



厦门大学《线性代数》课程期中试卷

信息学院_____系 2017 年级_____专业

学年学期: 171801 主考教师: 线性代数教学组 A 卷 (√) B 卷

一、单项选择题 (每小题 2 分, 共 14 分)

1. 已知 $2n$ 阶行列式 D 的某一列元素及其余子式都等于 a , 则 $D =$ ()。
(A) 0 (B) a^2 (C) $-a^2$ (D) na^2
2. 若 $R(A) = R(B) = r$, 则必有 ()。
(A) A 与 B 等价
(B) A 与 B 的标准型矩阵相同
(C) A 与 B 的行阶梯型矩阵的非零行数相同
(D) A 与 B 的所有 $r-1$ 阶子式都不为零
3. 已知矩阵 A 和 B 均为对称矩阵, 则以下为对称矩阵, 除了 ()。
(A) $A - B$ (B) AB (C) $2A^2 + 3A + 4E$ (D) $A^* + B^*$
4. 设 A 是可逆矩阵, 将 A 的第 2 行的 3 倍加到第 1 行得 B , 则 ()。
(A) 将 A^* 的第 2 列的 3 倍加到第 1 列得到 B^*
(B) 将 A^* 的第 2 列的 (-3) 倍加到第 1 列得到 B^*
(C) 将 A^* 的第 1 列的 3 倍加到第 2 列得到 B^*
(D) 将 A^* 的第 1 列的 (-3) 倍加到第 2 列得到 B^*
5. 下列叙述一定正确, 除了 ()。
(A) 若 $AB = E$, 则 $|A| \neq 0$
(B) 若 A, B, C 均为 n 阶矩阵, $ABC = E$, 则 $A^{-1}C^{-1}B^{-1} = E$
(C) 若 A, B 均为 n 阶不可逆矩阵, 则 AB 必不可逆
(D) 若 $A \neq 0$, 则 $R(A) \geq 1$

6. 若 A 为 n 阶可逆矩阵 ($n \geq 2$), 则 $(A^{-1})^* =$ ()。

- (A) $|A|A^{-1}$ (B) $|A|A$ (C) $|A^{-1}|A^{-1}$ (D) $|A^{-1}|A$

7. 以下是方阵 A 可逆的等价命题, 除了 ()。

- (A) A 行满秩 (B) A 的伴随矩阵 A^* 存在
(C) A 与 E 等价 (D) 存在矩阵 B , 使 $AB=E$ $BA=E$

二、填空题 (每空格 3 分, 共 18 分)

1. n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a & b & 0 & \Lambda & 0 & 0 \\ 0 & a & b & \Lambda & 0 & 0 \\ M & M & M & & M & M \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda & a & b \\ b & 0 & 0 & \Lambda & 0 & a \end{vmatrix} =$ _____.

2. 设 $\alpha = (1, 2, 3)^T$, $\beta = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})^T$, $A = \alpha\beta^T$, 则 $A^n =$ _____.

3. 设分块矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & -E_{n-1} \\ -1 & 0^T \end{pmatrix}$, 则 $\det A =$ _____.

4. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = AB^{-1}$, 则矩阵 C^{-1} 中, 第 3 行第 2 列的元素是 _____.

5. 设四阶方阵 $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____.

三、计算题 (共 50 分)

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = P^{-1}AP$, 求 $B^{2010} - 2A^2$ 。

2. 计算下列行列式:

$$(1) \quad D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(2) \quad D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}$$

3. 设 A 、 B 、 C 为 n 阶方阵, $|A|=1$, $|B|=2$, 计算 $|A^{-1}B^T(CB^{-1}+2E)^T - [(C^{-1})^T A]^{-1}|$ 。

4. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \frac{3}{2} \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, 求 X 使 $X(3E+A)=2B$.

5. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & b \\ 2 & 6 & a & 20 \\ 5 & 12 & 3a+5 & 44-2b \end{pmatrix}$, 求 $R(A)$ 。

四、证明题（每小题 6 分，共 18 分）

1. 设 A, B 都是 $m \times n$ 矩阵，证明 $A \sim B$ 的充要条件是 $R(A) = R(B)$ 。

2. 设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ 为 n 阶可逆矩阵, 并且每行的元素之和均为常数 C , 证明 A^{-1} 的每行元素之和均为 $\frac{1}{C}$.

3. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - 2A - 3E = O$, 证明 $R(A + 2E) + R(A - 3E) = n$.