综合评价

综合评价是运用**多个指标**对多个**多个参评单位**进行评价的方法，称为**多变量综合评价方法**，又称**综合评价法**，其基本思想是将多个指标转化为一个能过反映综合情况的指标进行评价。

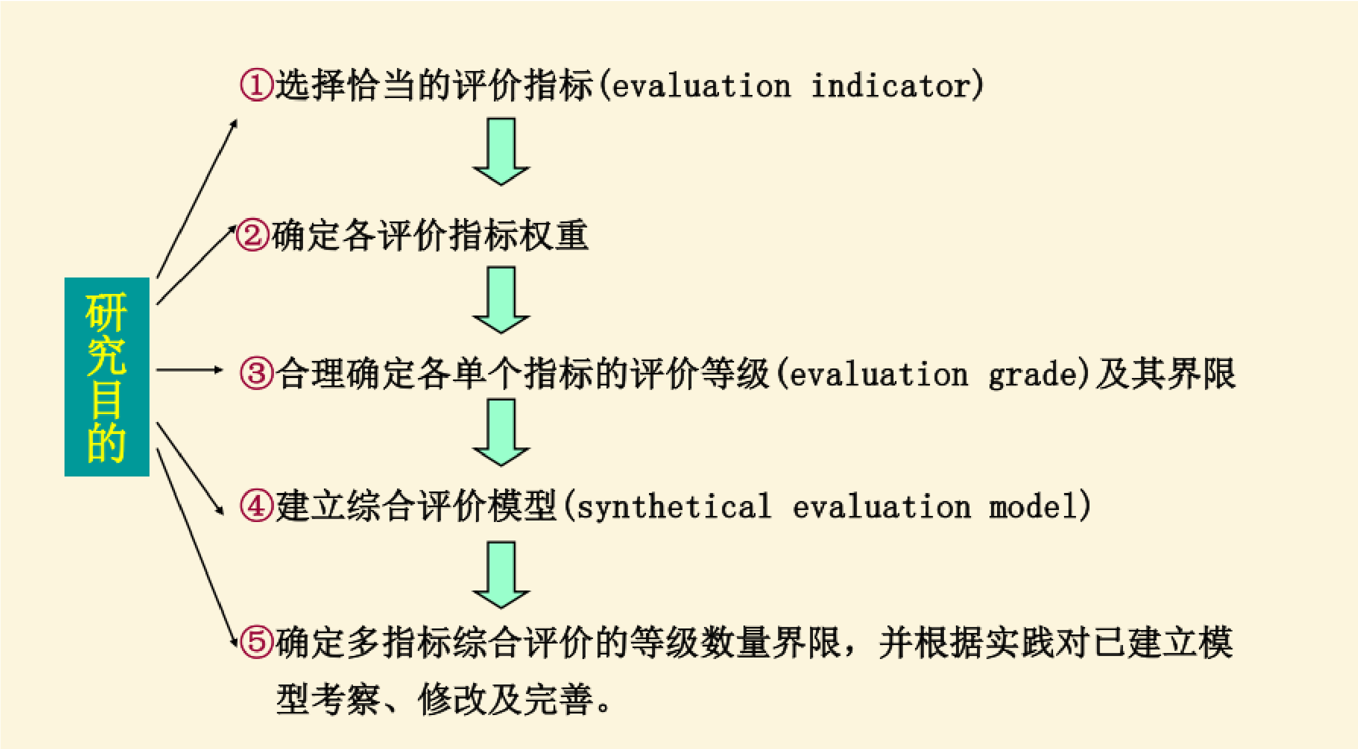
$\mathfrak{Remark}:$

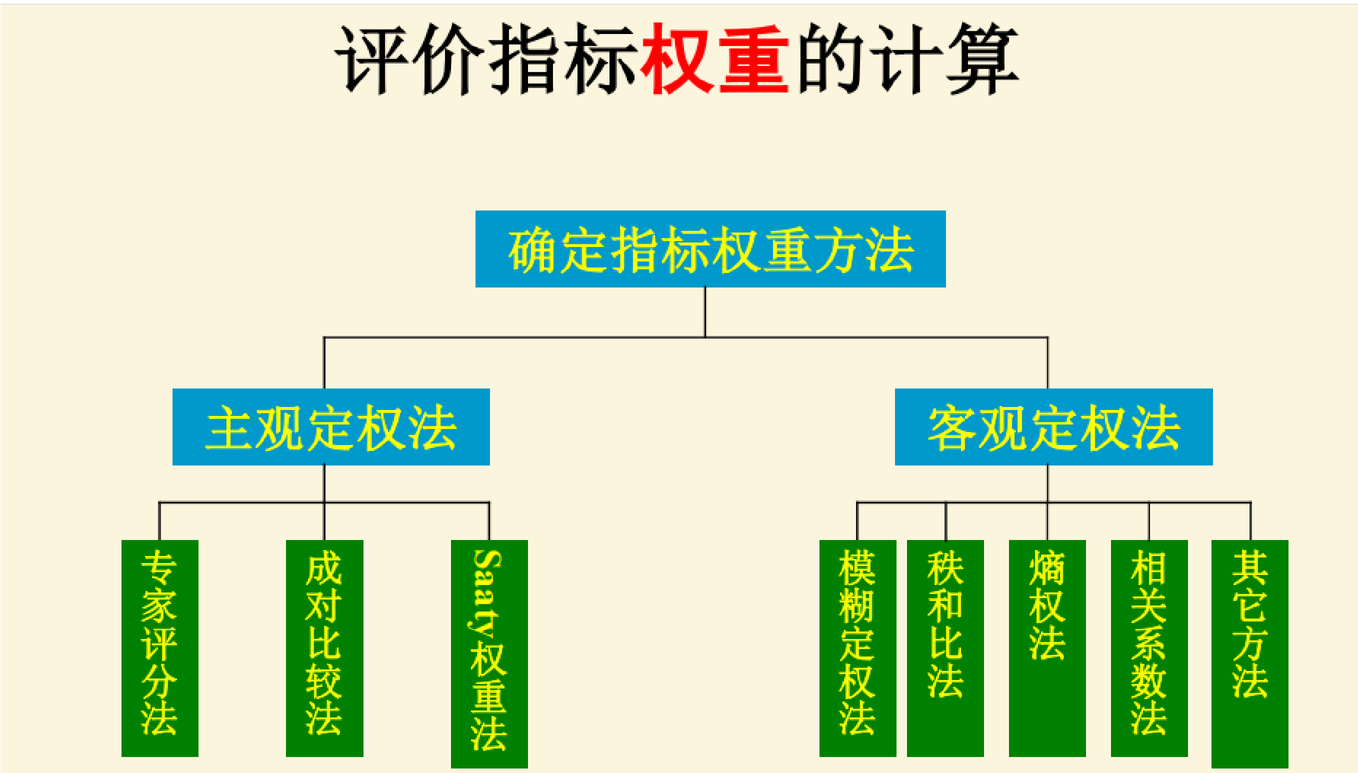
$i)$,评价过程不是逐个指标顺次完成，是多个指标评价同时完成。

$ii)$,根据指标的重要性来赋予权重。

$iii)$,评价结果不是具有具体含义的统计指标，是以指数或分值表示参评单位的"综合状况"的排序。

$iv)$,基本环节





v),数据处理(指标)

- 指标类型

定性: 优, 良, 中, 一般 , 差; 很高, 高, 一般, 低, 很低.

定量: ①极大型(正向) , ②极小型(逆向) , ③居中型

- 定性指标的量化(评分法)

等级	很低	低	一般	高	很高
分值	1	3	5	7	9

例子:

引例：某航空公司在国际市场上购买飞机，按6个决策指标对不同型号的飞机进行综合评价，最后决定购买的机型.

指标 / 机型	最大速度（马赫）	最大范围（公里）	最大负载（千克）	费用（10^6美元）	可靠性	灵敏度
1	2.0	1500	20000	5.5	一般	很高
2	2.5	2700	18000	6.5	高	一般
3	1.8	2000	21000	4.5	低	高
4	2.2	1800	15000	5.0	一般	一般

我们用矩阵来记录(称为原始决策矩阵)

$$(a_{ij})_{4\times 6}=\begin{pmatrix} 2 & 1500 & 20000 & 5.5 & 5 & 9 \\ 2.5 & 2700 & 18000 & 6.5 & 7 & 5 \\ 1.8 & 2000 & 21000 & 4.5 & 3 & 7 \\ 2.2 & 1800 & 15000 & 5.0 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

以下的讨论都是基于原始决策矩阵 $\mathbf{(a_{ij})_{m\times n}}$ ， m 为样本数， n 为指标数。

- 指标一致化(化为极大型对同一类数据(列)进行处理)
  - 极小型指标 a_{ij}

> a_j^{max} 为 j 列的最大值 令 $b_{ij}=a_j^{max}-a_{ij}(a_j^{max}>0)$ 或 $b_{ij}=\frac{1}{a_{ij}}(a_{ij}>0)$ $b_{i,j}$ 为极大型指标

  - 中间型指标

> $M_k=max(a_{1k},a_{2k},..,a_{mk})$ $m_k=min(a_{1k},a_{2k},..,a_{mk})$
> $$b_{ik}=\begin{cases}\frac{2(a_{ik}-m_k)}{M_k-m_k}, & x\in[\frac{m_k+M_k}{2},M_k]\\ dfrac2(M_k-a_{ik})M_k-m_k, & x\in[\frac{m_k+M_k}{2},M_k]\end{cases},i=1,2,\ldots,n$$

- 指标标准化(使得不同指标之间(不同列)之间可以比较)
  - 向量归一化

> $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ $x_0=(\frac{x_1}{\sum_{k=1}^n x_k},\frac{x_2}{\sum_{k=1}^n x_k},\ldots,\frac{x_n}{\sum_{k=1}^n x_k})$

  - 极差变换法

> $M_j=max(a_{1j},a_{2j},..,a_{mj})$ $m_j=min(a_{1j},a_{2j},..,a_{mj})$ 对正项指标a_{ij} $x_{ij}=\frac{a_{ij}-m_j}{M_j-m_j}$ 对负项指标a_{ij} $x_{ij}=\frac{M_j-a_{ij}}{M_j-m_j}$ 得到的$x_{ij}\in[0,1]$

  - 线性比例变换法

> $a_{i,j}\geq 0$ 对正项指标a_{ij} $x_{ij}=\frac{a_{ij}}{M_j}$ 对负项指标a_{ij} $x_{ij}=\frac{m_j}{a_{ij}}$ $m,n\neq 0$ 得到的$x_{ij}\in[0,1]$

常见综合评价方法

- 线性加权综合评价法

> 加权函数 $y=\sum_{k=1}^n w_k x_k$ 作为评价模型
>
> > $\mathfrak{Remark}$: 适用于 n 个独立的指标，权重系数对评价影响较大

- 非线性加权综合评价法

> 加权函数$\prod_{k=1}^n x_k^{w_k}$ 作为评价模型
>
> > $\mathfrak{Remark}$:适用于n个的指标有较强的相关关系,要求$x_k\geq 1$突出指标之间的一致性，即平衡评价指标值较小的指标的影响的作用，权重影响较小而对指标值的大小较敏感

- 逼近理想点法($\mathbf{TOPSIS}$)

> 通过对每个样本与理想解的距离来给出评价 对于m个样本，n个指标，每个指标在评价体系下都有指标值，组成了一个矩阵$\mathbf{A_{m\times n}}$,将其规范化(一致化，标准化)为$\mathbf{R_{m\times n}}$,有权重$\mathbf{w}=(w_1,\ldots,w_n)^{\mathbf{T}}$,有加权规范矩阵 $\mathbf{Z_{m\times n}}=\mathbf{R_{m\times n}w}=(\mathbf{z_1},\mathbf{z_2},\ldots,\mathbf{z_m})^{\mathbf{T}}$ $(\mathbf{z_1},\mathbf{z_2},\ldots,\mathbf{z_m})^{\mathbf{T}}$ 是对 $\mathbf{Z_{m\times n}}$ 行分块，每个样本对应于一个行向量

> 确定正理想解 (PIS) 和负理想解 (NIS)

$$PIS = (max(z_{1j}, z_{2j}, ..., z_{mj}))_{1\times n}$$
$$NIS = (min(z_{1j}, z_{2j}, ..., z_{mj}))_{1\times n}$$

> 分别为取每列最大项，最小项组成的行向量

> 综合评价值为
>
> > $L_k = \dfrac{D(\mathbf{z_k}, NIS)}{D(\mathbf{z_k}, NIS) + D(\mathbf{z_k}, PIS)}$ $\mathfrak{Remark}: D(\mathbf{x}, \mathbf{y})$为$\mathbf{x}, \mathbf{y}$的欧氏距离 $L_K \in [0,1]$
> > $L_K \in [0,1]$ 越接近 1 说明越优，越接近 0 说明越优劣。

$\mathfrak{Remark}$:此方法对原始数据利用充分，对样本含量，指标数没有要求，可比性较好

模糊综合评价方法

对方案、人才、成果的评价，人们的考虑的因素很多，而且有些描述很难给出确切的表达，这时可采用模糊评价方法。它可对人、事、物进行比较全面而又定量化的评价。

例子

模糊概念

秃子悖论：天下所有的人都是秃子

设头发根数n　$n=1$显然

若$n=k$为秃子　$n=k+1$亦为秃子

模糊概念：从属于该概念到不属于该概念之间无明显分界线

年轻、重、热、美、厚、薄、快、慢、大、小、高、低、长、短、贵、贱、强、弱、软、硬。

概念

模糊子集与隶属函数

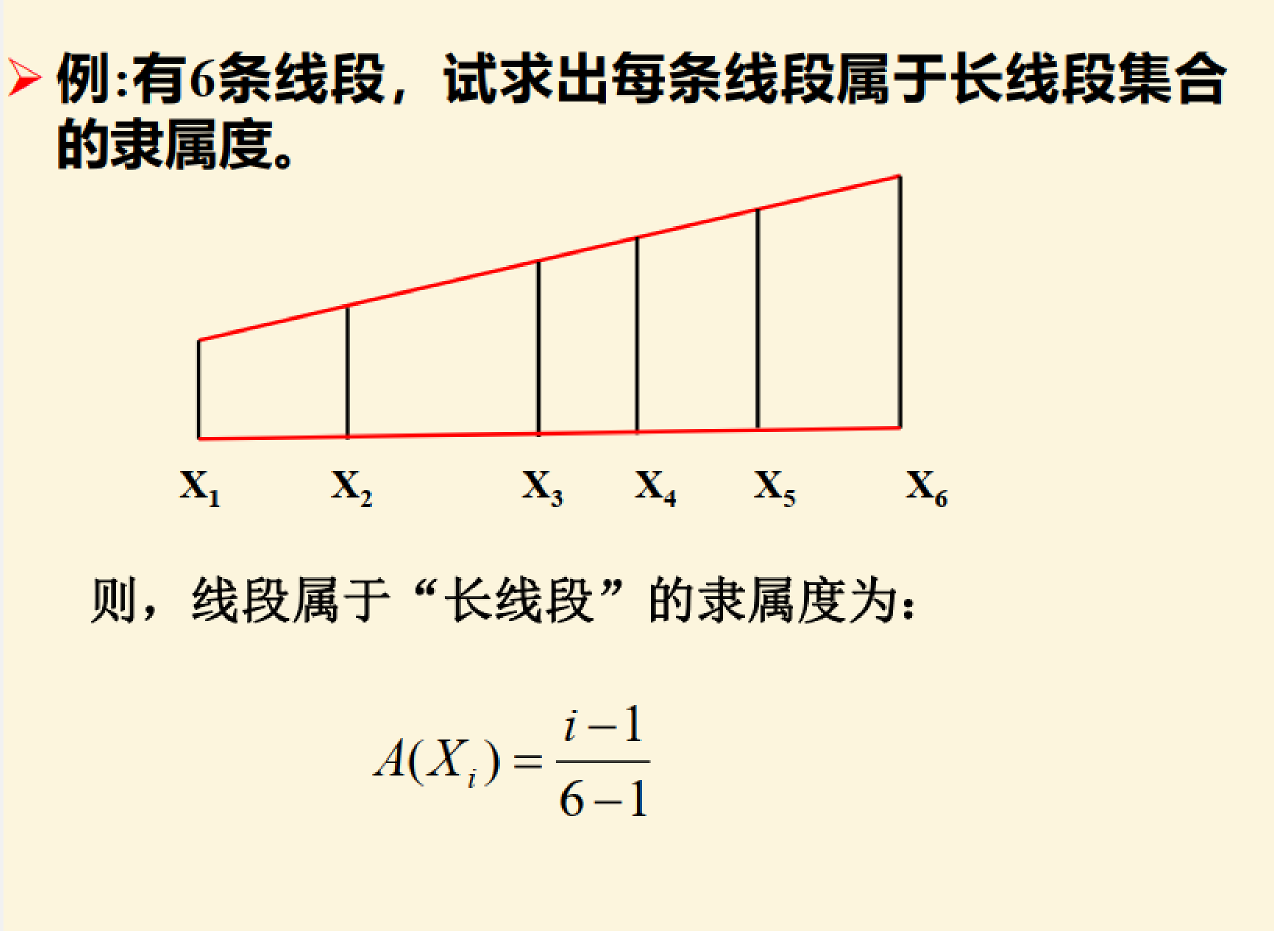
设U是论域，称映射

$$A(x): U\to[0,1]$$

确定了一个U上的**模糊子集**A，映射$A(x)$称为A的**隶属函数**，它表示x对A的**隶属程度**.

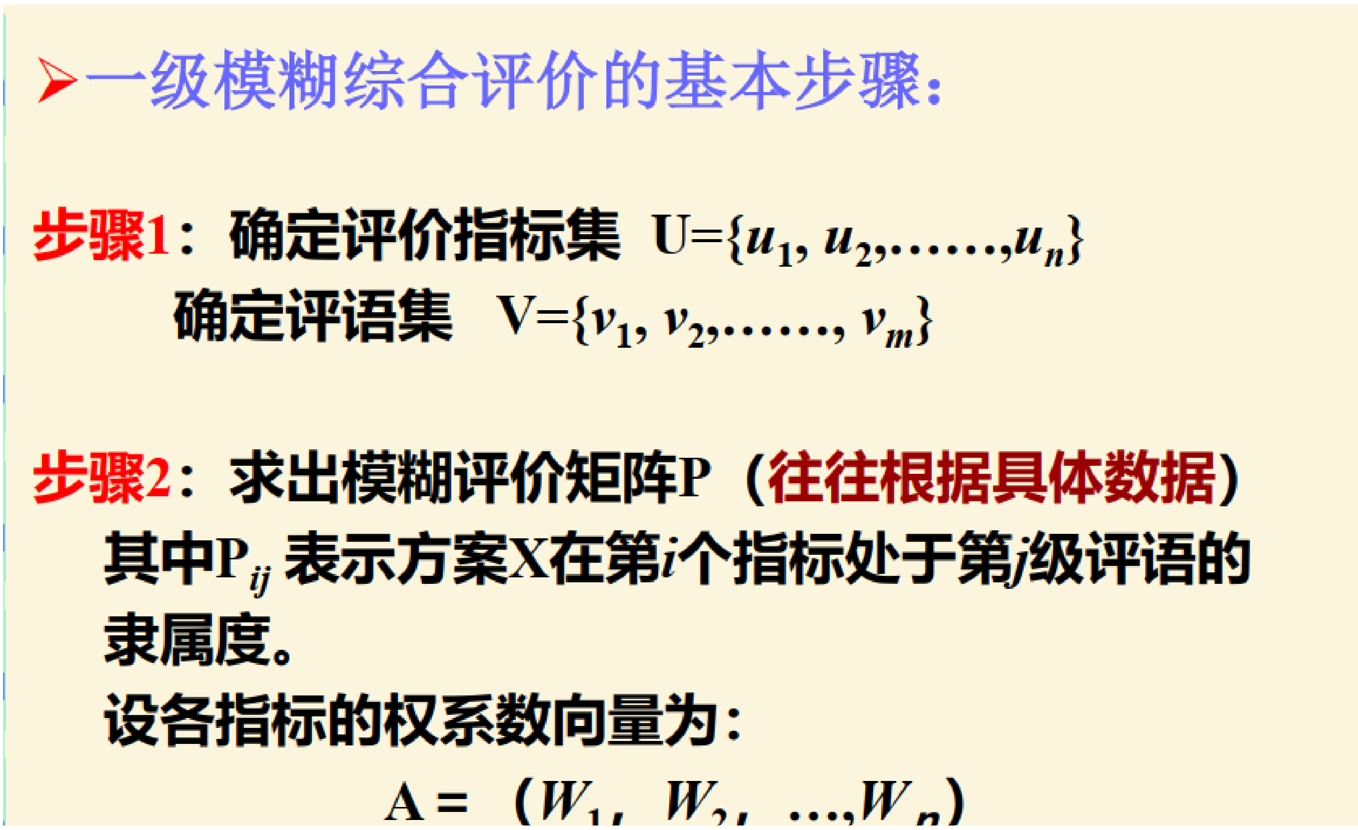
使$A(x)=0.5$的点x称为A的过渡点，此点最具模糊性.

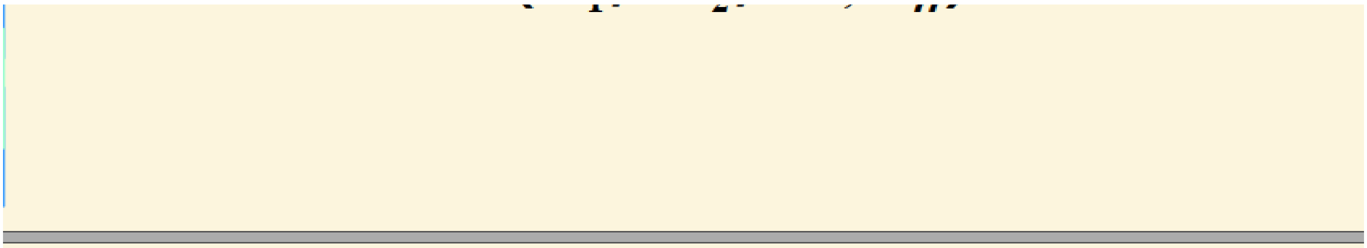
当映射$A(x)$只取0或1时，模糊子集A就是经典子集，而$A(x)$就是它的特征函数. 可见经典子集就是模糊子集的特殊情形.

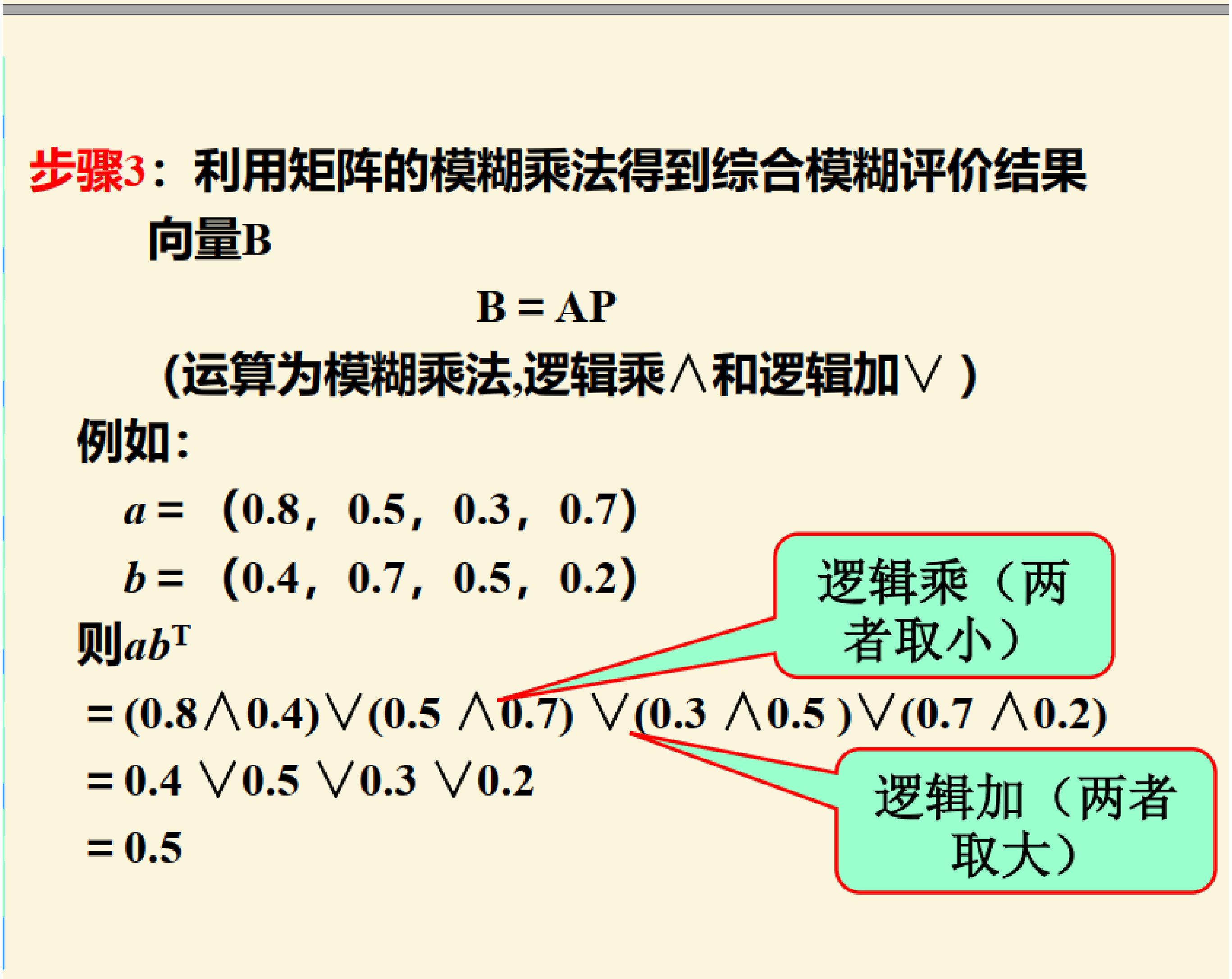
> 例子
>
> 
>

当涉及到的指标较少，运用 ***一级模糊综合评判***， 当指标丰富的时候运用 ***多层次模糊综合评判*** ,以下仅仅涉及 ***一级模糊综合评判*** 。

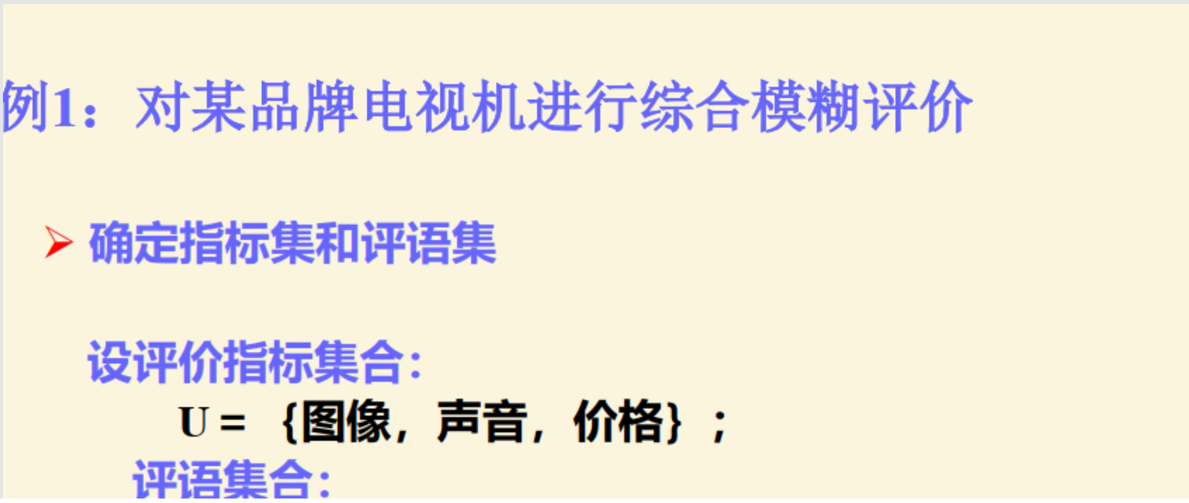
一级模糊综合评价步骤







> \$\mathfrak{Remark}😒 模糊矩阵每行为每个指标对于评语集各个评价的隶属度 $\sum_{k=1}^{n} w_k = 1$ $\mathbf{B}$ 为行向量，每个值为这对象综合得分对于评语集的隶属度，取最大隶属度所在的评语为对这对象的评语。 一次对一个对象做出评价

> 例子
>
> 
>

V = {很好，较好，一般，不好}；

➢ **求解模糊评价矩阵**

通过调查，对于图像假设有30%的人认为很好，50%的人认为较好，20%的人认为一般，没有人认为不好，这样得到图像的评价结果为

(0.3, 0.5, 0.2 , 0)

同样对声音有，假设有40%的人认为很好，30%的人认为较好，20%的人认为一般，10%的人认为不好，这样得到声音的评价结果为

(0.4, 0.3, 0.2 , 0.1)

假设对价格为： (0.1, 0.1, 0.3 , 0.5)

得到模糊评价矩阵：

$$P=\begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.2 & 0 \\ 0.4 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.3 & 0.5 \end{pmatrix}$$

设三个指标的权系数向量：

A = {图像评价，声音评价，价格评价}

= (0.5, 0.3, 0.2)

所以有综合评价结果为：

B = AP

$$=(0.5,0.3.0.2)\begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.2 & 0 \\ 0.4 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.3 & 0.5 \end{pmatrix}$$

= (0.3, 0.5, 0.2, 0.2)

（0.3，0.5，0.2，0.2）

归一化处理：

B＝（0.25，0.42，0.17, 0.17)

所以综合而言，电视机还是比较好的比重大。

例2：对科技成果项目的综合评价

有甲、乙、丙三项科研成果，现要从中评选出优秀项目。

三个科研成果的有关情况表

指标 / 项目	科技水平	实现可能性	经济效益
甲	接近国际先进	70%	＞100万
乙	国内先进	100%	＞200万
丙	一般	100%	＞20万

指标 / 项目	科技水平	实现可能性	经济效益
甲	接近国际先进	70%	＞100万
乙	国内先进	100%	＞200万
丙	一般	100%	＞20万

设专家评价结果表为：

指标 / 项目	科技水平			实现可能性			经济效益		
	高	中	低	高	中	低	高	中	低
甲	0.7	0.2	0.1	0.1	0.2	0.7	0.3	0.6	0.1
乙	0.3	0.6	0.1	1	0	0	0.7	0.3	0

丙	0.1	0.4	0.5	1	0	0	0.1	0.3	0.6

➢ 确定指标集和评语集

设评价指标集合:

U = {科技水平，实现可能性，经济效益}

评语集合:

V = {高，中，低}

设评价指标权系数向量:

A = (0.2，0.3，0.5)

➢求模糊评价矩阵

由专家评价结果表，可得甲、乙、丙三个项目各自的评价矩阵*P*、*Q*、*R*:

$$P=\begin{pmatrix}0.7 & 0.2 & 0.1\\ 0.1 & 0.2 & 0.7\\ 0.3 & 0.6 & 0.1\end{pmatrix}\quad Q=\begin{pmatrix}0.3 & 0.6 & 0.1\\ 1 & 0 & 0\\ 0.7 & 0.3 & 0\end{pmatrix}\quad R=\begin{pmatrix}0.1 & 0.4 & 0.5\\ 1 & 0 & 0\\ 0.1 & 0.3 & 0.6\end{pmatrix}$$

指标 / 项目	科技水平			实现可能性			经济效益		
	高	中	低	高	中	低	高	中	低
甲	0.7	0.2	0.1	0.1	0.2	0.7	0.3	0.6	0.1
乙	0.3	0.6	0.1	1	0	0	0.7	0.3	0
丙	0.1	0.4	0.5	1	0	0	0.1	0.3	0.6

代入A＝（0.2，0.3，0.5），求得：

指标 / 项目	科技水平			实现可能性			经济效益		
	高	中	低	高	中	低	高	中	低
甲	0.7	0.2	0.1	0.1	0.2	0.7	0.3	0.6	0.1
乙	0.3	0.6	0.1	1	0	0	0.7	0.3	0
丙	0.1	0.4	0.5	1	0	0	0.1	0.3	0.6

$$B_1' = (0.27, 0.46, 0.27) \quad B_2' = (0.56, 0.33, 0.11)$$

$$B_3' = (0.27, 0.27, 0.46)$$

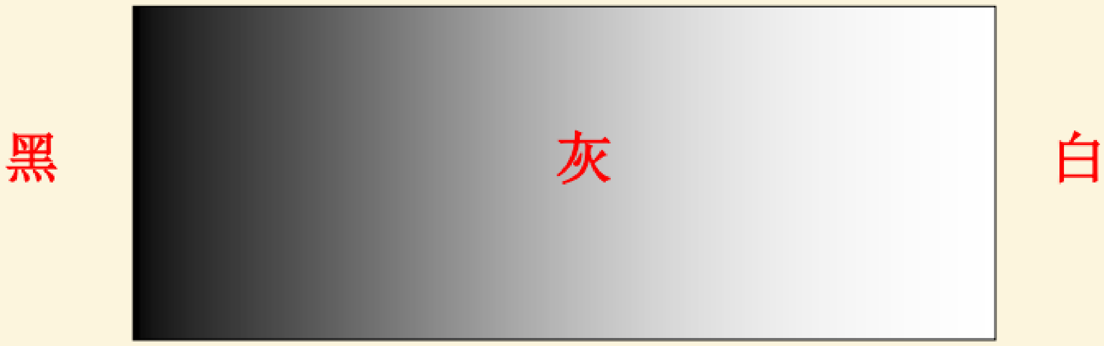
所以项目乙可推荐为优秀项目

灰色系统理论

概念介绍

灰色系统理论（Grey System Theory）诞生于20世纪80年代。邓聚龙教授在1981年上海中-美控制系统学术会议上所作的“含未知数系统的控制问题”的学术报告中首次使用了“灰色系统”一词。

- 灰色系统
- **是指部分信息已知，部分信息未知的“小样本，贫信息”不确定性系统，即信息不完全的系统。灰色系统理论**
- **主要通过对“部分”已知信息的挖掘、开发，提取有价值的信息，实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控。**



	黑	灰	白
从信息上看	未知	不完全	完全
从表象上看	暗	若明若暗	明朗
从过程上看	新	新旧交替	旧
在性质上	混沌	多种成分	纯
在方法上	否定	扬弃	肯定

在态度上	放纵	宽容	严厉
从结果看	无解	非唯一解	唯一解

灰色系统的应用范畴大致分为以下几方面：

- **（1）灰色关联分析。**
- **（2）灰色预测：人口预测；灾变预测….等等。**
- **（3）灰色决策。**
- **（4）灰色预测控制。**

> 主要讨论 ***灰色关联分析***

灰色关联分析

> 主要是通过各个对象(比较数列)与一个参考的对象(参考数列)的比较（关联系数），再结合每个指标的权重得到评分（关联度）

- 具体步骤

> 设有 m 个评价对象， n 个评价指标， 每个指标变量 $y_j, j=1,...,n$ 都是效益型指标变量(除此之外，还可能有成本型)

> 一. 选取比较数列 比较数列， m 个对象对应 m 个比较数列 $\mathbf{X^{}_{i}}=(x^{}{i}(1),x^{*}{i}(2),...,x^{*}{i}(n))^{T},i=1,..., m将他们规范化为(除去量纲影响)\mathbf{X{i}}=(x_{i}(1),x_{i}(2),...,x_{i}(n))^{T},i=1,..., m$

> 二. 选取参考数列 $\mathbf{X_0}=(x_0(1),x_0(2),...,x_0(n))^T$,一般取 $x_0(j)=max x_i(j), j=1,...,n$ ，即每个指标里最好的值,除此之外，还可以指定一个参考数列。

> 三. 形成如下矩阵
>
> $$(\mathbf{X_1},\mathbf{X_2},...,\mathbf{X_m})=\begin{pmatrix} x_1(1) & x_2(1) & ... & x_m(1) \\ x_1(2) & x_2(2) & ... & x_m(2) \\ ... & ... & ... & ... \\ x_1(n) & x_2(n) & ... & x_m(n) \end{pmatrix}$$

> 四. 计算关联系数
>
> - **分别计算每个比较序列与参考序列对应元素的关联系数.**
>
> $$\zeta_i(k)=\frac{\min_i\min_k|x_0(k)-x_i(k)|+\rho\cdot\max_i\max_k|x_0(k)-x_i(k)|}{|x_0(k)-x_i(k)|+\rho\cdot\max_i\max_k|x_0(k)-x_i(k)|}$$
>
> 如果$\{x_0(k)\}$为最优值数据列，$\zeta_i(k)$越大，越好；
>
> 如果$\{x_0(k)\}$为最劣值数据列，$\zeta_i(k)$越大，越不好。

> $\mathfrak{Remark}$😒
>
> 注：1） $\min_{i=1}^{n}\min_{k=1}^{m}\left|x_0(k)-x_i(k)\right|$ $\max_{i=1}^{n}\max_{k=1}^{m}\left|x_0(k)-x_i(k)\right|$
>
> 为两级最小差和两级最大差。
>
> 2）式中ρ为分辨系数，在（0，1）内取值，若ρ越小，关联系数间差异越大，区分能力越强。通常ρ取0.5
>
> 两级最小差和两级最大差是确定的，分别为每个指标，每个对象与参考数列差的绝对值的最小值和最大值 得到的关联系数也可以拼成一个和上面记录数据的矩阵同形的矩阵

五. 六.

步骤5．计算关联度

- **对各评价对象（比较序列）分别计算其个指标与参考序列对应元素的关联系数的均值，记为：**

$$r_{0i}=\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\zeta_i(k)$$

- **步骤6．如果各指标在综合评价中所起的作用不同，可对关联系数求加权平均值即**

$$r'_{0i}=\sum_{k=1}^{m}W_k\cdot\zeta_i(k)\qquad (k=1,\cdots,m)$$

式中W_k为各指标权重。

> $\mathfrak{Remark}$😒 每个对象对应一个关联度，是综合评价的度量

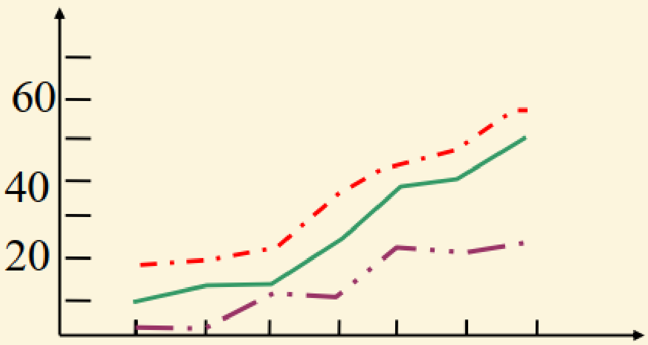
七.

依据各观察对象的关联序，得出综合评价结果.

- 例子

- **引例 某地连续七年的总收入，养猪业，养兔业收入资料见下表：**

	1	2	3	4	5	6	7
总收入	18	20	22	40	44	48	60
养猪业	10	15	16	24	38	40	50
养兔业	3	2	12	10	22	18	20



由图可以看出：养猪业的收入与总收入的关系密切！

参考列 $X_0=(18,20,22,40,44,48,60)$ $\min\limits_{i=1}^{n}\min\limits_{k=1}^{m}|x_0(k)-x_i(k)|=5$

比较列 $X_1=(10,15,16,24,38,40,50)$, $\max\limits_{i=1}^{n}\max\limits_{k=1}^{m}|x_0(k)-x_i(k)|=4$

$X_2=(3,2,12,10,22,18,20)$

$$\zeta_1(1)=\frac{25}{28}=0.89,\zeta_1(2)=\frac{25}{25}=1,\zeta_1(3)=\frac{25}{26}=0.96,\zeta_1(4)=\frac{25}{36}=0.69,$$

$$\zeta_1(5)=\frac{25}{26}=0.96,\zeta_1(6)=\frac{25}{28}=0.89,\zeta_1(7)=\frac{25}{35}=0.71.$$

$$r_{01}=0.87$$

$$\zeta_2(1)=\frac{25}{35}=0.71,\zeta_2(2)=\frac{25}{38}=0.66,\zeta_2(3)=\frac{25}{30}=0.83,\zeta_2(4)=\frac{25}{50}=0.5,$$

$$\zeta_2(5)=\frac{25}{42}=0.595,\zeta_2(6)=\frac{25}{50}=0.50,\zeta_2(7)=\frac{25}{60}=0.42.$$

$$r_{02}=0.60$$

进行综合评价

1．评价指标包括：专业素质、外语水平、教学工作量、科研成果、论文、著作与出勤.

2．对原始数据经处理后得到以下数值，见下表

编号	专业	外语	教学量	科研	论文	著作	出勤
1	8	9	8	7	5	2	9
2	7	8	7	5	7	3	8
3	9	7	9	6	6	4	7
4	6	8	8	8	4	3	6
5	8	6	6	9	8	3	8
6	8	9	5	7	6	4	8

- 3．确定参考数据列：

$$\{x_0\} = \{9, \quad 9, \quad 9, \quad 9, \quad 8, \quad 9, \quad 9\}$$

4．求最值

$$\min_{i=1}^{n} \min_{k=1}^{m} \left| x_0(k) - x_i(k) \right| = \min(0,1,0,1,0,0) = 0$$

$$\max_{i=1}^{n} \max_{k=1}^{m} \left| x_0(k) - x_i(k) \right| = \max(7,6,5,6,6,5) = 7$$

- 5．取 $\rho = 0.5$ 计算，得

$$\zeta_1(1)=\frac{0+0.5\times 7}{1+0.5\times 7}=0.778, \quad \zeta_1(2)=\frac{0+0.5\times 7}{0+0.5\times 7}=1.000$$

$\zeta_1(3)=0.778$，$\zeta_1(4)=0.636$，$\zeta_1(5)=0.467$，$\zeta_1(6)=0.333$

$\zeta_1(7)=1.000$，

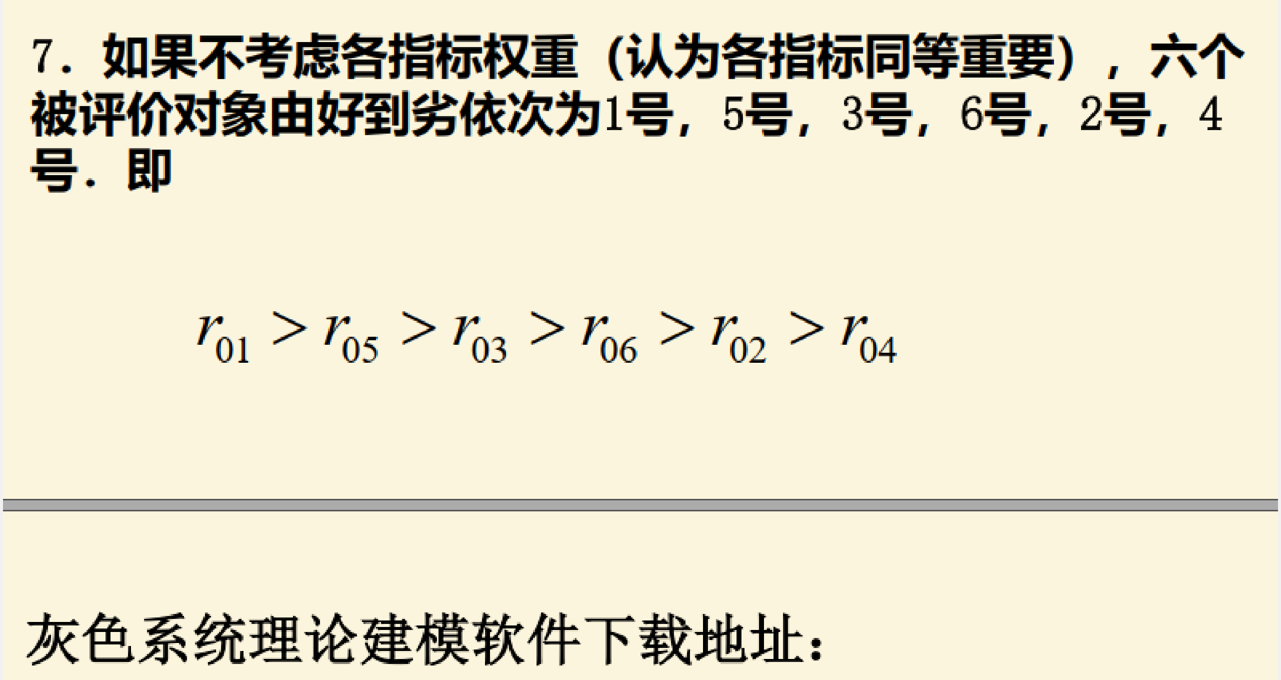
- **同理得出其它各值，见下表**

编号	$\zeta_i(1)$	$\zeta_i(2)$	$\zeta_i(3)$	$\zeta_i(4)$	$\zeta_i(5)$	$\zeta_i(6)$	$\zeta_i(7)$
1	0. 778	1. 000	0. 778	0. 636	0. 467	0. 333	1. 000
2	0. 636	0. 778	0. 636	0. 467	0. 636	0. 368	0. 778
3	1. 000	0. 636	1. 000	0. 538	0. 538	0. 412	0. 636
4	0. 538	0. 778	0. 778	0. 778	0. 412	0. 368	0. 538
5	0. 778	0. 538	0. 538	1. 000	0. 778	0. 368	0. 778
6	0. 778	1. 000	0. 467	0. 636	0. 538	0. 412	0. 778

6．分别计算每个人各指标关联系数的均值（关联度）：

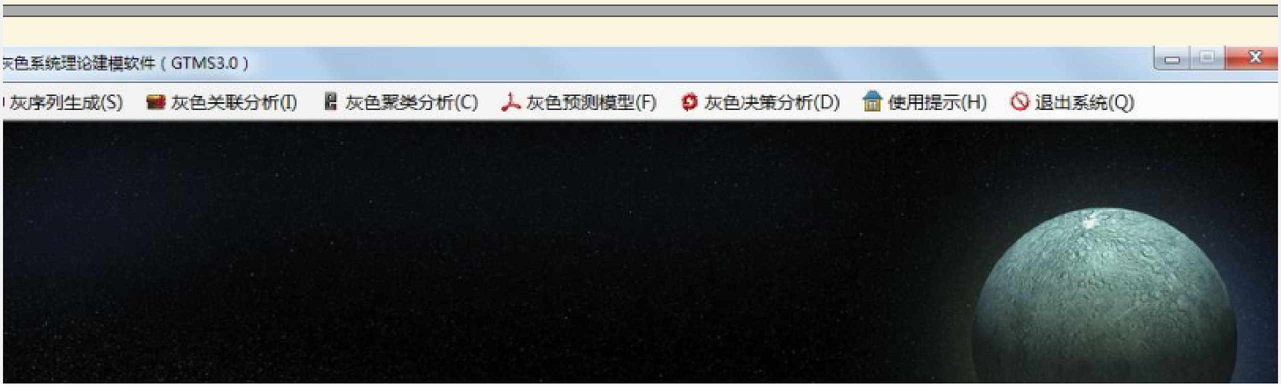
$$r_{01}=\frac{0.778+1.000+0.778+0.636+0.467+0.333+1.000}{7}=0.713$$

$r_{02}=0.614$，$r_{03}=0.680$，$r_{04}=0.599$，$r_{05}=0.683$，$r_{06}=0.658$


7．如果不考虑各指标权重（认为各指标同等重要），六个被评价对象由好到劣依次为1号，5号，3号，6号，2号，4号．即
$r_{01} > r_{05} > r_{03} > r_{06} > r_{02} > r_{04}$
灰色系统理论建模软件下载地址：

- 软件下载


http://igss.nuaa.edu.cn/
注册码： 去网上注册就可获得
灰色系统理论建模软件[用户注册]
注册码
确 认
取 消
[免费获取注册码]
版权所有(C)南京航空航天大学 灰色系统研究所


灰色系统理论建模软件（GTMS3.0）
灰序列生成(S)
灰色关联分析(I)
灰色聚类分析(C)
灰色预测模型(F)
灰色决策分析(D)
使用提示(H)
退出系统(Q)


灰色系统理论建模软件（GTMS3.0）
灰序列生成(S)
灰色关联分析(I)
灰色聚类分析(C)
灰色预测模型(F)
灰色决策分析(D)
使用提示(H)
退出系统(Q)
灰色关联分析>>邓氏关联度>>
导入并显示来自Excel中数据
数据来自Excel文件
Excel文件的路径(点击左面按钮选择,不支持直接输入)
分辨系数及结果精度设置
分辨系数ξ = 0.5
结果精度 4 (小数点后的位数)
邓氏关联度的计算公式
邓氏关联度的计算>>
操作提示
关闭窗口
计算过程及结论

动态综合评价