

一、填空题（本题共 10 小题，满分 30 分）.

1、填上适当的数字,使 72____643____51 为奇排列.

2、 n 阶矩阵 A 可逆的充分必要条件是 A 的秩 $r(A)=$ _____.

3、设 M_{ij}, A_{ij} 分别是行列式 D 中元素 a_{ij} 的余子式和代数余子式, 则 $M_{i,i+1} + A_{i,i+1} =$ _____.

4、已知四元非齐次线性方程组 $AX = b$ 的系数矩阵 A 的秩为 3, 又 η_1, η_2, η_3

是它的三个解向量, 其中 $\eta_1 + \eta_2 = (1 \ 1 \ 0 \ 2)^T, \eta_2 + \eta_3 = (1 \ 0 \ 1 \ 3)^T,$

则 $AX = b$ 的通解为_____.

5、设 A, B 都是可逆矩阵, $C = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$, 则 $C^{-1} =$ _____.

6、设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + ax_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_2x_3$ 的秩为 2, 则 $a =$ _____.

7、设 A 是 4×3 矩阵, 且 $r(A) = 2$, 而 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则 AB 的秩 $r(AB) =$ _____.

8、设三阶方阵 A 的三个特征值为 1, 1, 2, 则 $(2A)^{-1}$ 的特征值_____.

9、当 $a =$ _____或 $b =$ _____时, $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 8 & b & 4 \end{pmatrix}$ 的秩为 2.

10、设三级矩阵 A 相似于 $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $|A| =$ _____.

二、单项选择题（本题共 10 小题，满分 30 分）.

1、设向量组 $\alpha_1 = (a+1, 2, -6), \alpha_2 = (1, a, -3), \alpha_3 = (1, 1, a-4)$ 线性无关, 则 a 的取值为().

(A) $a = 0$; (B) $a \neq 0$; (C) $a = 1$; (D) $a \neq 1$.

2、一个三元线性方程组 $Ax = 0$ 的基础解系中含有一个解向量, 则这个线性方程组的系数矩阵 A 的秩等于().

(A) 0; (B) 1; (C) 3; (D) 2.

3、关于矩阵的等价和相似关系, 下列结论正确的是().

(A) 若两个矩阵等价, 则这两个矩阵一定相似;

(B) 若两个矩阵相似, 则这两个矩阵一定等价;

(C) 两个矩阵等价当且仅当这两个矩阵相似;

(D) 以上结论都不正确.

4、设线性方程组的系数矩阵与增广矩阵分别是 A 与 \bar{A} , 则该线性方程组有解的充分必要条件是 ().

(A) 秩 $A = \text{秩 } \bar{A}$; (B) 秩 $A > \text{秩 } \bar{A}$; (C) 秩 $A < \text{秩 } \bar{A}$; (D) 秩 $A \neq \text{秩 } \bar{A}$.

5、设向量组 $\alpha_1, \Lambda, \alpha_r$ 与 $\beta_1, \Lambda, \beta_s$ 等价, 则它们的秩的大小关系是 ().

(A) 相等; (B) 不相等; (C) 不能确定大小关系; (D) 以上结论都不正确.

6、设 P, Q 都是 n 阶可逆矩阵, E 为 n 阶单位矩阵, 则下列矩阵中一定可逆的是 ().

(A) $P+Q$; (B) $P-Q$; (C) $P^{-1}Q^T$; (D) $E-PQ$.

7、设 A 为三阶矩阵, 满足 $A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, 则 $A =$ ().

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 1 \end{pmatrix}$; (B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -3 & -3 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$;

(C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$; (D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -2 & -2 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

8、设 4 级矩阵 A 与 B 相似, B 的特征值是 1, 2, 3, 4, 则 $|A+E|$ 的值 ().

(A) 24; (B) 10; (C) 120; (D) 14.

9、向量组 $\alpha_1, \Lambda, \alpha_r$ 的秩小于 r 的充分必要条件是 ().

(A) 向量组必含有零向量; (B) 向量组中任何一个向量都能由其余向量线性表出;

(C) 向量组线性相关; (D) 向量组中任何一个向量都不能由其余向量线性表出.

10、设 A 为 n 阶正交矩阵, 则下列说法错误的是 ().

(A) $|A| \geq 1$; (B) $r(A) = n$;

(C) $A^T = A^{-1}$; (D) A 的列向量组为规范正交的向量组.

三、解答题 (本题共 4 小题, 满分 40 分).

1、(10 分) 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 3 & -2 \\ 4 & -2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \end{vmatrix}$.

2、(10 分) 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵.

3、(10 分)求方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 6, \\ 2x_1 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$
 的通解.

4、(10 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 求可逆矩阵 P , 使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.