

Mathematik 1

Übung 4 (Differenzenquotient und Ableitung)

1. Eine Funktion $y = f(x)$ gehe durch die Punkte $A(0;0)$, $B(1;1)$ und $C(3;9)$. Wie groß ist jeweils die Steigung der Sekanten, welche durch die Punkte A und B , A und C sowie B und C geht?
2. Bilden Sie die Differenzenquotienten für die Funktionen
 - a) $f(x) = x^2 + 2x$
 - b) $f(x) = \sqrt{|1-x|}$
 - c) $f(x) = \sin(3x + \pi)$
3. Zeigen Sie mit Hilfe des Differenzenquotienten und dessen Grenzwert für $\Delta x \rightarrow 0$, dass $f'(x) = 3x^2$ die Ableitung der Funktion $f(x) = x^3$ ist.
4. Differenzieren Sie folgende Funktionen nach der Faktor- und Summenregel:
 - a) $f(x) = -3x^2 + x^3 + 10x + 2$
 - b) $f(x) = 8 \cdot \sin(x) - 2 \cdot \cos(x)$
 - c) $f(x) = 4 \cdot e^x + 3 \cdot \tan(x)$
5. Differenzieren Sie folgende Funktionen nach der Produkt- oder Quotientenregel:
 - a) $f(x) = (1 - x^2) \cdot e^x$
 - b) $f(x) = e^x \cdot \cos(x)$
 - c) $f(x) = e^{-x} \cdot \sin(x)$
 - d) $f(x) = \frac{5x^3 - x^2 + 2}{x^2 - 2}$
 - e) $f(x) = \frac{10x}{x^2 + 1}$
 - f) $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$
 - g) $f(x) = x^2 \cdot e^x \cdot \sin(x)$
6. Differenzieren Sie folgende Funktionen nach der Kettenregel:
 - a) $f(x) = (x^2 + 2x - 2)^2$
 - b) $f(x) = e^{x^2 - 1}$
 - c) $f(x) = \sin(x^2 - 2x + 1)$
 - d) $f(x) = \sin^2(x^4)$

Viel Spaß beim Üben!