厦门大学《线性代数》课程试卷

信息 学院________系 2019 年级________专业

学年学期：19201 主考教师：线性代数教学组 A 卷（√）B 卷

注：A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵，A^*表示矩阵 A 的伴随矩阵，E 是单位矩阵，|A|表示方阵 A 的行列式，R(A)表示矩阵 A 的秩

一、单项选择题（每小题 2 分，共 14 分）

1. 方程 $\begin{vmatrix} 1+x & x & x \\ x & 2+x & x \\ x & x & 3+x \end{vmatrix}=0$ 的根的个数为（　　　）。

（A）0　　　（B）1　　　（C）2　　　（D）3

2. 若n阶矩阵A满足$A^2=A$，且$A=\frac{1}{2}(E+B)$，则B^2等于（　　　）。

(A) E　　　(B) A　　　(C) 0　　　(D) B

3. 设矩阵A是方阵，若满足矩阵关系式$AB=AC$，则必有（　　　）。

(A) $A=0$　　　(B) $B=C$时$A\neq 0$

(C) $A\neq 0$时$B=C$　　　(D) $|A|\neq 0$时$B=C$

4. 设 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \mathbf{B}=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & y \end{pmatrix}$，则 $\mathbf{AB}=\mathbf{BA}$ 的充分必要条件是（　　　）。

(A) $x-y=1$　　　(B) $x-y=-1$　　　(C) $x=y$　　　(D) $x=2y$

5. 设 A 为 3 阶方阵，且 $|A|=\frac{1}{3}$，则 $\left|\left(\frac{3}{2}A\right)^{-1}+(2A)^*\right|$ 的值为（　　　）。

(A) 12　　(B) 24　　(C) 40　　(D) 30

6.设 $A,B,A+B$ 均为 n 阶可逆矩阵，则 $(A^{-1}+B^{-1})^{-1}$ ＝ (　　　　)。

(A) $A+B$　　(B) $A^{-1}+B^{-1}$　　(C) $(A+B)^{-1}$　　(D) $A(A+B)^{-1}B$

7. 一个值不为零的 n 阶行列式，经过若干次矩阵的初等变换后，该行列式的值（　　　　）。

(A)保持不变　　(B)保持不为零

(C)保持相同的正负号　　(D)可以变为任何值

二、　填空题（每空格 3 分，共 18 分）

1. 设四阶行列式 $D_4=\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ c & b & d & a \\ d & b & c & a \\ a & b & d & c \end{vmatrix}$ 则 $A_{14}+A_{24}+A_{34}+A_{44}=$

________。

2. 设 A 为三阶矩阵，且 $|A|=1, |2A^{-1}+3A^{*}|=$________。

3. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 4 阶方阵, $\boldsymbol{A}^{*}$为 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵, 且 $\boldsymbol{A}$ 的秩为 2, 则 $\boldsymbol{A}^{*}$的秩为

=________。

4. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{10}\begin{pmatrix} a & d \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{11}=$ ________。

5. 设 E 是 n 阶单位矩阵，A,B 均为 n 阶矩阵,且$A^2=E=B^2$,则

$(AB)^2=E$的充分必要条件是　________。

6. 设三阶矩阵

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{12} \\ a_{21}+2a_{31} & a_{23}+2a_{33} & a_{22}+2a_{32} \\ a_{31} & a_{33} & a_{32} \end{bmatrix},$$

若 $A^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$，则 $B^{-1}=$ ____________________ .

三、计算题（每小题 10 分，共 50 分）

1、求下列行列式的值：

$$D=\begin{vmatrix} 3 & 10 & -5 & 4 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & -4 & 2 \\ -1 & -7 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

2、$A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$，求 $(A^*)^{-1}=?$

3、已知 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，矩阵 B 满足 $ABA^*=2BA^*+E$，求 $|B|$。

4．设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & b \\ 2 & a & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}$，求 A 的秩。

5. $A^2+A=0,$ 试证明 $A+3E$ 可逆，并求其逆（$A+3E$）$^{-1}$

四、证明题（每小题 6 分，共 18 分）

1、 设矩阵 $\mathbf{A}$ 为 $m\times n$ 阶矩阵，$\mathbf{B}$ 为 $n\times m$ 阶矩阵，$\mathbf{AB}=\mathbf{E}$，

证明：$R(\mathbf{A})=R(\mathbf{B})=m$。

2、设方阵 $\mathbf{A}$ 为幂 0 矩阵，即 $\mathbf{A}^k=\mathbf{0}, k>1$，证明：$\mathbf{E}-\mathbf{A}$ 为可逆。

3、设 n 阶方阵 $\mathbf{A}$ 的伴随矩阵为 $\mathbf{A}^*$，且 $R(\mathbf{A})=n$，证明：

$R(\mathbf{A}^*)=n$。

答案：

选择题：

1、BADBB　6、DD

填空题：

1、0

2、125

3、0

4、$\begin{pmatrix} d & a \\ c & b \end{pmatrix}$

5、