University of Applied Sciences
HOCHSCHULE EMDEN-LEER

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juho Mäkiö

07.11. 2018

Beispiel: Autokorrektur

Eine Autokorrektor, der Zeichenfolgen in Smiley umwandelt:

Zeichenfolge	Wird umgewandelt in....
:-)	☺
:)	☺
:-(	☹
:(	☹

Zu Erstellen ein Automat, der:

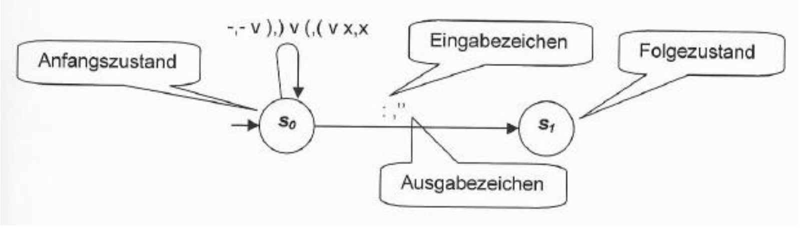
* den Eingabezeichestorm liest und bis auf die Smilies unverändert ausgibt und

* erkennt, ob die Eingabefolgen gültige Smilys darstellen

Beispiel: Autokorrektur

Eingabealphabet: E = {: , -,), (, x}
Ausgabealphabet: A = {:, -,), (, x, ☺, ☹, “}

An den Kanten X,X – Eingabezeichen, Ausgabezeichen



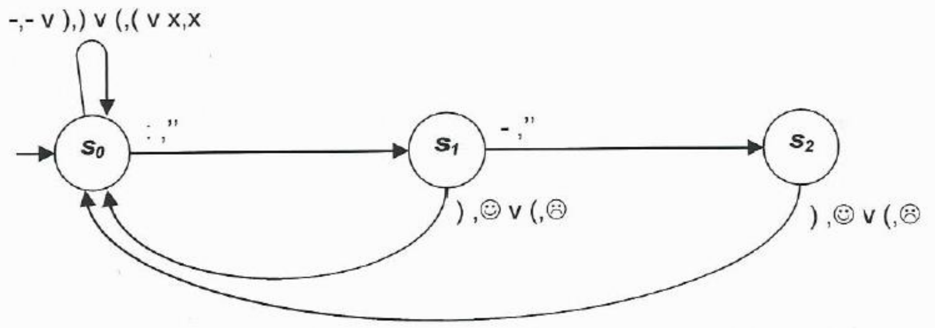
Beispiel: Autokorrektur

Zunächst die „interessanten“ Eingabefolgen definieren.
Welche sind diese?

Zeichenfolge	Wird umgewandelt in….
:-)	☺
:)	☺
:-(	☹
:(	☹

Konstruieren Sie den Automaten nur für die zu ersetzende Zeichenfolge.

Beispiel: Autokorrektur

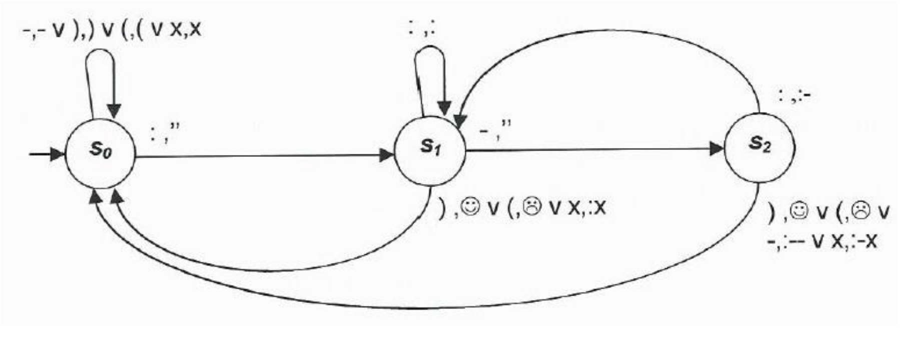


Beispiel: Autokorrektur

* Was passiert wenn man auch andere Zeichen angibt?
* Erweitern Sie den Automaten für den Fall, dass auch andere Zeichenfolgen angegeben werden. vgl. Tabelle

Zeichenfolge	Wird umgewandelt in….
:-)	☺
:)	☺
:-(	☹
:(	☹

Beispiel: Autokorrektur



DEA - NEA

Definition DEA (Wiederholung)

- Ein deterministischer, endlicher (Akzeptor-) Automat (DEA) ist ein 5-Tupel $(Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$ mit
  - $Z \triangleq$ endliche Menge von Zuständen
  - $\Sigma \triangleq$ endliches Eingabealphabet
  - $\delta : Z \times \Sigma \rightarrow Z \triangleq$ Übergangsfunktion
  - $z_0 \in Z \triangleq$ Startzustand
  - $E \subseteq Z \triangleq$ Menge der Endzustände (akzeptierten Zustände)

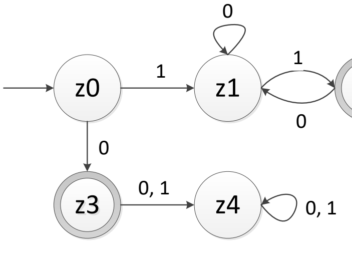
Was bedeutet: DEA A ist deterministisch?

Es ist immer eindeutig bestimmt, wie es weitergeht: $\delta(z, a) = z'$

Nachteile….?

Beispiel DEA…

DEA A



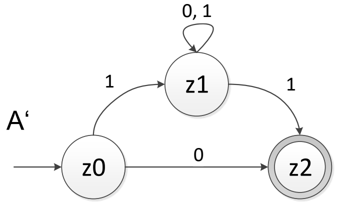
Erkennen Sie den Zusammenhang zwischen den Automaten und der Sprache?

$L(A) = \{0\} \cup \{1\omega1 \mid \omega \in \{0, 1\}^*\}$

Frage: kann man den Automaten auch einfacher gestalten – und wenn ja, wie?

Nichtdeterministische, endliche Automaten (NEA)

- Erweiterung: Ein Zustand kann für ein zu verarbeitendes Zeichen einen, mehrere oder keinen Folgezustand / Folgezustände haben



Notation wie beim DEA

Mehrfachübergang von z_1 (nicht eindeutig):

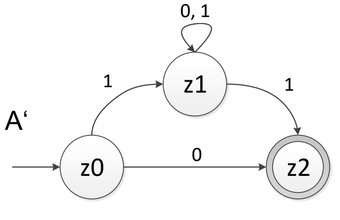
$\delta(z_1, 1) = z_2$

$\delta(z_1, 1) = z_1$

} Nicht-determinismus

Leicht zu erkennen, dass:
$L(A') = \{0\} \cup \{1\omega 1 \mid \omega \in \{0, 1\}^*\}$

NEA



Überführungsfunktion δ

	0	1
z_0	z_2	z_1
z_1	z_1	z_1, z_2
$z_{2/E}$	-	-

mehrere Folgezustände

kein Folgezustand (Zuordnung: leere Menge)

δ ist keine Funktion im „klassischen“ Sinne

$$\delta(z, a) = \begin{cases} - & \triangleq \emptyset \\ z' & \triangleq \{z'\} \\ z', z'', \ldots & \triangleq \{z', z'', \ldots\} \end{cases} \qquad z \in Z, a \in \Sigma$$

NEA

$\delta: Z \times \Sigma \rightarrow P(Z) \triangleq 2^Z$

Potenzmenge von Z ≙ Menger aller Teilmengen von Z $|P(Z)| = 2^{|Z|}$

z.B. $Z = \{z_0, z_1, z_2\}$

$P(Z) = \{\emptyset, \{z_0\}, \{z_1\}, \{z_2\}, \{z_0, z_1\}, \{z_0, z_2\}, \{z_1, z_2\}, \{z_0, z_1, z_2\}\}$

δ wird meist nur für die relevanten ($Z \times \Sigma$)-Paare angegeben, die anderen Zuordnungen sind (- = ∅ = irrelevant).

NEA

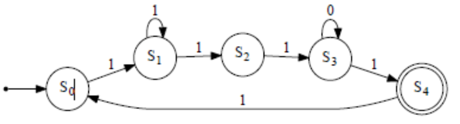
Ein nichtdeterministischer, endlicher Automat (NEA) ist ein 5-Tupel $(Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$ mit Z, Σ, z_0, E wie beim DEA

* $\delta : Z \times \Sigma \rightarrow P(Z)$ ≙ Überführungsfunktion
* Auf der Ebene der Zustände ist δ keine Funktion, sondern eine Relation $\delta(z, a) \subset Z$
* $\delta(z, a)$ kann auch leer sein

<u>Bezeichnung:</u> NEA A' oder A'_{NEA} oder …

Aufgabe NEA → DEA

- Gegeben sei ein nichtdeterministischer endlicher Automat A. Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten A‘, sodass gilt: L(A) = L(A‘).
- A= ({0, 1}, {s_0, s_1, s_2, s_3, s_4}, δ, s_0, {s_4})



a) Geben Sie die Übergangstabelle aus der Potenzmengenkonstruktion an.

b) Definieren und zeichnen Sie den äquivalenten deterministischen Automaten.

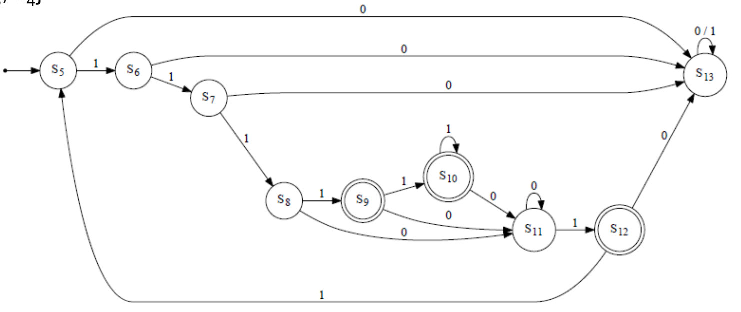
Lösung zu a)

Zustandsmenge	1	0
$\{s_0\}$	$\{s_1\}$	$\emptyset$
$\{s_1\}$	$\{s_1, s_2\}$	$\emptyset$
$\{s_1, s_2\}$	$\{s_1, s_2, s_3\}$	$\emptyset$
$\{s_1, s_2, s_3\}$	$\{s_1, s_2, s_3, s_4\}$	$\{s_3\}$
$\{s_1, s_2, s_3, s_4\}$	$\{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$	$\{s_3\}$
$\{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$	$\{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$	$\{s_3\}$
$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$
$\{s_4\}$	$\{s_0\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Lösung zu b)

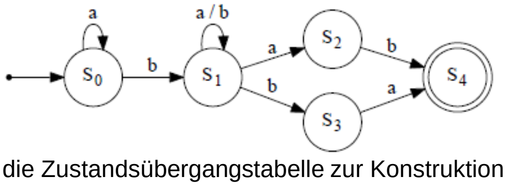
$s_5 \triangleq \{s_0\}$
$s_6 \triangleq \{s_1\}$
$s_7 \triangleq \{s_1, s_2\}$
$s_8 \triangleq \{s_1, s_2, s_3\}$
$s_9 \triangleq \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$
$s_{10} \triangleq \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$
$s_{11} \triangleq \{s_3\}$
$s_{12} \triangleq \{s_4\}$
$s_{13} \triangleq \emptyset$;

$A' = (\{0, 1\}, \{s_5, s_6, s_7, s_8, s_9, s_{10}, s_{11}, s_{12}, s_{13}\}, \delta', s_5, \{s_9, s_{10}, s_{12}\})$



Aufgabe NEA → DEA

- Gegeben sei folgender nichtdeterministischer endlicher Automat: $A = (\{a, b\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}, \delta, s_0, \{s_4\})$



a) Geben Sie die Zustandsübergangstabelle zur Konstruktion des deterministischen endlichen Automaten an.

b) Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm des deterministischen endlichen Automaten A‘ und geben Sie diesen vollständig an.

- Geben Sie die Sprache, die von dem Automaten erkannt wird, als regulären Ausdruck an.

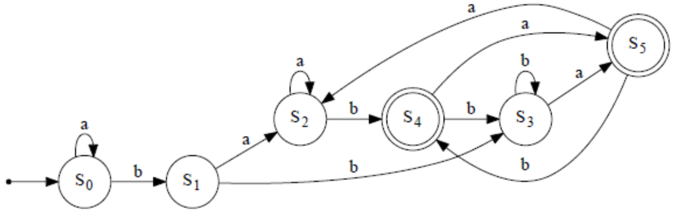
Lösung zu a)

	a	b
$\{s_0\}$	$\{s_0\}$	$\{s_1\}$
$\{s_1\}$	$\{s_1, s_2\}$	$\{s_1, s_3\}$
$\{s_1, s_2\}$	$\{s_1, s_2\}$	$\{s_1, s_3, s_4\}$
$\{s_1, s_3\}$	$\{s_1, s_2, s_4\}$	$\{s_1, s_3\}$
$\{s_1, s_3, s_4\}$	$\{s_1, s_2, s_4\}$	$\{s_1, s_3\}$
$\{s_1, s_2, s_4\}$	$\{s_1, s_2\}$	$\{s_1, s_3, s_4\}$

Lösung zu b) und c)

A‘ = ({a, b}, {s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5}, δ‘, s_0, {s_4, s_5})

{s_0}≙s0
{s_1}≙s1
{s_1, s_2}≙s_2
{s_1, s_3}≙s_3
{s_1, s_3, s_4}≙s_4
{s_1, s_2, s_4}≙s_5



L(A‘) = a*b(a + b)*(ab + ba)

Yes we can…