МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МОЭВМ

ОТЧЕТ

по практической работе №3

по дисциплине «Теория принятия решений»

Тема: Игры с природой. Использование вероятностных характеристик в задачах принятия решений

Вариант 1

Студентка гр. 8303	________________	Самойлова А.С.
Преподаватель	________________	Попова Е.В.

Санкт-Петербург

2022

Цель работы

Познакомиться с оптимизационными критериями, используемыми при игре с одним игроком. Применить вероятностные характеристики для решения задач принятия решений с наличием неопределенности.

Основные теоретические положения

Существует неопределенность, не связанная с осознанным противодействием противника, а возникающая в связи с недостаточной информированностью ЛПР об объективных условиях, в которых будет приниматься решение. В математической модели присутствует «природа», и заранее неизвестно её состояние во время принятия решения, игра при этом называется игрой с природой. Осознанно действует только один игрок. Природа не противник, принимает какое-то состояние, не преследует цели, безразлична к результату игры.

В платежной матрице по строкам реализуются стратегии игрока, а по столбцам – множество состояний противоположной стороны. Элементы столбцов не являются проигрышами природы при соответствующих её состояниях. Задача выбора игроком чистой или смешанной стратегии проще так как отсутствует противодействие, но сложнее так как существует наличие неопределенности, связанное с дефицитом осведомленности игрока о характере проявления состояний природы.

Порядок выполнения

1. Написать программу, формирующую входную матрицу, размера 10 на 10 с рандомными значениями из заданного диапазона (от 1/(N+1) до N+1, где N – номер варианта). Для критерия Байеса, формируется ещё одна строка с 10 значениями вероятностей, рандомных, в сумме дающих 1. Для критерия Гурвица склонность к риску принять за 1/(N+2).
2. Применить заданный оптимизационный критерий к платежной матрице и выбрать оптимальную стратегию (с помощью инструментальных средств).
3. Получить вероятностные характеристики предложенных задач в папке

Выполнение работы

1. Генерация случайной матрицы 10 x 10 с рандомными значениями от ½ до 2:

```
import numpy as np

VAR = 1
LEFT_BOUND = 1 / (VAR + 1)
RIGHT_BOUND = VAR + 1

matrix = np.random.uniform(low=LEFT_BOUND, high=RIGHT_BOUND, size=(10, 10))
```

Генерация строки с вероятностями для критерия Байеса:

```
import numpy as np

VAR = 1
LEFT_BOUND = 1 / (VAR + 1)
RIGHT_BOUND = VAR + 1

line = np.random.uniform(low=LEFT_BOUND, high=RIGHT_BOUND, size=10)
probabilities = line / sum(line)
```

2. Применение критерия Байеса:

```
Входная матрица:
[[0.73  1.272 1.475 1.7   0.731 1.436 1.417 1.645 0.658 1.073]
 [0.505 0.571 0.62  1.201 1.362 0.84  1.798 1.78  1.013 1.733]
 [1.935 0.807 1.486 1.494 1.599 1.148 0.916 1.62  0.744 1.191]
 [1.386 0.595 1.661 0.792 1.369 1.872 1.911 0.817 1.294 1.413]
 [1.815 1.981 0.548 1.789 1.995 1.823 1.953 0.633 1.034 0.796]
 [1.536 1.79  0.973 1.301 0.896 1.099 1.988 1.25  1.749 1.175]
 [1.864 1.987 1.466 0.881 1.049 0.672 0.729 1.442 1.93  1.407]
 [1.419 1.25  1.416 1.696 1.942 1.684 1.543 0.586 1.702 1.458]
 [1.237 1.002 0.853 0.731 1.5   1.069 1.336 1.814 1.606 1.239]
 [0.831 1.318 0.504 0.751 1.177 1.113 0.7   1.536 1.659 1.483]]

Строка вероятностей для критерия Байеса:
[0.132 0.069 0.129 0.107 0.113 0.065 0.056 0.133 0.142 0.053]

Математическое ожидание:
[1.182 1.097 1.355 1.276 1.367 1.353 1.411 1.452 1.27  1.11 ]

Наибольшее математическое ожидание:
1.452

Оптимальная стратегия (индекс максимального матожидания):
8
```

3. Задачи:

3.1. На предприятии работают три бригады рабочих: первая производит в среднем ½ продукции с процентом брака 5%, вторая ¼ продукции с процентом брака 3%, третья ¼ продукции с процентом брака 2%. Наугад взятое изделие оказалось бракованным. Найти вероятности того, что его изготовили 1, 2, 3 бригады рабочих и принять решение к обращению к бригаде с большей вероятностью для расследования.

Решение:

Бригады:

$$P(B_1)=\frac{1}{2}$$

$$P(B_2)=\frac{1}{4}$$

$$P(B_3)=\frac{1}{4}$$

Брак:

$$P_{B_1}(A)=\frac{5}{100}$$

$$P_{B_2}(A)=\frac{3}{100}$$

$$P_{B_3}(A)=\frac{2}{100}$$

Полная вероятность брака:

$$P(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{100}+\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{100}+\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{100}=\frac{3}{80}$$

Вероятность брака:

$$P_A(B_i)=\frac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{P(A)}$$

$$P_A(B_1)=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{100}}{\frac{3}{80}}=\frac{2}{3}$$

$$P_A(B_2)=\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{100}}{\frac{3}{80}}=\frac{1}{5}$$

$$P_A(B_3)=\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{100}}{\frac{3}{80}}=\frac{2}{15}$$

Наибольшая вероятность брака в бригаде №1.

3.2. Производится 3 независимых выстрела по мишени, причем вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8. Составить закон распределения случайной величины X- числа попаданий. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Решение:

Вероятные исходы:

- три попадания, $p=0{,}512$
- два попадания и один промах $p=0{,}384$
- одно попадание и два промаха $p=0{,}096$
- три промаха $p=0{,}008$

Таблица распределения числа попаданий:

X	*3*	*2*	*1*	*0*
p	*0.512*	*0.384*	*0.096*	*0.008*

$M=3\cdot 0.512+2\cdot 0.384+1\cdot 0.096+0\cdot 0.008=2.4$

$D=9\cdot 0.512+4\cdot 0.384+1\cdot 0.096+0\cdot 0.008-2.4^2=0.48$

$\sigma=\sqrt{0.48}=0.69282032$

3.3. Случайная величина X распределена по нормальному закону с математическим ожиданием *a*=10 и средним квадратическим отклонением σ=1. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (8;14) для принятия решения обращения к этому интервалу.

Решение:

$P(\alpha<X<\beta)=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right)$ где $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-x/2}dz$ - функция Лапласа

$P(8<X<14)=\Phi\left(\frac{14-10}{1}\right)-\Phi\left(\frac{8-10}{1}\right)=\Phi(4)-\Phi(-2)=\Phi(4)+\Phi(2)=0.499968+0.4772=0.977168$

Приложение А

Исходный код прораммы

```
import numpy as np

VAR = 1
LEFT_BOUND = 1 / (VAR + 1)
RIGHT_BOUND = VAR + 1


def Bayes_criterion(matrix, probabilities):
    means = (probabilities * matrix).sum(axis=1)
    print('Математическое ожидание:')
    print(means.round(3))
    max_means = means.max()
    print('Наибольшее математическое ожидание:')
    print(max_means.round(3))
    print('Оптимальная стратегия (индекс максимального матожидания):')
    print(np.where(max_means == means)[0][0]+1)


if __name__ == '__main__':
    matrix = np.random.uniform(low=LEFT_BOUND, high=RIGHT_BOUND, size=(10, 10))
    print('Входная матрица:')
    print(matrix.round(3))

    line = np.random.uniform(low=LEFT_BOUND, high=RIGHT_BOUND, size=10)
    probabilities = line / sum(line)
    print('Строка вероятностей для критерия Байеса:')
    print(probabilities.round(3))

    Bayes_criterion(matrix, probabilities)
```