真空中的静电场

一个定律：库仑定律

两个物理量：E和V

两个定理：1、高斯定理

2、环路定理

本章目录

第 六 章
静电场中的导体和电介质

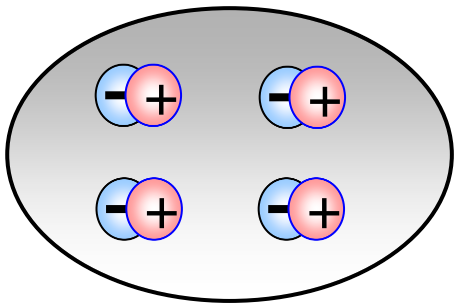
导　体：导电能力很强的物体（大量自由电子）

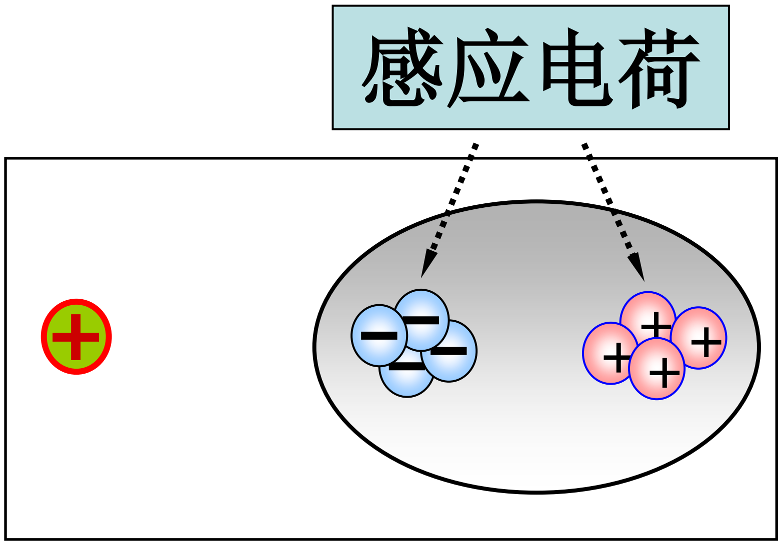
绝缘体：导电能力很弱或不导电的物体（电介质）

§ 6-1 静电场中的导体

一、静电感应和静电平衡条件

1 、静电感应

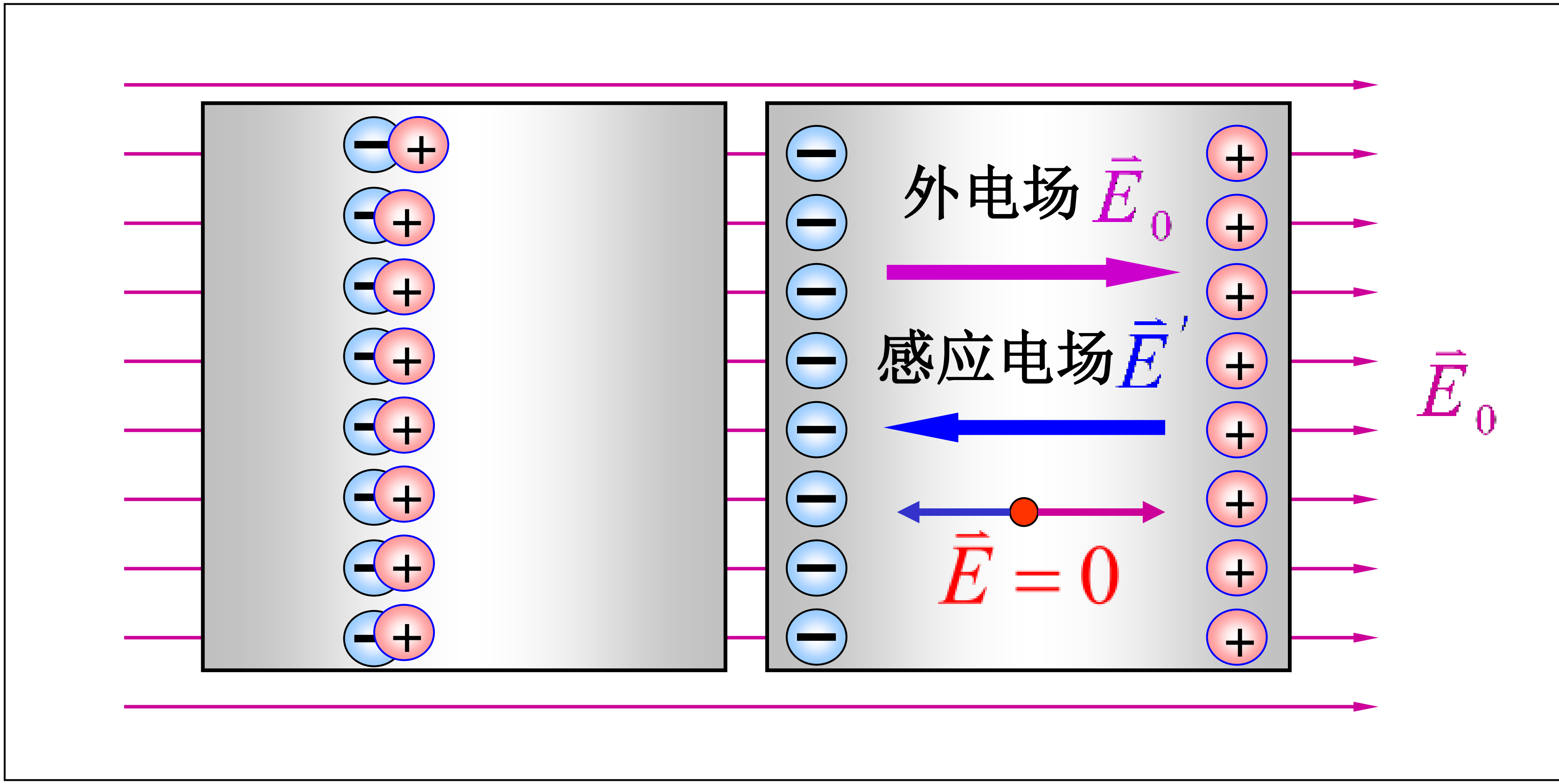




在静电场中，导体中自由电子在电场力的作用下作宏观定向运动，使电荷产生重新分布的现象—静电感应现象。

2、静电平衡

静电平衡状态:导体中没有任何电荷作定向运动的状态。



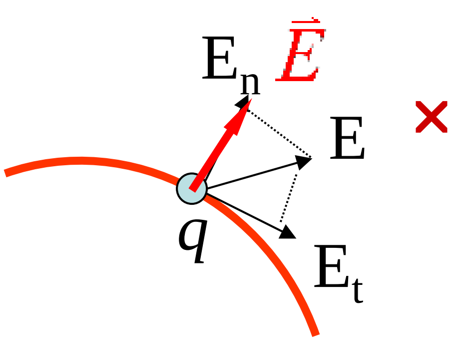
导体内一点的电场: $\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'=0$

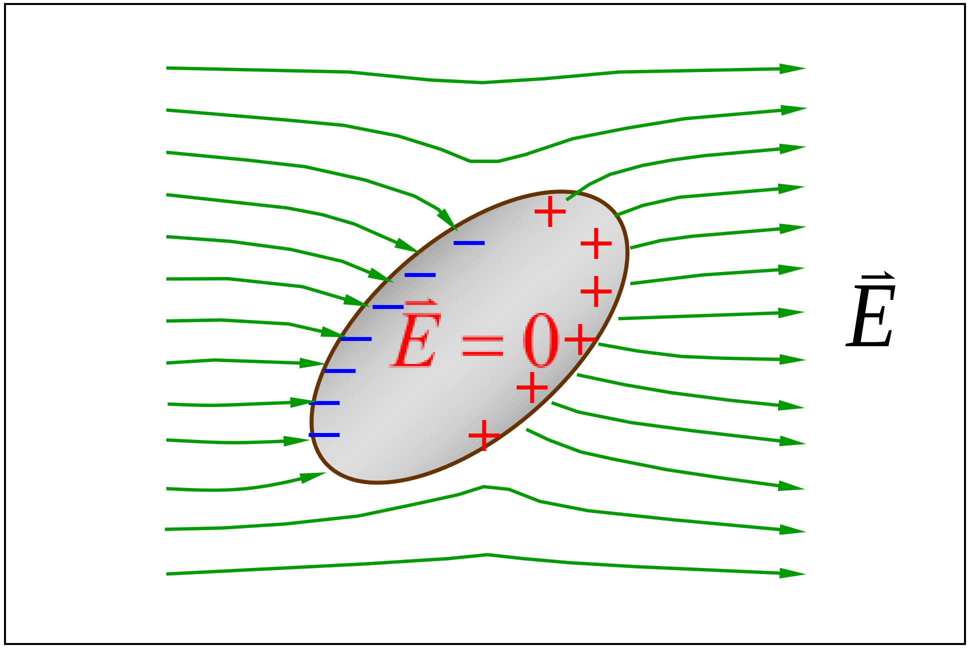
3、静电平衡条件：

电场强度：

（1）导体内部任何一点处的电场强度为零；

（2）导体表面处电场强度的方向，都与导体表面垂直。





静电平衡条件：

电场强度：

（1）导体内部 $E=0$；

（2）导体表面处：$E\perp$表面。

电势：

导体内各点电势相等

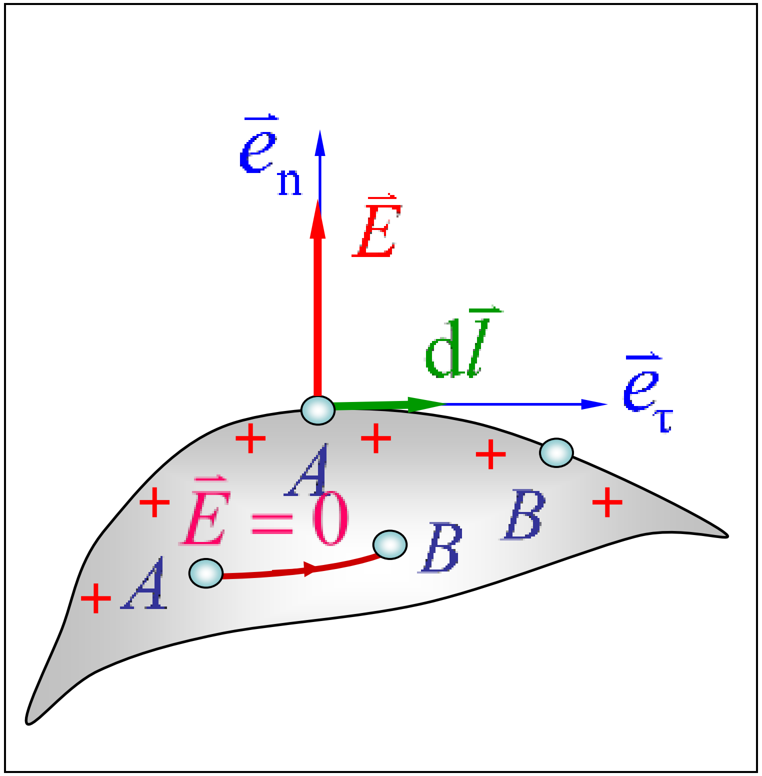
$$\because \vec{E}=0$$

$$\therefore U_{AB}=\int_{AB}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$$

导体表面为等势面

$$U_{AB}=\int_{AB}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$$

$$\because \vec{E}\perp \mathrm{d}\vec{l}$$



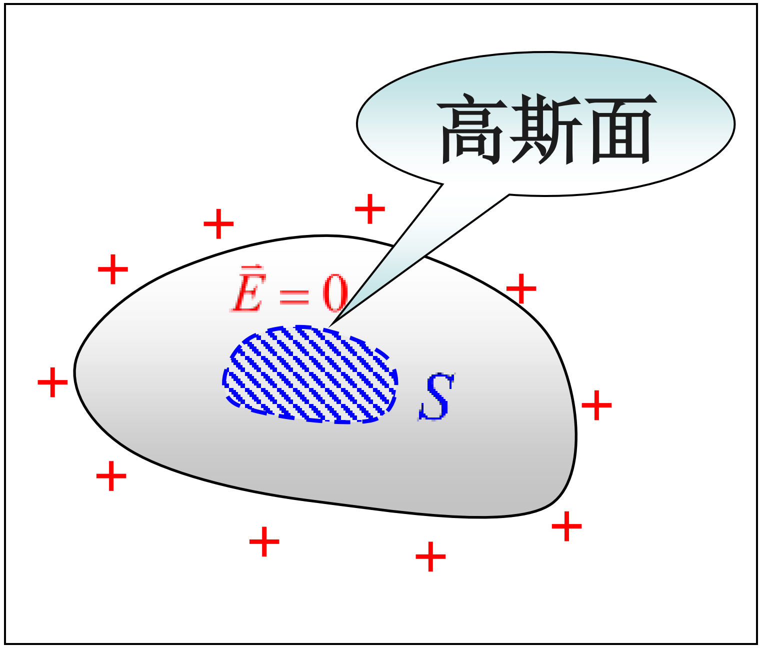
结论：导体为等势体

二、静电平衡时导体上电荷的分布

1、实心导体

利用高斯定理证明

$$\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}} = 0$$



$$\because \vec{E} = 0$$

$$\therefore \sum q_i = 0$$

导体内部无净电荷，电荷只分布在导体表面。

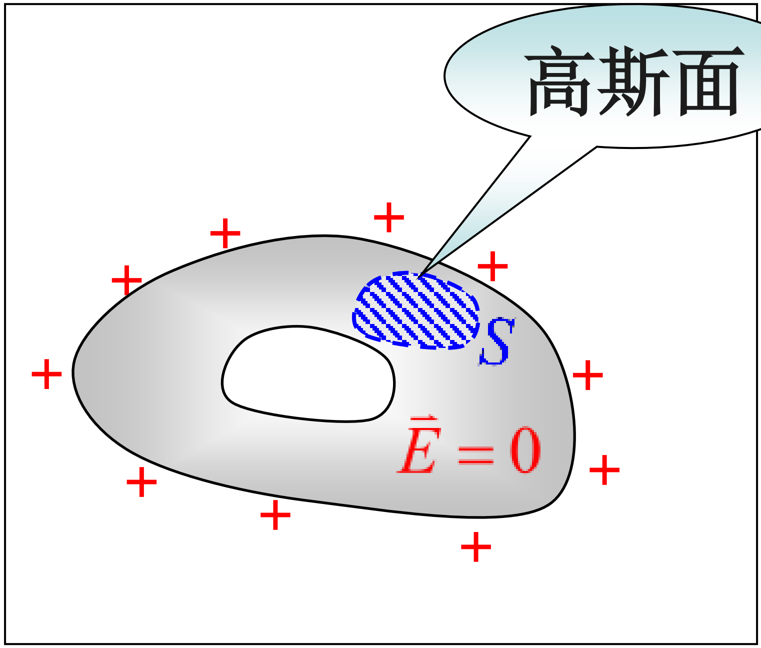
2、空腔导体

◆ 空腔内无电荷：

利用高斯定理证明

$$\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\sum q_i = 0$$



导体实心部分无净电荷，

电荷分布在表面。

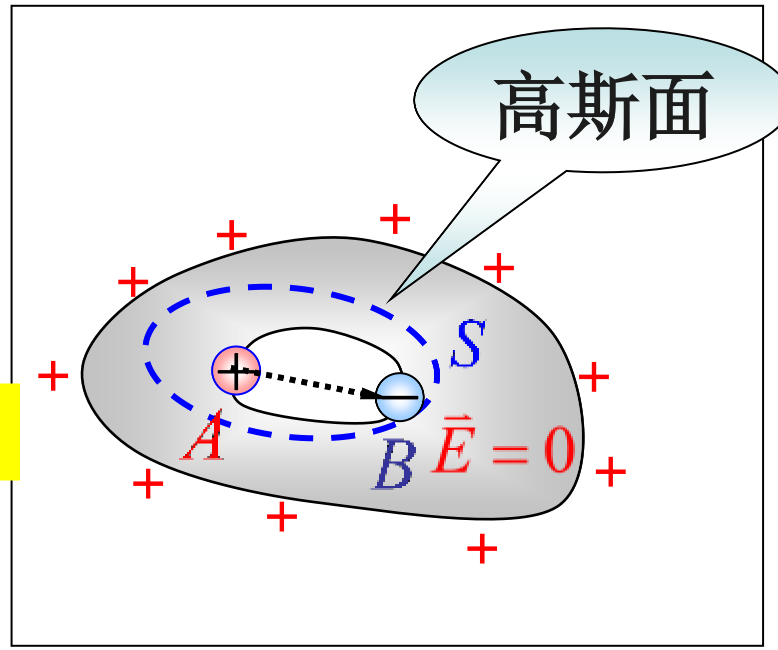
2、空腔导体

◆ 空腔内无电荷:

利用高斯定理证明

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}=0$$

$$\sum q_i = 0$$



内表面无电荷，或者带等量异号电荷

$$U_{AB}=\int_{AB}\vec{E}\cdot d\vec{l}\neq 0$$

电荷分布在外表面, 内表面无电荷。

空腔内有电荷:

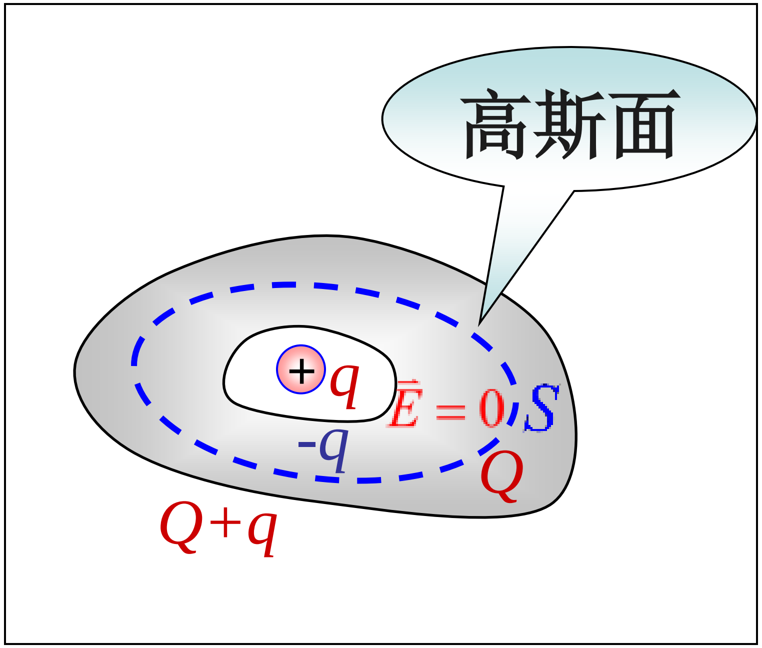
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\sum q_i = q + q_{内} = 0$$

$$q_{内} = -q$$

根据电荷守恒定律:

$$q_{外} = Q + q$$



结论: 空腔内有电荷+q时，空腔内外表面都有感应电荷。空腔内表面有感应电荷-q，外表面有感应电荷Q+q。

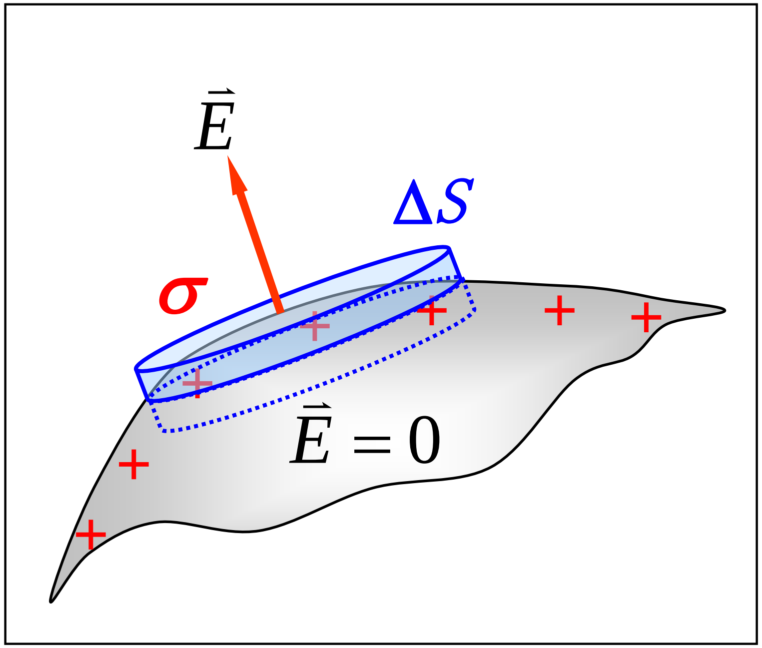
3、导体表面附近场强与电荷面密度的关系

作扁圆柱形高斯面：

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\int_{上底}\vec{E}\cdot d\vec{S}+\int_{下底}\cancel{\vec{E}\cdot d\vec{S}}+\int_{侧面}\cancel{\vec{E}\cdot d\vec{S}}$$

$$=\int_{上底}\vec{E}\cdot d\vec{S}+0+0=E\cdot\Delta S$$

$$\Phi_e=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$



$$E\cdot\Delta S=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

4、导体表面电荷分布规律

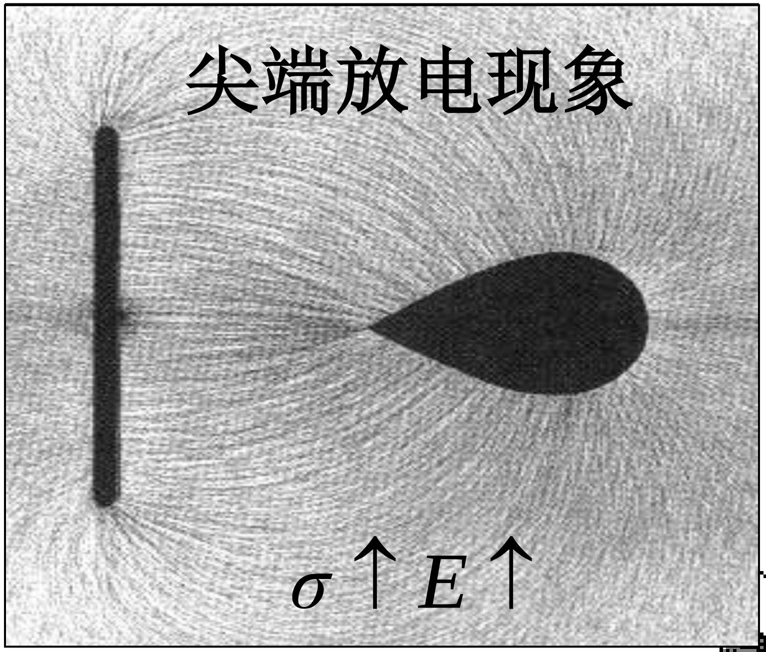
$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\sigma\uparrow E\uparrow;\sigma\downarrow,E\downarrow$$

实验表明：形状不规则的导体，电荷分布与表面的曲率半径有关。曲率半径越小，面电荷密度越大。

孤立导体面电荷分布：

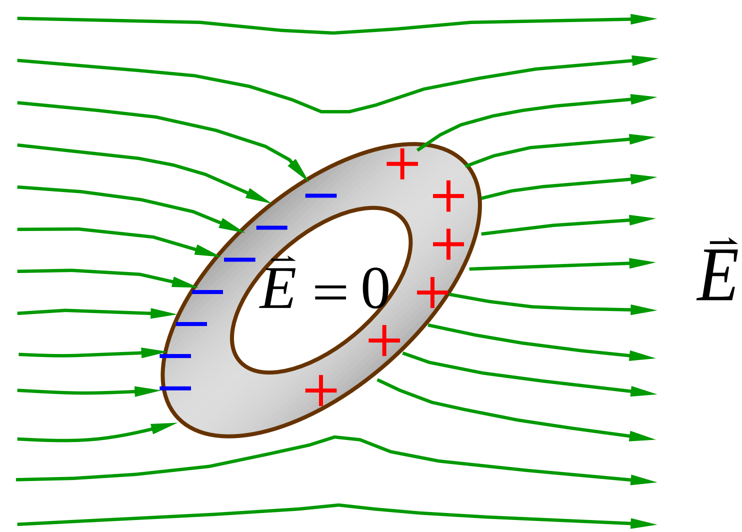
带电导体尖端附近的电场特别大，可使尖端附近的空气发生电离而成为导体产生放电现象。



三、静电屏蔽

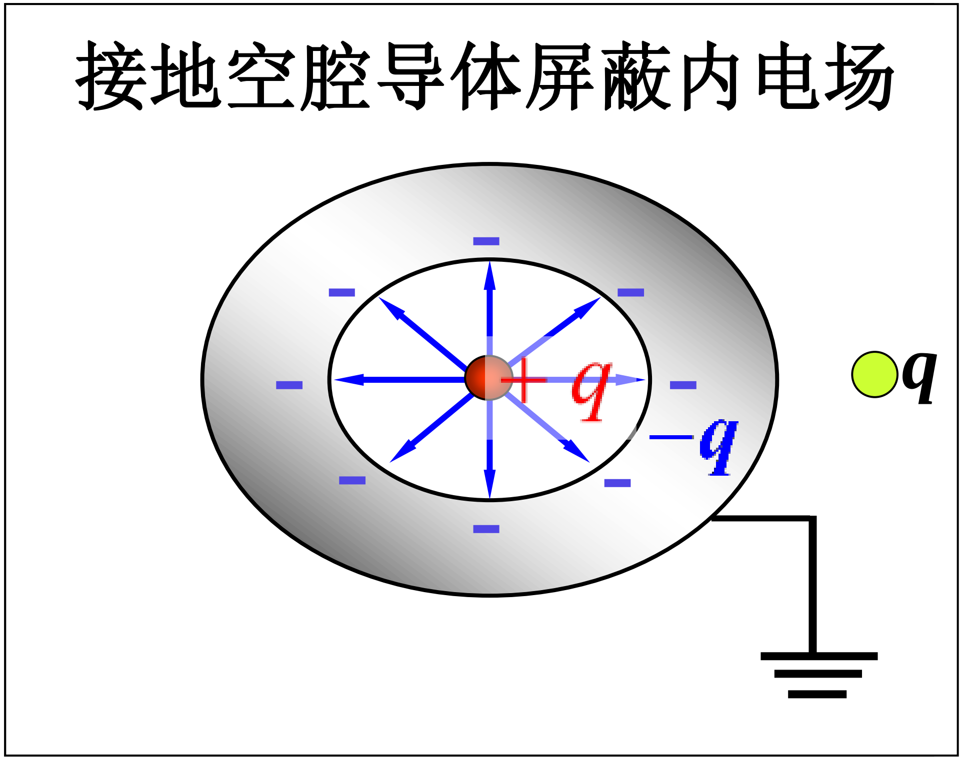
1、屏蔽外电场

在静电平衡状态下，空腔导体外面的带电体不会影响空腔内部的电场分布。



用空腔导体屏蔽外电场

2、屏蔽内电场



一个接地的空腔导体，空腔内的带电体对腔外的物体不会产生影响。这种使导体空腔内的电场不受外界影响或利用接地的空腔导体将腔内带电体对外界影响隔绝的现象，称为静电屏蔽。

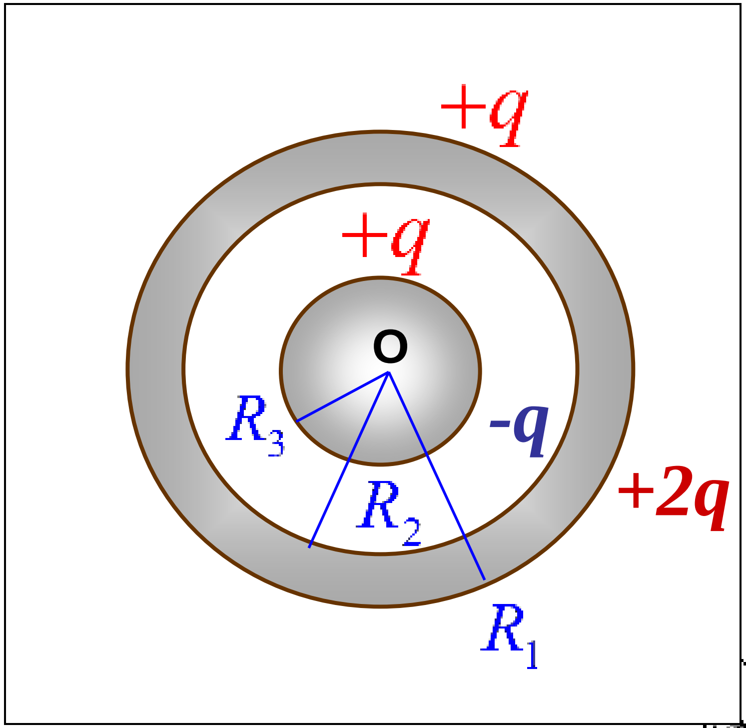
例： 有一外半径R_1=10cm，内半径R_2=7cm的金属球壳，在球壳中放一半径R_3=5cm的同心金属球，若使球壳和球均带有$q=10^{-8}$C的正电荷，**问**两球体上的电荷如何分布？球心电势为多少？

解：

金属球：电荷均匀分布在外表面+**q**

球　壳：内表面有感应电荷-q，外表面有感应电荷+2q。

令：$V_{\infty}=0$　$\boxed{V_o=\int_o^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}}$



求空间各区域的电场分布：

$$\boxed{V_o=\int_o^{\infty}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

1、金属球内部：作球形高斯面 S_1

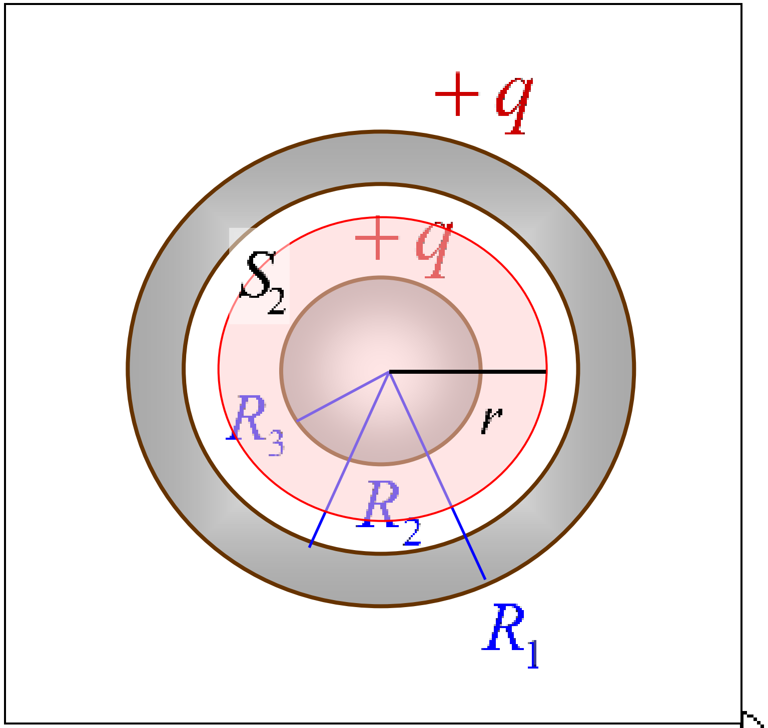
$$E_1=0 \quad (r<R_3)$$

2、金属球和球壳内表面之间：作球形高斯面 S_2

$$\oint_{S_2}\vec{E}_2\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E_2\cdot 4\pi r^2=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (R_3<r<R_2)$$



3、球壳内外表面之间：作球形高斯面 S_3

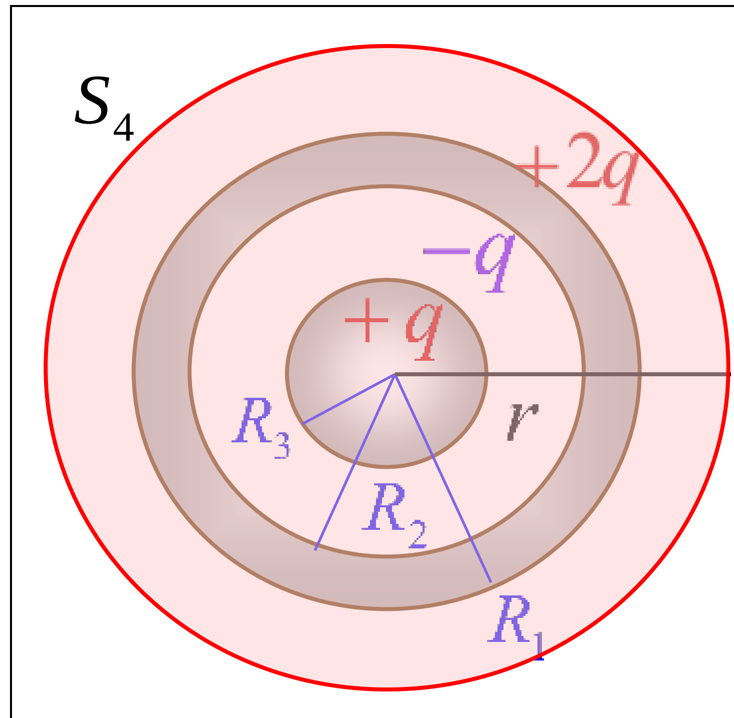
$$\oint_{S_3} \vec{E}_3 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0} = \frac{q-q}{\varepsilon_0} = 0 \quad E_3 = 0 \quad (R_1 < r < R_2)$$

4、球壳外表面之外：作球形高斯面 S_4

$$\oint_{S_4} \vec{E}_4 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0} = \frac{2q}{\varepsilon_0}$$

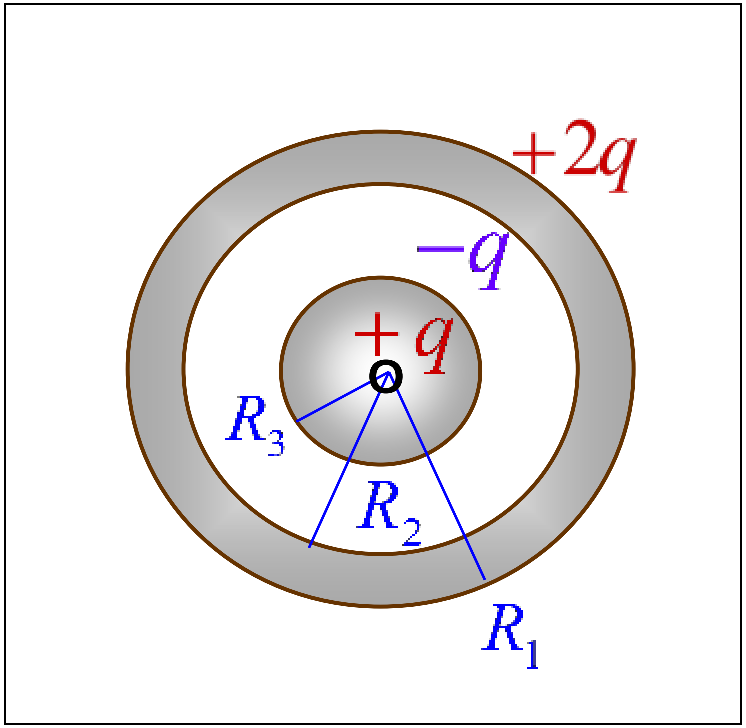
$$E_4 \cdot 4\pi r^2 = \frac{2q}{\varepsilon_0}$$

$$E_4 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (r > R_1)$$



空间各区域的电场分布：

$$
\begin{cases}
E_1 = 0 & (r < R_3) \\
E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (R_3 < r < R_2) \\
E_3 = 0 & (R_1 < r < R_2) \\
E_4 = \dfrac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r > R_1)
\end{cases}
$$



球心的电势： $\boxed{V_o = \int_o^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$

$$= \int_0^{R_3} \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{R_3}^{R_2} \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{R_2}^{R_1} \vec{E}_3 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{R_1}^{\infty} \vec{E}_4 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

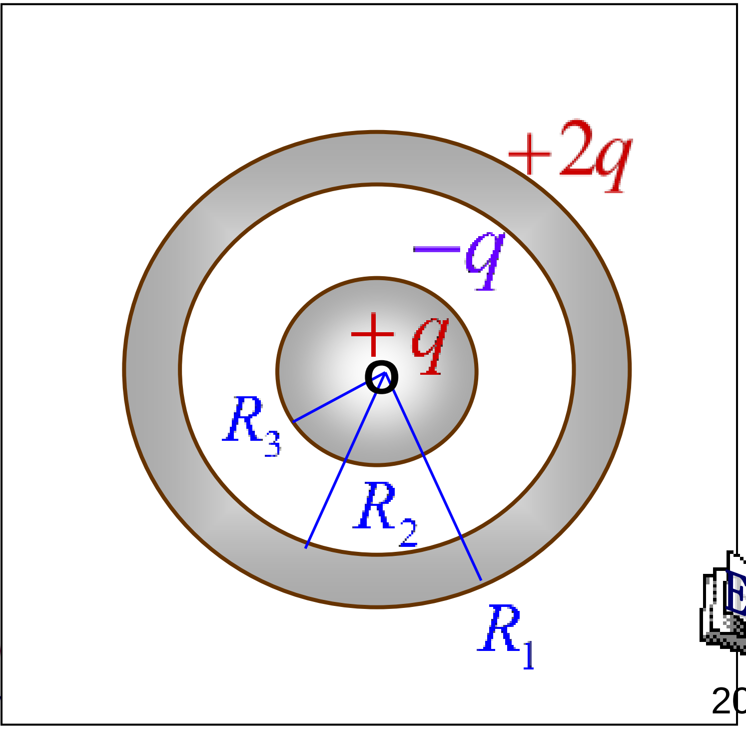
$$E_1 = 0 \ (r < R_3) \qquad E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \ (R_3 < r < R_2)$$

$$E_3 = 0 \ (R_1 < r < R_2) \quad E_4 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \ (r > R_1)$$

$$V_o = \int_0^\infty \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_0^{R_3} \cancel{\vec{E}_1\cdot \mathrm{d}\vec{l}} + \int_{R_3}^{R_2} \vec{E}_2\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{R_2}^{R_1} \cancel{\vec{E}_3\cdot \mathrm{d}\vec{l}} + \int_{R_1}^{\infty} \vec{E}_4\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_{R_3}^{R_2} E_2 \mathrm{d}r + \int_{R_1}^{\infty} E_4 \mathrm{d}r$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_1}\right)$$



Thanks for Your Attention!

See You Later!

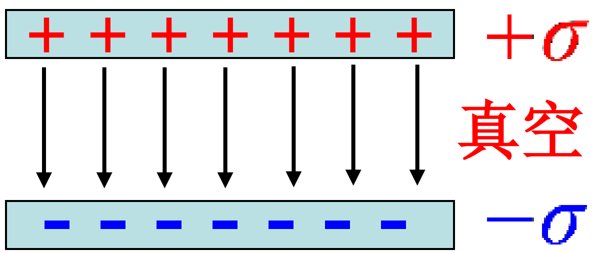
作业：P242-243 6-8，6-11，6-15

选做：6-10，6-16

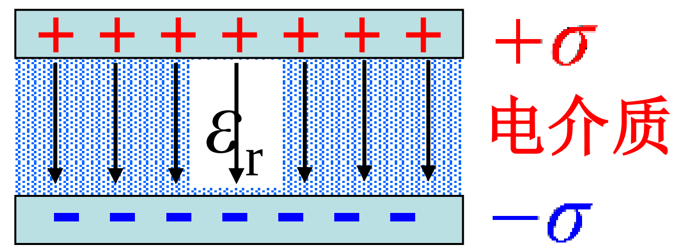
§ 6-2 静电场中的电介质

一、电介质对电场的影响　相对电容率

电介质：绝缘体，无自由电荷。



$$E_0=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$



$$E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}<E_0$$

相对电容率 $\varepsilon_r>1$ **电介质内部的场强为原来的 $1/\varepsilon_r$ 倍。**

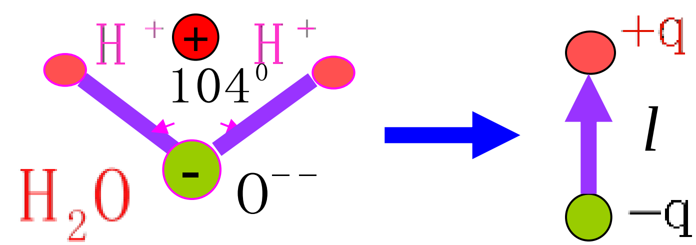
真空电容率 ε_0　　电容率 $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$

二、电介质的极化：

1、电介质的分类:

1）有极分子：无外场时，正负电荷的中心不重合。

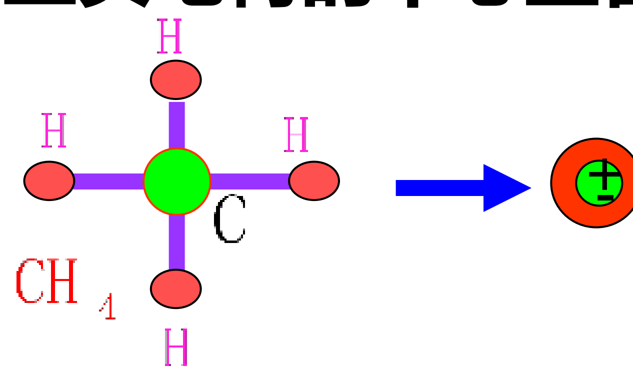
$(例H_2O\,,NH_3\,,SO_2)$



$\vec{p}_e = q\vec{l}$

2）无极分子：无外场时，正负电荷的中心重合。

$(例CH_4\,,H_2,N_2)$ $P_e = 0$



2、电介质的极化：

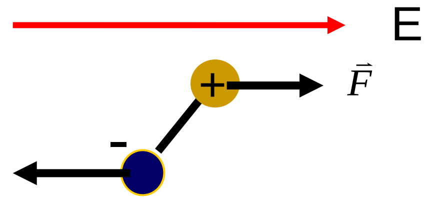
在外电场的作用下，在电介质中出现极化电荷的现象叫做电介质的极化。

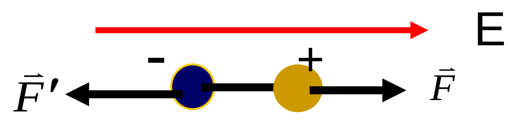
电介质的极化过程：

1) 有极分子的**取向极化**：

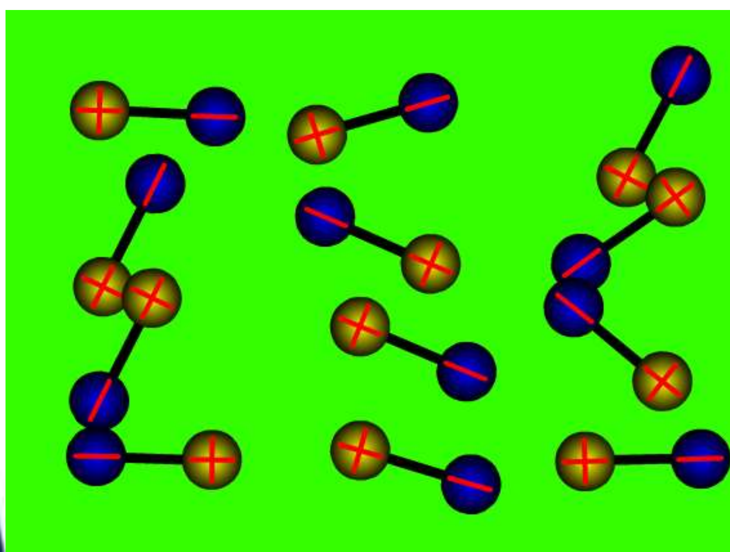
无外场时，因热运动分子固有电矩取向杂乱无章，对整个介质：

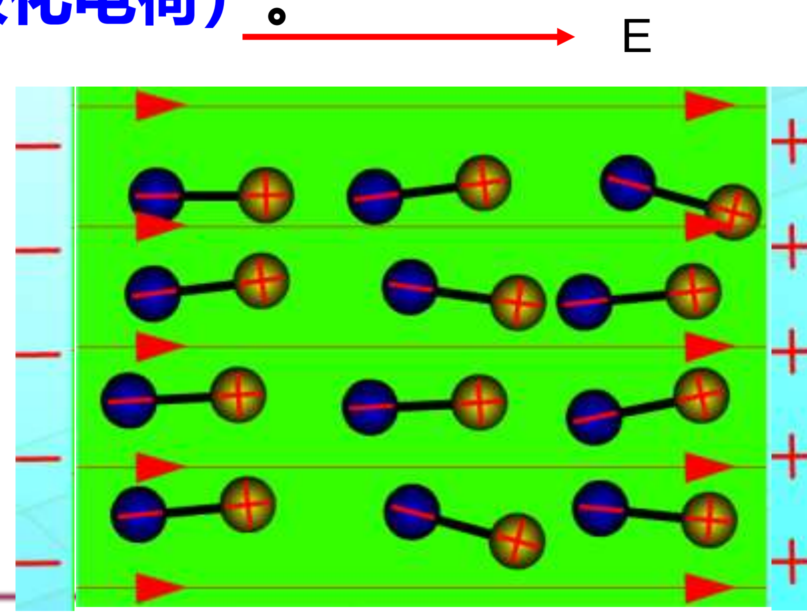
$$\sum \vec{p}_e = 0$$





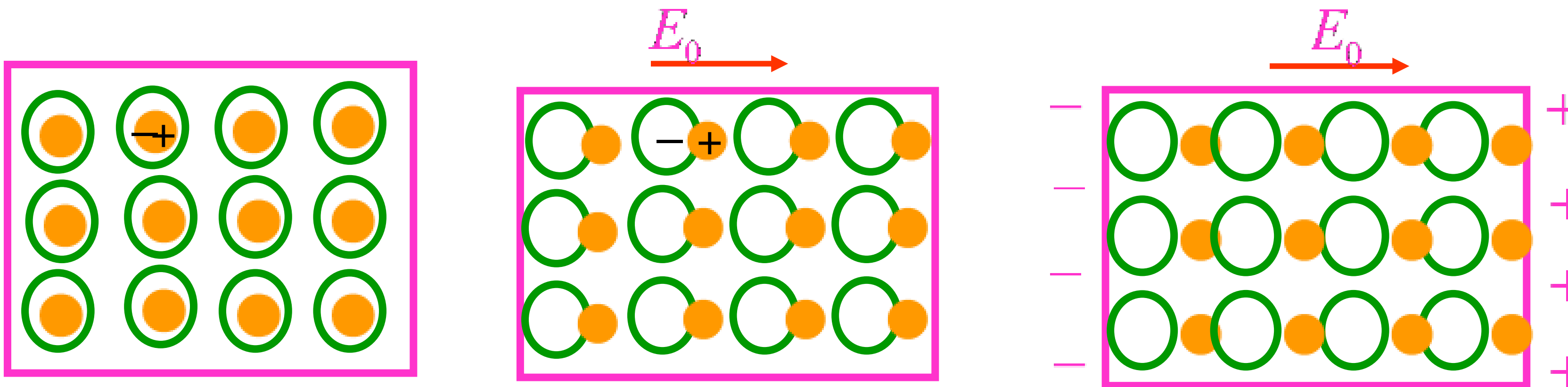
加外场：电偶极子 $\xrightarrow{\text{力偶矩的作用}}$ 发生转向→趋于外电场方向排列→电介质侧面出现**束缚电荷（极化电荷）**。





2）无极分子的**位移极化**：

i: 无外场时，电介质分子的正、负电荷中心重合。

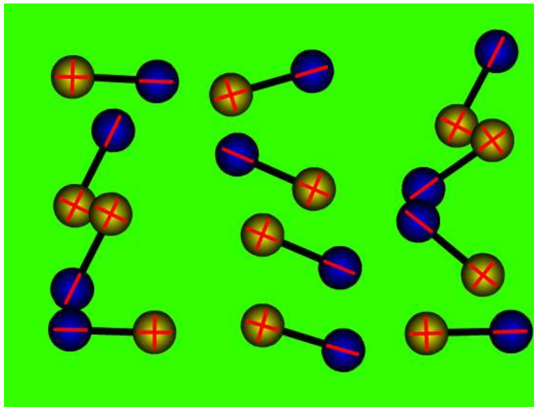


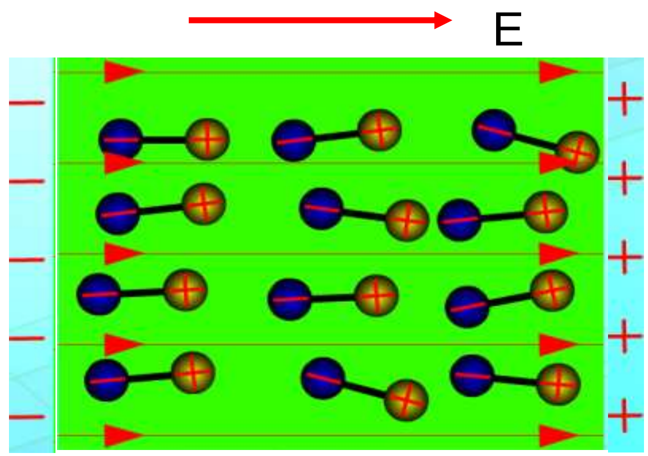
$$\sum \vec{p}_e = 0$$

ii: 在外电场中，分子中的正、负电荷受到相反方向的电场力，因正、负电荷中心发生微小相对位移，形成电偶极矩沿外场方向排列起来。

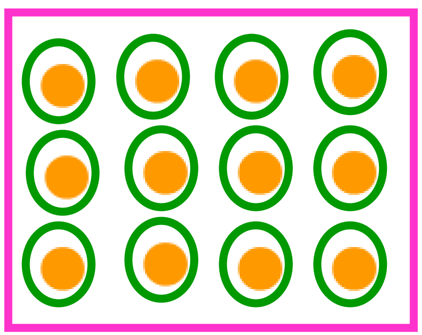
iii: 沿电场方向的两侧面也将分别呈正、负**束缚电荷**，介质的这种极化称为**位移极化** 。

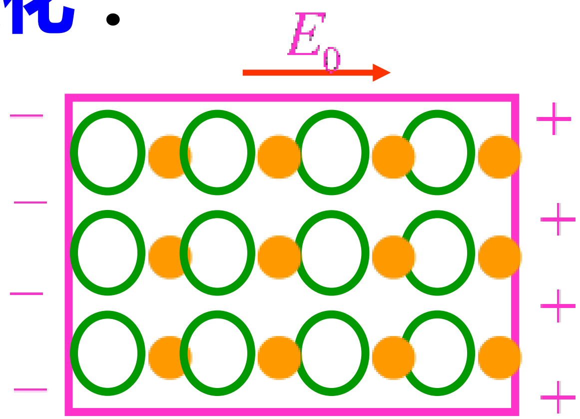
1) 有极分子的**取向极化**：





2）无极分子的**位移极化**：



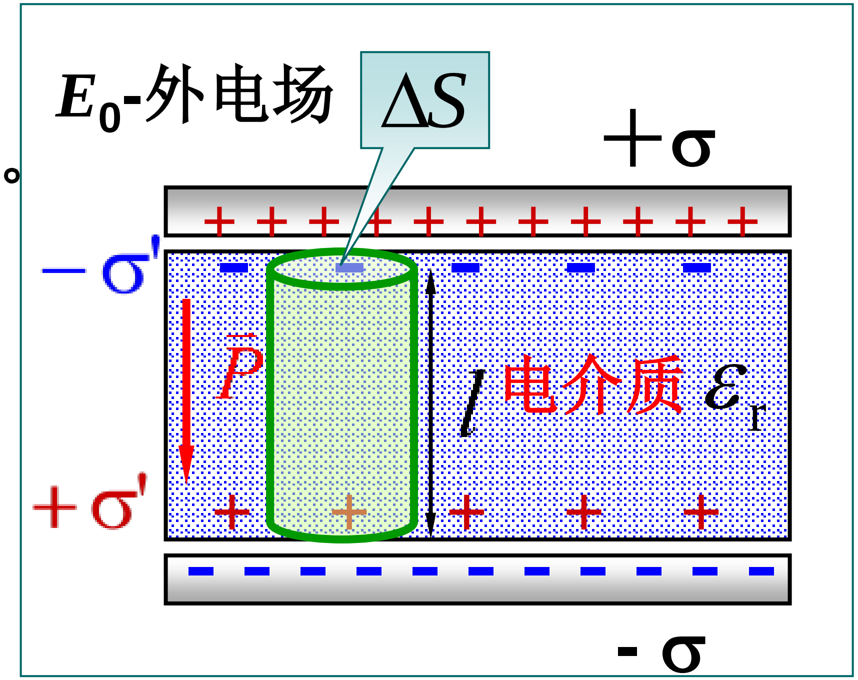


结论：两种分子的微观极化过程不同，而产生束缚电荷（极化电荷）的宏观效果是一样的。

三、电极化强度

$\vec{P}$：电极化强度 矢量

单位体积内分子电偶极矩的矢量和。



电极化强度：
$$\vec{P}=\frac{\sum \vec{p}}{\Delta V}$$

方向：与外电场方向相同

$$\Delta V=\Delta S\cdot l$$

$$\sum p=\sum ql=\sigma'\Delta Sl$$

σ'：极化电荷面密度

$$P=\frac{\sum p}{\Delta V}=\frac{\sigma'\Delta Sl}{\Delta Sl}=\sigma'$$

结论：两平板之间均匀电介质的电极化强度大小，等于极化电荷面密度。

四、极化电荷与自由电荷的关系

电介质内任一点的电场：

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

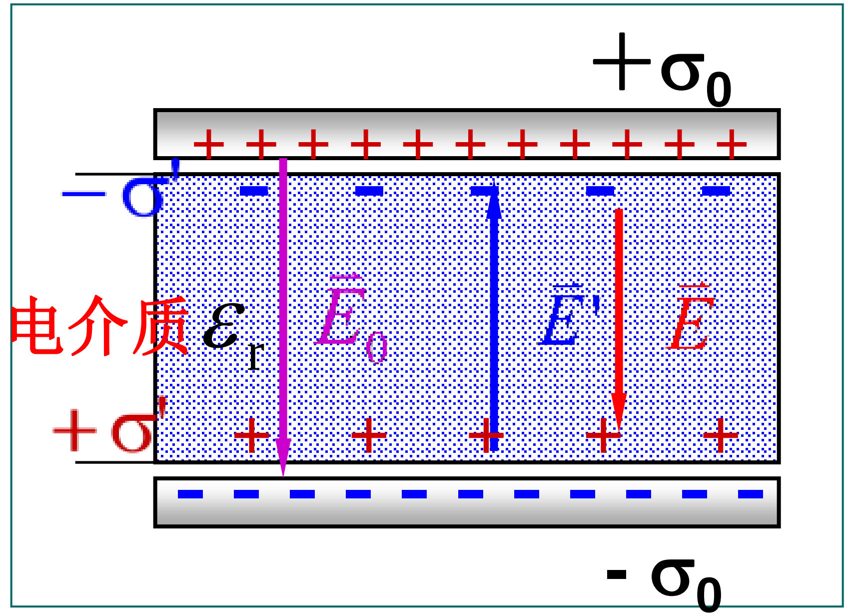
大小：$E = E_0 - E' = \dfrac{E_0}{\varepsilon_r}$

$$E' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} E_0$$

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} \qquad E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\sigma' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} \sigma_0}$$



σ_0：自由电荷面密度　　E_0-外电场

σ'：极化电荷面密度　E'-极化电场

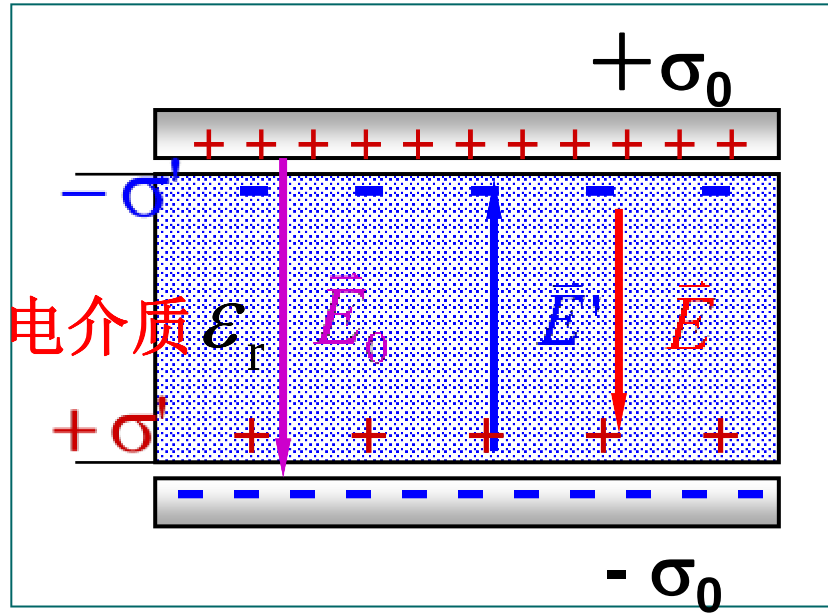
$$\boxed{\sigma' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma_0}$$

$$\boxed{\sigma' S = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma_0 S}$$

$$Q' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}Q_0$$

$$\because P = \sigma' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma_0$$

$$\therefore \vec{P} = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \vec{E}$$



σ_0：自由电荷面密度　E_0-外电场

σ'：极化电荷面密度　E'-极化电场

$$E_0 = \sigma_0 / \varepsilon_0$$
$$E = E_0 / \varepsilon_r$$

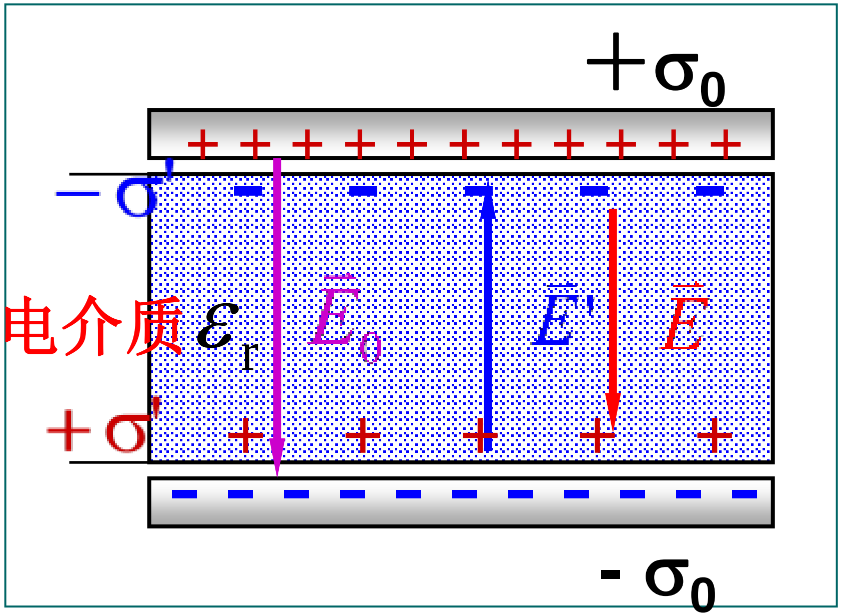
电场强度与电极化强度的关系：

$$\boxed{\vec{P} = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \vec{E}}$$

$\chi = \varepsilon_r - 1$ 电极化率

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\boxed{\begin{aligned} E_0 &= \sigma_0 / \varepsilon_0 \\ E &= E_0 / \varepsilon_r \\ P &= \sigma' \end{aligned}}$$



σ_0： 自由电荷面密度 E_0-外电场

σ'： 极化电荷面密度 E'-极化电场

6.3 电位移 有介质时的高斯定理

电介质中一点的场强： $\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$

静电场的高斯定理： $\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}}$

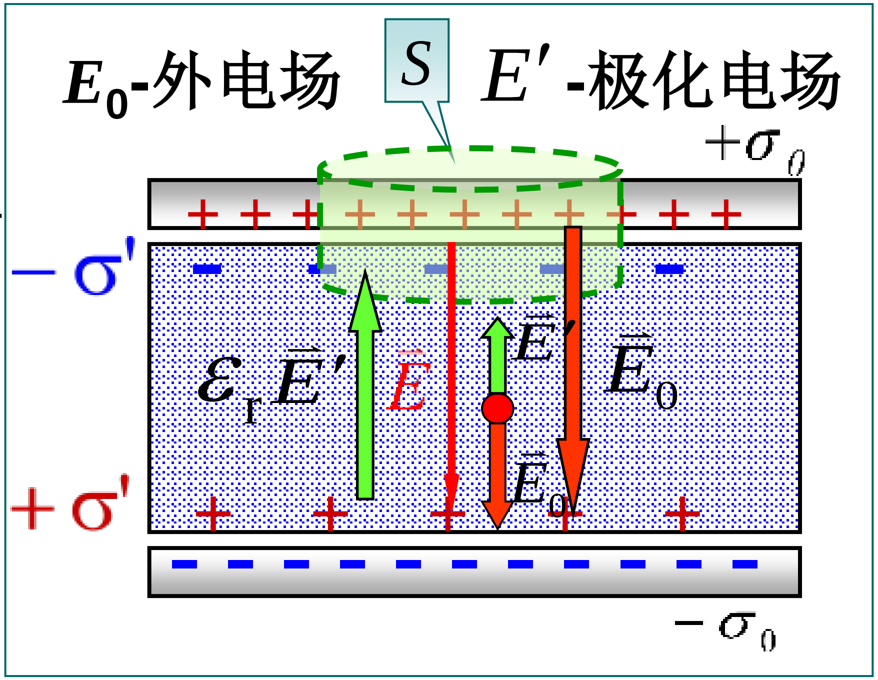
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}(Q_0-Q')$$

$$Q'=\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}Q_0 \qquad \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{Q_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$$\oint_S \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}\cdot d\vec{S}=Q_0$$

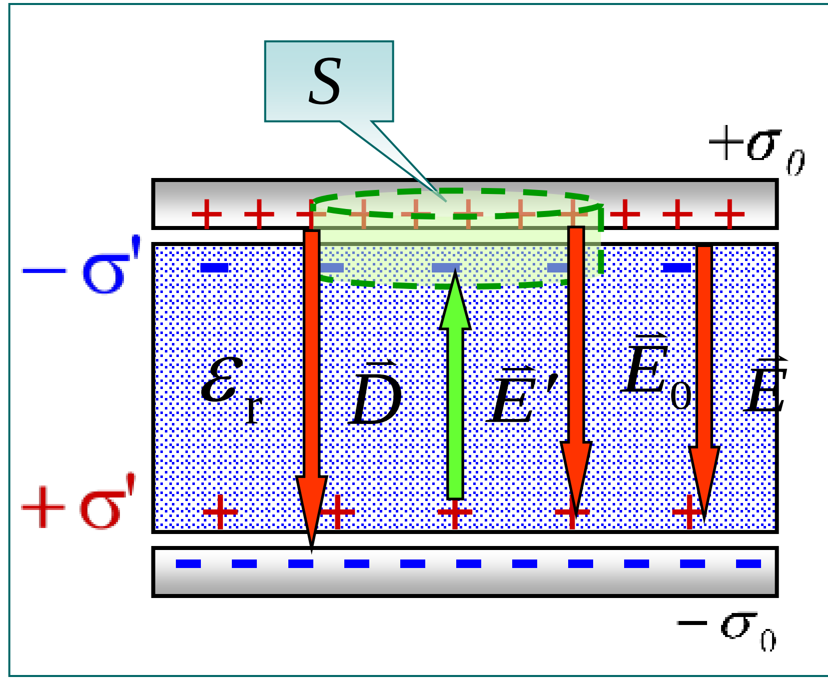
$$\oint_S \varepsilon\vec{E}\cdot d\vec{S}=Q_0$$

电容率 $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$



Q_0： 自由电荷 Q'： 极化电荷

$$\oint_S \varepsilon \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = Q_0$$



电位移矢量: $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$

$$\oint_S \varepsilon \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = Q_0$$

电位移通量

电位移矢量大小: $D = \varepsilon E$

电位移矢量方向:与电场E相同

若闭合面内包围多个自由电荷:

$$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{i=1}^{n} Q_{0i}$$

有介质时的高斯定理

通过介质中任一闭合曲面的电位移通量等于该曲面所包围的自由电荷的代数和，与面内的极化电荷无关。

三矢量D,E,P 之间关系

电位移矢量: $$\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

电极化强度矢量: $$\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}$$

$$=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}-\varepsilon_0\vec{E}$$

$$=\vec{D}-\varepsilon_0\vec{E}$$

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$$

有电介质存在时的高斯定理的应用

（1）分析自由电荷分布的对称性，选择适当的高斯面，求出电位移矢量：

$$\oint_S \vec{\mathbf{D}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{S}} = \sum_{S内} q_0$$

（2）根据电位移矢量与电场的关系，求出电场强度。

$$\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{\mathbf{E}} = \varepsilon \vec{\mathbf{E}}$$

（3）根据电极化强度与电场的关系，求出电极化强度。

$$\vec{\mathbf{P}} = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \vec{\mathbf{E}}$$

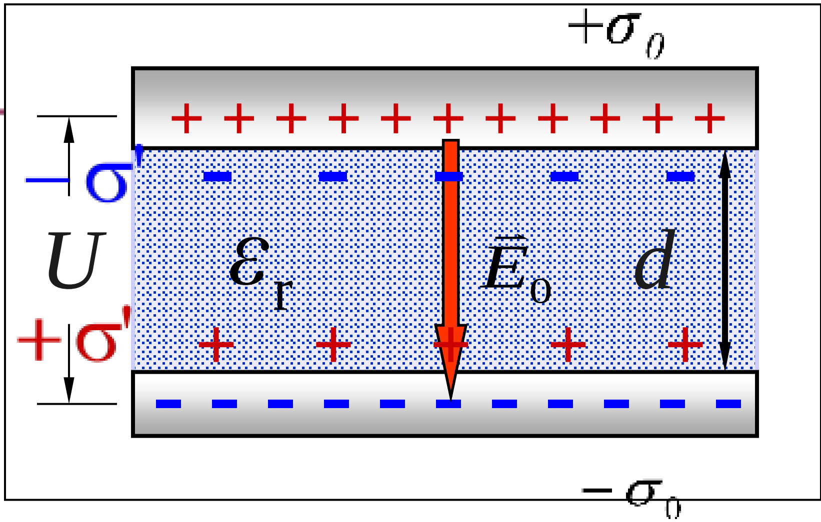
（4）根据极化电荷与电极化强度关系，求出极化电荷。

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{e}_n \qquad \vec{\mathbf{D}} \rightarrow \vec{\mathbf{E}} \rightarrow \vec{\mathbf{P}} \rightarrow \sigma'$$

在具有某种对称性的情况下，可以首先由高斯定理出发解出：$\vec{D}$

$$
\begin{tikzcd}
q_0 \arrow[r, "(\oint_S \vec{D}.d\vec{S}=\Sigma q_0)"] & \vec{D} \arrow[r, "(\vec{D}=\varepsilon\vec{E})"] & \vec{E} \arrow[r, "(V_a-V_b=\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l})"] \arrow[d, "{[\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}]}"] & U \\
 & & \vec{P} \arrow[d, "{[\sigma'=\vec{P}.\vec{e}_n]}"] & \\
 & & \sigma' &
\end{tikzcd}
$$

例1、把一块相对电容率$\varepsilon_r=3$的电介质，放在相距d=1mm的两平行带电平板之间。放入之前，两板的电势差是1000V。试求两板间电介质内的电场强度E，电极化强度P，板和电介质的电荷面密度，电介质内的电位移D。



解： $E_0=\dfrac{U}{d}=10^3\ \mathrm{kV\cdot m^{-1}}$

电介质内的电场强度E： $E=E_0/\varepsilon_r=3.33\times10^2\ \mathrm{kV\cdot m^{-1}}$

电极化强度P： $P=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0 E=5.89\times10^{-6}\ \mathrm{C\cdot m^{-2}}$

板和电介质的电荷面密度： $\sigma_0=\varepsilon_0 E_0=8.85\times10^{-6}\ \mathrm{C\cdot m^{-2}}$

电介质内的电位移D： $\sigma'=P=5.89\times10^{-6}\ \mathrm{C\cdot m^{-2}}$

$$D=\varepsilon_0\varepsilon_r E=\varepsilon_0 E_0=\sigma_0=8.85\times10^{-6}\ \mathrm{C\cdot m^{-2}}$$

例2、图中是由半径为R_1的长直圆柱导体和同轴的半径为R_2的薄导体圆筒组成，其间充以相对电容率为ε_r的电介质．设直导体和圆筒单位长度上的电荷分别为$+\lambda$和$-\lambda$。求(1)电介质中的电场强度、电位移和极化强度；(2)电介质内外表面的极化电荷面密度。

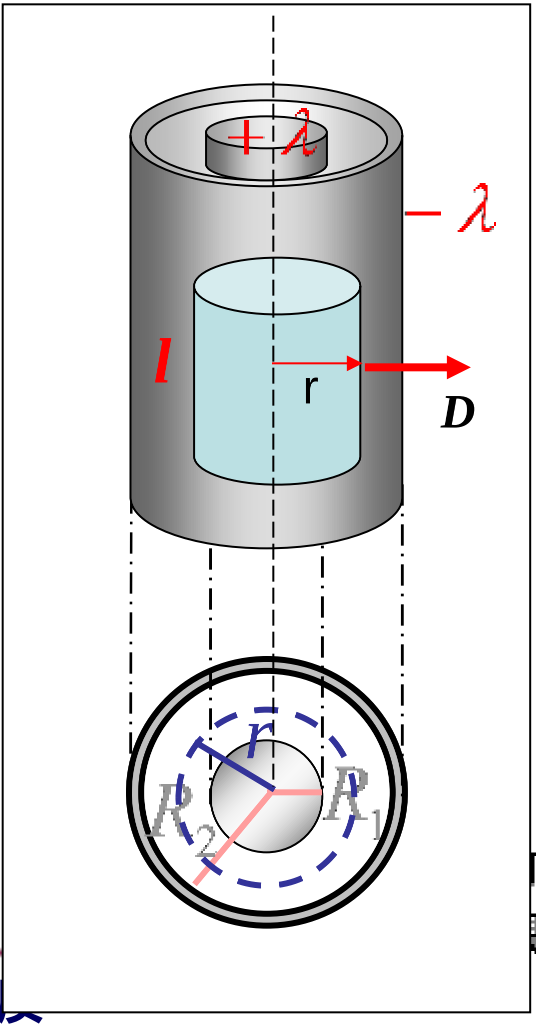
解：(1)有介质时的高斯定理：

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_{S_{内}} q_0$$

$$D2\pi rl=\lambda l \qquad D=\frac{\lambda}{2\pi r}$$

$$E=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} \qquad (R_1<r<R_2)$$

$$P=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0 E=\frac{\varepsilon_r-1}{2\pi\varepsilon_r r}\lambda$$

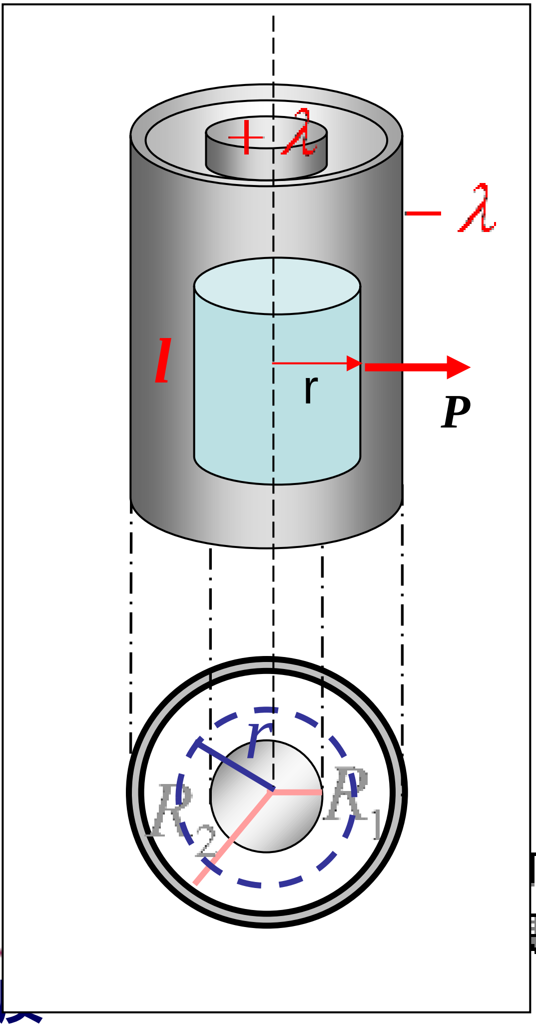


例2 图中是由半径为R_1的长直圆柱导体和同轴的半径为R_2的薄导体圆筒组成，其间充以相对电容率为ε_r的电介质. 设直导体和圆筒单位长度上的电荷分别为$+\lambda$和$-\lambda$. 求(1)电介质中的电场强度、电位移和极化强度；(2)电介质内外表面的极化电荷面密度.

（2）电介质内外表面的极化电荷面密度：

$$P=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0 E=\frac{\varepsilon_r-1}{2\pi\varepsilon_r r}\lambda$$

$$\sigma'=\vec{P}\cdot\vec{e}_n$$



电介质内表面的极化电荷面密度：

$$\sigma_{内}'=P_{内\ (r=R_1)}=\frac{(\varepsilon_r-1)\lambda}{2\pi\varepsilon_r R_1}\quad (-)$$

电介质外表面的极化电荷面密度：

$$\sigma_{外}'=P_{外\ (r=R_2)}=\frac{(\varepsilon_r-1)\lambda}{2\pi\varepsilon_r R_2}\quad (+)$$

§ 6-4 电容 电容器

电容 — 描述导体储电能力大小的物理量。

一、孤立导体的电容

孤立导体：处于真空中的导体远离其它导体，并使它们之间不发生电的影响。理想模型

孤立导体带电荷Q，电势为V，其电容为：

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

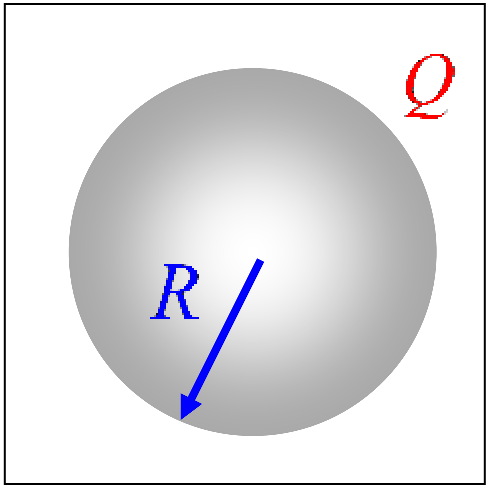
物理意义：导体每升高单位电势所需要的电量。

单位：1F（法拉）$=$1C/V

$1\mathrm{F} = 10^{6}\,\mu\mathrm{F}$(微法）$= 10^{12}\,\mathrm{pF}$(皮法）

孤立导体带电荷Q，电势为V，其电容为：$\boxed{C=\dfrac{Q}{V}}$

例： 球形孤立导体的电容



$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$C=\frac{Q}{V}=4\pi\varepsilon_0 R$$

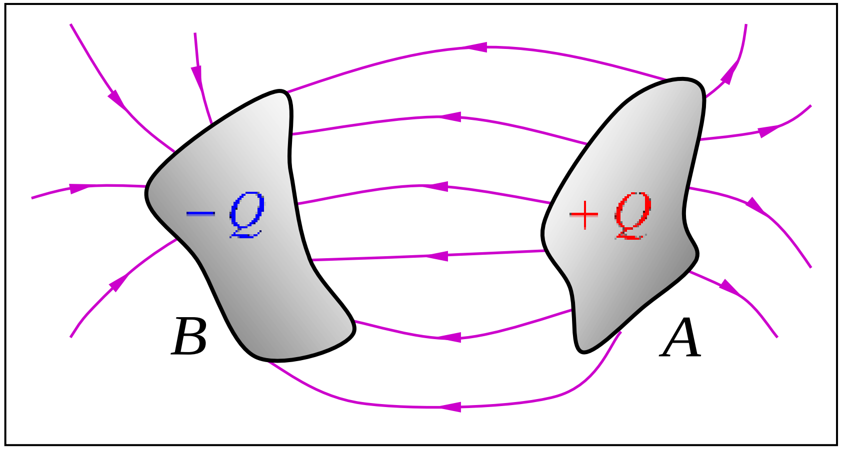
导体的电容是描述导体电学性质的物理量，只与导体的形状和尺寸有关，与其所带电量和电势无关。

- 地球 $R_{\mathrm{E}}=6.4\times10^{6}\,\mathrm{m}$，$C_{\mathrm{E}}\approx7\times10^{-4}\,\mathrm{F}$

二、电容器

电容器：两个带等量、异号电荷的导体组成的系统。

导体A、B-电容器的电极或极板



电容器可以储存电荷，也可储存能量。

1、电容器分类

按形状：柱型、球型、平行板电容器

按型式：固定、可变、半可变电容器

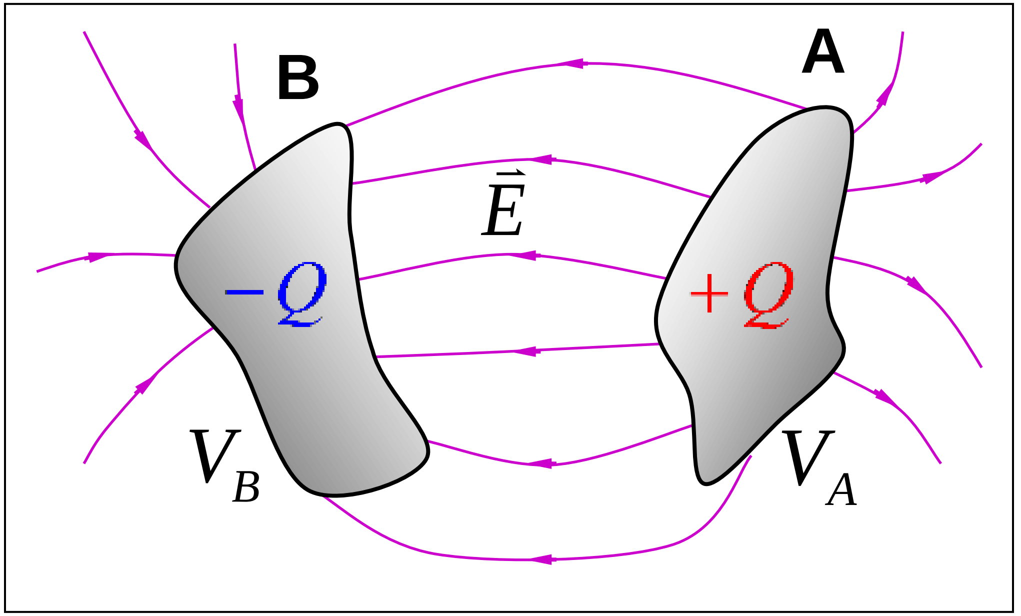
按介质：空气、塑料、云母、陶瓷等

特点：非孤立导体，由两极板组成

2、电容器的电容

电容器：两个带等量、异号电荷的导体组成的系统。

$$U = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



电容器的电容:

$$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$$

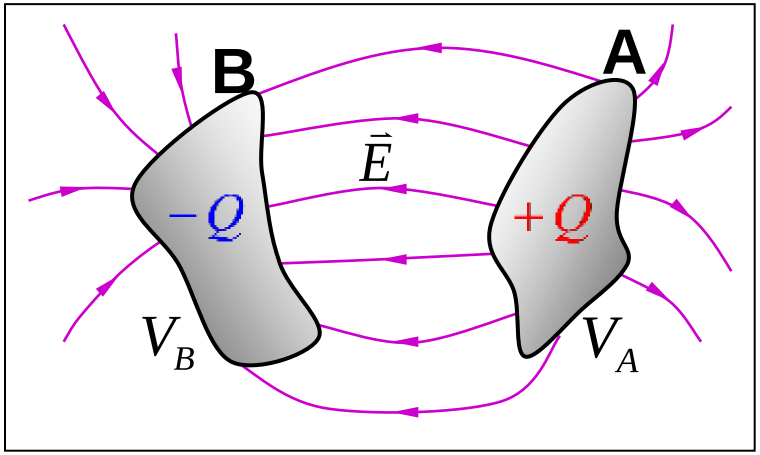
电容器的电容等于其中一个导体所带的电量与两导体间的电势差的比值。

电容的大小仅与导体的形状、相对位置、其间的电介质有关，与所带电荷量无关。

3、电容器电容的计算

$$C=\frac{Q}{U}$$

$$U=V_A-V_B=\int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



步骤:

（1）设两极板分别带电$\pm Q$

（2）求两极板间的电场强度$\vec{E}$ 一般用高斯定理

（3）求两极板间的电势差U

（4）由$C=Q/U$求C

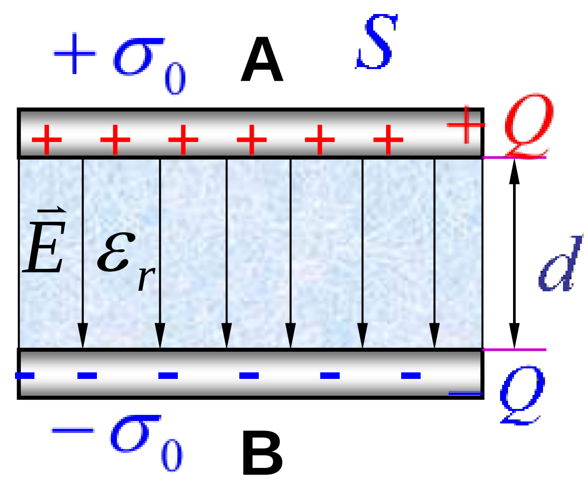
例1、平行平板电容器(平行板电容器)

解：真空：$E_0 = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$

$$C = \frac{Q}{U}$$

电介质：

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}$$



$$U = V_A - V_B = \int_{AB} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} = \frac{\varepsilon S}{d}$$

C 与 Q 无关，仅与 S、 d 有关。

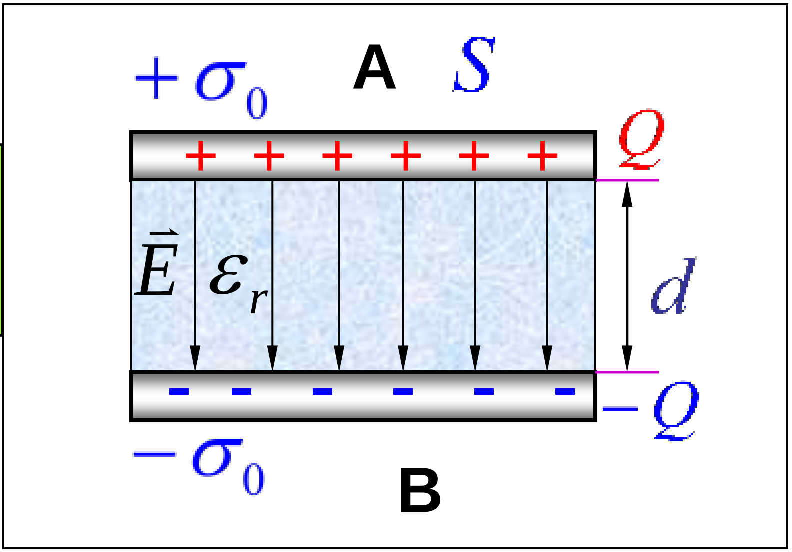
平行板电容器的电容:

$$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}=\frac{\varepsilon S}{d}$$

真空电容器: $\varepsilon_r=1$ $C_0=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$

电介质电容器: $C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}=\varepsilon_r C_0$

相对电容率: $\varepsilon_r=\frac{C}{C_0}$



增大电容的方法:

① 减小d 。但工艺困难。

② 增大S。但电容器的体积增大。

③ 给极板之间填充一定的绝缘介质。

击穿场强：**P225**

例2、圆柱形电容器

由两个同轴圆柱形导体面组成，两圆柱面之间充满相对电容率为ε_r的电介质，求此圆柱形电容器的电容。

$$C=\frac{Q}{U}$$

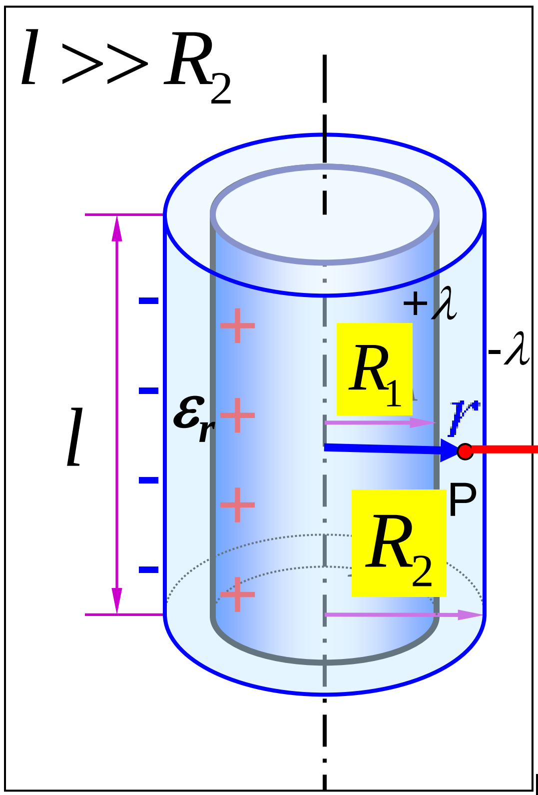
解： 设两圆柱体单位长度上分别带电$\pm\lambda$：

真空： $$E_0=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\quad (R_1<r<R_2)$$

电介质： $$E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$$

$$U=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{R_1}^{R_2}E\,dr$$

$$=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda dr}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}$$



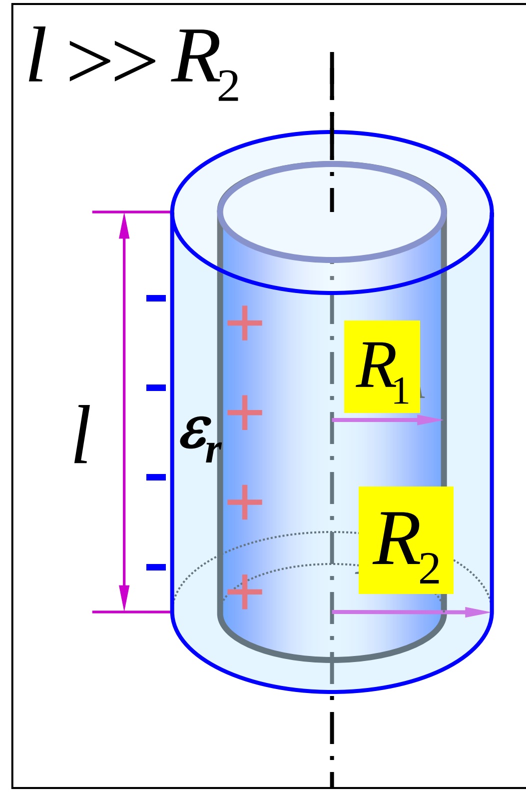
圆柱形电容器的电容

真空圆柱形电容器的电容:

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

$$C_0=\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

$$\varepsilon_r=1$$



C 与 Q 无关，仅与 R_1、R_2 和 l 有关。

$l\uparrow, C\uparrow$; 两圆柱面之间的间隙越小, $C\uparrow$。

$$d=R_2-R_1<<R_1$$

$$\ln\frac{R_2}{R_1}=\ln\frac{R_1+d}{R_1}\approx\frac{d}{R_1}$$

$$C\approx\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r lR_1}{d}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$$

平行平板电容器电容

例3、球形电容器的电容

由两个同心的导体球壳组成，求此球形电容器的电容。

解： 设内外球带分别带电$\pm Q$

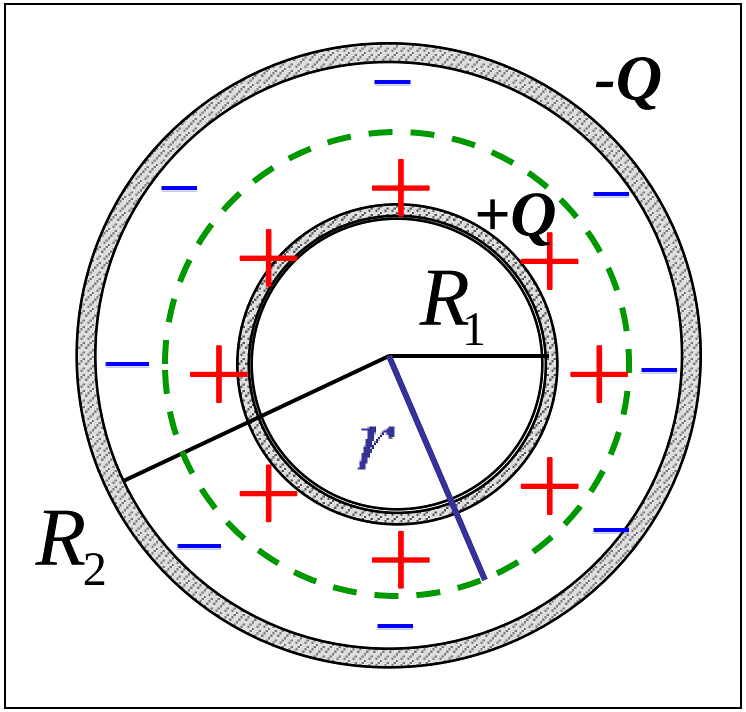
$$C=\frac{Q}{U}$$

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\quad (R_1<r<R_2)$$

$$U=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_{R_1}^{R_2}E\mathrm{d}r$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$



球形电容器电容：

$$C=\frac{Q}{U}=4\pi\varepsilon_0\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}$$

真空电容器

C 与 Q 无关，仅与 R_1、R_2 有关。

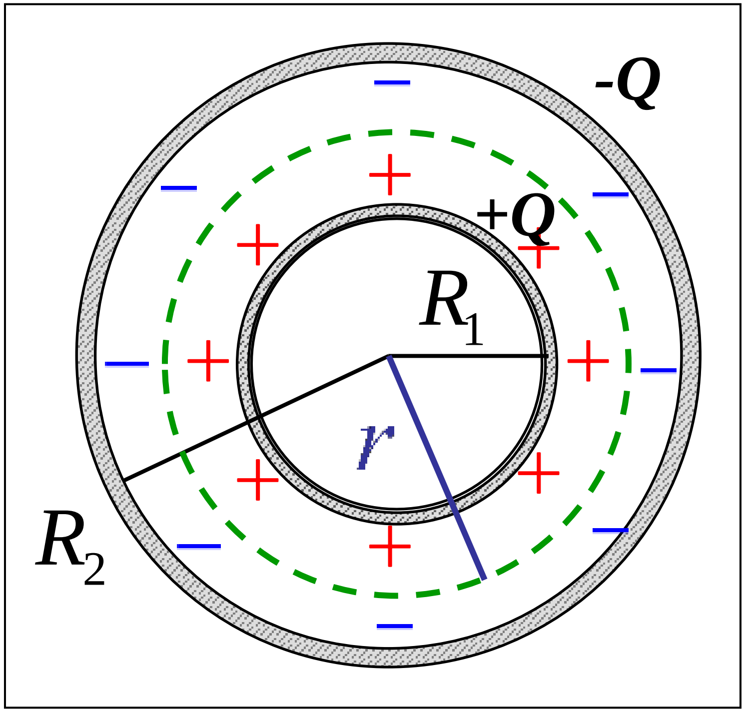
$R_2\to\infty$　　$C=4\pi\varepsilon_0R_1$

孤立导体球电容

电介质球形电容器：

$$\boxed{C=\varepsilon_rC_0}$$

$$\boxed{C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}}$$



例4、两半径为R的平行长直导线，中心间距为d，且$d>>R$，求单位长度的电容.

$$C=\frac{Q}{U}$$

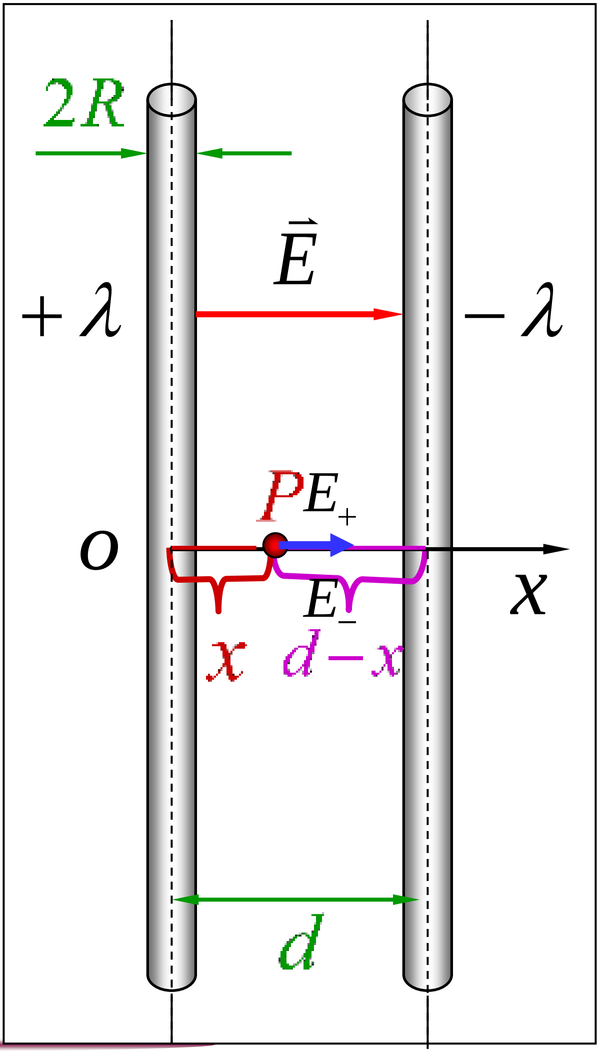
解：设两金属线的电荷线密度为$\pm\lambda$

$$E_{+}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} \qquad E_{-}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (d-x)}$$

$$E=E_{+}+E_{-}$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (d-x)}$$

$$U=\int_{+}^{-}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_{R}^{d-R}E\mathrm{d}x$$



$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}$$

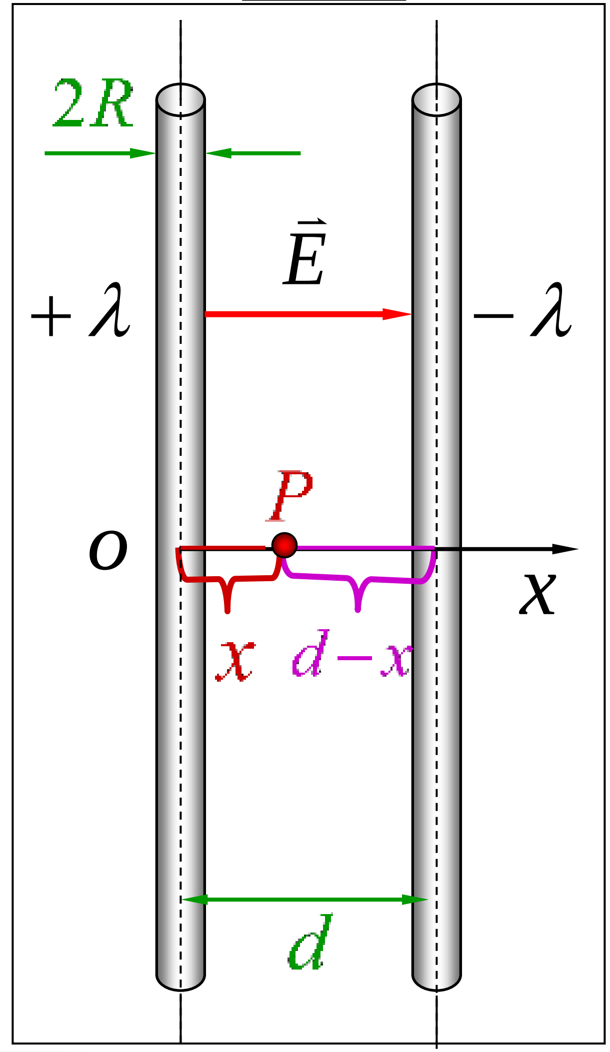
$$C=\frac{Q}{U}$$

$$U=\int_R^{d-R}E\mathrm{d}x$$

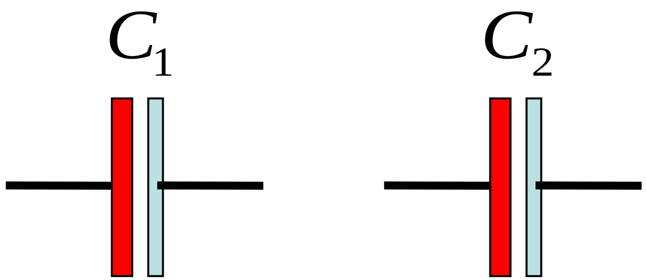
$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_R^{d-R}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}\right)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-R}{R}\approx\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{R}$$

单位长度的电容：
$$C=\frac{Q}{U}=\frac{\lambda l}{U}=\frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{d}{R}}$$



问　题



$C_1 = C_2 = 2\mu F$

电路设计中，需要**4**μF电容，怎么办?

电路设计中，需要**1**μF电容，怎么办?

三、电容器的并联和串联

衡量电容器的主要指标：电容的大小；耐压能力。

1、电容器的并联

把电容器的极板一一对应的联接起来

特点：各电容器的U相等。

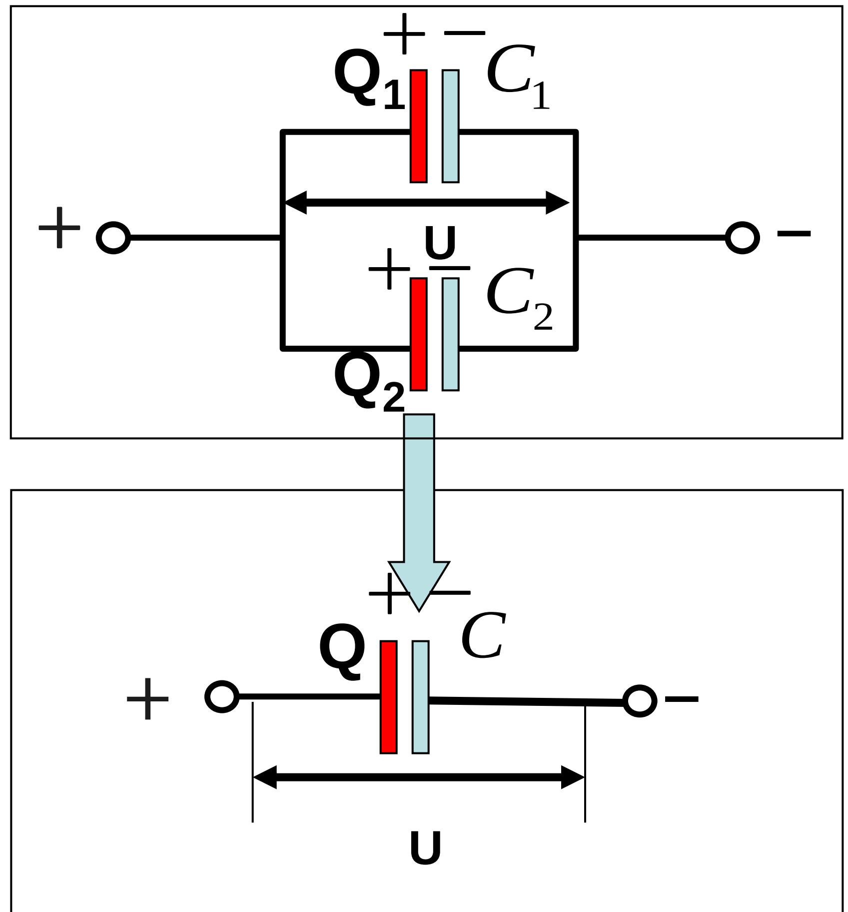
$$Q=Q_1+Q_2=C_1U+C_2U$$

$$\boxed{C=\frac{Q}{U}=\frac{C_1U+C_2U}{U}}$$

$$\boxed{=C_1+C_2}$$

$$\boxed{C=C_1+C_2}$$

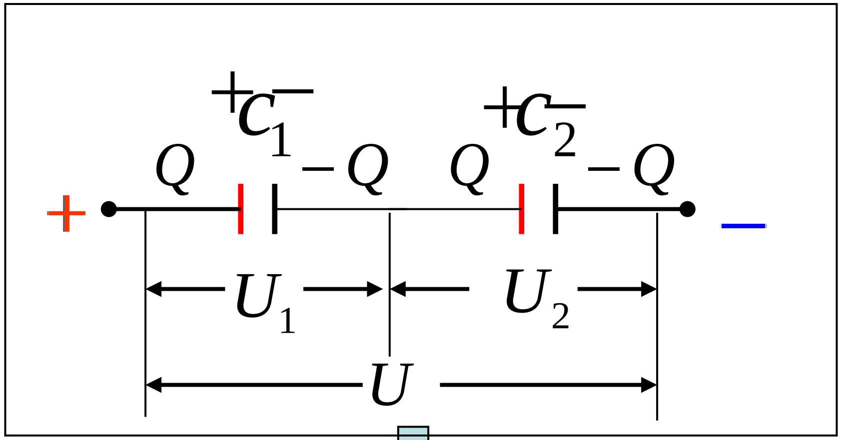
并联提高电容值。



2、电容器的串联 把电容器的极板首尾相联接

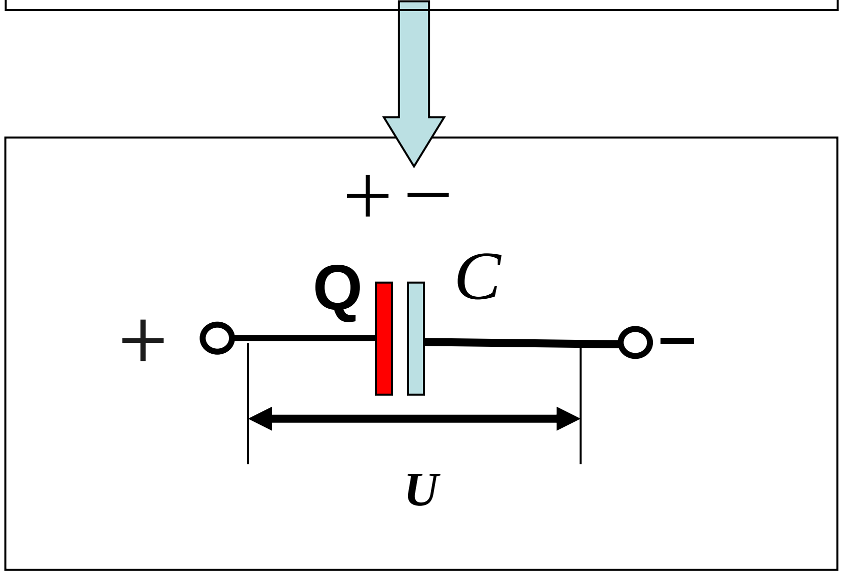
特点：各电容器的Q相等 。

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$



$$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$$

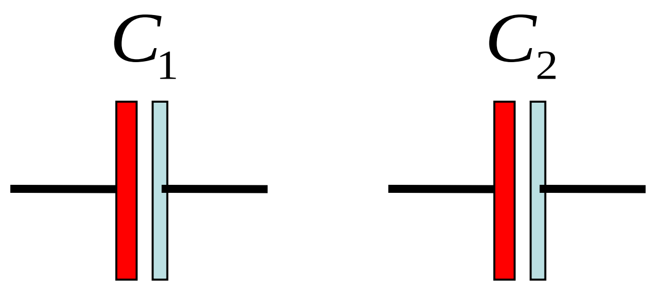
$$\boxed{\therefore \frac{1}{C} = \frac{U}{Q}} \quad \boxed{= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$



$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

串联:总电容减少，提高耐压能力。

问　题



$C_1 = C_2 = 2\mu F$

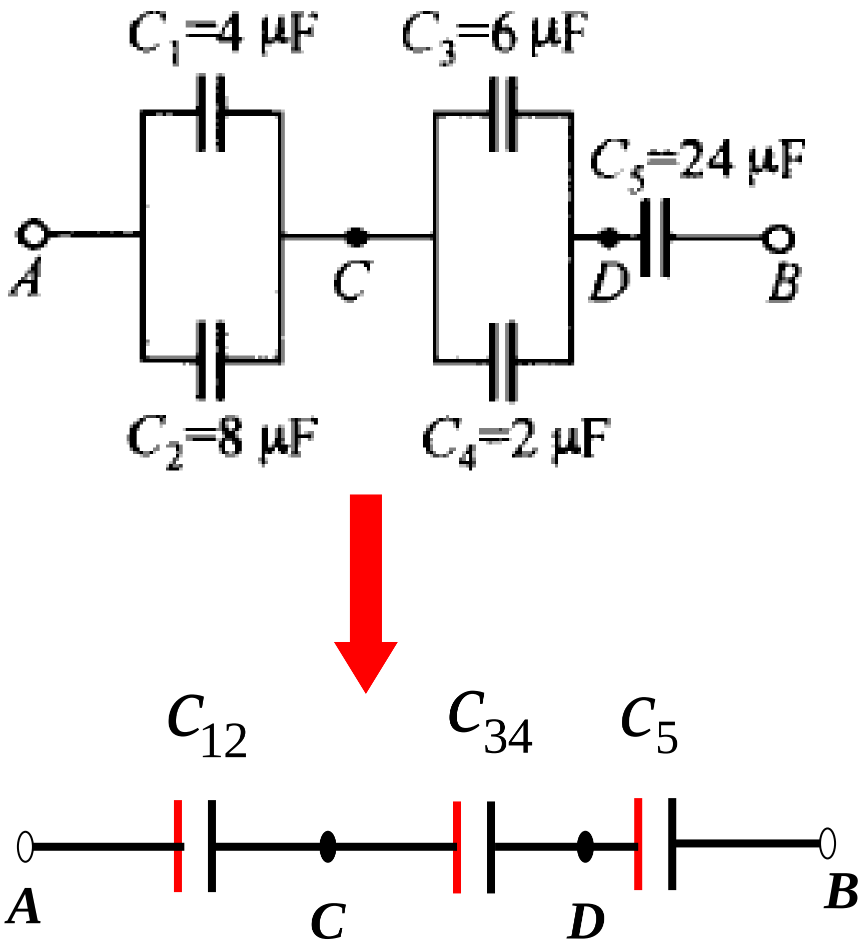
电路设计中，需要4μF电容，怎么办？

电容器并联　$C = C_1 + C_2$

电路设计中，需要1μF电容，怎么办？

电容器串联　$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

例题：在A点和B点之间有5个电容器，其联接如图所示。求A, B两点之间的等效电容。



$$\boxed{\begin{aligned} C_{12} &= C_1 + C_2 = 12\mu F \\ C_{34} &= C_3 + C_4 = 8\mu F \end{aligned}}$$

总电容：

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{34}} + \frac{1}{C_5}$$

$$C = 4\mu F$$

Thanks for Your Attention!

See You Later!

作业：P245 6-25，6-27，6-30

END

§ 6-5 静电场的能量 能量密度

一、带电体的能量

$$\mathrm{d}W = -\mathrm{d}W_{电}$$

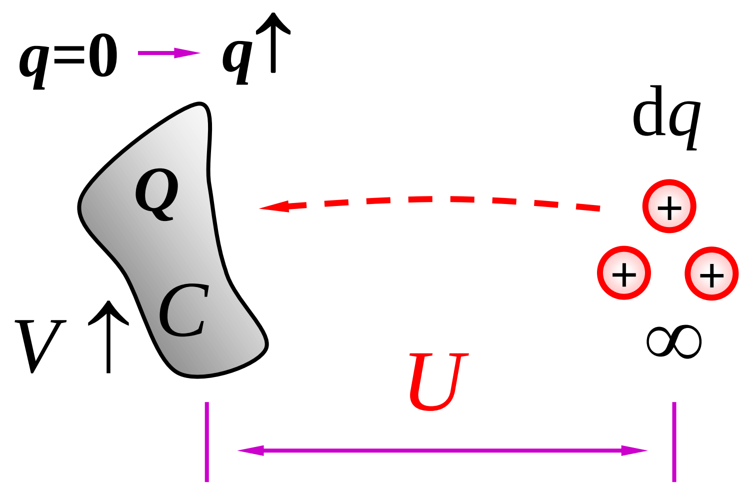
$$\mathrm{d}W_{电} = U\mathrm{d}q = (0 - V)\mathrm{d}q$$

$$\mathrm{d}W = V\mathrm{d}q$$

$$W = \int \mathrm{d}W = \int_0^Q V\mathrm{d}q$$

$$= \int_0^Q \frac{q}{C}\mathrm{d}q = \frac{1}{C}\int_0^Q q\mathrm{d}q$$

$$= \frac{1}{C} \times \frac{1}{2}Q^2 = \frac{Q^2}{2C}$$



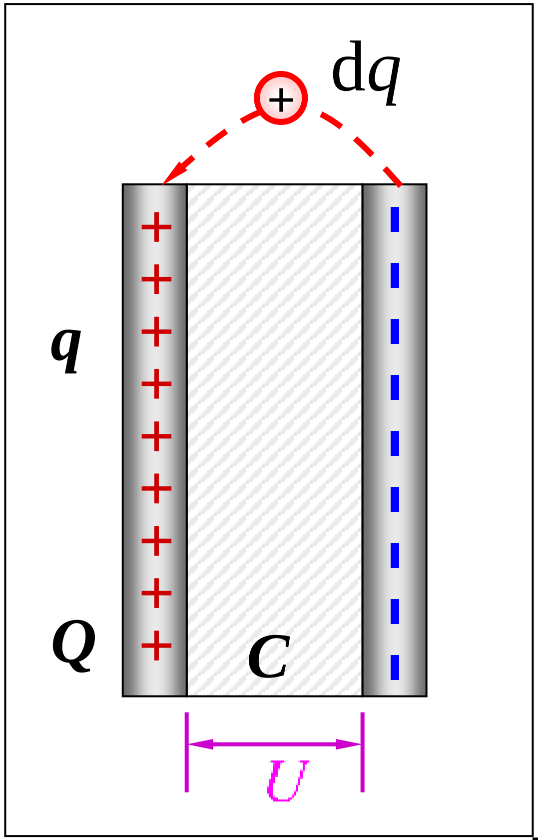
孤立导体

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

二、电容器的电能

电容器的充电过程：电量Q是将电荷元dq从一个极板向另一个极板不断搬移而累积形成的。当充电到q时，相应电势差为U。再迁移dq，外力克服静电场力做功为：

$$\mathrm{d}W=\mathrm{d}qU=\frac{q}{C}\mathrm{d}q \qquad C=\frac{Q}{U}$$



两极板由不带电到带电量为Q，外力的总功为：

$$W=\int \mathrm{d}W=\frac{1}{C}\int_0^Q q\mathrm{d}q=\frac{Q^2}{2C}$$

外力作正功，相当于电场力作负功，相应电势能增加，即电容器所具有的电能：

$$W_\mathrm{e}=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2}CU^2$$

这些能量存在何处?

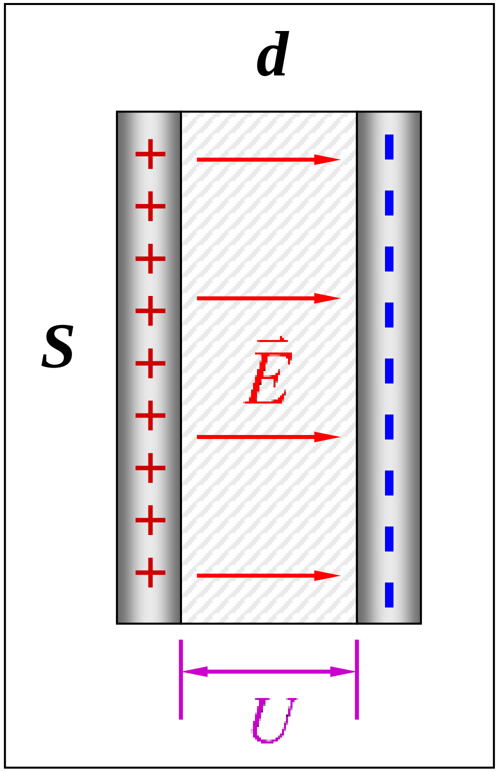
三、静电场的能量 能量密度

$$W_e=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}CU^2$$

平行板电容器： $C=\dfrac{\varepsilon S}{d}$， $U=Ed$

$$W_e=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon S}{d}(Ed)^2=\frac{1}{2}\varepsilon E^2 Sd=\frac{1}{2}\varepsilon E^2 V$$

电容器的电能储存于整个电场中。电容器的电能—静电场的能量。



电场能量密度：单位体积内的静电场的能量。

$$w_e=\frac{dW_e}{dV}=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}DE$$

问题：已知电场能量密度，如何求静电场的能量？

非均匀场强： $W_e=\int_V w_e \mathrm{d}V=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \mathrm{d}V$

均匀场强： $W_e=w_e V=\dfrac{1}{2}\varepsilon E^2 V$

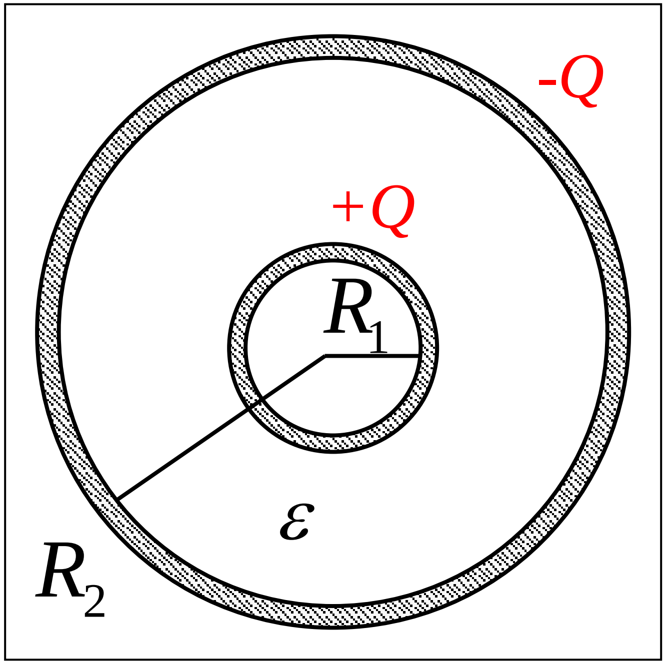
例1、如图所示，球形电容器的内、外半径分别为R_1和R_2，所带电荷为$\pm Q$。若在两球壳间充以电容率为ε的电介质，问此电容器贮存的电场能量为多少？

解1：电容器所储存的电场能量等于电容器的电能

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

$$C = 4\pi\varepsilon\frac{R_2R_1}{R_2 - R_1}$$

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$



解2：根据能量密度求电场能量

$$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon r^4}$$

$$W_e = \int_V w_e \mathrm{d}V = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \mathrm{d}V$$

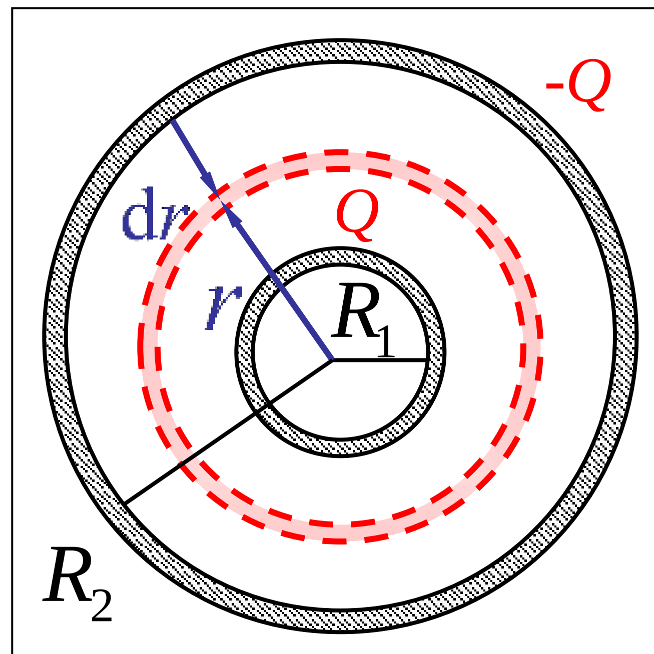
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}$$

$$\mathrm{d}W_e = w_e \mathrm{d}V = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon r^4} 4\pi r^2 \mathrm{d}r$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon r^2}\mathrm{d}r$$

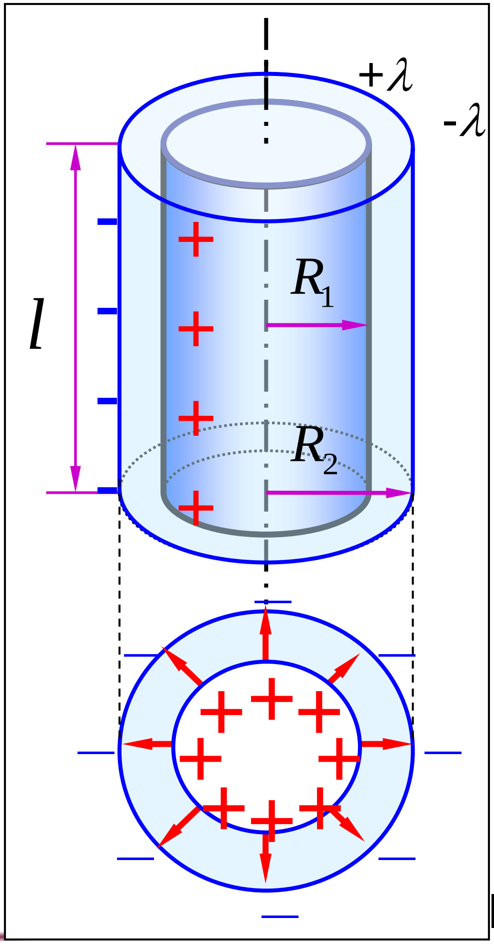
$$W_e = \int \mathrm{d}W_e = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$



例2、 圆柱形空气电容器中，空气的击穿场强是 $E_b=3\times10^6\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$，设导体圆筒的外半径 $R_2=10^{-2}\text{m}$．在空气不被击穿的情况下，长圆柱导体的半径 R_1 取多大值可使电容器存储能量最多？

分析： $$\boxed{\frac{\mathrm{d}W_\mathrm{e}}{\mathrm{d}R_1}=0}$$



解：电容器所储存的电场能量等于电容器的电能：

$$W_\mathrm{e}=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}QU$$

$$W_\mathrm{e}=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2}\lambda l U$$

$$\lambda=?$$
$$U=?$$

空气内一点的电场强度：

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\quad (R_1<r<R_2)$$

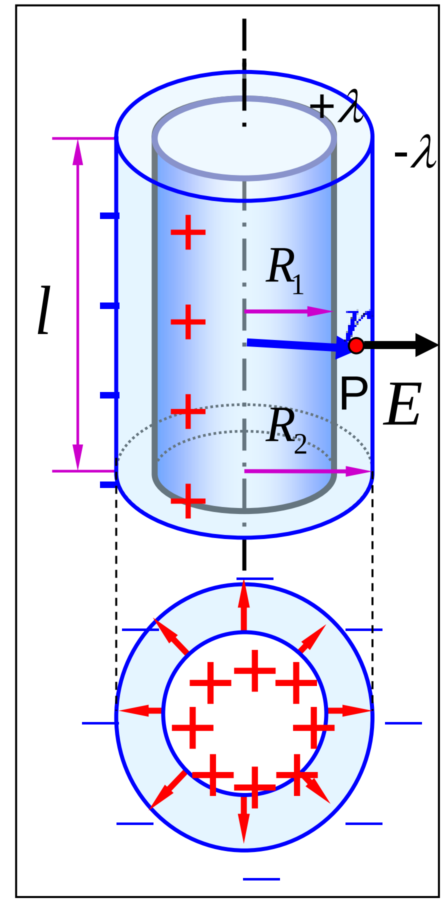
$$\boxed{W_e=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2}\lambda l U}$$

$$E_b=E_{max}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R_1}$$

$$\boxed{\lambda=2\pi\varepsilon_0 E_b R_1}$$

$$U=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{R_1}^{R_2}E dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r}$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$



$$\boxed{W_e=\frac{1}{2}\lambda U l=\frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}l}$$

$$\boxed{=\pi\varepsilon_0 E_b^2 R_1^2\ln\frac{R_2}{R_1}l}$$

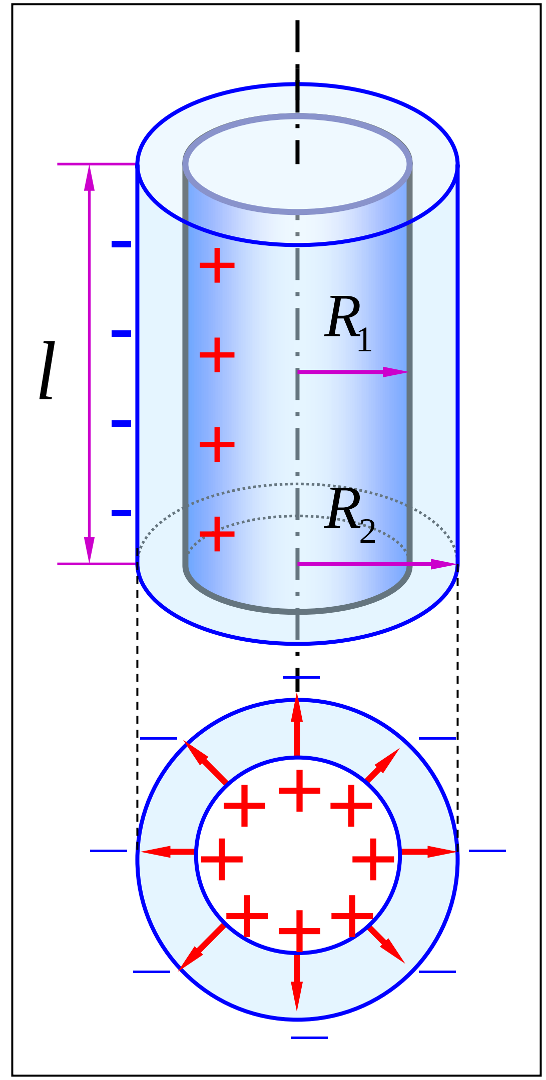
电容器所储存的电场能量：

$$W_{\mathrm{e}} = \pi \varepsilon_0 E_{\mathrm{b}}^2 R_1^2 \ln \frac{R_2}{R_1} l$$

$$\frac{\mathrm{d}W_{\mathrm{e}}}{\mathrm{d}R_1} = \pi \varepsilon_0 E_{\mathrm{b}}^2 l R_1 \left(\boxed{2\ln \frac{R_2}{R_1} - 1} \right) = 0$$

$$2\ln \frac{R_2}{R_1} - 1 = 0 \qquad \ln \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2}$$

$$R_1 = \frac{R_2}{\sqrt{\mathrm{e}}} \approx 6.07 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$$



例3、一平行板空气电容器，极板面积为S，极板间距为d，充电至带电Q后与电源断开，然后用外力缓缓地把两极板间距拉开到2d。求：(1)电容器能量的改变；(2)此过程中外力所作的功，并讨论此过程中的功能转换关系。

解：(1)电容器所储存的电场能量等于电容器的电能：

$$\boxed{W_{\mathrm{e}}=\frac{Q^2}{2C}}\qquad C_0=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}\qquad C_1=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}$$

$$\Delta W_{\mathrm{e}}=\frac{Q^2}{2C_1}-\frac{Q^2}{2C_0}=\frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 S}$$

(2)外力所作的功等于电容器的电能的增量：

$$\boxed{W=\Delta W_{\mathrm{e}}=\frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 S}}$$

1、电容器的并联和串联

并联：$\boxed{C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n}$ 总电容增加

串联：$\boxed{\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \cdots + \dfrac{1}{C_n}}$ 总电容减小

课堂小结

2、电容器的电能 $W_e = \dfrac{Q^2}{2C} = \dfrac{1}{2}QU = \dfrac{1}{2}CU^2$

3、静电场的能量 能量密度

能量密度：$w_e = \dfrac{dW_e}{dV} = \dfrac{1}{2}\varepsilon E^2$

静电场的能量：$W_e = \int_V w_e \mathrm{d}V = \int_V \dfrac{1}{2}\varepsilon E^2 \mathrm{d}V$

Thanks for Your Attention!

See You Later!

作业：P244 6-22，6-24

P246 6-35

END