



厦门大学《微积分 I-2》课程期末试卷

试卷类型：(理工类 A 卷) 考试日期 2018. 6. 20

一、(每小题 5 分，共 30 分) 计算下列各题：

1. 计算二重积分 $I = \iint_D \frac{1}{(x^2 + y^2)^2} dx dy$ ，其中 D 是直线 $y = x$ ，

$x = 2$ 以及上半圆周 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 所围成的区域.

得 分	
评阅人	

2. 计算曲线积分 $I = \oint_L x ds$ ，其中 L 是由直线 $y = x$ 与抛物线

$y = \frac{1}{2}x^2$ 所围区域的整个边界;

得 分	
评阅人	

3. 计算曲线积分 $I = \int_L (x^2 + 2xy)dx$, 其中 L 为上半椭圆

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($y \geq 0$) 从 $(a, 0)$ 到 $(-a, 0)$ 那一段弧.

得 分	
评阅人	

4. 计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} (xy - y + y^2 + z) dS$, 其中 Σ 为平面

$x + y + z = 1$ 在第一卦限中的部分.

得 分	
评阅人	

5. 求由 $z = x^2 + y^2$, $z = 0$, $y = x$, $y = x^2$ 所围立体的体积.

得 分	
评阅人	

6. 求 $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy dz$, 其中 Ω 为球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$.

得 分	
评阅人	

二、(本题 8 分) 利用 Green 公式计算曲线积分

$$I = \int_L [\cos(x + y^2) + 2y] dx + [2y \cos(x + y^2) + 3x] dy,$$

其中 L 为曲线 $y = \sin x$ 自 $x = \pi$ 到 $x = 0$ 的一段.

得 分	
评阅人	

三、(本题 8 分) 计算三重积分 $I = \iiint_{\Omega} \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \right) dx dy dz$,

其中 Ω 为椭球体 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$.

得 分	
评阅人	

四、(本题 8 分) 计算 $I = \iint_{\Sigma} [(x+y+z)^2 - 2xz] dS$, 其中 Σ 是球

面 $x^2 + y^2 + z^2 = x + z$.

得 分	
评阅人	

五、(本题 8 分) 设 $p > 0$, 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^p$ 的敛

散性, 并说明 p 为何值时, 该级数条件收敛? p 为何值时, 该级数绝对收敛?

得 分	
评阅人	

六、(本题 8 分) 利用 Gauss 公式计算曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} xz dy dz + 2zy dz dx + 3xy dx dy,$$

其中 Σ 为椭圆抛物面 $z = 1 - x^2 - \frac{y^2}{4}$ ($0 \leq z \leq 1$) 的上侧.

得 分	
评阅人	

七、(本题 10 分) 将函数 $f(x) = \text{sgn}(\cos x)$ 展开成傅里叶级数, 并

利用展开式求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ 的和, 其中 $\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0. \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

得 分	
评阅人	

八、(本题 10 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{n} x^n$ 的收敛域及和函数.

得 分	
评阅人	

九、(本题 10 分) 计算

$$I = \iint_{\Sigma} (y-z)dydz + (z-x)dzdx + (x-y)dxdy,$$

得 分	
评阅人	

其中 Σ 是上半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 2Rx$ ($z \geq 0$) 被柱面

$x^2 + y^2 = 2rx$ ($0 < r < R$) 所截的部分, 方向取上侧.