厦门大学《微积分 I-2》课程期末试卷

试卷类型：（理工类 A 卷）　考试日期　2016.6.15

一、计算下列各题：（每小题 5 分，共 10 分）

得　分	
阅卷人	

（1）考察级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$ 的收敛性.

（2）将函数 $\frac{1}{(3-x)^2}$ 展开成 x 的幂级数，并指出其收敛域.

二、计算下列各题：（每小题 5 分，共 10 分）

得　分	
阅卷人	

（1）计算曲线积分$\int_{\Gamma}\frac{-y\mathrm{d}x+x\mathrm{d}y+\mathrm{d}z}{x^2+y^2+z^2}$，其中$\Gamma$为曲线 $x=\mathrm{e}^t\cos t$，$y=\mathrm{e}^t\sin t$，$z=\mathrm{e}^t$上对应于t从0到2的一段弧.

（2）计算$\oint_L(2|x|+y)\mathrm{d}s$，其中$L$为圆周$x^2+y^2=4$.

三、计算 $\iint\limits_{\Sigma}(x+y+z)\mathrm{d}S$，其中 Σ 是曲面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ $(a>0)$ 在 $z\geq 0$ 的部分.（8 分）

得　分	
阅卷人	

四、计算下列曲面积分：

$$\oiint\limits_{\Sigma} y(x-z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+x^2\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(y^2+xz)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \quad ,$$

其中 Σ 是正立方体：$0\leq x\leq a$，$0\leq y\leq a$，$0\leq z\leq a$ 的表面取外侧.（8 分）

得　分	
阅卷人	

五、求由曲面$z=\sqrt{5-x^2-y^2}$及$x^2+y^2=4z$所围成的立体图形的体积.（8 分）

得　分	
阅卷人	

六、讨论级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n[\sqrt{n+1}-\sqrt{n}]$的敛散性.（10 分）

得　分	
阅卷人	

七、求无穷级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{x^n}{n(n+1)}$的和函数$S(x)$，指出其收敛域，并计算$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n(n+1)}$.（10 分）

得　分	
阅卷人	

八、计算曲线积分 $\oint_L \frac{x+y}{x^2+y^2}\mathrm{d}x + \frac{y-x}{x^2+y^2}\mathrm{d}y$，其中 L 为椭圆 $\frac{(x-a)^2}{4}+(y-a)^2=1$ 取正向，常数 $a>0$ 且 $a \neq \frac{2\sqrt{5}}{5}$.（10 分）

得　分	
阅卷人	

九、将函数 $f(x)=|x|\ (-\pi<x<\pi)$ 展开为傅里叶级数，并求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n)^2}$ 的值.（10 分）

得　分	
阅卷人	

十、 计算 $\iint\limits_{\Sigma} yz\mathrm{d}y\mathrm{d}z + xz\mathrm{d}z\mathrm{d}x + \mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 Σ 是抛物面 $z=1-x^2-y^2$ 在第一卦限部分，方向取下侧.（8 分）

得　分	
阅卷人	

十一、设$u_n=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cot^n x\mathrm{d}x$，（1）求级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(u_n+u_{n+2})$的值；（2）证明：对任意参数$\lambda>0$，级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{u_n}{n^{\lambda}}$收敛.（8分）

得　分	
阅卷人	