

2021 级 光电本、物理本、计算本、电气本、信管本、能源本、交通本、船舶本、物流本、机械本、软工本、通信本、电气合、机械合、电信本、信息本、新能本、化工本、土木本、应物本、网络本、车辆本 专业

本科 卷 A 课程名称 高等数学 A2

课程号 (212018132, 212018172, 212018102, 212018182) 考试形式 (闭卷笔试) 时间 (120 分钟)

题 目	一	二	三	总 分	统分人
得 分					

得分	评卷人

一、填空题 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。

- 函数 $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ 在点 $(1, 1)$ 处的梯度是_____。
- 光滑曲线 L 的方程为 $x^2 + y^2 = 9$, 则 $\oint_L 3z \, ds =$ _____。
- 函数 $z = \sin^2 x + e^{xy}$ 的全微分是_____。
- 改换 $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$ 的积分顺序_____。
- 过点 $(2, 1, 0)$ 且法向量为 $(1, 2, 3)$ 的平面方程为_____。
- 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1) \cdot 4^n}$ 的收敛半径是_____。

得分	评卷人

二、选择题 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。

选择题答案填写处:

题号	1	2	3	4	5	6
答案						

- 与直线 $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ 垂直的平面是 ()。

(A) $4x + y - z + 6 = 0$; (B) $4x - 2y + 6z + 7 = 0$;
(C) $x + 5y + z + 2 = 0$; (D) $5x - 2y + z - 9 = 0$ 。
- 设曲面 Σ 是上半球面 $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$, 曲面 Σ_1 是曲面 Σ 在第一卦限中的部分, 则有 ()。

(A) $\iint_{\Sigma} x \, dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x \, dS$; (B) $\iint_{\Sigma} y \, dS = 4 \iint_{\Sigma_1} y \, dS$;
(C) $\iint_{\Sigma} z \, dS = 4 \iint_{\Sigma_1} z \, dS$; (D) $\iint_{\Sigma} xy \, dS = 4 \iint_{\Sigma_1} xy \, dS$ 。
- 下列级数绝对收敛的是 ()。

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{3^{n-1}}$; (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$; (C) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$; (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\ln(n+1)}$ 。
- 函数 $z = f(x, y)$ 的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 在点 (x, y) 连续是函数在该点可微分的 ()。

(A) 充分不必要条件; (B) 充分必要条件;
(C) 必要不充分条件; (D) 既非充分又非必要条件。
- 曲线 $x = t - 2, y = (t + 1)^2, z = t^3$ 在点 $(-1, 4, 1)$ 处的单位切向量是 ()。

(A) $(1, 4, 3)$; (B) $(1, 2, 0)$; (C) $(\frac{1}{\sqrt{26}}, \frac{4}{\sqrt{26}}, \frac{3}{\sqrt{26}})$; (D) $(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0)$ 。
- 函数 $z = \ln(x^2 + y)$ 在点 $P(1, 0)$ 处沿从点 P 到点 $(2, -2)$ 方向的方向导数是 ()。

(A) $\frac{2}{\sqrt{5}}$; (B) 0 ; (C) $\frac{-1}{\sqrt{5}}$; (D) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ 。



A2

得分	评卷人

三、解答题 本题共 8 小题, 每小题 8 分, 满分 64 分。

1、(8 分) 设 $\sin y + e^x - xy^2 = 0$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

3、(8 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^{n+3}$ 的和函数 $S(x)$ 。

2、(8 分) 计算 $I = \oint_L (x-2y)dx + (x+y^2)dy$, 其中 L 是抛物线 $y = x^2$, $x = 2$ 及 $y = 0$ 围成区域的正向边界。

4、(8 分) 求曲面 $z^2 = 3(x^2 + y^2) - 1$ 在点 $(1, 1, 2)$ 处的切平面和法线方程。



A2

5、(8分) 求函数 $f(x,y) = x^2 + y^2 - 6x^2 + 12y + 1$ 的极值。

7、(8分) 计算 $\oint_{\Sigma} xdydz + ydzdx + zdxdy$ ，其中 Σ 是界于 $z = 0$ 和 $z = 5$ 之间的圆柱体 $x^2 + y^2 \leq 16$ 的整个表面的外侧。

6、(8分) 计算 $\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2) dS$ ，其中 Σ 是曲面 $z^2 = 4(x^2 + y^2)$ 被平面 $z = 0$ 和 $z = 4$ 所截的部分。

8、(8分) 验证： $(3x^2y + 8xy^2)dx + (x^3 + 8x^2y + 12y^2)dy$ 在整个平面内是某个二元函数的全微分，并求出一个这样的函数。

