

**Mathematik I  
Klausur SS 2016**

Emden, 21.09.2016

**Name:**

**Vorname:**

**Matrikelnummer:**

Hilfsmittel: Vorlesungsmitschriften (inkl. Übungen), Formelsammlungen, Integraltabellen, Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig, nicht algebrafähig)

**Alle Rechenwege müssen nachvollziehbar sein!**

1. Differenzieren Sie die folgenden Funktionen durch Anwenden der Ketten-, Produkt- und/oder Quotientenregel:

$$a) y = e^{-x \cdot \cos x} \quad b) y = (x^3 + 1) \cdot \ln(x^3 + 1) \quad c) y = e^{-x} \cdot \cos x$$

20 Punkte

2. Untersuchen Sie die Funktion  $y = x^3 - 4x$  auf ihr Verhalten im Unendlichen (neg.+pos.), ihre Nullstellen sowie auf lokale Extremwerte, Wendepunkte und Sattelpunkte! Skizzieren Sie die Funktion!

20 Punkte

3. Die beiden Parabeln  $y_1 = 9 - 2x^2$  und  $y_2 = 5 - x^2$  schließen eine Fläche in der  $x, y$ -Ebene ein. Berechnen Sie deren Flächeninhalt.

15 Punkte

4. Lösen Sie die folgenden unbestimmten Integrale (durch partielle Integration bzw. Integration durch Substitution):

$$a) I = \int x^2 \cdot \ln x \, dx \quad b) I = \int \frac{x}{(1+x^2)^2} \, dx$$

20 Punkte

5. Die drei Kräfte  $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$  und  $\vec{F}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$  wirken auf einen Massepunkt. Wie lautet die resultierende Kraft  $\vec{F}$  und welchen Winkel  $\varphi$  schließen die resultierende Kraft  $\vec{F}$  und die Kraft  $\vec{F}_1$  miteinander ein ( $0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$ )?

15 Punkte

6. Bei der Planung einer Anlage zur Herstellung von Methanol aus Synthesegas sind die relativen Kosten (€/t Methanol) abhängig von der späteren Produktionsmenge. Dabei sinken die relativen Investitionskosten mit der Größe der Anlage (Produktionskapazität  $x$  in t Methanol) mit  $K_{Inv} = 20/x$ , während die relativen Betriebskosten mit  $x$  steigen:  $K_{Bet} = 2x^2 + 100$ .

Bei welcher späteren Produktionsmenge werden die Gesamtkosten (Betriebskosten + Investitionskosten) minimal?

10 Punkte

**Viel Erfolg!**