**第十七讲 图形计数进阶**



1. **乘法原理**

我们在完成一件事时往往要分为多个步骤，每个步骤又有多种方法，当计算一共有多少种完成方法时就要用到乘法原理.

**乘法原理：一般地，如果完成一件事需要n个步骤，其中，做第一步有m1种不同的方法，做第二步有m2种不同的方法 ，…，做第n步有mn种不同的方法，则完成这件事一共有N=m1×m2×…×mn种不同的方法．**

乘法原理运用的范围：这件事要分几个彼此互不影响的独立步骤来完成，这几步是完成这件任务缺一不可的，这样的问题可以使用乘法原理解决．我们可以简记为：“乘法分步，步步相关”.

1. 乘法原理解题三部曲

1、完成一件事分*N*个必要步骤；

2、每步找种数（每步的情况都不能单独完成该件事）；

3、步步相乘

1. 乘法原理的考题类型

1、路线种类问题——比如说从A地到B地有三种交通方式，从B地到C地有2种交通方式，问从A地到C地有多少种乘车方案；

2、字的染色问题——比如说要3个字，然后有5种颜色可以给每个字然后，问3个字有多少种染色方法；

3、地图的染色问题——同学们可以回家看地图，比如中国每个省的染色情况，给你几种颜色，问你一张包括几个部分的地图有几种染色的方法；

4、排队问题——比如说6个同学，排成一个队伍，有多少种排法；

5、数码问题——就是对一些数字的排列，比如说给你几个数字，然后排个几位数的偶数，有多少种排法．



1.掌握加法乘法原理

2.熟练运用加乘方法

3.解决加乘及计数综合性题目



1.联欢会上有一则数字谜语，谜底是一个八位数。现已猜出：□54□7□39，主持人提示：“这个无重复数字的八位数中，最小的数是2。”要猜出这个谜语，最多还要猜次。

**解析：**根据题意三个方框只能从2,6,8中选，根据乘法原理最多还要猜3×2×1=6

**答案：**6

2.在右面每个方格中各放1枚围棋子(黑子或白子)，有（ ）种放法．



**解析：**由于每个方格有2种填法，依此根据乘法原理进行解答。

**答案：**2×2×2×2=16

1. 用1、2、3这三个数字可以组成多少个不同的三位数？如果按从小到大的顺序排列，213是第几个数？

**解析：**根据题意知道排百位、十位、个位依次有3种，2种，1种，把不同的三位数分别写出，比较大小即可。

**答案：**3×2×1=6(种)

可以组成6个不同的三位数，它们依次是123,132,213,231,312,321，所以213是第三个数

1. 有一些四位数，它们由4个互不相同且不为零的数字组成，并且这4个数字和等于12.将

所有这样的四位数从小到大依次排列，第24个为．

**解析：**根据乘法原理1236可以组成4×3×2×1=24

1245可以组成4×3×2×1=24 第一个数字是1开头的有12个，2开头的有12个，所以第24位数就是2的大最大的4位数2631

**答案：**2631

5.地图上有*A*，*B*，*C*，*D*四个国家(如下图)，现有红、黄、蓝三种颜色给地图染色，使相邻国家的颜色不同，但不是每种颜色都必须要用，问有多少种染色方法？



**解析：**如果四个国家相邻先从A分析，A可以涂4种颜色，当A涂完一种颜色后对于B只有3种颜色，C只有2中颜色，D只有一种颜色。所以4×3×2×1=24

**答案：**24种

6.将1～6分别填入图中的6个方框内，使得同一行中左边的数比右边的小，同一列中上边的数比下边的小，共有\_\_\_\_\_\_种不同的填法．



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **4** |
| **3** | **5** | **6** |

**解析：**一共有五种不同的填法：分类枚举

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1** | **3** | **4** |
| **2** | **5** | **6** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** |
| **4** | **5** | **6** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **5** |
| **4** | **3** | **6** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1** | **3** | **5** |
| **2** | **4** | **6** |

**答案：**五种



**A档**

1.如果一个四位数与一个三位数的和是，并且四位数和三位数是由个不同的数字组成的，那么，这样的四位数最多能有多少个？

**解析：**由于一个四位数与一个三位数的和为1999，所以四位数首位必须为1，剩下3位和都为9，找出合适的组合，0和9，2和7，3和6，4和5（数字8不能用在这），因此考虑三位数可能的情况，三位数一定下来，四位数只有唯一的可能。 由于0不能为首位，所以考虑首位为C71=7，剩下2位可以为C61\*C41=24,同时对应的四位数也就定了，因此可能情况为7\*24=168种。

**答案：**168种

2.用1～9可以组成\_\_\_\_\_\_个不含重复数字的三位数；如果再要求这三个数字中任何两个的差不能是1，那么可以组成\_\_\_\_\_\_个满足要求的三位数？

**解析：**乘法原理：第一个空的答案是9x8x7=504第一个空的答案是504 -8x6x6-7x6=174

**答案：504、174**

3.用数字各一个组成8位数，使得任意相邻三个数字组成的三位数都是3的倍数．共有种组成方法．

**解析：**l～8中被三除余1和余2的数各有3个，被3整除的数有两个，根据题目条件可以推导，符合条件的排列，一定符合“被三除所得余数以3位周期”，所以8个数字，第1、4、7位上的数被3除同余1，第2、5、8位上的数被3除同余2，第3、6位上的数被3除同余0，显然第3、6位上的数被3整除，第1、4、7位上的数被3除可以余1也可以余2，第2、5、8位上的数被3除可以余2可以余1，余数的安排上共有2种方法，余数安排定后，还有同余数之间的排列，一共有33×3×2×2×2×1×1×1×2=144种方法．

**答案：**144．

1. 五位同学扮成奥运会吉祥物福娃贝贝、晶晶、欢欢、迎迎和妮妮，排成一排表演节目。如果贝贝和妮妮不相邻，共有( )种不同的排法。

**解析：**首先来考虑全部的可能（即包含贝贝和妮妮相邻和不相邻）就有5×4×3×2×1=120种情况．然后来看贝贝和妮妮相邻的时候，把相邻的贝贝和妮妮看做一个整体，这样就有原先的五人排序变成四个人排序了，情况就有：4×3×2×1，贝贝在妮妮的左边或右边的时候，以上情况再乘以2，就是贝贝和妮妮相邻的情况，再用总情况的次数减去相邻的情况的次数就是他们不相邻去情况的次数。

**答案：**

5×4×3×2×1=120  
4×3×2×1×2=48  
120-48=72（种）；

5.马戏团的小丑有红、黄、蓝三顶帽子和黑、白两双鞋，他每次出场演出都要戴一顶帽子、穿一双鞋.问：小丑的帽子和鞋共有几种不同搭配？

**解析：**有红黑、[黄黑](http://www.haosou.com/s?q=%E9%BB%84%E9%BB%91&ie=utf-8&src=wenda_link" \t "http://wenda.haosou.com/q/_blank)、蓝黑，红白，黄白，蓝白六种

**答案：**6种

**B档**

1.康康到食堂去买饭，主食有三种，副食有五种，他主食和副食各买一种，共有多少种不同的买法？

**解析：**由乘法原理，主食和副食各买一种共有3×5=15种不同的方法．从题可以看出，乘法原理运用的范围是：①这件事要分几个彼此互不影响的独立步骤来完成；②每个步骤各有若干种不同的方法来完成．这样的问题就可以使用乘法原理解决问题．

**答案：15**

2.从甲地到乙地有2条路，从乙地到丙地有3条路，从丙地到丁地也有2条路.问：从甲地经乙、丙两地到丁地，共有多少种不同的走法？

**解析：**从甲到丁是分三步走的．第一步甲到乙有2种方法，第二步乙到丙有3种方法，第3步丙到丁有2种方法．对于第一步的每种方法，第二步都有3种方法，所以从甲到丙有2×3=6（种）方法；对从甲到丙的每种方法，第三步都有2种方法，所以不同的走法共有2×3×2=12（种）．

**答案：**12种

3.邮递员投递邮件由*A*村去*B*村的道路有3条，由*B*村去*C*村的道路有2条，那么邮递员从*A*村经*B*村去*C*村，共有多少种不同的走法？

**解析：**根据乘法原理：3\*2\*3=18种 邮递员由A村B村C村到D村共有18种走法

**答案：18种**

4.用5种不同颜色的笔来写“优胜教育”这几个字，相邻的字颜色不同，共有多少种写法？

**解析：**根据乘法原理5\*4\*3\*2\*1=120种

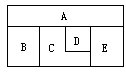
**答案：**120种

5.“IMO”是国际数学奥林匹克的缩写，把这3个字母写成三种不同颜色.现在有五种不同颜色的笔，按上述要求能写出多少种不同颜色搭配的“IMO”？

**解析：**本题可理解为将5种颜色每三个一组进行组合，共有多少种组合方法，根据排列组合的有关知识可知，第一个字母可选5种颜色，第二个可选4种，第三个3种，所以共有：5×4×3=60（种）．

**答案：**60种．

**C档**

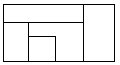


1.如下图，A，B，C，D，E五个区域分别用红、黄、蓝、白、黑五种颜色中的某一种染色，要使相邻的区域染不同的颜色，共有多少种不同的染色方法？

**解析：**将染色这一过程分为依次给A，B，C，D，E染色五步．  
先给A染色，因为有5种颜色，故有5种不同的染色方法；  
第2步给B染色，因不能与A同色，还剩下4种颜色可选择，故有4种不同的染色方法；  
第3步给C染色，因为不能与A，B同色，故有3种不同的染色方法；  
第4步给D染色，因为不能与A，C同色，故有3种不同的染色方法；  
第5步给E染色，由于不能与A，C，D同色，故只有2种不同的染色方法．  
共有染色方法：5×4×3×3×2=360（种）．  
答：共有360种不同的染色方法．

**答案：**360

2.用四种颜色给右图的五块区域染色，要求每块区域染一种颜色，相邻的区域染不同的颜色.问：共有多少种不同的染色方法？



**解析：**根据乘法原理：4\*3\*2\*2\*2=96种

**答案：96**

3.从全班20人中选出3名学生排队，一共有多少种排法？

**解析：**第一名学生有20种排法，第二名学生有19种排法，第三名学生有18种排法，所以答案是20\*19\*18=6840种

**答案：**6840

4.如果将四面颜色不同的小旗子挂在一根绳子上，组成一个信号，那么这四面小旗子可组成           种不同的信号。

**解析：**根据乘法原理：4×3×2×1=24，  
**答案：**24．

5.五位同学扮成奥运会吉祥物福娃贝贝、晶晶、欢欢、迎迎和妮妮，排成一排表演节目．如果贝贝和妮妮不相邻，共有多少种不同的排法？

**解析：**不考虑任何条件时，有5个位置，由5个同学去填空，在填空时，同学不可能重复出现，所以填第一个空时有5种填法，填第二个空时只有4种填法，填第三个空只有3种填法，填第四个空只有2种填法，最后只有1种填法；因为是分步完成的，所以遵守乘法原理，共有5×4×3×2×1种不同排法．  
如果贝贝和妮妮不相邻，显然排法减少了，少了多少呢？我们就假设贝贝和妮妮相邻，把妮妮和贝贝看做一个同学，现在只有4个同学，去填4个空，第一个空有4种填法，第二个空有3种填法，第三个空有2种填法，最后一个空有1种填法，遵守乘法原理，共有4×3×2×1种填法；贝贝和妮妮相邻的位置有两种可能，即贝贝在右侧和贝贝在左侧两种可能，两种可能就有两类问题，遵守乘法原理，所以妮妮和贝贝相邻的排法有4×3×2×1×2种．

5×4×3×2×1=120（种），  
4×3×2×1×2=48（种），  
120-48=72（种）；  
答：共有 72种不同的排法．

**答案：**72



1.10个人围成一圈，从中选出三个人，其中恰有两人相邻，共有多少种不同选法？

**解析：**十人中任意选出三人的选法有10\*9\*8/3\*2\*1=120种  
其中两个人相邻的选法将相邻两人视为一个人则有10种，剩下的8个人再任选1个的方法有10\*8=80种。再将另一个人和此二人相临的方法去掉就是  
恰有两人相邻，即80-10=70种

**答案：**70

2.由3、6、9这3个数字可以组成多少个没有重复数字的三位数？

**解析：**3×2×1=6个 答数字不重复的有6个 3×3×3=27个 答数字可以重复使用的话会有27个

**答案：6个**

3.用数字1、2、3组成没有重复数字的3位数，一共可以组成多少个不同的3位数，这些3位数的和是多少？

**解析：**共有3×2×1=6（个），它们是：123、132；231、213；321、312；共6种；  
求和：123+132+231+213+321+312=1332  
答：用1、2、3可以写出6个不同的三位数，这些三位数的和是1332．

**答案：**6，1332

4.用数字0，1，2，3，4可以组成多少个：

⑴ 三位数？

⑵ 没有重复数字的三位数？

**解析：**根据题意，要用0、1、2、3、4组成三位数，百位有4种选择方法，即1、2、3、4；十位和个位均有5种选择方法，即，0、1、2、3、4；根据乘法原理，即可得到答案；  
（2）根据题意，要用0、1、2、3、4组成没有重复数字的三位数，百位有4种选择方法，十位有4种选择方法，个位有3种选择方法，根据乘法原理，即可得到答案；

**答案：**（1）4×5×5=100（个），（2）4×4×3=48（个），

5.由四张数字卡片：0，2，4，6可以组成 \_\_\_\_\_个不同的三位数。

**解析：**3×3×2=18（种）；答：可以组成18个不同的三位数．  
**答案：**18



1.有5张卡片，分别写有数字1、2、3、4、6．现从中取出3张卡片，并排放在一起，组成一个三位数．可以组成多少个不同的偶数？

**解析：**个位上是3选1，有3种不同的方法，十位上是4选1，有4种不同的方法，百位上是3选1，有3种不同的方法； 3×4×3=36（个）；

**答案：**36个

2.北京到上海之间一共有6个站，车站应该准备多少种不同的车票？(往返车票算不同的两种)

**解析：**中途要经过6个站，加上起点和终点，一共8个站．则有：7+6+5+4+3+2+1=28（种）  
**答案：**28种

3.一条线段上除了两个端点还有6个点，那么这段线段上可以有多少条线段？

**解析：**5+4+3+2+1=15

**答案：15条**

4.要从四年级六个班中评选出学习和体育先进集体各一个（不能同时评一个班），共有多少种不同的评选结果？

**解析：**根据乘法原理6\*5\*4+6\*5\*3+6\*1=216种

**答案：216**

5.有6种不同颜色的笔，来写“学习改变命运”这六个字，要求相邻字的颜色不能相同，有多少种不同的方法？

**解析：**根据乘法原理6×5×4×3×2×1=720（种）  
**答案：**720种

6.有五顶不同的帽子，两件不同的上衣，三条不同的裤子.从中取出一顶帽子、一件上衣、一条裤子配成一套装束.问：有多少种不同的装束？

**解析：**先戴帽子有3种情况，戴好帽子再穿上衣头上戴着任意一顶帽子，均有2种情况情况，由此戴帽子与穿衣服的组合就有3×2=6种；现在有6种情况了，再从3条裤子中选一条，同理可知有6×3=18种

**答案：**18种

## 7.甲.乙.丙三组,甲组6人,乙组5人,丙组4人,每组各选一人去开会,一共有多少种选法?

**解析：**甲选1人有六种,乙选有5种,丙选一人有4种 一共是6×5×4=120种

**答案：120**种

8.10个人围成一圈，从中选出3个人，其中恰有两个人相邻，共有种不同的选法。

**解析：**十人中任意选出三人的选法有10\*9\*8/3\*2\*1=120种  
其中两个人相邻的选法将相邻两人视为一个人则有10种，剩下的8个人再任选1个的方法有10\*8=80种。再将另一个人和此二人相临的方法去掉就是恰有两人相邻，即80-10=70种。

**答案：70**种