

用直接抽样和舍选法抽样

[算法及公式]:

1: 直接抽样

先将所给的数据归一化为几率,即 $P_i = \frac{\sigma_i}{\sum_i \sigma_i}$.

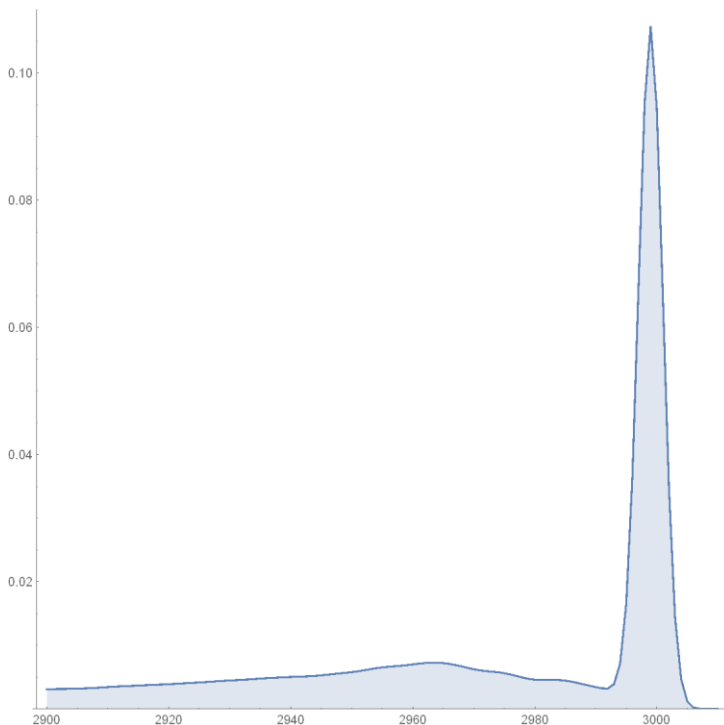
产生[0,1]之间的随机数 ξ , 当随机数 ξ 满足下式

$\sum_{i=1}^{n-1} P_i < \xi < \sum_{i=1}^n P_i$, 物理量 x 取值为 x_n .

本题中, x 可取 111 个值。故可设一个计数数组 `cy[111]`, 产生 N 个随机数, 每个随机数产生一个对应的 x_n , 便将 `cy[n]` 加一。由此便可得到一个直接抽样法的数组, 然后再将数组归一化, 即 $\text{cy}[n] = \frac{\text{cy}[n]}{N}$. 与原分布比较。

2: 舍选法抽样

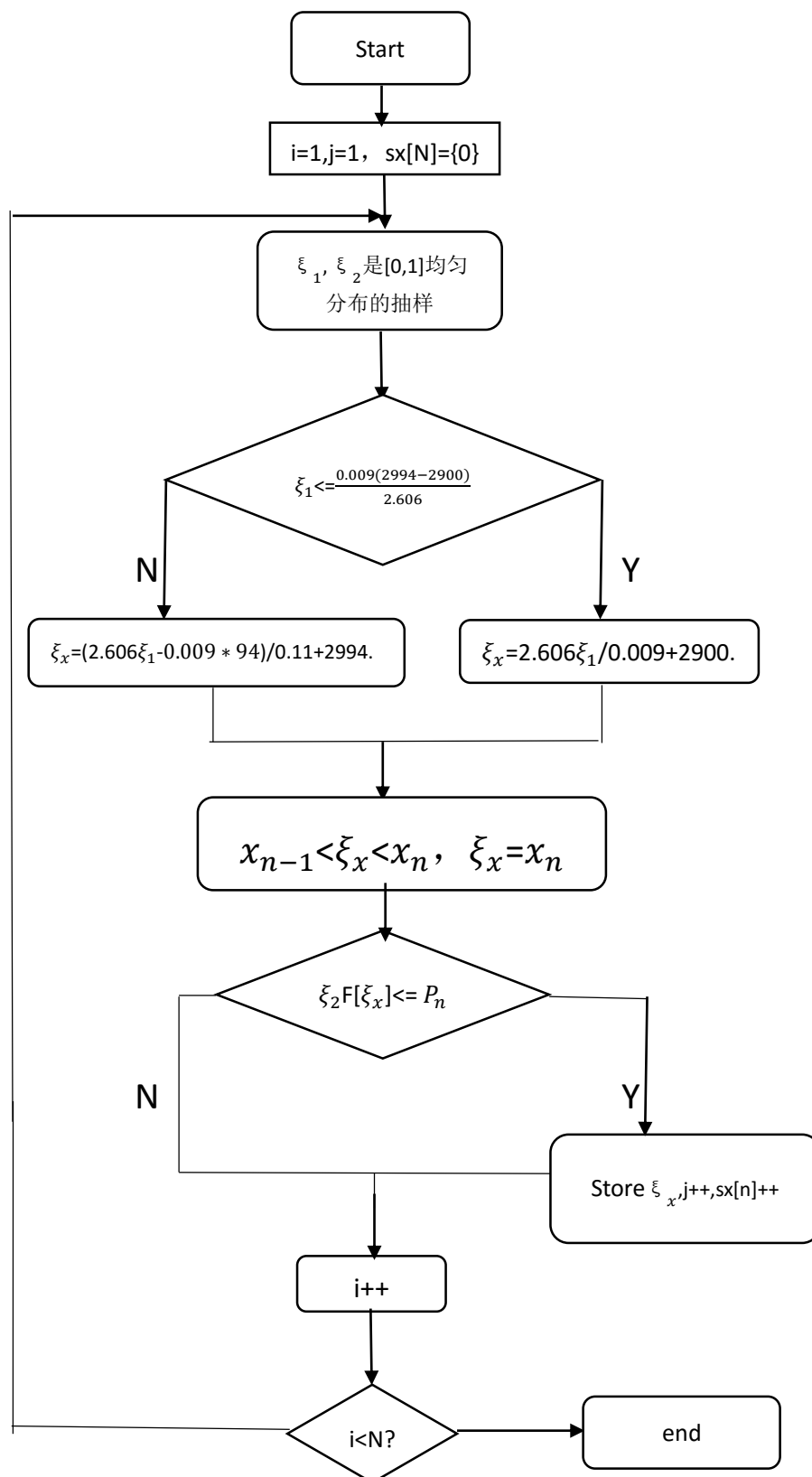
先自设 $F[x]$



根据分布图形, 可用分段阶梯函数, 将函数分成两个部分

$$F[x]=\begin{cases} 0.009, & x \in [2900, 2994] \\ 0.11, & x \in [2994, 3010] \end{cases}$$

根据舍选抽样， ξ_1, ξ_2 是[0,1]间的随机数组，



$$\xi_1 = \frac{\int_{2900}^{\xi_x} F[x]dx}{\int_{2900}^{3010} F[x]dx},$$

$$\int_{2900}^{3010} F[x]dx = \int_{2900}^{2994} 0.009dx + \int_{2994}^{3010} 0.11dx = 2.606,$$

当 $\xi_x \leq 2994$ 时,

$$\xi_1 = \frac{\int_{2900}^{\xi_x} F[x]dx}{\int_{2900}^{3010} F[x]dx} = \frac{0.009(\xi_x - 2900)}{2.606} \leq \frac{0.009(2994 - 2900)}{2.606}$$

$$\xi_x = 2.606\xi_1 / 0.009 + 2900.$$

当 $\xi_x > 2994$ 时,

$$\xi_1 = \frac{\int_{2900}^{\xi_x} F[x]dx}{\int_{2900}^{3010} F[x]dx} = \frac{0.009 * 94 + 0.11(\xi_x - 2994)}{2.606}$$

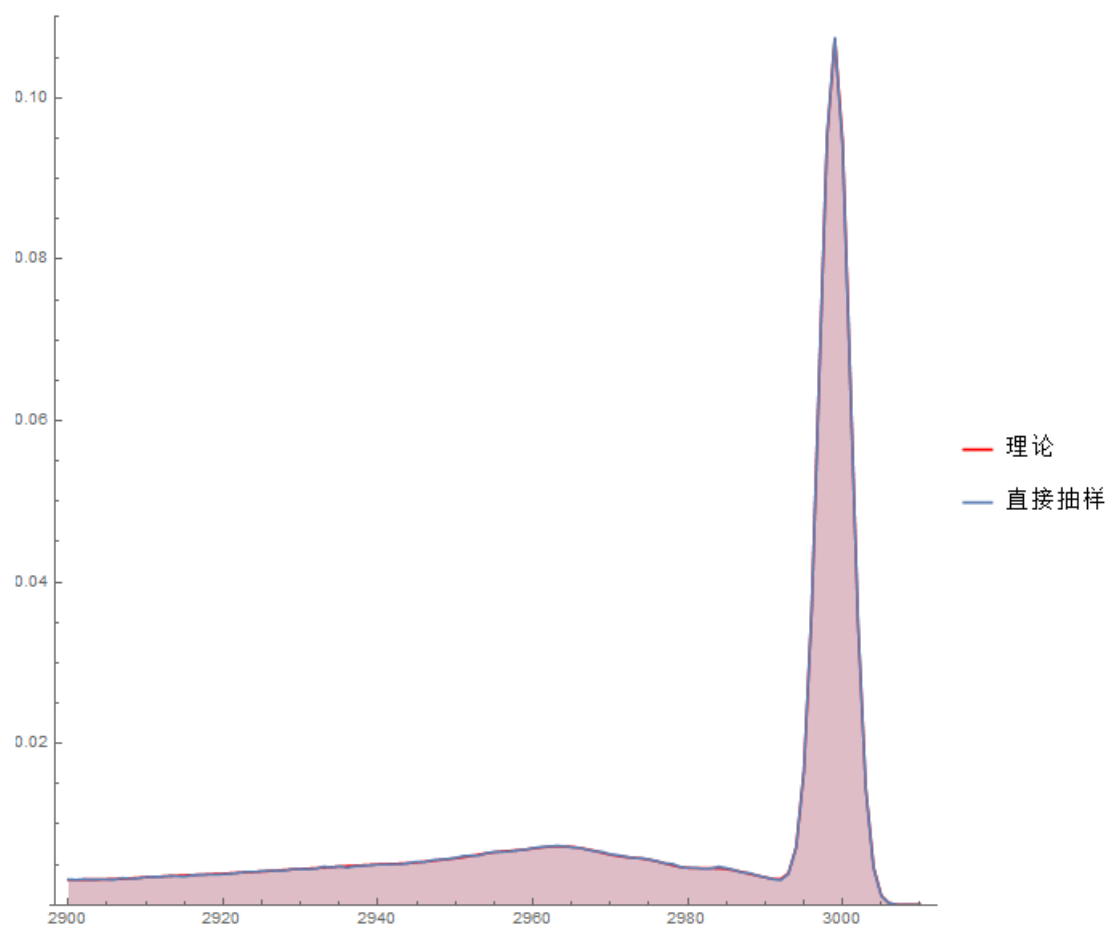
$$\xi_x = (2.606\xi_1 - 0.009 * 94) / 0.11 + 2994.$$

当 $x_{n-1} < \xi_x < x_n$, $\xi_x = x_n$, 如果 $\xi_2 F[\xi_x] \leq P_n$, 则取 ξ_x .

同时将统计计数数组 $\mathbf{sx}[n]$ 加一。由此便可得到一个舍选抽样法的数组, 然后再将数组归一化, 与 $P[x]$ 比较。

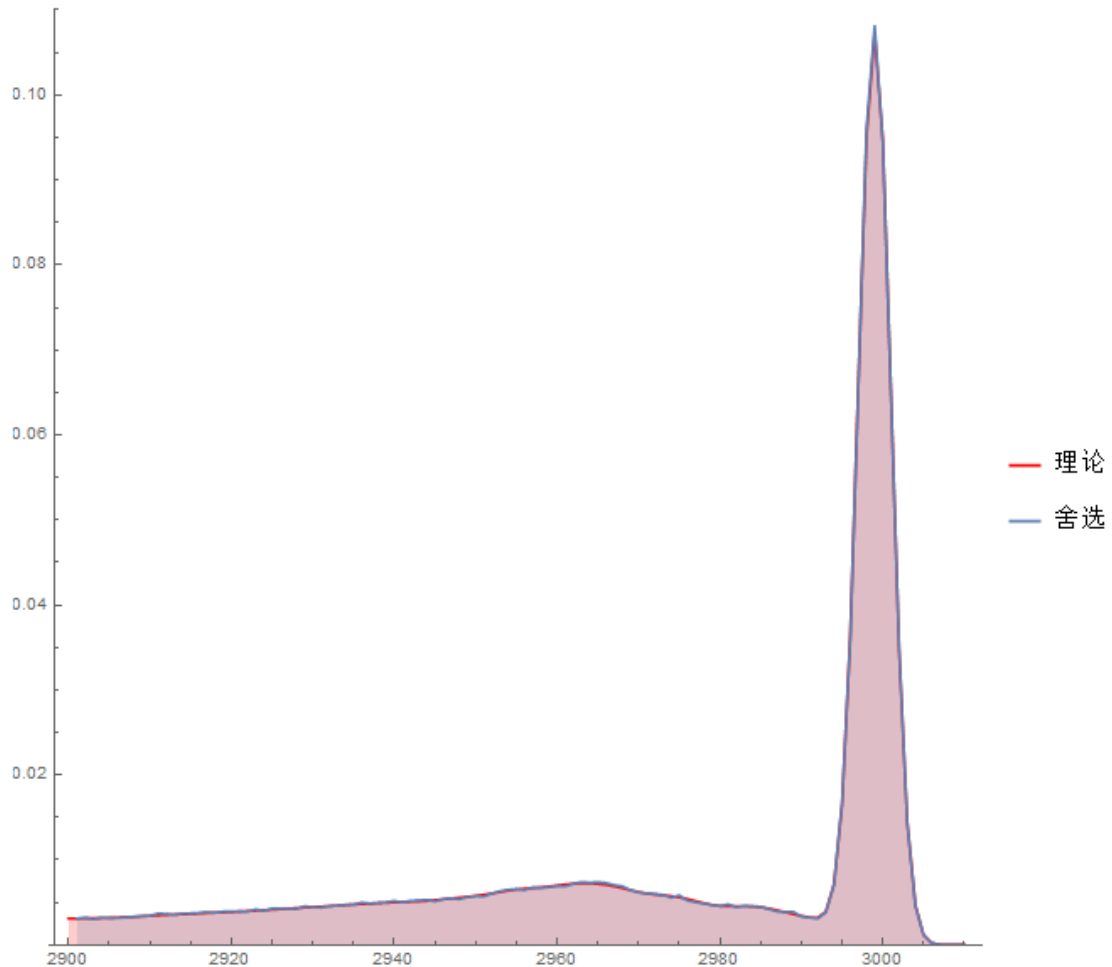
[结果与讨论]:

1: 直接抽样



上图 N 取 100W，共 110 个区间，每个区间平均落入接近 10000 的随机数，所以得到的曲线与原曲线基本一致。

2: 舍选抽样



N 同样取 100W，但由于舍选法抽样效率较低，实际取的点数比 100W 少，得到的曲线不如直接抽样法光滑。

[讨论]:

1: 两种抽样方法的比较。

在分布已知的情况下，用直接抽样法更为简单且效率更高，而使用舍选法，由于曲线不规则，用阶梯函数法舍选时，若区间分得过多则过于麻烦，区间分的较少则抽样效率低，本题中，舍选法抽样效率为 38.3%，较为低下。故在分布已知的离散型变量分布，应采用直接抽样法。

2: 舍选法抽样效率讨论。

本题分为两个区间，整体抽样效率为 **38.3%**，较为低下，如果划分更多的区间，必然能提高抽样效率，但是更为麻烦