Ingeniería en Desarrollo de Software

Actividad | #3 | Método de Newton-Raphson

Métodos Numéricos

Ingeniería en Desarrollo de Software

TUTOR: MIGUEL ANGEL RODRIGUEZ VEGA

ALUMNO: ANWAR DAVID CARAVANTES PERAZA

FECHA: 21 DE JULIO DE 2025

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

En la actividad anterior estuvimos trabajando dos Métodos Numéricos muy importantes cuando se trata de análisis numéricos. En esta actividad estaremos trabajando con otros 3 metodos numericos: Metodo de Bisección, Método de Jacobi y Método de Gauss-Seidel

Veremos como el Método de Bisección posee una lógica iterativa muy sencilla para encontrar la raíz de una ecuación haciendo uso de dos teoremas también muy sencillos: El teorema de valor intermedio y el Teorema de Bolzano.

La aplicación de los Métodos de Jacobi y Gauss-Sidel nos ayudan a solucionar no solo una ecuación, si no que están diseñados para ayudarnos a solucionar sistemas de ecuaciones que deben estar acomodados de acuerdo con su diagonal dominante.

Con lo anterior dicho, en este último trabajo estaremos explorando los fundamentos teóricos de cada uno de los métodos, llevando a cabo su implementación y evaluando e interpretando sus resultados, comparando los métodos entre sí para encontrar sus ventajas y desventajas y hacer que formen parte de las herramientas que vamos adquiriendo como ingenieros en desarrollo de software.

DESCRIPCIÓN

En esta última actividad se nos solicita llevar a cabo la programación del método de Bisección a través de lenguaje R en RStudio, para este metodo no se nos proporciona ninja ecuacion ni tampoco una estructura a cargar como en las actividades anteriores, por lo que vamos a llevar esta programación desde cero y estaré utilizando la función con la que estuvimos trabajando durante las tutorías para comprobar que realmente funciona correctamente nuestro script.

$$f(x) = x - 2x^{-2}$$

Adicional a la programación del metodo de biseccion en RStudio, nos comparten un sistema de ecuaciones que nos piden resolver por 2 métodos distintos: Metodo de Jacobi y Método de Gauss-Seidel y comprobar sus resultados, ya que es el mismo sistema de ecuaciones para ambos métodos el resultado debe de ser el mismo.

Sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

En la actividad nos piden ejecutar estos dos métodos utilizando RStudio o usar plantillas en excel, y como ya hemos utilizado en las actividades anteriores el RStudio en esta ocasión optamos por el uso de Excel.

Se deben ir tomando capturas y explicando los pasos para resolver los métodos.

Para finalizar debemos contestar dos preguntas,

1.-¿Cuál es el método que resultó más fácil de utilizar?

2.-¿Cuál es el método más eficiente? ¿Por qué?

JUSTIFICACIÓN

Utilizaremos el Método de la bisección, pues investigando, “Es el método más elemental y antiguo para determinar las raíces de una ecuación. Está basado directamente en el teorema de Bolzano explicado con anterioridad. Consiste en partir de un intervalo [x0,x1]tal que f(x0)f(x1) < 0, por lo que sabemos que existe, al menos, una raíz real. A partir de este punto se va reduciendo el intervalo sucesivamente hasta hacerlo tan pequeño como exija la precisión que hayamos decidido emplear.” (Método de la Bisección, s. f.)

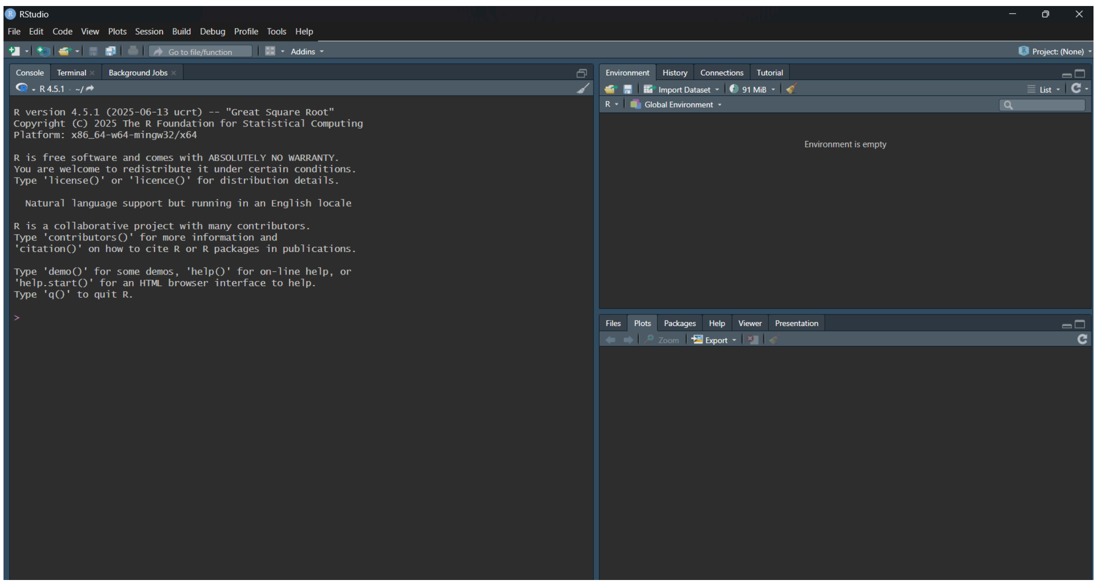
Sobre los otros dos métodos, vamos a citar a De Julia Orduno (2017) nos dice que “El método de Jacobi es un método iterativo, usado para resolver sistemas de ecuaciones lineales del tipo {\displaystyle A\mathbf {x} =\mathbf {b} }. El algoritmo toma su nombre del matemático alemán Carl Gustav Jakob Jacobi. El método de Jacobi consiste en usar fórmulas como iteración de punto fijo. La base del método consiste en construir una sucesión convergente definida iterativamente. El límite de esta sucesión es precisamente la solución del sistema. A efectos prácticos si el algoritmo se detiene después de un número finito de pasos se llega a una aproximación al valor de x de la solución del sistema.

El método de Gauss-Seidel es un método iterativo utilizado para resolver sistemas de ecuaciones lineales. El método se llama así en honor a los matemáticos alemanes Carl Friedrich Gauss y Philipp Ludwig von Seidel y es similar al método de Jacobi. Es un método iterativo, lo que significa que se parte de una aproximación inicial y se repite el proceso hasta llegar a una solución con un margen de error tan pequeño como se quiera.”

DESARROLLO

Método de Bisección

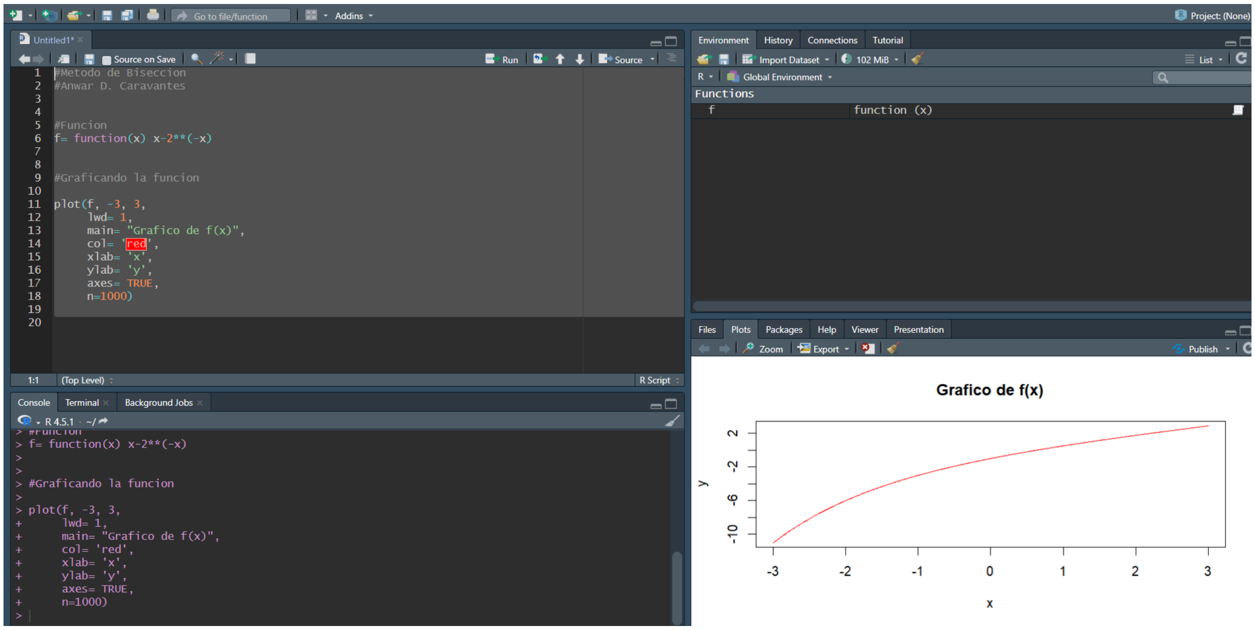
Abrimos un archivo nuevo y comenzamos



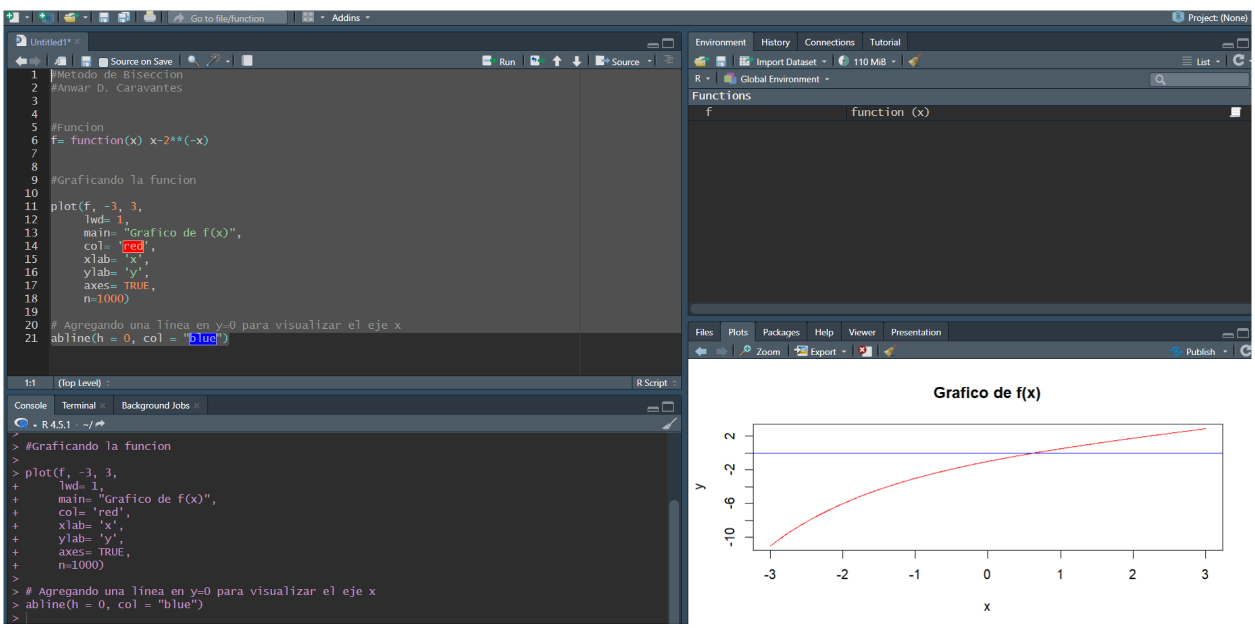
Primero vamos a introducir la función y a graficarla, para este caso utilizaremos la función utilizada en las clases

$$f(x) = x - 2x^{-2}$$

Primero vamos a colocar la función y graficarla



La gráfica es similar a la que hemos estado viendo en clase, pero investigando encontré una manera de colocar un 'eje x' trazando una línea en y=0



Observando la gráfica podemos observar que la gráfica cruza el eje x entre 0-1 por lo que tiene al menos una solución.

Ahora con esta información gráfica vamos a introducir los valores iniciales de a y b entre 0 y 1

```
#Valores iniciales
a=0; b=1;
```

Agregamos el valor del error permitido delta delt=0.00001 para que por debajo de ese valor se considere un valor de error permitido de $\varepsilon = 10^{-6}$

```
#Valor del error permitido
delt= 0.00001
```

Y agregamos el número de iteraciones para este caso n=100

```
#Numero de iteraciones
n=100
```

Vamos a declarar el punto medio anterior y el error sin valor ya que aún no se ha iterado y no tienen algún valor aun.

```r

#Declarando valores de x anterior y el error sin valor ya que no existen aun
x0=NA
error=NA
```

Iniciamos con el método de bisección, por lo que primero debemos confirmar que f(a) y f(b) tienen signos opuestos para cumplir con el Teorema de Bolzano y que la función tenga solución.

```r

#Confirmando que f(a) y f(b) tengan signos opuestos para que tenga solucion

if(f(a)*f(b)>=0){
  stop("No se cumple con el Teorema de Bolzano")
}

```

Ahora si empezamos el cálculo, y nos dice que x es el punto medio entre a y b, entonces en cada iteración vamos a calcular el punto medio x

```r

#Calculo

for(i in 1:n) {
  x=(a+b)/2
```

Para calcular el error es el valor absoluto del punto actual menos el punto anterior entre el punto actual, como es la primera iteración y no tenemos un valor anterior aún, no podemos calcular el error, utilizaremos la función !is.na() para verificar que el x anterior tenga un valor, y si es la primera iteración como es el caso apenas omita el cálculo del error.

```
#Calculando el error

  if (!is.na(x0)) { # Verifica si x0 ya tiene un valor (es decir, no es la primera iteración)
    error = abs(x - x0)/x

```

Aquí mismo en esa comprobación vamos a añadir la comparación si el error es menor al error permitido que pare y nos muestre los datos de la solución.

```
#Calculando el error

  if (!is.na(x0)) { # Verifica si x0 ya tiene un valor (es decir, no es la primera iteración)
    error = abs(x - x0)/x


    if(error<delt) {
      cat('La solucion converge en ', i, 'iteraciones. Raiz= ',x0, ' con un error de: ', error);
      break()
    }
  }
```

Una vez comprobado el error, pedimos que nos muestre el número de iteración en el que vamos, el punto a, punto b, punto medio x, y el error actual.

```

  print (c(i,a,b,x,error));

```

Ahora vamos a hacer la modificación de valores para la siguiente iteración, entonces si el valor de f(a)*f(x) es menor a cero o de signos opuestos, el punto a se mantiene igual, en caso contrario el valor a cambia al valor del punto medio x. y lo mismo para el valor de b, si el valor de f(b)*f(x) es menor a cero o tienen signos opuestos, el valor de b se mantiene, caso contrario toma el valor del punto x.

```r
print (c(i,a,b,x,error));

if (f(a) * f(x) < 0) {
  a = a
} else {
  a = x
}

if (f(b) * f(x) < 0) {
  b = b
} else {
  b = x
}

```

Por último debemos actualizar el valor actual como el valor anterior para poder continuar con las iteraciones.

```r



# Actualizamos x para la siguiente iteración
x0 = x

```

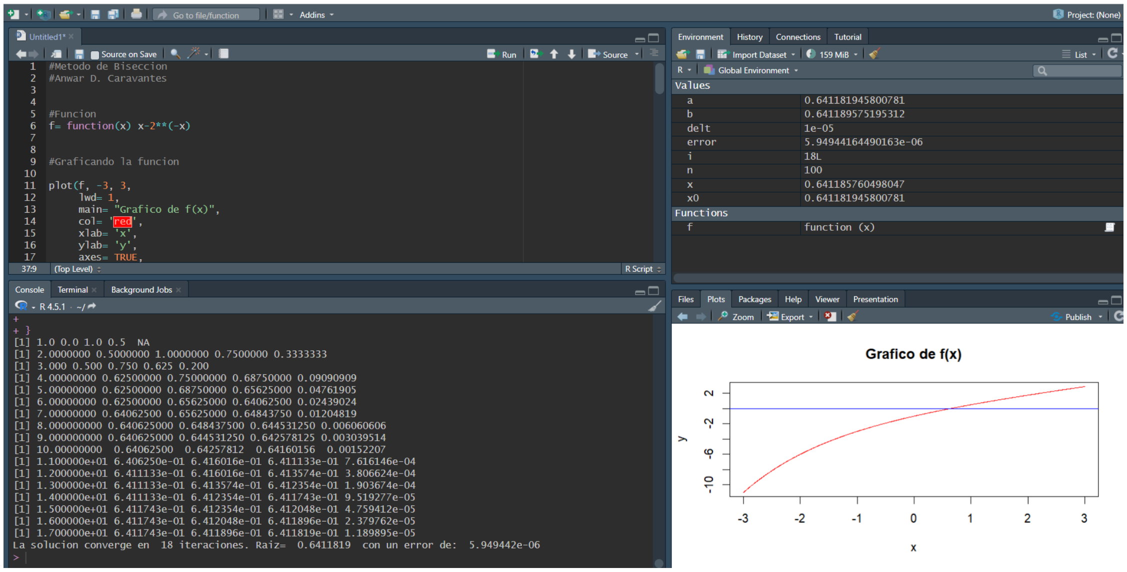
Un punto a no dejar pasar es comprobar si se ha alcanzado el máximo de iteraciones que determinamos, nos muestre el mensaje y pare el ciclo.

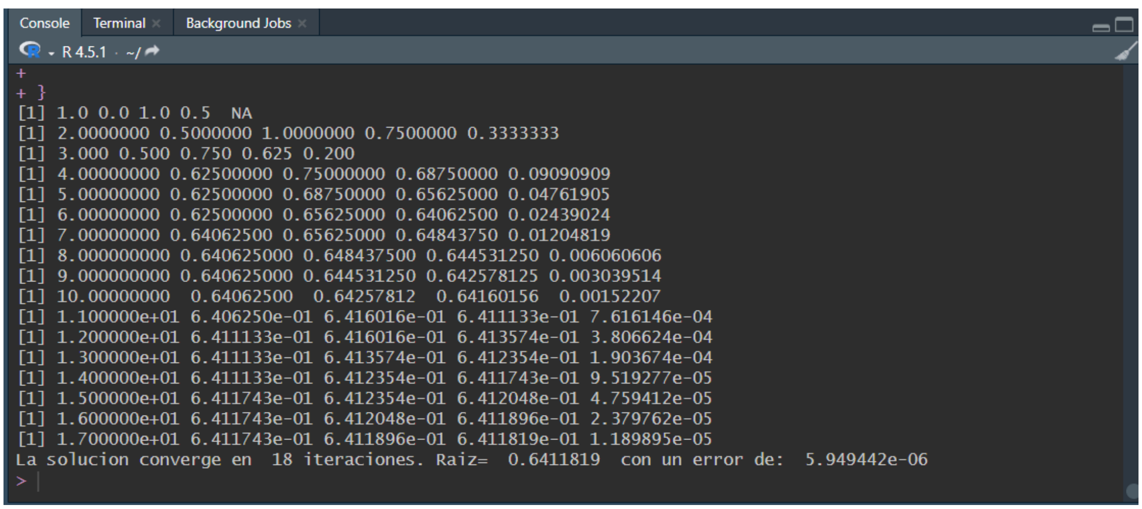
```r

if(i==n){
  print('Maximo numero de iteraciones alcanzado. Incrementa el numero de iteraciones')
  break()
}

```

Ahora toca ejecutar todo el código





```
+
+ }
[1] 1.0 0.0 1.0 0.5  NA
[1] 2.0000000 0.5000000 1.0000000 0.7500000 0.3333333
[1] 3.000 0.500 0.750 0.625 0.200
[1] 4.00000000 0.62500000 0.75000000 0.68750000 0.09090909
[1] 5.00000000 0.62500000 0.68750000 0.65625000 0.04761905
[1] 6.00000000 0.62500000 0.65625000 0.64062500 0.02439024
[1] 7.00000000 0.64062500 0.65625000 0.64843750 0.01204819
[1] 8.000000000 0.640625000 0.648437500 0.644531250 0.006060606
[1] 9.000000000 0.640625000 0.644531250 0.642578125 0.003039514
[1] 10.00000000  0.64062500  0.64257812  0.64160156  0.00152207
[1] 1.100000e+01 6.406250e-01 6.416016e-01 6.411133e-01 7.616146e-04
[1] 1.200000e+01 6.411133e-01 6.416016e-01 6.413574e-01 3.806624e-04
[1] 1.300000e+01 6.411133e-01 6.413574e-01 6.412354e-01 1.903674e-04
[1] 1.400000e+01 6.411133e-01 6.412354e-01 6.411743e-01 9.519277e-05
[1] 1.500000e+01 6.411743e-01 6.412354e-01 6.412048e-01 4.759412e-05
[1] 1.600000e+01 6.411743e-01 6.412048e-01 6.411896e-01 2.379762e-05
[1] 1.700000e+01 6.411743e-01 6.411896e-01 6.411819e-01 1.189895e-05
La solucion converge en  18 iteraciones. Raiz=  0.6411819  con un error de:  5.949442e-06
> 
```

y nos muestra los resultados, nos dice que converge en 18 iteraciones y la aproximación es de 0.6411819 con un error de 5.94x$10^{-6,}$ de igual manera que se vio en el excel en la clase.

17	0.64117432	0.64118958	-1.6507E-05	5.5332E-06	0.64118195	-5.487E-06	1.1899E-05
18	0.64118195	0.64118958	-5.487E-06	5.5332E-06	0.64118576	2.3101E-08	5.9494E-06
19	0.64118195	0.64118576	-5.487E-06	2.3101E-08	0.64118385	-2.7319E-06	2.9747E-06

Método de Jacobi

Sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

Podemos observar que se tiene una diagonal dominante, por lo que procedemos a despejar las variables

$$x = (y + z + 1)/3$$

$$y = (x - z + 3) \div 3$$

$$z = (-2x - y + 7) \div 4$$

Para Jacobi iniciamos con la elaboración de la tabla

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						

Nuestros valores iniciales de x1, x2 y x3 o x, y, z serían 0, por lo tanto los colocamos

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

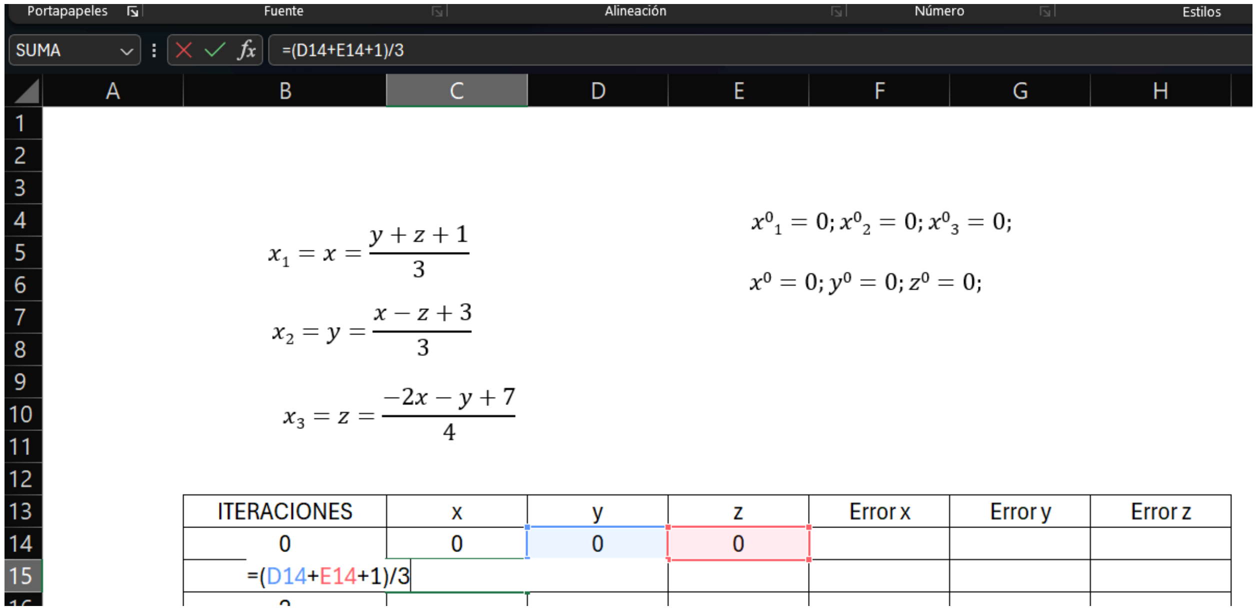
$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1						

Aqui aun no podemos calcular error

Para nuestro x1 aplicamos la fórmula tomando los valores iniciales



y nos da como resultado 0.333333

$$x_1 = x = \frac{y+z+1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x-z+3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x-y+7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error
0	0	0	0		
1	0.33333333				
2					

Para y1 también aplicamos la fórmula con los valores iniciales

=(C14-E14+3)/3

A	B	C	D	E	F	G	H

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$${x^0}_1 = 0; {x^0}_2 = 0; {x^0}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	=(C14-E14+3)/3					
2						

y nos da como resultado 1

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$${x^0}_1 = 0; {x^0}_2 = 0; {x^0}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1				
2						

Y por último aplicamos la fórmula de z1 con los valores iniciales

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	=(-2*C14-D14+7)/4				
2						

dando un resultado de 1.75

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

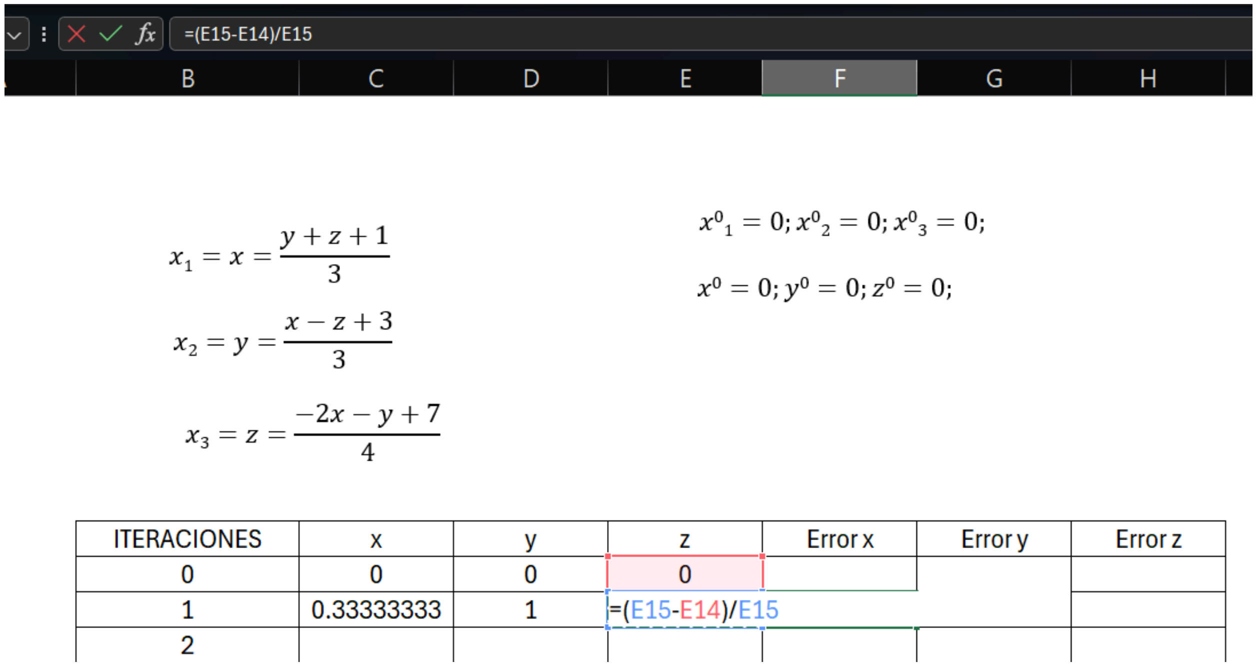
$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1	1.75			
2						
3						

Ahora si podemos calcular el error correspondiente para cada valor tomando el valor absoluto del valor actual menos el valor inicial entre el valor actual.



$$x_1 = x = \frac{y+z+1}{3}$$

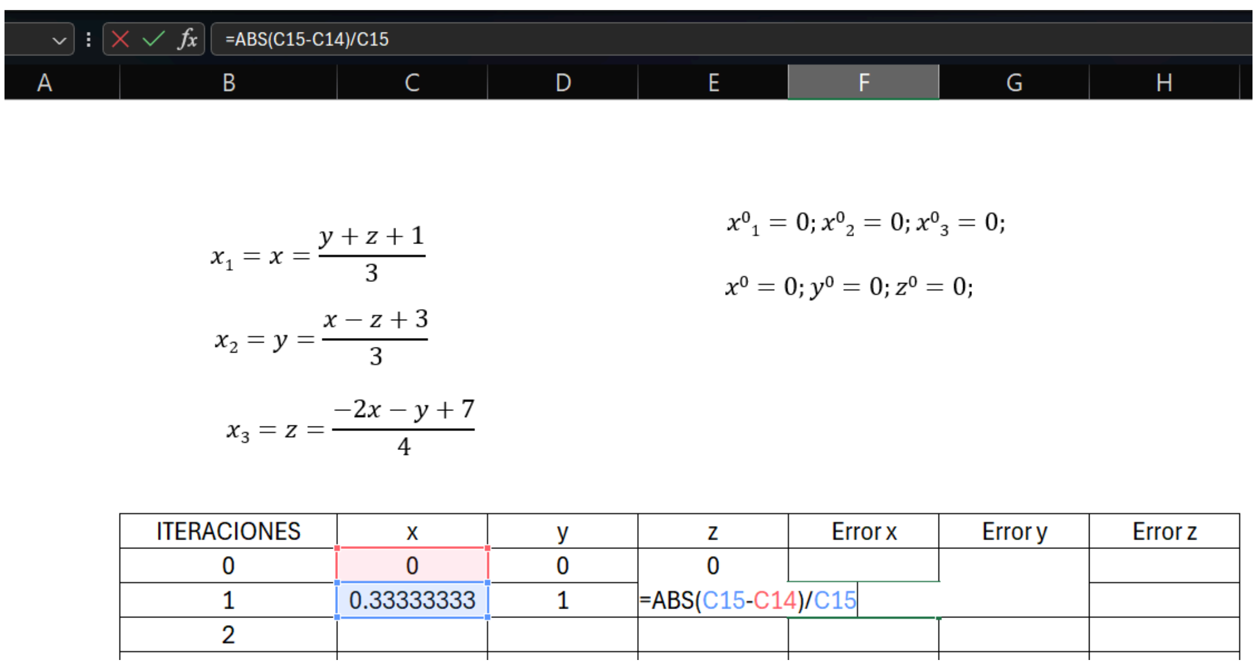
$$x_2 = y = \frac{x-z+3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x-y+7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1	=(E15-E14)/E15			
2						



$$x_1 = x = \frac{y+z+1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x-z+3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x-y+7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1	=ABS(C15-C14)/C15			
2						

Y repetimos para el ‘error y’ y el ‘error z’

=ABS(D15-D14)/D15

B	C	D	E	F	G	H

$$x_1 = x = \frac{y+z+1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x-z+3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x-y+7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1	1.75	1	D14)/D15	1
2						
3						
4						

=ABS(E15-E14)/E15

A	B	C	D	E	F	G	H

$$x_1 = x = \frac{y+z+1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x-z+3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x-y+7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1	1.75	1	=ABS(E15-E14)/E15	
2						
3						

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1	1.75	1	1	1
2						
3						

Ahora empezamos a copiar las fórmulas hacia abajo arrastrándose hacia abajo

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1	1.75	1	1	1
2	1.25	0.52777778	1.33333333	0.73333333	0.89473684	0.3125
3						

Aquí vemos que error disminuye en todas, para saber que vamos bien al menos en una debe de disminuir, continuamos iterando

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1	1.75	1	1	1
2	1.25	0.52777778	1.33333333	0.73333333	0.89473684	0.3125
3	0.9537037	0.97222222	0.99305556	0.31067961	0.45714286	0.34265734
4	0.98842593	0.98688272	1.03009259	0.03512881	0.01485536	0.03595506
5	1.00565844	0.98611111	1.00906636	0.01713555	0.00078247	0.02083732
6	0.99839249	0.99886403	1.000643	0.00727765	0.01276742	0.00841794
7	0.99983568	0.99924983	1.00108775	0.00144342	0.00038609	0.00044426
8						
9						

Vemos que el error continúa disminuyendo en al menos una, y que los valores de se están acercando al número 1 en x, 1 en y, y 1 en z. Continuamos con las iteraciones.

La aproximación la encontramos en la onceava iteración con un valor de error en x de 3.1974x10-6.

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1	1.75	1	1	1
2	1.25	0.52777778	1.33333333	0.73333333	0.89473684	0.3125
3	0.9537037	0.97222222	0.99305556	0.31067961	0.45714286	0.34265734
4	0.98842593	0.98688272	1.03009259	0.03512881	0.01485536	0.03595506
5	1.00565844	0.98611111	1.00906636	0.01713555	0.00078247	0.02083732
6	0.99839249	0.99886403	1.000643	0.00727765	0.01276742	0.00841794
7	0.99983568	0.99924983	1.00108775	0.00144342	0.00038609	0.00044426
8	1.00011253	0.99958264	1.0002697	0.00027682	0.00033295	0.00081782
9	0.99995078	0.99994761	1.00004808	0.00016175	0.00036498	0.00022162
10	0.99999856	0.99996757	1.00003771	4.7779E-05	1.9962E-05	1.0369E-05
11	1.00000176	0.99998695	1.00000883	3.1974E-06	1.9383E-05	2.888E-05

Vamos a continuar iterando para ver si podemos encontrar una solución.

11	1.00000176	0.99998695	1.00000883	3.1974E-06	1.9383E-05	2.888E-05
12	0.99999859	0.99999764	1.00000238	3.1657E-06	1.0692E-05	6.4444E-06
13	1.00000001	0.99999874	1.00000129	1.416E-06	1.0929E-06	1.0903E-06
14	1.00000001	0.99999957	1.00000031	8.805E-10	8.3542E-07	9.8123E-07
15	0.99999996	0.9999999	1.0000001	4.8602E-08	3.2737E-07	2.093E-07
16	1	0.99999995	1.00000004	3.9358E-08	5.3564E-08	5.7541E-08
17	1	0.99999999	1.00000001	1.3256E-09	3.23E-08	3.307E-08
18	1	1	1	2.5678E-10	1.0581E-08	7.4121E-09
19	1	1	1	1.0565E-09	2.3851E-09	2.517E-09
20	1	1	1	4.3955E-11	1.1911E-09	1.1245E-09
21	1	1	1	2.2213E-11	3.6018E-10	2.7581E-10
22	1	1	1	2.8125E-11	9.9341E-11	1.0115E-10
23	1	1	1	6.0396E-13	4.3092E-11	3.8898E-11
24	1	1	1	1.3983E-12	1.2765E-11	1.0471E-11
25	1	1	1	7.6461E-13	3.9564E-12	3.8904E-12
26	1	1	1	2.1982E-14	1.5516E-12	1.3713E-12
27	1	1	1	6.0174E-14	4.6452E-13	3.9901E-13
28	1	1	1	2.176E-14	1.531E-13	1.4611E-13
29	1	1	1	2.3315E-15	5.5955E-14	4.9294E-14
30	1	1	1	2.2204E-15	1.7097E-14	1.5099E-14
31	1	1	1	5.5511E-16	5.7732E-15	5.3291E-15
32	1	1	1	2.2204E-16	1.9984E-15	1.7764E-15
33	1	1	1	1.1102E-16	6.6613E-16	4.4409E-16
34	1	1	1	0	2.2204E-16	4.4409E-16
35	1	1	1	0	1.1102E-16	0
36	1	1	1	0	0	0

Y encontramos una solución después de 36 iteraciones, como los 3 valores del error son ceros ahora si hablamos de una solución.

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.333333333	1	1.75	1	1	1
2	1.25	0.527777778	1.333333333	0.733333333	0.894736842	0.3125
3	0.953703704	0.972222222	0.993055556	0.310679612	0.457142857	0.342657343
4	0.988425926	0.986882716	1.030092593	0.035128806	0.014855356	0.035955056
5	1.005658436	0.986111111	1.009066358	0.01713555	0.000782473	0.020837316
6	0.99839249	0.998864026	1.000643004	0.007277645	0.012767418	0.008417941
7	0.999835677	0.999249829	1.001087749	0.001443424	0.000386092	0.000444261
8	1.000112526	0.999582643	1.000269705	0.000276818	0.000332953	0.000817824
9	0.999950782	0.999947607	1.000048076	0.000161751	0.000364983	0.000221617
10	0.999998561	0.999967569	1.000037707	4.77788E-05	1.99622E-05	1.0369E-05
11	1.000001759	0.999986951	1.000008827	3.19737E-06	1.9383E-05	2.88795E-05
12	0.999998593	0.999997644	1.000002383	3.16569E-06	1.06924E-05	6.44436E-06
13	1.000000009	0.999998737	1.000001293	1.416E-06	1.0929E-06	1.09025E-06
14	1.00000001	0.999999572	1.000000311	8.80505E-10	8.3542E-07	9.81226E-07
15	0.999999961	0.999999899	1.000000102	4.86021E-08	3.27369E-07	2.09295E-07
16	1.000000001	0.999999953	1.000000045	3.93579E-08	5.35644E-08	5.75412E-08
17	0.999999999	0.999999985	1.000000011	1.3256E-09	3.22997E-08	3.30701E-08
18	0.999999999	0.999999996	1.000000004	2.56784E-10	1.05815E-08	7.41212E-09
19	1	0.999999998	1.000000002	1.05645E-09	2.38511E-09	2.51698E-09
20	1	0.999999999	1	4.39553E-11	1.19114E-09	1.1245E-09
21	1	1	1	2.22131E-11	3.60183E-10	2.75808E-10
22	1	1	1	2.81248E-11	9.93405E-11	1.01152E-10
23	1	1	1	6.03961E-13	4.30924E-11	3.88976E-11
24	1	1	1	1.39833E-12	1.27646E-11	1.0471E-11
25	1	1	1	7.64611E-13	3.95639E-12	3.89044E-12
26	1	1	1	2.19824E-14	1.55165E-12	1.37135E-12
27	1	1	1	6.01741E-14	4.64517E-13	3.99014E-13
28	1	1	1	2.17604E-14	1.531E-13	1.46105E-13
29	1	1	1	2.33147E-15	5.59552E-14	4.92939E-14
30	1	1	1	2.22045E-15	1.70974E-14	1.5099E-14
31	1	1	1	5.55112E-16	5.77316E-15	5.32907E-15
32	1	1	1	2.22045E-16	1.9984E-15	1.77636E-15
33	1	1	1	1.11022E-16	6.66134E-16	4.44089E-16
34	1	1	1	0	2.22045E-16	4.44089E-16
35	1	1	1	0	1.11022E-16	0
36	1	1	1	0	0	0
37						

Método de Gauss-Seidel

Sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

Podemos observar que se tiene una diagonal dominante, por lo que procedemos a despejar las variables

$$x = (y + z + 1)/3$$

$$y = (x - z + 3) \div 3$$

$$z = (-2x - y + 7) \div 4$$

Iniciamos con las tablas

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0						
1						
2						
3						

Colocamos los valores iniciales que en este caso son 0

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

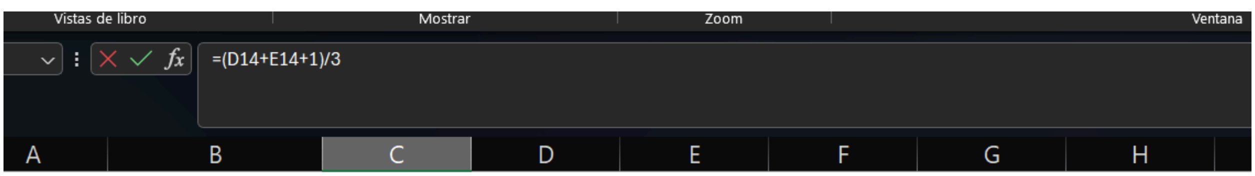
$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1						
2						
3						
4						
5						

Empezamos la primer iteración aplicando la fórmula de x1 con los valores iniciales



$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
=(D14+E14+1)/3						
2						

Dándonos 0.3333333 igual que en el método de jacobi

$$x_1 = x = \frac{y+z+1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x-z+3}{3}$$

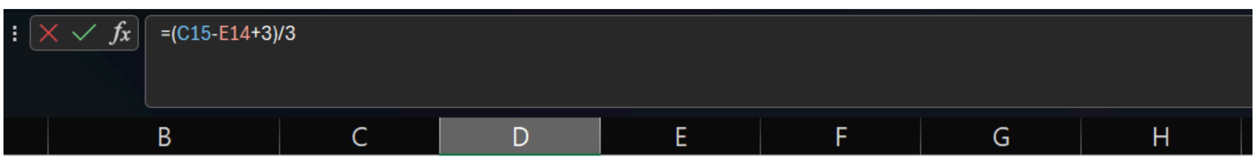
$$x_3 = z = \frac{-2x-y+7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333					

Luego para el valor de y en la primera iteración utilizamos la fórmula pero vamos a sustituir x ya no con el valor inicial, si no con el valor que ya calculamos en la iteración. Esta es la diferencia entre este método y el método de Jacobi.



$$x_1 = x = \frac{y+z+1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x-z+3}{3}$$

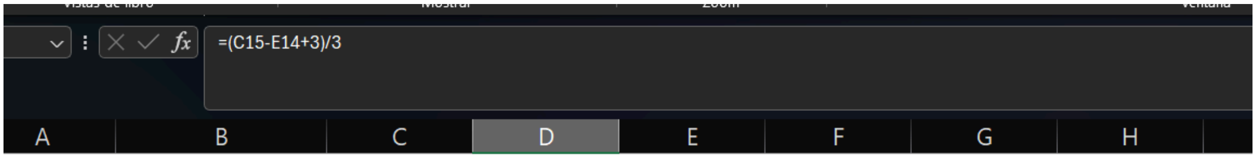
$$x_3 = z = \frac{-2x-y+7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	3)/3				
2						

y nos da 1.1111111 diferente que en el método de jacobi



$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

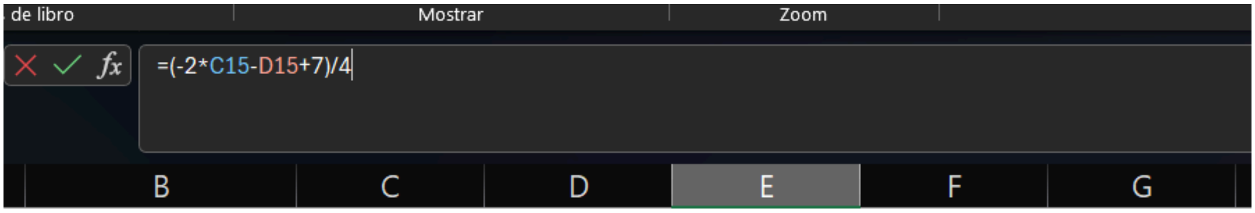
$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1.11111111				
2						

Y para el valor de z en la primera iteración vamos a sustituir la fórmula pero ahora no tomamos ningún valor inicial, tomamos los valores de x y y que ya calculamos en la iteración.



$$x_1 = x = \frac{y+z+1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x-z+3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x-y+7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y
0	0	0	0		
1	0.33333333	1.11111111	D15+7)/4		
2					

$$x_1 = x = \frac{y+z+1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x-z+3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x-y+7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1.11111111	1.30555556			
2						
3						

Ahora ya podemos calcular el error, que es igual al valor absoluto del valor actual menos el valor inicial entre el valor actual

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1.11111111	=abs(C15-C14)/C15			
2						
3						

y así para cada uno

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1.11111111	1.30555556	1	1	1
2						

Ahora empezamos a copiar las fórmulas hacia abajo arrastrándose hacia abajo para continuar iterando.

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1.11111111	1.30555556	1	1	1
2	1.13888889	0.94444444	0.94444444	0.70731707	0.17647059	0.38235294
3						
4						

Aquí vemos que el error disminuye en todas, para saber que vamos bien al menos en una debe de disminuir, continuamos iterando y vemos que llegamos a una aproximación a la décima iteración.

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.33333333	1.11111111	1.30555556	1	1	1
2	1.13888889	0.94444444	0.94444444	0.70731707	0.17647059	0.38235294
3	0.96296296	1.00617284	1.01697531	0.18269231	0.06134969	0.07132018
4	1.00771605	0.99691358	0.99691358	0.04441041	0.00928793	0.02012384
5	0.99794239	1.00034294	1.00094307	0.00979381	0.00342818	0.0040257
6	1.00042867	0.99982853	0.99982853	0.00248522	0.00051449	0.00111473
7	0.99988569	1.00001905	1.00005239	0.00054304	0.00019052	0.00022385
8	1.00002381	0.99999047	0.99999047	0.00013812	2.8578E-05	6.192E-05
9	0.99999365	1.00000106	1.00000291	3.0166E-05	1.0584E-05	1.2437E-05
10	1.00000132	0.99999947	0.99999947	7.6737E-06	1.5877E-06	3.4399E-06
11						

Vamos a continuar iterando para ver si encontramos una solución

9	0.99999363	1.00000106	1.00000291	3.0166E-05	1.0584E-05	1.2437E-05
10	1.00000132	0.99999947	0.99999947	7.6737E-06	1.5877E-06	3.4399E-06
11	0.99999965	1.00000006	1.00000016	1.6759E-06	5.8802E-07	6.9093E-07
12	1.00000007	0.99999997	0.99999997	4.2632E-07	8.8204E-08	1.9111E-07
13	0.99999998	1	1.00000001	9.3104E-08	3.2668E-08	3.8385E-08
14	1	1	1	2.3684E-08	4.9002E-09	1.0617E-08
15	1	1	1	5.1724E-09	1.8149E-09	2.1325E-09
16	1	1	1	1.3158E-09	2.7223E-10	5.8984E-10
17	1	1	1	2.8736E-10	1.0083E-10	1.1847E-10
18	1	1	1	7.31E-11	1.5124E-11	3.2769E-11
19	1	1	1	1.5964E-11	5.6015E-12	6.5817E-12
20	1	1	1	4.061E-12	8.4033E-13	1.8203E-12
21	1	1	1	8.8674E-13	3.112E-13	3.6549E-13
22	1	1	1	2.2549E-13	4.6629E-14	1.0103E-13
23	1	1	1	4.9183E-14	1.7319E-14	2.0206E-14
24	1	1	1	1.2323E-14	2.6645E-15	5.4401E-15
25	1	1	1	2.5535E-15	8.8818E-16	9.992E-16
26	1	1	1	5.5511E-16	0	2.2204E-16
27	1	1	1	0	0	0

Y encontramos una solución después de 27 iteraciones, como los 3 valores del error son ceros ahora si hablamos de una solución.

Interpretación de Resultados

Método de Jacobi

```
Console  Terminal  Background Jobs
R 4.5.1 · ~/
+
+ }
[1] 1.0 0.0 1.0 0.5  NA
[1] 2.0000000 0.5000000 1.0000000 0.7500000 0.3333333
[1] 3.000 0.500 0.750 0.625 0.200
[1] 4.00000000 0.62500000 0.75000000 0.68750000 0.09090909
[1] 5.00000000 0.62500000 0.68750000 0.65625000 0.04761905
[1] 6.00000000 0.62500000 0.65625000 0.64062500 0.02439024
[1] 7.00000000 0.64062500 0.65625000 0.64843750 0.01204819
[1] 8.000000000 0.640625000 0.648437500 0.644531250 0.006060606
[1] 9.000000000 0.640625000 0.644531250 0.642578125 0.003039514
[1] 10.00000000  0.64062500  0.64257812  0.64160156  0.00152207
[1] 1.100000e+01 6.406250e-01 6.416016e-01 6.411133e-01 7.616146e-04
[1] 1.200000e+01 6.411133e-01 6.416016e-01 6.413574e-01 3.806624e-04
[1] 1.300000e+01 6.411133e-01 6.413574e-01 6.412354e-01 1.903674e-04
[1] 1.400000e+01 6.411133e-01 6.412354e-01 6.411743e-01 9.519277e-05
[1] 1.500000e+01 6.411743e-01 6.412354e-01 6.412048e-01 4.759412e-05
[1] 1.600000e+01 6.411743e-01 6.412048e-01 6.411896e-01 2.379762e-05
[1] 1.700000e+01 6.411743e-01 6.411896e-01 6.411819e-01 1.189895e-05
La solucion converge en  18 iteraciones. Raiz=  0.6411819  con un error de:  5.949442e-06
>
```

Para el método de Jacobi podemos determinar de acuerdo a lo mostrado que la aproximación se encuentra después de 18 iteraciones tomando como punto a el cero y el punto b el 1, esto de acuerdo a la interpretación de la gráfica, si tomamos otros valores más alejados, el número de iteraciones necesarias para llegar a encontrar la raíz se incrementa.

Método Jacobi

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$

$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.333333333	1	1.75	1	1	1
2	1.25	0.527777778	1.333333333	0.733333333	0.894736842	0.3125
3	0.953703704	0.972222222	0.993055556	0.310679612	0.457142857	0.342657343
4	0.988425926	0.986882716	1.030092593	0.035128806	0.014855356	0.035955056
5	1.005658436	0.986111111	1.009066358	0.01713555	0.000782473	0.020837316
6	0.99839249	0.998864026	1.000643004	0.007277645	0.012767418	0.008417941
7	0.999835677	0.999249829	1.001087749	0.001443424	0.000386092	0.000444261
8	1.000112526	0.999582643	1.000269705	0.000276818	0.000332953	0.000817824
9	0.999950782	0.999947607	1.000048076	0.000161751	0.000364983	0.000221617
10	0.999998561	0.999967569	1.000037707	4.77788E-05	1.99622E-05	1.0369E-05
11	1.000001759	0.999986951	1.000008827	3.19737E-06	1.9383E-05	2.88795E-05
12	0.999998593	0.999997644	1.000002383	3.16569E-06	1.06924E-05	6.44436E-06
13	1.000000009	0.999998737	1.000001293	1.416E-06	1.0929E-06	1.09025E-06
14	1.00000001	0.999999572	1.000000311	8.80505E-10	8.3542E-07	9.81226E-07
15	0.999999961	0.999999899	1.000000102	4.86021E-08	3.27369E-07	2.09295E-07
16	1.000000001	0.999999953	1.000000045	3.93579E-08	5.35644E-08	5.75412E-08
17	0.999999999	0.999999985	1.000000011	1.3256E-09	3.22997E-08	3.30701E-08
18	0.999999999	0.999999996	1.000000004	2.56784E-10	1.05815E-08	7.41212E-09
19	1	0.999999998	1.000000002	1.05645E-09	2.38511E-09	2.51698E-09
20	1	0.999999999	1	4.39553E-11	1.19114E-09	1.1245E-09
21	1	1	1	2.22131E-11	3.60183E-10	2.75808E-10
22	1	1	1	2.81248E-11	9.93405E-11	1.01152E-10
23	1	1	1	6.03961E-13	4.30924E-11	3.88976E-11
24	1	1	1	1.39833E-12	1.27646E-11	1.0471E-11
25	1	1	1	7.64611E-13	3.95639E-12	3.89044E-12
26	1	1	1	2.19824E-14	1.55165E-12	1.37135E-12
27	1	1	1	6.01741E-14	4.64517E-13	3.99014E-13
28	1	1	1	2.17604E-14	1.531E-13	1.46105E-13
29	1	1	1	2.33147E-15	5.59552E-14	4.92939E-14
30	1	1	1	2.22045E-15	1.70974E-14	1.5099E-14
31	1	1	1	5.55112E-16	5.77316E-15	5.32907E-15
32	1	1	1	2.22045E-16	1.9984E-15	1.77636E-15
33	1	1	1	1.11022E-16	6.66134E-16	4.44089E-16
34	1	1	1	0	2.22045E-16	4.44089E-16
35	1	1	1	0	1.11022E-16	0
36	1	1	1	0	0	0
37						

Por medio del método de Jacobi, logramos encontrar la aproximación después de 11 iteraciones y al continuar iterando encontramos la solución del sistema de ecuaciones después de 36 iteraciones, los cuales tienen los siguientes valores:

$x = 1$

$y = 1$

$z = 1$

Método Gauss-Seidel

$$x_1 = x = \frac{y + z + 1}{3}$$

$$x_2 = y = \frac{x - z + 3}{3}$$

$$x_3 = z = \frac{-2x - y + 7}{4}$$

$$x^0{}_1 = 0; x^0{}_2 = 0; x^0{}_3 = 0;$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0; z^0 = 0;$$

ITERACIONES	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0			
1	0.333333333	1.111111111	1.305555556	1	1	1
2	1.138888889	0.944444444	0.944444444	0.707317073	0.176470588	0.382352941
3	0.962962963	1.00617284	1.016975309	0.182692308	0.061349693	0.071320182
4	1.007716049	0.99691358	0.99691358	0.044410413	0.009287926	0.020123839
5	0.997942387	1.000342936	1.000943073	0.009793814	0.00342818	0.004025696
6	1.000428669	0.999828532	0.999828532	0.002485217	0.000514492	0.001114732
7	0.999885688	1.000019052	1.000052393	0.000543043	0.000190516	0.000223849
8	1.000023815	0.999990474	0.999990474	0.000138124	2.85782E-05	6.19195E-05
9	0.999993649	1.000001058	1.000002911	3.01658E-05	1.05844E-05	1.24367E-05
10	1.000001323	0.999999471	0.999999471	7.6737E-06	1.58767E-06	3.43994E-06
11	0.999999647	1.000000059	1.000000162	1.67587E-06	5.88024E-07	6.90928E-07
12	1.000000074	0.999999971	0.999999971	4.26317E-07	8.82036E-08	1.91108E-07
13	0.99999998	1.000000003	1.000000009	9.31038E-08	3.2668E-08	3.83849E-08
14	1.000000004	0.999999998	0.999999998	2.36843E-08	4.9002E-09	1.06171E-08
15	0.999999999	1	1	5.17243E-09	1.81489E-09	2.13249E-09
16	1	1	1	1.31579E-09	2.72233E-10	5.89839E-10
17	1	1	1	2.87357E-10	1.00827E-10	1.18472E-10
18	1	1	1	7.30996E-11	1.51241E-11	3.27688E-11
19	1	1	1	1.59643E-11	5.60152E-12	6.58174E-12
20	1	1	1	4.06097E-12	8.40328E-13	1.82032E-12
21	1	1	1	8.86735E-13	3.11196E-13	3.65485E-13
22	1	1	1	2.25486E-13	4.66294E-14	1.0103E-13
23	1	1	1	4.91829E-14	1.73195E-14	2.02061E-14
24	1	1	1	1.23235E-14	2.66454E-15	5.44009E-15
25	1	1	1	2.55351E-15	8.88178E-16	9.99201E-16
26	1	1	1	5.55112E-16	0	2.22045E-16
27	1	1	1	0	0	0
28						

Utilizando el método de Gauss-Seidel, logramos encontrar el valor aproximado después de 10 iteraciones, y continuando iterando llegamos a la solucion despues de 27 iteraciones, encontrando el resultado de las variables del sistema de ecuaciones, los cuales tienen los siguientes valores:

$x = 1$

$y = 1$

$z = 1$

Mismos valores que pudimos encontrar con el método de Jacobi pero con un menor número de iteraciones tanto en la aproximación como en la solución.

1.-¿Cuál es el método que resultó más fácil de utilizar?

Para este caso en particular en el que la diagonal dominante estaba acomodada desde un inicio, es muy fácil utilizar ambos métodos, no diría que uno sea más complejo que el otro, pero en un caso diferente donde tenemos que acomodar la diagonal dominante y Gauss-Seidel es mucho más estricto con sus restricciones con respecto a la diagonal dominante, se puede complicar, por lo que ahí optaria por el metodo de Jacobi como un metodo mas facil.

2.-¿Cuál es el método más eficiente? ¿Por qué?

Si hablamos de eficiencia definitivamente vamos por el método de Gauss-Seidel, ya que disminuye el número de iteraciones con respecto a Jacobi para encontrar la raíz, esto se debe a que los nuevos valores que se vamos sacando van reemplazando el valor para las futuras sustituciones o iteraciones.

CONCLUSIÓN

Con el desarrollo de este proyecto hemos podido implementar 3 métodos numéricos más, entre los que destaca uno de los mas robustos y sencillos que es el metodo de biseccion, buscando el valor medio entre dos puntos determinando de qué lado estaría la raíz y volviendo a seccionar en dos los dos nuevos valores y así sucesivamente, un ciclo de iteraciones muy sencillo pero no tan eficiente ya que se pueden extender mucho las iteraciones para encontrar la raíz, volviéndose tal vez un problema de recursos.

También pudimos llevar a cabo la resolución de un sistema de ecuaciones por medio de los métodos de JAcobi y Gauss-Seidel, ambos métodos muy parecidos donde tenemos que acomodar primeramente el sistema de ecuaciones formando la diagonal dominante del sistema, despejar las variables de las ecuaciones e ir sustituyendo los valores en cada iteración, hasta encontrar la raíz.

Con esto es claro la efectividad que tienen los métodos numéricos para el análisis y resolución de problemas numéricos complejos, y encontramos que existen herramientas como excel o RStudio que nos permiten el análisis de la información numérica y trabajarlos por medio de condicionales y lógicas para realizar una resolución más sencilla de los problemas.

REFERENCIAS

Stromberg, M. (2025, 26 junio). ¿Qué es el proceso de mejora continua en las empresas? ¿Qué Es el Proceso de Mejora Continua En las Empresas? https://www.gbtec.com/es/recursos/proceso-de-mejora-continua/

Método de la bisección. (s. f.). https://www.uv.es/~diaz/mn/node18.html

De Julia Orduno, V. T. L. E. (2017, 19 marzo). Método de Jacobi y método de Gauss-Seidel. Métodos Numéricos: Portafolio. https://metodosjl.wordpress.com/2017/03/16/metodo-de-jacobi-y-metodo-de-gauss-seidel/