



厦门大学《微积分 I-2》课程期中试卷

_____学院_____系_____年级_____专业

试卷类型: (理工类 A 卷)

考试时间: 2022. 4. 23

一、填空题: (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 已知向量 $\vec{a} = (1, -1, 3)$, $\vec{b} = (2, -3, 1)$, $\vec{c} = (1, -2, 0)$, 则

$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{b} + \vec{c}) =$ _____。

2. 将 xoz 坐标面上抛物线的一段 $z = x^2$ ($1 \leq x \leq 2$) 绕 z 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程为_____，该旋转曲面在 xoy 坐标面上的投影

为 $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid$ _____ $\}$ 。

3. 已知 $y_1 = xe^x + e^{2x}$, $y_2 = xe^x + e^x$, $y_3 = xe^x + e^{2x} - e^x$ 是某个二阶常系数非齐次线性微分方程的三个特解, 则该方程的通解为_____。

4. 设 $x = -t \cos 2t$ 是无阻尼强迫振动方程 $\frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = 4 \sin pt$ 的一个特解, 其中 $k > 0$, p 为常数, 则该振动系统的角频率 $k =$ _____, 干扰力的角频率 $p =$ _____。

5. 设二元函数 $z = \frac{x \cos y + y \cos x}{1 + \cos x + \cos y}$, 则 $dz|_{(0,0)} =$ _____。

6. 函数 $u = x^2 + y^2 + z$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处沿着椭球面 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1$ 在该点的外法方向的方向导数为_____。

二、(本题 8 分) 求过点 $(1, 1, 1)$ 且通过直线 $x = y = 2z$ 的平面方程。

得 分	
评阅人	

得 分	
评阅人	

三、（每小题 9 分，共 18 分）求解下列微分方程：

1. 求微分方程 $xy' = -\sqrt{x^2 + y^2} + y$ ($x > 0$) 的通解；

得 分	
评阅人	

2. 求满足初始条件 $y(0) = 0$ ， $y'(0) = 4$ 的微分方程 $y'' - \frac{1}{1+x}y' = 8(x+1)^2$ 的特解。

四、（本题 8 分）设曲线 L 的一般方程为 $\begin{cases} z = \sqrt{4-x^2-y^2} \\ (x-1)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ ，试将此

一般方程化为参数方程，并求出该曲线在点 $(1, 1, \sqrt{2})$ 处的切线方程。

得 分	
评阅人	

五、(本题 9 分) 验证 $u(x, y, z, t) = \frac{1}{(\sqrt{4\pi t})^3} e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{4t}}$ ($t > 0$) 为热传导

得 分	
评阅人	

方程 $\frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u = 0$ 的解, 其中 $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ 。

六、(本题 12 分) 判别二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

得 分	
评阅人	

在点 $(0, 0)$ 处: (1) 是否连续? (2) 一阶偏导数是否存在? (3) 是否可微? 请给出判定理由。

七、(本题 11 分) 设方程 $x^2 + y^2 - 2yz - z^2 + 2 = 0$ 确定了二元函数

$z = z(x, y)$ ，试求 $z = z(x, y)$ 的极值点和极值。

得 分	
评阅人	

八、(本题 10 分) 已知 $f(x, y)$ 具有连续的二阶偏导数且 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ 。

若 $f(x, 2x) = x$ 和 $f'_1(x, 2x) = x^3$ ，求 $f''_{11}(x, 2x)$ 。

得 分	
评阅人	