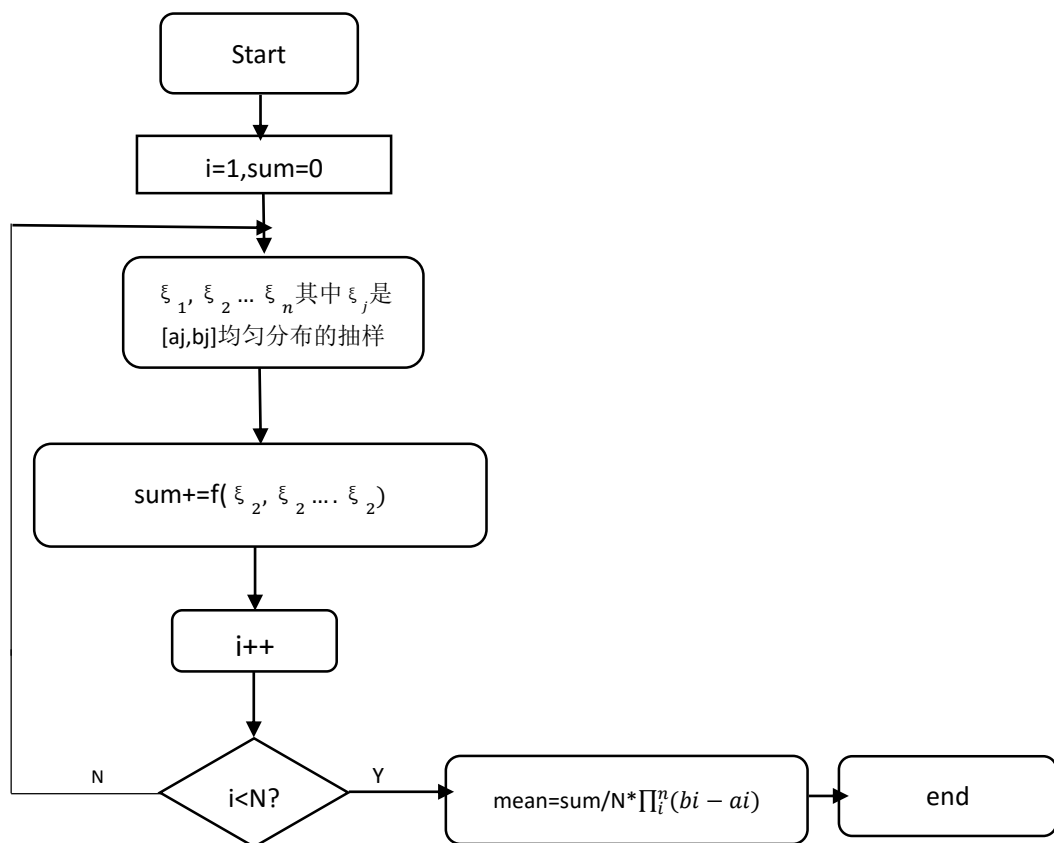


用 Monte Carlo 方法计算定积分

[算法及公式]:

用平均值法计算定积分

被积函数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 有 n 个自变量, 且 $x_1 \in [a_1, b_1], x_2 \in [a_2, b_2] \dots x_n \in [a_n, b_n]$.



则 mean 即为用 Monte Carlo 计算的积分值。

[结果及讨论]:

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x},$$

$$g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 6 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 - x_5^2$$

(1) $N=500$ 时,

```
"D:\学习\大三上\Computational Physics\homework\第一次作业\第七次作业报告.exe"
当N=500时, 第一个积分10次计算值为:
Monte Carlo 积分值为1.060587
Monte Carlo 积分值为1.026388
Monte Carlo 积分值为1.039034
Monte Carlo 积分值为1.047081
Monte Carlo 积分值为1.044175
Monte Carlo 积分值为1.036769
Monte Carlo 积分值为1.049999
Monte Carlo 积分值为1.034750
Monte Carlo 积分值为1.039059
Monte Carlo 积分值为1.044081
当N=500时, 第二个积分10次计算值为:
Monte Carlo 积分值为2.564243
Monte Carlo 积分值为2.574935
Monte Carlo 积分值为2.556836
Monte Carlo 积分值为2.568650
Monte Carlo 积分值为2.565114
Monte Carlo 积分值为2.579025
Monte Carlo 积分值为2.541581
Monte Carlo 积分值为2.569541
Monte Carlo 积分值为2.555961
Monte Carlo 积分值为2.557721
搜狗拼音输入法 全 :
22 for (i=1;i<=N;i++) //用Schrage方法产生随机数...
```

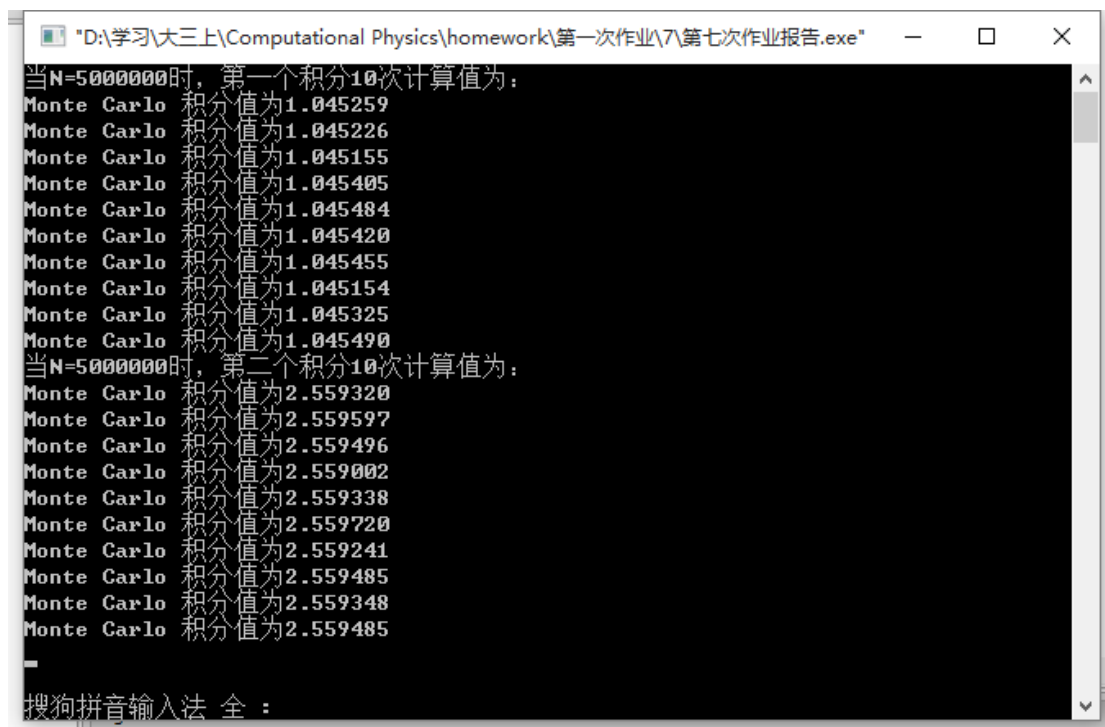
由计算结果看, 10 次的运算结果小数点后第一位均没有变, 所以可靠数字有 2 位, 有效数字为 3 位。

(2) $N=50000$ 时,

```
"D:\学习\大三上\Computational Physics\homework\第一次作业\第七次作业报告.exe"
当N=50000时, 第一个积分10次计算值为:
Monte Carlo 积分值为1.045764
Monte Carlo 积分值为1.046144
Monte Carlo 积分值为1.045329
Monte Carlo 积分值为1.045805
Monte Carlo 积分值为1.047396
Monte Carlo 积分值为1.046873
Monte Carlo 积分值为1.045593
Monte Carlo 积分值为1.045944
Monte Carlo 积分值为1.044662
Monte Carlo 积分值为1.043123
当N=50000时, 第二个积分10次计算值为:
Monte Carlo 积分值为2.557945
Monte Carlo 积分值为2.560980
Monte Carlo 积分值为2.559417
Monte Carlo 积分值为2.558478
Monte Carlo 积分值为2.560607
Monte Carlo 积分值为2.557217
Monte Carlo 积分值为2.557681
Monte Carlo 积分值为2.559152
Monte Carlo 积分值为2.559765
Monte Carlo 积分值为2.558175
搜狗拼音输入法 全 :
```

可靠数字有 3 位, 有效数字为 4 位

(3) $N=5000000$ 时,



```
"D:\学习\大三上\Computational Physics\homework\第一次作业\第七次作业报告.exe"
当N=5000000时, 第一个积分10次计算值为:
Monte Carlo 积分值为1.045259
Monte Carlo 积分值为1.045226
Monte Carlo 积分值为1.045155
Monte Carlo 积分值为1.045405
Monte Carlo 积分值为1.045484
Monte Carlo 积分值为1.045420
Monte Carlo 积分值为1.045455
Monte Carlo 积分值为1.045154
Monte Carlo 积分值为1.045325
Monte Carlo 积分值为1.045490
当N=5000000时, 第二个积分10次计算值为:
Monte Carlo 积分值为2.559320
Monte Carlo 积分值为2.559597
Monte Carlo 积分值为2.559496
Monte Carlo 积分值为2.559002
Monte Carlo 积分值为2.559338
Monte Carlo 积分值为2.559720
Monte Carlo 积分值为2.559241
Monte Carlo 积分值为2.559485
Monte Carlo 积分值为2.559348
Monte Carlo 积分值为2.559485
-
搜狗拼音输入法 全:
```

可靠数字有 4 位, 有效数字为 5 位。

由不同的 N 可看出, σ_f 与 $\frac{1}{\sqrt{N}}$ 成正比, N 增大 100 倍, 精度提高一位。

Monte Carlo 方法对计算单变量积分并不占优势, 但对于多变量积分, 它的收敛速度跟单变量积分一样, 是其他多变量积分数值计算方法无法比拟的。