Naloga 12. *Aproksimacija z Bézierjevimi ploskvami po metodi najmanjših kvadratov.*

Naj bodo $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \ldots, \boldsymbol{p}_l$ točke v prostoru, ki so prirejene točkam $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \ldots, (u_l, v_l)$ v domeni $[0, 1] \times [0, 1]$.

1. Sestavite metodo `lsqbezier2`, ki izračuna kontrolne točke $\boldsymbol{b}_{i,j}$ Bézierjeve ploskve izbranih stopenj m in n, pri katerih je vrednost izraza

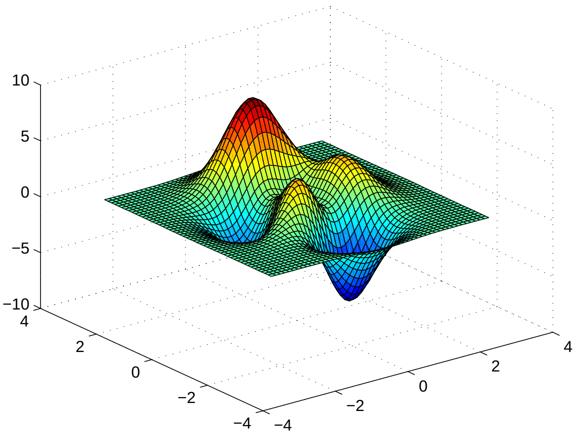
$$\sum_{k=1}^{l} \left\| \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{b}_{i,j} B_i^m(u_k) B_j^n(v_k) - \boldsymbol{p}_k \right\|_2^2$$

minimalna.

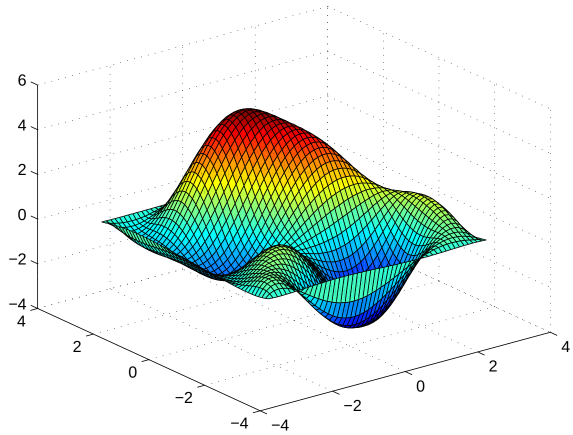
```
function [Bx,By,Bz] = lsqbezier2(m,n,P,u,v)
% Opis:
%  lsqbezier2 vrne kontrolne točke Bezierjeve ploskve, ki
%  se po metodi najmanjših kvadratov najbolje prilega danim
%  podatkom
%
% Definicija:
%  [Bx,By,Bz] = lsqbezier2(m,n,P,u,v)
%
% Vhodni podatki:
%  m,n      parametra, ki določata stopnji Bezierjeve
%           ploskve iz tenzorskega produkta,
%  P        matrika, ki v vrsticah vsebuje točke v prostoru,
%           za katere želimo, da jih Bezierjeva ploskev
%           čimbolje aproksimira,
%  u,v      seznama parametrov, ki določata, kateri točki v
%           domeni pripada posamezna točka iz P
%
% Izhodni podatki:
%  Bx,By,Bz matrike velikosti n+1 x m+1, ki predstavljajo
%           kontrolne točke Bezierjeve ploskve iz
%           tenzorskega produkta, ki se po metodi najmanjših
%           kvadratov najbolje prilega podatkom
```

2. Preizkusite metodo za $m = 5$ in $n = 6$ s točkami $\boldsymbol{p}_k$, $k = 1, 2, \ldots, 100$, ki jih dobite z ukazom `peaks(10)`. Projekcija (x_k, y_k) točke $\boldsymbol{p}_k$ v (x, y) ravnino leži v kvadratu $[-3, 3]$, zato za parameter (u_k, v_k) vzemite $(x_k + 3, y_k + 3)/6$. Prepričajte se, da k vrednosti, ki jo minimizirate, neničeln delež prispevajo le razlike v z koordinati. Narišite Bézierjevo ploskev tako, da domeno v x in y smeri razdelite s 50 delilnimi točkami. Primerjajte vrednosti na ploskvi v z koordinati z vrednostmi, ki jih dobite z ukazom `peaks(50)`. Kakšno je maksimalno absolutno odstopanje?

✉ jan.groselj@fmf.uni-lj.si



(a) Graf funkcije `peaks`



(b) Graf aproksimacije za `peaks`

✉ jan.groselj@fmf.uni-lj.si