1.

分数	阅卷人

(10分)设事件A,B,C满足：
$P(A)=0.5, P(B)=0.8, P(A\cup B)=0.9, P(C)=0.9$;
C与$A\cup B$独立.

(i) 证明A,B独立;

(ii) 求$P(A\cup B\cup C)$.

2.

分数	阅卷人

(12分)设有一批产品，其中3个不合格品，7个合格品。现在进行产品检测。注意此时的产品检测是破坏性检测，也即检测后，合格品变成不合格品，不合格品仍为不合格品。现从中随机抽取一个产品，进行上述破坏性检测，检测后，将检测后的产品放回去，然后再从中随机抽取一个产品进行检测。

(i) 第二次抽到的产品为合格品的概率为多少？

(ii) 已知第二次抽到的产品为合格品条件下，第一次抽到的产品为合格品的条件概率为多少？

3.

分数	阅卷人

(10分)已知某大学的女生体重X（单位：斤）服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$, 并且根据该大学体检数据估计得到$\mu=100$, 以及$P(90\le X\le 100)=34.13\%$, 试求另一个参数$\sigma$. (已知$\Phi(1)=0.8413, \Phi(2)=0.9772, \Phi(3)=0.9987$).

4.

分数	阅卷人

(12分)假设随机变量X的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} 2xe^{-x^2}, & x>0; \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

(i) 求X的分布函数;

(ii) 求随机变量$Y=X^2$的密度函数;

5.

分数	阅卷人

(12分)已知随机变量X服从参数为0.2的（0-1）分布，随机变量Y服从参数为0.3的（0-1）分布，并且X,Y相互独立。

(i) 求二维随机变量(X,Y)的联合分布律;

(ii) 求随机变量$Z=X+Y$的分布律.

6.

分数	阅卷人

(10分)已知二维连续型随机变量(X,Y)的密度函数如下：

$$f(x,y)=\begin{cases} x, & 1\le x\le 2, \frac{1}{x}\le y\le \frac{2}{x}; \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

求$Z=XY$的密度函数。

7.

分数	阅卷人

(9分)已知随机变量X的密度函数如下：

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}e^{-\frac{1}{3}(x-1)}, & x>1;\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

求期望$E[3e^{-\frac{2}{3}(x-1)}]$.

8.

分数	阅卷人

(10分)已知随机变量X服从参数为1的泊松分布，随机变量Y服从区间$(0,2)$的均匀分布，并且X,Y相互独立。

(i) 求$E(X^2),E(Y^2),E[(X-Y)^2]$;

(ii) 求$D(X-Y)$.

9.

分数	阅卷人

(15分)已知二维随机变量(X,Y)的概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{A}, & -1\le x\le 1, 0\le y\le x^2;\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

其中A为常数.

(i) 试求常数A;

(ii) 求边缘概率密度$f_Y(y)$;

(iii) 求条件概率密度$f_{X|Y}(x|y)$.