厦门大学《微积分 I-2》课程期中试卷

_________学院_________系_________年级_________专业

试卷类型：（理工类 A 卷）考试时间：2023 年 4 月 16 日

得　分	
评阅人	

一、选择题：（每小题 4 分，共 20 分）

1. 欧拉方程 $x^3y'''+3x^2y''-2xy'+2y=x^2$ 的阶数是（　　　　）。

（A）1；　（B）2；　（C）3；　（D）4。

2. 以点 $A(1,1,1)$、$B(3,2,0)$、$C(2,0,3)$、$D(2,3,2)$ 为顶点的四面体 $ABCD$ 的体积为（　　　　）。

（A）2；　（B）4；　（C）6；　（D）12。

3. $f(x,y)=\begin{cases}1 & y\geq 0\\ 0 & y<0\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处（　　　　）。

（A）连续；　（B）$f_x(0,0)$ 存在；　（C）$f_y(0,0)$ 存在；　（D）可微。

4. $z=f(x,y)$ 的偏导数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 在点 (x,y) 存在且连续是 $f(x,y)$ 在该点可微的（　　　　）。

（A）必要非充分条件；　（B）充分非必要条件；　（C）充要条件；　（D）两者无关。

5. 下列平面中，与椭球面 $3x^2+y^2+z^2=16$ 在点 $(-1,-2,3)$ 的切平面平行是（　　　　）。

（A）$x-3y+z=1$；　（B）$x+z=1$；　（C）$3x-2y+3z=1$；　（D）$3x+2y-3z=1$。

二、填空题：（每小题 4 分，共 20 分）

得　分	
评阅人	

1. 点 $(1,2,1)$ 到平面 $x+2y+2z=10$ 的距离为__________________。

2. 设二元函数 $z=x^y$，则 $\mathrm{d}z\big|_{(\mathrm{e},1)}=$________________________。

3. 已知 $y=x^k(x+1)\,\mathrm{e}^{3x}$ 是微分方程 $y''-6y'+9y=(6x+2)\mathrm{e}^{3x}$ 的一个特解，其中 k 为常数，则 $k=$____________________。

4. 曲线 $\begin{cases}x^2+y^2=2x\\ z=\sqrt{4-x^2-y^2}\end{cases}$ 在点 $(1,1,\sqrt{2})$ 的切线的对称式方程为________________________。

5. 由旋转抛物面 $z=x^2+y^2$ 和平面 $x+y+z=1$ 所围成的空间有界区域在 xoy 坐标面上的投影为 $\{(x,y,z)\in\mathrm{R}^3\mid$ ______________________________________ $\}$。

三、（**每小题 8 分，共 24 分**）求解下列微分方程：

得　分	
评阅人	

1. 求微分方程$(x^2+y^2)\mathrm{d}x-xy\mathrm{d}y=0$的通解；

2. 求满足初始条件$y(0)=y'(0)=1$的微分方程$yy''+y'^2-2yy'=0$的特解；

3. 求微分方程$y''+4y=3\cos x$的通解。

四、（本题 9 分） 求过点 $(-1,0,6)$，且平行于平面 $3x-2y+z=8$，又与直线 $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{2}$ 相交的直线的方程。

得　分	
评阅人	

五、（本题 9 分） 验证 $u(x,t)=\varphi(x+at)+\psi(x-at)$ 为一维波动方程 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}-a^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$ 的解，其中 a 为常数，φ 和 ψ 具有连续的二阶导数。

得　分	
评阅人	

得　分	
评阅人	

六、（本题 9 分） 设方程 $\mathrm{e}^z - xyz = 0$ 确定了二元函数 $z = z(x, y)$，试求二阶偏导数 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 在点 $(-1, \dfrac{1}{\mathrm{e}})$ 处的值。

得　分	
评阅人	

七、（本题 9 分） 设定义域为 $D = \{(u, v) \in \mathrm{R}^2 \mid u > 0\}$ 的二元函数 $f(u, v)$ 有连续的偏导数且 $f_u(1,0) = f_v(1,0) = 1$，又 $u = u(x, y)$ 和 $v = v(x, y)$ 由方程组 $\begin{cases} x = uv \\ y = u^2 - v^2 \end{cases}$ 所确定，求 $z = f(u(x, y), v(x, y))$ 的偏导数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}\Big|_{(0,1)}$。