a, b) : 2$ divides $(a - b)\}$ on the set of integers Z, is an equivalence relation.

b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ then show that $|2A| = 4|A|$. 2

c) Find differential coefficient of $x^{\sin x}$ with respect to x ($x > 0$). 2

d) In which interval is the function $f(x) = x^2 - 4x + 6$ increasing ? 2

4. निम्नलिखित **सभी खण्डों** को हल कीजिए :

क) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

ख) बिन्दुओं (–2, 4, –5) और (1, 2, 3) को मिलाने वाली रेखा की दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए। 2

ग) निम्न अवरोधों के अन्तर्गत $Z = 3x + 9y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए :

$x + 3y \le 60$, $x + y \ge 10$, $x \le y$, $x \ge 0$, $y \ge 0$. 2

घ) एक परिवार में दो बच्चे हैं, इनमें कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों बच्चों के लड़का होने की क्या प्रायिकता है ? 2

4. Attempt *all* the parts of the following :

a) Evaluate $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$. 2

b) Find direction cosines of the line joining the points (–2, 4, –5) and (1, 2, 3). 2

c) Find the minimum value of $Z = 3x + 9y$ under the following restrictions : $x + 3y \le 60$, $x + y \ge 10$, $x \le y$, $x \ge 0$, $y \ge 0$. 2

d) There are two children in a family, in which at least one child is boy. What is the probability that both children are boy ? 2

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $P(x) =$ X के समस्त उपसमुच्चयों का समुच्चय है जहाँ $X \neq \phi$, एक सम्बन्ध $R, P(x)$ पर इस प्रकार परिभाषित है कि ARB यदि और केवल यदि $A \subset B$ है। सिद्ध कीजिए कि R तुल्यता सम्बन्ध नहीं है। 5

ख) यदि $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 3\end{bmatrix}$ है तो सिद्ध कीजिए कि

$A^3-6A^2+7A+2I=0$. 5

ग) यदि $(\cos x)^y=(\cos y)^x$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 5

घ) $f(x)=x+\sin 2x$ का $[\ 0,\ 2\pi\ ]$ पर उच्चतम तथा निम्नतम मान ज्ञात कीजिए। 5

ङ) $(255)^{1/4}$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। 5

च) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix}(y+z)^2 & xy & zx\\ xy & (x+z)^2 & yz\\ xz & yz & (x+y)^2\end{vmatrix}=2xyz(x+y+z)^3$$

5

5. Attempt any *five* parts of the following :

a) If $P(x)=$ set of all subsets of X, where $X\neq\phi$, a relation R is defined on $P(x)$ as ARB if and only if $A\subset B$. Prove that R is not an equivalence relation. 5

b) If $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 3\end{bmatrix}$ then prove that

$A^3-6A^2+7A+2I=0$. 5

c) If $(\cos x)^y=(\cos y)^x$ then find $\frac{dy}{dx}$. 5

d) Find the maximum and minimum values of $f(x)=x+\sin 2x$ on $[\ 0,\ 2\pi\ ]$. 5

e) Find approximate value of $(255)^{1/4}$. 5

f) Prove that

$$\begin{vmatrix}(y+z)^2 & xy & zx\\ xy & (x+z)^2 & yz\\ xz & yz & (x+y)^2\end{vmatrix}=2xyz(x+y+z)^3$$

5

6. निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों को हल कीजिए :

क) $\int\left(\cot\sqrt{x}+\tan\sqrt{x}\right)dx$ ज्ञात कीजिए। 5

ख) रेखाओं $\vec{r}=\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$ और $\vec{r}=3\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}+\mu(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

ग) अवकल समीकरण

$x\cos\left(\frac{y}{x}\right)\frac{dy}{dx}=y\cos\left(\frac{y}{x}\right)+x$ का हल ज्ञात कीजिए। 5

घ) आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत हल कीजिए :

$x+y \le 8,\ \ x \le 5,\ y \le 5,\ x+y \ge 4,$
$x \ge 0,\ y \ge 0$

$Z = 10(x - 7y + 190)$ का न्यूनतमीकरण कीजिए। 5

ङ) एक बक्से में दस कार्ड 1 से 10 तक पूर्णांक लिखकर रखे गये हैं। उन्हें अच्छी तरह मिलाया गया तथा बक्से से एक कार्ड यादृच्छया निकाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाले गये कार्ड पर संख्या 3 से अधिक है, तथा इस संख्या सम हो। 5

च) यदि तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}$ तथा $\vec{c}$ इस प्रकार हैं कि $|\vec{a}| = 3,\ |\vec{b}| = 4$ तथा $|\vec{c}| = 5$ और इनमें से प्रत्येक, अन्य दो सदिशों के योगफल पर लम्बवत् हैं तो $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ को ज्ञात कीजिए। 5

6. Attempt any *five* parts of the following :

a) Evaluate :

$$\int \left(\cot\sqrt{x} + \tan\sqrt{x}\right) dx$$ 5

b) Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ and

$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$. 5

c) Find the solution of the differential equation

$$x\cos\left(\frac{y}{x}\right)\frac{dy}{dx} = y\cos\left(\frac{y}{x}\right) + x.$$ 5

d) Solve the following linear programming problem by graphical method, under the following constraints :

$x+y \le 8,\ \ x \le 5,\ y \le 5,\ x+y \ge 4,$
$x \ge 0,\ y \ge 0$. Minimize
$Z = 10(x - 7y + 190)$. 5

e) Ten cards numbered 1 to 10 are put in a box. The cards are mixed in well manner and one card is drawn at random from the box. Find the probability that the number appeared on the card is greater than 3 and the number is an even number. 5

f) If there are three vectors $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$ such as $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$ and $|\vec{c}|=5$ and each vector is perpendicular to the sum of other two vectors, find $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$. 5

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) $x = 0$ एवं $x = 2\pi$ के मध्य वक्र $y = \cos x$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 8

7. Attempt any *one* part of the following :

a) Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2 \sin^2 x}.$$ 8

b) Find the area of the region bounded by $y = \cos x$, $x = 0$ and $x = 2\pi$. 8

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित समीकरण निकाय

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$ को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) i) यदि $y = e^{a\cos^{-1} x}, -1 \le x \le 1$ है तो सिद्ध कीजिए कि

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - a^2 y = 0.$$ 4

ii) यदि $x = a(\cos t + t\sin t)$ और $y = a(\sin t - t\cos t)$ तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए। 4

8. Attempt any *one* part of the following :

a) Find the solution by matrix method of the following system of equations :

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4.$ 8

b) i) If $y = e^{a\cos^{-1}x}$, $-1 \le x \le 1$ then prove that

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - a^2y = 0.$$ 4

ii) If $x = a(\cos t + t\sin t)$ and $y = a(\sin t - t\cos t)$ then find $\frac{d^2y}{dx^2}$. 4

9. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिए कि $A.adj(A) = |A|.I$ तथा A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

ख) दिखाइए कि

$y = c_1e^{ax}\cos bx + c_2e^{ax}\sin bx$ जहाँ c_1, c_2 अचर हैं, अवकल समीकरण

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a\frac{dy}{dx} + (a^2+b^2)y = 0$$ का हल है। 8

9. Attempt any *one* part of the following :

a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ then prove that $A.adj(A) = |A|.I$ and find A^{-1}. 8

b) Show that

$y = c_1e^{ax}\cos bx + c_2e^{ax}\sin bx$,

where c_1, c_2 are constants, is a solution of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a\frac{dy}{dx} + (a^2+b^2)y = 0.$$ 8

324(FJ)- 95,000

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

अनुक्रमांक

नाम

131

324(AX)

2023

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

https://www.upboardonline.com

1. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}=\left(y+\frac{dy}{dx}\right)^{\frac{1}{5}}$ का घात होगा

i) 2 ii) 5

iii) 1 iv) $\frac{1}{5}$ 1

ख) निम्नलिखित में से $\int \cos^2 x\,dx$ का मान होगा

i) $\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\sin 2x+c$ ii) $\frac{x}{4}-\frac{1}{2}\sin 2x+c$

iii) $\cos^2 x-\sin^2 x+c$ iv) $2\cos x\sin x+\frac{x}{2}+c$ 1

ग) सदिशों $2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$ और $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ के बीच का कोण होगा

i) 90° ii) 60°

iii) 30° iv) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{14}\right)$ 1

घ) यदि दो परिमित समुच्चयों A तथा B में अवयव क्रमशः m तथा n हों, तो A से B में कुल सम्बन्धों की संख्या होगी

i) 2^{m+n} ii) 2^{mn}

iii) $m \times n$ iv) $m+n$ 1

ङ) यदि $A=\{1, 2, 3\}, B=\{2, 3, 4\}$, तो निम्न में से A से B में फलन होगा

i) $\{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 3)\}$

ii) $\{(1, 3), (2, 4)\}$

iii) $\{(1, 3), (2, 2), (3, 3)\}$

iv) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 4)\}$ 1

1. Attempt *all* the parts of the following :

Write the correct alternative of each part in your answer-book :

a) The degree of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2}=\left(y+\frac{dy}{dx}\right)^{\frac{1}{5}}$ will be

i) 2 ii) 5

iii) 1 iv) $\frac{1}{5}$ 1

https://www.upboardonline.com

b) The value of $\int \cos^2 x\,dx$ will be

i) $\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\sin 2x+c$ ii) $\frac{x}{4}-\frac{1}{2}\sin 2x+c$

iii) $\cos^2 x-\sin^2 x+c$ iv) $2\cos x\sin x+\frac{x}{2}+c$ 1

c) The angle between the vectors $2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$ and $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ will be

i) 90° ii) 60°

iii) 30° iv) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{14}\right)$ 1

d) If the numbers of elements of two finite sets A and B are m and n respectively, then total number of relations from A to B will be

i) 2^{m+n} ii) 2^{mn}

iii) $m \times n$ iv) $m+n$ 1

e) If $A=\{1, 2, 3\}, B=\{2, 3, 4\}$ then the function from A to B will be

i) $\{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 3)\}$

ii) $\{(1, 3), (2, 4)\}$

iii) $\{(1, 3), (2, 2), (3, 3)\}$

iv) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 4)\}$ 1

2. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x)=\begin{cases} x^3-3 & \text{यदि } x\le 2 \\ x^2+1 & \text{यदि } x>2 \end{cases}$ $x=2$ पर संतत फलन है। 1

ख) वक्रों के परिवार $y=a\sin(x+b)$ जिसमें a और b स्वेच्छ अचर हैं, का अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए। 1

ग) सिद्ध कीजिए कि $f(1)=f(2)=1$ तथा $x>2$ के लिए $f(x)=x-1$ द्वारा परिभाषित फलन $f:N\to N$ आच्छादक तो है परन्तु एकैकी नहीं है। 1

घ) यदि $2P(A)=P(B)=\frac{5}{13}$ और $P\left(\frac{A}{B}\right)=\frac{2}{5}$, तो $P(A\cup B)$ ज्ञात कीजिए। 1

ङ) असमिका $8x+4 < 7x+8$ को हल कीजिए। 1

https://www.upboardonline.com

2. Do *all* the parts of the following :

a) Prove that the function $f(x)=\begin{cases} x^3-3 & \text{if } x\le 2 \\ x^2+1 & \text{if } x>2 \end{cases}$ is continuous function at $x = 2$. 1

b) Find the differential equation of the family of curves $y=a\sin(x+b)$, where a and b are arbitrary constants. 1

c) Prove that the function $f:N\to N$ defined by $f(x)=x-1$, when $x > 2$ and $f(1)=f(2)=1$ is onto but it is not one-one. 1

d) If $2P(A)=P(B)=\frac{5}{13}$ and $P\left(\frac{A}{B}\right)=\frac{2}{5}$, then find $P(A\cup B)$. 1

e) Solve the inequality $8x+4 < 7x+8$. 1

3. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) बिन्दुओं (2, – 5, 1) तथा (1, 4, – 6) को मिलाने वाली रेखा पर उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो उस रेखा को 2 : 3 के अनुपात में अन्तः विभाजित करता है। 2

ख) यदि $\vec{a}=3\hat{i}-\hat{j}+5\hat{k}$ और $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$, तो उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी दो भुजाओं को $\vec{a}$ और $\vec{b}$ से प्रदर्शित किया गया है। 2

ग) यदि $A=\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए कि $A^3=\begin{bmatrix} \cos 3\theta & \sin 3\theta \\ -\sin 3\theta & \cos 3\theta \end{bmatrix}$. 2

घ) पूर्णांकों 1 से 11 तक में से दो पूर्णांक यादृच्छया चुने जाते हैं। यदि उनका योग सम है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि दोनों पूर्णांक विषम हैं। 2

3. Do *all* the parts of the following :

a) Find the coordinates of the point which divides the line joining the points (2, – 5, 1) and (1, 4, – 6) internally in the ratio 2 : 3. 2

b) Find the area of the triangle whose two sides are represented by $\vec{a}$ and $\vec{b}$ if $\vec{a}=3\hat{i}-\hat{j}+5\hat{k}$ and $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$. 2

c) If $A=\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, prove that $A^3=\begin{bmatrix} \cos 3\theta & \sin 3\theta \\ -\sin 3\theta & \cos 3\theta \end{bmatrix}$. 2

d) Two integers among 1 to 11 are selected at random. If their sum is even, then find the probability that both integers are odd. 2

https://www.upboardonline.com

3. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $f:R\to R$, जहाँ $f(x)=\sin x$ और $g:R\to R$ जहाँ $g(x)=x^2$, तो $f(x)$ तथा $g(x)$ का परिसर ज्ञात कीजिए। 2

ख) यदि $P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{3}$ तथा $P(A\cup B)=\frac{2}{3}$ हों, तो सिद्ध कीजिए कि घटनाएँ A तथा B स्वतंत्र हैं। 2

ग) यदि $\vec{a}=2\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$, $\vec{b}=-\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ और $\vec{c}=3\hat{i}+\hat{j}$ इस प्रकार है कि $\vec{a}+\lambda\vec{b}$, $\vec{c}$ पर लम्ब है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) अवकल समीकरण $(x-y)dy-(x+y)dx=0$ को हल कीजिएं। 2

4. Do *all* the parts of the following :

a) If $f:R\to R$, where $f(x)=\sin x$ and $g:R\to R$, where $g(x)=x^2$, then find the range of $f(x)$ and $g(x)$. 2

b) If $P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{3}$ and $P(A\cup B)=\frac{2}{3}$, prove that the events A and B are independent. 2

c) If $\vec{a}=2\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$, $\vec{b}=-\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ and $\vec{c}=3\hat{i}+\hat{j}$ are such that $\vec{a}+\lambda\vec{b}$ is perpendicular to $\vec{c}$, then find the value of λ. 2

d) Solve the differential equation $(x-y)dy-(x+y)dx=0$. 2

5. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए : $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+1\right)$. 5

ख) यदि $f(x)=x+\frac{1}{x}$, तो सिद्ध कीजिए कि $[f(x)]^3=f(x^3)+3f(\frac{1}{x})$. 5

ग) $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ का $\cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$ के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 5

घ) बिन्दुओं $-2\hat{i}+6\hat{j}-6\hat{k}$, $-3\hat{i}+10\hat{j}-9\hat{k}$ और $-5\hat{i}-6\hat{j}-6\hat{k}$ से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। 5

ङ) वक्र $x^{2/3}+y^{2/3}=2$ के बिन्दु $(1, 1)$ पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए। 5

https://www.upboardonline.com

5. Do *all* parts of the following :

a) Prove : $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+1\right)$. 5

b) If $f(x)=x+\frac{1}{x}$, prove that $[f(x)]^3 = f(x^3)+3f(\frac{1}{x})$. 5

c) Find the differential coefficient of $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ with respect to $\cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$. 5

d) Find the equation to the plane passing through the points $-2\hat{i}+6\hat{j}-6\hat{k}$, $-3\hat{i}+10\hat{j}-9\hat{k}$ and $-5\hat{i}-6\hat{j}-6\hat{k}$. 5

e) Find the equation of normal at the point (1, 1) of the curve $x^{2/3}+y^{2/3}=2$. 5

6. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि दो पासे एक साथ फेंके जा रहे हैं, तो कम से कम एक 6 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

ख) $\int \frac{\sec^2 2x\,dx}{(\cot x-\tan x)^2}$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

ग) अगर एक त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक (1, 5, – 1), (0, 4, – 2) और (2, 3, 4) हैं, तो इसके शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 5

घ) $\int_a^b x^2 dx$ का योगफल की सीमा के रूप में निश्चित समाकलन की सहायता से मान ज्ञात कीजिए। 5

ङ) रेखाओं $\vec{r}=(\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})+\lambda(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ तथा $\vec{r}=(2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k})+\mu(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

https://www.upboardonline.com

6. Do *all* the parts of the following :

a) If two dice are thrown together, then find the probability of getting at least one 6. 5

b) Evaluate : $\int \frac{\sec^2 2x\,dx}{(\cot x - \tan x)^2}$. 5

c) If the coordinates of mid-points of the sides of a triangle are (1, 5, – 1), (0, 4, – 2) and (2, 3, 4) then find the coordinates of its vertices. 5

d) Find the value of $\int_a^b x^2 dx$ with the help of definite integral as the limit of a sum. https://www.upboardonline.com 5

e) Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$. 5

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) समीकरण निकाय $3x - 2y + 3z = 8,\ 2x + y - z = 1$ तथा $4x - 3y + 2z = 4$ को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) अवकल समीकरण $(\tan^{-1} y - x)\,dy = (1 + y^2)dx$ को हल कीजिए। 8

7. Do any *one* part of the following :

a) Solve the following system of equations by matrix method : $3x - 2y + 3z = 8,\ 2x + y - z = 1$ and $4x - 3y + 2z = 4$. 8

b) Solve the differential equation $(\tan^{-1} y - x)\,dy = (1 + y^2)dx$. 8

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) i) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

ii) यदि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का अभिलम्ब x-अक्ष से θ कोण बनाए तो सिद्ध कीजिए कि अभिलम्ब का समीकरण $y\cos\theta - x\sin\theta = a\cos 2\theta$ है। 4

https://www.upboardonline.com

8. Do any *one* part of the following :

a) Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$. 8

b) i) Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}} dx$. 4

i) If the normal of the curve $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ makes an angle θ with x-axis, prove that the equation of the normal is $y\cos\theta - x\sin\theta = a\cos 2\theta$. 4

9. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत हल कीजिए :

$x+3y \le 60, \ x+y \ge 10$.

$x \le y, \ x \ge 0$ और $y \ge 0$

$Z=3x+9y$ का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) प्रारंभिक रूपान्तरणों के द्वारा आव्यूह $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। 8

9. Do any *one* part of the following :

a) **Solve** the following linear programming problem by graphical method, under the following constraints :

$x+3y \le 60, \ x+y \ge 10$.

$x \le y, \ x \ge 0$ and $y \ge 0$

Find the minimum and maximum values of $Z=3x+9y$. 8

b) Find the inverse of the matrix $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ by elementary transformations. 8

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

अनुक्रमांक .....

नाम .....

131

324(AY)

2023

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note . First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There a[illegible] *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) यदि $y = 4t$ और $x = \frac{4}{t}$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा

i) $-t^2$ ii) $-\frac{1}{t^2}$

iii) $-\frac{1}{t}$ iv) t^3 1

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, तब BA होगा

i) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ii) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

iii) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ iv) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 1

ग) वक्र $y = 2x^2 + 3\sin x$ के $x = 0$ पर अभिलम्ब का ढाल होगा

i) $\frac{1}{3}$ ii) 3

iii) $-\frac{1}{3}$ iv) -3 1

घ) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ का मान होगा

i) $\frac{\pi}{6}$ ii) $\frac{\pi}{12}$

iii) $\frac{\pi}{3}$ iv) $\frac{2\pi}{3}$ 1

ङ) मापांक फलन $f : R \to R^+$, $f(x) = |x|$ फलन के द्वारा प्रदत्त है, वह होगा

i) एकैकी तथा आच्छादक ii) बहुकैकी तथा आच्छादक

iii) एकैकी तथा आच्छादक नहीं iv) बहुकैकी तथा आच्छादक नहीं। 1

1. Do *all* the parts of the following :

Write the correct alternative of each part in your answer-book :

a) If $y = 4t$ and $x = \frac{4}{t}$, then the value of $\frac{dy}{dx}$ will be

i) $-t^2$ ii) $-\frac{1}{t^2}$

iii) $-\frac{1}{t}$ iv) t^3 1

b) If $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, then BA will be

i) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ii) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

iii) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ iv) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 1

c) The slope of the normal to the curve $y = 2x^2 + 3\sin x$ at $x = 0$ will be

i) $\frac{1}{3}$ ii) 3

iii) $-\frac{1}{3}$ iv) -3 1

d) The value of $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ will be

i) $\frac{\pi}{6}$ ii) $\frac{\pi}{12}$

iii) $\frac{\pi}{3}$ iv) $\frac{2\pi}{3}$ 1

e) The modulus function $f : R \to R^+$ given by $f(x) = |x|$ will be

i) one-one and onto ii) many-one and onto

iii) one-one and into iv) many-one and into. 1

2. सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) मान ज्ञात कीजिए : $\int x^2 \sin(x^3) dx$. 1

ख) यदि सदिश $2\hat{i} + \hat{j} - a\hat{k}$ तथा $\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ परस्पर लम्बवत् हैं, तो a का मान ज्ञात कीजिए। 1

ग) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = \frac{x + e^x}{y}$. 1

घ) यदि $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \tan^{-1} x$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 1

ङ) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ है, तो $(A + B)$ तथा $(A - B)$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

2. Do *all* the parts of the following :

a) Evaluate : $\int x^2 \sin(x^3) dx$. 1

b) If the vectors $2\hat{i}+\hat{j}-a\hat{k}$ and $\hat{i}+4\hat{j}+\hat{k}$ are perpendicular, then find the value of a. 1

c) Solve $\frac{dy}{dx}=\frac{x+e^x}{y}$. 1

d) If $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=\tan^{-1}x$, find the value of x. 1

e) If $A=\begin{bmatrix}2 & 4\\ 3 & 2\end{bmatrix}$ and $B=\begin{bmatrix}1 & 3\\ -2 & 5\end{bmatrix}$, then find the value of $(A+B)$ and $(A-B)$. 1

3. सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $y=A\cos\theta+B\sin\theta$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{d\theta^2}=-y$. 2

ख) असमिका $3x+4y\le 12$, $4x+3y\le 12$, $x\ge 0$, $y\ge 0$ को ग्राफीय विधि से हल कीजिए। 2

ग) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b\\ c & b+c+2a & b\\ c & a & c+a+2b\end{vmatrix}=2(a+b+c)^3$. 2

घ) यदि A तथा B दो व्युत्क्रमणीय आव्यूह कोटि n के हैं तो सिद्ध कीजिए कि $(AB)^{-1}=B^{-1}.A^{-1}$. 2

3. Do *all* the parts of the following :

a) If $y=A\cos\theta+B\sin\theta$, then prove that $\frac{d^2y}{d\theta^2}=-y$. 2

b) Solve the inequality $3x+4y\le 12$, $4x+3y\le 12$, $x\ge 0$, $y\ge 0$ by graphical method. 2

c) Prove that $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b\\ c & b+c+2a & b\\ c & a & c+a+2b\end{vmatrix}=2(a+b+c)^3$. 2

d) If A and B are two non-singular square matrices of order n, then prove that $(AB)^{-1}=B^{-1}.A^{-1}$. 2

4. **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) वक्र $x = a\sin^3 t$, $y = b\cos^3 t$ का $t = \frac{\pi}{2}$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

ख) एक पासे को दो बार उछाला जाता है। यदि उनके सतहों पर आये अंकों का योगफल 6 है, तो आये हुए अंकों में से कम से कम एक 4 होने की सशर्त प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

ग) रेखा $\frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+6}{2}$ का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

घ) अवकल समीकरण $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y$ को हल कीजिए। 2

4. Do *all* the parts of the following :

a) Find the equation of tangent at $t = \frac{\pi}{2}$ on the curve $x = a\sin^3 t$, $y = b\cos^3 t$. 2

b) One die is thrown two times. If the sum of the appeared numbers on their faces is 6, find the conditional probability of appearing number 4 at least one time in that. 2

c) Find the vector equation of the line $\frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+6}{2}$. 2

d) Solve the differential equation $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y$. 2

5. **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि सम्बन्ध $R = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid (a-b)$, 2 से विभाजित हो $\}$ एक तुल्यता सम्बन्ध है। 5

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए कि $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. 5

ग) $y = (\cos x)^{\tan x} + x^x$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 5

घ) यदि फलन $f(x) = \begin{cases} ax+1 & \text{यदि } x \le 3 \\ bx+3 & \text{यदि } x > 3 \end{cases}$

$x = 3$ पर संतत है तो a तथा b का मान ज्ञात कीजिए। 5

ङ) फलन $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ के लिए अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन (i) वर्धमान तथा (ii) ह्रासमान हो। 5

5. Do *all* the parts of the following :

a) Prove that the relation $R = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid (a-b)$ is divisible by $2\}$ is an equivalence relation. 5

b) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, then prove that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. 5

c) Differentiate $y = (\cos x)^{\tan x} + x^x$. 5

d) If the function $f(x) = \begin{cases} ax+1 & \text{if } x \le 3 \\ bx+3 & \text{if } x > 3 \end{cases}$ is continuous at $x = 3$, then find the values of a and b. 5

e) Find the interval in which the function $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ is (i) increasing and (ii) decreasing. 5

6. **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) अवकल समीकरण $(\tan^{-1} y - x)dy = (1+y^2)dx$ को हल कीजिए। 5

ख) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ तथा $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

ग) एक पासे को तीन बार फेंका जाता है तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए जब प्राप्त अंकों में से एक अंक विषम संख्या हो। 5

घ) वृत्त $x^2 + y^2 = 8x$, परवलय $y^2 = 4x$ तथा x-अक्ष के ऊपरी भाग के मध्य घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

ङ) मान ज्ञात कीजिए : $\int \left[\log(\log x) + \frac{1}{(\log x)^2} \right] dx$. 5

6. Do *all* the parts of the following :

a) Solve the differential equation $(\tan^{-1} y - x)dy = (1+y^2)dx$. 5

b) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ and $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$. 5

c) If a die is thrown three times, then find the probability of getting at least one appearing number in them will be odd. 5

d) Find the area including between the circle $x^2 + y^2 = 8x$, parabola $y^2 = 4x$ and upper part of x-axis. 5

e) Evaluate $\int \left[\log(\log x) + \frac{1}{(\log x)^2} \right] dx$. 5

7. किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ समीकरण $A^2 - 4A + I_2 = 0$ को संतुष्ट करता है जहाँ I_2 एक 2×2 तत्समक आव्यूह तथा 0 एक 2×2 शून्य आव्यूह हैं। इसकी सहायता से A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

ख) समीकरणों के निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए : 8

$3x - 2y + 3z = 8$, $2x + y - z = 1$ और $4x - 3y + 2z = 4$.

Do any *one* part of the following :

a) Prove that the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ satisfies the equation $A^2 - 4A + I_2 = 0$, where I_2 is 2×2 identity matrix and 0 is 2×2 zero matrix. Find A^{-1} with the help of this. 8

b) Solve the system of equations by matrix method : 8

$3x - 2y + 3z = 8$, $2x + y - z = 1$ and $4x - 3y + 2z = 4$.

निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) i) $Z = 8000x + 12000y$ का निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत अधिकतम मान ज्ञात कीजिए : 4

$9x + 12y \le 180$, $3x + 4y \le 60$, $x + 3y \le 30$, $x \ge 0$, $y \ge 0$.

ii) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$. 4

ख) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \log_e \sin x \, dx$. 8

8. Do any *one* part of the following :

a) i) Maximize $Z = 8000x + 12000y$ under the following constraints : 4

$9x + 12y \le 180$, $3x + 4y \le 60$, $x + 3y \le 30$, $x \ge 0$, $y \ge 0$.

ii) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$. 4

b) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \log_e \sin x \, dx$. 8

9. किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) i) यदि $y = \sin^{-1} x$, तो सिद्ध कीजिए $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$. 4

ii) वक्र $y = \cos(x + y)$, $-2\pi \le x \le 2\pi$ का रेखा $x + 2y = 0$ के समान्तर स्पर्श रेखा का समीकरण लिखिए। 4

ख) i) एक समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $\vec{r}.(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ तथा $\vec{r}.(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ के प्रतिच्छेद तथा बिन्दु (1, 1, 1) से गुजरता है। 5

ii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y = \cos x$ को हल कीजिए। 3

9. Do any *one* part of the following : https://www.upboardonline.com

a) i) If $y = \sin^{-1} x$, then prove that $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$. 4

ii) Find the equation of tangent of the curve $y = \cos(x + y)$, $-2\pi \le x \le 2\pi$ which is parallel to the line $x + 2y = 0$. 4

b) i) Find the vector equation of a plane which passes through the point of intersection of the planes $\vec{r}.(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ and $\vec{r}.(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ and the point (1, 1, 1). 5

ii) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} - y = \cos x$. 3

131 **324(AZ)**

2023

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted is clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) समुच्चय { 1, 2, 3, 4, 5, 6 } में $R = \{ (a, b) : b = a + 1 \}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध होगा

i) स्वतुल्य और सममित नहीं, किन्तु संक्रामक

ii) स्वतुल्य और संक्रामक नहीं, किन्तु सममित

iii) स्वतुल्य नहीं, सममित नहीं और न ही संक्रामक

iv) सममित और संक्रामक नहीं, किन्तु स्वतुल्य। 1

ख) $f(x) = x^2 + 5$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R \to R$ होगा

i) एकैक और आच्छादक ii) बहु-एक और आच्छादक

iii) एकैक, किन्तु आच्छादक नहीं iv) न तो एकैक और न ही आच्छादक। 1

ग) यदि A वर्ग आव्यूह इस प्रकार है कि $A^2 = A$, तो $(I + A)^3 - 7A$ बराबर होगा

i) A ii) $I - A$

iii) I iv) $3A$ 1

घ) सदिश $\hat{i} + \hat{j}$ पर सदिश $\hat{i} - \hat{j}$ का प्रक्षेप होगा

i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ii) $\sqrt{2}$

iii) 1 iv) 0 1

ङ) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + x^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 7y = \sin x$ की कोटि होगी

i) 2 ii) 3

iii) 5 iv) 6 1

1. Do *all* the parts of the following :

Write the correct alternative of each part in your answer book :

a) In the set { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }, the relation R defined by $R = \{ (a, b) : b = a + 1 \}$ will be

i) not reflexive and symmetric, but transitive

ii) not reflexive and transitive, but symmetric

iii) not reflexive, not symmetric and not transitive

iv) not symmetric and transitive, but reflexive. 1

b) The function $f: R \to R$ defined by $f(x) = x^2 + 5$ will be

i) one-one and onto ii) many-one and onto

iii) one-one, but not onto iv) neither one-one nor onto. 1

c) If A is a square matrix such that $A^2 = A$, then $(I + A)^3 - 7A$ will be

i) A ii) $I - A$

iii) I iv) $3A$ 1

d) On the vector $\hat{i} + \hat{j}$ the projection of vector $\hat{i} - \hat{j}$ will be

i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ii) $\sqrt{2}$

iii) 1 iv) 0 1

e) The order of the differential equation

$$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + x^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 7y = \sin x \text{ will be}$$

i) 2 ii) 3

iii) 5 iv) 6 1

2. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) $\cos(\sec^{-1} x)$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) आव्यूह AB ज्ञात कीजिए, यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. 1

ग) जाँच कीजिए कि क्या $f(x) = \begin{cases} x^3 + 3, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 1, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \to R$; $x = 0$ पर सतत है। 1

घ) $\int \sec x(\sec x + \tan x)dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ङ) यदि A और B ऐसी दो घटनायें हैं कि $P(A) = 0 \cdot 6$, $P(B) = 0 \cdot 3$ और $P(A \cap B) = 0 \cdot 15$, तो $P(A \mid B)$ ज्ञात कीजिए। 1

2. Do *all* the parts of the following :

a) Find the value of $\cos(\sec^{-1} x)$. 1

b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, find the matrix AB. 1

c) Test whether the function $f : R \to R$ defined by

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3, & \text{if } x \neq 0 \\ 1, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$ is continuous at $x = 0$. 1

d) Evaluate : $\int \sec x(\sec x + \tan x)dx$. 1

e) If A and B are two events such that $P(A) = 0 \cdot 6$, $P(B) = 0 \cdot 3$ and $P(A \cap B) = 0 \cdot 15$, find $P(A \mid B)$. 1

3. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $y = e^{a\cos^{-1} x}$, $-1 \leq x \leq 1$, तो सिद्ध कीजिए

$$(1-x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - a^2 y = 0.$$ 2

ख) $\int \frac{1}{\sqrt{(x^2 - a^2)}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

ग) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b})$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) बिन्दु (2, 5, –3) की समतल $\vec{r}.(6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 4$ से दूरी ज्ञात कीजिए। 2

3. Do *all* the parts of the following :

a) If $y = e^{a\cos^{-1} x}$, $-1 \leq x \leq 1$, then prove that

$$(1-x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - a^2 y = 0.$$ 2

b) Evaluate : $\int \frac{1}{\sqrt{(x^2 - a^2)}} dx$. 2

c) Find the value of $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b})$. 2

d) Find the distance of the point (2, 5, –3) from the plane $\vec{r}.(6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 4$. 2

4. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) उस समतल का सदिश एवं कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (1, 0, –2) से गुजरता है और जिस पर सदिश $\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ लम्बवत हो। 2

ख) स्वेच्छ अचरों a और b को विलुप्त करके वक्रों के कुल $y^2 = a(b^2 - x^2)$ को निरूपित करने वाला अवतल समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

ग) यदि $x = a\left(\cos t + \log \tan \frac{t}{2}\right)$ और $y = a \sin t$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$, तो सत्यापित कीजिए कि $A'A = I$. 2

4. Do *all* the parts of the following :

a) Find the vector and Cartesian equation of the plane which passes through the point (1, 0, –2) and on which the vector $\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ is perpendicular. 2

b) Eliminating arbitrary constants a and b, find the differential equation represented by the family of curves $y^2 = a(b^2 - x^2)$. 2

c) If $x = a\left(\cos t + \log \tan \frac{t}{2}\right)$ and $y = a \sin t$, find the value of $\frac{dy}{dx}$. 2

d) If $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$, verify that $A'A = I$. 2

5. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} x & x^2 & yz \\ y & y^2 & zx \\ z & z^2 & xy \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$. 5

ख) सिद्ध कीजिए कि पूर्णांकों के समुच्चय Z में $R = \{ (a, b) :$ संख्या 5, $(a-b)$ को विभाजित करती है $\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है। 5

ग) वक्र $y = x^3 - 11x + 5$ पर उस बिन्दु को ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा $y = x - 11$ है। 5

घ) $\int \sqrt{(x^2 - 8x + 7)}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

ङ) 52 पत्तों की अच्छी तरह फेंटी गई ताशों की गड्डी में से एक के बाद एक तीन पत्ते बिना प्रतिस्थापित किये निकाले गये। पहले दो पत्तों के बादशाह और तीसरे के इक्का होने की क्या प्रायिकता है ? 5

5. Do *all* the parts of the following :

a) Prove that $\begin{vmatrix} x & x^2 & yz \\ y & y^2 & zx \\ z & z^2 & xy \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$. 5

b) Prove that in the set Z of integers the relation R given by $R = \{ (a, b) :$ the number 5 divides $(a - b) \}$ is an equivalence relation. 5

c) Find the point on the curve $y = x^3 - 11x + 5$ at which the tangent is $y = x - 11$. 5

d) Evaluate : $\int \sqrt{(x^2 - 8x + 7)}\, dx$. 5

e) From a well shuffled pack of 52 cards three cards were drawn one after another without any replacement. What is the probability that the first two cards be king and the third be ace ? 5

6. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) सममित और विषम-सममित आव्यूहों को परिभाषित कीजिए। यदि A तथा B सममित आव्यूह हों, तो सिद्ध कीजिए कि $(AB - BA)$ एक विषम-सममित आव्यूह है। 5

ख) अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = \sin x + \cos x$, $0 \le x \le 2\pi$ द्वारा प्रदत्त फलन f वर्धमान या ह्रासमान है। 5

ग) सिद्ध कीजिए कि $\int \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) dx = 2x \tan^{-1} x - \log(1+x^2) + c$. 5

घ) बिन्दु $(-2, 3)$ से गुजरने वाले वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी बिन्दु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $\frac{2x}{y^2}$ है। 5

ङ) एक विशेष समस्या को A और B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकतायें क्रमशः $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ हैं। यदि दोनों, स्वतंत्र रूप से, समस्या हल करने का प्रयास करते हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि (i) समस्या हल हो जाती है, (ii) उनमें से कोई एक ही समस्या हल कर पाता है। 5

6 Do *all* the parts of the following :

a) Define symmetric and skew-symmetric matrices. If A and B are symmetric matrices, prove that $(AB - BA)$ is a skew-symmetric matrix. 5

b) Find the intervals in which the function f given by $f(x) = \sin x + \cos x$, $0 \le x \le 2\pi$ is increasing or decreasing. 5

c) Prove that $\int \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) dx = 2x\tan^{-1} x - \log(1+x^2) + c$. 5

d) Find the equation of the curve passing through the point $(-2, 3)$ on which the gradient of the tangent at any point (x, y) is $\frac{2x}{y^2}$. 5

e) The probabilities of solving a particular problem by A and B independently are respectively $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$. If both try to solve the problem independently, find the probability that (i) the problem is solved, (ii) only one of them solves the problem. 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ और $\vec{r} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 8

ख) सिद्ध कीजिए कि R त्रिज्या के गोले के अन्तर्गत शंकु का महत्तम आयतन, गोले के आयतन का $\frac{8}{27}$ होता है। 8

7. Do any *one* part of the following : https://www.upboardonline.com

a) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ and $\vec{r} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$. 8

b) Prove that cone of the maximum volume inscribed in a sphere of radius R, is $\frac{8}{27}$ of the volume of the sphere. 8

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) समीकरण निकाय

$$2x - 3y + 5z = 11$$
$$3x + 2y - 4z = -5$$
$$x + y - 2z = -3$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$. 8

8. Do any *one* part of the following :

a) Solve by matrix method the system of equations :

$$2x - 3y + 5z = 11$$
$$3x + 2y - 4z = -5$$
$$x + y - 2z = -3$$

8

b) Prove that $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$. 8

9. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) व्यवरोधों $4x + y \geq 80$, $x + 5y \geq 115$, $3x + 2y \leq 150$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ के अन्तर्गत $Z = 6x + 3y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए। 8

ख) यदि वक्र $x = y^2$ एवं रेखा $x = 4$ से घिरा हुआ क्षेत्रफल रेखा $x = a$ द्वारा दो बराबर भागों में विभाजित होता है, तो a का मान ज्ञात कीजिए। 8

9. Do any *one* part of the following :

a) Minimize $Z = 6x + 3y$ under the constraints :

$4x + y \geq 80$, $x + 5y \geq 115$, $3x + 2y \leq 150$, $x \geq 0$, $y \geq 0$. 8

b) If the area bounded by the curve $x = y^2$ and the line $x = 4$ is divided into two equal parts by the line $x = a$, find the value of a. 8

अनुक्रमांक

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

नाम ..

131

324 (BB)

2023

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] *[पूर्णांक : 100*

निर्देश :

(i) *प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।*

(ii) *इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं ।*

(iii) ***सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(iv) *प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं ।*

(v) *प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।*

(vi) *प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए ।*

(vii) *जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।*

---

1. ***सभी*** खण्ड कीजिए । प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए :

(क) यदि $f : X \to Y$ एक आच्छादक फलन है, यदि और केवल यदि f का परिसर होगा : *1*

(i) X (ii) $X \cap Y$ (iii) Y (iv) $X \cup Y$

(ख) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$ का मान होगा : *1*

(i) π (ii) $-\frac{\pi}{3}$ (iii) $\frac{\pi}{3}$ (iv) $\frac{2\pi}{3}$

(ग) यदि $\begin{bmatrix} 2x-y & x+2y \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, तो x और y का मान होगा : *1*

(i) $x = 1,\ y = 1$ (ii) $x = 2,\ y = 1$

(iii) $x = \frac{1}{2},\ y = \frac{1}{2}$ (iv) $x = 1,\ y = \frac{1}{2}$

(घ) $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$ का मान होगा : 1

(i) $\frac{1}{2a^2} \log \left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$ (ii) $\frac{1}{2a} \log \left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$

(iii) $\frac{1}{4a} \log \left|\frac{x+a}{x-a}\right| + C$ (iv) $\frac{1}{4a^2} \log \left|\frac{x+a}{x-a}\right| + C$

(ङ) अवकल समीकरण $(x-y)\frac{dy}{dx} = x + 2y$ की प्रकृति होगी : 1

(i) बहुघातीय (ii) घात एक और रेखीय

(iii) समघातीय और घात शून्य (iv) समघातीय और घात एक

2. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि एक एकैकी फलन $f : \{2, 3, 4\} \to \{2, 3, 4\}$ आच्छादक है । 1

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$, तो α का मान ज्ञात कीजिए । 1

(ग) यदि $\Delta = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, तो $|\Delta|$ का मान ज्ञात कीजिए । 1

(घ) व्यंजक $i \cdot i + j \cdot j + 2k \cdot k$ का मान ज्ञात कीजिए । 1

(ङ) अवकल समीकरण

$$xy\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + x\frac{dy}{dx} - y = 2$$

की घात ज्ञात कीजिए । 1

3. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि $f(x) = \tan x \ \forall x \in \mathbb{R}$ एक संतत फलन है । 2

(ख) यदि $y = A \sin x + B \cos x$ है, तो इसका अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए । 2

(ग) वक्र $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिन पर अभिलम्ब x-अक्ष के समान्तर हो । 2

(घ) यदि किसी आयत की लम्बाई 3 cm/min की दर से घट रही है और चौड़ाई 2 cm/min की दर से बढ़ रही है, तो $x = 10$ cm तथा $y = 6$ cm पर आयत के परिमाप में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए, जहाँ x = लम्बाई तथा y = चौड़ाई । 2

4. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि $f(x) = |x - 2|$, $x = 2$ पर अवकलनीय नहीं है । 2

(ख) मान ज्ञात कीजिए : 2

$$\int \tan^4 x \sec^2 x \, dx$$

(ग) यदि बिन्दुओं A, B, C और D के स्थिति सदिश क्रमश: $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $2\hat{i} + 5\hat{j}$, $3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ और $\hat{i} - 6\hat{j} - \hat{k}$ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि बिन्दु संरेख हैं । 2

(घ) आलेखीय विधि द्वारा निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत रैखिक प्रोग्रामन समस्या का हल कीजिए :

$$x + 2y \geq 10,$$
$$3x + 4y \leq 24,$$
$$x \geq 0, y \geq 0,$$

तो $z = 200x + 500y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए । 2

5. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) रेखाओं $\vec{r} = (1 - t)\hat{i} + (t - 2)\hat{j} + (3 - 2t)\hat{k}$ तथा $\vec{r} = (s + 1)\hat{i} + (2s - 1)\hat{j} - (2s + 1)\hat{k}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । 5

(ख) एक पाठशाला में 500 विद्यार्थी हैं, जिनमें से 230 लड़कियाँ हैं । यह ज्ञात है कि 230 में से 10% लड़कियाँ कक्षा XII में पढ़ती हैं । एक यादृच्छया चुना गया विद्यार्थी कक्षा XII में पढ़ता है तथा वह लड़की है, उसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 5

(ग) बिन्दु (1, 1) से गुज़रने वाले एक ऐसे वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अवकल समीकरण $x\,dy = (2x^2 + 1)\,dx$ $(x \neq 0)$ है । 5

(घ) सिद्ध कीजिए कि दो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के लिए सदैव $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}|\,|\vec{b}|$. 5

(ङ) मान ज्ञात कीजिए : 5

$$\int \left(\sqrt{\cot x} + \sqrt{\tan x}\right) dx$$

6. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि किसी कॉलेज के पुस्तकालय की समस्त पुस्तकों के समुच्चय A में $R = \{(x, y) : x$ तथा y में पेजों की संख्या समान है$\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है । 5

(ख) $y = x^{x^x}$ का अवकलन कीजिए । 5

(ग) मान लीजिए कि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ है ।

तो एक ऐसा आव्यूह D ज्ञात कीजिए कि $CD - AB = 0$ हो । 5

(घ) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $A \,.\, adj\, A = |A|\, I$. 5

(ङ) किसी धनात्मक अचर a के लिए $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए, जहाँ $y = a^{t+\frac{1}{t}}$ तथा $x = (t + \frac{1}{t})^a$. 5

7. कोई *एक* खण्ड कीजिए :

(क) आव्यूह विधि से रैखिक समीकरण-निकाय को हल कीजिए : 8

$$3x + 2y + 3z = 5$$
$$-2x + y + z = -4$$
$$-x + 3y - 2z = 3$$

(ख) समतलों $\vec{r} \,.\, (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ और $\vec{r} \,.\, (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु; तथा बिन्दु (1, 1, 1) से गुज़रने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए । 8

8. कोई *एक* खण्ड कीजिए :

(क) शत्रु का एक अपाचे हेलीकॉप्टर वक्र $y = x^2 + 7$ के अनुदिश प्रदत्त पथ पर उड़ रहा है । बिन्दु (3, 7) पर स्थित एक सैनिक अपनी स्थिति से निकटतम दूरी पर से उस हेलीकॉप्टर को गोली मारना चाहता है । निकटतम दूरी ज्ञात कीजिए । 8

(ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 4x \operatorname{cosec} x \; (x \neq 0)$ का एक विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए । दिया गया है कि $y = 0$, जब $x = \frac{\pi}{2}$. 8

9. कोई **एक** खण्ड कीजिए :

(क) तीन डिब्बों में रंगीन गेंदें निम्न सारणी में दर्शाए अनुसार आबंटित की गई हैं :

डिब्बा	रंग		
	काला	सफेद	लाल
I	3	4	5
II	2	2	2
III	1	2	3

एक डिब्बे को यादृच्छया चुना गया और उसमें से एक गेंद निकाली गई । यदि गेंद का रंग काला है, तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि गेंद को डिब्बा-III से निकाला गया है । 8

(ख) निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत $z = x + y$ का अधिकतमीकरण कीजिए : 8

$x - y \leq -1, \; -x + y \leq 0$ और $x \geq 0, \; y \geq 0$

(English Version)

Instructions :

(i) *First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.*

(ii) *There are in all **nine** questions in this question paper.* https://www.upboardonline.com

(iii) ***All** questions are compulsory.*

(iv) *In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.*

(v) *Marks allotted to the questions are indicated against them.*

(vi) *Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.*

(vii) *Do not waste your time over a question you cannot solve.*

1. Do ***all*** parts. Select the correct alternative of each part and write it in your answer book :

(a) If $f : X \to Y$ is an onto function, if and only if the range of f will be : 1

(i) X (ii) $X \cap Y$ (iii) Y (iv) $X \cup Y$

(b) The value of $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$ will be : 1

(i) π (ii) $-\frac{\pi}{3}$ (iii) $\frac{\pi}{3}$ (iv) $\frac{2\pi}{3}$

(c) If $\begin{bmatrix} 2x - y & x + 2y \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, then the value of x and y will be : 1

(i) $x = 1, \; y = 1$ (ii) $x = 2, \; y = 1$

(iii) $x = \frac{1}{2}, \; y = \frac{1}{2}$ (iv) $x = 1, \; y = \frac{1}{2}$

(d) The value of $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$ will be : 1

(i) $\frac{1}{2a^2} \log \left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$

(ii) $\frac{1}{2a} \log \left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$

(iii) $\frac{1}{4a} \log \left|\frac{x+a}{x-a}\right| + C$

(iv) $\frac{1}{4a^2} \log \left|\frac{x+a}{x-a}\right| + C$

(e) The nature of the differential equation $(x - y)\frac{dy}{dx} = x + 2y$ will be : 1

(i) Multipower

(ii) Power one and linear

(iii) Homogeneous and power zero

(iv) Homogeneous and power one

2. Do ***all the*** parts :

(a) Prove that a one-one function $f : \{2, 3, 4\} \to \{2, 3, 4\}$ is onto. 1

(b) If $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, then find the value of α. 1

(c) If $\Delta = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, then find the value of $|\Delta|$. 1

(d) Find the value of the expression $i \cdot i + j \cdot j + 2k \cdot k$. 1

(e) Find the degree of the differential equation

$$xy\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + x\frac{dy}{dx} - y = 2.$$ 1

3. Do ***all*** the parts :

(a) Prove that $f(x) = \tan x \ \forall x \in \mathbb{R}$ is a continuous function. 2

(b) If $y = A \sin x + B \cos x$, then find the differential equation of it. 2

(c) Find those points on the curve $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$, on which the normal is parallel to the x-axis. 2

(d) If the length of a rectangle is decreasing at the rate of 3 cm/min and width is increasing at the rate of 2 cm/min, then find the rate of change in perimeter of the rectangle when $x = 10$ cm and $y = 6$ cm, where x = length and y = width. 2

4. Do ***all*** the parts :

(a) Prove that $f(x) = |x - 2|$ is not differentiable at $x = 2$. 2

(b) Evaluate : 2

$$\int \tan^4 x \sec^2 x \, dx$$

(c) If the position vectors of the points A, B, C and D are $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $2\hat{i} + 5\hat{j}$, $3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\hat{i} - 6\hat{j} - \hat{k}$, respectively. Prove that the points are collinear. 2

(d) By graphical method solve the LPP under the following constraints :

$$x + 2y \geq 10,$$

$$3x + 4y \leq 24,$$

$$x \geq 0, y \geq 0,$$

then find the minimum value of $z = 200x + 500y$. 2

5. Do ***all*** the parts :

(a) Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = (1 - t)\hat{i} + (t - 2)\hat{j} + (3 - 2t)\hat{k}$ and $\vec{r} = (s + 1)\hat{i} + (2s - 1)\hat{j} - (2s + 1)\hat{k}$. 5

(b) There are 500 students in a school, of which 230 are girls. Also, 10% of 230 girls are studying in class XII. Find the probability that a randomly chosen student is of XII class and is a girl. 5

(c) Find the equation of the curve which is passing through the point (1, 1) and whose differential equation is $x\,dy = (2x^2 + 1)\,dx$ $(x \neq 0)$. 5

(d) For any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, prove that always $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}|\,|\vec{b}|$. 5

(e) Evaluate :

$$\int \left(\sqrt{\cot x} + \sqrt{\tan x}\right) dx$$ 5

6. Do ***all*** the parts :

(a) A relation $R = \{(x, y) :$ Number of pages in x and y are equal$\}$ is defined on the set A of all books in a college library. Prove that R is an equivalence relation. 5

(b) Differentiate : $y = x^{x^x}$. 5

(c) Let $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$.

Then find a matrix D such that $CD - AB = 0$. 5

(d) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, then prove that $A \cdot \text{adj}\, A = |A|\, I$. 5

(e) For any positive constant a, evaluate $\frac{dy}{dx}$, where $y = a^{t+\frac{1}{t}}$ and $x = (t + \frac{1}{t})^a$. 5

7. Do any *one* part :

(a) Solve the system of linear equations by matrix method : 8

$$3x + 2y + 3z = 5$$
$$-2x + y + z = -4$$
$$-x + 3y - 2z = 3$$

(b) Find the equation of the plane which passes through the intersecting point of the planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$; and the point (1, 1, 1). 8

8. Do any *one* part :

(a) An Apache helicopter of the enemy is flying along the curve $y = x^2 + 7$. A soldier placed at the point (3, 7), wants to shoot down the helicopter when it is nearest to him. Find the nearest distance. 8

(b) Find the particular solution of the differential equation

$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 4x \operatorname{cosec} x \; (x \neq 0)$. Given that $y = 0$, when $x = \frac{\pi}{2}$. 8

9. Do any *one* part :

(a) Coloured balls are distributed in three containers according to the following table :

Container	Colour		
	Black	White	Red
I	3	4	5
II	2	2	2
III	1	2	3

A ball is drawn out from a container randomly chosen. If the ball is black, then find the probability that the ball is drawn from Container-III. 8

(b) Find the maximization of $z = x + y$, under the following constraints :

$x - y \leq -1, \; -x + y \leq 0$ and $x \geq 0, y \geq 0$. 8

131

324(BD)

2023

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.

सामान्य निर्देश :

(i) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं ।

(ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।

(iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारंभ में स्पष्ट उल्लेख है कि उसके कितने खण्ड करने हैं ।

(iv) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित हैं ।

(v) प्रथम प्रश्न से आरंभ कीजिए और अंत तक करते जाइए । जो प्रश्न न आता हो, उसमें व्यर्थ समय नष्ट न कीजिए ।

General Instructions :

(i) There are **nine** questions in this question paper.

(ii) **All** questions are compulsory.

(iii) At the beginning of each question, it has been mentioned that how many parts of it are to be attempted.

(iv) Marks allotted to each question are mentioned against it.

(v) Start from the first question and proceed to the last. Do not waste time over a question which you cannot solve.

1. सभी खण्ड कीजिए। प्रत्येक खण्ड के सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए।

(क) एक सम्बन्ध $R = \{(a, b) : a = b - 1, b > 4\}$, समुच्चय N पर परिभाषित है तो सही उत्तर होगा :

(A) (2, 4) (B) (4, 5)

(C) (4, 6) (D) (3, 5)

(ख) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$ का मान होगा :

(A) π (B) $-\pi/2$

(C) 0 (D) $2\sqrt{3}\,\pi$

(ग) $\cos^{-1}(e^x)$ का अवकल गुणांक होगा : 1

(A) $\sin^{-1}(e^x)$ (B) $\dfrac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$

(C) $\dfrac{-e^x}{\sqrt{1 - e^{-2x}}}$ (D) $\dfrac{-e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$

(घ) $\int x\, e^x\, dx$ का मान होगा : 1

(A) e^x (B) $(1 + x)\, e^x$

(C) $(x - 1)\, e^x$ (D) $(1 - x)\, e^x$

(ङ) अवकल समीकरण $2x^2 \dfrac{d^2y}{dx^2} - 3\dfrac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटि होगी : 1

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) इनमें से कोई नहीं

1. Do **all** parts. Select correct option of each part and write it on your answer-book.

(a) A relation $R = \{(a, b) : a = b - 1, b > 4\}$ is defined on set N then correct answer will be : 1

(A) (2, 4) (B) (4, 5)

(C) (4, 6) (D) (3, 5)

(b) The value of $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$ will be : 1

(A) π (B) $-\pi/2$

(C) 0 (D) $2\sqrt{3}\,\pi$

(c) Differential coefficient of $\cos^{-1}(e^x)$ will be : 1

(A) $\sin^{-1}(e^x)$

(B) $\frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

(C) $\frac{-e^x}{\sqrt{1-e^{-2x}}}$

(D) $\frac{-e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

(d) The value of $\int x e^x \, dx$ will be : 1

(A) e^x

(B) $(1+x)e^x$

(C) $(x-1)e^x$

(D) $(1-x)e^x$

(e) The order of the differential equation $2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + y = 0$ will be : 1

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) None of these

2. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि A = {a, b, c} तथा B = {1, 2} है, तो A से B में सम्बन्धों की संख्या ज्ञात कीजिए । 1

(ख) अवरोधों $x + y \le 4, x \ge 0, y \ge 0$ के अन्तर्गत $Z = 3x + 4y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए । 1

(ग) यदि सदिश $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ परस्पर लम्ब हैं, तो λ का मान ज्ञात कीजिए । 1

(घ) दिखाइए कि $f(x) = |x|, x = 0$ पर संतत है । 1

(ङ) यदि $P(A) = \frac{3}{13}$, $P(B) = \frac{5}{13}$ और $P(A \cap B) = \frac{2}{13}$ है, तो P(B/A) का मान ज्ञात कीजिए । 1

2. Do **all** parts :

(a) If A = {a, b, c} and B = {1, 2}, then find number of relations from A to B. 1

(b) Find the maximum value of $Z = 3x + 4y$ under the constraints $x + y \leq 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$. 1

(c) If vectors $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ are perpendicular to each other, then find value of λ. 1

(d) Show that $f(x) = |x|$ is continuous at $x = 0$. 1

(e) If $P(A) = \frac{3}{13}$, $P(B) = \frac{5}{13}$ and $P(A \cap B) = \frac{2}{13}$, then find the value of P(B/A). 1

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि $\begin{bmatrix} x+z \\ y+z \\ x+y+z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$ है, तो x, y तथा z का मान ज्ञात कीजिए । 2

(ख) $\frac{dy}{dx} = \frac{x-1}{2+y}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । 2

(ग) सिद्ध कीजिए कि फलन $f : R \to R^+$ में $f(x) = e^x$ द्वारा परिभाषित फलन एकैकी है । 2

(घ) यदि $x = a\cos^2 t$, $y = b\sin^2 t$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए । 2

3. Do **all** parts :

(a) If $\begin{bmatrix} x+z \\ y+z \\ x+y+z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$, then find the value of x, y and z. 2

(b) Find the general solution of $\frac{dy}{dx} = \frac{x-1}{2+y}$. 2

(c) Prove that the function $f : R \to R^+$ defined by $f(x) = e^x$ is one-one. 2

(d) If $x = a\cos^2 t$, $y = b\sin^2 t$, then find $\frac{dy}{dx}$. 2

4. सभी खण्ड कीजिए :

(क) वक्र $ay^2 = x^3$ के बिन्दु (am^2, am^3) पर स्पर्श-रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए । 2

(ख) यदि $P(A) = 0.4$ और $P(B) = 0.5$ है तथा A और B स्वतंत्र घटनायें हैं, तो

(i) $P(A \cup B)$ तथा (ii) $P(A \cap B)$ ज्ञात कीजिए । 2

(ग) दर्शाइए कि बिन्दु A(2, 3, 4), B(–1, –2, 1) तथा C(5, 8, 7) संरेख हैं । 2

(घ) $\int \sqrt{x^2 + 2x + 5}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

4. Do **all** parts :

(a) Find the equation of tangent at the point (am^2, am^3) on the curve $ay^2 = x^3$. 2

(b) If $P(A) = 0.4$ and $P(B) = 0.5$, also, A and B are independent events, then find

(i) $P(A \cup B)$ and (ii) $P(A \cap B)$. https://www.upboardonline.com 2

(c) Show that the points A(2, 3, 4), B(–1, –2, 1) and C(5, 8, 7) are collinear. 2

(d) Evaluate : $\int \sqrt{x^2 + 2x + 5}\, dx$. 2

5. सभी खण्ड कीजिए :

(क) माना कि सम्बन्ध R = {(a, b) : (a – b), 5 का गुणज है}, एक समुच्चय Z = पूर्णांकों का समुच्चय पर परिभाषित है, तो सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है । 5

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 4 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $2A + 3X = 5B$ हो, तो आव्यूह X ज्ञात कीजिए । 5

(ग) सिद्ध कीजिए : $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$. 5

(घ) यदि $y = e^{a\cos^{-1}x}, -1 \le x \le 1$ तो सिद्ध कीजिए कि $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - a^2y = 0$. 5

(ङ) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = \tan^{-1}(\sin x + \cos x), x > 0$ से प्रदत्त फलन $(0, \pi/4)$ में निरंतर वर्धमान फलन है । 5

5. Do **all** parts :

(a) Let a relation R = {(a, b) : (a – b) is multiple of 5} be defined on the set Z = set of integers, then prove that R is an equivalence relation. **5**

(b) If $A = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 4 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ and 2A + 3X = 5B, then find the matrix X. **5**

(c) Prove that : $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$. **5**

(d) If $y = e^{a\cos^{-1}x}, -1 \le x \le 1$ then prove that $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - a^2y = 0$. **5**

(e) Prove that the function $f(x) = \tan^{-1}(\sin x + \cos x)$, $x > 0$ is always increasing function on $(0, \pi/4)$. **5**

6. सभी खण्ड कीजिए :

(क) $\int \sqrt{x^2 - a^2}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । **5**

(ख) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । **5**

(ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y\cot x = 2x + x^2\cot x$, $(x \ne 0)$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, जबकि $y = 0$ यदि $x = \pi/2$. **5**

(घ) दो रेखाओं $\bar{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ और

$\bar{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । **5**

(ङ) $Z = 50x + 70y$ का न्यूनतम मान आलेख विधि से निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत ज्ञात कीजिए :

$2x + y \ge 8$

$x + 2y \ge 10, x \ge 0, y \ge 0.$ **5**

6. Do **all** parts :

(a) Evaluate : $\int \sqrt{x^2 - a^2}\, dx$. 5

(b) Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. 5

(c) Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x$, $(x \neq 0)$ given that $y = 0$ if $x = \pi/2$. 5

(d) Find the shortest distance between two lines :

$\bar{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda (2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ and

$\bar{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu (2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$. 5

(e) Find the minimum value of $Z = 50x + 70y$ under the following constraints by graphical method :

$2x + y \geq 8$

$x + 2y \geq 10, x \geq 0, y \geq 0$. 5

7. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) एक परिवार में तीन बच्चे हैं । यदि यह ज्ञात है कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़की है, तो तीनों बच्चों के लड़की होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 8

(ख) $\int_{-1}^{3/2} |x \sin(\pi x)|\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 8

7. Do any **one** part :

(a) There are three children in a family. If it is known that at least one child is girl among them, find the probability that all three children are girl. 8

(b) Evaluate : $\int_{-1}^{3/2} |x \sin(\pi x)|\, dx$. 8

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) $y = x^{x^x} + (\cos x)^{\tan x}$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए । 8

(ख) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अवकलनीय फलन संतत होता है । फलन $f(x) = |x + 2|$ का $x = -2$ पर सांतत्य और अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए । 8

8. Do any **one** part :

(a) Find differential coefficient of $y = x^{x^x} + (\cos x)^{\tan x}$. 8

(b) Prove that every differentiable function is continuous. Examine continuity and differentiability of the function $f(x) = |x + 2|$ at $x = -2$. 8

9. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए $A \cdot adj(A) = |A| \cdot I$ तथा A^{-1} भी ज्ञात कीजिए । 8

(ख) निम्नलिखित समीकरण निकाय आव्यूह विधि से हल कीजिए : 8

$$2x + y - z = 1$$
$$3x - 2y + 3z = 8$$
$$4x - 3y + 2z = 4$$

9. Do any **one** part :

(a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, then prove that $A \cdot adj(A) = |A| \cdot I$ also find A^{-1}. 8

(b) Solve the following system of equation by matrix method : 8

$$2x + y - z = 1$$
$$3x - 2y + 3z = 8$$
$$4x - 3y + 2z = 4$$

$\frac{1x - 2y - 4z = 12}{7}$

अनुक्रमांक .....

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

नाम .....

131

324 (EX)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट]

[पूर्णांक : 100

निर्देश :

(i) *प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।*

(ii) *इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं ।*

(iii) ***सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(iv) *प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं ।*

(v) *प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।*

(vi) *प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए ।*

(vii) *जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।*

---

1. ***सभी** खण्ड कीजिए :*

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) यदि आव्यूह A और B के क्रम क्रमशः $p \times q$ और $q \times r$ हैं, तो AB का क्रम है : *1*

(i) $p \times r$ (ii) $r \times p$

(iii) $q \times p$ (iv) इनमें से कोई नहीं

(ख) किस बिन्दु पर रेखा $y = x + 1$ की ढाल वक्र $y^2 = 4x$ की ढाल के बराबर होगी ? *1*

(i) $(1, 2)$ (ii) $(2, 1)$

(iii) $(1, -2)$ (iv) $(-1, 2)$

https://www.upboardonline.com

(ग) समाकलन $\int \sqrt{1+\sin 2x}\ dx$ का मान है : 1

(i) $\sin x + \cos x + c$ (ii) $\sin x - \cos x + c$

(iii) $\cos x - \sin x + c$ (iv) $-\cos x - \sin x + c$

(घ) यदि सदिश $5\hat{i} - \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$ और $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ एक दूसरे पर लम्ब हैं, तो λ का मान है : 1

(i) 3 (ii) 4

(iii) 6 (iv) 0

(ङ) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt[4]{x+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ का घात है : 1

(i) 4 (ii) 3

(iii) 1 (iv) 2

2. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) दर्शाइए कि फलन $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{यदि } x \neq 0 \\ 1 & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर संतत नहीं है । 1

(ख) $\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए । 1

(ग) यदि $y = Ae^x + B$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = 0$, जहाँ A तथा B अचर हैं । 1

(घ) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x^2}{1+y^2}$ को हल कीजिए । 1

(ङ) किसी दौड़ में A के जीतने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है तथा B के जीतने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है । इस दौड़ में, A और B में से कोई न जीत पाए, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 1

3. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय N पर एक सम्बन्ध $R = \{(a, b) : a, b \in N$ तथा $a = b^2\}$ से व्यक्त किया गया है । क्या $(a, b) \in R, (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$ सत्य है ? एक उदाहरण द्वारा पुष्टि कीजिए । 2

(ख) यदि $y = \frac{x^2 + 3x + 4}{e^x \cos x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए । 2

https://www.upboardonline.com

(ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^x \sin x$ को हल कीजिए । 2

(घ) एक पासे को एक बार उछाला जाता है । पासे पर प्राप्त संख्या जो 3 का अपवर्त्य है, को E से, और पासे पर प्राप्त संख्या जो सम है, को F से, निरूपित किया गया है । क्या E तथा F स्वतंत्र घटनाएँ हैं ? 2

4. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) अवकलन कीजिए : $y = (\cos x)^{\sin x}$ 2

(ख) किसी लीप ईयर (अधिवर्ष) में 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 2

(ग) बिन्दु (5, 2, –4) से जाने वाली तथा सदिश $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$ के समान्तर रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए । 2

(घ) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b})$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

5. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) यदि $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ से $B = \{1, 4, 5\}$ में सम्बन्ध R "छोटा है" हो, तो R से संबंधित क्रमित युग्मों का समुच्चय ज्ञात कीजिए तथा B से A तक सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए । 5

(ख) x, y, z के मानों को ज्ञात कीजिए, यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 2y & z \\ x & y & -z \\ x & -y & z \end{bmatrix}$, समीकरण $A'A = I$ को सन्तुष्ट करता है । 5

(ग) x के सापेक्ष $y = x^x + (\cos x)^{\tan x}$ का अवकलन कीजिए । 5

(घ) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत $z = x + 3y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए : 5

$$x + y \leq 8, \; 3x + 5y \geq 15$$
$$x \geq 0, \; y \geq 0$$

(ङ) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । 5

6. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) ऐसी दो धन संख्याओं को ज्ञात कीजिए जिनका योगफल 15 है और जिनके वर्गों का योगफल न्यूनतम है । 5

(ख) वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 5

https://www.upboardonline.com

(ग) सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ पर लम्ब इकाई सदिश ज्ञात कीजिए, तथा उनके बीच के कोण की ज्या (sine) भी ज्ञात कीजिए । 5

(घ) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए कि $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ जहाँ $n \in N$. 5

(ङ) एक प्रश्न को A तथा B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएँ क्रमश: $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ हैं । यदि दोनों स्वतंत्र रूप से प्रश्न हल करने का प्रयास करते हैं, तो (i) उनमें से कोई भी प्रश्न हल न कर पाए, (ii) कम-से-कम एक उसे हल कर ले, की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 5

7. कोई ***एक*** खण्ड कीजिए :

(क) यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -2 & -4 & -4 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए । 8

(ख) निम्न समीकरणों के निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए : 8

$$2x + 3y + 3z = 5$$
$$x - 2y + z = -4$$
$$3x - y - 2z = 3$$

8. कोई ***एक*** खण्ड कीजिए :

(क) अवकल समीकरण को हल कीजिए : 8

$$(\tan^{-1} y - x)\, dy = (1 + y^2)\, dx$$

(ख) अवकल समीकरण को हल कीजिए : 8

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2, \text{ यदि } y = 1 \text{ जबकि } x = 1$$

9. कोई ***एक*** खण्ड कीजिए :

(क) मान ज्ञात कीजिए : 8

$$\int_0^{\pi} \frac{x\, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$$

(ख) सिद्ध कीजिए कि : 8

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x)\, dx = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$$

https://www.upboardonline.com

(English Version)

Instructions :

(i) *First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.*

(ii) *There are in all **nine** questions in this question paper.*

(iii) ***All** questions are compulsory.*

(iv) *In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.*

(v) *Marks allotted to the questions are indicated against them.*

(vi) *Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.*

(vii) *Do not waste your time over a question you cannot solve.*

1. Do ***all*** parts :

Select the correct option of each part and write it on your answer book.

(a) If orders of matrices A and B are $p \times q$ and $q \times r$ respectively, then order of AB is : *1*

(i) $p \times r$ (ii) $r \times p$

(iii) $q \times p$ (iv) None of these

(b) At which point is the slope of the line $y = x + 1$ equal to the slope of the curve $y^2 = 4x$? *1*

(i) (1, 2) (ii) (2, 1)

(iii) (1, – 2) (iv) (–1, 2)

(c) The value of the integral $\int \sqrt{1 + \sin 2x}\ dx$ is : *1*

(i) $\sin x + \cos x + c$ (ii) $\sin x - \cos x + c$

(iii) $\cos x - \sin x + c$ (iv) $-\cos x - \sin x + c$

(d) If vectors $5\hat{i} - \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$ and $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ are perpendicular to each other, then the value of λ is : *1*

(i) 3 (ii) 4

(iii) 6 (iv) 0

(e) *The degree of the differential equation* $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt[4]{x + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ is : *1*

(i) 4 (ii) 3

(iii) 1 (iv) 2

https://www.upboardonline.com

2. Do ***all*** the parts :

(a) Show that the function

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{if } x \neq 0 \\ 1 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$ is not continuous at x = 0. *1*

(b) Find the principal value of $\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)\right)$. *1*

(c) If $y = Ae^x + B$ where A, B are constants, then show that $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = 0$. *1*

(d) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x^2}{1+y^2}$. *1*

(e) The probability of A winning the race is $\frac{1}{3}$ and that of B is $\frac{1}{4}$. In this race, find the probability that neither A nor B can win the race. *1*

3. Do ***all*** the parts :

(a) R is a relation on a set of natural numbers N defined by

$R = \{(a, b) : a, b \in N \text{ and } a = b^2\}$.

Is $(a, b) \in R, (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$ true ? Justify it by one example. *2*

(b) If $y = \frac{x^2 + 3x + 4}{e^x \cos x}$, then find $\frac{dy}{dx}$. *2*

(c) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^x \sin x$. *2*

(d) A die is thrown once. The number on the die is a multiple of 3 is denoted by E, and the number on the die is even is denoted by F. Are E and F independent events ? https://www.upboardonline.com *2*

4. Do ***all*** the parts :

(a) Differentiate : $y = (\cos x)^{\sin x}$ *2*

(b) Find the probability of 53 Sundays in a leap year. *2*

(c) Find the vector equation of the line which passes through the point (5, 2, –4) and parallel to the vector $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$. *2*

(d) Find the value of :

$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b})$ *2*

https://www.upboardonline.com

5. Do ***all*** the parts :

(a) If R is the relation "less than" from $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ to $B = \{1, 4, 5\}$, find the set of ordered pairs corresponding to R. Also define this relation from B to A. 5

(b) Find the values of x, y, z if the matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 2y & z \\ x & y & -z \\ x & -y & z \end{bmatrix}$ satisfies the equation $A'A = I$. 5

(c) Differentiate : $y = x^x + (\cos x)^{\tan x}$ with respect to x. 5

(d) Find the minimum value of $z = x + 3y$ under the following constraints :

$x + y \leq 8,\ 3x + 5y \geq 15$

$x \geq 0,\ y \geq 0.$ 5

(e) Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$. 5

6. Do ***all*** the parts :

(a) Find two positive numbers whose sum is 15 and the sum of their squares is minimum. 5

(b) Find the area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$. 5

(c) Find the perpendicular unit vectors on the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ and find the sine of the angle between them. 5

(d) If $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, prove that $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ where $n \in N$. 5

(e) The probabilities of solving a question by A and B independently are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. If both of them try to solve it independently, find *the probability that*

(i) none of them solved it.

(ii) at least one of them solved it. 5

https://www.upboardonline.com

7. Do any ***one*** part :

(a) If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -2 & -4 & -4 \end{bmatrix}$, then find A^{-1}. 8

(b) Solve the system of equations by matrix method : 8

$$2x + 3y + 3z = 5$$
$$x - 2y + z = -4$$
$$3x - y - 2z = 3$$

8. Do any ***one*** part :

(a) Solve the differential equation : 8

$$(\tan^{-1} y - x)\, dy = (1 + y^2)\, dx$$

(b) Solve the differential equation : 8

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2, \text{ if } y = 1 \text{ when } x = 1$$

9. Do any ***one*** part :

(a) Evaluate : 8

$$\int_0^{\pi} \frac{x\, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$$

(b) Prove that : 8

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2x \tan^{-1} (\sin x)\, dx = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$$

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com

अनुक्रमांक .....

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

नाम .....

131

324 (EY)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] *[पूर्णांक : 100*

निर्देश :

(i) *प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।*

(ii) *इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं ।*

(iii) ***सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(iv) *प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं ।*

(v) *प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।*

(vi) *प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए ।*

(vii) *जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।*

---

1. ***सभी*** खण्ड कीजिए ।

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) यदि A एक वर्ग आव्यूह है और $A^2 = A$ है, तो $(A + I)^3 - 7A$ होगा : *1*

(i) A (ii) $3A$

(iii) I (iv) $I - A$

(ख) $\int \cos^2 x \, dx$ का मान होगा : *1*

(i) $\frac{1}{4}\sin 2x + \frac{x}{2} + c$ (ii) $-\frac{1}{2}\sin 2x + \frac{x}{4} + c$

(iii) $\cos^2 x - \sin^2 x + c$ (iv) $-\frac{1}{4}\sin 2x + \frac{x}{4} + c$

https://www.upboardonline.com

(ग) $-\hat{i}.\hat{i} + \hat{j}.\hat{j} - \hat{k}.\hat{k}$ का मान होगा : 1

(i) 1 (ii) 0

(iii) -1 (iv) 2

(घ) अवकल समीकरण $9\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^5 + 7y = 0$ की घात होगी : 1

(i) 2 (ii) 3

(iii) 6 (iv) 5

(ङ) यदि $A = \{a, b, c\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, तो A से B तक फलन होगा : 1

(i) $\{(a, 2), (a, 3), (b, 3), (c, 4)\}$ (ii) $\{(a, 3), (a, 2), (b, 2), (c, 4)\}$

(iii) $\{(a, 3), (b, 2), (c, 3)\}$ (iv) $\{(a, 2), (b, 4), (b, 3), (c, 4)\}$

2. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$ का मान ज्ञात कीजिए । 1

(ख) यदि सदिश $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ लम्बवत् हैं, तो λ का मान ज्ञात कीजिए । 1

(ग) यदि $P(A) = 0{\cdot}6$, $P(B) = 0{\cdot}3$ और $P(A \cap B) = 0{\cdot}18$, तो $P(B|A)$ का मान ज्ञात कीजिए । 1

(घ) $\frac{dy}{dx} = \frac{2+y}{x-2}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । 1

(ङ) यदि $x + y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$; $x - y = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$, तो x तथा y के मान ज्ञात कीजिए । 1

3. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) यदि $A = \{a, b, c\}$ तथा $B = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ है, तो B से A तक फलनों की संख्या तथा इनके बीच एकैकी आच्छादी (bijective) फलनों की संख्या ज्ञात कीजिए । 2

(ख) यदि $y = A\cos t + B\sin t$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dt^2} + y = 0$ है । 2

(ग) यदि इकाई सदिश $\hat{a}$ और $\hat{b}$ के बीच का कोण θ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{2}|\hat{a} - \hat{b}|$. 2

(घ) बिन्दु $A(3, -2, -5)$ से गुज़रने वाली तथा सदिश $(3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ के समान्तर रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए । 2

https://www.upboardonline.com

4. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = 3x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ वर्धमान है । 2

(ख) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

(ग) यदि R_1 तथा R_2 समुच्चय A में दो तुल्यता संबंध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $R_1 \cap R_2$ भी A में एक तुल्यता संबंध है । 2

(घ) यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ सदिश हैं और $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ है, तो $\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

5. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) वक्र $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 5

(ख) ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योगफल 6 है तथा उनके घनों का योगफल न्यूनतम है । 5

(ग) सिद्ध कीजिए : 5

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(x+y+z)$$

(घ) आलेखीय विधि द्वारा रैखिक प्रोग्रामन समस्या को निम्नलिखित व्यवरोधों

$$x + 3y \le 60, \quad x + y \ge 20, \quad x \le y, \quad x \ge 0, \quad y \ge 0$$

के अन्तर्गत $z = 3x + 8y$ का न्यूनतम तथा अधिकतम मान ज्ञात कीजिए । 5

(ङ) यदि $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{x-2} & x \ne 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन की $x = 2$ पर सांतत्य तथा अवकलनीयता की जाँच कीजिए । 5

https://www.upboardonline.com

6. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) अवकल समीकरण $(x + 3y^2)\frac{dy}{dx} = y$ को हल कीजिए । 5

(ख) एक विद्यालय में 500 विद्यार्थी हैं जिनमें से 230 लड़के हैं । यह ज्ञात है कि 20% लड़के कक्षा XII में पढ़ते हैं । एक यादृच्छया चुना गया विद्यार्थी लड़का है और कक्षा XII में पढ़ता है, उसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 5

(ग) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $A \cdot \text{adj}\, A = |A| \cdot I$. 5

(घ) सिद्ध कीजिए कि $N \times N$ पर संबंध R जहाँ $(a, b)\, R\, (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$ तुल्यता संबंध है । 5

(ङ) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ तथा
$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । 5

7. कोई *एक* खण्ड कीजिए :

(क) आव्यूह विधि से रैखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए : 8

$$-x + 3y - 2z = 3$$
$$3x + 2y + 3z = 5$$
$$-2x + y + z = -4$$

(ख) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए । 8

8. कोई *एक* खण्ड कीजिए :

(क) (i) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 3

(ii) सिद्ध कीजिए : 5

$$\int_0^{\pi/4} \log_e (1 + \tan x)\, dx = \frac{\pi}{8} \log_e 2$$

(ख) $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 8

https://www.upboardonline.com

9. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) अवकल समीकरण $(1 + y^2)\, dx = (\tan^{-1} y - x)\, dy$ को हल कीजिए । 8

(ख) (i) यदि $\cos y = x \cos (a + y)$ तथा $\cos a \neq \pm 1$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a + y)}{\sin a}$$ 4

(ii) यदि $y = (\sin x)^{\tan x}$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए । 4

(English Version)

Instructions :

(i) First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.

*(ii) There are in all **nine** questions in this question paper.*

*(iii) **All** questions are compulsory.*

(iv) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.

(v) Marks allotted to the questions are indicated against them.

(vi) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

(vii) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. Do ***all*** the parts.

Select the correct alternative of each part and write it in your answer book.

(a) If A is a square matrix and $A^2 = A$, then $(A + I)^3 - 7A$ will be : 1

(i) A (ii) $3A$

(iii) I (iv) $I - A$

(b) The value of $\int \cos^2 x \; dx$ will be : 1

(i) $\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{2} + c$ (ii) $-\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{x}{4} + c$

(iii) $\cos^2 x - \sin^2 x + c$ (iv) $-\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{4} + c$

(c) The value of $-\hat{i}.\hat{i} + \hat{j}.\hat{j} - \hat{k}.\hat{k}$ will be : 1

(i) 1 (ii) 0

(iii) -1 (iv) 2

(d) The degree of the differential equation $9\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^5 + 7y = 0$ will be : 1

(i) 2 (ii) 3

(iii) 6 (iv) 5

https://www.upboardonline.com

(e) If $A = \{a, b, c\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, then the function from A to B will be : 1

(i) $\{(a, 2), (a, 3), (b, 3), (c, 4)\}$

(ii) $\{(a, 3), (a, 2), (b, 2), (c, 4)\}$

(iii) $\{(a, 3), (b, 2), (c, 3)\}$

(iv) $\{(a, 2), (b, 4), (b, 3), (c, 4)\}$

2. Do ***all the*** parts :

(a) Find the value of $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$. 1

(b) If the vectors $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ are perpendicular, then find the value of λ. 1

(c) If $P(A) = 0{\cdot}6$, $P(B) = 0{\cdot}3$ and $P(A \cap B) = 0{\cdot}18$, then find the value of $P(B|A)$. 1

(d) Find the the general solution of $\frac{dy}{dx} = \frac{2+y}{x-2}$. 1

(e) If $x + y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$; $x - y = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$, then find the value of x and y. 1

3. Do ***all*** the parts :

(a) If $A = \{a, b, c\}$ and $B = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, then find the number of functions and number of bijective functions from B to A. https://www.upboardonline.com 2

(b) If $y = A\cos t + B\sin t$, then prove that $\frac{d^2y}{dt^2} + y = 0$. 2

(c) If the angle between the unit vectors $\hat{a}$ and $\hat{b}$ is θ, then prove that $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{2}|\hat{a} - \hat{b}|$. 2

(d) Find the cartesian equation of the line passing through the point $A(3, -2, -5)$ and parallel to the vector $(3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$. 2

4. Do ***all*** the parts :

(a) Find the interval in which the function $f(x) = 3x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ is increasing. 2

(b) Find the value of $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$. 2

(c) If R_1 and R_2 be two equivalence relations in a set A, then prove that $R_1 \cap R_2$ is also an equivalence relation in A. 2

(d) If $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ are vectors and $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, then find the value of $\vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{b}\cdot\vec{c} + \vec{c}\cdot\vec{a}$. 2

https://www.upboardonline.com

5. Do ***all*** the parts :

(a) Find the area of the part inscribed by the curve $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. 5

(b) Find two numbers such that their sum is 6 and the sum of their cubes is minimum. 5

(c) Prove that : 5

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(x+y+z)$$

(d) Find the minimum and maximum value of L.P.P $z = 3x + 8y$ by graphical method under the following constraints :

$x + 3y \leq 60, \quad x + y \geq 20, \quad x \leq y, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$ 5

(e) If $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{x-2} & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$ is defined, then check its continuity and differentiability at $x = 2$. 5

6. Do ***all*** the parts :

(a) Solve the differential equation $(x + 3y^2)\frac{dy}{dx} = y$. 5

(b) There are 500 students in a school in which 230 are boys. It is known that 20% boys are studying in class XII. Find the probability that a randomly chosen student is a boy and is of class XII. 5

(c) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, then prove that $A \cdot \text{adj}\, A = |A| \cdot I$. 5

(d) Prove that a relation R on $N \times N$ is defined as $(a, b)\, R\, (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$ is an equivalence relation. 5

(e) Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ and

$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$. 5

https://www.upboardonline.com

7. Do any ***one*** part :

(a) Solve the system of linear equations by matrix method : 8

$$-x + 3y - 2z = 3$$
$$3x + 2y + 3z = 5$$
$$-2x + y + z = -4$$

(b) Find A^{-1}, if the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$. 8

8. Do any ***one*** part :

(a) (i) Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}}\, dx$. 3

(ii) Prove :

$$\int_0^{\pi/4} \log_e (1 + \tan x)\, dx = \frac{\pi}{8} \log_e 2.$$ 5

(b) Find the value of $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$. 8

9. Do any ***one*** part :

(a) Solve the differential equation $(1 + y^2)\, dx = (\tan^{-1} y - x)\, dy$. 8

(b) (i) If $\cos y = x \cos (a + y)$ and $\cos a \neq \pm 1$, then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}$. 4

(ii) If $y = (\sin x)^{\tan x}$, then find $\frac{dy}{dx}$. 4

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com

अनुक्रमांक

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

नाम .....

131

324 (EZ)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] *[पूर्णांक : 100*

निर्देश :

(i) *प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।*

(ii) *इस प्रश्न-पत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं ।*

(iii) ***सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(iv) *प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं ।*

(v) *प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।*

(vi) *प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए ।*

(vii) *जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।*

---

1. ***सभी*** खण्ड कीजिए । प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर उसे अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध है : *1*

(i) स्वतुल्य और सममित नहीं, किन्तु संक्रामक

(ii) स्वतुल्य और संक्रामक नहीं, किन्तु सममित

(iii) सममित और संक्रामक नहीं, किन्तु स्वतुल्य

(iv) न स्वतुल्य, न सममित और न ही संक्रामक

(ख) यदि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$, तो A से B तक फलनों की संख्या होगी : *1*

(i) 6 (ii) 8

(iii) 9 (iv) 5

https://www.upboardonline.com

(ग) λ के किस मान के लिए सदिश $\lambda\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ और सदिश $\hat{i}-4\hat{j}+2\hat{k}$ लम्बवत् हैं ? 1

(i) -2 (ii) 2

(iii) 3 (iv) 4

(घ) समाकलन $\int x e^{-x}\, dx$ का मान है : 1

(i) $-(x+1)e^{-x}$ (ii) $(x+1)e^{-x}$

(iii) $(x-1)e^{-x}$ (iv) $-(x-1)e^{-x}$

(ङ) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 8y = \log x$ की कोटि है : 1

(i) 2 (ii) 3

(iii) 5 (iv) 6

2. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) $\text{cosec}^{-1}(-\sqrt{2})$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए । 1

(ख) $\cos(\sin x^2)$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए । 1

(ग) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = -4xy^2$. 1

(घ) x के सापेक्ष $\log_e x$ का समाकलन कीजिए । 1

(ङ) यदि $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ और $P(A|B) = \frac{3}{10}$, तो $P(A \cup B)$ ज्ञात कीजिए । 1

3. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) आव्यूह AB ज्ञात कीजिए यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$. 2

(ख) क्या $f(x) = \begin{cases} x+5, & \text{यदि } x \le 1 \\ x-5, & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन $x = 1$ पर सतत है ? 2

https://www.upboardonline.com

(ग) $\int \frac{1}{\sqrt{(a^2 - x^2)}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

(घ) उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ सदिशों $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं । 2

4. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) $N \times N$ में एक सम्बन्ध R निम्नवत् परिभाषित है :

$(a, b)\ R\ (c, d)$ यदि और केवल यदि $ad = bc$. सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है । 2

(ख) 'a' का वह न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए अन्तराल [1, 2] में फलन $f(x) = x^2 + ax + 1$ से प्रदत्त फलन वर्धमान है । 2

(ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y = 1\ (y \neq 1)$ को हल कीजिए । 2

(घ) एक पासे को एक बार उछाला जाता है । यदि घटना 'पासे पर प्राप्त संख्या 3 का अपवर्त्य है' को E से और 'पासे पर प्राप्त संख्या सम है' को F से निरूपित किया जाए, तो बताएँ कि क्या घटनाएँ E और F स्वतन्त्र हैं । 2

5. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) यदि x, y, z विभिन्न हों और $\Delta = \begin{vmatrix} x & x^2 & x^3+1 \\ y & y^2 & y^3+1 \\ z & z^2 & z^3+1 \end{vmatrix} = 0$, तो दर्शाइए कि $xyz = -1$. 5

(ख) सिद्ध कीजिए : $3 \sin^{-1} x = \sin^{-1}(3x - 4x^3),\ x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$. 5

(ग) यदि $\cos y = x \cos(a + y)$ तथा $\cos a \neq \pm 1$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}$. 5

(घ) दर्शाइए कि बिन्दु $A(2, 3, -4)$, $B(1, -2, 3)$ और $C(3, 8, -11)$ संरेख हैं । 5

(ङ) हल कीजिए : $y\,dx - (x + 2y^2)\,dy = 0$. 5

https://www.upboardonline.com

6. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) यदि रेखाएँ $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$ और $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-5}$ लम्बवत् हों, तो k का मान ज्ञात कीजिए । 5

(ख) एक पासे को दो बार उछाला गया और प्रकट हुई संख्याओं का योगफल 6 पाया गया । संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबन्ध प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 5

(ग) व्यवरोधों $3x + 4y \leq 60, x + 3y \leq 30, x \geq 0, y \geq 0$ के अन्तर्गत $z = 8000x + 12000y$ का अधिकतमीकरण कीजिए । 5

(घ) माना $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$, $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$, $\vec{c} = c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$; तो दर्शाइए कि $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$. 5

(ङ) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$. 5

7. कोई ***एक*** खण्ड कीजिए :

(क) समीकरण निकाय 8

$$x - y + z = 4$$
$$2x + y - 3z = 0$$
$$x + y + z = 2$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए ।

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, तो सत्यापित कीजिए कि $A(\text{adj } A) = |A|I$ और A^{-1} ज्ञात कीजिए । 8

8. कोई ***एक*** खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अन्तर्गत महत्तम वक्र पृष्ठ वाले लम्ब-वृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है । 8

(ख) सिद्ध कीजिए : 8

$$\int_0^{\pi/4} \log_e (1 + \tan x)\, dx = \frac{\pi}{8} \log_e 2.$$

https://www.upboardonline.com

9. कोई **एक** खण्ड कीजिए :

(क) $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x+2)(x^2+1)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 8

(ख) (i) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 5

(ii) यदि $e^y(1 + x) = 1$ है, तो दिखाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ होगा । 3

(English Version)

Instructions :

(i) First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.

*(ii) There are in all **nine** questions in this question paper.*

*(iii) **All** questions are compulsory.*

(iv) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.

(v) Marks allotted to the questions are indicated against them.

(vi) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

(vii) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. Do ***all*** parts. Select the correct alternative of each part and write it in your answer book. https://www.upboardonline.com

(a) In the set of real numbers, the relation R defined by $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ is : 1

(i) not reflexive and symmetric, but transitive

(ii) not reflexive and transitive, but symmetric

(iii) not symmetric and transitive, but reflexive

(iv) not reflexive, not symmetric and not transitive

(b) If $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$, then number of functions from A to B will be : 1

(i) 6 (ii) 8

(iii) 9 (iv) 5

(c) For which value of λ are the vectors $\lambda\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ perpendicular ? 1

(i) -2 (ii) 2

(iii) 3 (iv) 4

https://www.upboardonline.com

(d) The value of the integral $\int x e^{-x} dx$ is : 1

(i) $-(x+1)e^{-x}$ (ii) $(x+1)e^{-x}$

(iii) $(x-1)e^{-x}$ (iv) $-(x-1)e^{-x}$

(e) The order of the differential equation $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 8y = \log x$ is : 1

(i) 2 (ii) 3

(iii) 5 (iv) 6

2. Do ***all the*** parts :

(a) Find the principal value of $\text{cosec}^{-1}(-\sqrt{2})$. 1

(b) Find the differential coefficient of $\cos(\sin x^2)$ with respect to x. 1

(c) Solve : $\frac{dy}{dx} = -4xy^2$. 1

(d) Integrate $\log_e x$ with respect to x. 1

(e) If $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ and $P(A \mid B) = \frac{3}{10}$, find $P(A \cup B)$. 1

3. Do ***all*** the parts :

(a) Find matrix AB if $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$. 2

(b) Is the function $f(x)$ defined by $f(x) = \begin{cases} x+5, & \text{if } x \le 1 \\ x-5, & \text{if } x > 1 \end{cases}$ is continuous at $x = 1$? 2

(c) Evaluate : $\int \frac{1}{\sqrt{(a^2 - x^2)}} dx$. 2

(d) Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are represented by the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$. 2

https://www.upboardonline.com

4. Do ***all*** the parts :

(a) A relation R is defined in $N \times N$ as follows :

$(a, b)\, R\, (c, d)$ if and only if $ad = bc$. Prove that R is an equivalence relation. 2

(b) Find the least value of 'a' for which the function $f(x) = x^2 + ax + 1$ is increasing on the interval [1, 2]. 2

(c) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} + y = 1\ (y \neq 1)$. 2

(d) A die is thrown once. If E represents the event 'the number obtained on the die is a multiple of 3' and F represents the event 'the number obtained on the die is even', then tell whether the events E and F are independent. 2

Do ***all*** the parts :

(a) If x, y, z are all different and $\Delta = \begin{vmatrix} x & x^2 & x^3+1 \\ y & y^2 & y^3+1 \\ z & z^2 & z^3+1 \end{vmatrix} = 0$, show that $xyz = -1$. 5

(b) Prove that : $3 \sin^{-1} x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$. 5

(c) If $\cos y = x \cos(a + y)$ and $\cos a \neq \pm 1$, prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}$. 5

(d) Show that the points $A(2, 3, -4)$, $B(1, -2, 3)$ and $C(3, 8, -11)$ are collinear. 5

(e) Solve : $y\, dx - (x + 2y^2)\, dy = 0$. 5

6. Do ***all*** the parts :

(a) If the lines $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$ and $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-5}$ are perpendicular, find the value of k. 5

(b) A die was thrown twice and it was found that the sum of the numbers that appeared was 6. Find the conditional probability that the number 4 appeared at least once. 5

(c) Maximize $z = 8000x + 12000y$ subject to constraints

$3x + 4y \leq 60$,

$x + 3y \leq 30$,

$x \geq 0, y \geq 0$. 5

https://www.upboardonline.com

(d) Let $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$, $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$, $\vec{c} = c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$; then show that $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$. 5

(e) Solve : $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x^2 + y^2}{2xy}$. 5

7. Do any ***one*** part :

(a) Solve by matrix method the system of equations : 8

$$x - y + z = 4$$
$$2x + y - 3z = 0$$
$$x + y + z = 2$$

(b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, then verify that $A(\text{adj}\, A) = |A|\, I$ and find A^{-1}. 8

8. Do any ***one*** part :

(a) Prove that the radius of the right circular cylinder of maximum curved surface inscribed in a cone is half of the radius of the cone. 8

(b) Prove : 8

$$\int_0^{\pi/4} \log_e (1 + \tan x)\, dx = \frac{\pi}{8} \log_e 2.$$

9. Do any ***one*** part :

(a) Evaluate : $\displaystyle\int \frac{x^2 + x + 1}{(x+2)(x^2+1)}\, dx$. 8

(b) (i) Find the area of the bounded region of $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. 5

(ii) If $e^y(1 + x) = 1$, then show that $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2$. 3

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

अनुक्रमांक .....

नाम .....

131

324(FA)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

https://www.upboardonline.com

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) अशून्य परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q^* पर एक सम्बन्ध R निम्न प्रकार परिभाषित है :

$$a\ R\ b \text{ यदि } a = \frac{1}{b}$$

तब Q^* पर यह सम्बन्ध R

i) स्वतुल्य है, किन्तु सममित और संक्रामक नहीं है

ii) सममित है, किन्तु स्वतुल्य और संक्रामक नहीं है

iii) संक्रामक है, किन्तु स्वतुल्य और सममित नहीं है

iv) स्वतुल्य और संक्रामक है, किन्तु सममित नहीं है 1

ख) मान लीजिए कि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ A से B तक एक फलन है, तब f है

i) एकैकी ii) आच्छादक

iii) एकैकी नहीं iv) इनमें से कोई नहीं 1

ग) यदि $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ और $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{6}$, तो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण है

i) $\frac{\pi}{6}$ ii) $\frac{\pi}{4}$

iii) $\frac{\pi}{3}$ iv) $\frac{5\pi}{12}$ 1

घ) $\int \sin^2 x\,dx$ का मान है

i) $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$ ii) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}$

iii) $\frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4}$ iv) $\frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4}$ 1

ङ) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + x^3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 8y = \log_e x$ की कोटि है

i) 2 ii) 3

iii) 5 iv) 6 1

https://www.upboardonline.com

1. Attempt *all* the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :

a) A relation R is defined on the set Q^* of non-zero rational numbers as follows :

$$a\ R\ b \text{ if } a = \frac{1}{b}$$

Then on Q^* this relation R is

i) reflexive, but not symmetric and transitive

ii) symmetric, but not reflexive and transitive

iii) transitive, but not reflexive and symmetric

iv) reflexive and transitive, but not symmetric 1

b) Suppose that $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ and $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ be a function from A to B then f is

i) one-one ii) onto

iii) not one-one iv) none of these 1

c) If $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{6}$, then the angle between the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is

i) $\frac{\pi}{6}$ ii) $\frac{\pi}{4}$

iii) $\frac{\pi}{3}$ iv) $\frac{5\pi}{12}$ 1

d) The value of $\int \sin^2 x dx$ is

i) $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$ ii) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}$

iii) $\frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4}$ iv) $\frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4}$ 1

e) The order of the differential equation

$$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + x^3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 8y = \log_e x \text{ is}$$

i) 2 ii) 3

iii) 5 iv) 6 1

https://www.upboardonline.com

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) यदि $e^y(x+1)=1$, तो दर्शाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2}=\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$. 1

ग) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx}=\frac{1+y^2}{1+x^2}$. 1

घ) x के सापेक्ष $\frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2}$ का समाकलन कीजिए। 1

ङ) दी गयी घटनायें A और B ऐसी हैं कि $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{1}{2}$ और $P(A\cap B)=\frac{1}{8}$; तब P (A-नहीं और B-नहीं) को ज्ञात कीजिए। 1

2. Do *all* the parts of the following :

a) Find the principal value of $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. 1

b) If $e^y(x+1)=1$, show that $\frac{d^2y}{dx^2}=\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$. 1

c) Solve : $\frac{dy}{dx}=\frac{1+y^2}{1+x^2}$. 1

d) Integrate $\frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2}$ with respect to x. 1

e) The given events A and B are such that $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{1}{2}$ and $P(A\cap B)=\frac{1}{8}$; then find P (A-not and B-not). 1

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) x तथा y ज्ञात कीजिए यदि $2\begin{bmatrix}1 & 3\\0 & x\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}y & 0\\1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 6\\1 & 8\end{bmatrix}$. 2

ख) यदि $x=a(\theta-\sin\theta)$, $y=a(1+\cos\theta)$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

ग) $\int e^x\left(\tan^{-1}x+\frac{1}{1+x^2}\right)dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) यदि बिन्दुओं A, B, C और D के निर्देशांक क्रमशः (1, 2, 3), (4, 5, 7), (– 4, 3, – 6) और (2, 9, 2) हों, तो रेखाओं AB और CD के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

https://www.upboardonline.com

3. Do *all* the parts of the following :

a) Find x and y if $2\begin{bmatrix}1 & 3\\0 & x\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}y & 0\\1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 6\\1 & 8\end{bmatrix}$. 2

b) If $x=a(0-\sin 0)$, $y=a(1+\cos 0)$, find $\frac{dy}{dx}$. 2

c) Find the value of $\int e^x\left(\tan^{-1}x+\frac{1}{1+x^2}\right)dx$. 2

d) If the coordinates of the points A, B, C and D are (1, 2, 3), (4, 5, 7), (– 4, 3, – 6) and (2, 9, 2) respectively, then find the angle between the lines AB and CD. 2

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय { 1, 2, 3 } में(1, 2) तथा (2, 1) के अन्तर्विष्ट करने वाले तुल्यता सम्बन्धों की संख्या 2 है। 2

ख) अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x)=x^2-4x+6$ से प्रदत्त फलन f (i) वर्धमान है, (ii) ह्रासमान है। 2

ग) अवकल समीकरण $(x-y)\frac{dy}{dx}=x+2y$ को हल कीजिए। 2

घ) एक पासे को दो बार उछाला गया। मान लें A घटना 'पहली उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना' और घटना B 'द्वितीय उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना' दर्शाते हैं। घटनाओं A और B के स्वातन्त्र्य का परीक्षण कीजिए। 2

4. Do *all* the parts of the following :

a) Prove that the number of equivalence relations in the set { 1, 2, 3 } including (1, 2) and (2, 1) is 2. 2

b) Find the intervals in which the function f given by $f(x)=x^2-4x+6$ is (i) increasing, (ii) decreasing. 2

c) Solve the differential equation $(x-y)\frac{dy}{dx}=x+2y$. 2

d) A die was thrown twice. Let us represent the event 'obtaining an odd number on the first throw' by A and the event 'obtaining an odd number on the second throw' by B. Test the independency of the events A and B. 2

https://www.upboardonline.com

5. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$. 5

ख) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर संतत है लेकिन अवकलनीय नहीं है। 5

ग) यदि $-1 < x < 1$ के लिए $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$. 5

घ) रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

ङ) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} + y\cot x = 2x + x^2\cot x \quad (x \neq 0)$. 5

5. Do *all* parts of the following :

a) Prove that $\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$. 5

b) Prove that the function $f(x) = |x|$ is continuous at $x = 0$ but not differentiable. 5

c) If $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ is for $-1 < x < 1$ then prove that $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$. https://www.upboardonline.com 5

d) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$. 5

e) Solve : $\frac{dy}{dx} + y\cot x = 2x + x^2\cot x \quad (x \neq 0)$. 5

6. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) रेखाओं $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$ तथा $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 5

ख) एक थैला में 10 काली और 5 सफेद गेंदें हैं। दो गेंद, एक के बाद एक, निकाली जाती हैं और पहली गेंद दूसरे के निकालने से पहले वापस नहीं रखी जाती है। मान लीजिए कि थैला में से प्रत्येक गेंद का निकालना समसंभाव्य है, तो दोनों काले गेंद निकालने की क्या प्रायिकता है ? 5

ग) व्यवरोधों $4x + y \geq 80$, $x + 5y \geq 115$, $3x + 2y \leq 150$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ के अन्तर्गत $Z = 5x + 3y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए। 5

https://www.upboardonline.com

घ) दर्शाइए कि सदिश $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k}$ और $3\hat{i}-4\hat{j}-4\hat{k}$ एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं। 5

ङ) अवकल समीकरण $(x+y)dy+(x-y)dx=0$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, यदि $y = 1$ जब $x = 1$. 5

6. Do *all* the parts of the following :

a) Find the angle between the lines $\frac{x+3}{-3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-5}{5}$ and $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-5}{.5}$. 5

b) There are 10 black and 5 white balls in a bag. Two balls are taken out, one after one, and the first ball is not placed back before the second is taken out. Assume that the taking out of each ball from the bag is equally likely. What is the probability that both the balls taken out are black ? 5

c) Minimize $Z=5x+3y$ subject to the constraints $4x+y\geq 80$, $x+5y\geq 115$, $3x+2y\leq 150$, $x\geq 0$, $y\geq 0$. 5

d) Show that the vectors $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k}$ and $3\hat{i}-4\hat{j}-4\hat{k}$ are the vertices of a right-angled triangle. 5

e) Find the particular solution of the differential equation $(x+y)dy+(x-y)dx=0$, if $y = 1$ when $x = 1$. 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) समीकरण निकाय

$$2x+3y+3z=5$$
$$x-2y+z=-4$$
$$3x-y-2z=3$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) यदि $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha\\ 0 & \sin\alpha & -\cos\alpha\end{bmatrix}$, तो $adj\,A$ और A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

– 7 –

7. Do any *one* part of the following :

a) Solve by matrix method the system of equations

$$2x+3y+3z=5$$
$$x-2y+z=-4$$
$$3x-y-2z=3$$

8

b) If $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha\\ 0 & \sin\alpha & -\cos\alpha\end{bmatrix}$, find $adj\,A$ and A^{-1}. 8

https://www.upboardonline.com

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि R त्रिज्या के गोले के अन्तर्गत अधिकतम आयतन के बेलन की ऊँचाई $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ है। 8

ख) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx = \frac{\pi}{2}(\pi - 2)$. 8

8. Do any *one* part of the following :

a) Prove that the height of the cylinder of maximum volume inscribed in a sphere of radius R is $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. 8

b) Prove that $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx = \frac{\pi}{2}(\pi - 2)$. 8

9. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) $\int \frac{\sec^2 2x}{(\cot x - \tan x)^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) i) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

ii) यदि $y = 500 e^{7x} + 600 e^{-7x}$, तो दिखाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$. 3

9. Do any *one* part of the following :

a) Find the value of $\int \frac{\sec^2 2x}{(\cot x - \tan x)^2} dx$. 8

b) i) Find the area of the region enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. 5

ii) If $y = 500 e^{7x} + 600 e^{-7x}$, then show that $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$. 3

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com

नाम .....

131

324(FB)

2024

गणित

[समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न है।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

https://www.upboardonline.com

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) फलन $f : R \to R,\ f(x) = 5x, \forall x \in R$ द्वारा परिभाषित है। सही उत्तर का चयन कीजिए :

i) f आच्छादक है ii) f बहु-एकैकी है

iii) f आच्छादक नहीं है iv) f एकैकी नहीं है 1

ख) अवकल समीकरण $5x^2 \frac{d^3y}{dx^3} - 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + y = 0$ की कोटि होगी

i) 2 ii) 1

iii) 3 iv) 4 1

ग) समाकलन $\int_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ का मान होगा

i) $\frac{\pi}{3}$ ii) $\frac{2\pi}{3}$

iii) $\frac{\pi}{6}$ iv) $\frac{\pi}{12}$ 1

घ) व्यंजक $\hat{i}.\hat{i} + \hat{j}.\hat{j} + \hat{k}.\hat{k}$ का मान होगा

i) 0 ii) 1

iii) 2 iv) 3 1

ङ) यदि A तथा B दो व्युत्क्रमणीय आव्यूह कोटि n के हैं तो

i) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ ii) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

iii) $(AB)^{-1} = A^{-1}B$ iv) $(AB)^{-1} = AB^{-1}$ 1

1. Attempt *all* the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write it in your answer-book :

a) Function $f : R \to R$ is defined by $f(x) = 5x, \forall x \in R$. Select the correct answer :

i) f is onto ii) f is many one

iii) f is not onto iv) f is not one-one

https://www.upboardonline.com

b) Order of the differential equation

$$5x^2\frac{d^3y}{dx^3} - 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + y = 0 \text{ will be}$$

i) 2 ii) 1

iii) 3 iv) 4 1

c) The value of the integral $\int_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ will be

i) $\frac{\pi}{3}$ ii) $\frac{2\pi}{3}$

iii) $\frac{\pi}{6}$ iv) $\frac{\pi}{12}$ 1

d) The value of the expression $\hat{i}.\hat{i} + \hat{j}.\hat{j} + \hat{k}.\hat{k}$ will be

i) 0 ii) 1

iii) 2 iv) 3 1

e) If A and B are two invertible matrices of order n then

i) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ ii) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

iii) $(AB)^{-1} = A^{-1}B$ iv) $(AB)^{-1} = AB^{-1}$ 1

2. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$ तो A से B में सम्बन्धों की संख्या ज्ञात कीजिए। 1

ख) दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है। दोनों पर पट आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

ग) यदि सदिशों $3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ तथा $\hat{i}-4\hat{j}+\lambda\hat{k}$ परस्पर लम्बवत् हैं तो λ का मान ज्ञात कीजिए। 1

घ) यदि $P(A)=\frac{3}{13}$, $P(B)=\frac{5}{13}$ और $P(A\cap B)=\frac{2}{13}$ तो $P(B/A)$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ङ) यदि $y = \log_e(\tan x)$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 1

https://www.upboardonline.com

2. Do *all* the parts of the following :

a) If $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$, then find the number of relations from A to B. 1

b) Two coins are tossed together. Find the probability of getting both tails. 1

c) If the vectors $3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ and $\hat{i}-4\hat{j}+\lambda\hat{k}$ are perpendicular to each other then find the value of λ. 1

d) If $P(A)=\frac{3}{13}$, $P(B)=\frac{5}{13}$ and $P(A\cap B)=\frac{2}{13}$ then find the value of $P(B/A)$. 1

e) If $y=\log_e(\tan x)$, then find $\frac{dy}{dx}$. 1

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x)=|x-1|$, $x=1$ पर संतत है। 2

ख) $\tan^{-1}(\sqrt{3})-\cot^{-1}(-\sqrt{3})$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

ग) यदि $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ मात्रक सदिश हैं और $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=\bar{0}$ तो $\bar{a}.\bar{b}+\bar{b}.\bar{c}+\bar{c}.\bar{a}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) $\int \log x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

3. Do *all* the parts of the following :

a) Prove that the function $f(x)=|x-1|$ is continuous at $x=1$. 2

b) Find the value of $\tan^{-1}(\sqrt{3})-\cot^{-1}(-\sqrt{3})$. 2

c) If the unit vectors $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ are such that $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=\bar{0}$ then find the value of $\bar{a}.\bar{b}+\bar{b}.\bar{c}+\bar{c}.\bar{a}$. 2

d) Find the value of $\int \log x \, dx$. 2

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $x=a(\theta+\sin\theta)$, $y=a(1-\cos\theta)$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

ख) फलन x^x का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

ग) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x)=|x|$, $x=0$ पर अवकलनीय नहीं है। 2

https://www.upboardonline.com

4. Do *all* the parts of the following :

a) If $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$ then find $\frac{dy}{dx}$. 2

b) Find the differential coefficient of the function x^x with respect to 'x'. 2

c) Find the value of $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$. 2

d) Prove that the function $f(x) = |x|$ is not differentiable at $x = 0$. 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि दो सदिशों $\bar{a}$ और $\bar{b}$ के लिए सदैव $|\bar{a}.\bar{b}| \le |\bar{a}||\bar{b}|$ होता है। 5

ख) दर्शाइए कि $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$. 5

ग) अवकल समीकरण $(\tan^{-1} y - x)dy = (1+y^2)dx$ को हल कीजिए। 5

घ) यदि $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

ङ) यदि $y = x\cos(a+y)$ तथा $\cos a \ne \pm 1$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}$. 5

5. Do *all* the parts of the following :

a) Prove that for the two vectors $\bar{a}$ and $\bar{b}$ will always be $|\bar{a}.\bar{b}| \le |\bar{a}||\bar{b}|$. 5

b) Show that $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$. 5

c) Solve the differential equation $(\tan^{-1} y - x)dy = (1+y^2)dx$. 5

d) If $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ then find $\frac{dy}{dx}$. 5

e) If $y = x\cos(a+y)$ and $\cos a \ne \pm 1$ then prove that

$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}$. 5

https://www.upboardonline.com

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) एक पासे को तीन बार फेंका जाता है तो प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि प्राप्त अंकों में से एक अंक विषम संख्या होगी। 5

ख) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत $Z = x + 2y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$2x + y \geq 3,\ x + 2y \geq 6,\ x \geq 0,\ y \geq 0.$ 5

ग) हल कीजिए : $\int \frac{3x+5}{x^3 - x^2 - x + 1}\, dx.$ 5

घ) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ है तो दर्शाइए कि $A^2 - 5A + 7I = 0$ है तथा इसकी सहायता से A^{-1} भी ज्ञात कीजिए। 5

ङ) सिद्ध कीजिए कि दी हुई तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्धशीर्ष कोण $\tan^{-1}(\sqrt{2})$ होता है। https://www.upboardonline.com 5

6. Do *all* the parts of the following :

a) If a die is thrown three times, then find the probability of getting one appearing number in them will be odd. 5

b) Minimize $Z = x + 2y$ under the following constraints :

$2x + y \geq 3,\ x + 2y \geq 6,\ x \geq 0,\ y \geq 0.$ 5

c) Solve : $\int \frac{3x+5}{x^3 - x^2 - x + 1}\, dx.$ 5

d) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, show that $A^2 - 5A + 7I = 0$ and also find A^{-1} with its help. 5

e) Show that the semi-vertical angle of the right circular cone of maximum volume and of given slant height is $\tan^{-1}(\sqrt{2})$. 5

https://www.upboardonline.com

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 8

ख) i) रेखा युग्म $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ तथा $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए। 4

ii) यदि किसी त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक (1, 5, −1), (0, 4, − 2) और (2, 3, 4) हैं तो इसके शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 4

7. Do any *one* part of the following :

a) Find the shortest distance between the lines $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ and $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$. 8

b) i) Find the angle between the pair of lines $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ and $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$. 4

ii) If the coordinates of mid-points of the sides of a triangle are (1, 5, −1), (0, 4, − 2) and (2, 3, 4) then find the coordinates of its vertices. 4

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) रैखिक समीकरण निकाय

$$2x - 3y + 5z = 11$$
$$3x + 2y - 4z = -5$$
$$x + y - 2z = -3$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ हो तो A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

https://www.upboardonline.com

8. Do any *one* part of the following : 8

a) Solve the system of linear equations by matrix method :

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

b) If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ then find A^{-1}. 8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$. 8

ख) $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

9. Do any *one* part of the following :

a) Prove that $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$. 8

b) Find the value of $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$. 8

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

अनुक्रमांक .....

नाम .....

131

324(FC)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

https://www.upboardonline.com

1. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) $\sin^{-1}(e^{-x})$ का अवकल गुणांक होगा

i) $\cos^{-1}(e^{-x})$ ii) $\frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

iii) $\frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}}$ iv) $-\frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}}$ 1

ख) $\int x \sin x \, dx$ का मान होगा

i) $-x\cos x + \sin x + c$ ii) $x\cos x - \sin x + c$

iii) $x\sin x - \cos x + c$ iv) $-x\cos x - \sin x + c$ 1

ग) मापांक फलन $f : R \to R^+$ को $f(x) = |x|$ के द्वारा दिया गया है, तब यह होगा

i) एकैकी ii) बहु-एकैकी

iii) अनाच्छादक iv) इनमें से कोई नहीं 1

घ) यदि $\begin{bmatrix} 2x-y & x+2y \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ हो तो x तथा y का मान होगा

i) $x = 1, y = 1$ ii) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$

iii) $x = 2, y = 1$ iv) $x = 1, y = \frac{1}{2}$ 1

ङ) सदिशों $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ तथा $2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ के बीच का कोण होगा

i) $60°$ ii) $30°$

iii) $90°$ iv) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{14}\right)$ 1

1. Attempt *all* the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write it in your answer-book :

a) Differential coefficient of $\sin^{-1}(e^{-x})$ will be

i) $\cos^{-1}(e^{-x})$ ii) $\frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

iii) $\frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}}$ iv) $-\frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}}$ 1

https://www.upboardonline.com

b) The value of $\int x \sin x \, dx$ will be

i) $-x\cos x + \sin x + c$ ii) $x\cos x - \sin x + c$

iii) $x\sin x - \cos x + c$ iv) $-x\cos x - \sin x + c$ 1

c) The modulus function $f : R \to R^+$ is given by $f(x) = |x|$; then it will be

i) one-one ii) many-one

iii) not onto iv) none of these 1

d) If $\begin{bmatrix} 2x-y & x+2y \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ then the values of x and y will be

i) $x = 1, y = 1$ ii) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$

iii) $x = 2, y = 1$ iv) $x = 1, y = \frac{1}{2}$ 1

e) The angle between the vectors $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ and $2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ will be

i) 60° ii) 30°

iii) 90° iv) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{14}\right)$ 1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सदिश $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ की दिक्-कोज्याएँ (direction cosines) ज्ञात कीजिए। 1

ख) यदि $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \tan^{-1} x$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 1

ग) यदि $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ तथा $P(A/B) = \frac{2}{5}$ हो तो $P(A \cap B)$ ज्ञात कीजिए। 1

घ) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x}{1-y}$. 1

ङ) वक्र $y = 2x^2 - 3\cos x$ का $x = 0$ पर प्रवणता ज्ञात कीजिए। 1

2. Do *all* the parts of the following :

a) Find the direction cosines of the vector $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$. 1

b) If $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \tan^{-1} x$ then find the value of x. 1

https://www.upboardonline.com

c) If $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ and $P(A/B) = \frac{2}{5}$ then find $P(A \cap B)$. 1

d) Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x}{1-y}$. 1

e) Find the slope of the curve $y = 2x^2 - 3\cos x$ at $x = 0$. 1

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $x^y = e^{x-y}$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\log_e x}{(1+\log_e x)^2}$. 2

ख) अवकल समीकरण $\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0$ को हल कीजिए। 2

ग) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$ जहाँ ω इकाई का घनमूल है। 2

घ) यदि $P(A) = 0 \cdot 5$, $P(B) = 0 \cdot 4$ है तथा A और B स्वतंत्र घटनायें हैं तो (i) $P(A \cap B)$ तथा (ii) $P(A \cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

3. Do *all* the parts of the following :

a) If $x^y = e^{x-y}$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\log_e x}{(1+\log_e x)^2}$. 2

b) Solve the differential equation $\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0$. 2

c) Prove that $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$ where ω is cube root of unity. 2

d) If $P(A) = 0 \cdot 5$, $P(B) = 0 \cdot 4$ and A and B are independent events then find the values of (i) $P(A \cap B)$ and (ii) $P(A \cup B)$. 2

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) वक्र $ay^2 = x^3$ के बिन्दु (am^2, am^3) पर प्रवणता ज्ञात कीजिए। 2

ख) दर्शाइए कि बिन्दु $A(2,3,4)$, $B(-1,-2,1)$ तथा $C(5,8,7)$ संरेख हैं। 2

ग) $\int \sqrt{5+2x+x^2} \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) यदि $y = x^x$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

https://www.upboardonline.com

Do *all* the parts of the following :

a) Find the slope of the curve $ay^2 = x^3$ at the point (am^2, am^3). 2

b) Show that the points $A(2,3,4)$, $B(-1,-2,1)$ and $C(5,8,7)$ are collinear. 2

c) Find the value of $\int \sqrt{5+2x+x^2}\, dx$. 2

d) If $y = x^x$ then find $\frac{dy}{dx}$. 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत $Z = 3x + 9y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$x + 3y \leq 60$

$x + y \geq 10$

$x \leq y,\ x \geq 0,\ y \geq 0.$ 5

ख) रेखाओं $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ और

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

ग) दिखाइए कि सम्बन्ध $R = \{(a,b) : (a-b)$, 5 का गुणज है $\}$, एक समुच्चय $Z =$ पूर्णांकों का समुच्चय पर एक तुल्यता सम्बन्ध है। 5

घ) यदि $-1 < x < 1$ के लिए $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ है तो सिद्ध कीजिए $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$. 5

ङ) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$. 5

5. Do *all* the parts of the following :

a) Minimize $Z = 3x + 9y$ under the following constraints :

$x + 3y \leq 60$

$x + y \geq 10$

$x \leq y,\ x \geq 0,\ y \geq 0.$ 5

https://www.upboardonline.com

b) Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ and

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$. 5

c) Show that a relation $R = \{(a,b) : (a-b)$ is a multiple of 5 $\}$ on the set Z = set of integers in an equivalence relation. 5

d) If $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ for $-1 < x < 1$ then prove that

$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$. 5

e) Prove that $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc.\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$. 5

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y\cot x = 2x\ (x \neq 0)$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, जबकि $y = 0$ यदि $x = \frac{\pi}{2}$. 5

ख) मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x}{(x-a)(x-b)(x-c)}\, dx$. 5

ग) वृत्त $x^2 + y^2 = 2x = 8$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

घ) एक थैले में 4 लाल और 4 काली गेंदें हैं तथा दूसरे थैले में 2 लाल और 6 काली गेंदें हैं। इनमें से एक थैले को यादृच्छया चुना जाता है और उसमें से एक गेंद निकाली जाती है जो लाल है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह लाल गेंद पहले थैले से निकाली गयी है। 5

ङ) यदि किसी ΔABC में शीर्ष A, B, C के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}$, $\vec{b}$ और $\vec{c}$ हैं तो सिद्ध कीजिए कि ΔABC का क्षेत्रफल $\frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}|$ होगा। 5

6. Do *all* the parts of the following :

a) Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y\cot x = 2x\ (x \neq 0)$, when $y = 0$ if $x = \frac{\pi}{2}$. 5

https://www.upboardonline.com

b) Find the value of $\int \frac{x}{(x-a)(x-b)(x-c)} dx$. 5

c) Find the area bounded by the circle $x^2 + y^2 - 2x = 8$. 5

d) There are 4 red and 4 black balls in a bag and another bag contains 2 red and 6 black balls. One bag is randomly selected and a red ball is drawn. Find the probability that the red ball is drawn from the first bag. 5

e) If the position vectors of the vertices A, B, C of a triangle ABC are $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ respectively then prove that the area of ΔABC is $\frac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{b}+\vec{b}\times\vec{c}+\vec{c}\times\vec{a}|$. https://www.upboardonline.com 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2}\log 2$. 8

ख) $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\sin^2 x + b^2\cos^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

7. Do any *one* part of the following :

a) Prove that $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2}\log 2$. 8

b) Find the value of $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\sin^2 x + b^2\cos^2 x}$. 8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 3 & -15 & 5 \\ -1 & 6 & -2 \\ 1 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ हो तो $(AB)^{-1}$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

https://www.upboardonline.com

ख) निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

8. Do any *one* part of the following :

a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & -15 & 5 \\ -1 & 6 & -2 \\ 1 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ then find the value of $(AB)^{-1}$. 8

b) Solve the system of linear equations by matrix method : 8

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) अवकलन कीजिए : $y = (\tan x)^{\cot x} + (\sin x)^{\cos x}$. 8

ख) फलन $f(x) = \frac{3}{10}x^4 - \frac{4}{5}x^3 - 3x^2 + \frac{36}{5}x + 11$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें वह (i) वर्द्धमान, (ii) ह्रासमान हो। 8

9. Do any *one* part of the following :

a) Differentiate : $y = (\tan x)^{\cot x} + (\sin x)^{\cos x}$. 8

b) Find the interval in which the function

$f(x) = \frac{3}{10}x^4 - \frac{4}{5}x^3 - 3x^2 + \frac{36}{5}x + 11$ is (i) increasing, (ii) decreasing. 8

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com

131

324(FD)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

https://www.upboardonline.com

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) एक सम्बन्ध $R = [(a,b) : a = b-2, b \geq 6]$ समुच्चय N में परिभाषित है तो सही उत्तर होगा

i) $(2,4) \in R$ ii) $(3,8) \in R$

iii) $(6,8) \in R$ iv) $(8,7) \in R$ 1

ख) फलन $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान है

i) $\frac{\pi}{2}$ ii) $\frac{\pi}{3}$

iii) $\frac{\pi}{4}$ iv) $\frac{2\pi}{3}$ 1

ग) सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{vmatrix}$ का मान होगा

i) 16 ii) 18

iii) 15 iv) 13 1

घ) फलन $\sin(x^2+5)$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक होगा

i) $2x\cos(x^2+5)$ ii) $2x\sin(x^2+5)$

iii) $\cos(x^2+5)$ iv) इनमें से कोई नहीं 1

ङ) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$ तो α का मान होगा

i) $\frac{\pi}{6}$ ii) $\frac{\pi}{3}$

iii) π iv) $\frac{3\pi}{2}$ 1

1. Do *all* the parts of the following :

Write the correct alternative of each part in your answer-book :

a) A relation $R = [(a,b) : a = b-2, b \geq 6]$ is defined on the set N, then the correct answer will be

i) $(2,4) \in R$ ii) $(3,8) \in R$

iii) $(6,8) \in R$ iv) $(8,7) \in R$ 1

https://www.upboardonline.com

b) The principal value of the function $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ will be

i) $\frac{\pi}{2}$ ii) $\frac{\pi}{3}$

iii) $\frac{\pi}{4}$ iv) $\frac{2\pi}{3}$ 1

c) The value of the determinant $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{vmatrix}$ will be

i) 16 ii) 18

iii) 15 iv) 13 1

d) The differential coefficient of the function $\sin(x^2+5)$ w.r.t. x will be

i) $2x\cos(x^2+5)$ ii) $2x\sin(x^2+5)$

iii) $\cos(x^2+5)$ iv) none of these 1

e) If matrix $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, then the value of α will be

i) $\frac{\pi}{6}$ ii) $\frac{\pi}{3}$

iii) π iv) $\frac{3\pi}{2}$ 1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) वक्र $x = t^2 + 3t - 8$, $y = 2t^2 - 2t - 5$ का बिन्दु (2, −1) पर $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) फलन $\sin mx$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 1

ग) दो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण θ है तथा $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ दिया है तो θ का मान ज्ञात कीजिए। 1

घ) अवकल समीकरण $\frac{d^3y}{dx^3} + x^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटि ज्ञात कीजिए। 1

ङ) $\int x^2 e^{x^3} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

https://www.upboardonline.com

2. Do *all* the parts of the following :

a) Find the value of $\frac{dy}{dx}$ of the curve $x = t^2 + 3t - 8$, $y = 2t^2 - 2t - 5$ at the point $(2, -1)$. 1

b) Differentiate the function $\sin mx$ with respect to x. 1

c) The angle between two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is 0 and $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ is given. Find the value of θ. 1

d) Find the order of the differential equation

$$\frac{d^3y}{dx^3} + x^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \frac{dy}{dx} + y = 0.$$ 1

e) Find the value of $\int x^2 e^{x^3} dx$. 1

3. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) अवकल समीकरण $y \log y \, dx - x \, dy = 0$ को हल कीजिए। 2

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ तो AB तथा BA ज्ञात कीजिए। 2

ग) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = x^2$, $x = 0$ पर संतत है। 2

घ) यदि $y = x^3 + \tan x$ है तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए। 2

3. Do *all* the parts of the following :

a) Solve the differential equation $y \log y \, dx - x \, dy = 0$. 2

b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ then find AB and BA. 2

c) Prove that the function $f(x) = x^2$ is continuous at $x = 0$. 2

d) If $y = x^3 + \tan x$, then find $\frac{d^2y}{dx^2}$. 2

4. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) $\int \frac{\sin x}{\sin(x + a)} dx$ को हल कीजिए। 2

ख) यदि A तथा B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, जहाँ $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{6}{10}$ हों तो $P(A \cup B)$ तथा $P(A \cap B)$ ज्ञात कीजिए। 2

https://www.upboardonline.com

ग) समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ हैं। 2

घ) एक परिवार में दो बच्चे हैं। यदि ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों के लड़का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

4. Do *all* the parts of the following :

a) Solve : $\int \frac{\sin x}{\sin(x+a)} dx$. 2

b) If A and B are independent events, where $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{6}{10}$ then find $P(A \cup B)$ and $P(A \cap B)$. 2

c) Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$. 2

d) There are two children in a family. If it is known that at least one child is boy in two of them, then find the probability that both the children are boy. https://www.upboardonline.com 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि पूर्णांकों के समुच्चय Z में $R = \{(a,b) : (a-b)$ 5 का गुणज है $\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है। 5

ख) यदि आव्यूह $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ तथा आव्यूह $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ हैं तो X और Y आव्यूहों को ज्ञात कीजिए। 5

ग) यदि $y = (\cot x)^{\sin x} + x^x$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 5

घ) ऐसी दो धन संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 15 है और वर्गों का योग न्यूनतम हो। 5

ङ) $\int \frac{x+2}{2x^2 + 6x + 5} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

5. Do *all* parts of the following :

a) Prove that a relation $R = \{(a,b) : (a-b)$ is a multiple of 5 $\}$ is an equivalence relation in the set of integers Z. 5

b) If the matrices $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ and $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ then find the matrices X and Y. 5

c) If $y = (\cot x)^{\sin x} + x^x$ then find $\frac{dy}{dx}$. 5

https://www.upboardonline.com

d) Find such two positive numbers whose sum is 15 and sum of their squares is minimum. 5

c) Find the value of $\int \frac{x+2}{2x^2+6x+5} dx$. 5

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) वृत्त $x^2+y^2=a^2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

ख) यदि बिन्दुओं A, B, C और D के स्थिति सदिश क्रमशः $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $2\hat{i}+5\hat{j}$, $3\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ और $\hat{i}-6\hat{j}+\hat{k}$ हैं तो रेखाओं AB तथा CD के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 5

ग) $Z=4x+y$ का अधिकतम मान आलेख विधि द्वारा निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत ज्ञात कीजिए : 5

$x+y \le 50$

$3x+y \le 90$

$x \ge 0,\ y \ge 0.$ 5

घ) एक पासे को दो बार उछाला गया और प्रकट हुई संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

ङ) अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx}+2y=x^2$; $(x \ne 0)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 5

6. Do *all* the parts of the following :

a) Find the area of the circle $x^2+y^2=a^2$ surrounded by it. 5

b) If the position vectors of the points A, B, C and D are successively $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $2\hat{i}+5\hat{j}$, $3\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ and $\hat{i}-6\hat{j}+\hat{k}$ then find the angle between the lines AB and CD. 5

c) Find the maximum value of $Z=4x+y$ under the following constraints by graphical method :

$x+y \le 50$

$3x+y \le 90$

$x \ge 0,\ y \ge 0.$ 5

d) A die is thrown two times. It is found that the sum of appeared numbers is 6. Find the conditional probability that the number 4 appeared at least one time. 5

e) Find the general solution of the differential equation $x\frac{dy}{dx}+2y=x^2$; $(x \ne 0)$. 5

https://www.upboardonline.com

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) आव्यूह विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरणों के निकाय को हल कीजिए : 8

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$.

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 15 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ है तो A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

7. Do any *one* part of the following :

a) Solve the following system of equations by using matrix method : 8

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$.

b) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 15 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ then find A^{-1}. 8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) i) p का मान ज्ञात कीजिए ताकि रेखाएँ $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$ और $\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$ परस्पर लम्ब हों। 5

ii) दिखाइए कि बिन्दु (2, – 1, 1), (1, – 3, – 5) तथा (3, – 4, – 4) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं। 3

ख) दो रेखाओं l_1 और l_2 के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए जिनके सदिश समीकरण निम्नवत् हैं : 8

$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$.

8. Do any *one* part of the following :

a) i) Find the value of p such that the lines $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$ and $\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$ are mutually perpendicular. 5

ii) Show that the points (2, – 1, 1), (1, – 3, – 5) and (3, – 4, – 4) are the vertices of a right angled triangle. 3

https://www.upboardonline.com

b) Find the shortest distance between two lines l_1 and l_2 whose vector equations are $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$. 8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) समाकल $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x+2)(x^2+1)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

9. Do any *one* part of the following :

a) Find the value of the integral $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x+2)(x^2+1)} dx$. 8

b) Find the value of $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$. 8

324(FD) – 98,000

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com

अनुक्रमांक _____

नाम _

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 12

131

324(IX)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First **15** minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.

सामान्य निर्देश :

(i) इस प्रश्न-पत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं ।

(ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।

(iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्ट उल्लेख है कि उसके कितने खण्ड करने हैं ।

(iv) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित हैं ।

(v) प्रथम प्रश्न से आरंभ कीजिए और अंत तक करते जाइए । जो प्रश्न न आता हो, उसमें व्यर्थ समय नष्ट न कीजिए ।

General Instructions :

(i) There are in all **nine** questions in this question paper.

(ii) **All** questions are compulsory.

(iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

(iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

(v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one. Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. सभी खण्ड कीजिए ।

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) $f(x) = |x|$ द्वारा प्रदत्त मापांक फलन $f : R \to R^+$ है 1

(A) एकैकी और आच्छादक

(B) बहु-एकैकी और आच्छादक

(C) एकैकी, किन्तु आच्छादक नहीं

(D) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

(ख) एक सम्बन्ध $R = \{(a, b) : a = b - 1, b \geq 3\}$ समुच्चय N पर परिभाषित है तो : 1

(A) $(2, 4) \in R$

(B) $(4, 5) \in R$

(C) $(4, 6) \in R$

(D) $(1, 3) \in R$

(ग) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$ का मान होगा : 1

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{4}$

(D) $\frac{\pi}{8}$

(घ) अवकल समीकरण 1

$$9\frac{d^2y}{dx^2} = \left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{\frac{1}{3}}$$ की घात है :

(A) 1

(B) 6

(C) 3

(D) 2

(ङ) व्यंजक $\hat{i} \cdot \hat{i} - \hat{j} \cdot \hat{j} + \hat{k} \times \hat{k}$ का मान है : 1

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

1. Do **all** parts.

Select the correct option of each part and write it on your answer-book.

(a) The modulus function $f : R \rightarrow R^+$ given by $f(x) = |x|$ is 1

(A) one-one and onto

(B) many-one and onto

(C) one-one but not onto

(D) neither one-one nor onto

(b) A relation $R = \{(a, b) : a = b - 1, b \geq 3\}$ is defined on set N, then 1

(A) $(2, 4) \in R$

(B) $(4, 5) \in R$

(C) $(4, 6) \in R$

(D) $(1, 3) \in R$

(c) The value of $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$ will be 1

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{4}$

(D) $\frac{\pi}{8}$

(d) The degree of differential equation 1

$$9\frac{d^2y}{dx^2} = \left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{\frac{1}{3}} \text{ is}$$

(A) 1

(B) 6

(C) 3

(D) 2

(e) The value of expression $\hat{i} \cdot \hat{i} - \hat{j} \cdot \hat{j} + \hat{k} \times \hat{k}$ is 1

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

2. सभी खण्ड कीजिए :

(क) $\cot^{-1}\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right\}; x > 1$ को सरलतम रूप में लिखिए । 1

(ख) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = |x|,\ x = 0$ पर संतत है । 1

(ग) अवकल समीकरण 1

$xy\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\left(\frac{dy}{dx}\right) = 2$ की घात ज्ञात कीजिए ।

(घ) यदि P(A) = 0.12, P(B) = 0.15 और P(B/A) = 0.18 तो $P(A \cap B)$ का मान ज्ञात कीजिए । 1

(ङ) सदिशों $-2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ और $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए । 1

2. Do **all** parts :

(a) Write $\cot^{-1}\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right\}; x > 1$ in the simplest form. 1

(b) Prove that the function $f(x) = |x|$, is continuous at $x = 0$. 1

(c) Find the degree of the differential equation 1

$$xy\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\left(\frac{dy}{dx}\right) = 2$$

(d) If P(A) = 0.12, P(B) = 0.15 and P(B/A) = 0.18, then find the value of $P(A \cap B)$. 1

(e) Find the angle between the vectors $-2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ and $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$. 1

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि $f : R \to R$ तथा $g : R \to R$ फलन क्रमशः $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ द्वारा परिभाषित है तो सिद्ध कीजिए $gof \neq fog$. 2

(ख) अवकल समीकरण $ydx + (x - y^2)dy = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । 2

(ग) सिद्ध कीजिए कि (4, 4, 2), (3, 5, 2) तथा (–1, –1, 2) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं । 2

(घ) यदि $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$, तो x, y, z के मान ज्ञात कीजिए । 2

3. Do **all** parts :

(a) If $f : R \to R$ and $g : R \to R$ be functions defined by $f(x) = \cos x$ and $g(x) = 3x^2$ respectively, then prove that $gof \neq fog$. 2

(b) Find the general solution of differential equation $ydx + (x - y^2)dy = 0$. 2

(c) Prove that (4, 4, 2), (3, 5, 2) and (–1, –1, 2) are vertices of a right angle triangle. 2

(d) If $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$, then find the values of x, y, z. 2

4. सभी खण्ड कीजिए :

(क) दर्शाइए कि फलन $f(x) = 7x^2 - 3$ एक वर्धमान फलन है जबकि $x > 0$ है । 2

(ख) सदिश $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{a} - \vec{b})$ में से प्रत्येक पर लंबवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$. 2

(ग) यदि एक रेखा का कार्तीय समीकरण $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$ है, तो इसका सदिश रूप में समीकरण ज्ञात कीजिए । 2

(घ) एक थैले में 4 सफेद और 2 काली गेंद हैं तथा दूसरे थैले में 3 सफेद और 5 काली गेंद हैं । यदि प्रत्येक थैले से एक गेंद निकाली जाये तो दोनों गेंद काली होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 2

4. Do **all** parts :

(a) Show that the function $f(x) = 7x^2 - 3$ is an increasing function when $x > 0$. 2

(b) Find the unit vector perpendicular to each of the vectors $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$ where $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$. 2

(c) If the Cartesian equation of a line is $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$, then find its equation in vector form. 2

(d) There are 4 white and 2 black balls in a bag and in another bag 3 white and 5 black balls. Find the probability of getting both black balls if a ball is drawn from each bag. 2

5. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि R_1 तथा R_2 समुच्चय A में दो तुल्यता संबंध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $R_1 \cap R_2$ भी एक तुल्यता संबंध है। 5

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\alpha}{2} \\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए कि $(I + A) = (I - A)\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$. 5

(ग) $\tan^{-1}\left(\frac{\sin x}{1 + \cos x}\right)$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 5

(घ) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ तथा $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

(ङ) यदि $y = e^{\tan^{-1} x}$ सिद्ध कीजिए कि $(1 + x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + (2x - 1)\frac{dy}{dx} = 0$. 5

5. Do **all** parts :

(a) If R_1 and R_2 be two equivalence relations on a set A, then prove that $R_1 \cap R_2$ be also an equivalence relation. 5

(b) If $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\alpha}{2} \\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$, then prove that $(I + A) = (I - A)\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$. 5

(c) Differentiate $\tan^{-1}\left(\frac{\sin x}{1 + \cos x}\right)$ with respect to x. 5

(d) Find shortest distance between the lines 5

$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$

(e) If $y = e^{\tan^{-1} x}$, prove that $(1 + x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + (2x - 1)\frac{dy}{dx} = 0$. 5

6. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{यदि } x \le -1 \\ 2x & -1 < x \le 1 \\ 2 & x > 1 \end{cases}$ 5

तब $x = -1$ तथा $x = 1$ पर फलन के संतत की जाँच कीजिए ।

(ख) तीन सदिश $\vec{a}$, $\vec{b}$ और $\vec{c}$ प्रतिबंध $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ को संतुष्ट करते हैं । यदि $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ और $|\vec{c}| = 2$, तो $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए । 5

(ग) हवा के एक बुलबुले की त्रिज्या $\frac{1}{2}$ cm/s की दर से बढ़ रही है । बुलबुले का आयतन किस दर से बढ़ रहा है जबकि त्रिज्या 1 cm है ? https://www.upboardonline.com 5

(घ) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत $Z = 3x + 2y$ का आलेखीय विधि से न्यूनतमीकरण कीजिए जबकि : 5

$x + y \ge 8$,

$3x + 5y \le 15$,

$x \ge 0, y \ge 0$

(ङ) किसी प्रश्न को तीन छात्रों A, B, C के द्वारा हल करने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{5}$ तथा $\frac{1}{10}$ है, तो प्रश्न के हल हो जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 5

6. Do **all** parts :

(a) If $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{if } x \le -1 \\ 2x & -1 < x \le 1 \\ 2 & x > 1 \end{cases}$ **5**

Then test the continuity of the function at $x = -1$ and at $x = 1$.

(b) If three vectors $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ satisfying the condition $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$. If $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ and $|\vec{c}| = 2$, then find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$. **5**

(c) The radius of an air bubble is increasing at the rate of $\frac{1}{2}$ cm/s. At what rate is the volume of the bubble increasing while the radius is 1 cm ? **5**

(d) Minimize $Z = 3x + 2y$ by graphical method under the following constraints : **5**

$x + y \ge 8,$

$3x + 5y \le 15,$

$x \ge 0, y \ge 0$

(e) The probability of solving a question by the three students A, B, C are respectively $\frac{3}{10}, \frac{1}{5}$ and $\frac{1}{10}$. Find the probability of solving the question. **5**

7. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए । **8**

(ख) समीकरण निकाय **8**

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए ।

7. Do any **one** part :

(a) Find the inverse of the matrix 8

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(b) Solve the system of equations by matrix method : 8

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि दी गई तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्ध-शीर्ष कोण $\tan^{-1}(\sqrt{2})$ होता है । 8

(ख) अवकल समीकरण $(x - y)(dx + dy) = dx - dy$ का एक विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, जबकि $y = -1$ यदि $x = 0$ 8

8. Do any **one** part :

(a) Prove that the semi-vertical angle of a cone with given slant height and maximum volume is $\tan^{-1}(\sqrt{2})$. 8

(b) Find a particular solution of the differential equation 8

$(x - y)(dx + dy) = dx - dy$ when $y = -1$ if $x = 0$.

9. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) समाकलन कीजिए : 8

$$\int \left(\frac{2 + \sin 2x}{1 + \cos 2x}\right) e^x \, dx$$

(ख) हल कीजिए : 8

$$\int \frac{(3x + 5)dx}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

9. Do any **one** part :

(a) Integrate : 8

$$\int \left(\frac{2 + \sin 2x}{1 + \cos 2x}\right) e^x \, dx$$

(b) Solve : 8

$$\int \frac{(3x + 5)dx}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

अनुक्रमांक

नाम

131

324(JD)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

https://www.upboardonline.com

1. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) यदि फलन $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित है तब f है

i) एकैकी व आच्छादक ii) बहुएक व आच्छादक

iii) एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं iv) न तो एकैकी और न आच्छादक 1

ख) यदि $X = \{a, b, c\}$ तथा $Y = \{1, 2, 3\}$ और f प्रतिचित्रण इस प्रकार दिया गया है कि $f(a) = 2$, $f(b) = 3$, तथा $f(c) = 1$, तो

i) $f(X) \subset Y$ ii) $f(X) = Y$ iii) $f(X) \supset Y$ iv) इनमें से सभी 1

ग) यदि $\int \log x \, dx = x \log x + k(x) + c$ तो

i) $k(x) = \log x$ ii) $k(x) = -\log x$ iii) $k(x) = -x$ iv) $k(x) = -x^2$ 1

घ) पाँच कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के व्यापक हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या है

i) 0 ii) 4 iii) 3 iv) 5 1

ङ) सदिश फलन $\vec{f}(t) = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5t^2\hat{k}$ की प्रवणता $t = 2$ पर होगी

i) $20\hat{k}$ ii) $10\hat{k}$ iii) $5\hat{k}$ iv) $12\hat{k}$ 1

1. Attempt *all* the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :

a) If the function $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is defined as $f(x) = 3x$ then f is

i) one-one and onto ii) many-one and onto

iii) one-one but not onto iv) neither one-one nor onto 1

b) If $X = \{a, b, c\}$ and $Y = \{1, 2, 3\}$ and the mapping f is given by $f(a) = 2$, $f(b) = 3$, $f(c) = 1$, then

i) $f(X) \subset Y$ ii) $f(X) = Y$ iii) $f(X) \supset Y$ iv) All of these 1

c) If $\int \log x \, dx = x \log x + k(x) + c$ then

i) $k(x) = \log x$ ii) $k(x) = -\log x$ iii) $k(x) = -x$ iv) $k(x) = -x^2$ 1

d) The number of arbitrary constants in a general solution of a differential equation of fifth order is

i) 0 ii) 4 iii) 3 iv) 5 1

e) At $t = 2$, the slope of the vector function $\vec{f}(t) = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5t^2\hat{k}$ is

i) $20\hat{k}$ ii) $10\hat{k}$ iii) $5\hat{k}$ iv) $12\hat{k}$ 1

https://www.upboardonline.com

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध करें कि $\sin^{-1} x = \tan^{-1}[x/\sqrt{1-x^2}]$. 1

ख) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 1

ग) सदिशों $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$ और $\vec{b} = -2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ के योगफल की दिक्-कोज्याएँ ज्ञात कीजिए। 1

घ) यदि $f: R \to R$ तथा $g: R \to R$ फलन क्रमशः $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ द्वारा परिभाषित हैं तो gof ज्ञात कीजिए। 1

ङ) यदि दो पासे एक साथ फेंके जाएँ, तो योगफल आठ आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

2. Do *all* the parts of the following :

a) Prove that $\sin^{-1} x = \tan^{-1}[x/\sqrt{1-x^2}]$. 1

b) Find the unit vector along the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$. 1

c) Find the direction-cosines of the sum of the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{b} = -2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$. 1

d) If the functions $f: R \to R$ and $g: R \to R$ are defined as $f(x) = \cos x$ and $g(x) = 3x^2$ respectively then find gof. 1

e) If two dice are thrown together then find the probability of getting the sum eight. 1

3. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि बिन्दुओं A और B के स्थिति सदिश क्रमशः $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ और $2\hat{i} + 5\hat{j}$ हैं तो सरल रेखा AB की दिशा में मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 2

ख) यदि सम्बन्ध R इस प्रकार प्रदत्त है कि $R = \{(4, 5), (1, 4), (4, 6), (7, 6), (3, 7)\}$, तब $R^{-1} o R^{-1}$ ज्ञात कीजिए। 2

ग) वक्र निकाय $y = 2mx$ को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए। 2

घ) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 0 & 1/4 \\ 0 & 0 \\ 1/2 & 1/8 \end{bmatrix}$ तब सिद्ध कीजिए कि $|C| = 1$, जहाँ $C = (A')' . B$. 2

https://www.upboardonline.com

3. Do *all* the parts of the following :

a) If the position vectors of the points A and B are $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ and $2\hat{i}+5\hat{j}$ respectively, then find the unit vector along the straight line AB. 2

b) If the relation R is given by

$R = \{(4, 5), (1, 4), (4, 6), (7, 6), (3, 7)\}$, then find $R^{-1} o R^{-1}$. 2

c) Find the differential equation representing the family of curves $y = 2mx$. 2

d) If $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 0 & 1/4 \\ 0 & 0 \\ 1/2 & 1/8 \end{bmatrix}$, then prove that $|C| = 1$,

where $C = (A')' . B$. 2

4. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) बिन्दु $(5, 2, -4)$ से जाने वाली तथा सदिश $3\hat{i}+2\hat{j}-8\hat{k}$ के समान्तर रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

ख) स्टील की 6 m × 16 m की आयताकार चादर के प्रत्येक कोने से $2x$ m लम्बाई के वर्गों को काटकर ढक्कन रहित एक संदूक बनाई जाती है। इस प्रकार बने संदूक का अधिकतम आयतन ज्ञात कीजिए। 2

ग) यदि A और B स्वतन्त्र घटनाएँ हैं तथा $P(A)=0\cdot3$ और $P(B)=0\cdot4$ तब $P(B/A)$ ज्ञात कीजिए। 2

घ) एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष बिन्दु $A(2, 2, 2)$, $B(2, 1, 3)$ तथा $C(3, 2, 1)$ हैं। 2

4. Do *all* the parts of the following :

a) Find the vector equation of a straight line passing through the point $(5, 2, -4)$ and parallel to the vector $3\hat{i}+2\hat{j}-8\hat{k}$. 2

b) Without cover a box is formed by 6 m × 16 m rectangular steel sheet on cutting the squares of length $2x$ m from its each corner. Then find the maximum volume of the box. 2

c) Let A and B are independent events and $P(A)=0\cdot3$ and $P(B)=0\cdot4$; then find $P(B/A)$. 2

d) Find the area of a triangle whose vertices are $A(2, 2, 2)$, $B(2, 1, 3)$ and $C(3, 2, 1)$. 2

https://www.upboardonline.com

5. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि फलन $f: N \to Y$, $f(x) = 4x + 3$ द्वारा परिभाषित है, जहाँ $y = \{y \in N : y = 4x + 3,\ x \in N$ के लिए$\}$ है तो सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है तथा f का प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कीजिए। 5

ख) आलेखीय विधि द्वारा उद्देश्य फलन $Z = -50x + 20y$ का न्यूनतम मान निम्नलिखित अवरोधों के अंतर्गत ज्ञात कीजिए : 5

$2x - y \geq -5$

$3x + y \geq 3$

$2x - 3y \leq 12$

$x \geq 0,\ y \geq 0$

ग) यदि A तथा B, n क्रम के दो आव्यूह हैं जो व्युत्क्रमणीय हैं तब सिद्ध करें कि $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. 5

घ) दो सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ जब $\vec{a} \neq \vec{0}$ और $\vec{b} \neq \vec{0}$. 5

ङ) यदि $I = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$, सिद्ध कीजिए कि $I = \frac{\pi}{12}$. 5

5. Do *all* parts of the following :

a) Let function $f: N \to Y$ is defined as $f(x) = 4x + 3$ where $y = \{y \in N : y = 4x + 3$ for $x \in N\}$. Prove that f is invertible, also find the inverse of the function f. 5

b) Find the minimum value of the objective function $Z = -50x + 20y$ by graphical method under the following constraints : 5

$2x - y \geq -5$

$3x + y \geq 3$

$2x - 3y \leq 12$

$x \geq 0,\ y \geq 0$

c) If A and B are two matrices of order n which are invertible, then prove that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. 5

https://www.upboardonline.com

d) For the two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, prove that $|\vec{a}+\vec{b}| \le |\vec{a}| + |\vec{b}|$ when $\vec{a} \ne \vec{0}$ and $\vec{b} \ne \vec{0}$. 5

e) If $I = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$, then prove that $I = \frac{\pi}{12}$. 5

6. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x}, & \text{यदि } x \ne 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, सिद्ध कीजिए कि फलन f एक संतत फलन है। 5

ख) एक कार समय $t = 0$ पर बिन्दु P से चलना प्रारम्भ करके बिन्दु Q पर रुक जाती है। कार द्वारा t सेकण्ड में तय की गई दूरी, x मीटर में $x = t^2\left(3 - \frac{t}{2}\right)$ द्वारा प्रदत्त है। कार को Q तक पहुँचने में लगा समय ज्ञात कीजिए और P तथा Q के बीच की दूरी भी ज्ञात कीजिए। 5

ग) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। https://www.upboardonline.com 5

घ) यदि $y = \cos^{-1} x$ है तो दर्शाइए कि $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$. 5

ङ) यदि x, y, z तीन स्वतन्त्र घटनाएँ हैं तो सिद्ध कीजिए कि

$$P(X \cap Y \cap Z) = P(X) \cdot P\left(\frac{Y}{X}\right) \cdot P\left(\frac{Z}{X \cap Y}\right).$$ 5

6. Do *all* the parts of the following :

a) If function f is defined as

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x}, & \text{if } x \ne 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

then prove that f is continuous. 5

b) A car is started to move from a point P at time $t = 0$ and is stopped at the point Q. The distance x metre covered by the car in t second is given by $x = t^2\left(3 - \frac{t}{2}\right)$. Find the time required by the car to reach at the point Q and also find the distance between P and Q. 5

https://www.upboardonline.com

c) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ 5

d) If $y = \cos^{-1} x$, then show that $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$ 5

e) If x, y, z are three independent events, then prove that

$$P(X \cap Y \cap Z) = P(X) \cdot P\left(\frac{Y}{X}\right) \cdot P\left(\frac{Z}{X \cap Y}\right).$$ 5

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ के लिए दर्शाइए कि $A^3 - 6A^2 + 5A + 11I = 0$ है। इसकी सहायता से A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

ख) निम्नलिखित समीकरण निकाय

$2x + 3y + 3z = 5$

$x - 2y + z = -4$

$3x - y - 2z = 3$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

7. Do any *one* part of the following :

a) For matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ show that $A^3 - 6A^2 + 5A + 11I = 0$ and with the help of this find A^{-1}. 8

b) Solve the following system of equations by matrix method :

$2x + 3y + 3z = 5$

$x - 2y + z = -4$

$3x - y - 2z = 3$ 8

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y + 1}{2x + 2y + 3}$. 8

ख) हल कीजिए : $(1 + y^2)dx = (\tan^{-1} y - x)\, dy$. 8

8. Do any *one* part of the following :

a) Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y + 1}{2x + 2y + 3}$. 8

b) Solve : $(1 + y^2)dx = (\tan^{-1} y - x)\, dy$. 8

https://www.upboardonline.com

9. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\frac{1+\cos 4x}{2}}\, dx = 1$. 8

ख) यदि $I = \int_0^{\pi} \frac{x\, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$, तो I का मान ज्ञात कीजिए। 8

9. Do any *one* part of the following :

a) Prove that $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\frac{1+\cos 4x}{2}}\, dx = 1$. 8

b) If $I = \int_0^{\pi} \frac{x\, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$, find the value of I. 8

324(JD) – 73,940

https://www.upboardonline.com

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

अनुक्रमांक

नाम

131

324(JC)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) मान लीजिए $A = \{2, 3, 4, 5\}$ तथा सभी $(a, b) \in A \times A$, एक सम्बन्ध $R = \{(a, b) : a - b = 12\}$ से परिभाषित हैं। तब एक समुच्चय $B \subset A \times A$ ऐसा है कि

i) $B = \phi$ ii) $B \neq \phi$

iii) $B = \{2, 3\}$ iv) $B = \{2, 4, 5\}$ 1

ख) यदि फलन $f : N \to N$, $f(x) = x - 1 \forall x > 2$ द्वारा परिभाषित है और $f(1) = f(2) = 1$, तब f है

i) एकैकी तथा आच्छादक ii) आच्छादक परन्तु एकैकी नहीं

iii) बहुएक परन्तु आच्छादक नहीं iv) न तो एकैकी न ही आच्छादक 1

ग) यदि $\int x \log x \, dx = \frac{x^2}{2} f(x) - \frac{x^2}{4} + c$ है तब $f(x)$ है 2

i) $(\log x)^{-1}$ ii) $(2 \log x)^{-1}$ iii) $3 \log x$ iv) $\log x$ 1

घ) यदि $y = 5x^2 + 4$, तब बिन्दु $(2, 1)$ पर ढाल है

i) $3/2\sqrt{14}$ ii) $1/2\sqrt{14}$ iii) 20 iv) 1 1

ङ) सदिश फलन $\vec{f}(t) = t\hat{i} + t^2\hat{j} + 5\hat{k}$ के बिन्दु $t = 1$ पर प्रवणता है

i) $\hat{i} + 2\hat{j}$ ii) $\hat{i} + 3\hat{j}$ iii) $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ iv) $\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$

1. Attempt *all* the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :

a) Suppose that $A = \{2, 3, 4, 5\}$ and all $(a, b) \in A \times A$, are defined by a relatio $R = \{(a, b) : a - b = 12\}$. Then there exists a set $B \subset A \times A$ such that

i) $B = \phi$ ii) $B \neq \phi$

iii) $B = \{2, 3\}$ iv) $B = \{2, 4, 5\}$

b) If the function $f : N \to N$, is defined by $f(x) = x - 1 \forall x > 2$ and $f(1) = f(2) =$ then f is

i) one-one and onto ii) onto but not one-one

iii) many one but not onto iv) neither one-one nor onto

c) If $\int x \log x \, dx = \frac{x^2}{2} f(x) - \frac{x^2}{4} + c$, then $f(x)$ is

i) $(\log x)^{-1}$ ii) $(2 \log x)^{-1}$ iii) $3 \log x$ iv) $\log x$ 1

d) If $y = 5x^2 + 4$, then at the point $(2, 1)$, the slope is

i) $3/2\sqrt{14}$ ii) $1/2\sqrt{14}$ iii) 20 iv) 1 1

e) The vector function is given by $\vec{f}(t) = t\hat{i} + t^2\hat{j} + 5\hat{k}$, then at point $t = 1$ the slope is

i) $\hat{i} + 2\hat{j}$ ii) $\hat{i} + 3\hat{j}$ iii) $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ iv) $\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ 1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $\sin^{-1} x = \cos^{-1}\sqrt{(1 - x^2)}$. 1

ख) Z-अक्ष का दिक्-कोज्या ज्ञात कीजिए। 1

ग) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 1

घ) $\hat{i}.(\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j}.(\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k}.(\hat{i} \times \hat{j})$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ङ) सिद्ध कीजिए कि $0 \le P(E) \le 1$, जहाँ घटना E के होने की प्रायिकता $P(E)$ है। 1

2. Do *all* the parts of the following :

a) Prove that $\sin^{-1} x = \cos^{-1}\sqrt{(1 - x^2)}$. 1

b) Find the direction cosine of Z-axis. 1

c) Obtain the projection of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ on the vector $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$. 1

d) Find the value of $\hat{i}.(\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j}.(\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k}.(\hat{i} \times \hat{j})$. 1

e) Prove that $0 \le P(E) \le 1$, where $P(E)$ is the probability of the event E. 1

3. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) x और y संख्याओं को ज्ञात कीजिए यदि क्रमित युग्म $(2x-3, -5)$ और $(x, y-1)$ बराबर हों। 2

ख) वक्र समूह $y = \frac{2ce^{2x}}{1+ce^{2x}}$ का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

ग) दो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के परिमाण क्रमशः $\sqrt{3}$ और 4 हैं और $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$, तब सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

घ) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 0 & 1/4 \\ 0 & 0 \\ 1/2 & 1/8 \end{bmatrix}$, तब सिद्ध कीजिए कि $(A')' \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. 2

3. Do *all* the parts of the following :

a) If the ordered pairs $(2x-3, -5)$ and $(x, y-1)$ are equal, then find the numbers x and y. 2

b) Obtain the differential equation of the family of curves $y = \frac{2ce^{2x}}{1+ce^{2x}}$. 2

c) The modulus of two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are $\sqrt{3}$ and 4 respectively, and $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$. Then find the angle between the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$. 2

d) If the matrices $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 0 & 1/4 \\ 0 & 0 \\ 1/2 & 1/8 \end{bmatrix}$,

then prove that $(A')' \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. 2

4. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) एक समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ सदिश $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ द्वारा निर्धारित हैं। 2

ख) स्टील की 3 m × 8 m की आयताकार चादर के प्रत्येक कोने से x m लम्बाई के वर्गों को काटकर ढक्कन रहित संदूक बनाई जाती है। इस प्रकार बने संदूक का अधिकतम आयतन ज्ञात कीजिए। 2

ग) किसी व्यक्ति ने एक निर्माण कार्य का ठेका लिया है। हड़ताल होने की प्रायिकता 0·65 है। हड़ताल न होने की तथा हड़ताल होने की स्थितियों में निर्माण कार्य के समयानुसार पूर्ण होने की प्रायिकताएँ क्रमशः 0·80 तथा 0·32 हैं। निर्माण कार्य समयानुसार पूर्ण होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

घ) एक त्रिभुज (ΔABC) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष बिन्दु A (1, 1, 1), B (1, 2, 3) तथा C (2, 3, 1) हैं। 2

4. Do *all* the parts of the following :

a) Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are the vectors $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$. 2

b) A box is formed by 3 m × 8 m rectangular steel-sheet on cutting the squares of length x m from its each corner to form the box without cover. Then find the maximum volume of the box so formed. 2

c) A person has a contract of construction. The probability of being a strike is 0·65. The probabilities of completing the construction work on time in both conditions are 0·80 and 0·32 whether the strike is not happened and it is happened respectively. Then find the probability of completing the construction work in due time. https://www.upboardonline.com 2

d) Find the area of a triangle (ΔABC) whose vertices are A (1, 1, 1), B (1, 2, 3) and C (2, 3, 1). 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि फलन $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$ तथा फलन $g : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$, $g(x) = \cos x$ द्वारा परिभाषित है तब सिद्ध कीजिए कि f तथा g एकैकी हैं, परंतु $f + g$ एकैकी नहीं है। 5

ख) निम्नलिखित अवरोधों के अंतर्गत $Z = 3x + 2y$ का न्यूनतमीकरण आलेखीय विधि से कीजिए :

$x + 2y \le 10$, $3x + y \le 15$, $x \ge 0$, $y \ge 0$. 5

ग) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ है तो दर्शाइए कि $A^2 - 5A + 7I = 0$ है। इसकी सहायता से A^{-1} ज्ञात कीजिए। 5

घ) फलन $x^{\cos x}$ को x के सापेक्ष अवकलित कीजिए। 5

ङ) वक्रों के समूह $y = a\sin(x+b)$, जिसमें a, b स्वेच्छ अचर हैं, को निरूपित करने वाले अवक समीकरण ज्ञात कीजिए।

5. Do *all* parts of the following :

a) If the function $f:\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\to\mathbb{R}$ is given by $f(x)=\sin x$ and function $g:\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\to\mathbb{R}$ is given by $g(x)=\cos x$ then prove that f and g are one-one but $f+g$ is not one-one. 5

b) Minimize $Z=3x+2y$ by graphical method under the following constraints $x+2y\le 10$, $3x+y\le 15$, $x\ge 0$, $y\ge 0$. 5

c) If $A=\begin{bmatrix}3 & 1\\ -1 & 2\end{bmatrix}$, then show that $A^2-5A+7I=0$. Using this obtain A^{-1}. 5

d) Differentiate the function $x^{\cos x}$ with respect to x. 5

e) Find the differential equation of the family of curves denoted by $y=a\sin(x+b)$, where a and b are arbitrary constants. 5

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) रेखाओं $\vec{r}=\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$ और $\vec{r}=3\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}+\mu(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

ख) एक कार समय $t=0$ पर बिन्दु P से चलना प्रारम्भ करके बिन्दु Q पर रुक जाती है। कार द्वारा t सेकण्ड में तय की गई दूरी x मीटर $x=t^2\left(2-\frac{t}{3}\right)$ द्वारा प्रदत्त है। कार को Q तक पहुँचने में लगा समय ज्ञात कीजिए और P तथा Q के बीच की दूरी भी ज्ञात कीजिए। 5

ग) वक्र $y=x^2$ एवं रेखा $y=16$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

घ) यदि $y=\sin^{-1}x$ है तो दर्शाइए $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}=0$. 5

ङ) यदि E_1 तथा E_2 परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं तो सिद्ध करें कि $P(E_1)+P(E_2)=P(E_1\cup E_2)+P(E_1\cap E_2)$. 5

6. Do *all* the parts of the following :

a) Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = \hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$ and $\vec{r} = 3\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}+\mu(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$. 5

b) A car is started from a point P at time $t = 0$ and is stopped at the point Q. The distance x metre covered by the car in t second is given by $x = t^2\left(2-\frac{t}{3}\right)$. Find the time required by the car to reach at point Q and also find the distance between P and Q. 5

c) Find the area enclosed by the curve $y = x^2$ and the line $y = 16$. 5

d) If $y = \sin^{-1} x$, then prove that $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$. 5

e) If E_1 and E_2 are mutually exclusive events, then prove that

$P(E_1)+P(E_2) = P(E_1 \cup E_2)+P(E_1 \cap E_2)$. 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ तब A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

ख) निम्नलिखित समीकरण निकाय

$x + y + 2z = 1,$

$3x + 2y + z = 7,$

$2x + y + 3z = 2$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

7. Do any *one* part of the following :

a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, then find A^{-1} 8

b) Solve the following system of equations by matrix method :

$x + y + 2z = 1,$

$3x + 2y + z = 7,$

$2x + y + 3z = 2.$ 8

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y-3}{2x+y-3}$. 8

ख) हल कीजिए : $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$ 8

8. Do any *one* part of the following :

a) Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y-3}{2x+y-3}$. 8

b) Solve : $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$ 8

9. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध करें कि $\int_0^{\pi} \sqrt{\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)}\, dx = 2$. 8

ख) सिद्ध करें कि $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{12}$. 8

9. Do any *one* part of the following :

a) Prove that $\int_0^{\pi} \sqrt{\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)}\, dx = 2$. 8

b) Prove that $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{12}$. 8

अनुक्रमांक .....

068015

नाम .....

131

324(JB)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

1. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) समस्त त्रिभुजों के समुच्चय A में, $R = \{ (T_1, T_2) : T_1, T_2$ के समरूप है $\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R

i) स्वतुल्य और सममित है, किन्तु संक्रामक नहीं

ii) स्वतुल्य और संक्रामक है, किन्तु सममित नहीं

iii) सममित और संक्रामक है, किन्तु स्वतुल्य नहीं

iv) स्वतुल्य है, सममित है और संक्रामक भी है 1

ख) माना $[\ x\ ]$ उस महत्तम पूर्णांक को प्रकट करता है, जो x से कम या उसके बराबर है। तब $f(x) = [\ x\ ]$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R \to R$ होगा

i) एकैकी और आच्छादक ii) एकैकी, किन्तु आच्छादक नहीं

iii) आच्छादक, किन्तु एकैकी नहीं iv) न तो एकैकी और न ही आच्छादक 1

ग) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \log x \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 5y = \cos x$ की कोटि है

i) 2 ii) 3 iii) 5 iv) 6 1

घ) यदि बिन्दुओं P और Q के निर्देशांक क्रमशः $(2, 3, 0)$ एवं $(-1, -2, -4)$ हों, तो सदिश $\overrightarrow{PQ}$ होगा

i) $-3\hat{i} - 5\hat{j} + 4\hat{k}$ ii) $3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$

iii) $-3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k}$ iv) $3\hat{i} + 5\hat{j} - 4\hat{k}$ 1

ङ) यदि $2X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, तो X होगा

i) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$ ii) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ iii) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ iv) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ 1

1. Attempt *all* the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :

a) The relation R, defined by $R = \{ (T_1, T_2) : T_1$ is similar to $T_2 \}$, in the set A of all triangles, is

i) reflexive and symmetric, but not transitive

ii) reflexive and transitive, but not symmetric

iii) symmetric and transitive, but not reflexive

iv) reflexive, symmetric and also transitive 1

b) Let $[x]$ represents the greatest integer which is less than or equal to x. Then the function $f : R \to R$ defined by $f(x) = [x]$ will be

i) One-one and onto ii) One-one, but not onto

iii) Onto, but not one-one iv) Neither one-one nor onto 1

c) The order of the differential equation

$$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \log x \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 5y = \cos x \text{ will be}$$

i) 2 ii) 3 iii) 5 iv) 6 1

d) If the coordinates of the points P and Q are respectively $(2, 3, 0)$ and $(-1, -2, -4)$, the vector $\vec{PQ}$ will be

i) $-3\hat{i} - 5\hat{j} + 4\hat{k}$ ii) $3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$

iii) $-3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k}$ iv) $3\hat{i} + 5\hat{j} - 4\hat{k}$ 1

e) If $2X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ and $Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, then X will be

i) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$ ii) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ iii) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ iv) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ 1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) $\operatorname{cosec}^{-1}(-\sqrt{2})$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) जाँच कीजिए कि क्या $f(x) = x^2 - \sin x + 5$ द्वारा परिभाषित फलन $x = \pi$ पर सतत है। 1

ग) $\int \operatorname{cosec} x (\operatorname{cosec} x + \cot x) dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

घ) यदि $2P(A)=P(B)=\frac{5}{13}$ और $P(A/B)=\frac{2}{5}$ तो $P(A\cup B)$ ज्ञात कीजिए। 1

ङ) y-अक्ष की दिक्-कोज्यायें ज्ञात कीजिए। 1

2. Do *all* the parts of the following :

a) Find the principal value of $\operatorname{cosec}^{-1}(-\sqrt{2})$. 1

b) Test whether the function defined by $f(x)=x^2-\sin x+5$ is continuous at $x=\pi$. 1

c) Evaluate : $\int \operatorname{cosec} x(\operatorname{cosec} x+\cot x)dx$. 1

d) If $2P(A)=P(B)=\frac{5}{13}$ and $P(A/B)=\frac{2}{5}$, then find $P(A\cup B)$. 1

e) Find the direction-cosines of the y-axis. 1

3. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) x के सापेक्ष $x^{\sin x}$ का अवकलन कीजिए, जबकि $x>0$ है। 2

ख) $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-a^2)}}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

ग) मान लीजिए कि समुच्चय $N\times N$ में एक सम्बन्ध R निम्नवत् परिभाषित है :

$(a, b)\, R\, (c, d)$ यदि और केवल यदि $a+d=b+c$.

सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है। 2

घ) सदिश $\vec{a}=2\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ का, सदिश $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 2

3. Do *all* the parts of the following :

a) Differentiate $x^{\sin x}$ with respect to x, while $x>0$. 2

b) Evaluate : $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-a^2)}}$. 2

c) Let a relation R be defined in the set $N\times N$ as follows :

$(a, b)\, R\, (c, d)$ if and only if $a+d=b+c$.

Prove that R is an equivalence relation. 2

d) Find the projection of the vector $\vec{a}=2\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ on the vector $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$. 2

4. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

ख) यादृच्छया चुने गये किसी अधिवर्ष में 53 मंगलवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

ग) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$, तो सत्यापित कीजिए कि $A'A = I$. 2

घ) दर्शाइए कि प्रदत्त फलन f, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$, $x \in R$, R में वर्धमान फलन है। 2

4. Do *all* the parts of the following :

a) Evaluate : $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$. 2

b) In a leap year, selected at random, find the probability that there are 53 Tuesdays. 2

c) If $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$, verify that $A'A = I$. 2

d) Show that the given function f, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$, $x \in R$ is an increasing function in R. 2

5. निम्नलिखित **सभी खण्डों को हल कीजिए** :

क) सारणिक $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

ख) यदि $y = (\tan^{-1} x)^2$, दर्शाइए कि $(x^2+1)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(x^2+1)\frac{dy}{dx} = 2$. 5

ग) रेखाएँ, जिनके सदिश समीकरण $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ और $\vec{r} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$ है, के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

घ) सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1} x$, जहाँ $-\frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le 1$. 5

ङ) अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \; (x \neq 0)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 5

5. Do *all* the parts of the following :

a) Find the value of the determinant $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix}$. 5

b) If $y=(\tan^{-1}x)^2$, show that $(x^2+1)^2\frac{d^2y}{dx^2}+2x(x^2+1)\frac{dy}{dx}=2$. 5

c) Find the shortest distance between the lines whose vector equations are

$\vec{r}=(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})+\lambda(\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k})$ and $\vec{r}=4\hat{i}+5\hat{j}+6\hat{k}+\mu(2\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k})$. 5

d) Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}\right)=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\cos^{-1}x$, where $-\frac{1}{\sqrt{2}}\le x\le 1$. 5

e) Find the general solution of the differential equation $x\frac{dy}{dx}+2y=x^2\ (x\neq 0)$.

https://www.upboardonline.com

5

6. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) एक पासे को दो बार उछाला गया और प्रकट हुई संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबन्ध प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

ख) व्यवरोधों $x+y\le 1, -x+y\le 0, x\ge 0, y\ge 0$ के अन्तर्गत $Z=x+2y$ का आलेखीय विधि से अधिकतमीकरण कीजिए। 5

ग) उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसके विकर्ण $\vec{a}=3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ तथा $\vec{b}=\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}$ हैं। 5

घ) यदि दो इकाई सदिशों $\hat{a}$ और $\hat{b}$ के बीच का कोण θ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\sin\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}|\hat{a}-\hat{b}|$. 5

ङ) एक पाइप से रेत 12 सेमी^{3}/सेकण्ड की दर से गिर रही है। गिरती रेत जमीन पर एक ऐसा शंकु बनाती है जिसकी ऊँचाई सदैव आधार की त्रिज्या का छठा भाग है। रेत से बने शंकु की ऊँचाई किस दर से बढ़ रही है जबकि ऊँचाई 4 सेमी है ? 5

6. Do *all* the parts of the following :

a) A die was thrown twice and the sum of the numbers which appeared was found to be 6. Find the conditional probability that the number 4 appears at least once. 5

b) Maximize $Z = x + 2y$ by graphical method under the constraints

$x+y \leq 1, -x+y \leq 0, x \geq 0, y \geq 0$ 5

c) Find the area of the parallelogram whose diagonals are

$\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$. 5

d) If θ be the angle between two unit vectors $\hat{a}$ and $\hat{b}$, prove that

$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}|\hat{a} - \hat{b}|$. 5

e) Sand is falling from a pipe at the rate of 12 cm^3/second. The falling sand forms such a cone on the ground that its height is always one-sixth of the radius of its base. At which rate is the height of the cone formed by sand increasing while its height is 4 cm ? 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$2x + y + z = 1$$

$$x - 2y - z = \frac{3}{2}$$

$$3y - 5z = 9.$$ 8

ख) यदि $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए कि $F(x)\,F(y) = F(x+y)$. 8

7. Do any *one* part of the following :

a) Solve by matrix method the following system of equations :

$$2x + y + z = 1$$

$$x - 2y - z = \frac{3}{2}$$

$$3y - 5z = 9.$$ 8

b) If $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, prove that $F(x)\,F(y) = F(x+y)$. 8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि दी हुई तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्धशीर्ष कोण $\tan^{-1}\sqrt{2}$ होता है। 8

ख) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2$. 8

8. Do any *one* part of the following :

a) Prove that the semi-vertical angle of the cone of given slant height and maximum volume is $\tan^{-1}\sqrt{2}$. 8

b) Prove that $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2$. 8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 8

ख) अवकल समीकरण $y - x\frac{dy}{dx} = x + y\frac{dy}{dx}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 8

9. Do any *one* part of the following :

a) Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. 8

b) Find the general solution of the differential equation $y - x\frac{dy}{dx} = x + y\frac{dy}{dx}$. 8

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

अनुक्रमांक

नाम .

131

324(JA)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) समुच्चय { 1, 2, 3, 4, 5 } में $R = \{ (a, b) : b = a + 2 \}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध है

i) स्वतुल्य और सममित नहीं, किन्तु संक्रामक

ii) स्वतुल्य और संक्रामक नहीं, किन्तु सममित

iii) सममित और संक्रामक नहीं, किन्तु स्वतुल्य

iv) स्वतुल्य नहीं, सममित नहीं और न ही संक्रामक 1

ख) यदि आव्यूहों A और B की कोटियाँ क्रमशः $m \times n$ और $n \times p$ हों, तो AB की कोटि होगी

i) $m \times p$ ii) $p \times m$ iii) $m \times n$ iv) $n \times p$ 1

ग) अवकल समीकरण

$$7\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 5\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x\frac{dy}{dx} + y = 0$$ की घात होगी

i) 3 ii) 2 iii) 6 iv) 5 1

घ) सदिश $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ की दिक्-कोज्याएँ हैं

i) $(1, 1, -2)$ ii) $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$

iii) $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$ iv) $\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$ 1

ङ) यदि R^* सभी शून्येतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय हो, तो $f(x) = \frac{1}{x}$ द्वारा परिभाषित प्रतिचित्रण $f : R^* \to R^*$ है

i) एकैकी और आच्छादक ii) बहु-एक और आच्छादक

iii) एकैकी, किन्तु आच्छादक नहीं iv) न तो एकैकी और न ही आच्छादक 1

1. Do *all* the parts of the following :

Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :

a) The relation $R = \{ (a, b) : b = a + 2 \}$ defined in the set { 1, 2, 3, 4, 5 } is

i) not reflexive and symmetric, but transitive

ii) not reflexive and transitive, but symmetric

iii) not symmetric and transitive, but reflexive

iv) not reflexive, not symmetric and not also transitive 1

b) If the orders of the matrices A and B are $m \times n$ and $n \times p$ respectively, then the order of AB will be

i) $m \times p$ ii) $p \times m$ iii) $m \times n$ iv) $n \times p$ 1

c) The degree of the differential equation

$$7\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 5\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x\frac{dy}{dx} + y = 0 \text{ will be}$$

i) 3 ii) 2 iii) 6 iv) 5 1

d) The direction cosines of the vector $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ are

i) $(1, 1, -2)$ ii) $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$

iii) $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$ iv) $\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$ 1

e) If R^* be the set of all non-zero real numbers, then the mapping $f : R^* \to R^*$ defined by $f(x) = \frac{1}{x}$ is

i) one-one and onto ii) many-one and onto

iii) one-one, but not onto iv) neither one-one nor onto 1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए । 1

ख) जाँच कीजिए कि क्या

$$f(x) = \begin{cases} x+5, & \text{यदि } x \le 1 \\ x-5 & \text{यदि } x > 1 \end{cases} \text{ द्वारा}$$

परिभाषित फलन $f : R \to R$, $x = 1$ पर संतत है या नहीं। 1

ग) $\int x^3 e^{x^4}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 1

घ) यदि $P(B) = \frac{9}{13}$ और $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$, तो $P(A \mid B)$ ज्ञात कीजिए । 1

ङ) मान लीजिए कि $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$ है। क्या $|\vec{a}| = |\vec{b}|$? क्या सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ समान हैं ? 1

2. Do *all* the parts of the following :

a) Find the principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. 1

b) Test whether the function $f : R \to R$ defined by

$$f(x) = \begin{cases} x+5, & \text{if } x \le 1 \\ x-5, & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

is continuous at $x = 1$. 1

c) Find the value of $\int x^3 e^{x^4}\, dx$. 1

d) If $P(B) = \frac{9}{13}$ and $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$, find $P(A \mid B)$. 1

e) Let $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$. Is $|\vec{a}| = |\vec{b}|$? Are the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ equal ? 1

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $y = \tan^{-1}\left(\frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}\right)$, जहाँ $-\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$. 2

ख) $\int \frac{1}{x^2 - a^2}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

ग) यदि R_1 और R_2 समुच्चय A में तुल्यता सम्बन्ध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $R_1 \cap R_2$ भी समुच्चय A में एक तुल्यता सम्बन्ध है । 2

घ) यदि दो सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ इस प्रकार हैं कि $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ और $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$, तो $|\vec{a} - \vec{b}|$ ज्ञात कीजिए । 2

3. Do *all* the parts of the following :

a) Find the value of $\frac{dy}{dx}$ if $y = \tan^{-1}\left(\frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}\right)$, where $-\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$. 2

b) Find the value of $\int \frac{1}{x^2 - a^2}\, dx$. 2

c) If R_1 and R_2 are equivalence relations in the set A, prove that $R_1 \cap R_2$ is also an equivalence relation in A. 2

d) If two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are such that $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$, find $|\vec{a} - \vec{b}|$. 2

4. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) एक रेखा का कार्तीय समीकरण $\frac{x+3}{2}=\frac{y-5}{4}=\frac{z+6}{2}$ है । इसका सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए । 2

ख) एक पासे को एक बार उछाला जाता है । यदि घटना 'पासे पर प्राप्त संख्या 3 की अपवर्त्य है' को E से और 'पासे पर प्राप्त संख्या सम है' को F से निरूपित किया जाये, तो बताइए कि क्या घटनायें E और F स्वतन्त्र हैं । 2

ग) यदि $A'=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ तथा $B=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}$, तो $(A+2B)'$ ज्ञात कीजिए । 2

घ) दिखाइए कि फलन $f(x)=\log\sin x$ अन्तराल $(0, \frac{\pi}{2})$ में वर्धमान और $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ में ह्रासमान है । 2

4. Do *all* the parts of the following :

a) The Cartesian equation of a line is $\frac{x+3}{2}=\frac{y-5}{4}=\frac{z+6}{2}$. Find its vector equation. 2

b) A die is thrown once. If the event 'the number obtained on the die is a multiple of 3' is represented by E and 'the number obtained on the die is even' is represented by F, tell whether the events E and F are independent. 2

c) If $A'=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ and $B=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}$, find $(A+2B)'$. 2

d) Show that the function $f(x)=\log\sin x$ is increasing in the interval $(0, \frac{\pi}{2})$ and decreasing in $(\frac{\pi}{2}, \pi)$. 2

5. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) सारणिक $\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए । 5

ख) यदि $y=x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\text{अनन्त तक}}}}}}}$, तो सिद्ध कीजिए कि $x\frac{dy}{dx}=\frac{y^2}{1-y\log x}$. 5

ग) $\int \sqrt{3-2x-x^2}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 5

घ) सिद्ध कीजिए कि $\cot^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}\right)=\frac{x}{2},\ x \in (0, \pi/4)$. 5

ङ) अवकल समीकरण $xy\frac{dy}{dx}=(x+2)(y+2)$ के लिए बिन्दु (1, – 1) से गुजरने वाला वक्र ज्ञात कीजिए । 5

5. Do *all* parts of the following :

a) Find the value of the determinant $\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix}$. 5

b) If $y=x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}$ (to infinity), prove that $x\frac{dy}{dx}=\frac{y^2}{1-y\log x}$. 5

c) Evaluate : $\int \sqrt{3-2x-x^2}\, dx$ 5

d) Prove that $\cot^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}\right)=\frac{x}{2},\ x \in (0, \pi/4)$ 5

e) For the differential equation $xy\frac{dy}{dx}=(x+2)(y+2)$,

find the curve passing through the point (1, – 1). 5

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) किसी व्यक्ति ने एक निर्माण कार्य का ठेका लिया है । हड़ताल होने की प्रायिकता 0·65 है । हड़ताल न होने की तथा हड़ताल होने की स्थितियों में निर्माण कार्य के समयानुसार पूर्ण होने की प्रायिकतायें क्रमशः 0·80 तथा 0·32 हैं । निर्माण कार्य के समयानुसार पूर्ण होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 5

ख) निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत $Z = 200x + 500y$ का न्यूनतमीकरण आलेखीय विधि से कीजिए :

$x+2y \geq 0,\ 3x+4y \leq 24,\ x \geq 0,\ y \geq 0$. 5

ग) रेखायें, जिनके सदिश समीकरण निम्नलिखित हैं, के बीच की न्यूतनम दूरी ज्ञात कीजिए :

$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k}$ और $\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$. 5

घ) दो सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$. 5

ङ) हल कीजिए : $y\,dx - (x + 2y^2)\,dy = 0$. 5

6. Do *all* the parts of the following :

a) A person has taken the contract of a construction work. The probability of strike is 0·65. The probabilities of the construction work being completed on time in the circumstances of no strike and strike are respectively 0·80 and 0·32. Find the probability of the construction work being completed on time. 5

b) Minimize $Z = 200x + 500y$ by graphical method subject to the following constraints :

$x + 2y \geq 0,\ 3x + 4y \leq 24,\ x \geq 0,\ y \geq 0$. 5

c) Find the shortest distance between the lines whose vector equations are the following : https://www.upboardonline.com

$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k}$ and $\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$. 5

d) For two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ prove that $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$. 5

e) Solve : $y\,dx - (x + 2y^2)\,dy = 0$. 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए ।

A^{-1} का प्रयोग करके निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$2x - 3y + 5z = 11$

$3x + 2y - 4z = -5$

$x + y - 2z = -3$. 8

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\alpha}{2} \\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$ तथा I कोटि 2 का तत्समक आव्यूह है, तो सिद्ध कीजिए कि

$I + A = (I - A)\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$. 8

7. Do any *one* part of the following :

a) If $A=\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, find A^{-1}.

Using A^{-1} solve the following system of equations :

$$2x - 3y + 5z = 11$$
$$3x + 2y - 4z = -5$$
$$x + y - 2z = -3.$$

8

b) If $A=\begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\alpha}{2} \\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$ and I is the identity matrix of order 2, prove that

$I + A = (I - A)\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$. 8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि दिये हुए पृष्ठ और महत्तम आयतन वाले लम्ब वृत्तीय शंकु का अर्धशीर्ष कोण $\sin^{-1}(1/3)$ होता है । 8

ख) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \log\cos x \, dx = -\frac{\pi}{2}\log 2$. 8

8. Do any *one* part of the following :

a) Prove that the semi-vertical angle of a right circular cone of given surface and maximum volume is $\sin^{-1}(1/3)$. 8

b) Prove that $\int_0^{\pi/2} \log\cos x \, dx = -\frac{\pi}{2}\log 2$. 8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 8

ख) हल कीजिए : $(\tan^{-1} y - x)dy = (1 + y^2)\,dx$. 8

9. Do any *one* part of the following :

a) Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$. 8

b) Solve : $(\tan^{-1} y - x)dy = (1 + y^2)\,dx$. 8

अनुक्रमांक _____

नाम _____

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 11

131

324(IZ)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.

सामान्य निर्देश :

(i) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं ।

(ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।

(iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारंभ में स्पष्टत: उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं ।

(iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।

(v) प्रथम प्रश्न से आरंभ कीजिए और अंत तक करते जाइए ।

(vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।

General Instructions :

(i) There are in all **nine** questions in this question paper.

(ii) **All** questions are compulsory.

(iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.

(iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

(v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

(vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. सभी खण्ड कीजिए :

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) किस बिन्दु पर वक्र $y^2 = 4x$ तथा रेखा $y = x + 3$ की ढाल बराबर होगी ?

(A) (1, 2)

(B) (2, 1)

(C) (–1, 2)

(D) (1, –2)

(ख) यदि सदिश $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$, सदिश $5\hat{i} - \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$ पर लम्बवत् है, तो λ का मान है :

(A) 3

(B) 0

(C) 4

(D) 6

(ग) यदि A एक वर्ग आव्यूह है तथा $A^2 = A$ है, तो $(A + I)^3 - 7A$ होगा :

(A) A

(B) 3A

(C) I – A

(D) I

(घ) [illegible] का मान होगा : 1

(A) $-\frac{1}{4}\sin 2x + \frac{x}{4} + C$

(B) $-\frac{1}{2}\sin 2x + \frac{x}{4} + C$

(C) $\cos^2 x - \sin^2 x + C$

(D) $\frac{1}{4}\sin 2x + \frac{x}{2} + C$

(ङ) फलन $f : R \to R$, $f(x) = 3x \ \forall x \in R$ द्वारा परिभाषित है, तो फलन f होगा : 1

(A) एकैकी नहीं

(B) आच्छादक नहीं

(C) आच्छादक

(D) बहु-एकैकी

Do **all** the parts :

Select the correct option of each part and write it on your answer-book.

(a) At which point the slope of the curve $y^2 = 4x$ is equal to the slope of the line $y = x + 3$? 1

(A) (1, 2)

(B) (2, 1)

(C) (–1, 2)

(D) (1, –2)

(b) If the vector $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ is perpendicular to the vector $5\hat{i} - \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$, the of λ is :

(A) 3

(B) 0

(C) 4

(D) 6

(c) If A is a square matrix and $A^2 = A$, then $(A + I)^3 - 7A$ will be :

(A) A

(B) 3A

(C) I – A

(D) I

(d) The value of $\int \cos^2 x \, dx$ will be :

(A) $-\frac{1}{4}\sin 2x + \frac{x}{4} + C$

(B) $-\frac{1}{2}\sin 2x + \frac{x}{4} + C$

(C) $\cos^2 x - \sin^2 x + C$

(D) $\frac{1}{4}\sin 2x + \frac{x}{2} + C$

(e) A function $f : R \to R$ is defined by $f(x) = 3x \ \forall x \in R$, then function f will b

(A) Not one-one

(B) Not onto

(C) Onto

(D) Many-one

2. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि $y = A + Be^x$ है, तो सिद्ध कीजिए $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = 0$ जहाँ A तथा B अचर हैं । 1

(ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1}$ को हल कीजिए । 1

(ग) दर्शाइए कि $f(x) = |x|$, x के सभी मानों पर संतत है । 1

(घ) दो दी गयी घटनाएँ A तथा B ऐसी हैं कि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ तथा $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$, तब P(A-नहीं और B-नहीं) को ज्ञात कीजिए । 1

(ङ) यदि $A = \{1, 2\}$ तथा $B = \{3, 4, 5\}$, तो A से B में सम्बन्धों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए । 1

2. Do all the parts :

(a) If $y = A + Be^x$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = 0$, where A and B are constants. 1

(b) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1}$. 1

(c) Show that $f(x) = |x|$ is continuous for all values of x. 1

(d) Given any two events A and B are such that $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$, then find P(not A and not B). 1

(e) If $A = \{1, 2\}$ and $B = \{3, 4, 5\}$, then find all number of relations from A to B. 1

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि $y = A\cos\theta + B\sin\theta$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{d\theta^2} = -y$ 2

(ख) बिन्दु (3, –2, –5) से गुजरने वाली तथा सदिश $(3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ के समान्तर रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए । 2

(ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^x \cos x$ को हल कीजिए । 2

(घ) यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ सदिश हैं और $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ है, तो $(\vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{b}\cdot\vec{c} + \vec{c}\cdot\vec{a})$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

3. Do **all** the parts :

(a) If $y = A\cos\theta + B\sin\theta$, then prove that $\frac{d^2y}{d\theta^2} = -y$ 2

(b) Find the Cartesian equation of a line which passes through point (3, –2, –5) and parallel to the vector $(3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$. 2

(c) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^x \cos x$. 2

(d) If $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ are vectors and $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, then find the value of $(\vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{b}\cdot\vec{c} + \vec{c}\cdot\vec{a})$. 2

4. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि R_1 तथा R_2, समुच्चय A में दो तुल्यता संबंध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $(R_1 \cap R_2)$ भी A में एक तुल्यता सम्बन्ध है । 2

(ख) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

(ग) एक परिवार में दो बच्चे हैं । यह ज्ञात हो कि बच्चों में कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों बच्चों के लड़का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 2

(घ) अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = x^2 - 4x + 6$ से प्रदत्त फलन f (i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है । 2

4. Do **all** the parts :

(a) If R_1 and R_2 be two equivalence relations of a set A, then prove that $(R_1 \cap R_2)$ also be an equivalence relation on A. 2

(b) Find the value of $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$. 2

(c) There are two children in a family. It is known that there is at least one child is boy, then find the probability that both children are boy. 2

(d) Find the interval in which the given function $f(x) = x^2 - 4x + 6$ is (i) Increasing (ii) Decreasing. 2

5. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 2y & z \\ x & y & -z \\ x & -y & z \end{bmatrix}$, समीकरण $AA' = I$ को संतुष्ट करता है, तो x, y तथा z के मानों को ज्ञात कीजिए । 5

(ख) $y = x^{\cos x} + (\sin x)^x$ का अवकल गुणांक x सापेक्ष ज्ञात कीजिए । 5

(ग) रेखाओं $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ और $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । 5

(घ) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत $Z = 3x + y$ का न्यूनतम मान आलेखीय विधि से ज्ञात कीजिए :

$x + y \le 8, 3x + 5y \ge 0, x \ge 0, y \ge 0$ 5

(ङ) सिद्ध कीजिए कि $f : R \to \{x \in R : x \in (-1, 1)\}$ जहाँ $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}, x \in R$ द्वारा परिभाषित फलन एकैकी तथा आच्छादक है । 5

5. Do **all** the parts :

(a) If the matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 2y & z \\ x & y & -z \\ x & -y & z \end{bmatrix}$, satisfies the equation $AA' = I$, then find the values of x, y and z. 5

(b) Find the differential coefficient of $y = x^{\cos x} + (\sin x)^x$ with respect to x. 5

(c) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ and $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$. 5

(d) Find the minimum value of $Z = 3x + y$ by the graphical method under the following constraints :

$x + y \le 8, 3x + 5y \ge 0, x \ge 0, y \ge 0$ 5

(e) If a function $f : R \to \{x \in R : x \in (-1, 1)\}$ is defined as $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}, x \in R$, then prove that f is one-one and onto. 5

6. सभी खण्ड कीजिए :

(क) दिखाइए कि $(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$, $(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ तथा $(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$ एक समकोण त्रिभुज के शीर्षों के स्थिति सदिश हैं। 5

(ख) यदि $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0, -1 < x < 1$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1-x)^2}$ 5

(ग) एक थैले में 10 सफेद तथा 5 काली गेंदें हैं। दो गेंद एक के बाद एक निकाली जाती हैं और पहली गेंद दूसरी को निकालने से पहले वापस नहीं रखी जाती है। मान लीजिए कि थैले में से प्रत्येक गेंद का निकालना समसंभाव्य है, तो दोनों सफेद गेंद निकालने की क्या प्रायिकता है ? 5

(घ) सिद्ध कीजिए कि दो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के लिए सदैव $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \le |\vec{a}|\,|\vec{b}|$ होता है। 5

(ङ) हल कीजिए : $\int \frac{3x+5}{x^3 - x^2 - x - 1}\,dx$ 5

6. Do **all** the parts :

(a) Show that $(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$, $(2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$ and $(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$ are the position vectors of vertices of a right angle triangle. 5

https://www.upboardonline.com

(b) If $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0, -1 < x < 1$, then prove that $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$ 5

(c) There are 10 white and 5 black balls in a bag. Two balls are drawn one by one. First ball is not placed back before the second is taken out. Assume that the taking out of each ball from the bag is equally likely. What is the probability that both balls taken out are white ? 5

(d) Prove that $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \le |\vec{a}|\,|\vec{b}|$ is always true for any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$. 5

(e) Solve : $\int \frac{3x+5}{x^3 - x^2 - x + 1}\,dx$ 5

कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, तो सत्यापित कीजिए कि $A(\text{adj } A) = |A|I$ और A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

(ख) समीकरण निकाय 8

$x + y + z = 2,$

$2x + y - 3z = 0$

$x - y + z - 4 = 0$ को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

7. Do any **one** part :

(a) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, then verify that $A(\text{adj } A) = |A|I$ and find A^{-1}. 8

(b) Solve the system of equations 8

$x + y + z = 2,$

$2x + y - 3z = 0$

$x - y + z - 4 = 0$ by matrix method.

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए : $\int_0^{\pi/4} \log_e(1 + \tan\theta)d\theta = \frac{\pi}{8}\log_e 2$ 8

(ख) सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अन्तर्गत महत्तम वक्र पृष्ठ वाले लम्ब-वृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है। 8

Do any **one** part :

(a) Prove that : $\int_0^{\pi/4} \log_e(1 + \tan\theta)\,d\theta = \frac{\pi}{8}\log_e 2$ **8**

(b) Prove that the radius of the right circular cylinder of maximum curved surface inscribed in a cone is half of the radius of the cone. **8**

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) (i) यदि $y = 600\,e^{-7x} + 500\,e^{7x}$, तो दिखाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$ **4**

(ii) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । **4**

(ख) समाकल $\int \frac{\sec^2 2\theta\, d\theta}{(\cot\theta - \tan\theta)^2}$ को हल कीजिए । **8**

9. Do any **one** part :

(a) (i) If $y = 600\,e^{-7x} + 500\,e^{7x}$, then show that $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$ **4**

(ii) Find the area bounded by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$. **4**

(b) Solve the integral $\int \frac{\sec^2 2\theta\, d\theta}{(\cot\theta - \tan\theta)^2}$ **8**

अनुक्रमांक _____

नाम _____

4628718

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 12

131

324(IY)

2025

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.

सामान्य निर्देश :

(i) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं ।

(ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।

(iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारंभ में स्पष्टत: उल्लेख किया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं ।

(iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।

(v) प्रथम प्रश्न से आरंभ कीजिए और अंत तक करते जाइए ।

(vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।

General Instructions :

(i) There are in all **nine** questions in this question paper.

(ii) All questions are compulsory.

(iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.

(iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

(v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

(vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. सभी खण्ड कीजिए :

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) यदि $f : R \to R, f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$ द्वारा प्रदत्त है, तो $fof(x)$ बराबर है : 1

(A) $x^{\frac{1}{3}}$

(B) x^3

(C) x

(D) $(3 - x^3)$

(ख) समुच्चय N में सम्बन्ध R निम्नवत् परिभाषित है : 1

$R = \{(x, y) : x = y - 3, y > 3\}$

तब निम्नलिखित में से कौन सही है ?

(A) $(2, 4) \in R$

(B) $(5, 8) \in R$

(C) $(3, 7) \in R$

(D) $(1, 5) \in R$

(ग) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1 + x^2}$ का मान होगा : 1

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{2\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) $\frac{\pi}{12}$

(घ) अवकल समीकरण $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} + y \cos x = 0$ की कोटि है : 1

(A) 2

(B) 3

(C) 0

(D) परिभाषित नहीं है ।

(ङ) $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ का मान है : 1

(A) π

(B) $-\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{2\pi}{3}$

1. Do all the parts :

Select the correct option of each part and write it on your answer-book.

(a) If $f : R \rightarrow R$, is given by $f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$, then $fof(x)$ is equal to : 1

(A) $x^{\frac{1}{3}}$

(B) x^3

(C) x

(D) $(3 - x^3)$

(b) A relation R is defined in the set N as follows : 1

$R = \{(x, y) : x = y - 3, y > 3\}$

Then which of the following is correct ?

(A) $(2, 4) \in R$

(B) $(5, 8) \in R$

(C) $(3, 7) \in R$

(D) $(1, 5) \in R$

46287/18

(c) The value of $\int_{1}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ will be : 1

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{2\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) $\frac{\pi}{12}$

46287/18

(d) The order of differential equation $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} + y \cos x = 0$ is : 1

(A) 2

(B) 3

(C) 0

(D) Not defined

46287/18

(e) The value of $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ is : 1

(A) π

(B) $-\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{2\pi}{3}$

2. सभी खण्ड कीजिए :

(क) $\sec^{-1}(-\sqrt{2})$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए । 1

(ख) क्या फलन $f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{यदि } x \le 1 \\ x-5 & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$ $x = 1$ पर संतत है ? 1

(ग) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y \cdot \sin x = 0$ की कोटि एवं घात ज्ञात कीजिए । 1

(घ) दो बिन्दुओं $(-2, 4, -5)$ और $(1, 2, 3)$ को मिलाने वाली रेखा की दिक् कोज्या ज्ञात कीजिए । 1

(ङ) यदि $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, तो $P(A/B)$ का मान ज्ञात कीजिए यदि A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं । 1

2. Do **all** the parts :

(a) Find the principal value of $\sec^{-1}(-\sqrt{2})$. 1

(b) Does the function $f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{if } x \le 1 \\ x-5 & \text{if } x > 1 \end{cases}$ continuous at $x = 1$? 1

(c) Find the order and degree of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y \cdot \sin x = 0$ 1

(d) Find the direction cosines of a line joining two points (–2, 4, –5) and (1, 2, 3). 1

(e) If P(A) = 0.3, P(B) = 0.4, then find P(A/B) if A and B are independent events. 1

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$, तो α का मान ज्ञात कीजिए । 2

(ख) यदि $y = x^{x^{x-\text{ad inf}}}$, तो सिद्ध कीजिए कि $x\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1 - y\log x}$ 2

(ग) रेखा-युग्मों

$\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ और

$\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए । 2

(घ) कोटि n के दो व्युत्क्रमणीय आव्यूहों A और B के लिये सिद्ध कीजिए कि $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. 2

3. Do **all** the parts :

(a) If $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, then find the value of α. 2

(b) If $y = x^{x^{x-\text{ad inf}}}$, then prove that $x\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1 - y\log x}$ 2

(c) Find the angle between pair of lines

$$\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4} \text{ and } \frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$$ 2

(d) For two invertible matrices A and B of order n, prove that

$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$. 2

4. सभी खण्ड कीजिए :

(क) दिखाइए कि प्रदत्त फलन $f(x) = \cos x$; $(\pi, 2\pi)$ में वर्धमान है। 2

(ख) यदि $[a_{ij}] = 2i - j$ हो, तो 2×3 क्रम का एक आव्यूह A ज्ञात कीजिए। 2

(ग) उस समान्तर-चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ सदिशों $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं। 2

(घ) एक घन का आयतन 9 cm^3/s की दर से बढ़ रहा है। यदि इसके कोर की लम्बाई 10 cm है, तो इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है ? 2

4. Do all the parts :

(a) Show that the given function $f(x) = \cos x$ is increasing in $(\pi, 2\pi)$. 2

(b) If $[a_{ij}] = 2i - j$, then determine a matrix A of order 2×3. 2

(c) Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by vectors

$\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$. 2

(d) Volume of a cube is increasing at the rate of 9 cm^3/s. If length of its edge is 10 cm, then its surface area is increasing with which rate ? 2

5. सभी खण्ड कीजिए :

(क) समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(x, y) : y$ भाज्य है x से$\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध क्या तुल्यता सम्बन्ध है ? 5

(ख) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए । 5

(ग) यदि $-1 < x < 1$ के लिये $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$ 5

(घ) रेखा-युग्मों

$\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k})$ और

$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - 56\hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k})$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए । 5

(ङ) रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । 5

5. Do all the parts :

(a) Does the relation defined by $R = \{(x, y) : y$ is divisible by $x\}$ on the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, an equivalence relation ? 5

(b) Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. 5

(c) If $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ for $-1 < x < 1$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$$ 5

(d) Find the angle between the pair of lines :

$\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k})$ and

$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - 56\hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k})$. 5

(e) Find the shortest distance between the lines :

$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ and

$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$. 5

6. सभी खण्ड कीजिए :

(क) वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ के बिन्दु (1, 1) पर स्पर्श-रेखा और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए । 5

(ख) परवलय $y^2 = 4ax$ और उसके नाभि लम्ब से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 5

(ग) अवकल समीकरण $ydx - (x + 2y^2)\,dy = 0$ को हल कीजिए । 5

(घ) व्यवरोधों $5x + 3y \leq 15$, $2x + 5y \leq 10$ तथा $x \geq 0$, $y \geq 0$ के अन्तर्गत $Z = 8x + 5y$ का अधिकतम मान आलेखीय विधि से ज्ञात कीजिए । 5

(ङ) बच्चों के तीन समूहों में क्रमश: 3 लड़कियाँ और एक लड़का, 2 लड़कियाँ और 2 लड़के, एक लड़की और 3 लड़के हैं । प्रत्येक समूह से यादृच्छया एक बच्चा चुना जाता है । तीनों चुने गये बच्चों में एक लड़की एवं 2 लड़के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 5

6. Do **all** the parts :

(a) Find the equations of the tangent and normal to the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ at the point (1, 1). **5**

(b) Find the area of the region enclosed by the parabola $y^2 = 4\,ax$ and its latus rectum. **5**

(c) Solve the differential equation $ydx - (x + 2y^2)\,dy = 0$ **5**

(d) Find the maximum value of $Z = 8x + 5y$ under the constraints $5x + 3y \leq 15$, $2x + 5y \leq 10$ and $x \geq 0, y \geq 0$ by graphical method. **5**

(e) There are three group of children having 3 girls and one boy, 2 girls and 2 boys, one girl and 3 boys respectively. One child is selected at random from each group. Find the probability that three selected children has one girl and 2 boys. **5**

https://www.upboardonline.com

7. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो, तो सत्यापित कीजिए कि $A \cdot adj(A) = |A|\, I$ तथा A^{-1} ज्ञात कीजिए। **8**

(ख) आव्यूह विधि से निम्न रैखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$y + 3z = 11$$

$$x + z = 2y$$

8

7. Do any **one** part :

(a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, then verify that $A \cdot adj(A) = |A|\, I$ and find A^{-1}. **8**

(b) Solve the following system of linear equations by matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$y + 3z = 11$$

$$x + z = 2y$$ 8

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए । 8

(ख) दिखाइए कि :

$y = c_1 e^{ax} \cos bx + c_2 e^{ax} \sin bx$, जहाँ c_1, c_2 अचर हैं, अवकल समीकरण

$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a\frac{dy}{dx} + (a^2 - b^2)\,y = 0$ का हल है । 8

8. Do any one part :

(a) Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ 8

(b) Show that :

$y = c_1 e^{ax} \cos bx + c_2 e^{ax} \sin bx$, where c_1, c_2 are constants, is a solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 2a\frac{dy}{dx} + (a^2 - b^2)\,y = 0$. 8

9. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए : $\int_0^{\pi} \log(1 + \cos x)\,dx = -\pi \log_e 2$ 8

(ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x$, $(x \neq 0)$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y = 0$ यदि $x = \frac{\pi}{2}$ 8

9. Do any **one** part :

(a) Prove that : $\int_0^{\pi} \log(1 + \cos x)\, dx = -\pi \log_e 2$ **8**

(b) Find particular solution of differential equation

$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x$, $(x \neq 0)$ it is given that $y = 0$ if $x = \frac{\pi}{2}$. **8**