1、1820年，丹麦物理学家奥斯特发现了电流的磁效应；

2、1831年，英国的物理学家，化学家法拉第发现了电磁感应现象：

变化的电场—激发磁场；

变化的磁场—激发电场。

主 要 内 容

★ 8-1 电磁感应定律

★ 8-2 动生电动势和感生电动势

★ 8-3 自感和互感

8-4 RL电路

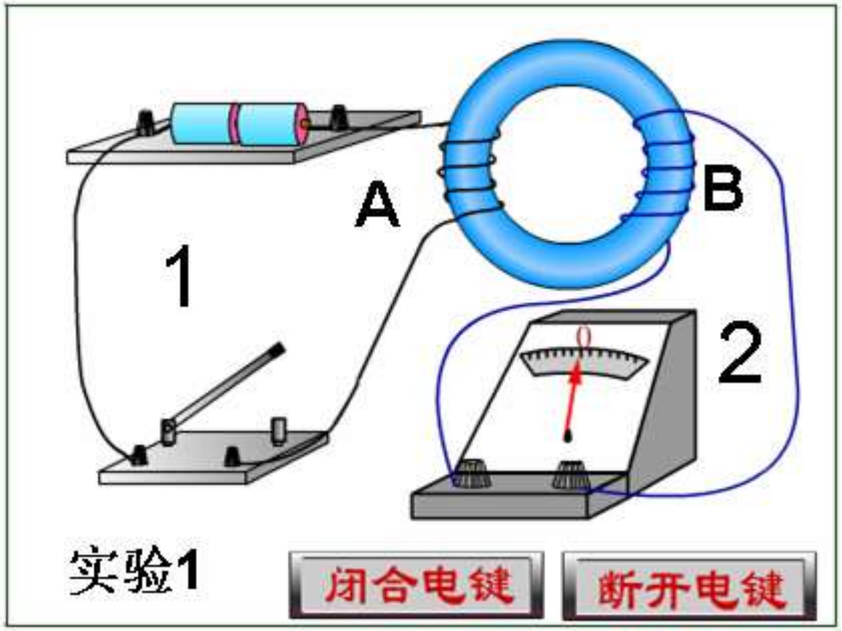
★ 8-5 磁场的能量 磁场能量密度

8-6 位移电流 电磁场基本方程的积分形式

法拉第（Michael Faraday, 1791-1867）

法拉第：英国物理学家和化学家，电磁理论的创始人之一，他最早引入磁场这一名称。1831年发现电磁感应现象，后又相继发现电解定律，物质的抗磁性和顺磁性，及光的偏振面在磁场中的旋转。

一、电磁感应现象

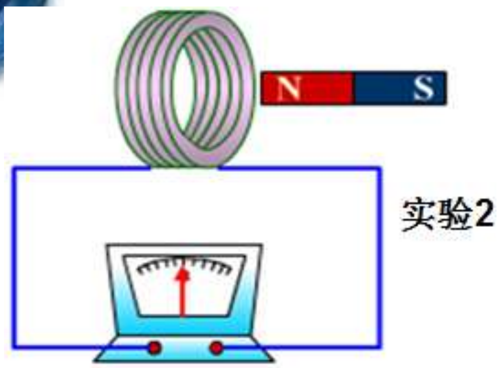


实验现象：闭合或断开电键时，电流计的指针发生偏转，表明线圈中有电流通过。

原因分析：闭合电键时，回路1中产生电流（激发磁场），通过回路2的磁通量发生改变（出现感应电流）。

断开电键时，回路1中电流消失（磁场消失），通过回路2的磁通量发生改变（出现感应电流）。

结论：通过闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电流。



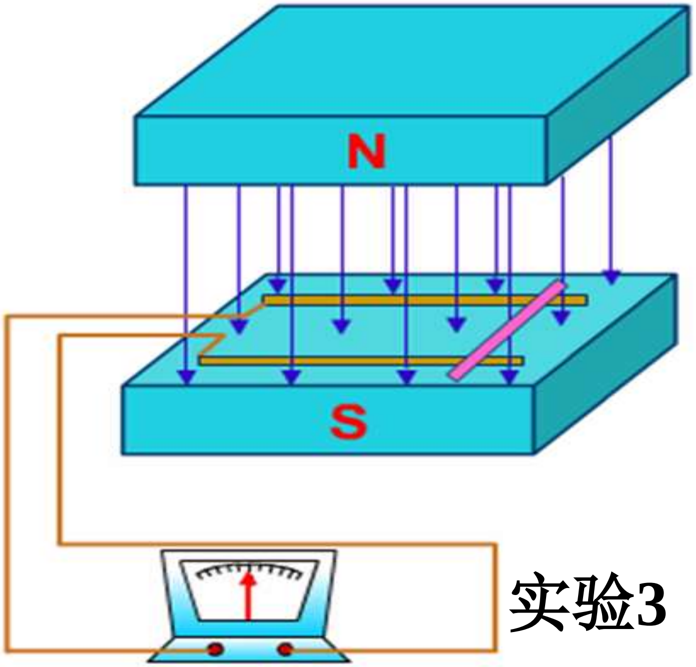
实验现象：当把一条形磁铁插入线圈时，电流计的指针发生偏转，表明线圈中有电流通过，这种电流称为感应电流。

如果把磁铁从线圈中抽出时，电流计的指针又发生偏转，偏转方向与磁铁插入时相反，表明线圈中的感应电流与磁铁插入线圈时的流向相反。

若固定磁铁，把线圈推向或拉离磁铁，可以观察到与上面一样的现象。

原因分析：当磁铁与线圈有相对运动时，线圈中磁场发生变化，通过线圈平面的磁通量发生改变。

实验结论：当磁铁与线圈有相对运动时，通过线圈平面的磁通量发生改变，线圈中出现感应电流。

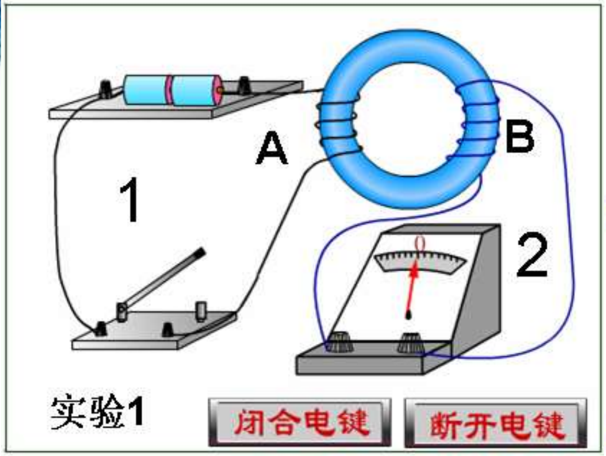


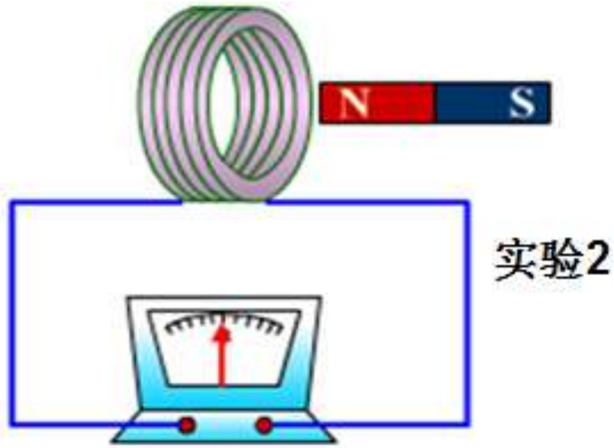
实验3

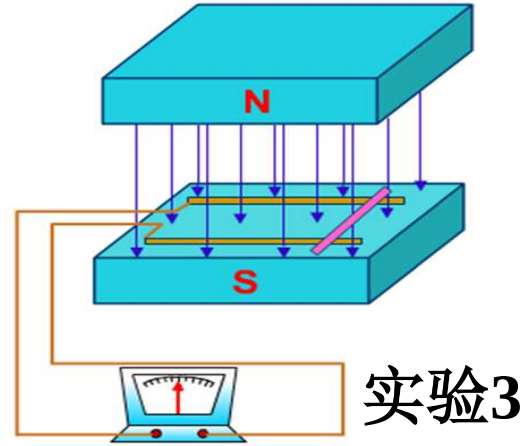
实验现象：导体棒沿水平轨道运动时，电流计的指针发生偏转，表明线圈中有电流通过。

原因分析：导体棒沿水平轨道运动时，通过导体棒所包围的矩形线圈平面的磁通量发生改变。

实验结论：当导体棒沿水平轨道运动时，通过导体棒回路的磁通量发生改变，回路中出现感应电流。







结论：当穿过一个闭合导体回路所包围的面积内的磁通量发生变化时（不论这种变化是由什么原因引起的），在导体回路中就有电流产生。这种现象称为电磁感应现象。

回路中所产生的电流称为感应电流。

回路中由于磁通量的变化而引起的电动势则称为感应电动势。

二、电磁感应定律

当穿过闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电动势，且**感应电动势正比于磁通量对时间变化率的负值**。

$$\boxed{\varepsilon_i = -k\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

国际单位制 $\begin{cases} \varepsilon_i \rightarrow \text{伏特} \\ \Phi \rightarrow \text{韦伯} \end{cases}$ $k=1$

Φ：通过回路所包围面积的磁通量

闭合回路由1匝密绕线圈组成： $\boxed{\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$

（1）闭合回路由N匝密绕线圈组成

磁通匝数（磁链）：$\psi = N\Phi$

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

（2）若闭合回路的电阻为R，感应电流为:

$$I_\mathrm{i} = \frac{\varepsilon_\mathrm{i}}{R} = -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \qquad I_\mathrm{i} = \frac{dq}{dt}$$

感应电量q

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I_i \mathrm{d}t = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}\frac{\mathrm{d}\Phi}{dt}dt = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}\mathrm{d}\Phi = \frac{1}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

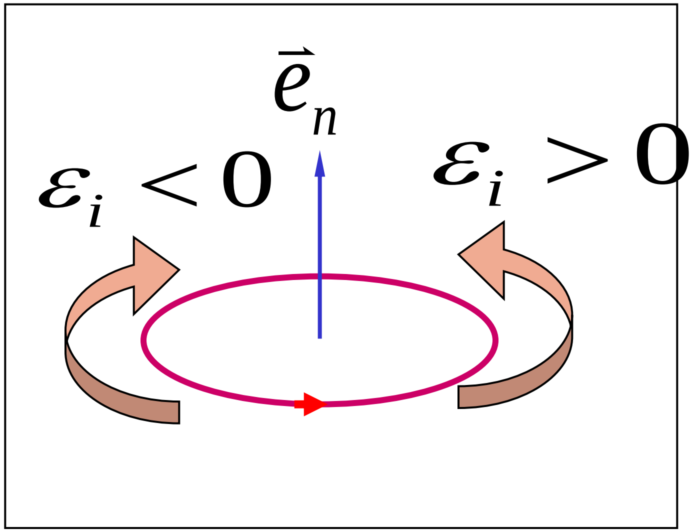
感应电荷量与导线回路的磁通量的变化量成正比，

感应电流与导线回路的磁通量的变化率成正比。

磁强计

三、楞次定律

楞次：出生在德国的俄国物理学家和地球物理学家



$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

感应电动势的方向规定：回路的绕行方向和回路的正法线方向遵守右手螺旋法则。

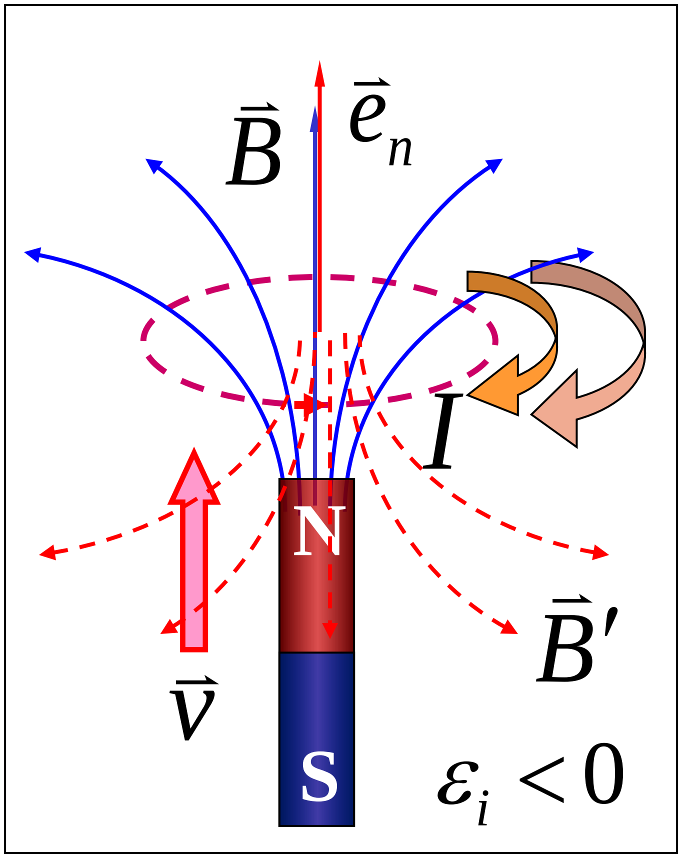
回路中感应电动势的方向和回路的绕行方向相同：

$$\varepsilon_i > 0$$

回路中感应电动势的方向和回路的绕行方向相反：

$$\varepsilon_i < 0$$

举例1：判断回路中感应电动势的方向



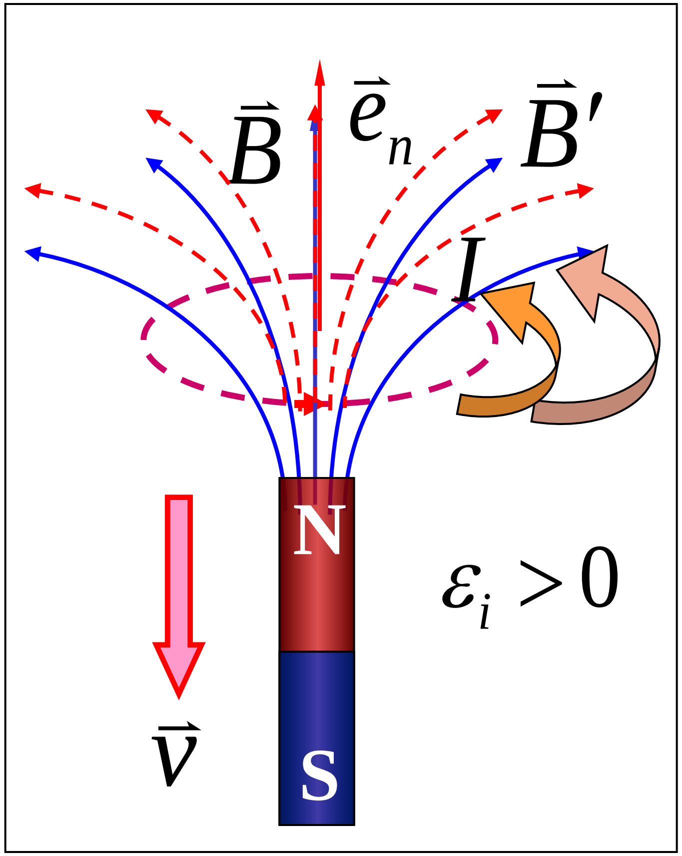
$$\Phi > 0 \quad \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} > 0$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \qquad \varepsilon_i < 0$$

ε_i 与回路绕向相反

闭合回路中产生的感应电流所激发的磁场，阻碍通过回路面积的磁通量增加。

举例2：判断回路中感应电动势的方向



$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} < 0$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

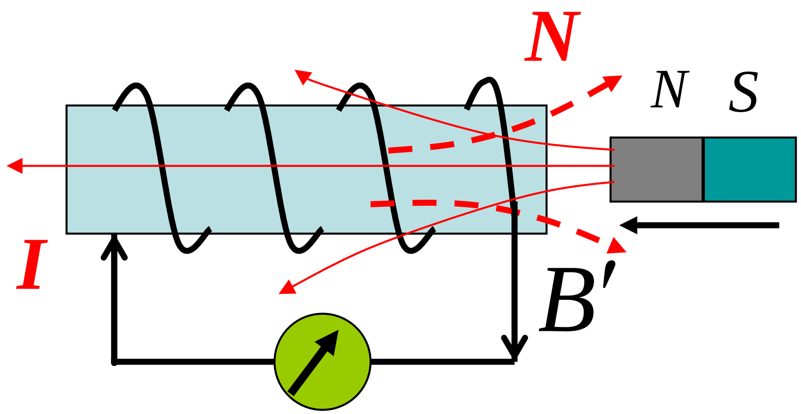
$\varepsilon_i > 0$

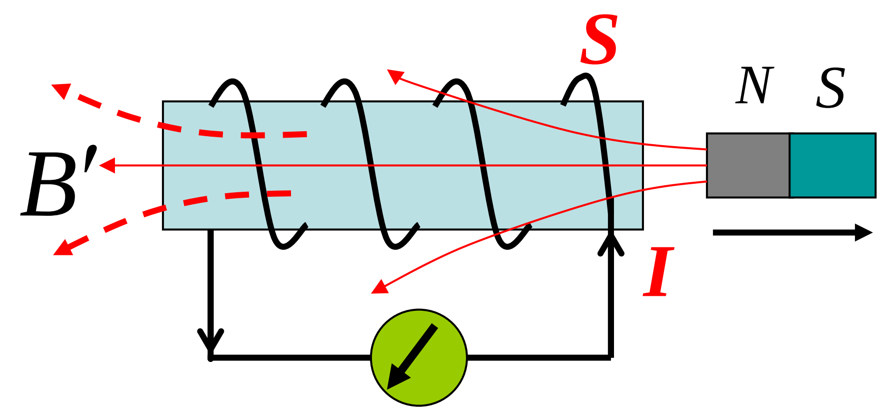
ε_i与回路绕向**相同**

闭合回路中产生的感应电流所激发的磁场，阻碍通过回路面积的磁通量减少。

楞次定律

当穿过闭合的导线回路所包围面积的磁通量发生变化时，在回路中就会有感应电流，此感应电流的方向总是使它自己的磁场穿过回路面积的磁通量，去抵偿引起感应电流的磁通量的改变。





来之拒之

去之留之

闭合的导线回路中所出现的感应电流，总是使它自己所激发的磁场反抗任何引发电磁感应的原因（反抗相对运动，磁场变化等）。

注意：

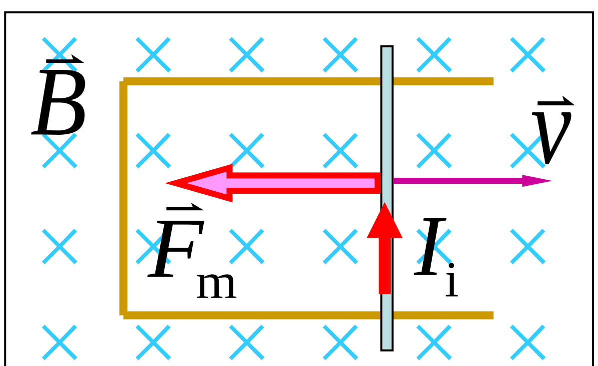
（1）感应电流所产生的磁通量要阻碍的是磁通量的变化，而不是磁通量本身。

（2）阻碍并不意味抵消。如果磁通量的变化完全被抵消了，则感应电流也就不存在了。

（3）楞次定律是能量守恒定律在电磁感应现象中的一种体现。

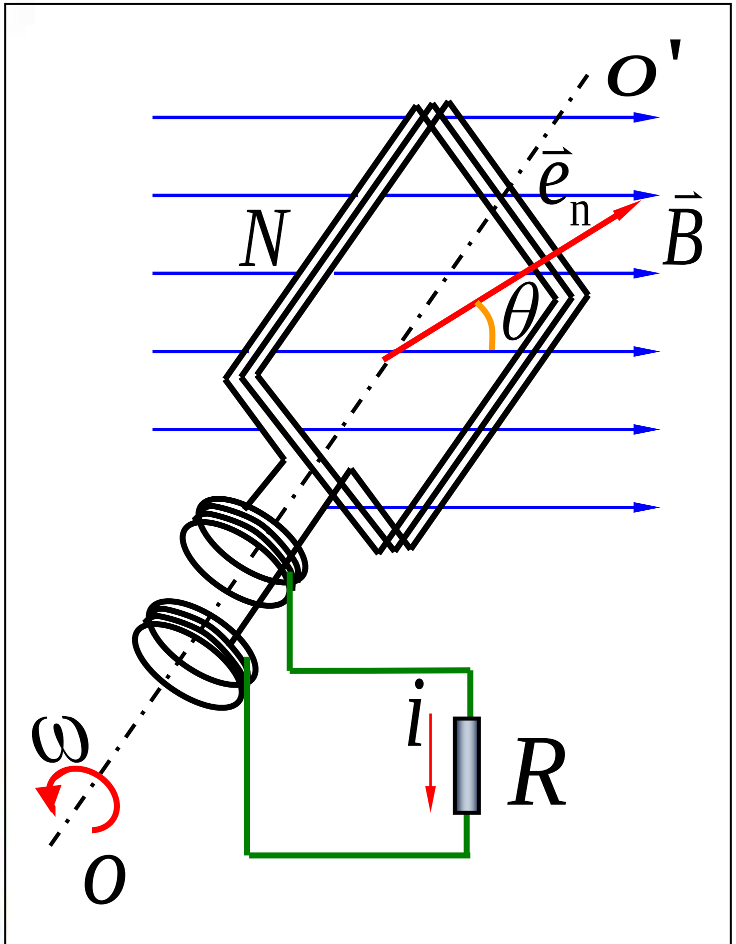
楞次定律是能量守恒定律的一种表现

机械能 → 焦耳热



维持滑杆运动必须外加一力，此过程为外力克服安培力做功转化为焦耳热。

例、在匀强磁场中，置有面积为S的可绕轴转动的N匝线圈，若线圈以角速度ω作匀速转动，求线圈中的感应电动势。



$$\varepsilon_i = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \qquad \Phi = BS\cos\theta$$

设$t=0$时，$\vec{e}_n$与$\vec{B}$同向，则$\theta=\omega t$

$$\Phi = BS\cos\theta = BS\cos\omega t$$

$$\varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = NBS\omega\sin\omega t$$

令：$\varepsilon_m = NBS\omega$ 则：$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\omega t$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_m}{R}\sin\omega t = I_m \sin\omega t$$

交流电

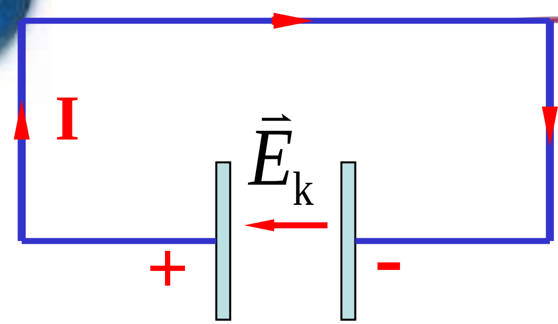
电磁感应定律： $\boxed{\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$

引起磁通量变化的原因: $\boxed{\Phi = \int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_S B\mathrm{d}S\cos\theta}$

（1）稳恒磁场中的导体运动，或者回路面积变化、取向变化等。 ⟹ 动生电动势

（2）导体不动，磁场变化。 ⟹ 感生电动势

8.2 动生电动势和感生电动势



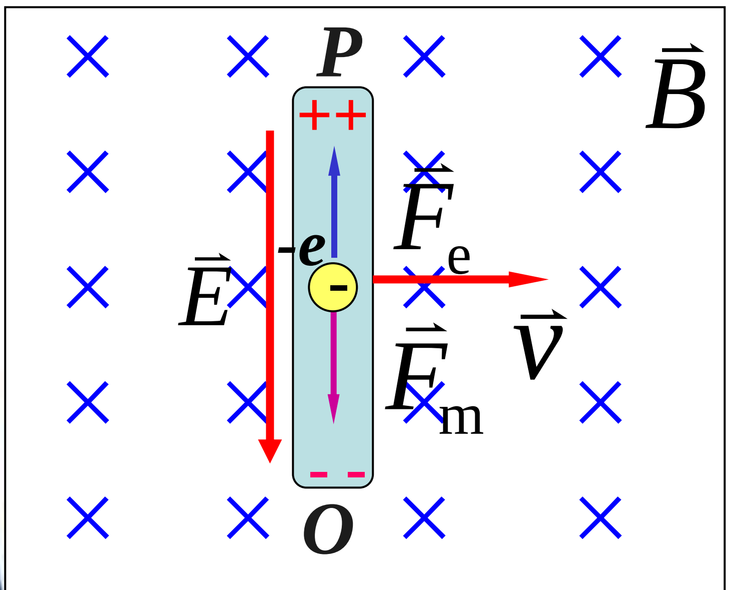
$\vec{E}_{\mathrm{k}}$：非静电场强

电源的电动势：$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

闭合电路的电动势：$\boxed{\varepsilon = \oint_{l} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$

一、动生电动势

动生电动势的非静电场强来源：洛伦兹力



洛伦兹力：$\vec{F}_{\mathrm{m}} = (-e)\vec{v} \times \vec{B}$

$$\vec{F}_{\mathrm{m}} = -e\vec{E}_{\mathrm{k}}$$

$$(-e)\vec{v} \times \vec{B} = -e\vec{E}_{k}$$

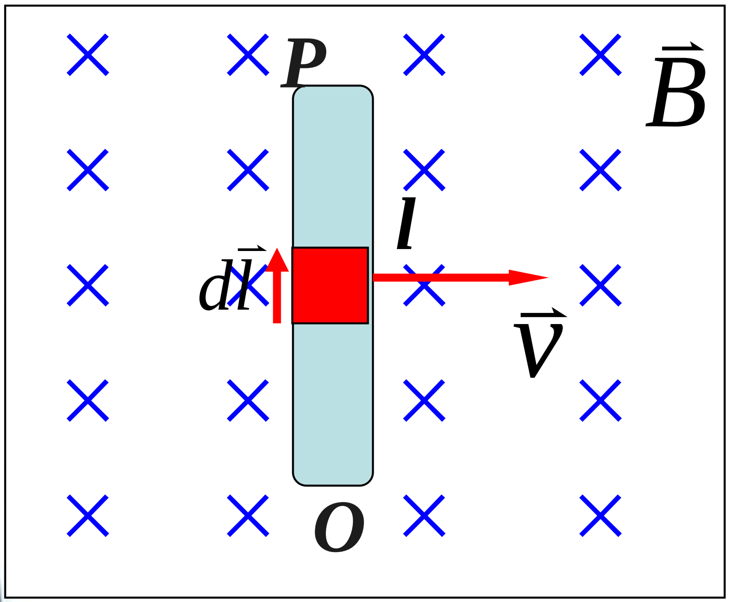
$$\boxed{\vec{E}_{\mathrm{k}} = \vec{v} \times \vec{B}}$$

$$\varepsilon_{i} = \int_{O}^{P} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{O}^{P} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

动生电动势

动生电动势： $\varepsilon_i = \int_O^P \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_O^P (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

特例：



设杆长为l，$v \perp B$，v、B均为常量，且$v \times B$的方向与$\mathrm{d}l$方向相同：

$$\varepsilon_i = \int_O^P (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

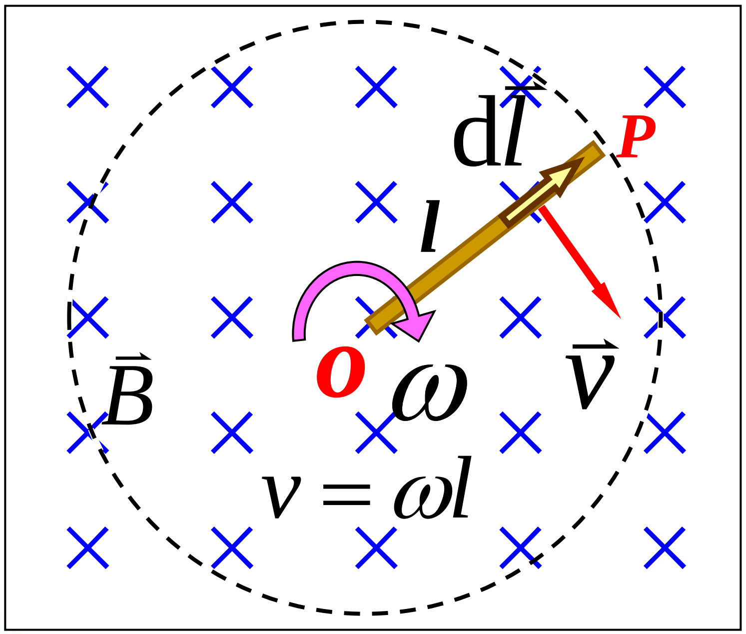
$$= \int_0^l vB\mathrm{d}l = vBl$$

ε_i方向$O \longrightarrow P$（右手定则）

$$\boxed{\varepsilon_i = vBl}$$

在均匀磁场中直导体以恒定速度垂直磁场运动而产生的动生电动势。

例1、一长为L的铜棒在磁感强度为B的均匀磁场中，以角速度ω在与磁场方向垂直的平面上绕棒的一端转动，**求**铜棒两端的感应电动势。



ε_i方向$O \longrightarrow P$

（右手定则）

解:

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_{O}^{P} (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\mathrm{d}\,\varepsilon_{\mathrm{i}} = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l} = vB\mathrm{d}l$$

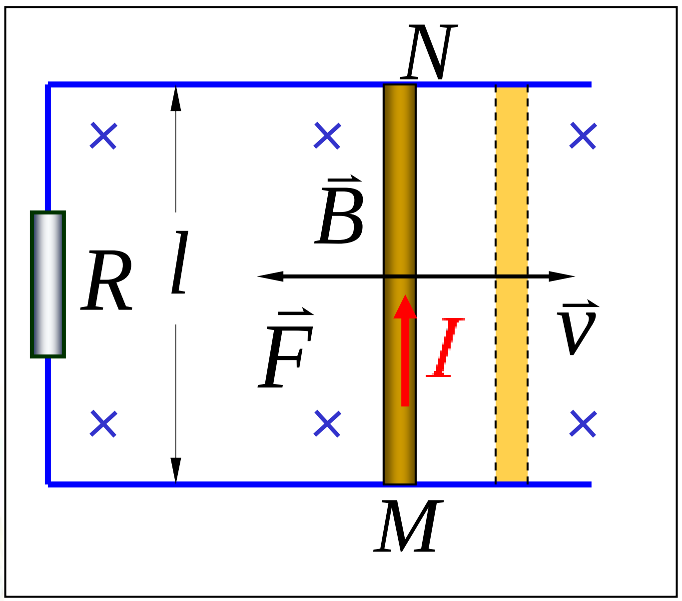
$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_{O}^{P} \mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_{0}^{L} vB\mathrm{d}l$$

$$= \int_{0}^{L} \omega l B \mathrm{d}l$$

$$\boxed{\varepsilon_{\mathrm{i}} = \frac{1}{2} B\omega L^{2}}$$

例2、一导线矩形框的平面与磁感强度为**B**的均匀磁场相垂直。在此矩形框上，有一质量为**m**长为***l***的可移动的细导体棒**MN**；矩形框还接有一个电阻***R***，其值较之导线的电阻值要大得很多。若开始时，细导体棒以速度v_0沿如图所示的矩形框运动，试求棒的速率随时间变化的函数关系。

解：动生电动势：$\varepsilon_{\mathrm{i}} = Blv$ $M \longrightarrow N$



$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

$$I = \frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}}{R} = \frac{Blv}{R}$$

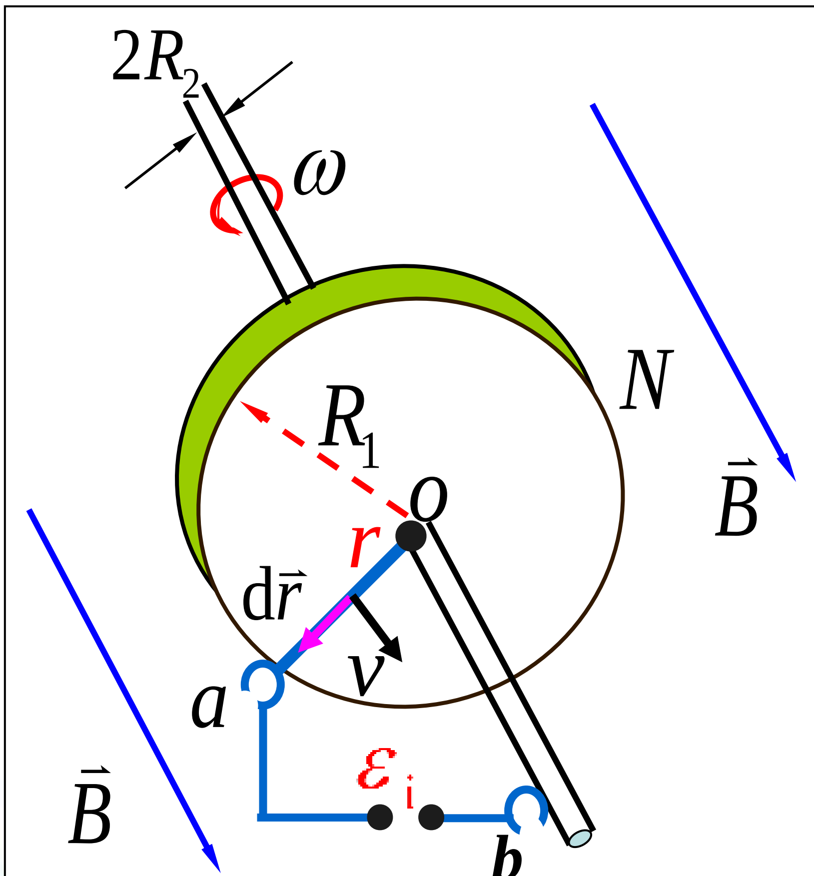
方向向左

$$F = ma = -m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \qquad m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{B^2 l^2 v}{R}$$

则 $$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\int_0^t \frac{B^2 l^2}{mR}\mathrm{d}t$$

$$v = v_0 \mathrm{e}^{-(B^2 l^2 / mR)t}$$

例3、圆盘发电机，一半径为R_1的铜薄圆盘，以角速率ω绕通过盘心垂直的金属轴O转动，轴的半径为R_2，圆盘放在磁感强度为**B**的均匀磁场中，**B**的方向亦与盘面垂直。有两个集电刷a、b分别与圆盘的边缘和转轴相连。试计算它们之间的电势差，并指出何处的电势较高。



解：如图取线元$\mathrm{d}\vec{r}$

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{i}} = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$

$$= vB\mathrm{d}r = r\omega B\mathrm{d}r$$

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_{R_2}^{R_1}\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_{R_2}^{R_1} r\omega B\mathrm{d}r$$

$$= \frac{1}{2}\omega B(R_1^2 - R_2^2)$$

ε_i 方向 $O(b) \longrightarrow a$

圆盘边缘的电势高于中心转轴的电势

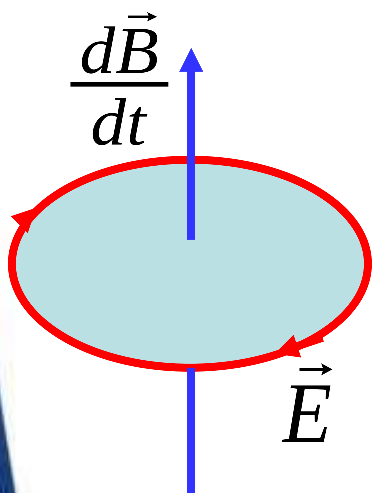
二、感生电动势

当导体回路不动，由于磁场变化引起磁通量改变而产生的感应电动势，叫做感生电动势。

麦克斯韦认为：变化的磁场在其周围激发了一种电场，这种电场称为感生电场。

产生感生电动势的非静电场 $\Longrightarrow$ 感生电场 $\vec{E}_{\mathrm{k}}$

闭合回路中的感生电动势：$\boxed{\varepsilon_{\mathrm{i}}=\oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot \mathrm{d}\vec{l}}\ \boxed{=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$



$$\Phi=\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} \quad \varepsilon_i=\oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

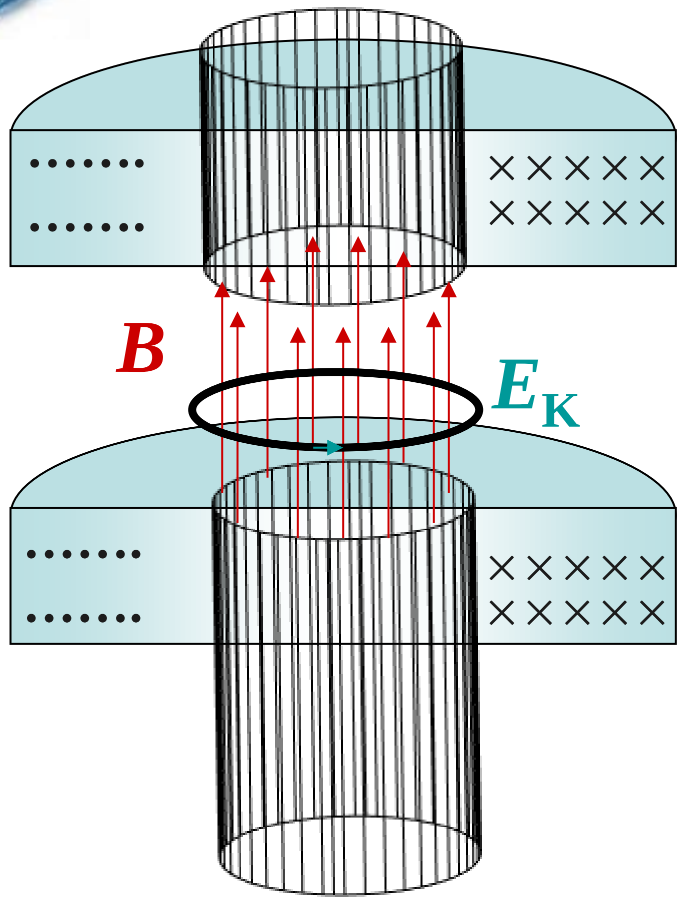
$$\boxed{\varepsilon_{\mathrm{i}}=\oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\int_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot \mathrm{d}\vec{s}}$$

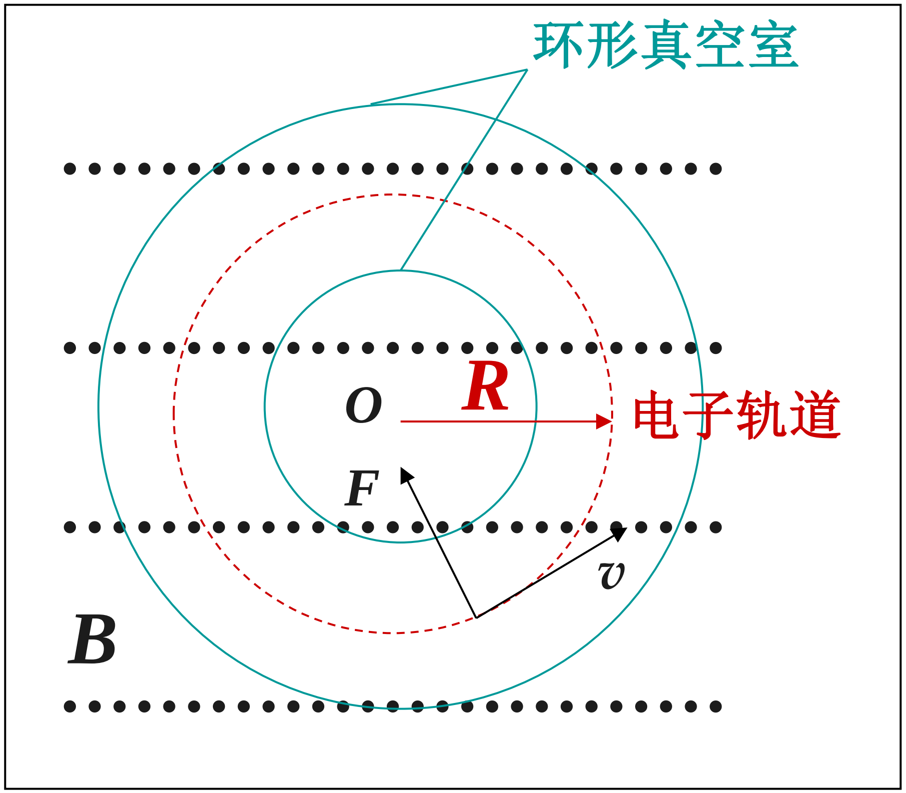
$\vec{E}_k$线的绕行方向与所围的$\dfrac{d\vec{B}}{dt}$的方向构成左螺旋关系。

感生电场和静电场的对比

感生电场	静电场
非保守场	保守场
$\oint_L \vec{E}_\mathrm{k} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \neq 0$	$\oint_L \vec{E}_{静} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$
由变化的磁场产生	由电荷产生

三、电子感应加速器*





$$evB_R = m\frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{eB_R} = \frac{p}{eB_R}$$

Thanks for Your Attention!

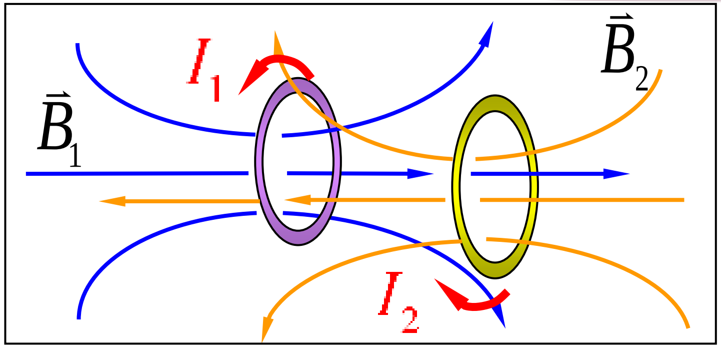
See You Later!

课后作业：P349 8-7

P349 8-10、8-12、8-13

P350 8-14

8.3 自感和互感



相互靠近的两个回路1和2，

电流分别为I_1和I_2。

回路1中电流I_1发生改变，在回路1自身中产生的感应电动势。

自感电动势（ε_L）

回路2中电流I_2发生改变，在回路2自身中产生的感应电动势。

自感电动势（ε_L）

回路1中电流I_1发生改变，在回路2中产生的感应电动势。

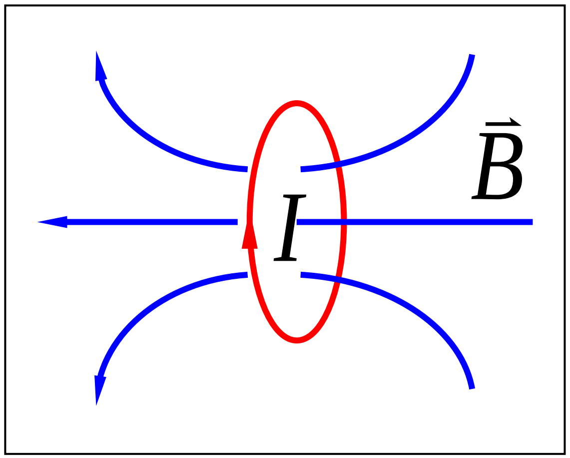
互感电动势（ε_{21}）

回路2中电流I_2发生改变，在回路1中产生的感应电动势。

互感电动势 (ε_{12})

一、自感电动势　自感

自感现象：由于回路中电流产生的磁通量发生变化，而在自己回路中激发感应电动势的现象叫做自感现象，这种感应电动势叫做自感电动势。



I变化—磁感强度B变化—磁通量变化

$$\Phi \propto B \propto I$$

（1）自感

$$\Phi = LI \qquad \boxed{L = \Phi / I}$$

若线圈有N匝，$\psi = N\Phi$（磁通匝数）

自感：$$L = \frac{\psi}{I} = N\frac{\Phi}{I}$$ 单位：亨利（H）

回路自感的大小等于回路中的电流为单位值时，通过这回路所围面积的磁通量。

注意：无铁磁质时，自感仅与线圈形状、大小、磁介质（磁导率）及N（线圈匝数）有关。

（2）自感电动势

回路中电流发生改变，在回路自身中产生的感应电动势。

$$\varepsilon_L = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(LI)}{\mathrm{d}t} = -(L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + I\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t})$$

当回路的形状、大小、磁介质及N不变时，L=常数。

即 $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = 0$， $\boxed{\varepsilon_L = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}}$ 自感：$L = -\varepsilon_\mathrm{L} \Big/ \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

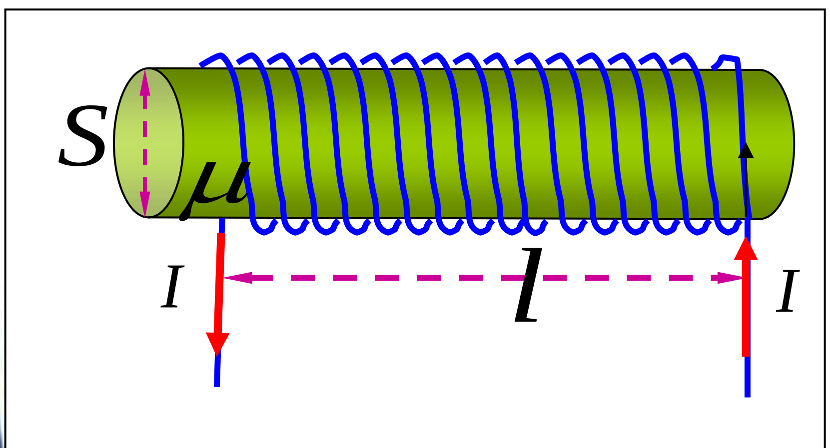
"－"表示自感电动势将反抗回路中电流的变化：电流增加，自感电动势与原来电流的方向相反；电流减小，自感电动势与原来电流的方向相同。

自感的应用：镇流器，LC谐振电路，感应圈等。

例1 如图的长直密绕螺线管，已知l、S、N、μ，求其自感L。（忽略边缘效应）

$$\boxed{L = N\frac{\Phi}{I}} \qquad I \to B \to \Phi \to L$$

解： 先设电流I，根据安培环路定理求$\boldsymbol{B}$

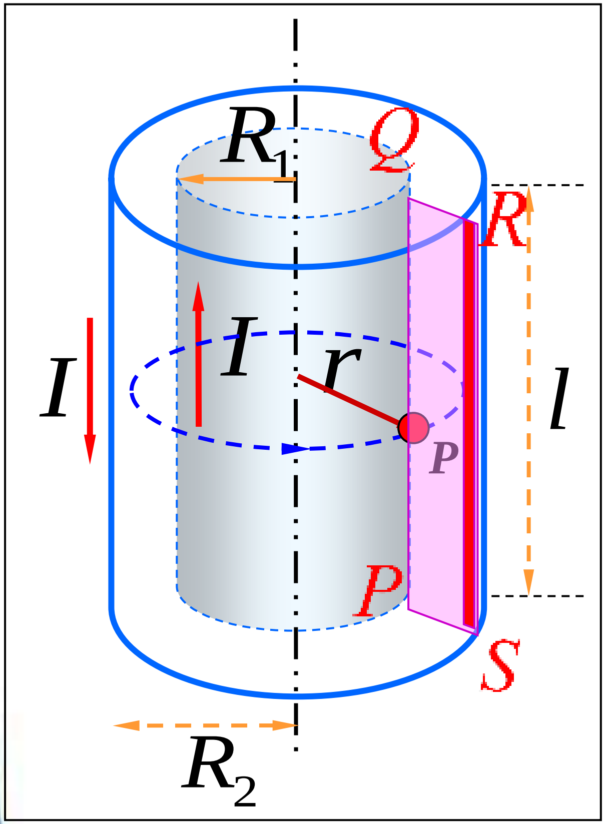


磁介质：$B = \mu\dfrac{N}{l}I$

$$N\Phi = NBS = \mu\frac{N^2}{l}IS$$

$$\boxed{L = N\frac{\Phi}{I} = \mu\frac{N^2}{l}S}$$

例2 有两个同轴圆筒形导体，其半径分别为R_1和R_2，通过它们的电流均为I，但电流的流向相反。设在两圆筒间充满磁导率为μ的均匀磁介质，求其自感L。



$$\boxed{L = \Phi / I}$$

$$I \to B \to \Phi \to L$$

解：两圆筒之间的磁场：$B = \dfrac{\mu I}{2\pi r}$

如图在两圆筒间取一长为l的面$PQRS$：

则：$\mathrm{d}\Phi = \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = B\mathrm{d}S = Bl\mathrm{d}r$

$$\Phi = \int \mathrm{d}\Phi = \int_{R_1}^{R_2} Bl\mathrm{d}r = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu I}{2\pi r} l\mathrm{d}r$$

$$= \frac{\mu I l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

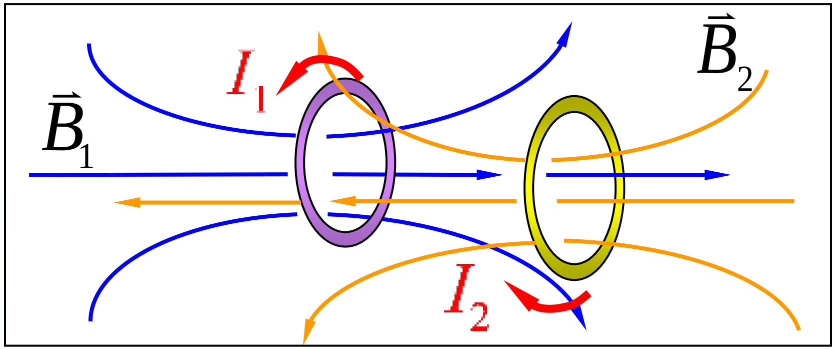
$$\boxed{L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

单位长度的自感：

$$\boxed{\frac{L}{l} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

二、互感电动势 互感

由一个回路中电流变化而在另一个回路中产生感应电动势的现象，叫做互感现象，这种感应电动势叫做互感电动势。



回路1中电流I_1所激发的磁场通过回路2所包围面积的磁通量：

$$\Phi_{21} \propto I_1 \qquad \Phi_{21} = M_{21} I_1$$

回路2中电流I_2所激发的磁场通过回路1所包围面积的磁通量：

$$\Phi_{12} \propto I_2 \qquad \Phi_{12} = M_{12} I_2$$

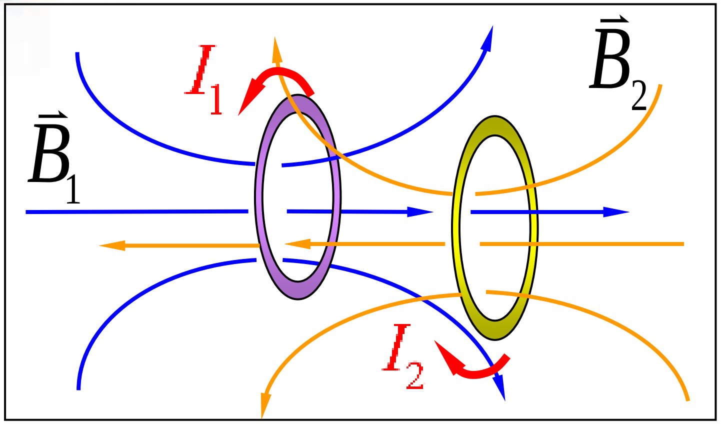
（1）互感系数（互感）

$$M_{12} = M_{21} = M = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \frac{\Phi_{12}}{I_2}$$

一个回路中的电流改变单位值时，在另一回路所围面积中磁通量的改变值。

互感反映了两个相邻回路各在另一个回路中产生互感电动势的能力，互感仅与两个线圈形状、大小、匝数、相对位置以及周围的磁介质有关。

（2）互感电动势



$$\Phi_{21}=M_{21}I_1=MI_1$$

$$\Phi_{12}=M_{12}I_2=MI_2$$

回路1中电流I_1发生改变，在回路2中产生的感应电动势：互感电动势（ε_{21}）

$$\varepsilon_{21}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{21}}{\mathrm{d}t}=-M\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$$

回路2中电流I_2发生改变，在回路1中产生的感应电动势：互感电动势（ε_{12}）

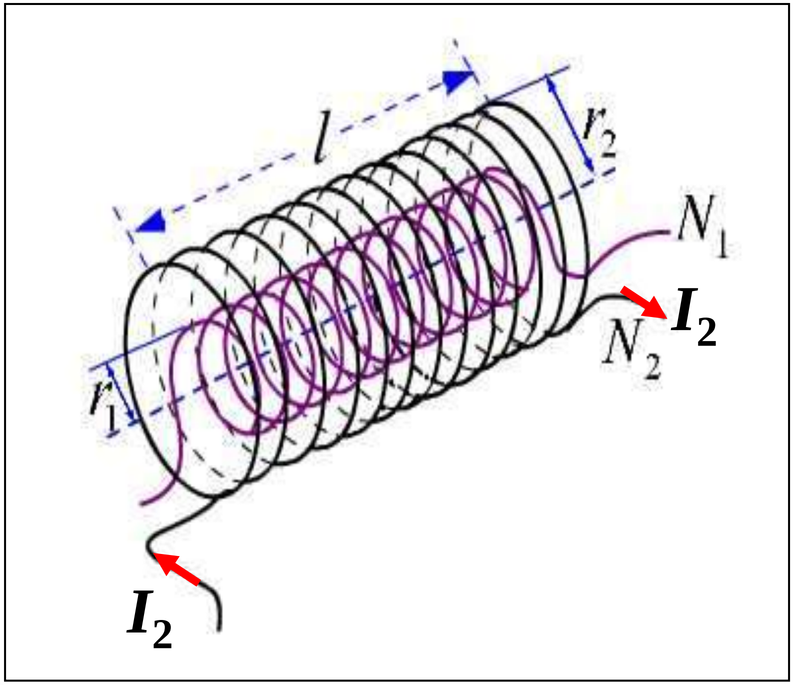
$$\varepsilon_{12}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{12}}{\mathrm{d}t}=-M\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

“—”表示一个线圈中所引起的互感电动势，将反抗另一个线圈中电流的变化。

➢ 互感系数：

$$M=-\frac{\varepsilon_{21}}{\mathrm{d}I_1/\mathrm{d}t}=-\frac{\varepsilon_{12}}{\mathrm{d}I_2/\mathrm{d}t}$$

例3 两同轴长直密绕螺线管的互感。有两个长度均为l，半径分别为r_1和r_2（$r_1<r_2$），匝数分别为N_1和N_2的同轴长直密绕螺线管。求它们的互感M。



解：先设某一线圈中通以电流I，求出另一线圈的磁通量Φ。

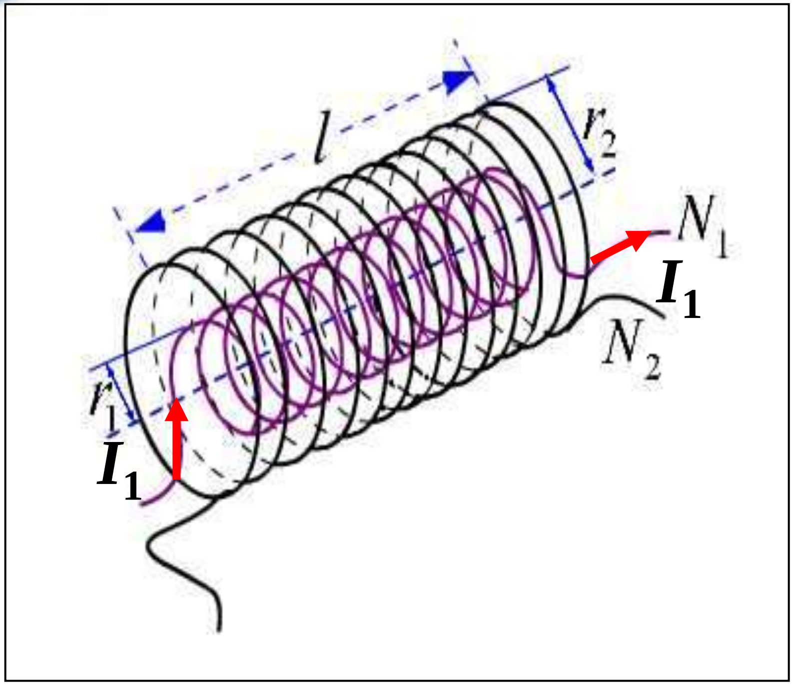
设半径为r_2的线圈中通有电流I_2，

则：$B_2=\mu_0 n_2 I_2=\mu_0\dfrac{N_2}{l}I_2$

则穿过半径为r_1的线圈的磁通匝数为：

$$N_1\Phi_{12}=N_1B_2S_1=\frac{N_1}{l}lB_2(\pi r_1^2)=\mu_0\frac{N_1}{l}\frac{N_2}{l}I_2l(\pi r_1^2)$$

$$M_{12}=\frac{N_1\Phi_{12}}{I_2}=\mu_0\frac{N_1}{l}\frac{N_2}{l}l(\pi r_1^2)=\mu_0\frac{N_1N_2}{l}(\pi r_1^2)$$



M_{21}=M_{21}=M

设半径为r_1的线圈中通有电流I_1，

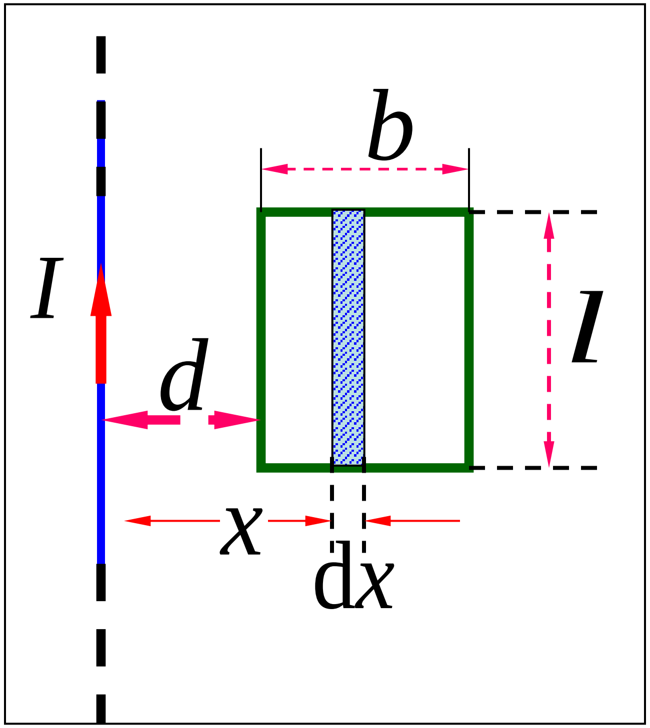
则 $B_1 = \mu_0 \dfrac{N_1}{l} I_1$

则穿过半径为r_2的线圈的磁通匝数为：

$$N_2 \Phi_{21} = N_2 B_1 S_1$$
$$= \frac{N_1}{l} l B_1 (\pi r_1^2)$$
$$= \mu_0 \frac{N_1}{l} \frac{N_2}{l} I_1 l (\pi r_1^2)$$

$$M_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} = \mu_0 \frac{N_1}{l} \frac{N_2}{l} l (\pi r_1^2) = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} (\pi r_1^2)$$

例4 在磁导率为μ的均匀无限大的磁介质中，一无限长直导线与一宽长分别为b和l的矩形线圈共面，直导线与矩形线圈的一侧平行，且相距为d。求二者的互感系数。



解： 设长直导线通电流I

$$B=\frac{\mu I}{2\pi x}$$

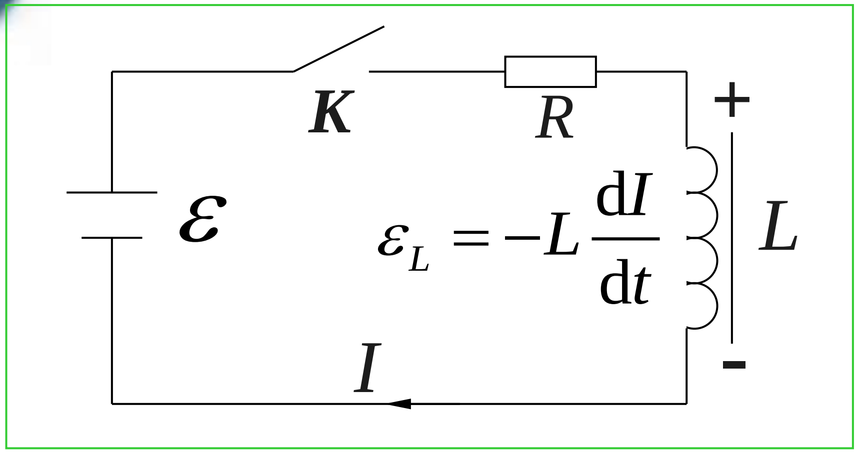
$$\mathrm{d}\Phi=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=B\mathrm{d}s=Bl\mathrm{d}x$$

$$\Phi=\int Bl\mathrm{d}x=\int_{d}^{d+b}\frac{\mu I}{2\pi x}l\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\mu Il}{2\pi}\ln\left(\frac{b+d}{d}\right)$$

$$M=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu l}{2\pi}\ln\left(\frac{b+d}{d}\right)$$

8.4 *RL*电路

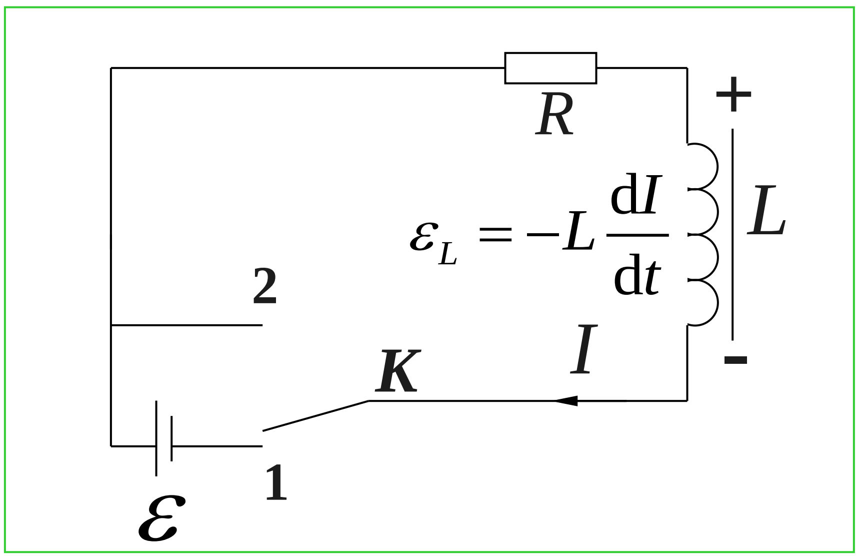


$$\varepsilon + \varepsilon_L = RI$$

$$\varepsilon - L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = RI$$

$$\ln\frac{I - \dfrac{\varepsilon}{R}}{-\dfrac{\varepsilon}{R}} = -\frac{R}{L}t$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

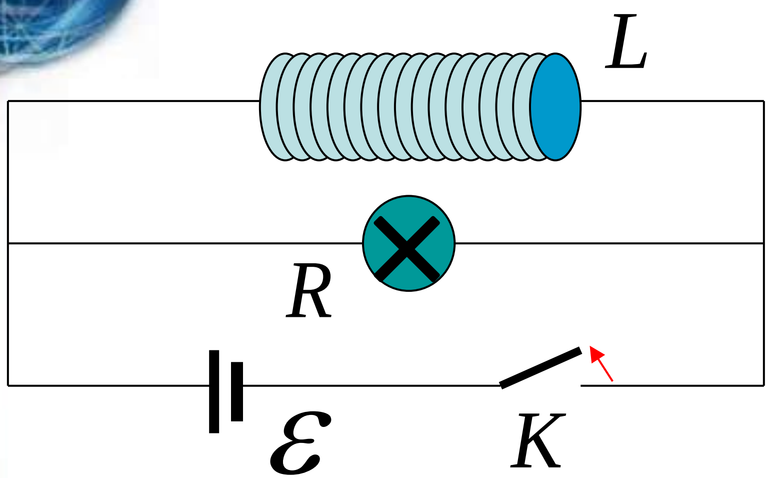


将开关**K**与位置**1**接通相当长时间后，电路中的电流已达稳定值ε/R，然后迅速把开关放到位置**2**。

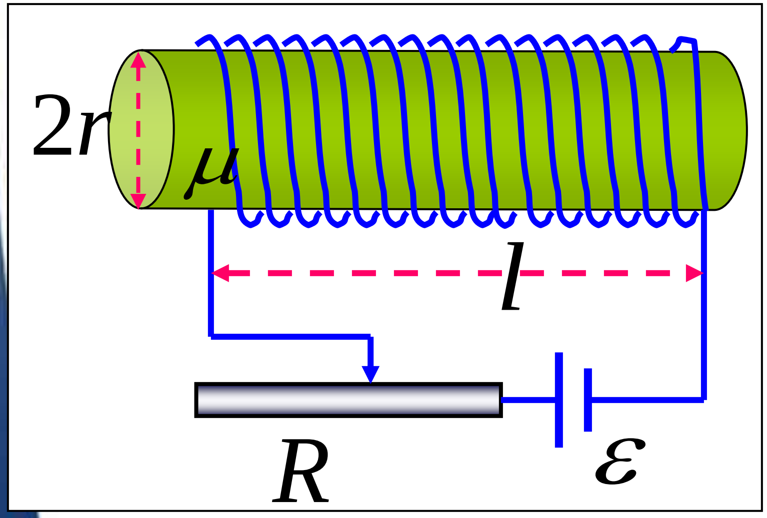
$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = RI \qquad \frac{\mathrm{d}I}{I} = -\frac{R}{L}\mathrm{d}t$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$$

8.5 磁场的能量 磁场能量密度



由于使灯泡闪亮的电流是线圈中的自感电动势产生的电流，而这电流随着线圈中的磁场的消失而逐渐消失。所以，可以认为使灯泡闪亮的能量是原来储存在通有电流的线圈中的，或者说是储存在线圈内的磁场中，称为**磁能**。

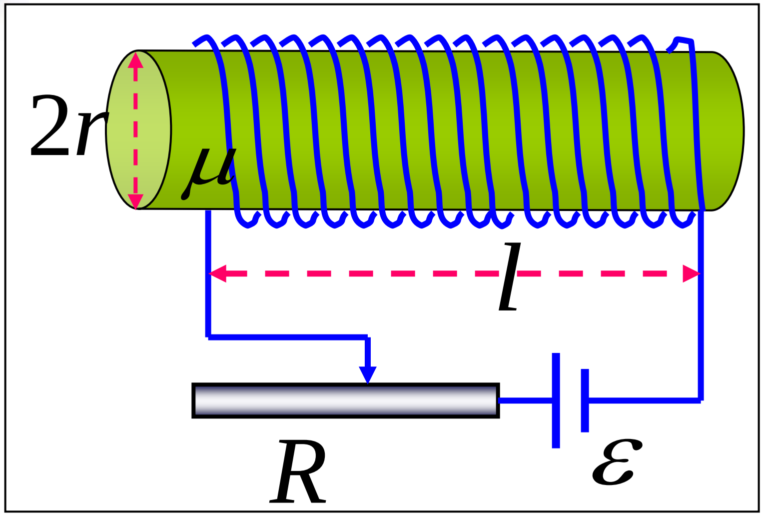


设电路接通后回路中某瞬时的电流为I，自感电动势为$\varepsilon_L = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$，由欧姆定律得：$\varepsilon + \varepsilon_L = RI$

$$\varepsilon - L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = IR \quad \varepsilon I\mathrm{d}t - LI\mathrm{d}I = RI^2\mathrm{d}t$$

$$\int_0^t \varepsilon I\,\mathrm{d}t = \int_0^I LI\,\mathrm{d}I + \int_0^t RI^2\,\mathrm{d}t$$

在自感和电流无关的情况下（L=常数）



$$\int_0^t \varepsilon I\,\mathrm{d}t = \int_0^I LI\,\mathrm{d}I + \int_0^t RI^2\,\mathrm{d}t$$

$$\varepsilon It = \frac{1}{2}LI^2 + RI^2 t$$

电源作功

电源反抗自感电动势作的功

回路电阻所放出的焦耳热

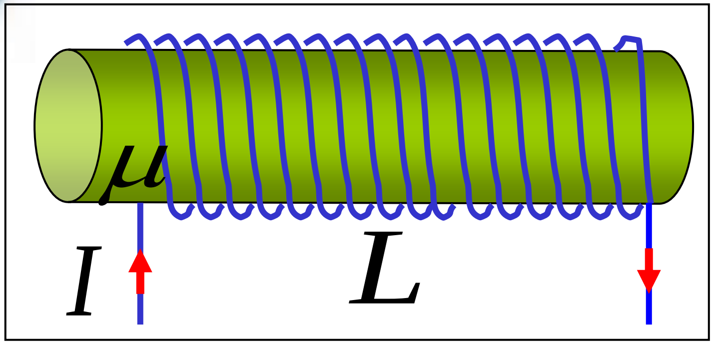
回路建立电流的暂态过程中电源电动势克服自感电动势所作的功，这部分功转化为载流回路的能量。

由于在回路中形成电流的同时，在回路周围空间也建立了磁场，因此这部分能量就是储存在磁场中的能量—磁能。

自感线圈磁能

$$W_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}LI^2$$

对于一个很长的密绕直螺线管



自感线圈磁能

$$W_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}LI^2$$

$$L = \mu n^2 V, B = \mu n I \quad W_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\mu n^2 V\left(\frac{B}{\mu n}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}V$$

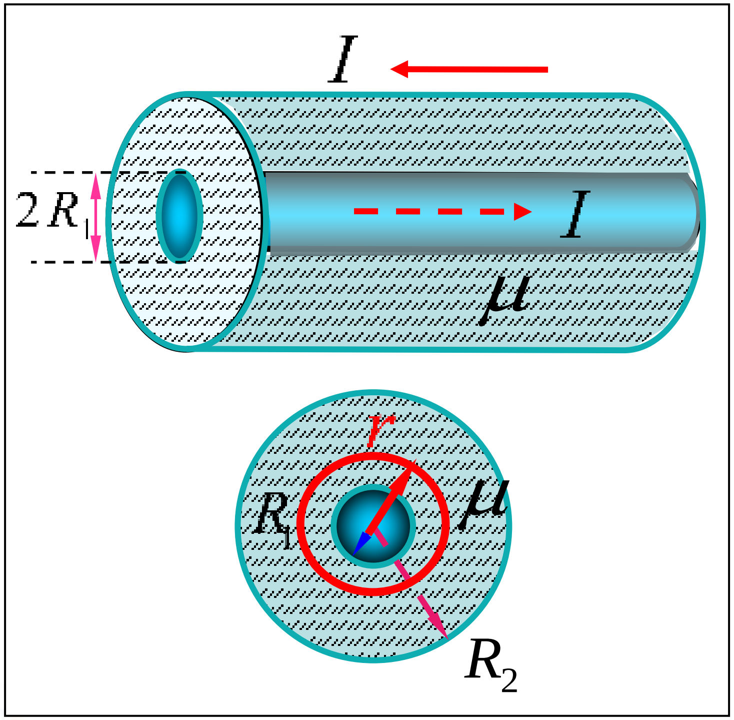
磁场能量与磁感强度、磁导率和磁场所占据的体积有关。

◆ 磁场能量密度（单位体积的磁场能量）：

$$w_{\mathrm{m}} = \frac{dW_m}{dV} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}BH \qquad \boxed{B = \mu H}$$

◆ 磁场能量：$W_{\mathrm{m}} = \int_V w_{\mathrm{m}} \mathrm{d}V = \int_V \frac{B^2}{2\mu}\mathrm{d}V \quad W_m = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}V$

例 如图同轴电缆，中间充以磁导率为μ的磁介质，芯线与圆筒上的电流I大小相等、方向相反。已知同轴电缆的半径R_1与R_2，求单位长度同轴电缆的磁能和自感。设金属芯线内的磁场可略。



解： 由安培环路定律可求 H

$$R_1 < r < R_2\,,\quad H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$w_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{\mu I^2}{8\pi^2 r^2}$$

单位长度薄圆筒体积：$\mathrm{d}V = 2\pi r \mathrm{d}r$

$$W_{\mathrm{m}} = \int_V w_{\mathrm{m}} \mathrm{d}V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu I^2}{8\pi^2 r^2} 2\pi r \mathrm{d}r$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu I^2}{4\pi r} \mathrm{d}r = \frac{\mu I^2}{4\pi} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

自感： $\boxed{W_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2} L I^2}$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

8.6 位移电流 电磁场基本方程的积分形式

麦克斯韦（1831-1879）英国物理学家，经典电磁理论的奠基人，气体动理论创始人之一。他提出了有旋场和位移电流的概念，建立了经典电磁理论，并预言了以光速传播的电磁波的存在。在气体动理论方面，提出了气体分子按速率分布的统计规律。

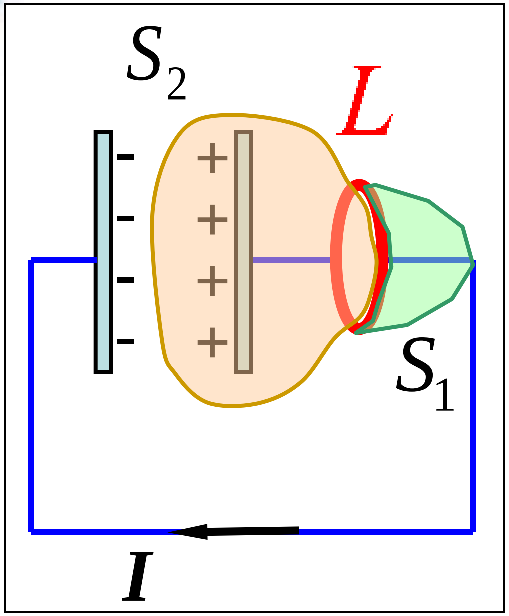
1865年麦克斯韦在总结前人工作的基础上，提出完整的电磁场理论，他的主要贡献是提出了“有旋电场”和“位移电流”两个假设，从而预言了电磁波的存在，并计算出电磁波的速度（即光速）。

真空中光速：

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2.99792458 \times 10^2 \ \text{m/s}$$

1888年赫兹的实验证实了他的预言，麦克斯韦理论奠定了经典动力学的基础，为无线电技术和现代电子通讯技术发展开辟了广阔前景。

一、位移电流 全电流安培环路定理



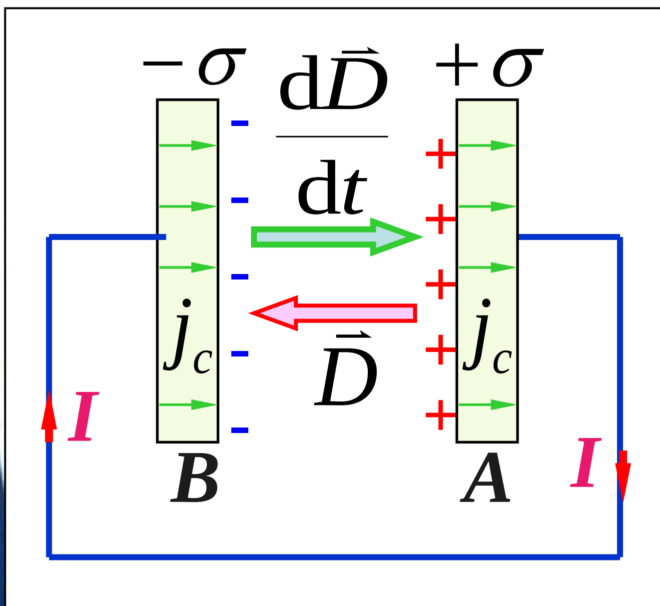
稳恒磁场中，安培环路定理：

$$\oint_l \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I = \int_s \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

在正极板附近取一闭合回路L：

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{S_1} \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = I$$

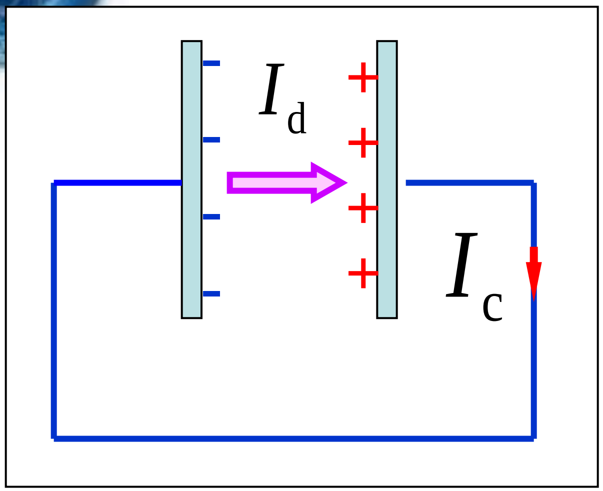
$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{S_2} \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0$$



$$I_\mathrm{c} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(S\sigma)}{\mathrm{d}t} = S\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} \qquad j_\mathrm{c} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} \qquad D = \sigma$$

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} \qquad \Psi = SD \qquad \boxed{I_\mathrm{c} = S\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}}$$

麦克斯韦假设：电场中某一点位移电流密度等于该点电位移矢量对时间的变化率。



◆ 位移电流密度：$\vec{j}_d = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

◆ 位移电流：

$$I_d = \int_S \vec{j}_d \cdot d\vec{s} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{s} = \frac{d\Psi}{dt}$$

通过电场中某一截面的位移电流等于通过该截面电位移通量对时间的变化率。

◆ 全电流：$\boxed{I_s = I_c + I_d}$ $\quad \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_s = I_c + \dfrac{d\Psi}{dt}$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s (\vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{s}$$

全电流安培环路定理：

磁场强度H沿任意闭合回路的环流等于穿过此闭合回路所围曲面的全电流。

（1）全电流是连续的；

（2）位移电流和传导电流一样激发磁场；

（3）传导电流产生焦耳热，位移电流不产生焦耳热。

二、电磁场 麦克斯韦电磁场方程的积分形式

- 静电场高斯定理：$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = \int_V \rho dV = \sum q$
- 静电场环流定理：$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$
- 磁场高斯定理：$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$
- 安培环路定理：$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j}\cdot d\vec{s} = \sum I_c$

麦克斯韦假设 （1）有旋电场 $\vec{E}_k$ （2）位移电流 $\vec{j}_d = \dfrac{d\vec{D}}{dt}$

麦克斯韦电磁场方程的积分形式

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = \int_V \rho dV = \sum q \\
&\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s} \\
&\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0 \\
&\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{s}
\end{aligned}
\right.
$$

Thanks for Your Attention!

See You Later!

课后作业：P351 8-19、8-20

P352 8-23、8-24

P353 8-27