

试卷类型: B

鲁东大学概率论与数理统计试卷
2020-2021 学年第二学期期末试卷

考试方式: 开卷 () 闭卷 (✓)

题号	一	二	三 1	2	3	4	5	6	7		合计
得分											

一、 填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 设 A 、 B 、 C 表示三个事件, 用事件的运算关系表示下列事件: A , B , C 不多于一个发生_____。
2. 已知 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4$, A 与 B 独立, 则 $P(\overline{AB}) =$ _____。
3. 设 $X \sim N(0, 1)$, $Y \sim N(1, 2^2)$, 且 X 、 Y 独立, 则 $X + 3Y + 1 \sim$ _____。
4. 由切比雪夫不等式估计 200 个新生儿中, 男孩多于 80 个且少于 120 个的概率_____。
5. $X \sim N(a, 1)$, 则 $P(X < a) =$ _____。
6. 设 X_1, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本, 则 $Y = \sum_{i=1}^n k_i X_i$ 是 $E(X)$ 的无偏估计的充要条件为_____。

二、 单项选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 相关系数 $\rho_{XY} = 0$ 是服从正态分布的两个随机变量 X , Y 相互独立的 ()。
(A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既非必要又非充分的条件

2. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则随着 σ 的增大, 概率 $P(|X - \mu| < \sigma)$ ()。

- (A) 单调增大 (B) 单调减小 (C) 保持不变 (D) 无法确定

3. 掷一枚质地均匀的骰子, 则在出现奇数点的条件下出现 3 点的概率为 ()。

- (A) 1/3 (B) 2/3 (C) 1/6 (D) 3/6

4. 对任意两个随机变量 X, Y , 若有 $E(XY) = E(X)E(Y)$, 则 X 与 Y ()。

- (A) 独立 (B) 不相关 (C) 互不相容 (D) 以上都不对

5. 设随机变量 $X \sim t(n) (n > 1), Y = \frac{1}{X^2}$, 则 ()。

- (A) $Y \sim \chi^2(n)$ (B) $Y \sim \chi^2(n-1)$ (C) $Y \sim F(n,1)$ (D) $Y \sim F(1,n)$

6. 设 X_1, X_2 为总体 X 的一个容量为 2 的样本, 则在下列 $E(X)$ 的无偏估计量中, 最有效的估计量是 ()。

- (A) $\frac{1}{2}(X_1 + X_2)$ (B) $\frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2$ (C) $\frac{3}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2$ (D) $\frac{3}{5}X_1 + \frac{2}{5}X_2$

三、 计算题 (共 64 分)

1. (8 分) 6 个羽毛球中有 4 个是新球。首场比赛任取 2 个, 赛后放回; 次场比赛又取 2 个。求次场比赛所取 2 球全是新球的概率。

2. (10 分) 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ ax^3, & 0 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$, 求:

(1) a 和 X 的密度函数 $f(x)$; (2) $P(-1 < X < 0.5)$; (3) 四次独立试验中恰好有三次在区间 $(-1, 0.5)$ 内取值的概率。

3. (8 分) 设随机变量 $X \sim N(0, 4)$, $Y \sim B(100, 0.1)$ 且 $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$ 。又设 $Z = 2X - \frac{1}{3}Y$, 试求 $D(Z)$ 及 $Cov(X, Z)$ 。

4. (10 分) 设 二 维 随 机 变 量 (X, Y) 的 联 合 概 率 密 度 为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(6 - x - y), & 0 < x < 2, 2 < y < 4, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 判断 X 和 Y 是否相互独立, 是否相关; (2) $P(X > 1)$ 。

5. (10 分) 假设连续型随机变量 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

若取样本 X_1, X_2, \dots, X_n , 样本的观测值为 x_1, x_2, \dots, x_n , 求未知参数 θ 的矩估计和最大似然估计。

6. (10 分) 设有一组来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本观测值, 样本容量 $n=9$, 经计算 $\bar{x}=0.50889$, $s=0.01088$, 取 $\alpha=0.05$

(1) 已知 $\sigma=0.01$, 求 μ 的置信区间。

(2) σ^2 未知, 求 μ 的置信区间。

7. (8分) 已知某炼铁厂铁水含碳量服从正态分布 $N(4.550, 0.108^2)$ ，现观测了九炉铁水，其平均含碳量为 4.484，如果方差没有变化，可否认为现在生产的铁水平均含碳量仍为 4.550 ($\alpha = 0.05$) ?

可能用到的查表数据：

$$u_{0.025} = 1.96, u_{0.05} = 1.645, t_{0.025}(8) = 2.306, t_{0.025}(9) = 2.262,$$

$$t_{0.025}(35) = 2.03, t_{0.025}(36) = 2.028$$

$$t_{0.05}(35) = 1.689, t_{0.05}(36) = 1.688, \Phi(1) = 0.8413, \Phi(0.5) = 0.6915, \chi_{0.025}^2(7) = 16$$

