厦门大学《微积分 I-2》课程期末试卷

________学院________系________年级________专业

试卷类型:(理工类A卷)　　　　考试时间:2023.06.20

得　分	
评阅人	

一、选择题（每小题 4 分，共 16 分）

1. 函数 $f(x,y)=x^3-y^3+3x^2+3y^2-9x$ 的极小值点为（　　　　）。

（A） $(1,0)$；　（B） $(1,2)$；　（C） $(-3,0)$；　（D） $(-3,2)$。

2. 设 λ 为大于零的常数，关于级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{1}{n^{\lambda}}$ 的敛散性，下列说法正确的是（　　　　）。

（A）条件收敛；（B）绝对收敛；（C）发散；（D）需从 λ 的值来判定是条件收敛还是绝对收敛。

3. 设 L 为圆周 $x^2+y^2=1$，取顺时针方向，则 $\oint_L \dfrac{x\mathrm{d}y-y\mathrm{d}x}{x^2+y^2}=$（　　　　）。

（A） 0；　（B） 2π；　（C） -2π；　（D） π。

4. 设 Ω 是由平面 $x+y+z=1$ 与三个坐标面所围成的闭区域，则 $\iiint_{\Omega}(x+y+z)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=$（　　）。

（A） $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^1(x+y+z)\mathrm{d}z$；　（B） $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{1-x-y}(x+y+z)\mathrm{d}z$；

（C） $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{1-x}\mathrm{d}y\int_0^{1-x-y}1\mathrm{d}z$；　（D） $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{1-x}\mathrm{d}y\int_0^{1-x-y}(x+y+z)\mathrm{d}z$。

二、填空题：（每小题 4 分，共 20 分）

得　分	
评阅人	

1. 设 D 是顶点分别为 $(0,0)$、$(\pi,0)$ 和 (π,π) 的三角形闭区域，则二重积分 $\iint_D\cos(y-x)\,\mathrm{d}\sigma=$____________。

2. 函数 $z=x\mathrm{e}^y$ 在点 $(1,0)$ 处沿着从点 $(1,0)$ 到点 $(0,1)$ 的方向的方向导数为____________。

3. 设 Σ 是平面 $3x+3y+2z=3$ 在第一卦限的部分的下侧，则 $\iint_{\Sigma}x\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$____________。

4. 设 L 为圆周 $(x-1)^2+y^2=1$，则对弧长的曲线积分 $\oint_L(x+y)\mathrm{d}s=$____________。

5. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{(1-x)^2}$ 展开成 x 的幂级数为____________，其收敛域为________。

得　分	
评阅人	

三、（本题 10 分） 计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} z(x^2+y^2+z^2)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Ω 是由锥面 $z^2=x^2+y^2$ 与上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 所围成的有界闭区域。

得　分	
评阅人	

四、（每小题 7 分，共 14 分） 判别下列级数的敛散性：

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\sin^2\dfrac{1}{n}$；

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(1-\dfrac{1}{n})^{n^2}$ 。

得　分	
评阅人	

五、（本题 10 分） 设 L 为从点 $A(0,0)$ 到点 $B(2,0)$、再从点 $B(2,0)$ 到点 $C(1,1)$ 的那一段有向折线 ABC，计算对坐标的曲线积分：

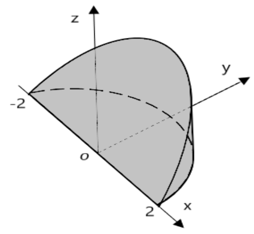
$$I=\int_L (x^2-y+\mathrm{e}^x\sin^2 x)\,\mathrm{d}x+(x-\mathrm{e}^y\sin^2 y)\,\mathrm{d}y。$$

得　分	
评阅人	

六、（本题 10 分） 计算对面积的曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}\frac{1}{z}\,\mathrm{d}S$，其中 Σ 为上半球面 $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$ 在 $\frac{1}{2}\le z\le 1$ 的部分。

七、（**本题 10 分**）设Ω是圆柱体$x^2+y^2\le 4$位于平面$z=0$上方及平面$z=y$下方的那一部分立体，Σ为Ω的整个边界曲面的外侧。计算对坐标的曲面积分$\oiint\limits_{\Sigma} x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$。

得　分	
评阅人	



八、（**本题 10 分**）求幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$的和函数。

得　分	
评阅人	