**第11讲 整除**



1. **整除的性质。**

性质1：如果数a、b都能被c整除，那么它们的和（a+b）或差(a－b)也能被c整除。

性质2：如果b与c的积能整除a，那么b与c都能整除a.

性质3：如果b、c都能整除a，且b和c互质，那么b与c的积能整除a。

性质4：如果c能整除b，b能整除a，那么c能整除a。

**2.2、3、5倍数的特征。**

能被2整除的数，个位上的数能被2整除（偶数都能被2整除），那么这个数能被2整除；

能被5整除的数，个位上的数都能被5整除（即个位为0或5）那么这个数能被5整除；

能被3整除的数，各个数位上的数字和能被3整除，那么这个数能被3整除。

能被3（或9）整除的数的特征：各个数位数字之和能被3（或9）整除。

能被4（或25）整除的数的特征：末两位数能被4（或25）整除。

能被8（或125）整除的数的特征：末三位数能被8（或125）整除。

能被11整除的数的特征：这个整数的奇数位上的数字之和与偶数位上的数字之和的差（大减小）是11的倍数。

能被7（11或13）整除的数的特征：一个整数的末三位数与末三位以前的数字所组成的数之差（以大减小）能被7（11或13）整除。

1. **因数与倍数。**

如果一个数能被另一个数整除，那么这个数是另一个数的倍数，另一个数是这个数的因数。1只有1个因数。

两个或多个数公有的倍数中，最小的一个叫作最小公倍数；两个或多个数公有的因数中，最大的一个叫作最大公因数。两个数除了1以外没有其他的公因数，那么这两个数互质（互为质数）。

1. **质数和合数。**

如果一个数除了1和它本身没有其他的因数，那么这个数叫作质数（素数）。2是最小的质数。

如果一个数除了1和它本身还有别的因数，那么这个数叫作合数。1既不是质数也不是合数。

1. **奇数和偶数。**

如果一个数能够被2整除，那么这个数叫作偶数；如果不能被2整除，那么这个数叫作奇数。



第一，整除的意义；第二，奇数、偶数、质数（素数）、合数的理解；第三，倍数和因数的认识，以及2、3、5倍数的特征；



例1.在3、5、8、14、24、27、30、43、51、62、68、70中，能够被2整除的有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，

能够被3整除的有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，能够被5整除的有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

**考点：**2、3、5的倍数特征

**分析：**此题在于考察对整除定义的理解，只需要用2、3、5分别去除这些数，看它们的商是否有余数，如果哪个数被除后，得到的商没有余数，则这个数能被相应的数整除。

**解答：**能够被2整除的数：8、14、30、62、68、70；能够被3整除的数：3、24、27、30、51；能够被5整除的数：30、70。

**点评：**熟练掌握2、3、5的倍数特征

例2.50以内，2和3的公倍数有 ，2和5的公倍数有 ，3和5的公倍数有 ，2、3、5的公倍数有 。

**考点：**2、3、5的倍数特征和综合倍数的特征

**分析：**此题考查的是公倍数，2和3的公倍数就是既是2的倍数，又是3的倍数，2和3的最小公倍数是6，因此只要是6的倍数就是2和3的公倍数；同理可求出2和5、3和5、2和3和5的公倍数。

**解答：**2和3的公倍数有：6、12、18、24、30、36、42、48；2和5的公倍数有10、20、30、40、50；3和5的公倍数有15、30、45；2、3、5的公倍数有：30。

**点评：**掌握2、3、5的倍数特征

例3.30以内的奇数有 ；

30以内的偶数有 ；

30以内的质数有；30以内的合数有 。

**考点：**奇数、偶数、质数、合数

**分析：**此题考查对奇数、偶数、质数、合数的掌握情况。

**解答：**30以内的奇数有1、3、5、7、9、11、13、15、17、19、21、23、25、27,、29；30以内的偶数有2、4、6、8、10、12、14、16、18、20、22、24、26、28、30；30以内的质数有2、5、7、11、13、17、19、23、29；30以为的合数有4、6、8、9、10、12，14、15、16、18、20、21、22、24、25、26、27、28、30。

**点评：**考查对奇数、偶数、质数、合数的掌握

例4.既不是质数也不是合数 ，最小的合数是 ，最小的质数是 ，最小的奇数是 ，最小的偶数是

**考点：**特殊数的考察

**分析：**此题考查对一些较为特殊的数的掌握。

**解答：**1,，4，2，1，0。

**点评：**熟练记忆特殊数

例5. 3和一个数的最小公倍数是18，这个数是 ，12和一个不大于20的数的最大公因数是4，这个数是 。

**考点：**最大公因数和最小公倍数

**分析：**此题考查最小公倍数和最大公因数。3和一个数的最小公倍数是18，那么这个数一定也是18的因数，18的因数有1、3、6、9、18,，而这些数只有18和3的最小公倍数是18；12和一个不大于20的数的最大公因数是4，求这个数是多少，由最大公因数的定义可知，这个数一定是4的倍数，20以内4的倍数有4、8、12、16、20，这些数中只有4，8，16，20与12的最大公因数是4.

**解答：**18，4、8、16、20。

**点评：**会求最大公因数和最小公倍数



**A**

1．10以内的合数有（ ），20以内的质数有（ ）。

**考点：**质数和合数的概念

**分析：**如果一个数除了1和它本身没有其他的因数，那么这个数叫作质数。如果一个数除了1和它本身还有别的因数，那么这个数叫作合数。

**解答：**4、6、8、9、10；2、3、5、7、11、13、17、19

**点评：**熟练记忆质数和合数的概念

1. 把36分解质因数是（ ），把63分解质因数是（ ）。

**考点：**分解质因数

**分析：**把一个合数分解成几个质数相乘的形式

**解答：**36=2×2×3×3; 63=3×3×7

**点评：**掌握分解质因数的方法

1. （ 1 ）既不是质数也不是合数。

**考点：**质数和合数

**分析：**如果一个数除了1和它本身没有其他的因数，那么这个数叫作质数。如果一个数除了1和它本身还有别的因数，那么这个数叫作合数。1既不是质数，也不是合数。

**解答：**1

**点评：**熟练记忆质数和合数的知识点

1. 自然数中，最小的质数是（ ），最小的合数是（ ），最小的奇数是（  ），最小的偶数是（  ）。

**考点：**质数、合数、奇数、偶数

**分析：**如果一个数除了1和它本身没有其他的因数，那么这个数叫作质数。如果一个数除了1和它本身还有别的因数，那么这个数叫作合数。如果一个数能够被2整除，那么这个数叫作偶数；如果不能被2整除，那么这个数叫作奇数。

**解答：** 2，4，1，2

**点评：**熟练掌握概念

1. 如果A=2×3×3，B=3×3×5，则A、B的最大公因数是（  ），最小公倍数是（ ）。

**考点：**分解质因数求最大的公因数和最小公倍数

**分析：**两个或多个数公有的倍数中，最小的一个叫作最小公倍数；两个或多个数公有的因数中，最大的一个叫作最大公因数。

**解答：**9；90

**点评：**最大公因数和最小公倍数的求法

6．18的所有因数分别是（ ），12的所有因数分别是（ ）。

**考点：**求一个数的因数

**分析：**18=1×18 12=1×12

18=2×9 12=2×6

18=3×6 12=3×4

**解答：**1、2、3、6、18；1、2、3、4、6、12

**点评：**掌握求一个数因数的方法

1. 三个质数相乘的积是12，这三个质数分别是（  ）、（   ）、（  ）。

**考点：**分解质因数

**分析：**12=2×2×3

**解答：**2,2,3

**点评：**把一个合数分解成几个质数相乘的形式

1. 如果A÷B=C，那么A与B的最大公因数是（  ），最小公倍数是（  ）。

**考点：**最大公因数和最小公倍数

**分析：**两个数是倍数关系时，最大公因数是较小的数，最小公倍数是较大的数

**解答：**B，A

**点评：**最大公因数和最小公倍数的求法

1. 一个奇数如果（ ），结果一定是偶数。

**考点：**奇数，偶数的考察

**分析：**奇数×奇数=奇数，奇数×偶数=偶数，偶数×偶数=偶数

**解答：**乘以一个偶数

**点评：**奇数、偶数的概念

1. 一个三位数6□3能被3整除，□中最小填（  ）。

**考点：**3的倍数特征

**分析：**能被3整除的数，各个数位上的数字和能被3整除，那么这个数能被3整除。

6+3+0=9

**解答：**0

**点评：**熟练掌握3的倍数特征

11.在自然数1～20中，最大的质数是（  ），两位数中最小的质数是（  ）。

**考点：**质数

**分析：**如果一个数除了1和它本身没有其他的因数，那么这个数叫作质数。

**解答：**17，11

**点评：**考察100以内质数的记忆

12.有一个数，它是2的倍数，又含有因数3，能被5整除。这个数可能是（   ）。

**考点：**2,3,5倍数的特征

**分析：**求2,3,5的公倍数

**解答：**30、60……

**点评：**熟练求2,3，5的公倍数

**B**

1．求下列每组数的最大公因数。

30 和 42         18 和 27       15 和 45

**考点：**求最大公因数

**分析：**用短除法求最大公因数

**解答：**最大公因数6；最大公因数9 ；最大公因数5

**点评：**会用短除法求最大公因数

2.求下面每组数的最小公倍数。

75和45     26和39    12、18和24    5、4和10

**考点：**求最小公倍数

**分析：**用短除法分解质因数求最小公倍数

**解答：**最小公倍数225 ；最小公倍数78；最小公倍数72；最小公倍数20

**点评：**掌握求最小公倍数的方法

3.求下面每组数的最大公因数（3个的除外）和最小公倍数。

36和54      15和18     14、3和21     6、15和30

**考点：**最大公因数和最小公倍数

**分析：**36=2×2×3×3,54=2×3×3×3；15=3×5,18=2×3×3；14=2×7；21=3×7；6=2×3,

15=3×5；30=2×3×5

**解答：**最大公因数18 ，最小公倍数108；最大公因数3 ，最小公倍数90；最小公倍数42；最小公倍数60

**点评：**掌握求两三个数的最大公因数和最小公倍数

4.五个相邻自然数的乘积是55440，求这五个自然数。

**考点：**分解质因数

**分析：**55440=2×2×2×2×3×3×5×11

**解答：**7、8、9、10、11

**点评：**遇见这种题型要去分解质因数

5.甲数是乙数的三分之一，甲数和乙数的最小公倍数是54，甲数是多少？乙数是多少？

**考点：**分解质因数

**分析：**甲数是乙数的三分之一，所以甲、乙的最小公倍数是乙数，所以乙数是54，甲数是18

**解答：**甲数是18，乙数是54

**点评：**准确分析题意，抓住关键信息“甲数和乙数的最小公倍数是54”

**C**

1. 有一批零件,设计了三种不同的方法装箱,第一种每箱装18个,第二种每箱24个,第三种每箱装42个,结果都没有多余。这批零件至少有多少个?

**考点：**最小公倍数

**分析：**求这批零件至少有多少个，就是求18、24、42的最小公倍数。

**解答：**18、24、42的最小公倍数是168。

**点评：**抓住题中关键信息，“至少”提示最小公倍数的信息。

1. 把一块长48米,宽32米的长方形土地划成若干相同的正方形而没有剩余,至少能划几块?

**考点：**最大公因数

**分析：**把长48米，宽32米的长方形土地划成相同的正方形，就是求48和32的最大公因数，它们的最大公因数是16，长和宽分别包含正方形边长的个数的乘积，就是能划成正方形的块数。

**解答：**48、32的最大公因数是16，48÷16=3，32÷16=2，3×2=6（块）。

**点评：**关键信息“划成若干相同的正方形而没有剩余”

1. 三根铁丝分别长24厘米、30厘米和42厘米,现把它们截成同样长的小段,不能有剩余,每段铁丝最长是多少厘米？一共可截成几段?

**考点：**最大公因数

**分析：**把三根不同长度的铁丝截成同样长度的小段没有剩余，就是求它们的最大公因数。把每根包含的段数相加，就是可以截成的段数。

**解答:**24、30、42的最大公因数是6，24÷6=4（段），30÷6=5（段），42÷6=7（段），4+5+7=16（段）。

**点评：**关键信息”截成同样长的小段,不能有剩余”

1. 已知两个自然数的积是5766，它们的最大公约数是31.求这两个自然数。

**考点：**分解质因数

**分析：**先分解质因数5766，

**解答：**设这两个自然数为A和B。

　　 [A，B]=5766÷31=186

∵186=2×3×31，

　 　∴这两个自然数为31和186或62和93。

**点评：**根据题意分解质因数分情况解决问题

1. 兄弟三人在外工作，大哥6天回家一次，二哥8天回家一次，小弟12天回家一次.兄弟三人同时在十月一日回家，下一次三人再见面是哪一天？

**考点：**最小公倍数

**分析：**找到2,6，8的最小公倍数，十月一日再加24天是十月二十五日

**解答：**10月25日。

**点评：**根据题意可知是求最小公倍数



1. 一个数比100以内最大的质数多1，它和另一个数的最大公因数是7，求这个数是多少？

**考点：**质数和最大的公因数

**分析：**100以内最大的质数是97，加上1就是98，因为98和另一个数的最大公因数是7，可见另一个数是7的倍数，因此只要找出100以内7的倍数且符合条件的即可。

**解答：**100以内最大的质数是97,97+1=98,100以内7的倍数有7、14、21、28、35、42、49、56、63、70、77、84、91、98，在这些数中符合条件的有7、21、35、63、77、91。

**点评：**熟练记忆100以内的质数，并会求一个数的倍数。

2.一筐苹果500多个，每次拿3个，每次拿4个，每次拿5个都恰好多1个，这筐苹果

共有多少个？

**考点：**最小公倍数

**分析：**一筐苹果500多个，每次拿3个，每次拿4个，每次拿5个都恰好多1个，说明这筐苹果的个数比3、4、5公倍数多1，因此只要求出500到600之间的3、4、5的公倍数再加1即可。

**解答：**3、4、5的最小公倍数是60,500到600之间60的倍数有540，因此这筐苹果共有540+1=541（个）。

**点评：**抓住关键信息“恰好”，每次、每次、每次……

1. 一个400米的环形跑道，原来每隔5米插有一面彩旗，现在需要改成每隔8米插一面彩旗，不需要拨掉的彩旗有几面？

**考点：**最小公倍数

**分析：**求不需要拔掉的彩旗面数，就是求400以内，既是5的倍数又是8的倍数的数有多少个（因为起点插一面，故不包括400）。

**解答：**5和8的最小公倍数是40，400以内它们的公倍数有40、80、120、160、200、240、280、320、360共9个，加上起点那一面共10面。

**点评：**将植树问题和求最小公倍数问题结合

4、1+2+3+…+1993的和是奇数？还是偶数？

**考点：**奇数和偶数

**分析：**此题可以利用高斯求和公式直接求出和，再判别和是奇数，还是偶数.但是如果从加数的奇、偶个数考虑，利用奇偶数的性质，同样可以判断和的奇偶性.此题可以有两种解法。

**解答：**解法1：∵1+2+3+…+1993

　　又∵997和1993是奇数，奇数×奇数=奇数，　　 ∴原式的和是奇数。

　 　解法2：∵1993÷2=996…1，∴1～1993的自然数中，有996个偶数，有997个奇数。

　　∵996个偶数之和一定是偶数，　　又∵奇数个奇数之和是奇数，

　　∴997个奇数之和是奇数。　　因为，偶数+奇数=奇数，　　所以原式之和一定是奇数。

**点评：**抓住出题核心：奇数+偶数=奇数；奇数+奇数=偶数；偶数+偶数=偶数

5、一个数分别与另外两个相邻奇数相乘，所得的两个积相差150，这个数是多少？

**考点：**奇数和偶数

**分析：**相邻两个奇数相差2，可以方程解决，也可以根据数之间的关系解决

**解答：**解法1：∵相邻两个奇数相差2，

　　∴150是这个要求数的2倍。

　　∴这个数是150÷2=75。

　　解法2：设这个数为x，设相邻的两个奇数为2a+1，2a-1（a≥1）.则有

　　（2a+1）x-（2a-1）x=150，

　　2ax+x-2ax+x=150，

　　2x=150，

　　x=75。

∴这个要求的数是75。

**点评：**找到数之间的关系，列方程解决是很容易理解的。



1. 四名学生恰好一个比一个大一岁，年龄的积为5040，这四名同学的年龄从小到大的顺序是（  ），（  ），（  ），（  ）。

**考点：**分解质因数

**分析：**此题可先分解质因数，然后确定7是其中一个学生的年龄，即可算出。

**解答：**5040=2×2×2×2×3×3×5×7 ；7，8，9，10

**点评：**根据题意可知需要分解质因数即可解决问题

1. 把长，宽，高分别是150厘米，90厘米，60厘米的长方体木料，锯成大小一样的正方体木块没有剩余，最少可以锯成（  ）块。

**考点：**最大公因数

**分析：**锯成大小一样的正方体木块没有剩，要求正方体的棱长是长方体的长、宽、高的最大公因数

**解答：**（150，90,60）=30,150÷30=5,90÷30=3,60÷30=2,5×3×2=30

**点评：**“锯成大小一样的正方体木块没有剩余”提示求最大公因数

1. 在30和40之间找出两个自然数，使它们的积与21×60相等，那么这两个自然数是（  ）和（  ）。

**考点：**分解质因数

**分析：**把21和60分别分解质因数，观察即可发现。

**解答：**21=3×7,60=2×2×3×5，在30-40之间，所以这是35和36

**点评：**分解质因数，寻找两个数之间的关系

1. 两个数的乘积是432，最小公倍数是144，这两个数是（ ）和（ ）或（ ）和（ ）。

**考点：**最小公倍数和分解质因数

**分析：**因为乘积为432，最小公倍数是144，可求出它们的最大公因数432÷144=3，144中包含一个它们的最大公因数，144÷3=48，因此只要求出哪两个互质的数是48，并用它们分别乘以3，即可求出这两个数。

**解答：** 432÷144=3，144÷3=48，所以可以是3和144，也可以是9和54

**点评：**找到两数的乘积和最小公倍数之间的关系

1. 一个数分别被2，4，5除都余1，这个数在100到130之间，这个数是（ ）或（ ）。

**考点：**最小公倍数

**分析：**这个数分别被2、4、5除都余1，可知这个数是2、4、5的倍数再加1,100到130之间20的倍数有100和120，分别加1即可得出结果。

**解答：4**×5=20,20×6=120,120+1=121或者20×5=100,100+1=101

**点评：**被2，4，5除说明是2/4/5的最小公倍数