

# Algebra per Informatica

## Foglio di esercizi 5

**Esercizio 1.** Scrivere in forma algebrica, cioè  $a + ib$  con  $a, b \in \mathbb{R}$ , i seguenti numeri complessi:

$$i^{427}, \quad (1 - \sqrt{3}i)^9 - (1 + i)^6, \quad \frac{1}{i(\sqrt{2} - i)}, \quad (1 - i)^3 + \frac{1}{3 + i}.$$

**Esercizio 2.** Scrivere in forma trigonometrica ed esponenziale i seguenti numeri complessi:

$$1 - i, \quad -1 - i\sqrt{3}, \quad \frac{1 + i}{1 - i}, \quad 7i, \quad \frac{1}{1 + i} + \frac{1}{-1 + i}.$$

**Esercizio 3.** Trovare tutte le radici in  $\mathbb{C}$  dei seguenti polinomi:

$$x^2 - 4x + 5, \quad x^2 - 2ix - 5, \quad x^3 + 1, \quad 27x^3 + 125, \quad 32x^5 - 1$$

**Esercizio 4.** Sia  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^2$  la funzione definita da  $f(x) = (x^3, x^4)$ .

- (1) Stabilire se  $f$  è iniettiva e/o surgettiva.
- (2) Determinare  $f^{-1}(i, i)$ .

**Esercizio 5.** Disegnare nel piano i seguenti insiemi di numeri complessi:

- (1)  $A = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ ;
- (2)  $B = \left\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 3 \text{ e } \frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{2}\right\}$ ;
- (3)  $C = \{z \in \mathbb{C} : z + \bar{z} = 6\}$ ;
- (4)  $D = \{z \in \mathbb{C} : \Re(z^2) = 0\}$ ;
- (5)  $E = \{z \in \mathbb{C} : \Im(z^2) = 0\}$ .

**Esercizio 6.** Dire se vero o falso, dove  $z, w$  denotano numeri complessi:

- (1)  $\Re(z) = 0 \implies \Re(z^3) = 0$ ;
- (2)  $\Re(z) = 0 \iff \Re(z^{-1}) = 0$ ;
- (3)  $(zw)^{-1} = z^{-1}w^{-1}$ .

**Esercizio 7.** (1) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da  $f(x) = x^3$ . Stabilire se  $f$  ha inversa sinistra, se ha inversa destra e se è invertibile.

(2) Sia  $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  la funzione data da  $g(x) = x^3$ . Stabilire se  $g$  ha inversa sinistra, se ha inversa destra e se è invertibile.