Naloga 3. *Odvodi Bézierjeve krivulje.*

Za računanje r-tega odvoda Bézierjeve krivulje

$$\boldsymbol{b}(t) = \sum_{i=0}^{n} \boldsymbol{b}_i B_i^n(t), \qquad t \in [0,1],$$

stopnje n lahko uporabimo njegovo izražavo v obliki Bézierjeve krivulje

$$\frac{\mathrm{d}^r}{\mathrm{d}t^r}\boldsymbol{b}(t) = \frac{n!}{(n-r)!}\sum_{i=0}^{n-r} \Delta^r \boldsymbol{b}_i B_i^{n-r}(t)$$

stopnje $n-r$, kjer $\Delta^r \boldsymbol{b}_i$ označuje r-to deljeno diferenco kontrolne točke $\boldsymbol{b}_i$,

$$\Delta^0 \boldsymbol{b}_i := \boldsymbol{b}_i, \quad \Delta^r \boldsymbol{b}_i := \Delta^{r-1}\boldsymbol{b}_{i+1} - \Delta^{r-1}\boldsymbol{b}_i, \quad r = 1, 2, \ldots.$$

Če imamo že na voljo de Casteljaujevo shemo za krivuljo $\boldsymbol{b}$ pri parametru t, pa je učinkoviteje vrednost odvoda določiti kar na podlagi vmesnih kontrolnih točk $\boldsymbol{b}_i^{n-r}(t)$, $i = 0, 1, \ldots, r$, v $(n-r)$-tem koraku postopka kot

$$\frac{\mathrm{d}^r}{\mathrm{d}t^r}\boldsymbol{b}(t) = \frac{n!}{(n-r)!}\Delta^r \boldsymbol{b}_0^{n-r}(t).$$

1. V Matlabu pripravite metodo `bezierder`, ki s pomočjo metode `decasteljau` izračuna r-ti odvod Bézierjeve krivulje $\boldsymbol{b}$ pri danih parametrih.

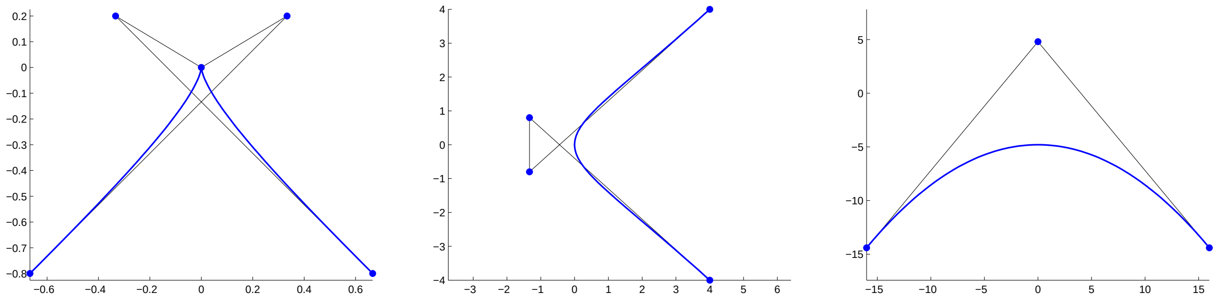
```
function db = bezierder(B,r,t)
% Opis:
%  bezierder vrne točke na krivulji, ki predstavlja odvod
%  dane Bezierjeve krivulje
%
% Definicija:
%  db = bezierder(B,r,t)
%
% Vhodni podatki:
%  B    matrika kontrolnih točk Bezierjeve krivulje, v
%       kateri vsaka vrstica predstavlja eno kontrolno
%       točko,
%  r    stopnja odvoda, ki ga računamo,
%  t    seznam parameterov, pri katerih računamo odvod
%
% Izhodni podatek:
%  db   matrika, v kateri vsaka vrstica predstavlja točko
%       r-tega odvoda pri istoležnem parametru iz seznama t
```

2. Na primeru preverite pravilnost delovanja metode `bezierder` tako, da izračunate odvode kot vrednosti ustrezne Bézierjeve krivulje stopnje $n-r$.

3. Oglejte si Bézierjevo krivuljo $\boldsymbol{b}$ stopnje 4 s kontrolnimi točkami

$$\boldsymbol{b}_0 = \left(-\tfrac{2}{3}, -\tfrac{4}{5}\right), \quad \boldsymbol{b}_1 = \left(\tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{5}\right), \quad \boldsymbol{b}_2 = (0,0), \quad \boldsymbol{b}_3 = \left(-\tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{5}\right), \quad \boldsymbol{b}_4 = \left(\tfrac{2}{3}, -\tfrac{4}{5}\right).$$

Pri parametru $t = 1/2$ ima špico. Narišite krivuljo, ki predstavlja odvod $\boldsymbol{b}$, in si oglejte, kaj se dogaja v okolici tega parametra.



(a) krivulja (b) prvi odvod krivulje (c) drugi odvod krivulje

✉ jan.groselj@fmf.uni-lj.si