

ПРАКТИЧНА РОБОТА №4. Лінійні моделі

При вирішенні оптимізаційних задач за допомогою Пошук рішень (Solver) необхідно розрізнити лінійні і нелінійні моделі. Під лінійними розуміється модель, в яких зв'язок між обмеженнями на невідомих і цільових осередків описується лінійними функціями. Загальний вигляд лінійної функції: $Y = AX_1 + BX_2 + \dots + CX_n$, де A, B, C - константи, X_1, X_2, X_3 - змінні, Y - результуюче значення.

Лінійне програмування - найбільш розвинений розділ математичного програмування, обчислювальні засоби якого дозволяють знаходити глобальний оптимум лінійної задачі оптимізації. На щастя, більшість економічних та управлінських завдань добре описуються лінійними моделями - саме цією обставиною пояснюється успіх практичного використання лінійних моделей і методів алгебри для вирішення великих за розмірами задач планування і управління на рівні окремих організацій, підприємств і навіть галузей виробництва.

Лінійні моделі використовують таку прекрасну властивість лінійних задач оптимізації, як лінійні рівняння або нерівність на невідомі і цільову функцію. Це означає, що область допустимих рішень - це опуклий багатокутник, одна з вершин якого і є оптимальне рішення.

Саме цей ефективний математичний результат лежить в основі симплекс-методу - для пошуку оптимуму потрібно в певному порядку переглянути невелику кількість вершин, використовуючи простий і ефективний алгоритм послідовного поліпшення значення цільової функції.

Потужні та ефективні засоби лінійного програмування певним чином використовуються і в цілочисельному програмуванні для вирішення більш складних завдань оптимізації. Якщо вираз для цільових осередків і для виразу обмеження є лінійними, то можна застосовувати швидкі і надійні методи пошуку рішення. Для використання саме лінійних методів слід встановити параметр Лінійна модель у вікні Параметри пошуку рішень.

Далі розглянуто практичний приклад задачі оптимізації, яка відноситься до лінійної моделі.

Приклад. інвестиції

Постановка задачі:

Інвестор, ризикуючи, планує найкращим чином визначити частини сум грошей («яйця») загальним обсягом S од., Які будуть вкладені в n підприємств («кошика») шляхом покупки акцій з метою отримання прибутку в певному наступному періоді. Умова оптимально означає, що існує два альтернативних критерію оптимізації:

- мінімізація ризику при фіксованому доході або
- максимізація доходу при фіксованому ризику.

В інвестиційному менеджменті набір частин сум інвестування називається портфелем. Оптимальним портфелем є такий набір, який інвестор визнає для себе найкращим щодо доходу і ризику. Чим більший дохід, тим більший ризик. Наш інвестор хоче вкласти гроші в сумі 30000 од. в акції 6-ти підприємств, для кожного з яких відомі прибутковість акцій (%), термін дії, оцінка ризику.

Максимальна величина інвестицій на одне підприємство не повинна бути більше 7500 од. У підприємства з рівнем ризику більше 3 потрібно вкласти не більше ніж 1/3 суми всіх грошей, а в підприємства з терміном більше, ніж 5 років - не менше 0,5 суми грошей. Інвестор повинен вибрати на основі фіксованих підприємствами ризиків оптимальний варіант - куди і скільки вкласти грошей, щоб отримати максимальний дохід (рис. 1.1).

Знайти план інвестування, при якому:

- Об_Доход = План * Прибутковість (%) → max при обмеженнях:
- План = 30000;
- План_Підприємство ≤ 7500
- План > = Мін_взнос Підприємства (ризик > = 3) ≤ 10000;
- Підприємства (термін > 5) > = 15000.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Оптимвльное планирование инвестиций							
2	Предприятия	Доходность, %	Срок	Уровень риска	Мин. взнос	План	Доход	Портфель
3	П-1	10,80%	8	1	1200		0	0%
4	П-2	12,00%	7	3	1500		0	0%
5	П-3	12,50%	4	4	1000		0	0%
6	П-4	11,00%	7	2	1500		0	0%
7	П-5	11,50%	5	3	1200		0	0%
8	П-6	11,20%	10	2	1800		0	0%
9			0	0			0	
10			15000	10000	7500	30000	0,0%	Об_доход
11								

Рис.1.1. Оптимальний варіант інвестування коштів

Реалізація в Excel

Створіть таблицю з формулами, які пов'язують план, обмеження і цільову функцію (Об_Доход) (рис. 1.2).

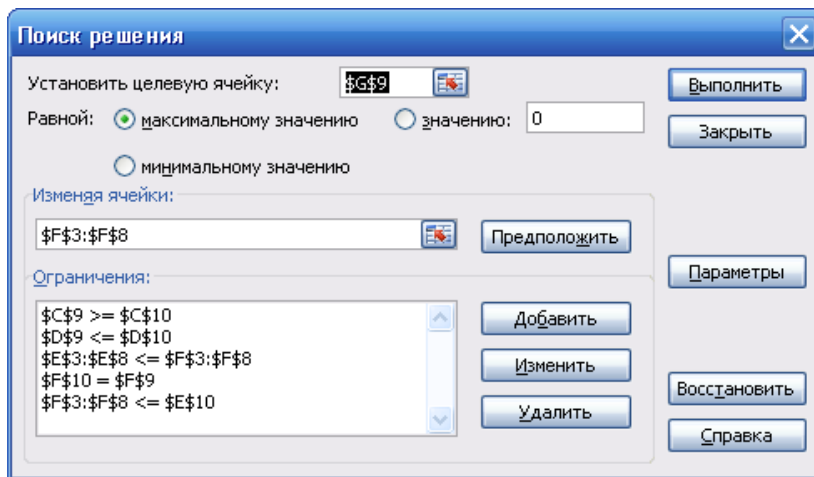
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Оптимвльное планирование инвестиций							
2	Предприятия	Доходность, %	Срок	Уровень риска	Мин. взно́с	План	Доход	Портфель
3	П-1	10,80%	8	1	1200	5000	540	17%
4	П-2	12,00%	7	3	1500	1500	180	5%
5	П-3	12,50%	4	4	1000	7300	912,5	24%
6	П-4	11,00%	7	2	1500	7500	825	25%
7	П-5	11,50%	5	3	1200	1200	138	4%
8	П-6	11,20%	10	2	1800	7500	840	25%
9			21500	10000		30000	3435,5	
10			15000	10000	7500	30000	11,5%	Об_доход
11								

Мал. 1.2. Таблицю з формулами, які пов'язують план, обмеження і цільову функцію

1. Стовпець Дохід заповніть формулами:
= План * Прибутковість.
2. Стовпець Портфель заповніть формулами:
= План / Об_Доход.
3. Під стовпцем Рівень ризику введіть формулу:
= СУММЕСЛИ (Ризик;> = 3; план).
4. Під стовпцем Термін введіть формулу:
= СУММЕСЛИ (Термін;> 5; план).
5. У цільову осередок Об_Доход введіть формулу:
= СУММ (Дохід).
6. У осередок G10 введіть формулу для визначення процентного вмісту Об_доход:
= G9 / \$ F \$ 10.

Запустіть програму Пошук рішень командою Данні / Аналіз / Пошук рішення (в Excel 2010). У полях Встановити цільову осередок, Змінюючи осередки, Обмеження введіть відповідні адреси осередків.

Так як це лінійна модель, то не забудьте зафіксувати в вікні Параметри пошуку рішень перемикач на позицію Лінійна модель і позитивне значення (рис. 1.3).



Мал. 1.3. Лінійна модель

Натисніть кнопку Виконати і у вікні Результати пошуку рішення виведіть звіт по стійкості. Виходить наступний результат (рис. 1.4).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Оптимвльное планирование инвестиций							
2	Предприятия	Доходность, %	Срок	Уровень риска	Мин. взнос	План	Доход	Портфель
3	П-1	10,80%	8	1	1200	5000	540	17%
4	П-2	12,00%	7	3	1500	1500	180	5%
5	П-3	12,50%	4	4	1000	7300	912,5	24%
6	П-4	11,00%	7	2	1500	7500	825	25%
7	П-5	11,50%	5	3	1200	1200	138	4%
8	П-6	11,20%	10	2	1800	7500	840	25%
9			21500	10000		30000	3435,5	
10			15000	10000	7500	30000	11,5%	Об_доход
11								

Мал. 1.4. Результати пошуку рішення

Аналіз результатів:

Оптимальний план інвестування (540; 180; 912,5; 825; 138; 840) забезпечить максимальний дохід в розмірі 3435,5 од., Що склало 11,5% суми інвестицій (непогано, якщо ідеальний 12,5%). Нормована вартість невідомих (План) вказує, як зміниться Об_Доход при примусовому збільшенні значення невідомих.

Тіньова ціна 0,108 для величини інвестицій (30000) вказує на збільшення Об_Дохода майже на 11 копійок при збільшенні суми інвестування на 1 од. Тіньова ціна 0,017 для величини обмеження на суму

ризикованих інвестицій (10000) вказує на збільшення Об_Дохода на цю величину при збільшенні обмеження на 1 од.