

第二讲（续）

7.2.3 二进制相移键控（2PSK）系统的抗噪声性能

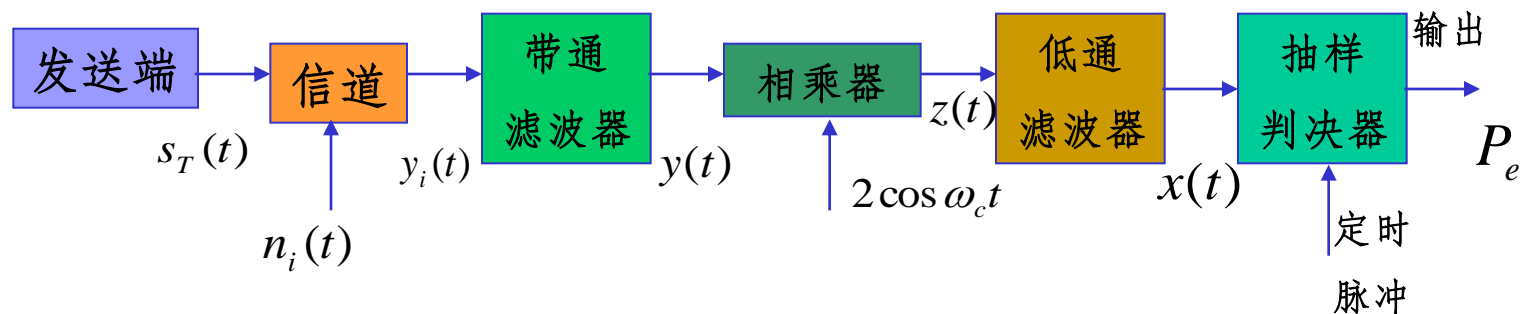


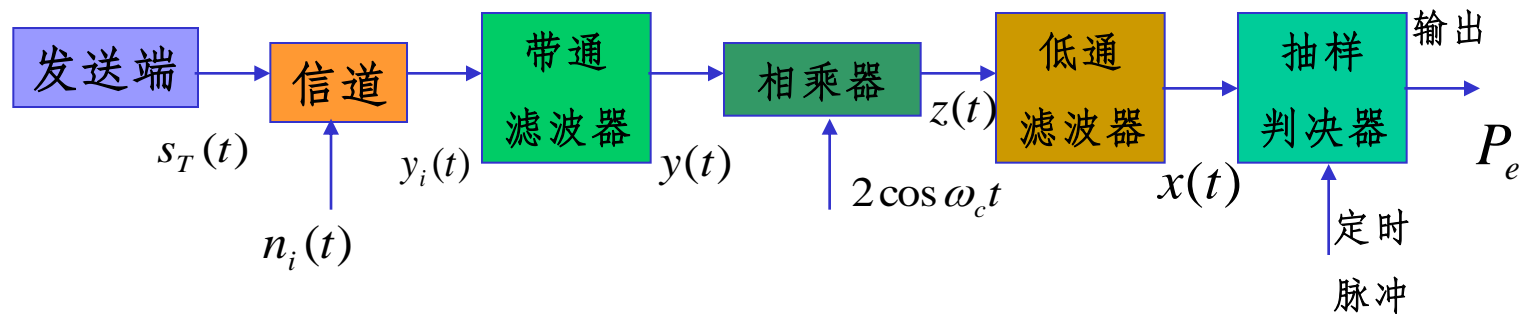
7.2 二进制数字调制系统的抗噪声性能

7.2.3 二进制相移键控(2PSK)和二进制差分相移键控(2DPSK)系统的抗噪声性能

1. 2PSK相干解调系统性能

性能分析模型如图所示。





发送端产生的2PSK信号可表示为

$$s_T(t) = \begin{cases} u_{1T}(t), & \text{发送“1”符号} \\ u_{0T}(t) = -u_{1T}(t), & \text{发送“0”符号} \end{cases}$$

其中

$$u_{1T}(t) = A \cos \omega_c t, \quad 0 < t < T_s$$



接收端带通滤波器输出波形 $y(t)$ 为

$$y(t) = \begin{cases} [a + n_c(t)] \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t, & \text{发送“1”符号} \\ [-a + n_c(t)] \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t, & \text{发送“0”符号} \end{cases}$$

相乘器输出波形 $z(t)$ 为

$$z(t) = 2y(t) \cos \omega_c t$$

$$= \begin{cases} [a + n_c(t)] + [a + n_c(t)] \cos 2\omega_c t - n_s(t) \sin 2\omega_c t, & \text{发送“1”符号} \\ [-a + n_c(t)] + [-a + n_c(t)] \cos 2\omega_c t - n_s(t) \sin 2\omega_c t, & \text{发送“0”符号} \end{cases}$$

低通滤波器滤除高频分量，只允许低频成分通过，则低通滤波器输出波形 $x(t)$ 为

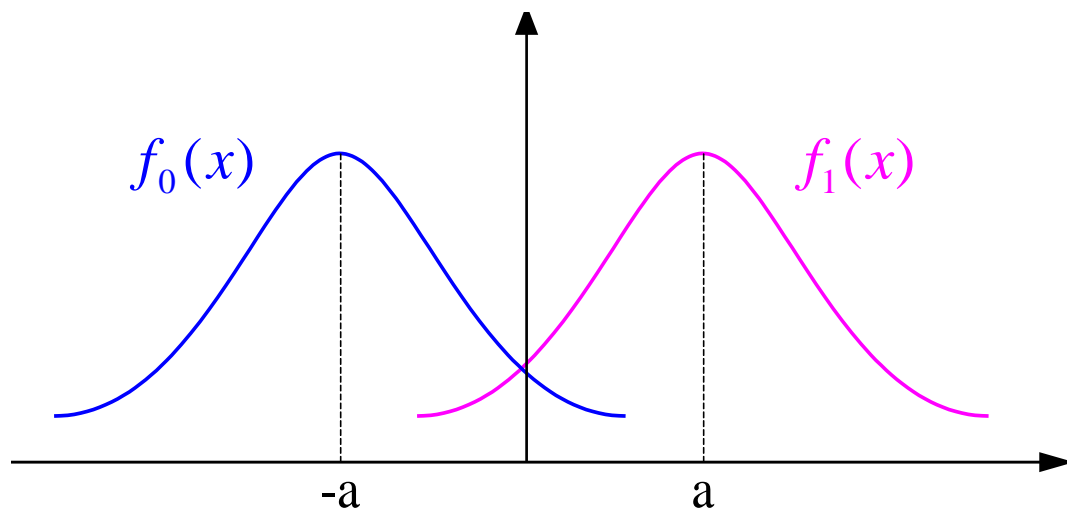
$$x(t) = \begin{cases} a + n_c(t), & \text{发送“1”符号} \\ -a + n_c(t), & \text{发送“0”符号} \end{cases}$$



在 kT_s 时刻抽样值的一维概率密度函数 $f_1(x)$ 和 $f_0(x)$ 分别为

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma_n^2}\right\}, \text{ 发送“1”符号}$$

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left\{-\frac{(x+a)^2}{2\sigma_n^2}\right\}, \text{ 发送“0”符号}$$



由最佳判决门限分析可知，在发送“1”符号和发送“0”符号概率相等时，最佳判决门限 $b^* = 0$ 。此时，发送“1”符号而错判为“0”符号的概率 $P(0/1)$ 为

$$P(0/1) = P(x \leq 0) = \int_{-\infty}^0 f_1(x) dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r})$$

式中

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$$

同理可得发送“0”符号而错判为“1”符号的概率 $P(1/0)$ 为

$$P(1/0) = P(x > 0) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r})$$



1. 2PSK相干解调系统性能

2PSK系统的总误码率 P_e 为

$$P_e = P(1)P(0/1) + P(0)P(0/1) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r})$$

在大信噪比($r \gg 1$) 条件下, 上式可近似表示为

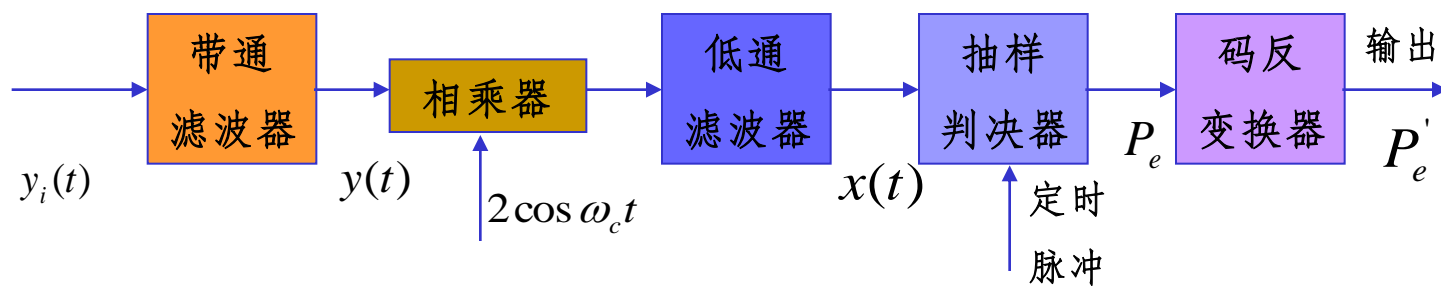
$$P_e \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi r}} e^{-r}$$



7.2 二进制数字调制系统的抗噪声性能

2. 2DPSK信号相干解调系统性能

相干解调加码反变换器方式，分析模型如图所示。



绝对码:

发送相对码:

无错接收相对码:

绝对码:

错1接收相对码:

绝对码:

错2接收相对码:

绝对码:

错5接收相对码:

绝对码:

	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	0 _x	0	1	1	0	1	0
	0	0	1	1 _x	0 _x	1	0	1	1	1
0	0	0	1	0 _x	1 _x	1	1	0	1	0
	0	0	1	1 _x	1	0 _x	0	1	1	1
0	0	0	1	0 _x	1 _x	0 _x	0 _x	1 _x	1	0
	0	0	1	1 _x	1	1	0	1	0 _x	1



设 P_e 为码反变换器输入端相对码序列的误码率，

P_e' 为码反变换器输出端绝对码序列的误码率，

$$P_e' = 2P_1 + 2P_2 + \cdots + 2P_n + \cdots$$

式中 P_n 为码反变换器输入端相对码序列连续出现 n 个错码的概率，

$$P_1 = (1 - P_e)P_e(1 - P_e) = (1 - P_e)^2 P_e$$

$$P_2 = (1 - P_e)P_e^2(1 - P_e) = (1 - P_e)^2 P_e^2$$

$$P_n = (1 - P_e)P_e^n(1 - P_e) = (1 - P_e)^2 P_e^n$$



$$\begin{aligned}
 P_e' &= 2(1 - P_e)^2 (P_e + P_e^2 + \cdots + P_e^n + \cdots) \\
 &= 2(1 - P_e)^2 P_e (1 + P_e + P_e^2 + \cdots + P_e^n + \cdots) \\
 &= 2(1 - P_e)P_e
 \end{aligned}$$

当相对码的误码率 $P_e \ll 1$ 时，上式可近似为

$$P_e' = 2P_e$$

即此时码反变换器输出端绝对码序列的误码率是码反变换器输入端相对码序列误码率的两倍。

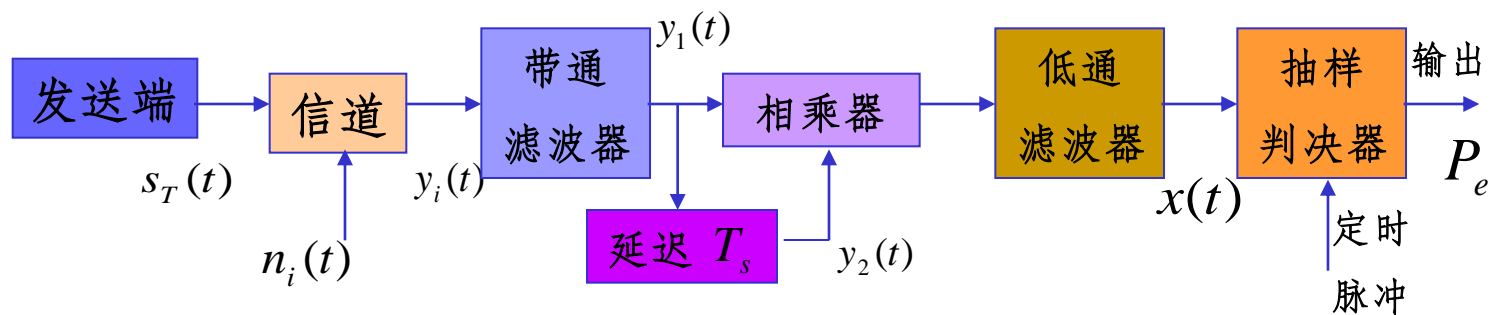
可见，码反变换器的影响是使输出误码率增大。

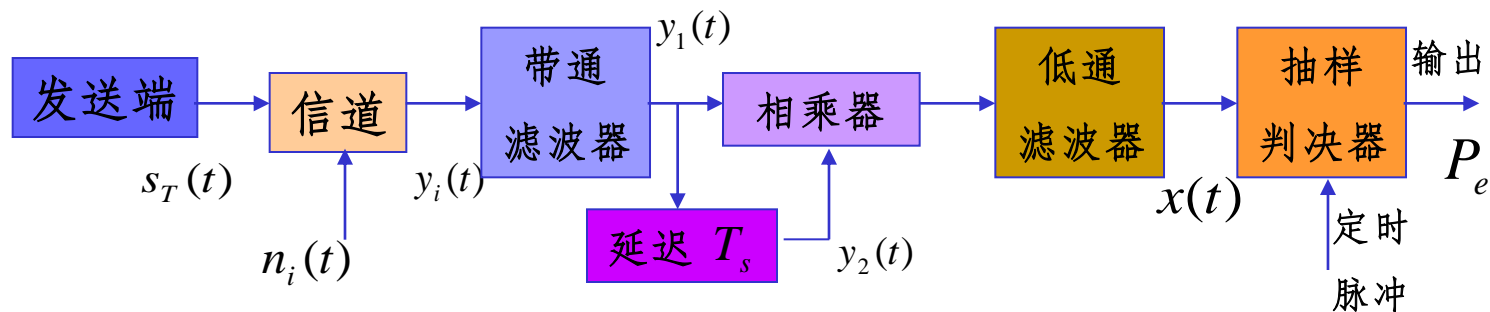


7.2 二进制数字调制系统的抗噪声性能

3. 2DPSK信号差分相干解调系统性能

2DPSK信号差分相干解调方式，也称为相位比较法，是一种非相干解调方式，其性能分析模型如图所示。





假设当前发送的是“1”符号，并且前一个时刻发送的也是“1”符号（也可以令其为“0”），则带通滤波器输出 $y_1(t)$ 和延迟器 $y_2(t)$ 输出分别为（“1”不变 “0”变）

$$\begin{aligned}
 y_1(t) &= a \cos \omega_c t + n_1(t) \\
 &= [a + n_{1c}(t)] \cos \omega_c t - n_{1s}(t) \sin \omega_c t \\
 y_2(t) &= a \cos \omega_c t + n_2(t) \\
 &= [a + n_{2c}(t)] \cos \omega_c t - n_{2s}(t) \sin \omega_c t
 \end{aligned}$$

其中 $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 分别为无延迟支路的窄带高斯噪声和有延迟支路的窄带高斯噪声，并且 $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 相互独立。

低通滤波器的输出 $x(t)$ 为

$$x(t) = \frac{1}{2} \{ [a + n_{1c}(t)][a + n_{2c}(t)] + n_{1s}(t)n_{2s}(t) \}$$

抽样时刻的样值为

$$x = \frac{1}{2} [(a + n_{1c})(a + n_{2c}) + n_{1s}n_{2s}]$$

(对应2DPSK “1”不变 “0”变规则)

若 $x > 0$, 则判决为 “1” 符号----**正确判决**

若 $x < 0$, 则判决为 “0” 符号----**错误判决**

“1” 符号判为 “0” 符号的概率为

$$P(0/1) = P\{x < 0\} = P\left\{\frac{1}{2} [(a + n_{1c})(a + n_{2c}) + n_{1s}n_{2s}] < 0\right\}$$



将“1”符号判为“0”符号的错误概率为

$$P(0/1) = \frac{1}{2} e^{-r}$$

$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$ 为接收机输入端的信噪比。

同理可得，将“0”符号判为“1”符号的错误概率：

$$P(1/0) = \frac{1}{2} e^{-r}$$

因此，2DPSK信号差分相干解调系统得总误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r}$$



[例7.2.3] 假设采用2DPSK方式在微波线路上传送二进制数字信息。已知码元速率 $R_B = 10^6$ B，信道中加性高斯白噪声的单边功率谱密度 $n_0 = 2 \times 10^{-10}$ W/Hz。今要求误码率不大于 10^{-4} 。试求

- (1) 采用差分相干解调时，接收机输入端所需的信号功率；
- (2) 采用相干解调-码反变换时，接收机输入端所需的信号功率。

【解】(1) 接收端带通滤波器的带宽为


$$B = 2R_B = 2 \times 10^6 \text{ Hz}$$

其输出的噪声功率为

$$\sigma_n^2 = n_0 B = 2 \times 10^{-10} \times 2 \times 10^6 = 4 \times 10^{-4} \text{ W}$$

所以，2DPSK采用差分相干接收的误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r} \leq 10^{-4} \Rightarrow r \geq 8.52$$


$$r = a^2 / 2\sigma_n^2 \geq 8.52 \Rightarrow \frac{a^2}{2} \geq 8.52 \times \sigma_n^2 = 3.4 \times 10^{-3} \text{ W}$$

(2) 对于相干解调-码反变换的2DPSK系统,

$$P_e' \approx 2P_e = \text{erfc}(\sqrt{r}) \leq 10^{-4}$$

查误差函数表, 可得

$$r \geq 7.56$$

$$r = a^2 / 2\sigma_n^2 \geq 7.56 \Rightarrow \frac{a^2}{2} \geq 7.56 \times \sigma_n^2 = 3.02 \times 10^{-3} \text{W}$$



7.2 二进制数字调制系统的抗噪声性能

例题

若采用2DPSK方式传送二进制数字信息，已知发送端发出的信号振幅为5V，输入接收端解调器的高斯噪声功率 $\sigma_n^2 = 3 \times 10^{-12} \text{ W}$ ，要求误码率 $P_e = 10^{-5}$ 。

试求：

- (1) 采用差分相干接收时，由发送端到解调器输入端的衰减为多少？
- (2) 采用相干解调—码反变换接收时，由发送端到解调器输入端的衰减为多少？



解：

(1) 2DPSK方式传输，采用差分相干接收，其误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r} = 10^{-5}$$

可得

$$r = 10.82$$

又因为

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$$

$$a = \sqrt{2\sigma_n^2 r} = \sqrt{6.492 \times 10^{-11}} = 8.06 \times 10^{-6}$$

可得衰减分贝数为 $k = 20\lg \frac{5}{a} = 20\lg \frac{5}{8.06 \times 10^{-6}} = 115.9dB$



(2) 采用相干解调—码反变换接收时误码率为

可得

$$P_e \approx 2P = \operatorname{erfc}(\sqrt{r}) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-r} = 10^{-5}$$

$$r = 9.55$$

$$a = \sqrt{2\sigma_n^2 r} = 7.57 \times 10^{-6}$$

衰减分贝数为

$$k = 20 \lg \frac{5}{a} = 20 \lg \frac{5}{7.57 \times 10^{-6}} = 116.4 \text{ dB}$$



7.3 二进制数字调制系统的性能比较

1. 误码率

调制方式	误码率	
	相干解调	非相干解调
2ASK	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{r}{4}}\right)$	$\frac{1}{2} e^{-r/4}$
2FSK	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$	$\frac{1}{2} e^{-r/2}$
2PSK	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r})$	
2DPSK	$\operatorname{erfc}(\sqrt{r})$	$\frac{1}{2} e^{-r}$



---- 非相干OOK

— 相干OOK

---- 非相干FSK

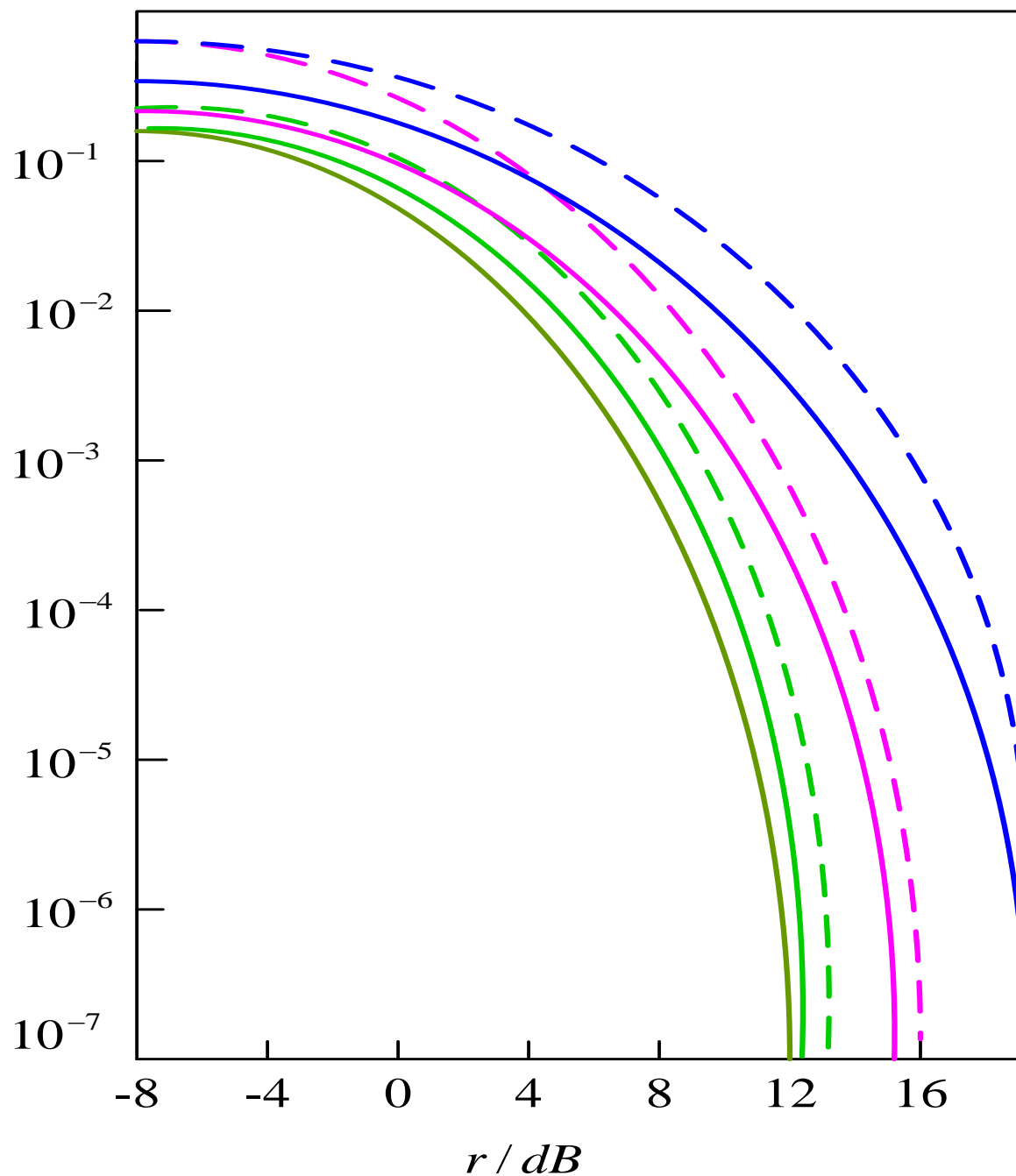
— 相干FSK

---- 差分相干DPSK

— 相干DPSK

— 相干PSK

p_e



7.3 二进制数字调制系统的性能比较

2. 频带宽度

若传输的码元时间宽度为 T_s ，则2ASK系统和2PSK(2DPSK)系统的频带宽度近似为 $2/T_s$ ，即

$$B_{2ASK} = B_{2PSK} = \frac{2}{T_s}$$

2FSK系统的频带宽度近似为

$$B_{2FSK} = |f_2 - f_1| + \frac{2}{T_s}$$

因此，从频带利用率上看，2FSK系统的频带利用率最低。



3. 对信道特性变化的敏感性

在2FSK系统中，判决器是根据上下两个支路解调输出样值的大小来作出判决，不需要人为地设置判决门限，因而对信道的变化不敏感。

在2PSK系统中，当发送符号概率相等时，判决器的最佳判决门限为零，与接收机输入信号的幅度无关。因此，判决门限不随信道特性的变化而变化，接收机总能保持工作在最佳判决门限状态。

对于2ASK系统，判决器的最佳判决门限为 $a/2$ (当 $P(1)=P(0)$ 时)，它与接收机输入信号的幅度有关。当信道特性发生变化时，接收机输入信号的幅度将随着发生变化，从而导致最佳判决门限也将随之而变。这时，接收机不容易保持在最佳判决门限状态，因此，2ASK对信道特性变化敏感，性能最差。



7.3 二进制数字调制系统的性能比较

如果要求较高的功率利用率，

则应选择相干2PSK和2DPSK，而2ASK最不可取；

如果要求较高的频带利用率，

则应选择相干2PSK和2DPSK，而2FSK最不可取。

若传输信道是随参信道，

则2FSK具有更好的适应能力。

