

Mathematik 1

Übung 3 (Logarithmen, Funktionen und Transformationen)

1. Vereinfachen Sie die folgenden Potenz- und Wurzelausdrücke:

a) $a^x \cdot a^2 \cdot a$ b) $\frac{x^2 \cdot x^{-4}}{x^3}$ c) $\sqrt{b} \cdot b^2$ d) $\frac{\sqrt[3]{y}}{y^3}$ e) $\frac{3\sqrt{3}}{3^{\frac{1}{5}}}$

2. Berechnen Sie (geht auch ohne Taschenrechner):

a) $\log_2 8$ b) $\log_3 81$ c) $\log_2 256$ d) $\log_{10} 100$ e) $\log_{10} 0,01$

3. Bilden Sie die Umkehrfunktionen der folgenden Gleichungen für den angegebenen Definitionsbereich, sofern dies möglich ist):

a) $y(x) = \frac{1}{x} + 2$ ($x \in \mathbb{R}$)

b) $y(x) = 3 \cdot \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ ($-\pi < x < \pi$)

c) $y(x) = 15 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-3x}$ ($x \in \mathbb{R}$)

4. Gegeben ist die Exponentialfunktion $f(x) = a \cdot e^{-bx} + 2$, dessen Kurve durch die beiden Punkte $A = (0; 10)$ und $B = (5; 3)$ gehen soll. Bestimmen Sie die Parameter a und b für diese Funktion.

5. Der Einschwingvorgang eines dynamischen Systems soll durch die Gleichung

$$y(t) = 5 \cdot (1 - e^{-0,5 \cdot t}) \cdot \sin(5 \cdot t)$$

beschrieben werden. Bestimmen Sie alle Nullstellen dieser Funktion!

6. Skizzieren Sie die Graphen der angegebenen Funktionen jeweils vor und nach der beschriebenen Transformation:

a) $f(x) = \cos(x)$

(Erst Stauchung in x-Richtung um Faktor 2, dann Spiegelung um den Ursprung)

b) $f(x) = \frac{1}{x}$

(Erst Verschiebung in x-Richtung um 3, dann Spiegelung an der y-Achse)

c) $f(x) = 2(1 - e^{-x})$

(Erst Dehnung in y-Richtung um Faktor 0,5, dann Spiegelung an der x-Achse, dann Verschiebung in x-Richtung um -2)

Viel Spaß beim Üben!