

Mathematik 1

Übung 2 (Funktionen und Grenzwerte)

1. Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(4 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(x)}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$

2. Bestimmen Sie Nullstellen und Unstetigkeitsstellen der folgenden Funktionen. Untersuchen Sie diese Funktionen ebenfalls auf ihr Verhalten im Unendlichen (mit Angabe der Asymptoten, wo dies sinnvoll ist).

a) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

b) $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^3 - x^2 + x - 1}$

c) $f(x) = \frac{(x^2 - 1)(x^2 - 25)}{x^3 + 4x^2 - 5x}$

d) $f(x) = e^{-x/2}$

e) $f(x) = (1 - x^2)e^{-2x}$

f) $f(x) = 2 \cdot \sin(2x + \pi)$

g) $f(x) = \ln|1 - x|$

3. Skizzieren Sie die folgenden Funktionen ohne Berechnung einer Wertetabelle!

a) $f(x) = x^2 - 2$

b) $f(x) = 5 \cdot e^{-x}$

c) $f(x) = 5 \cdot (1 - e^{-x})$

d) $f(x) = 3 \cdot \sin(2x)$

4. Eine Funktion der Form $f(x) = A \cdot (1 - e^{-bx})$ mit $A, b \in \mathbb{R}$ und $b > 0$ habe einen Grenzwert im pos. Unendlichen von $g = 4$ und an der Stelle $x_0 = \ln(2)$ den Funktionswert $y_0 = 2$. Bestimmen Sie die Parameter A und b der Funktion $f(x)$!

5. Bestimmen Sie die Parameter A , ω und φ der Funktion $f(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ so, dass ihr Graph mit dem Graphen der Funktion $g(t) = 2 \cdot \cos(3t - \pi)$ exakt übereinstimmt.

Viel Spaß beim Üben!