

鲁东大学 2022—2023 学年第一学期
2022 级 数学与应用数学（师范类）、统计学专业
本科卷 课程名称 数学分析 1

课程号（212121301） 考试形式（闭卷笔试） 时间（120 分钟）

题 目	一	二	三	四	五	统分人
得 分						

得分	评卷人

一、判断题：本题共 5 小题，每题 2 分，满分 10 分。

- 1、 $f(x)=x\sin x$ 在 $x\rightarrow+\infty$ 时为无穷大量. ()
- 2、对任意 $\varepsilon>0$ ， $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ 之外有数列 $\{x_n\}$ 的有限项，则 $\lim_{n\rightarrow\infty}x_n=a$. ()
- 3、若 $f''(x_0)>0$ ，则 x_0 点为 $f(x)$ 的极小值点. ()
- 4、连续函数都是可微函数. ()
- 5、 $|f(x)|$ 在 x_0 点连续，则函数 $f(x)$ 在 x_0 点连续. ()

得分	评卷人

二、填空题：本题共 5 小题，每题 3 分，满分 15 分。

- 1、函数极限 $\lim_{x\rightarrow+\infty}f(x)=A$ 的柯西收敛准则为：_____.
- 2、函数 $f(x)$ 在区间 I 上一致连续的定义为：_____.
- 3、若 $f(x_0)=0, f'(x_0)=4$ ， $\lim_{x\rightarrow x_0}\frac{f(x)}{x-x_0}=$ _____.
- 4、写出一个只在 $x=0$ 点可导的函数 _____.
- 5、函数 $f(x)=\frac{x^2-x}{|x|(x^2-1)}$ 的可去间断点为_____.

得分	评卷人

三、选择题：本题共 5 小题，每题 3 分，满分 15 分。

- 1、下列式子错误的是 ()

(A) $\lim_{x\rightarrow\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{x}=0$; (B) $\lim_{x\rightarrow\infty}x\sin\frac{1}{x}=0$; (C) $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\sin x}{x}=1$.

- 2、 $f(x)$ 在 x_0 点存在左导数和右导数，下列结论正确的是 ()

- (A) $f(x)$ 在 x_0 点可导;
(B) $f(x)$ 在 x_0 点连续;
(C) $f(x)$ 在 x_0 点不一定可导，也不一定连续.

- 3、 $f(x)$ 在 x_0 点满足 $f'(x_0)=0, f''(x_0)=0, f'''(x_0)\neq 0$ ，则下列结论

正确的是 ()

- (A) 点 $(x_0, f(x_0))$ 为 $y=f(x)$ 的拐点;
(B) x_0 为 $f(x)$ 的极值点;
(C) x_0 不是 $f(x)$ 的极值点， $(x_0, f(x_0))$ 也不是 $y=f(x)$ 的拐点.

- 4、 $f(x)=x(x-1)(x-2)(x-3)$ ，则 $f'''(x)=0$ 在 $(3,+\infty)$ 上根的个数为 ()

(A) 1; (B) 4; (C) 0.

- 5、设函数 $f(x)$ 可导，则下列命题错误的是 ()

- (A) 若 $f(x)$ 为奇函数，则 $f'(x)$ 为偶函数;
(B) 若 $f(x)$ 为周期函数，则 $f'(x)$ 为周期函数;
(C) 若 $f(x)$ 为单调函数，则 $f'(x)$ 为单调函数.

得分	评卷人

四、计算与讨论题：本题共 5 小题，每小题 8 分，满分 40 分.

1、(8 分)求极限 (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{\sin x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$.

2、(8 分) 已知分段函数 $f(x) = \begin{cases} x + \sin x^2, & x \leq 0 \\ \ln(1+x), & x > 0 \end{cases}$,

(1) 求 $f'(x)$ 并讨论 $f'(x)$ 的连续性;

(2) 求 $f''(x)$.

3、(8 分) 讨论方程 $a = x - \ln x$ (a 为常数) 根的情况.

4、(8 分) 求 $f(x) = (2x-5)\sqrt[3]{x^2}$ 在区间 $[-1, 2]$ 上的最小值和最大值.

5、(8 分) 某工厂要建一面积为 $512m^2$ 的矩形堆料场，一边可以用原有的墙壁，其它三面需新建.问堆料场的长和宽各为多少米时，能使砌墙所用的料最省？

得分	评卷人

五、证明题：本题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分.

1、(10 分) 证明： $f(x)$ 为 $[0,1]$ 上的二阶可导函数， $f(0)=f(1)=0$, 存在一点 $a \in (0,1)$ ，使得 $f(a) < 0$. 证明：至少存在一点 $\xi \in (0,1)$ ，使得 $f''(\xi) > 0$.

2、(10 分) 证明不等式：当 $x > 0$ 时， $x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x$.