



廈門大學  
XIAMEN UNIVERSITY

ADD: FUJIAN XIAMEN CABLE: 0633 P.C: 361005

实验4 气垫弹簧振子的简谐振动

92

一. 实验目的

1. 学会气垫装置的水平调节。
2. 考察弹簧振子的振动周期与振动系统参量的关系。
3. 学习用图解法求解等效弹簧的倔强系数和有效质量。

二. 实验仪器

1. 仪器用具  
气垫导轨, 滑块(包括挡光片), 骑码, 光电门, J0201-04型存储式数字毫秒计, 弹簧。

2. 仪器描述

具体介绍见附录“气垫实验基本知识”

三. 实验原理

1. 弹簧的倔强系数

弹簧在机械中占有重要的地位, 弹簧的倔强系数是表征弹簧性能的重要参量, 在一定外力作用下弹簧的形变, 弹簧作用周期性振动的频率均与倔强系数有关。

根据胡克定律, 在弹性限度内, 弹簧的伸长量与它受的外力成正比

$F = -kx$ , 此比例系数  $k$  就是弹簧的倔强系数  $k = -\frac{F}{x}$

2. 弹簧振子的简谐运动方程

实验用的弹簧振子是由两个倔强系数分别为  $k_1, k_2$  的弹簧系住一个质量为  $m_1$  的弹滑块, 两弹簧的另一端分别固定在导轨的端面上, 滑块在导轨的上作直线往复振动。当滑块处于平衡位置时, 两弹簧的伸长量分别是  $x_{01}$  和  $x_{02}$ , 满足  $-k_1 x_{01} + k_2 x_{02} = 0$ 。若略去阻尼影响, 当  $m_1$  离平衡点  $O$  为  $x$  时,  $m_1$  所受的弹性回复力为  $[-k_1(x+x_{01})]$  和  $[-k_2(x-x_{02})]$ 。根据牛顿第二定律, 滑块的运动方程为

$$-k_1(x+x_{01}) - k_2(x-x_{02}) = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad -(k_1+k_2)x = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

式中,  $m = m_1 + m_0$ , 称为振动系统的有效质量,  $m_0$  是弹簧的有效质量,  $m_1$  是滑块质量。令  $k = k_1 + k_2$ ,

则  $-kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$ , 此方程的解为  $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$

这说明滑块是在作简谐运动振动, 其中  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$

$\omega$  是振动系统的圆频率, 由振动系统决定;  $A$  是振幅,  $\varphi_0$  是初相位, 由起始条件决定。系统的振动

$$\text{周期 } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1)$$

当  $m_s \ll m_1$  时  $m_0 = \frac{m_s}{3}$ ,  $m_s$  是弹簧的实际质量

本实验通过分别改变振幅  $A$  与振子质量  $m$ , 测量相应的周期  $T$ , 考察振动周期  $T$  与振动系统参量  $A, m$  的关系, 从而验证上述理论结果的正确性, 并利用两种方法求解  $m_0$  和  $k$ 。







# 厦 门 大 学

## XIAMEN

## UNIVERSITY

ADD: FU FU XIAN XIAMEN

CABLE: 0633 P.C: 361005

### 四. 实验内容

#### 1. 气垫导轨水平的调节

可以用两种方法对导轨的水平进行调节

**静态调节法:** 将滑块轻轻放置在导轨的中点即距离两端支处, 仔细调节水平调节旋钮, 使滑块基本静止在气垫中部或作不定向的滑动, 即可认为导轨已调到水平。

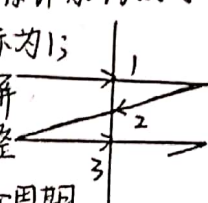
**动态调节法:** (1) 使用开口挡光片: 按动数字毫秒计前面板的“功能键”, 选择  $S_2$  功能档 (字样旁边的LED灯亮) 将光电门1, 2置于导轨中央附近, 相距约 60.00 cm, 给滑块以一定初速度 ( $\Delta t_1$  和  $\Delta t_2$  控制在 20-30 ms) 让它在导轨上依次通过两个光电门。若滑块在同一方向上运动的  $\Delta t_1$  和  $\Delta t_2$  的相对误差小于 3%, 则认为导轨已达水平否则重新调整水平调节旋钮。

(2) 使用不开口挡光片、数字毫秒计选  $S_2$  功能档。使光电门1, 2相距 40.00 cm 左右, 给滑块以一定初速度, 比较滑块第一次滑过两个光电门的时间间隔和反弹回来第二次经过两个光电门的时间间隔大小, 如果之间误差小于 5%, 则认为导轨已经达到水平, 否则应重新调整水平调节旋钮。

#### 2. 研究弹簧振子的振动周期与振幅的关系。

测量弹簧振子的振动周期时, 先将一个光电门置于滑块的平衡点。

然后将数字毫秒计设置为  $T$  功能档, 此时  $T$  功能档旁的 LED 灯点亮, 即进入测量周期功能。测试时, 使用开口挡光片, 挡光片每挡光两次 (即滑块每经过光电门一次), 毫秒计屏幕上的数字累计加 1。设滑块自左向右作简谐振动, 如图所示。当滑块第一次通过光电门时毫秒计开始计时, 屏幕显示为 1; 当滑块反方向再次通过光电门时屏幕显示加 1; 当滑块自左向右第三次通过光电门时屏幕再加 1。由此可见, 滑块作一次完整振动, 屏幕显示为 3。依次此类推, 滑块作  $n$  次完整振动, 屏幕显示应为  $2n+1$ 。若此时按下“停止”键, 显示屏上将出现滑块完整振动  $n$  个周期



的总时间  $t$ , 由此可得周期  $T = \frac{t}{n}$ 。一般而言, 所选取的周期数不宜太多, 因为导轨的摩擦毕竟不可忽略, 但也不宜太少, 使误差太大。

将滑块依次拉离平衡位置 18.00 cm, 20.00 cm, 22.00 cm, 24.00 cm, 测量不同振幅下对应的振动周期, 每改变振幅一次需测量周期 6 次, 并测量滑块和弹簧的质量, 根据测量结果探讨周期与振幅是否有关, 并利用 (1) 计算不同振幅下弹簧的倔强系数

#### 3. 观测简谐振动周期 $T$ 与 $m$ 的关系, 并求出弹簧的倔强系数 $k$ 与有效质量 $m$ 。

在滑块上安装骑码 (矩形金属片) 以改变滑块质量  $m_1$ , 将滑块拉离平衡位置 18.00 cm 时, 测出相应的周期  $T$ , 根据式 (1) 得  $T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m_1 + \frac{4\pi^2}{k} m_0$  (2)

上式表明, 当弹簧倔强系数  $k$  一定时,  $T^2$  和  $m_1$  成线性关系,  $T^2-m_1$  图线为一条直线, 其斜率为  $\frac{4\pi^2}{k}$ , 其截距为  $\frac{4\pi^2}{k} m_0$ 。

取不同的  $m_1$  值 4 次: ① 滑块本身; ② 滑块加两个骑码; ③ 滑块加四个骑码; ④ 滑块加六个骑码, 分别测出相应的  $T$  并验证式 (2)。注意称量质量时需倒着称, 即先称量滑块加六个骑码的质量, 接着取下滑块上左右最外边的两个骑码, 再称量滑块加四个骑码的质量, 依此类推。



扫描全能王 创建



## 五. 注意事项

1. 由于弹簧的弹性限度很小, 绝不能用手随便拉弹簧, 否则弹簧超过弹性限度, 就不能恢复原状。
2. 注意实验数据有效数字应保留的位数 (其中原始数据按仪器显示来读数; 非原始数据应按有效数字的运算法则进行保留)。

## 六. 原始数据表格

### 1. 气垫导轨的水平调节

方向	$\Delta t_1$ (ms)	$\Delta t_2$ (ms)	$\frac{ \Delta t_1 - \Delta t_2 }{(\Delta t_1 + \Delta t_2)/2} (\%)$
从左→右	24.64	25.18	2.2
从右→左	25.89	26.23	1.3

$$\begin{array}{r} 0.54 \\ 24.91 \\ \hline 0.34 \\ 26.06 \end{array}$$

### 2. 弹簧振子简谐振动周期与振幅的关系

周期数 = 3, 振子  $m_1 = 211.98$  g, 两个弹簧  $m_s = 21.79$  g

时间 $t$ (s) / 振幅 $A$ (cm) / 测量次数	18.00	20.00	22.00	24.00
1	4.5931	4.5980	4.5970	4.5978
2	4.5953	4.5966	4.5976	4.5977
3	4.5968	4.5972	4.5974	4.5976
4	4.5961	4.5961	4.5966	4.5968
5				
6				
$\bar{t}$				
周期 $T$ (s)				
倔强系数 $k$ (N/m)				

### 3. 弹簧振子简谐振动周期与振子质量的关系

(设定振幅  $A = 20$  cm. 周期数 = 3)





# 廈門大學

## XIAMEN UNIVERSITY

ADD: FULFAN XIAMEN CABLE: 0633 P.C: 361005

	$m_1 (\times 10^{-3} \text{kg})$	时间 $t(\text{s})$	$\bar{t}(\text{s})$	周期 $T(\text{s})$	$T^2(\text{s}^2)$
滑块	211.98	4.5980 4.5966 4.5972 4.5961			
滑块+2个骑码	312.07	5.5479 5.5501 5.5507 5.5482			
滑块+4个骑码	412.14	6.3590 6.3592 6.3548 6.3589			
滑块+6个骑码	512.46	7.0740 7.0758 7.1730 7.0749			

8P 4.8 天平

### 七. 处理数据表格

#### 1. 气垫导轨的水平调节

方向	$\Delta t_1(\text{ms})$	$\Delta t_2(\text{ms})$	$\frac{ \Delta t_1 - \Delta t_2 }{(\Delta t_1 + \Delta t_2)/2} (\%)$
左→右	24.64	25.18	2.2
右→左	25.89	26.23	1.3

$$\text{从左} \rightarrow \text{右方向: } \frac{|\Delta t_1 - \Delta t_2|}{\frac{1}{2}(\Delta t_1 + \Delta t_2)} = \frac{|24.64 - 25.18|}{\frac{1}{2}(24.64 + 25.18)} \times 100\% \approx 2.2\%$$

$$\text{从右} \rightarrow \text{左方向: } \frac{|\Delta t_1 - \Delta t_2|}{\frac{1}{2}(\Delta t_1 + \Delta t_2)} = \frac{|25.89 - 26.23|}{\frac{1}{2}(25.89 + 26.23)} \times 100\% \approx 1.3\%$$

由于本实验中  $\Delta t_1$  与  $\Delta t_2$  无法计算理论值, 用上述方法测得的相对误差均小于 3% 即可以认为气垫已经调节至水平。

#### 2. 弹簧振子与简谐振动周期与振幅的关系

周期 = 3. 振子  $m_1 = 211.98 \text{g}$ , 两个弹簧  $m_s = 21.79 \text{g}$



扫描全能王 创建





# 廈門大學

## XIAMEN UNIVERSITY

ADD: FULFAN XIAMEN

CABLE: 0633 P.C: 361005

时间t (s) 测量次数	振幅A (cm)	18.00	20.00	22.00	24.00
1		4.5931	4.5980	4.5970	4.5978
2		4.5953	4.5966	4.5976	4.5977
3		4.5968	4.5972	4.5974	4.5976
4		4.5961	4.5961	4.5966	4.5968
$\bar{T}$		4.5953	4.5970	4.5972	4.5975
周期T (s)		1.5318	1.5323	1.5324	1.5325
倔强系数k (N/m)		3.6850	3.6826	3.6821	3.6816

以  $A = 18.00 \text{ cm}$  为例  $\bar{T} = \frac{4.5931 + 4.5953 + 4.5968 + 4.5961}{4} = 4.5953 \text{ s}$

$T = \frac{\bar{T}}{3} = \frac{4.5953}{3} = 1.5318 \text{ s}$   $m_s \ll m_1$  时,  $m_0 = \frac{m_s}{3} = \frac{21.79}{3} \text{ g} = 7.263 \text{ g}$

$m = m_0 + m_1 = (211.98 + 7.263) \text{ g} = 219.243 \text{ g} \approx 219.24 \text{ g}$

$A = 18.00 \text{ cm}$  时  $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \times 219.24 \times 10^{-3}}{(1.5318)^2} = 3.6850 \text{ N/m}$

$\bar{T} = \frac{1}{4}(T_1 + T_2 + T_3 + T_4) = \frac{1}{4}(1.5318 + 1.5323 + 1.5324 + 1.5325) = 1.5322 \text{ s}$

由  $E = \left| \frac{\text{测量值} - \text{理论值}}{\text{理论值}} \right| \times 100\%$

$E_{T_1} = \left| \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T}} \right| \times 100\% = \left| \frac{1.5318 - 1.5322}{1.5322} \right| \times 100\% \approx 0.026\%$

$E_{T_2} = \left| \frac{T_2 - \bar{T}}{\bar{T}} \right| \times 100\% = \left| \frac{1.5323 - 1.5322}{1.5322} \right| \times 100\% \approx 0.006\%$

$E_{T_3} = \left| \frac{T_3 - \bar{T}}{\bar{T}} \right| \times 100\% = \left| \frac{1.5324 - 1.5322}{1.5322} \right| \times 100\% \approx 0.013\%$

$E_{T_4} = \left| \frac{T_4 - \bar{T}}{\bar{T}} \right| \times 100\% = \left| \frac{1.5325 - 1.5322}{1.5322} \right| \times 100\% \approx 0.020\%$

以上, 不论  $A$  怎样变化,  $T$  的相对误差均非常小, 由此可知  $A$  与  $T$  并无任何关系

### 3. 弹簧振子简谐振动周期与振子质量的关系

设定振幅  $A = 20.00 \text{ cm}$  周期数 = 3



扫描全能王 创建



廈門大學  
XIAMEN UNIVERSITY

ADD: FULFAN XIAMEN

CABLE: 0633 P.C: 361005

	$m_i (\times 10^{-3} \text{kg})$	时间 $t$ (s)		$\bar{t}$ (s)	周期 $T$ (s)	$T^2$ (s <sup>2</sup> )
滑块	211.98	4.5980	4.5966	4.5970	1.5323	2.3479
滑块 + 2个砝码		4.5972	4.5961			
滑块 + 4个砝码	312.07	5.5479	5.5501	5.5492	1.8497	3.4214
		5.5507	5.5482			
滑块 + 6个砝码	412.14	6.3590	6.3592	6.3580	2.1193	4.4914
		6.3548	6.3588			
滑块 + 8个砝码	512.46	7.0740	7.0758	7.0994	2.3665	5.6003
		7.1730	7.0749			

$$\bar{t}_1 = \frac{1}{4}(4.5980 + 4.5966 + 4.5972 + 4.5961) = 4.5970(\text{s}) \quad T_1 = \frac{\bar{t}_1}{3} = 1.5323(\text{s}) \quad T_1^2 = 2.3479(\text{s}^2)$$

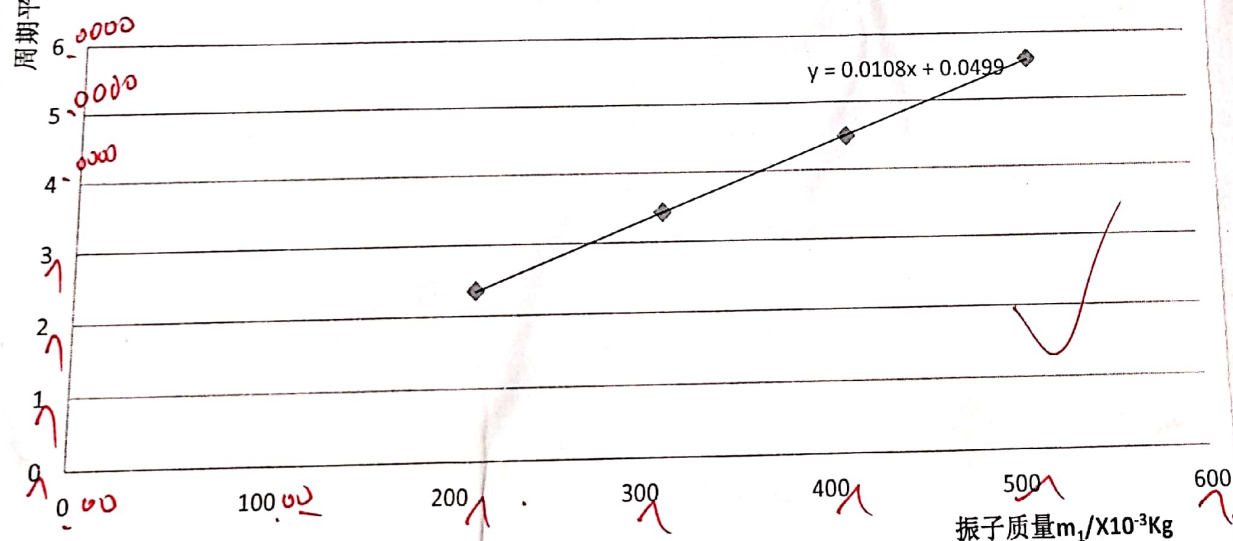
$$\bar{t}_2 = \frac{1}{4}(5.5479 + 5.5501 + 5.5507 + 5.5482) = 5.5492(\text{s}) \quad T_2 = \frac{\bar{t}_2}{3} = 1.8497(\text{s}) \quad T_2^2 = 3.4214(\text{s}^2)$$

$$\bar{t}_3 = \frac{1}{4}(6.3590 + 6.3592 + 6.3548 + 6.3588) = 6.3580(\text{s}) \quad T_3 = \frac{\bar{t}_3}{3} = 2.1193(\text{s}) \quad T_3^2 = 4.4914(\text{s}^2)$$

$$\bar{t}_4 = \frac{1}{4}(7.0740 + 7.0758 + 7.1730 + 7.0749) = 7.0994(\text{s}) \quad T_4 = \frac{\bar{t}_4}{3} = 2.3665(\text{s}) \quad T_4^2 = 5.6003(\text{s}^2)$$

弹簧振子简谐运动周期的平方与振子的质量的关系

图



通式  $T^2 = k \text{通式 } m_i + b \text{通式}$

(1) 判断  $k$  通式 的有效位数

$$\Delta T^2 = T_{\text{max}}^2 - T_{\text{min}}^2 = 5.6003 - 2.3479 = 3.2524(\text{s}^2)$$

$\therefore \Delta T^2$  共有 5 位有效位数



扫描全能王 创建





廈門大學  
XIAMEN UNIVERSITY

ADD: FULFAN XIAMEN

CABLE: 0633 P.C: 361005

$$\Delta m_1 = m_{1\max} - m_{1\min} = 512.46 - 211.98 = 300.48 \text{ (} \times 10^{-3} \text{ kg)}$$

$\therefore \Delta m_1$  有 5 位有效位数

$\therefore$  由  $k$  的定义式  $k = \frac{\Delta T^2}{\Delta m_1}$  及有效数字运算规则中的乘除法则, 得:  $k$  通式取 5 位有效位数

这时候斜率  $k_{\text{通式}} = 0.010800 \text{ (s}^2 / 10^{-3} \text{ kg)}$

(2) 又: 截距  $b$  与  $m_1$  为加减关系

由有效数字运算规则中的加减法则, 得,  $b_{\text{通式}}$  与  $m_1$  有相同的末位数量级

故截距  $b_{\text{通式}} = 0.0499 \text{ (s}^2) \approx 0.05 \text{ (s}^2)$

(3) 最后得到与具体实验相关的正确方程式为

$$T^2 = 0.010800 m_1 + 0.05$$

由拟合方程以及振子质量为坐标值的  $10^{-3}$  倍, 故有斜率  $k_1 = 10.800$  (截距  $b = 50.0$ )

由  $k_1 = \frac{4\pi^2}{k}$  得弹簧的劲度系数  $k = \frac{4\pi^2}{k_1} = 3.6517 \text{ N/m}$

$b = \frac{4\pi^2}{k} m_0$  得  $m_0 = \frac{bk}{4\pi^2} = \frac{b}{k_1} = 4.63 \text{ g}$

$$E_{m_0} = \frac{14.63 - 7.2631}{\frac{1}{2}(4.63 + 7.2631)} \times 100\% = \frac{12.6331}{5.933} \times 100\% = 44.3\% \approx 45\%$$

$$E_k = \frac{13.6517 - 3.68261}{\frac{1}{2}(3.6517 + 3.68261)} \times 100\% = \frac{10.03091}{3.66715} \times 100\% \approx 0.84\% \approx 0.9\%$$

误差分析

# 八. 思考题与实验总结

思考题: 1. 是 否

2. 有 因为挡片本身存在宽度, 通过光电门需要一定时间 影响较小

3. 保证滑块不会因为弹簧本身的因素而作其它运动

总结:

本次实验虽然进行较为顺利, 但仍然出现了一些问题, 弹簧质量相对误差过大可能是因为我没把笔放上去, 并且在测量时由于米尺精度有限, 无法精确控制好振幅, 影响实验结果。



扫描全能王 创建