Студент: Анвар Тлямов
Группа: М4140
Дата: 31 марта 2021 г.

---

Задание №1

2)

$$L = \{w \in \{a, b\}^* | |w|_a \geq |w|_b\} \quad (1)$$

Пусть L регулярный язык, рассмотрим слово $w = b^n a^n = xyz$, $|xy| \leq n$.

Пусть $y = b^r$, где $1 \leq r \leq n$. Тогда $x = b^l$, где $0 \leq l \leq n$.

$xy^k z = b^{n-r+kr} a^n$

Возьмем $k = 2 : xy^k z = b^{n+r} a^n$. Получаем слово не из языка, что противоречие.

4)

$$L = \{w \in \{a, b\}^* | |w|_a \neq |w|_b\} \quad (2)$$

Давайте возьмем дополнение к языку, то есть язык, в котором количество букв $a$ равно количеству букв $b$. Теперь же я хочу воспользоваться тем, что пересечение двух регулярных языков регулярно. Давайте возьмем в качестве второго языка $\{a^* b^*\}$. Ну просто порядок задал таким образом. Пересечение будет равно языку, в котором количество букв a и b совпадают и порядок: первыми идут $a$, потом идут $b$. Возьмем тогда слово $w = a^n b^n$ из такого пересеченного языка.

$y = a^r$, где $0 \leq r \leq n$. $x = a^l$, где $0 \leq l \leq n$. Ясно, что $xy^k z = a^{n-r+kr} b^n$ и при k=2 достаточно, чтобы получить противоречие.

6)

$$L = \{\alpha a \beta | \alpha, \beta \in \{a, b\}^*, |\alpha|_b > |\beta|_a\} \quad (3)$$

Давайте возьмем $|\alpha| = n$ Пусть слово будет таким: $w = xyz = (b^n) a (a^{n-1})$. В качестве возьмем $y = b^r$, где $1 \leq r \leq n$.

$x = b^l$, где $0 \leq l \leq n - 1$

Тогда $xy^k z = b^{n-r+kr} a a^{n-1}$

Пусть $k = 0 : b^{n-r} a a^{n-1}$, так как $r$ у нас с единицы начинается, то это не является нашим языком, противоречие.

8)

$$L = \{w a^m | 1 \leq |w|_b \leq m\} \quad (4)$$

Давайте возьмем $m = n$, тогда $w = b^n$ и нашим словом будем $W = b^n a^n$.

Пусть $y = b^r$, где $1 \leq r \leq n$; $x = b^l$, где $0 \leq l \leq n - 1$.

$xy^k z = b^{n-r+rk} a^n$

Возьмем $k = 2 : b^{n+r} a^n$, противоречие