

杨子昕

3032020200954 E组 生科



厦 门 大 学

XIAMEN UNIVERSITY

ADD FUJIAN XIAMEN CABLE:0633 P.C:361005

实验二. 伸长法测定杨氏弹性模量

一. 实验目的

1. 掌握用光杠杆系统测量微小长度变化的原理及调节技术。
2. 学会用(计算机)作图法和逐差法处理实验数据。
3. 学会用标准不确定度评价实验结果。

二. 实验仪器

1. 仪器用具

杨氏模量测定仪, 光杠杆, 望远镜, 标尺, 千砝码组, 钢卷尺, 电子数显卡尺(游标卡尺), 电子数显外径千分尺(螺旋测微计)。

2. 仪器描述

杨氏模量实验装置由杨氏模量测定仪和光杠杆测量系统组成。

杨氏模量测定仪由H形支柱和一个底部螺丝可调的三脚架组成

光杠杆测量系统包括两部分。一是平面镜及光杠杆镜架, 二是镜尺装置。

三. 实验原理

1. 杨氏模量

设一根粗细均匀、长度为 L_0 、截面积为 S 的钢丝, 沿长度方向受外力 $F=mg$ 的作用伸长了 ΔL_0 。由胡克定律, 在弹性限度内物体所受应力 $\frac{F}{S}$ 与应变 $\frac{\Delta L_0}{L_0}$ 成正比, 比例系数仅取决于材料本身的性质, 称为该材料的杨氏模量。用 E 表示, $E = \frac{\frac{F}{S}}{\frac{\Delta L_0}{L_0}}$ 当应变 $\frac{\Delta L_0}{L_0} = 1$ 时, $E = \frac{F}{S}$, 即杨氏模量数值等于将物体拉到两倍长的应力。但实际上很多物体被拉到两倍长之前早已断裂了。故通常施于物体上的应力值应远低于杨氏模量 E (4钢 $\cdot \text{米}^{-2}$)。上式 F, S, L_0 可直接测量, 而 ΔL_0 是一个微小变化量, 用普通测长度仪器无法直接准确测量, 因此我们利用光杠杆镜尺法来测量 ΔL_0 。

2. 光杠杆放大原理

测量时, 将光杠杆镜架的前两足置于固定平台的凹槽内, 而后足放在与金属丝相连接的圆柱形夹头上。设钢丝长度未变化时平面镜为铅直, 此时从望远镜中观察到的标尺读数为 X_0 。当钢丝长度变化时, C_2 足将随被测长度的变化而升降平面镜也绕 C_1, C_2 两足连线转过 θ 角时, 此时从望远镜中的叉丝横线读出标尺上的相应刻度值为 X_1 , 令 $N = X_1 - X_0$ 。在长度变化 ΔL_0 很小的情况下, 转角 θ 甚小, 故 $\theta \approx \frac{\Delta L_0}{b}$, 同时由光学反射定律可知 $\angle X_0 O X_1 = 2\theta \approx \frac{2\Delta L_0}{b}$ 。

综上所述, 被测钢丝长度的微小变化量为 $\Delta L_0 = \frac{b}{2\Delta} N$

这样, 通过 b, Δ, N 这些比较容易准确测量的物理量, 间接测出钢丝长度微小变化量 ΔL_0 。被放大了 $\frac{2\Delta}{b}$ 倍。

钢丝截面积 S , 外力 F 分别用 $S = \frac{1}{4}\pi d^2$, $F = mg$ 表示, 并代入式得 $E = \frac{8\Delta L_0 g m}{\pi d^2 b N}$



扫描全能王 创建



厦 门 大 学

XIAMEN UNIVERSITY

ADD: FUJIAN XIAMEN CABLE: 0633 P.C: 361005

式中 d 为钢丝直径, $\frac{8D_0g}{\pi d^2b}$ 可视为常量。改变砝码质量 m , 得出相应偏转量 x , 由于 N 与 m 成正比, 由其比例常数即可计算杨氏模量 E 。

四. 实验内容

1. 光杠杆测量系统的调节

调整使系统满足: 与望远镜等高处的标尺刻度经平面镜反射后能在望远镜中准确读取。

(1) 仪器垂直度调整: 调整杨氏模量测定仪的三个底脚螺丝, 使支柱铅直, 从而圆柱形夹头在平台圆孔中自由升降。

(2) 光杠杆镜架放到固定平台上, 光杠杆镜架的前足 C_1, C_2 放在平台凹槽内, 后足 C_3 放在圆柱形夹头上端面上, 并使平面镜镜面大致与平台垂直。

(3) 镜尺调整: 把测量系统放在光杠杆镜架正前方 $1.8 \sim 2.0$ 米处, 调节标尺成铅直状态。

(4) 望远镜的调节:

a. 调节目镜使望远镜内十字叉丝最清晰。b. 调节望远镜筒成水平状态且与光杠杆平面镜等高, 旋转调焦手轮, 从望远镜中找到平面镜。c. 左右移动测量系统支架或杨氏模量测定仪使平面镜中存在标尺的像。d. 望远镜观望, 旋转调焦手轮改目镜筒与物镜的距离, 直到看清标尺的像, 预加一个砝码 (视砝码为 0.00kg) 使望远镜中十字叉丝与标尺零刻度对齐, 消除视差。此时十字叉丝对准标尺读数 x_0 为 0.00cm 。

(5) 消除视差

II 之内

当望远镜中标尺读数发生偏差时, 进一步调节望远镜调焦手轮, 直到标尺像与叉丝重合。当两者完全重合时则无视差。

2. 测定钢丝受外力后的伸长量

1.000

将 1.000 千克砝码逐次加于砝码托上, 设加 1.000kg 时钢丝伸长后望远镜中叉丝对准读数变为 x_1 , 加上 2.000 千克时, 变为 x_2 ... 以此类推, 一直加至 7.000 千克, 为了减少系统误差, 再逐次移去 1.000 千克砝码, 钢丝缩短, 直到 0.000 千克, 设缩短过程中与砝码质量相对应的标尺读数为 x_i' , 取 x_i' 与 x_i 的平均值 x_i 。

注意理论中 $F = mg$, 加砝码时砝码要相互交叉放置, 保持铅直状态。

3. 用钢卷尺测量钢丝原长 L_0 以及平面镜至标尺距离 D ; 用游标卡尺或电子数显卡尺测量光杠杆镜架长度 b 。

4. 用螺旋测微计或电子数显外径千分尺测量钢丝直径 d , 在钢丝上、中、下三个不同位置测直径, 取多次测量值的均值作为钢丝直径 d 。

五. 注意事项

1. 调整好实验仪器装置, 记录读数 x_0 之后, 不可再碰动实验装置。

2. 每次增减砝码时, 必须小心操作, 不可使砝码托与支架相撞, 尽量保持钢丝及杨氏模量测定仪不发生轻微振动, 特别勿使光杠杆镜架下的尖足发生位移。

3. 在增减钢丝的负荷, 测量钢丝伸长量的过程中, 不要中途停顿而改测其他物质质量, 因为钢丝在增减负荷时, 如果中途受到干扰, 则钢丝的伸长 (或缩短) 量将发生变化, 导致误差增大。其它各量应在钢丝伸长量之后进行测量。

4. 在用螺旋测微计或电子数显外径千分尺测量钢丝直径的过程中应注意不要扭折钢丝。



扫描全能王 创建



廈門大學

XIAMEN UNIVERSITY

ADD: FUJIAN XIAMEN CABLE:0633 P.C:361005

六.原始数据表格

钢丝受外力后偏转量 N 的测量 $\pm 0.30\text{m}$
($i=0,1,2,3,\dots,7$)

次数 i	砝码质量 $m_i(\text{kg})$	增量读数 X_i ($\times 10^{-2}\text{m}$)	减量读数 X_i' ($\times 10^{-2}\text{m}$)	平均读数 X_i ($\times 10^{-2}\text{m}$)	偏转量 $N_i = X_i - X_0$ ($\times 10^{-2}\text{m}$)
0	0.000	0.00	0.15		
1	1.000	0.85	0.87		
2	2.000	1.65	1.72		
3	3.000	2.45	2.52		
4	4.000	3.25	3.27		
5	5.000	4.10	4.20		
6	6.000	4.95	5.05		
7	7.000	5.75	5.85		

钢丝原长度 $L_0 = 75.1\text{cm}$ 读到 mm 位

标尺至平面镜的距离 $D = 211.9\text{cm}$ 读到 mm 位

光杠杆镜架长度 $b = 75.94\text{mm}$

钢丝直径测量

($j=1,2,3,\dots,6$)

质量 直径	砝码为 1.000kg 的直径 d ($\times 10^{-3}\text{m}$)			砝码为 7.000kg 的直径 d ($\times 10^{-3}\text{m}$)			平均值 \bar{d} ($\times 10^{-3}\text{m}$)
	d_L	d_P	d_F	d_L	d_P	d_F	
零点读数	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
测量值	0.611	0.610	0.609	0.607	0.606	0.605	0.608
实际值	0.611	0.609	0.610	0.606	0.607	0.605	0.608
$ v_{dj} = d_{sj} - \bar{d} $	0.003	0.001	0.002	0.002	0.001	0.003	
$v_{dj}^2 (\times 10^{-6}\text{m}^2)$	0.000009	0.000001	0.000004	0.000004	0.000001	0.000009	

对应于 $m = 4.000\text{kg}$ 的偏转量

($k=1,2,3,4$)

单位: 10^{-2}m	$X_4 - X_0$	$X_5 - X_1$	$X_6 - X_2$	$X_7 - X_3$	平均值
$ v_{Nk} = N_k - \bar{N} $					
$v_{Nk}^2 (\times 10^{-4}\text{m}^2)$					$\sum_{k=1}^4 v_{Nk}^2$



扫描全能王 创建



廈門大學

XIAMEN UNIVERSITY

ADD: FULIAN XIAMEN

CABLE: 0633 P.C: 361005

七. 数据处理

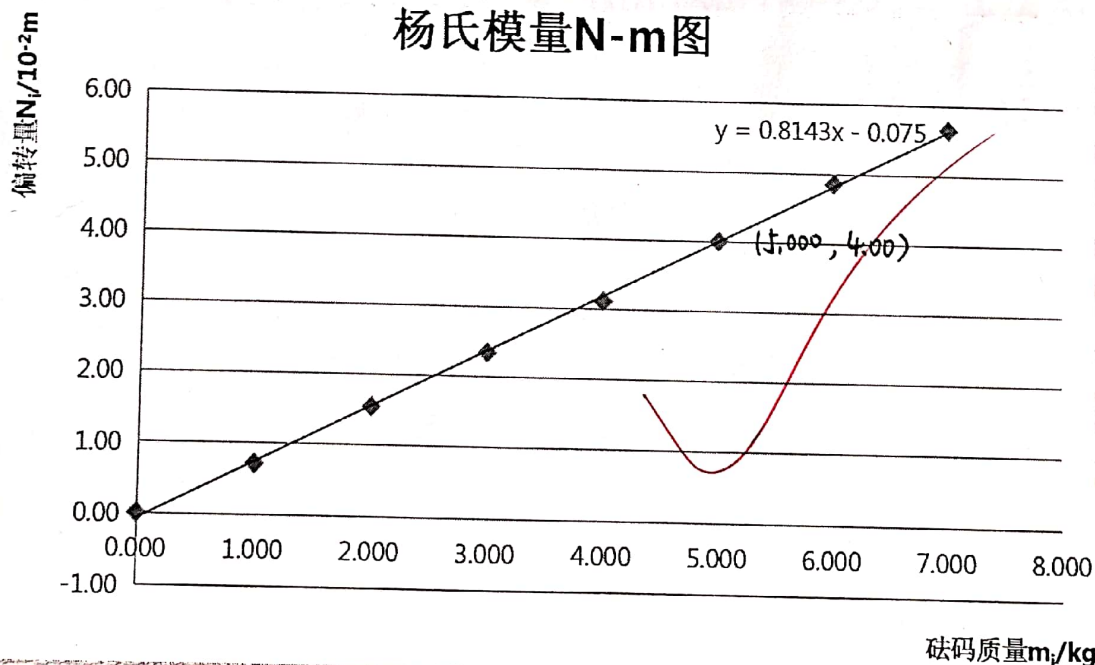
1. 钢丝受外力后偏转量 N 的测量 ($i = 0, 1, 2, 3, \dots, 7$)

次数	砝码质量 m_i (kg)	增重读数 x_i' ($\times 10^{-2}$ m)	减重读数 x_i'' ($\times 10^{-2}$ m)	平均读数 x_i ($\times 10^{-2}$ m)	偏转量 $N_i = x_i' - x_i''$ ($\times 10^{-2}$ m)
0	0.000	0.00	0.15	0.15	0.00
1	1.000	0.85	0.87	0.86	0.71
2	2.000	1.65	1.72	1.69	1.54
3	3.000	2.45	2.52	2.49	2.34
4	4.000	3.25	3.27	3.26	3.11
5	5.000	4.10	4.20	4.15	4.00
6	6.000	4.95	5.05	5.00	4.85
7	7.000	5.75	5.85	5.80	5.65

钢丝原长度 $l_0 = 75.1$ cm 标尺到平面镜的距离 $D = 211.9$ cm

光杠杆镜架长度 $b = 75.94$ mm

杨氏模量 $N-m$ 图



通式: $N_i = k_{\text{通式}} m_i + b_{\text{通式}}$

1) 判断斜率 k 的有效位数

$$\because \Delta N_i = N_{i \max} - N_{i \min} = 5.65 - 0.00 = 5.65 \text{ (} \times 10^{-2} \text{ m)}$$

$\therefore \Delta N_i$ 有 3 位有效位数

$$\text{又} \because \Delta m_i = m_{i \max} - m_{i \min} = 8.000 - 0.000 = 8.000 \text{ kg}$$



扫描全能王 创建



廈門大學
XIAMEN UNIVERSITY

ADD: FULFAN XIAMEN

CABLE: 0633 P.C: 361005

$\therefore \Delta m_i$ 有 4 位有效位数

\therefore 由 k 的定义式 $k = \frac{\Delta N_i}{\Delta m_i}$ 及有效数字运算规则中的乘除法则, 得 k 取 3 位有效位数
这时候, 斜率 $k_{\text{正确}} = 0.8143 (10^{-2} \text{ m/kg}) \approx 0.815 (10^{-2} \text{ m/kg})$

(2) 判断截距 b 的有效位数

又: 截距 b 与 m_i 为加减关系

由有效数字运算规则中的加减法则: b 与 m_i 有相同的末位数量级。

截距 $b_{\text{正确}} = -0.075 (10^{-2} \text{ m})$

(3) 最后正确方程式: $N_i = 0.8143 m_i - 0.075$

2. 作图法求 E

以偏转量 N_i ($N_i = x_i - x_0$) 为纵坐标, m_i 为横坐标, 作 $N-m$ 图, 由图中斜率 k 求 E , 即将式 (3-2-3) 改写, 得

$$k = 0.8143 \times 10^{-2} (\text{m/kg}) \approx 0.815 \times 10^{-2} (\text{m/kg})$$

$$N = \frac{8D \log}{\pi d^2 b E} m = km$$

$$\therefore E = \frac{8D \log}{\pi d^2 b k} = \frac{8 \times (211.9 \times 10^{-2}) \times (75.1 \times 10^{-3}) \times 9.8}{3.1416 \times (0.608 \times 10^{-3})^2 \times (75.94 \times 10^{-3}) \times (0.815 \times 10^{-2})} \approx 1.74 \times 10^{11} (\text{N} \cdot \text{m}^2)$$

3. 用逐差法求 E

单位: 10^{-2} m	$x_4 - x_0$	$x_5 - x_1$	$x_6 - x_2$	$x_7 - x_3$	平均值
	3.12	3.33	3.33	3.33	3.28
$ V_{Nk} = N_k - \bar{N} $	0.16	0.05	0.05	0.05	0.08
$V_{Nk}^2 (\times 10^{-4} \text{ m}^2)$	0.0256	0.0025	0.0025	0.0025	$\sum_{k=1}^4 V_{Nk}^2 = 0.0331$

$$\bar{\Delta x} = \frac{(x_4 - x_0) + (x_5 - x_1) + (x_6 - x_2) + (x_7 - x_3)}{4} = \frac{3.12 + 3.33 + 3.33 + 3.33}{4} = 3.2775 \approx 3.28 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$\bar{\Delta x}$ 为 $m = 4.000 \text{ kg}$ 时 N 的值, 由 $E = \frac{8D \log}{\pi d^2 b} \cdot \frac{4m}{N}$ 代入数据

$$E = \frac{8 \times 2.119 \times 0.751 \times 9.8}{3.1416 \times (0.608 \times 10^{-3})^2 \times (75.94 \times 10^{-3})} \times \frac{4.000}{3.28 \times 10^{-2}} \approx 1.73 \times 10^{11} (\text{N} \cdot \text{m}^2)$$

以 $x_4 - x_0$ 为例

$$|V_{Nk}| = |N_k - \bar{N}| = |3.12 - 3.28| = 0.16 \times 10^{-2} \text{ m} \quad V_{Nk}^2 = 0.16 \times 0.16 = 0.0256 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\sum_{k=1}^4 V_{Nk}^2 = 0.0256 + 0.0025 + 0.0025 + 0.0025 = 0.0331 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$



扫描全能王 创建



廈門大學

XIAMEN UNIVERSITY

ADD: 廈門大學

CABLE: 0633 P.C: 361005

4. 求杨氏模量标准不确定度及其表示式

$$U_D = \frac{\Delta D}{3} = \frac{5.0 \times 10^{-3}}{3} \text{ m} = 1.7 \times 10^{-3} \text{ m} \quad U_{L_0} = \frac{\Delta L_0}{3} = \frac{5.0 \times 10^{-3}}{3} \text{ m} = 1.7 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$U_m = 0.005 \text{ kg} \quad U_{dA} = t_{vp} \sigma_d = t_{vp} \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (d_j - \bar{d})^2}{n(n-1)}} = 1.09 \times \sqrt{\frac{0.000028}{6 \times 5}} \approx 0 \text{ m}$$

$$U_{dB} = \frac{\Delta b}{3} = \frac{0.005 \times 10^{-3}}{3} \text{ m} = 1.7 \times 10^{-6} \text{ m} \quad U_d = \sqrt{U_{dA}^2 + U_{dB}^2} = 1.7 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$U_b = \frac{\Delta b}{\sqrt{3}} = \frac{0.03 \times 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 1.7 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$U_{NA} = t_{vp} \sigma_N = t_{vp} \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (N_k - \bar{N})^2}{n(n-1)}} = 1.20 \times \sqrt{\frac{0.0331 \times 10^{-4}}{4 \times 3}} \text{ m} = 5.8 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$U_{NB} = \frac{\Delta b}{3} = \frac{1.0 \times 10^{-3}}{3} \text{ m} = 3.4 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$U_N = \sqrt{U_{NA}^2 + U_{NB}^2} \approx 1.2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$H = \frac{U_E}{|E|} = \frac{U_D}{D} + \frac{U_{L_0}}{L_0} + \frac{U_m}{m} + \frac{2U_d}{d} + \frac{U_b}{b} + \frac{U_N}{N}$$

$$= \frac{1.7 \times 10^{-3}}{2.119} + \frac{1.7 \times 10^{-3}}{0.751} + \frac{0.005}{4.000} + \frac{2 \times 1.7 \times 10^{-6}}{0.606 \times 10^{-3}} + \frac{1.7 \times 10^{-5}}{75.94 \times 10^{-3}} + \frac{1.2 \times 10^{-3}}{3.28 \times 10^{-2}}$$

$$= 0.0468 \approx 0.05$$

$$U_E = |\bar{E}| \cdot H = 0.05 \times 1.73 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 = 0.0865 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \approx 0.09 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

$$\text{则 } E = \bar{E} + U_E = (1.73 \pm 0.09) \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^2, P = 0.683$$

八. 误差分析

- ① 添加砝码后, 钢丝晃动, 读数有误差
- ② 测量钢丝长度 L_0 以及标尺距平面镜距离 D 时, 由于器材精度不够无法准确测量导致误差
- ③ 未测量悬挂不同质量砝码时, 钢丝上、中、下的直径取平均值, 而是直接以一组数据表示的直径导致误差较大
- ④ 眼睛读数存在较大误差



扫描全能王 创建