注意：只是测试用，不是考题。

1

一定量的单原子分子理想气体，其体积依照 $V = a\big/\sqrt{p}$ （式中 p 为气体压强）的规律从 V_1 变化到 V_2，设 a 为已知常数,试求：

（1） 此过程中气体对外界所作的功；

（2） 内能增加了多少？

（3）系统的摩尔热容量 C_m 是多少？

2

$3mol$ 的氧气在压强为 $2atm$ 时，体积为 $40L$，先将其绝热压缩到一半的体积，然后等温膨胀到原体积，最后等容回到初始状态，若系统可以视为理想气体，

（1）在 $p-V$ 图上画出整个过程曲线；

（2）求该循环的效率。

3

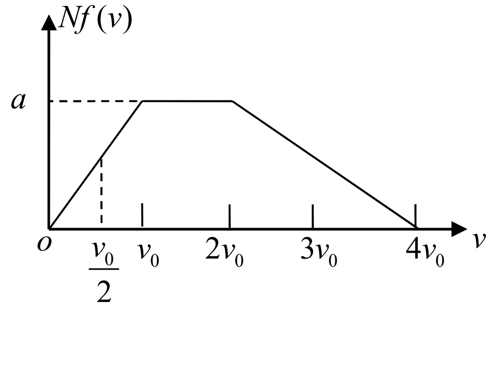
设有 N 个气体分子，速率分布函数为 $f(v)$，$Nf(v)$ 与 v 的关系曲线如图所示，v_0、m_0 已知，求：

（1） 速率分布函数 $f(v)$，用 N, v_0, a 表示；

（2） 常数 $a = ?$

（3） $\frac{v_0}{2}$~v_0 内的分子数；

（4） 气体分子的平均速率 $\bar{v}$。



4

有一个容器中盛有一定量的理想气体，如果抽走一半质量的气体，然后压缩气体并对它加热，使剩余气体的温度由 27°C 升到 127°C，体积减少一半，问与抽气前相比：

（1）气体压强变为原来的多少倍？

（2）气体分子的平均动能变为原来的多少倍？

（3）分子的方均根速率变为原来的多少倍？

5

两个静止质量均为m_0的粒子，其中一个静止，另一个以$0.8c$速度向其对心碰撞，碰撞之后粘在一起，求：

（1）复合粒子的质量

（2）复合粒子的速度；

（3）复合粒子的静止质量；

6

地面上有一直线跑道长 100m，运动员跑完所用时间为 10s。现在以 0.8c 的速度沿跑道飞行的飞船中观测，试问：

(1) 跑道多长？

(2) 运动员跑完该跑道所用的时间；

(3) 运动员的速度。

参考解答：只是参考，可能有错。

一定量的单原子分子理想气体，其体积依照 $V = a/\sqrt{p}$ （式中 p 为气体压强）的规律从 V_1 变化到 V_2，设 a 为已知常数,试求：

（1） 此过程中气体对外界所作的功；

（2） 内能增加了多少？

（3）系统的摩尔热容量 C_m 是多少？

解：（1）$W = \int_{V_1}^{V_2} PdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{a^2}{V^2} dV = \frac{a^2(V_2 - V_1)}{V_1 V_2}$ ；

（2）$\Delta E = \nu \cdot \frac{i}{2} R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}(P_2 V_2 - P_1 V_1) = -\frac{3}{2}\frac{a^2(V_2 - V_1)}{V_1 V_2}$ ；

（3）

$$\because Q = \Delta E + W = -\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2(V_2 - V_1)}{V_1 V_2}$$

$$= \nu C_m (T_2 - T_1) = \frac{C_m}{R}(P_2 V_2 - P_1 V_1) = -\frac{C_m}{R} \cdot \frac{a^2(V_2 - V_1)}{V_1 V_2}$$

$$\therefore C_m = \frac{R}{2}$$

$3mol$ 的氧气在压强为 $2atm$ 时，体积为 $40L$，先将其绝热压缩到一半的体积，然后等温膨胀到原体积，最后等容回到初始状态，若系统可以视为理想气体，

（1）在 $p-V$ 图上画出整个过程曲线；

（2）求该循环的效率。

解：（2）绝热过程 $1\rightarrow 2$：　$Q_{12}=0$　，$P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}$　；

等温过程 $2\rightarrow 3$：　$Q_{23}=\nu RT\ln\dfrac{V_3}{V_2}=P_3V_3\ln\dfrac{V_3}{V_2}=Q_1>0$　，$P_2V_2=P_3V_3$；

等容过程 $3\rightarrow 1$：　$Q_{31}=\nu C_v(T_1-T_3)=P_1V_1-P_3V_3=-Q_2<0$　；

又　$V_1=2V_2=V_3$　，$\gamma=\dfrac{i+2}{i}=\dfrac{7}{5}=1.4$　，

$$\eta=1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{P_3V_3-P_1V_1}{P_3V_3\ln\frac{V_3}{V_2}}=1-\frac{P_3V_3(1-\frac{P_1V}{P_3V_3})}{P_3V_3\ln\frac{V_3}{V_2}}=1-\frac{1-(\frac{V_2}{V_1})^{\gamma-1}}{\ln\frac{V_3}{V_2}}=65\%$$

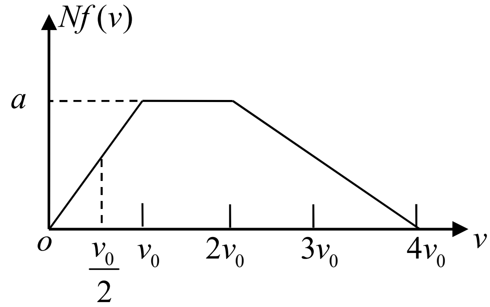
设有 N 个气体分子，速率分布函数为 $f(v)$ ，$Nf(v)$ 与 v 的关系曲线如图所示，v_0、m_0 已知，求：

（5） 速率分布函数 $f(v)$ ，用 N, v_0, a 表示；

（6） 常数 $a=?$

（7） $\dfrac{v_0}{2} \sim v_0$ 内的分子数；

（8） 气体分子的平均速率 $\overline{v}$ 。



解：

（1） $$f(v)=\begin{cases} \dfrac{a}{Nv_0}v, (0 \le v \le v_0) \\ \dfrac{a}{N}, (v_0 \le v \le 2v_0) \\ -\dfrac{a}{2Nv_0}v+\dfrac{2a}{N}, (2v_0 \le v \le 4v_0) \end{cases}$$

（2） $$\because \int_0^{\infty} f(v)dv=\int_0^{v_0}\frac{a}{Nv_0}vdv+\int_{v_0}^{2v_0}\frac{a}{N}dv+\int_{2v_0}^{4v_0}(-\frac{a}{2Nv_0}v+\frac{2a}{N})dv=1$$

解得：$a=\dfrac{2N}{5v_0}$

（3） $$\varDelta N=\int_{v_1}^{v_2} Nf(v)dv=\int_{v_0/2}^{v_0} N\frac{a}{Nv_0}vdv=\frac{3}{8}av_0=\frac{3}{20}N$$

$$\overline{v}=\int_0^{\infty} f(v)vdv=\int_0^{v_0}\frac{a}{Nv_0}v^2dv+\int_{v_0}^{2v_0}\frac{a}{N}vdv+\int_{2v_0}^{4v_0}(-\frac{a}{2Nv_0}v+\frac{2a}{N})vdv$$

$$=\frac{27}{6}\frac{a}{N}v_0^2=\frac{9}{5}v_0$$

1. 有一个容器中盛有一定量的理想气体，如果抽走一半质量的气体，然后压缩气体并对它加热，使剩余气体的温度由 27°C 升到 127°C，体积减少一半，问与抽气前相比：

（1）气体压强变为原来的多少倍？

（2）气体分子的平均动能变为原来的多少倍？

（3）分子的方均根速率变为原来的多少倍？

解：(1) $\because \begin{cases} P_1V_1 = \nu_1 RT_1 \\ P_2V_2 = \nu_2 RT_2 \end{cases}$，$\nu_1 = 2\nu_2$，$V_1 = 2V_2$，

$$\therefore \frac{P_2}{P_1} = \frac{\nu_2 T_2 V_1}{\nu_1 T_1 V_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{4}{3} \quad ;$$

（2） $$\frac{\bar{\varepsilon}_{k2}}{\bar{\varepsilon}_{k1}} = \frac{\frac{i}{2}kT_2}{\frac{i}{2}kT_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{4}{3} \quad ;$$

（3） $$\frac{\sqrt{\overline{v_2^2}}}{\sqrt{\overline{v_1^2}}} = \frac{\sqrt{\frac{3RT_2}{M_0}}}{\sqrt{\frac{3RT_1}{M_0}}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad .$$

两个静止质量均为m_0的粒子，其中一个静止，另一个以$0.8c$速度向其对心碰撞，碰撞之后粘在一起，求：

（1）复合粒子的质量

（2）复合粒子的速度；

（3）复合粒子的静止质量；

参考答案

每小题各 4 分

$$mc^2+m_0c^2=Mc^2 \Rightarrow M=m+m_0=\frac{m_0}{0.6}+m_0=\frac{8}{3}m_0$$

$$mv_0+0=MV \Rightarrow V=0.5c$$

$$M_0=M\sqrt{1-V^2/c^2}=\frac{8}{3}m_0\sqrt{1-0.5^2}=\frac{4}{3}\sqrt{3}m_0 \approx 2.31m_0$$

地面上有一直线跑道长 100m，运动员跑完所用时间为 10s。现在以 0.8c 的速度沿跑道飞行的飞船中观测，试问：

(1) 跑道多长？

(2) 运动员跑完该跑道所用的时间；

(3) 运动员的速度。

解答及评分标准：

跑道固定于 S 系　　$l_0=100\text{m}$

在飞船中观测跑道长：　$l'=l_0\sqrt{1-(v/c)^2}==60\text{m}$　　（ 分）

运动员起跑和冲线是两个不同时不同地事件

$$\Delta x'=\frac{\Delta x-v\Delta t}{\sqrt{1-(v/c)^2}}=-\frac{80}{6}c=-4\times10^9\ \text{m}\ ;\quad \Delta t'=\frac{\Delta t-\frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\approx 16.6\ \text{s}$$　（分）

运动员对 S' 系的平均速度为

$$u'_x=\frac{\Delta x'}{\Delta t'}\approx\frac{-4\times10^9}{16.6}\approx -2.4\times10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}=-0.8\,c$$　（分）