

## Mathematik 1

### Übung 6 (Anwendungen der Differentialrechnung)

1. Zeigen Sie, dass die Funktion  $f(x) = -5 \cdot |x^2 - 4|$  an den Stellen  $x_1 = -2$  und  $x_2 = 2$  nicht differenzierbar ist.
2. Untersuchen Sie mit Hilfe der ersten Ableitung, in welchen Bereichen die folgenden Funktionen monoton steigend oder monoton fallend sind:
  - a)  $f(x) = x^2 - 5x + 2$
  - b)  $f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{-2x}$
3. Geben Sie alle Nullpunkte, Extrempunkte und Wendepunkte der folgenden Funktionen an:
  - a)  $f(x) = -x^3 + 2x^2 - 3x + 2$
  - b)  $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x + 2}$
  - c)  $f(x) = (x + 2) \cdot e^{-2x}$
4. Für die Konstruktion einer zylindrischen Dose mit einem Fassungsvermögen von 330 ml werden die Abmaße (Höhe und Durchmesser) gesucht, bei denen der Materialaufwand (= Oberfläche des Zylinders) minimal wird.
5. Eine Funktion der Form

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$$

besitze im Punkt  $P_1(1; 1)$  einen Hochpunkt, an der Stelle  $x_P = -2$  eine Polstelle und bei  $x_N = 2$  eine Nullstelle. Bestimmen Sie die Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  der Funktion!

6. Die Funktion  $f(x) = 5 \cdot \ln(1 + 2x^4)$  soll im Bereich um  $x_0 = 2$  durch eine lineare Funktion angenähert werden. Berechnen Sie für die Näherungsfunktion die Funktionswerte an den Stellen  $x_1 = 1,8$  und  $x_2 = 2,2$  sowie den jeweiligen Fehler zu den tatsächlichen Funktionswerten.

*Viel Spaß beim Üben!*