

# 鲁东大学《高等数学》2023-2024学年第一学期期末试卷

一、选择题(每小题2分,共26分)

1、函数 $y=\sqrt{5-x}+\ln(x-1)$  的定义域是

- A.(0,5)      B.(1,5)      c.(1,5)      D.(1,+ 鸫)

2、当 $x\rightarrow 0$  时,与 $3x^2+2x^3$  等价的无穷小量是

- A. $2x^3$       B. $3x^2$       C. $x^2$       D. $x^3$

3、 $f(x_0)$  与 $f(x_0)$  都存在是 $f(x)$  在 $x=x_0$  处有极限的

- A. 充分条件      B. 必要条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

4、设 $f(x)=\sin 2x$ ,则 $f'(0)$  等于

- A.-2      B.-1      C.0      D.2

5、当  $|x|$  很小时,下面近似等式中

- ① $\ln(1+x)\approx x$       ② $\sin x\approx x$       ③ $e^x\approx 1+x$       ④ $\tan 2x\approx x$

不正确的个数是

- A.3      B.2      C.1      D.0

6、设 $f(x)$  在点 $x_0$  处取得极值,则

- A.  $f'(x_0)$  不存在或 $f'(x_0)=0$       B.  $f(x_0)$  必定不存在  
C.  $f(x_0)$  必定存在且 $f(x_0)=0$       D.  $f(x_0)$  必定存在,不一定为0

7、函数 $y =|x|$  在  $x=0$  处

- A 极限不存在      B 极限存在不连续      C 连续不可导      D 可导

8、对函数 $y=x^3$  在 $x=0$ 处,说法错误的是

A 连续点 B 驻点 C 极值点 D  $(0,0)$ 是拐点

9、函数  $y=x+\arctg x$  在  $(-\infty, +\infty)$  上

A. 单调减少 B. 单调增加 C. 不连续 D. 不可导

10、设  $y=\ln \cos x$ , 则  $y''=$

A.  $\sec^2 x$  B.  $-\sec^2 x$  C.  $\csc^2 x$  D.  $-\csc^2 x$

11、下列定积分计算正确的是 ( )

A.  $\int_{-1}^1 2x dx = 2$  B.  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x dx = 0$

C.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 0$  D.  $\int_{-1}^{16} dx = 15$

12、极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t dt}{1 - \cos x} = ( )$

A. 0 B. 1 C. -1 D.  $\frac{1}{2}$

13、利用换元法  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}} = ( )$

A.  $\int_0^4 \frac{2t}{1+t} dt$  B.  $\int_0^4 \frac{dt}{1+t}$  C.  $\int_0^2 \frac{2t}{1+t} dt$  D.  $\int_0^2 \frac{dt}{1+t}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

二、填空题 (每空2分, 共14分)

1、设  $f(x) = \begin{cases} 2x+a, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$  且  $f(x)$  在点  $x=0$  处连续, 则  $a=$  \_\_\_\_\_

2、  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - \frac{1}{x})^x =$  \_\_\_\_\_

3、 将半径为  $R$  的球体加热，如果球半径增加  $\Delta R$ , 则球体积的增量  $\Delta V \approx$  \_\_\_\_\_

4、 函数  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$  在  $[-2, 2]$  上的最小值是 \_\_\_\_\_

5、 曲线  $y = x^2 + \frac{1}{x}$  的垂直渐近线是 \_\_\_\_\_

6、 若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则在  $[a, b]$  上至少存在一点  $\xi$  使得  $\int_a^b f(x) dx =$  \_\_\_\_\_

7、  $\int_1^x \frac{dx}{x^a}$  当  $a$  \_\_\_\_\_ 时收敛

三、解答题（共 50 分）

1、（每小题 4 分共 16 分）

(1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$

(3)  $\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx$  ,

(4)  $\int_0^1 x e^x dx$

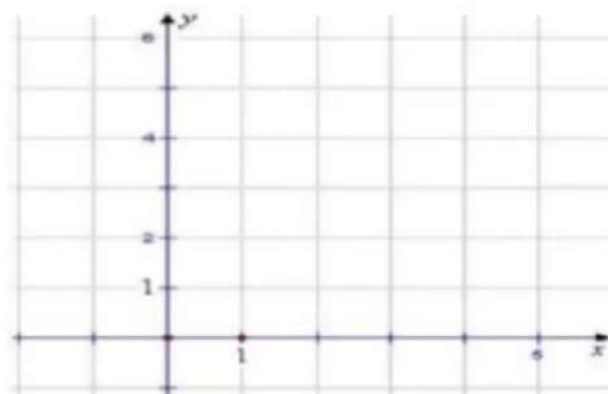
2、(4分) 求微分方程  $y'' + 5y' - 6y = xe^x$  的通解.

3、(4分) 已知  $e^{x^2+y^2}=1$ , 求导数  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\substack{x=0 \\ y=0}}$

4、求曲线  $y = \frac{1}{x^2} + 2$  在点  $P(1,3)$  处的切线方程和法线方程。(9分)

5、要使体积为  $V$  的圆柱体表面积最小，应如何选择底面半径  $r$  与圆柱体高  $h$ ? (9 分)

6、作出函数  $y=3x^2-x^3$  的图象。(9分)



7、求由抛物线  $y=x^2$  与  $y=\sqrt{x}$  所围成的平面图形的面积。(9分)