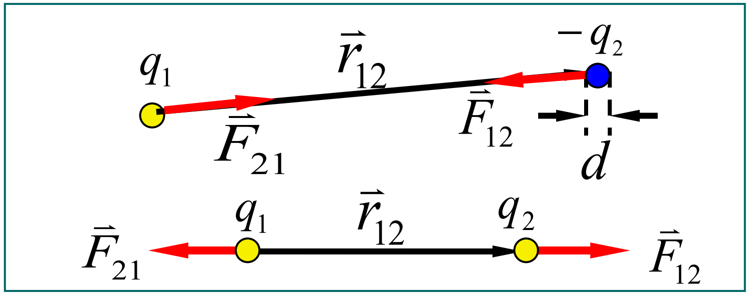
电磁学总复习

静电场小结

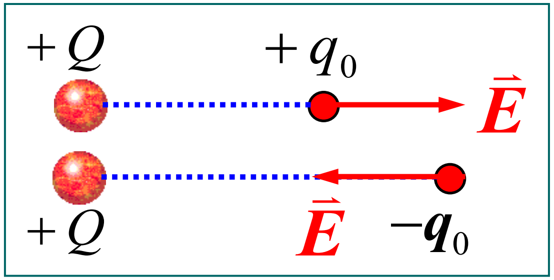
一、库仑定律

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{e}_{r_{12}} = -\vec{F}_{21}$$



二、电场强度

1、引入电场强度：$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$

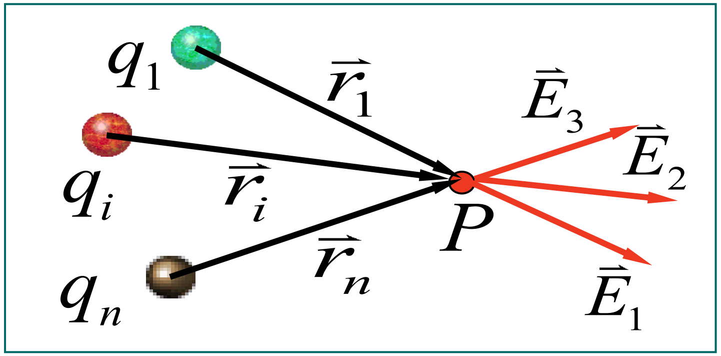


2、点电荷的场强：$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}\hat{e}_r$

3、场强的叠加

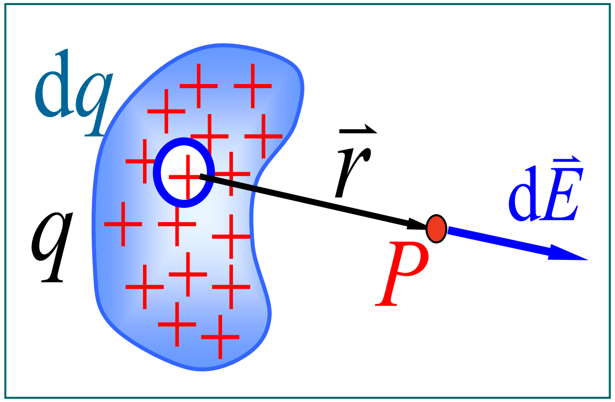
1) 点电荷系

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{e}_r$$



2）电荷连续分布的带电体

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\hat{e}_r$$



$$\vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\hat{e}_r$$

体电荷分布： $\mathrm{d}q = \rho \mathrm{d}V$

面电荷分布： $\mathrm{d}q = \sigma \mathrm{d}s$

线电荷分布： $\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l$

方法步骤：

①建坐标； ②取电荷元 dq ；

③确定 d$\vec{E}$ 的方向和大小；

④将 d$\vec{E}$ 投影到坐标轴上；

⑤统一变量，对分量积分；

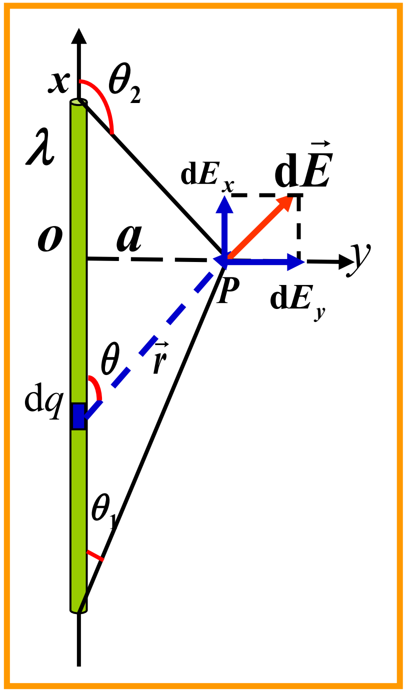
⑥合成确定 $\vec{E}$ 大小和方向。

几种典型带电体的电场分布：

1）有限长带电直线

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

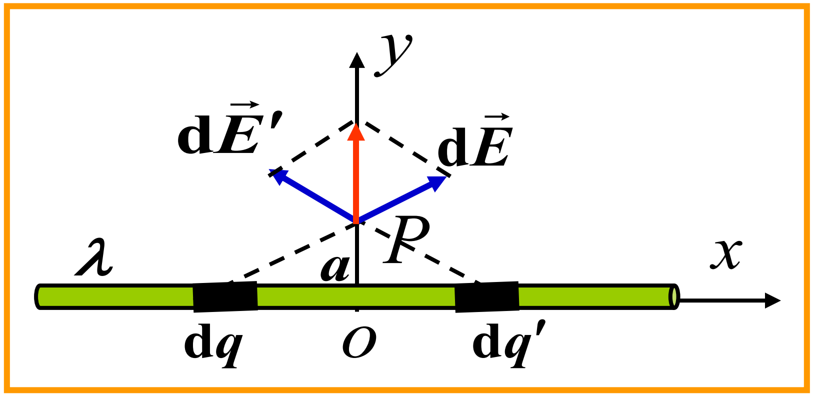


2）无限长带电直线

$\theta_1 \to 0$.　$\theta_2 \to \pi$

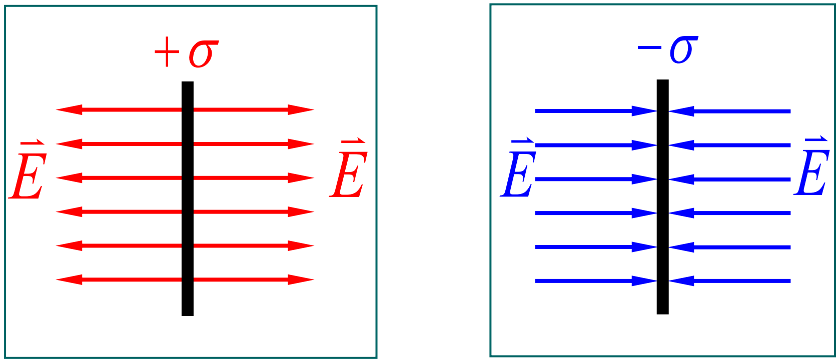
$$E_x = 0 \qquad E = E_y = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

$$\boxed{\vec{E} = E_y\hat{j} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\hat{j}}$$



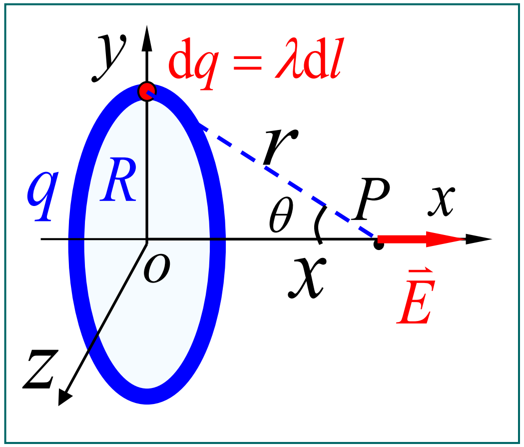
3）无限大带电平面

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



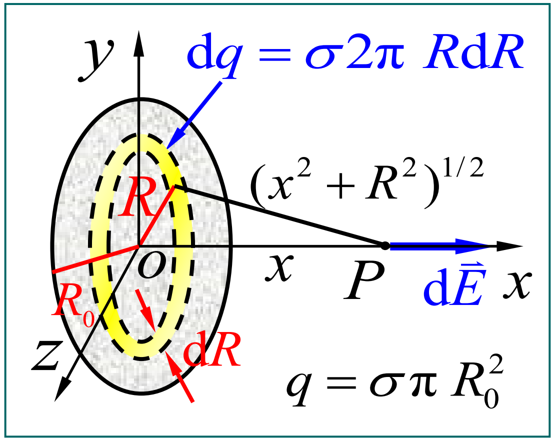
4）带电圆环轴线上的场强

$$E = \frac{qx}{4\pi\,\varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$



5）带电圆盘轴线上的场强

$$E = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R_0^2}}\right)$$



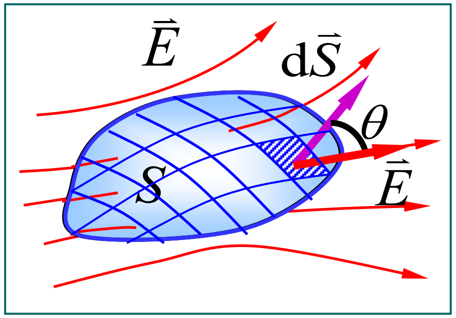
三、真空中的高斯定理

（1）电场线

静电场电场线特性

①始于正电荷, 止于负电荷(或来自无穷远, 去向无穷远)；②电场线不相交；③静电场电场线不闭合.

（2）电通量 $\Phi_{\mathrm{e}}=\int_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$



（3）真空中的高斯定理

$$\Phi_e=\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$$

通过封闭曲面的电通量由面内的电荷决定

$\vec{E}$ 是面元dS所在处的场强，由全部电荷(面内外电荷)共同产生的

封闭面内电荷代数和

（4）利用高斯定理求 $\vec{E}$ 的方法步骤：

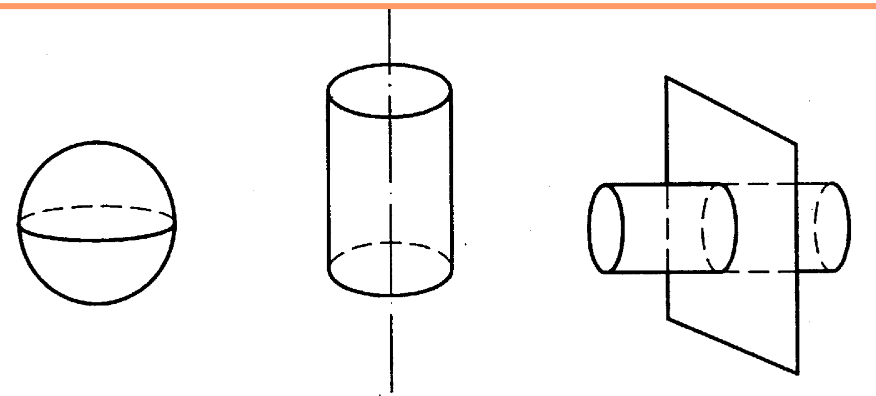
①由电荷分布的对称性分析电场分布的对称性.

②在对称性分析的基础上选取高斯面. 目的是使

$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$ 能够积分，成为 E 与面积的乘积形式。

③由高斯A定理 $\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内}$ 求出电场的大小，

并说明其方向.



(球对称、轴对称、面对称)

选取高斯面的技巧：

- 使场强处处与面法线方向垂直，以致该面上的电通量为零。
- 使场强处处与面法线方向平行，且面上场强为恒量。这种面上的电通量简单地为 ES 。

四、静电场的环路定理

$$\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0 \Rightarrow$$

- 静电场是保守场
- 静电场是无旋场

五、电势能、电势

（1）电势能 $A_{ab}=\int_a^b q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-(W_b-W_a)=W_a-W_b$

令 $W_b=0$ $\boxed{W_a=\int_a^b q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}}$

（2）电势 $U_a=\boxed{\dfrac{W_a}{q_0}}$

a 点电势

$$U_a=\int_a^{U=0\text{点}}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

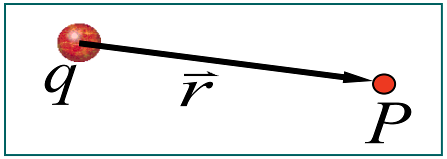
（3）电势差 $U_{ab}=U_a-U_b=\int_{ab}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$

◈ 静电场力的功 $A_{ab}=\int_a^b q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}=q_0U_{ab}=q_0U_a-q_0U_b$

（4）电势的计算　令 $U_\infty = 0$

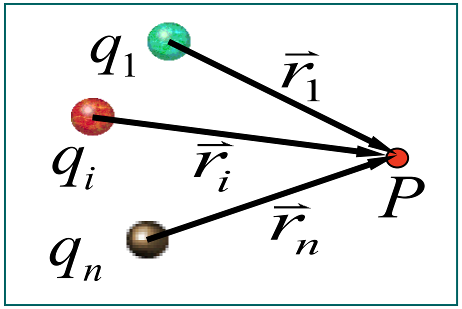
①点电荷的电势

$$U_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



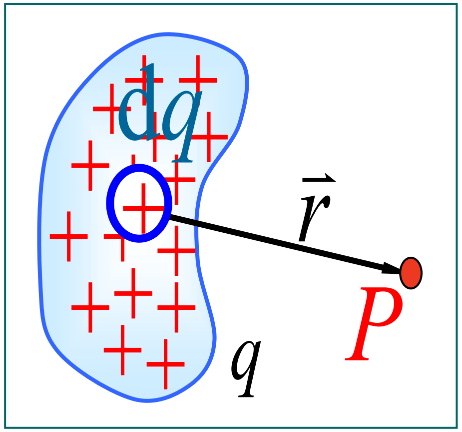
②点电系的电势

$$U_P = \sum_i U_{Pi} = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$



③电荷连续分布

$$U_P = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



讨论　求电势的方法

①已知场源电荷的分布，利用点电荷电场的电势公式及电势叠加原理进行电势的求解，如

利用 $U_P=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ 或 $U_P=\sum_i\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$

（利用了点电荷电势公式，这一结果已选无限远处为电势零点，即使用此公式的前提条件为有限大带电体且选无限远处为电势零点.）

②已知场强的分布，利用电势与场强的积分关系，即电势的定义式计算电势。

$$U_P=\int_P^{\boxed{U=0\text{点}}}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

六、静电场中的导体

静电平衡条件:

场强描述: $\begin{cases} \vec{E}_{内} = 0 \\ \vec{E}_{外附近} \quad 垂直于表面 \end{cases}$

电势描述: $\begin{cases} U_{内} \rightarrow \quad 等势体 \\ U_{表面} \rightarrow \quad 等势面 \end{cases}$

电荷分布: $\begin{cases} 导体内部净余电荷为0, \\ 电荷只分布在其表面上 \end{cases}$

◆ 导体外部近表面处场强大小与该处导体表面电荷面密度σ 成正比

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

七、电容

1、孤立导体的电容 $C=\dfrac{q}{U}$

2、电容器的电容 $C=\dfrac{q}{U_A-U_B}$

几种常见的电容器的电容：

平行板电容器 $$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

同心球型电容器 $$C=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_A R_B}{R_B-R_A}\quad (R_B>R_A)$$

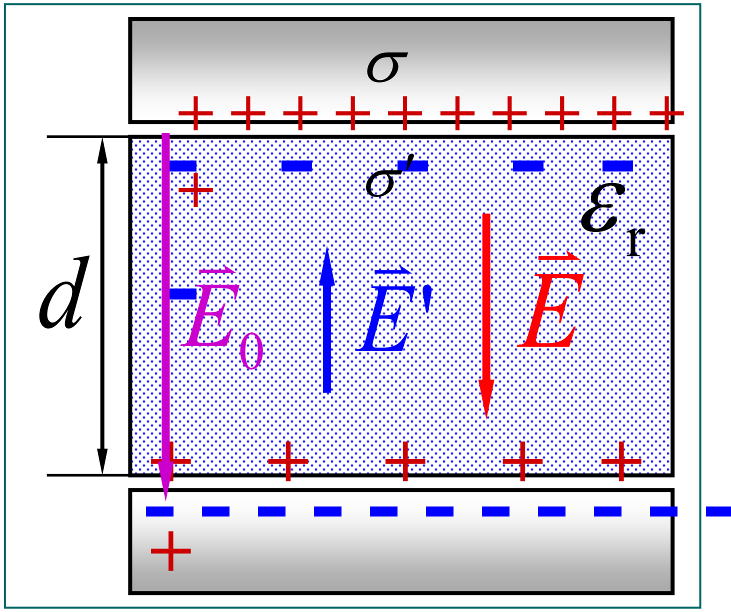
同轴圆柱型电容器 $$C=\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(R_B/R_A)}\quad (R_B>R_A)$$

六. 静电场中的电介质

1.电介质的极化

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}} - \frac{\boldsymbol{\sigma'}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}$$

$$\begin{cases} \text{产生极化电荷}q' \\ \text{极化电荷产生电场}\vec{E}' \rightarrow \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \end{cases}$$



2.极化强度与极化电荷

极化强度 $\vec{P} = \dfrac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$

极化电荷密度

3.有电介质时的高斯定理

1) 电位移矢量 $\vec{\boldsymbol{D}} = \boldsymbol{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \vec{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{\varepsilon} \vec{\boldsymbol{E}}$

2) 有电介质时的高斯定理 $\oint_S \vec{\boldsymbol{D}} \cdot d\vec{\boldsymbol{S}} = \sum \boldsymbol{q_0}$

八、静电场的能量

1、带电电容器的能量

电容器电能

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

2、静电场的能量

电场能密度

$$w_e = \frac{1}{2}\vec{D} \cdot \vec{E}$$

电场空间所存储的能量（电场总能量）

$$W_e = \int_V w_e \mathrm{d}V = \int_V \frac{1}{2}\vec{D} \cdot \vec{E}\, \mathrm{d}V$$

稳恒磁场小结

一、基本概念

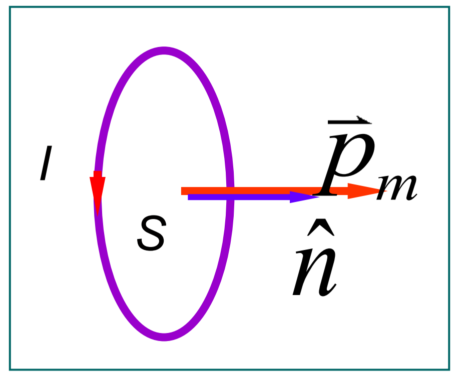
1、磁感应强度大小

$$B=\frac{F_{\max}}{qv}$$

方向：小磁针N极在此所指方向

2、载流线圈磁矩

$$\vec{p}_m=IS\hat{n}$$



3、载流线圈的磁力矩

$$\vec{M}=\vec{p}_m\times\vec{B}$$

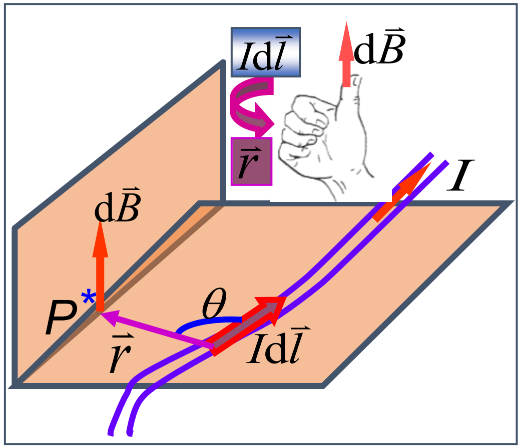
4、磁通量

$$\Phi_m=\int_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_S BdS\cos\theta$$

二、基本实验定律

1、毕奥—萨伐尔定律(电流元在空间产生的磁场)

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{e}_r}{r^2}}$$



大小为： $$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

方法步骤：

①选取合适的电流元$Id\vec{l}$,写出电流元在p点的$d\vec{B}$ 表达式；

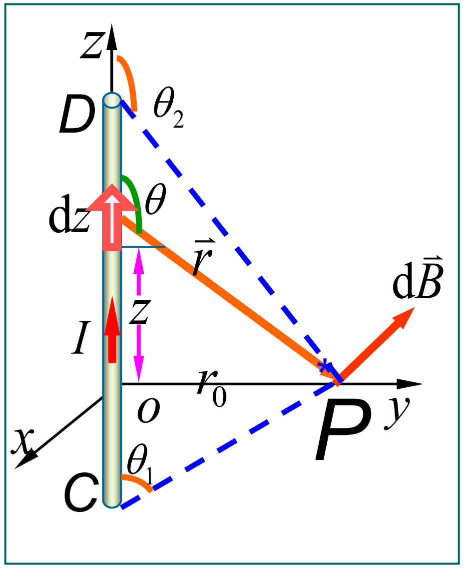
②选择适当的坐标系，对$d\vec{B}$ 投影，写出各分量，将矢量积分化为标量积分，统一变量给出正确的积分上下限，求出 $\vec{B}$ 的各分量值；

③合成 $\vec{B}$ 确定大小方向。

几种典型电流的磁场分布

（1）有限长直线电流的磁场

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi\, r_0}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$



（2）无限长载流直导线的磁场

$$\theta_1 \to 0$$

$$\theta_2 \to \pi$$

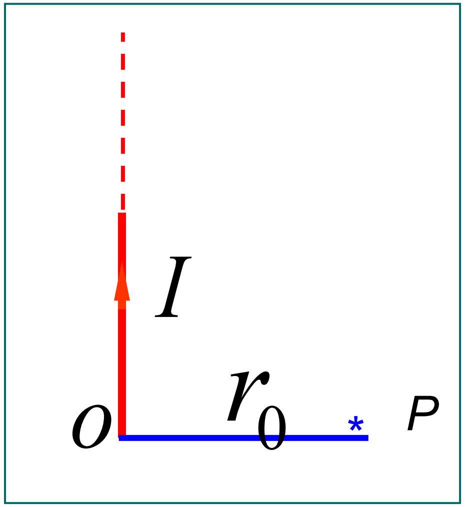
$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi\, r_0}}$$

（3）半无限长载流直导线的磁场

$$\theta_1 \to \frac{\pi}{2}$$

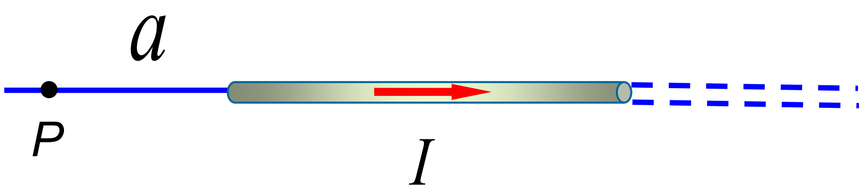
$$\theta_2 \to \pi$$

$$\boxed{B_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}}$$



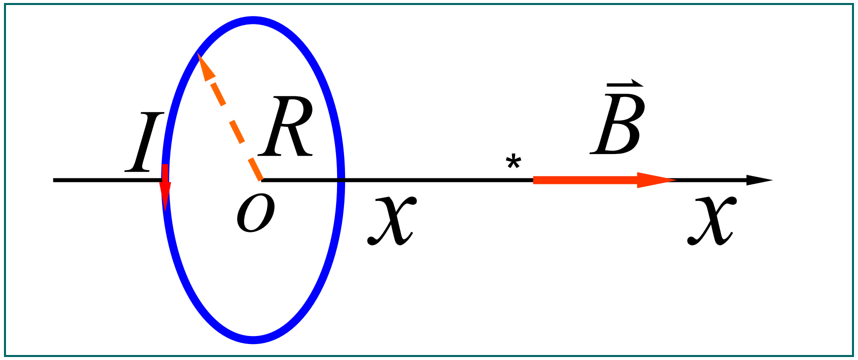
（4）载流导线延长线上任一点的磁场

$$\vec{B} = 0$$



（5）载流圆线圈轴线上的磁场

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



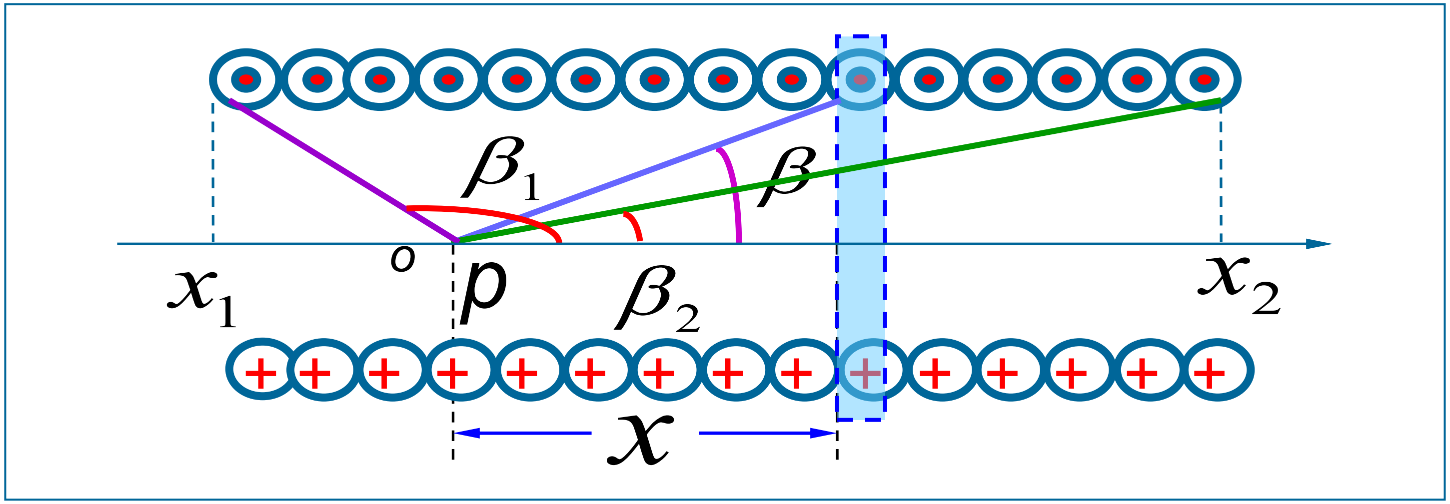
（6）载流圆环中心的磁场

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

（7）密绕长直螺线管、密绕螺线环内部的磁场

$$B = \mu_0 n I$$

（8）载流直螺线管的磁场



$$B=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)$$

螺线管轴线上

无限长的螺线管

$$B=\mu_0 nI$$

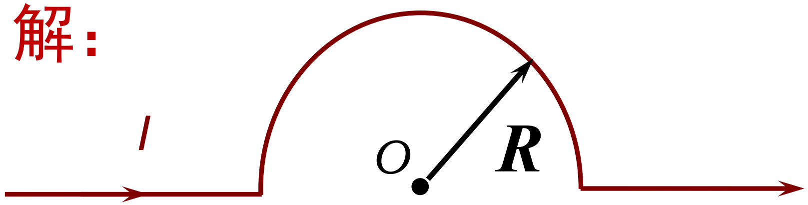
半无限长螺线管

$$B=\frac{1}{2}\mu_0 nI$$

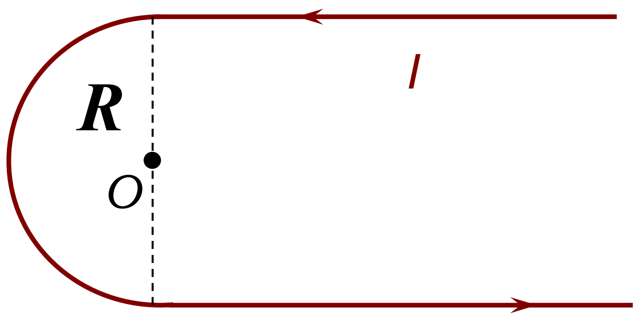
螺线管内

例： 如下列各图示，求圆心 o 点的磁感应强度。

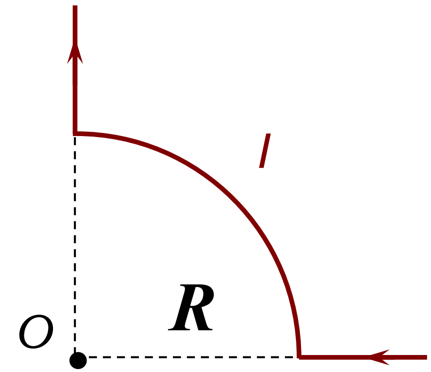
解：



$$B = \frac{\mu_0 I}{4R} \qquad \otimes$$



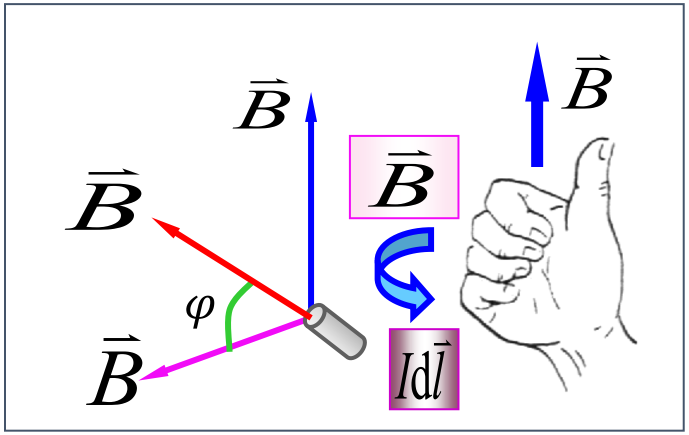
$$B = \frac{\mu_0 I}{4R} + 2\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \qquad \odot$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{8R} \qquad \odot$$

2、安培定律

安培定律 $\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$ $\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\varphi$

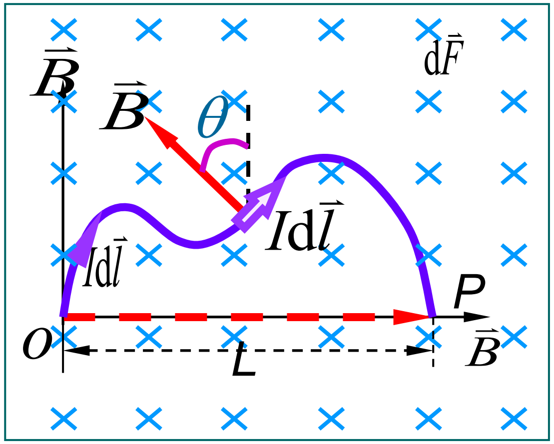


◈ 有限长载流导线所受的安培力

$$\vec{F} = \int_l \mathrm{d}\vec{F} = \int_l I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

◆不规则的平面载流导线在均匀磁场中所受的力

$$\vec{F} = \vec{F}_y = BIl\vec{j}$$



结论 任意平面载流导线在均匀磁场中所受的力，与其始点和终点相同的载流直导线所受的磁场力相同.

三、稳恒磁场的基本性质

1、磁场中的高斯定理：

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

2、安培环路定理：

$$\boxed{\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

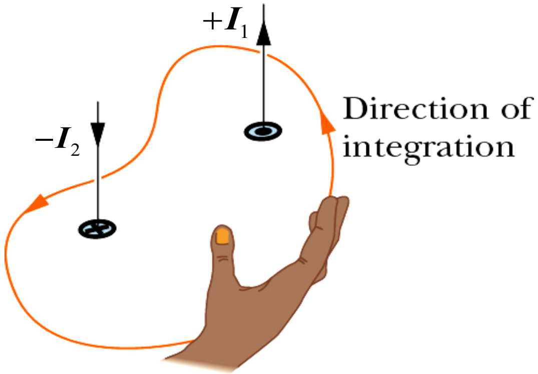
环路所包围的电流

空间所有电流共同产生

由环路内电流决定

注意

电流 I 正负的规定：



若电流流向与积分回路构成右手螺旋，电流I取正值；反之，电流I取负值。

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

明确以下几点：

（1）电流正负规定：电流方向与环路方向满足右手螺旋定则电流I取正；反之电流I取负。

（2）$\vec{B}$ 是指环路上一点的磁感应强度，不是任意点的，它是空间所有电流共同产生的。

（3）安培环路定理适用于闭合稳恒电流的磁场。而有限电流（如一段不闭合的载流导线）不适用环路定理，只能用毕奥—萨伐尔定律。

（4）安培环路定理说明磁场性质——磁场是非保守场，是涡旋场。

稳恒磁场是有旋、无源场

利用安培环路定理求磁感应强度的关键：根据磁场分布的对称性，选取合适的闭合环路。

选取环路原则：

（1）环路要经过所求的场点；

（2）闭合环路的形状尽可能简单，总长度容易求；

（3）环路上各点$\vec{B}$大小相等，方向平行于线元$d\vec{l}$。

目的: 将 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ 写成: $B = \dfrac{\mu_0 \sum I}{\oint_L dl}$

或 $\vec{B}$ 的方向与环路方向垂直，$\vec{B} \perp d\vec{l}$, $\Rightarrow$ $\vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$

电磁感应小结

一、电磁感应定律

1、法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

用法拉第电磁感应定律确定电动势方向，通常遵循以下步骤：

①任意规定回路的绕行正方向；

②确定通过回路的磁通量的正负；

③确定磁通量的时间变化率的正负；

④最后确定感应电动势的正负。

2、楞次定律 （是能量守恒定律的一种表现）

闭合的导线回路中所出现的感应电流，总是使它自己所激发的磁场反抗任何引发电磁感应的原因。

二、动生电动势和感生电动势

1、动生电动势

动生电动势的非静电力场来源 ⟹ 洛伦兹力

一段任意形状的导线L在磁场中运动时： $\varepsilon = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

整个闭合导线回路L都在磁场中运动时： $\varepsilon = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

➢动生电动势的计算（两种方法）

①由法拉第定律求 $$\boxed{\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

如果回路不闭合，需加辅助线使其闭合。

$\boldsymbol{\varepsilon}$大小和方向可分别确定。

②由电动势定义求

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

运动导线*ab*产生的动生电动势为:

$$\boxed{\varepsilon = \int_b^a (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}}$$

由电动势定义求解动生电动势计算步骤:

①规定一个沿导线的积分方向(即$d\vec{l}$ 的方向)；

② $\varepsilon = \int_l (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_b^a (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$；

③若ε>0, 则ε的方向与$d\vec{l}$ 同向;

若ε<0, 则ε的方向与$d\vec{l}$反向。

2、感生电动势

产生感生电动势的非静电场力 ⟹ 感生电场力

一段任意形状的导线L静止处在变化磁场激发的感生电场中时：

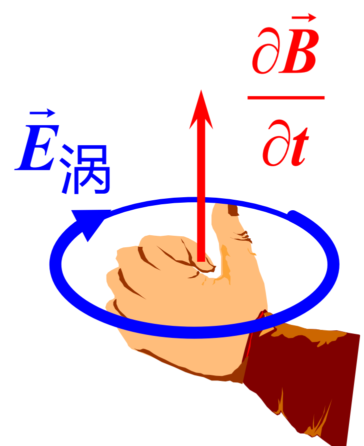
$$\boxed{\varepsilon = \int_L \vec{E}_{\mathrm{r}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

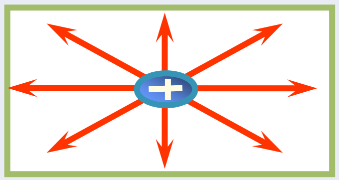
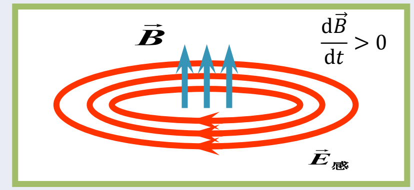
整个闭合回路L静止处在同一感生电场中时：

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_{\mathrm{r}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$\vec{E}_{\mathrm{r}}$ 与 $\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

构成左手螺旋关系。



比较	静电场	感生电场
起源	由静止电荷激发	由变化的磁场激发
电场线形状	电场线为非闭合曲线 	电场线为闭合曲线 
性质	有源性： $\oint_S \vec{E}_{静}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内}$	无源场： $\oint_S \vec{E}_{感}\cdot d\vec{S} = 0$
	有势性： $\oint_L \vec{E}_{静}\cdot d\vec{l} = 0$	涡旋场： $\oint_L \vec{E}_{感}\cdot d\vec{l} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$
特点	不能脱离源电荷存在	可以脱离源在空间传播

对比	动生电动势	感生电动势
特点	磁场不变，闭合电路的整体或局部在磁场中运动导致回路中磁通量的变化	闭合回路的任何部分都不动，空间磁场发生变化导致回路中磁通量变化
原因	由于S 或角度的变化引起回路中Φ_m 变化	由于$\vec{B}$ 的变化引起回路中Φ_m变化
非静电力来源	洛仑兹力	感生电场力

三、自感应和互感应

1、自感应

自感系数或自感

$$L = \frac{\psi}{I}$$

自感电动势:

$$\varepsilon_L = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

2、互感应

互感系数简称为互感

$$M = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{\psi_{12}}{I_2}$$

互感电动势:

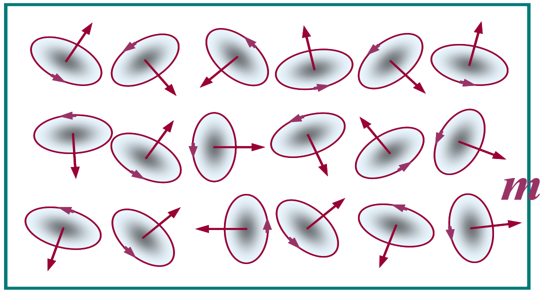
$$\varepsilon_{21} = -M\frac{dI_1}{dt}$$

$$\varepsilon_{12} = -M\frac{dI_2}{dt}$$

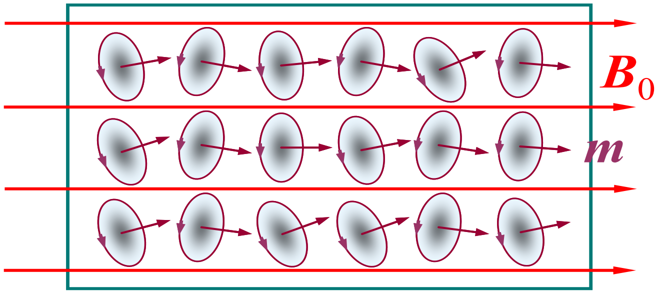
四. 静磁场中的磁介质

1. 磁介质的磁化

$$\begin{cases} \text{产生磁化电流}I' & I' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} \\ \text{磁化电流产生磁场}\vec{I}' \to \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \end{cases}$$



(a) $B_0=0$



(b) $B_0\neq0$

$B= B_0+B'$ $(B>B_0)$

顺磁质的磁化

2. 极化强度与极化电荷

极化强度
$$M = \frac{\sum \vec{p}_{mi}}{\Delta V}$$

3. 有磁介质时的环路定理

1) 磁场强度矢量
$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

2) 有磁介质时的环路定理
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$$

五、磁场的能量

1、自感磁能

$$W_{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}LI^{2}$$

2、磁场能量密度

$$w_{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$$

3、磁场能量

$$W_{\mathrm{m}}=\int_{V}w_{\mathrm{m}}\mathrm{d}V=\int_{V}\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}\mathrm{d}V$$

对比

电容器储能

$$\frac{1}{2}CU^2$$

电场能量密度

$$w_e = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$$

$$W_e = \int_V \left(\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}\right)\mathrm{d}V$$

电感器储能

$$\frac{1}{2}LI^2$$

磁场能量密度

$$w_m = \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$$

$$W_m = \int_V \left(\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}\right)\mathrm{d}V$$

祝同学们期末取得

好成绩！谢谢！

Bye-bye