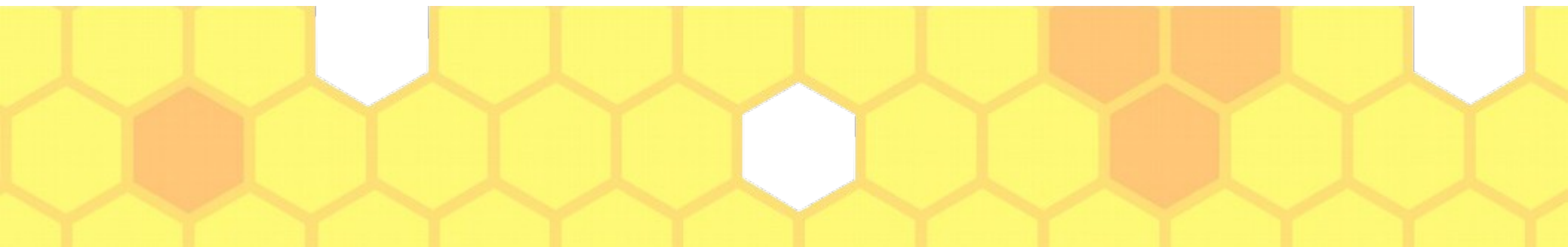




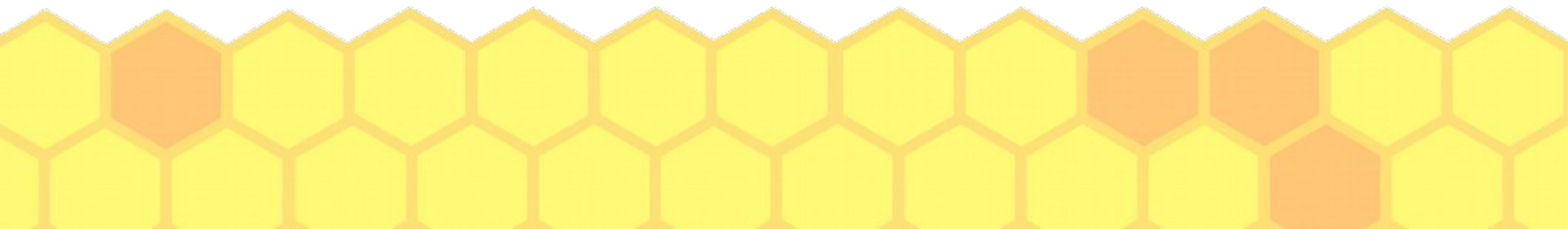
FZoj 2505 -- Kingdom and its Cities

虚树简单题交流

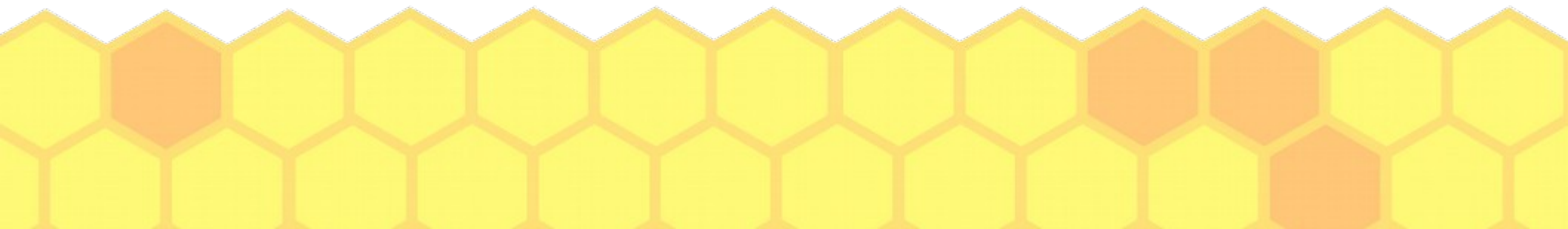


题意：给你一棵 n 个节点的树， m 次询问。每次询问给出 k_i 个关键点。求至少通过多少次在原树上删非关键点，可以让关键点互不联通。

数据范围： $n \leq 1e5$, 总共给出的关键点 $\leq 1e5$ 。



分析：这个题就是经典的虚树模型。因为总的关键点数级别很小，所以可以考虑建虚树再正常进行树形DP/贪心。这样时间复杂度就与 n, m 无太大关系，而是直接依于总关键点数。



所以，我们首先会先建好一棵虚树。

现在考虑在虚树上DP。

可以采用一种非常经典的DP方法：

- 设 $f[i][0]$ ，表示以 i 为根的子树，内部已经保证关键点间不联通，且**没有**与父节点可联通的关键点
- 设 $f[i][1]$ ，表示以 i 为根的子树，内部也保证内部关键点间不联通，且**有**父节点可联通的关键点



现在分情况考虑转移。

设 u 表示 i 的儿子。

$sum1=f[u][0]$ 之和, $sum2=\min(f[u][1],f[u][0])$ 之和。

- i 就是关键点。那么 i 的子树肯定不能有可联通的关键点, 即只能由 $f[u][0]$ 转移而来。

可以得到 $f[i][0]=sum1+1, f[i][1]=sum1$;

- i 不是关键点。那么又会有子情况, 两种情况取 \min :
 - 删了 i 节点, $f[i][0]=sum2+1, f[i][1]=INF$
 - 不删 i 节点, $f[i][0]=sum1, f[i][1]=\min(sum1-f[u][0]+f[u][1])$



于是最终答案就是 $\min(f[\text{root}][0], f[\text{root}][1])$

由于是多组询问，不要忘了在虚树上跑一遍，情况虚树边与关键点标记。

于是，我们利用虚树+树形DP解决了本题。

时间复杂度： $O(n \log n)$ ，瓶颈在于建虚树。

听说这题可以直接贪心做。希望大家可以想一想。



下面看下代码。

代码

然后，完结，散花

