

鲁东大学 2019—2020 学年第一学期

2018 级 土木本、电气本、电信本、物理本、新能本、软工本、通信本、
港航本、信息本 专业 试卷 A 课程名称 概率论与数理统计 A

课程号（212018109,212018139,212018189） 考试形式（闭卷笔试） 时间（120 分钟）

题 目	一	二	三	四	总 分	统分人
得 分						

得分	评卷人

一、填空题：本大题共 5 个小题，每空 3 分，满分 15 分。
要求：请把答案填在下表中。

题号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
答案					

1. 设 $A \subset B, P(A) = 0.4, P(B) = 0.6$ ，则 $P(A \cup B) =$ (1) .
2. 设随机变量 X 的分布律为

X	-1	1	3
P	0.2	0.3	0.5

则 $P\{X < 1.5 | X \neq 1\} =$ (2) .
3. 设随机变量 X 服从泊松分布，且 $P\{X = 1\} = P\{X = 2\}$ ，则 $E(X) =$ (3) .
4. 设随机变量 $X \sim N(2, 3^2)$ ，则 $P\{X \leq 2\} =$ (4) .
5. 设总体 $X \sim N(0, 3^2)$ ， X_1, X_2, \cdots, X_{18} 为取自该总体的样本，则统计量

$T = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_9}{\sqrt{X_{10} + X_{11} + \cdots + X_{18}}}$ 服从的分布是 (5) .

得分	评卷人

二、选择题：本大题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分。
要求：把正确答案前的字母填在下表中。

题号	①	②	③	④	⑤
答案					

1. 设事件 A 与 B 互不相容， $P(A) > 0, P(B) > 0$ ，则下列结论中一定成立的有 ① .
(A) \bar{A} 与 \bar{B} 互不相容； (B) \bar{A}, \bar{B} 为对立事件；
(C) A 与 B 相互独立； (D) A 与 B 不独立.
2. 设每次试验成功的概率为 $p, (0 < p < 1)$ ，进行独立重复试验，则直到第 10 次试验才 4 次成功的概率为 ② .
(A) $C_{10}^4 p^4 (1-p)^6$ ； (B) $C_9^3 p^4 (1-p)^6$ ； (C) $C_9^4 p^4 (1-p)^5$ ； (D) $C_9^3 p^3 (1-p)^6$.
3. 设随机变量 $X \sim N(3, 4^2), Y \sim N(3, 3^2)$ ，且相互独立，则 $Z = X - Y$ 服从 ③ .
(A) $N(0, 7)$ ； (B) $N(0, 25)$ ； (C) $N(6, 7)$ ； (D) $N(6, 25)$.
4. 设随机变量 相互独立，方差分别为 6 和 3，则 的方差为 ④ .
(A) 3； (B) -3； (C) 51； (D) 21.
5. 设 X_1, X_2, \cdots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, 1)$ 的一个简单随机样本， \bar{X}, S^2 分别为样本均值与样本方差，则 ⑤ .
(A) $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \sim \chi^2(n)$ ； (B) $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n)$ ；
(C) $\bar{X} \sim N(\mu, 1)$ ； (D) $\frac{\bar{X}}{S/\sqrt{n-1}} \sim t(n-1)$.

得分	评卷人

三、计算题：本大题有 5 个小题，每小题 8 分，共 40 分.

1.（8 分）玻璃杯成箱出售，每箱 20 只. 假设每箱中含有瑕疵品 0，1，2 只的概率相应为 0.8，0.1，0.1. 一顾客欲购买一箱，如果开箱随机检验 4 只若没有瑕疵品则买下该箱，否则退回. 试求(1)顾客买下该箱的概率；(2)如果顾客买下了一箱，则该箱确无瑕疵品的概率.

2.（8 分）设随机变量 X 的概率分布函数为 $F(x)=\begin{cases}1-e^{-2x}, & x>0 \\ 0, & x\leq 0\end{cases}$

试求：(1) X 的密度函数 $f(x)$ ； (2) 概率 $P\left\{-1<X<\frac{1}{2}\right\}$.

3.（8 分）设总体 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$ ， X_1,X_2,X_3,X_4 是总体 X 的样本， 令：

$$\hat{\mu}_1=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{4}X_3+\frac{1}{5}X_4,\quad \hat{\mu}_2=\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{6}X_3+\frac{1}{6}X_4,\hat{\mu}_3=\frac{1}{4}\left(X_1+X_2+X_3+X_4\right),$$

(1)判断哪些是 μ 的无偏估计；(2)在无偏估计中判断哪一个估计量最有效.

4.（8 分）设来自总体 X 的简单随机样本 (X_1,X_2,\cdots,X_n) ， 总体 X 的分布律为

$$P\{X=x\}=C_m^x p^x(1-p)^{m-x},\quad x=0,1,2,\cdots,m,$$

其中 $0<p<1$ ， 试求未知参数 θ 当样本值为 x_1,x_2,\cdots,x_n 时的最大似然估计.

5. (8 分) 设 X_1, X_2, \cdots, X_n 为总体 X 的一个简单随机样本, X 的密度函数

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他}\end{cases}, \quad \theta > 0,$$

求参数 θ 的矩估计量.

2. (15 分) 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y)=\begin{cases}3x, & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

- (1) 求随机变量 X 的边缘概率密度;
- (2) 求条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$;
- (3) 求概率 $P\{X+Y \leq 1\}$.

得分	评卷人

四、综合题：本大题有 2 个小题，每小题 15 分，共 30 分.

1.(15 分) 设二维随机变量 (X, Y) 服从区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$ 上的均匀分布, 设

$$U = \begin{cases} 0, & X \leq Y \\ 1, & X > Y \end{cases}, \quad V = \begin{cases} 0, & X \leq 2Y \\ 1, & X > 2Y \end{cases}$$

- (1) 求 (U, V) 的联合概率分布.
- (2) 求 U, V 的相关系数 ρ .