验证中心极限定理

[算法及公式]:

自设几种已知的分布 p(x)，μ,σ均已知。

由 ξ (x) = $\frac{\int_a^x p(t)dt}{\int_a^b p(x)dx}$, 可反解出 x(ξ)。

步骤如下：

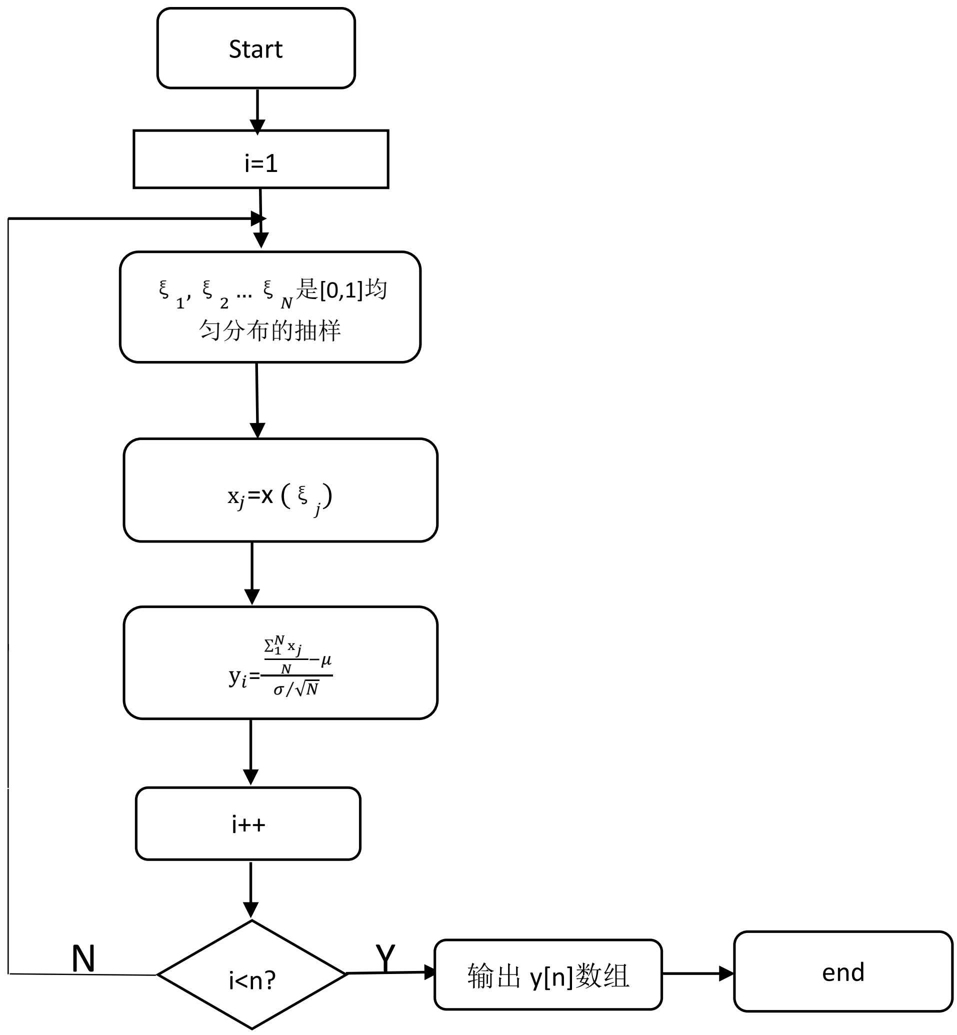
1：抽样 N 个 x

2：计算y_i=$\frac{\frac{\sum_1^N x_j}{N}-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$

3：重复 1,2 n 次，实验中取 n=100000；

4：得到 y 的分布，将数据输出做直方图

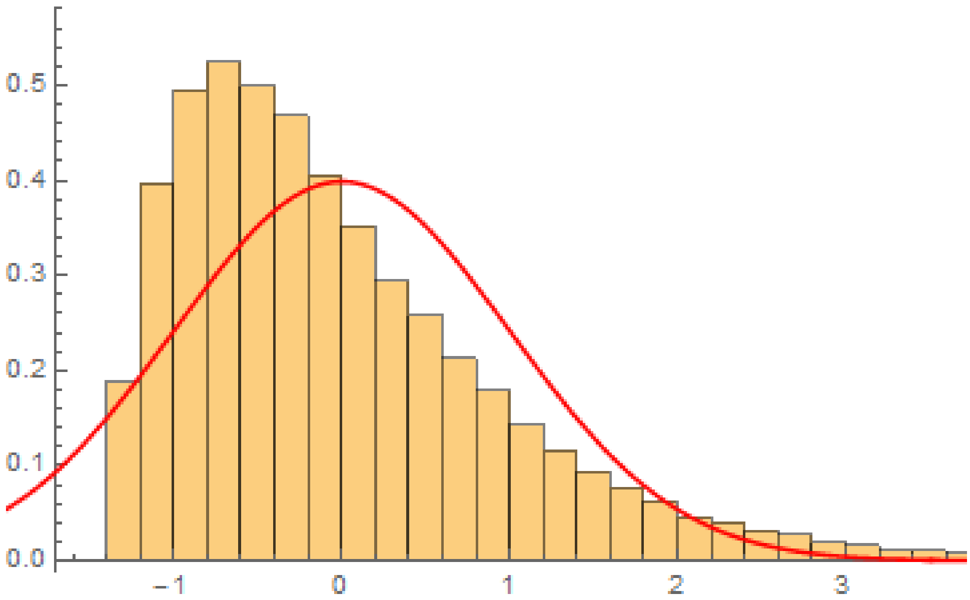
流程图如下：



[结果与讨论]：

1： P(x)=e^{-x},x=ln($\frac{1}{\xi}$),x∈[0, ∞].$\mu = 1, \sigma = 1$

(1)N=2 时，



红色线为标准正态分布。

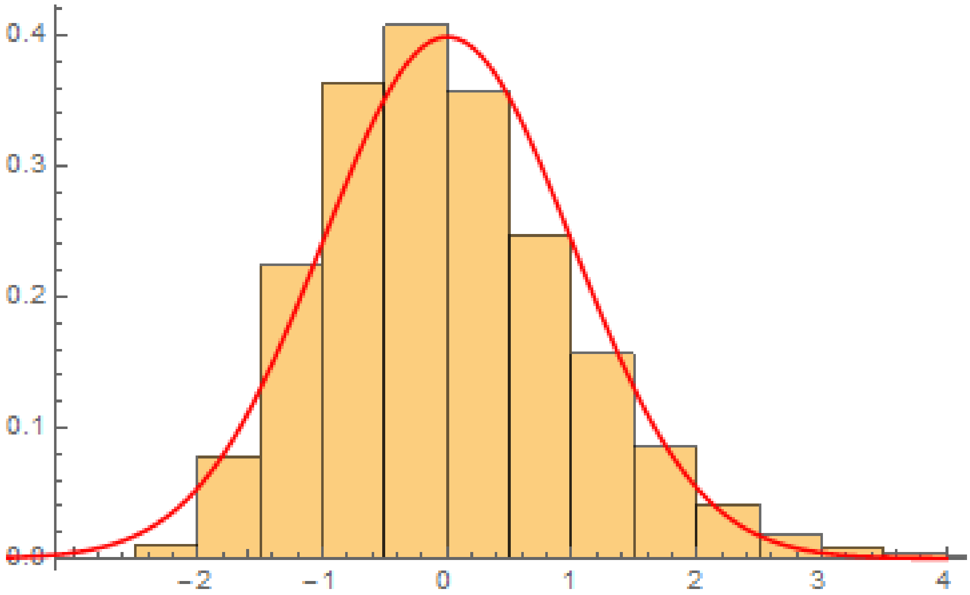
由上图可见，当 N=2 时，$y = \frac{\langle x\rangle-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$的分布与正态分布相差很远。

(2)N=5 时，

红色线为标准正态分布。

由上图可见，当 N=5 时，$y=\frac{<x>-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$的分布虽然与正态分布相差较远，但相较于 N=2 时，分布更接近正态分布。

(3)N=10 时，



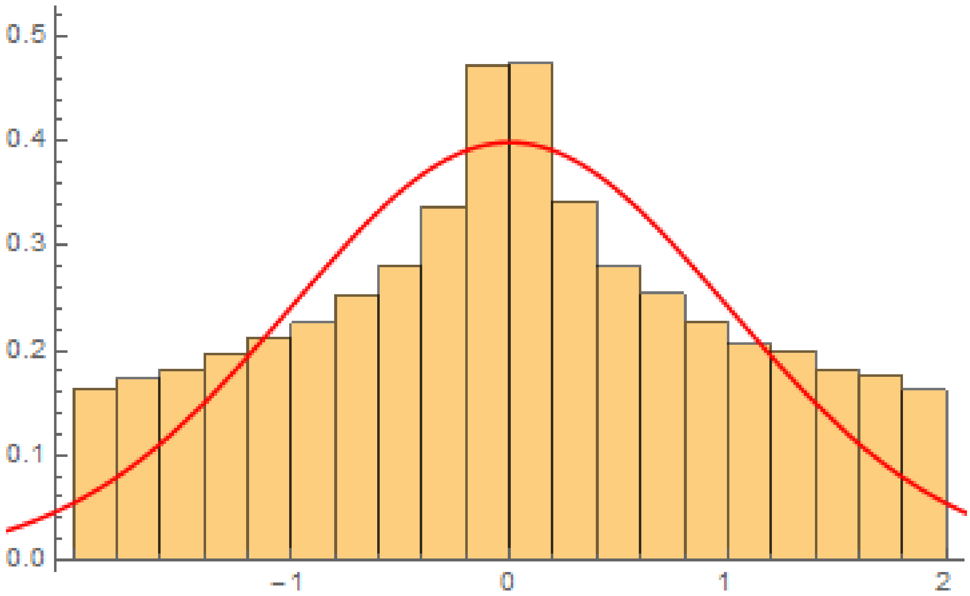
红色线为标准正态分布。

由上图可见，当 N=10 时，$y=\frac{<x>-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$的分布已经与正态分布较为接近了。

根据中心极限定理，当 N->∞时，$y=\frac{<x>-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$的分布会趋于标准正态分布，而实验中随着 N 的增大，分布确实趋于标准正态分布。

2：p(x)=$\frac{1}{\pi(1+x^2)}$,x= $\sin[\pi(\xi-\frac{1}{2})]$,x∊[-1,1], $\mu=0,\sigma=\sqrt{\frac{1}{2}}$.

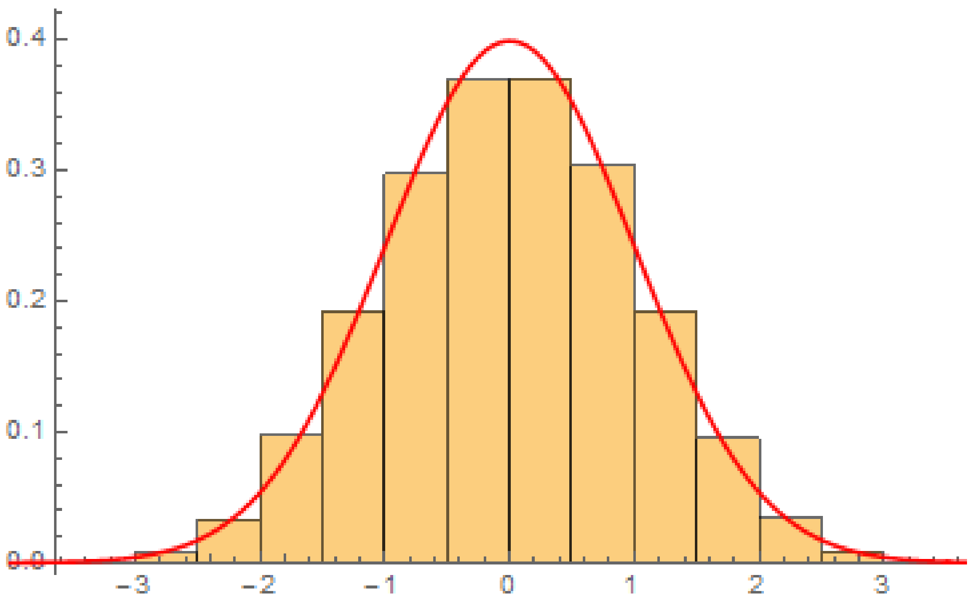
(1):N=2



红色线为标准正态分布。

由上图可见，当 N=2 时，$y=\frac{<x>-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$的分布与正态分布相差很远。

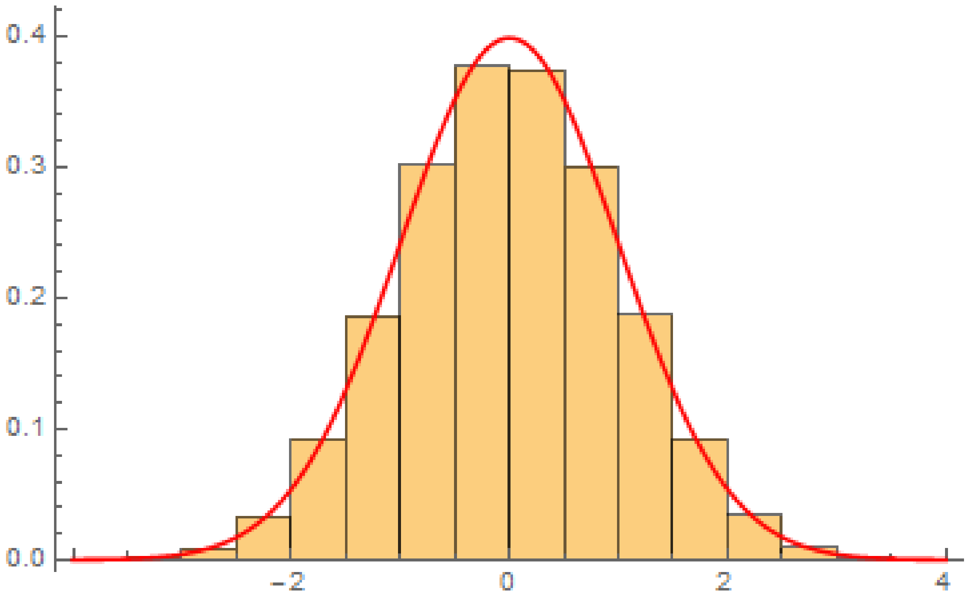
(2)：N=5



红色线为标准正态分布。

由上图可见，当 N=5 时，$y=\frac{<x>-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$的分布已经很接近标准正态分布了。

(3)：N=10

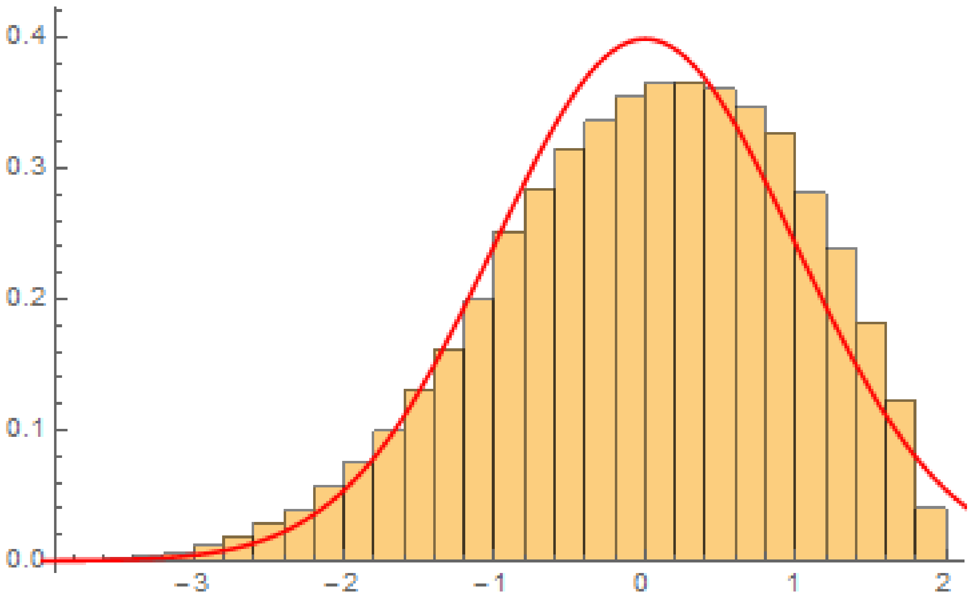


红色线为标准正态分布。

当 N=10 时，$y=\frac{<x>-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$的分布十分接近标准正态分布。

3： p(x)=2x,x=$\sqrt{\xi}$,x∈[0,1], $\mu=\frac{2}{3},\sigma=\sqrt{\frac{1}{18}}$.

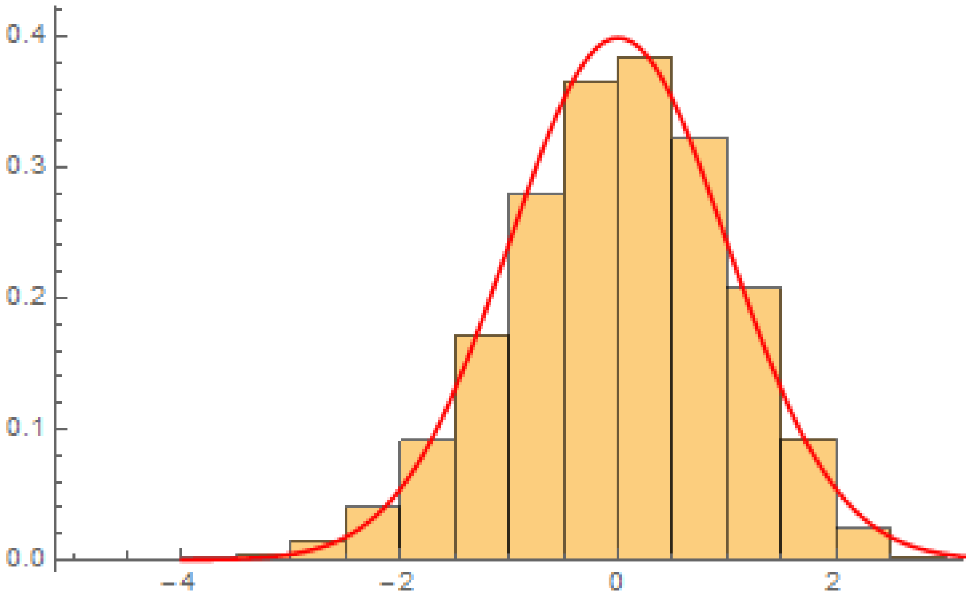
(1):N=2



红色线为标准正态分布。

由图可见，当 N=2 时，$y=\frac{<x>-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$的分布偏离标准正态分布较多。

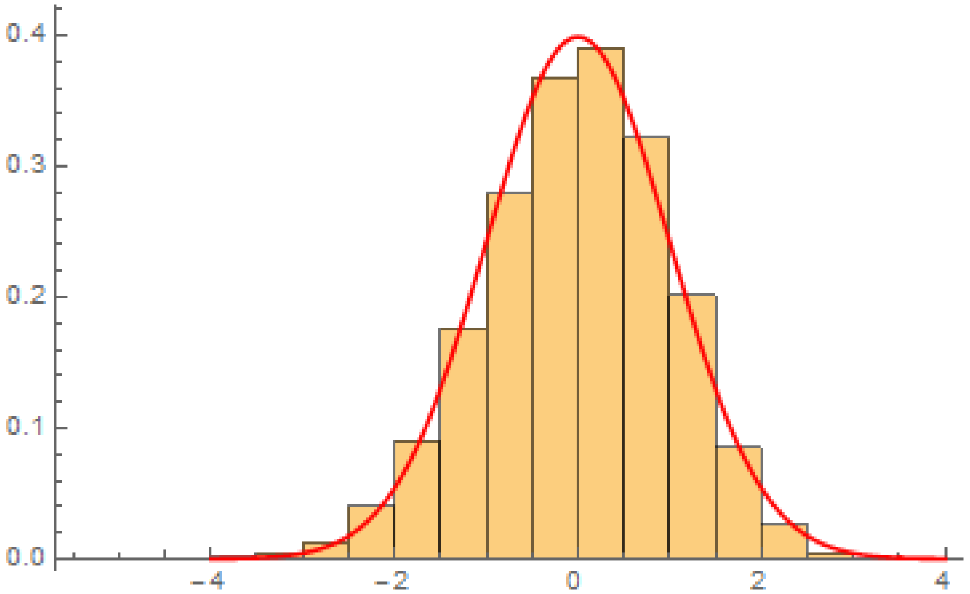
(2):N=5



红色线为标准正态分布。

由图可见，当 N=5 时，$y=\frac{<x>-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$的分布已经很接近标准正态分布了

(3):N=10



红色线为标准正态分布。

由图可见，当 N=10 时，$y=\frac{<x>-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$的分布更接近标准正态分布了。

[综合讨论]:对于不同的分布，趋于标准正态分布的速度不一

样，但只要 N 足够大，它们总是会趋于标准正态分布，由实验的结果来看，中心极限定理是正确的。