**第十五讲 牛吃草问题**



**牛吃草问题**是牛顿问题，因牛顿提出而得名的。“一堆草可供10头牛吃3天，供6头牛吃几天？”这题很简单，用3×10÷6=5（天），如果把“一堆草”换成“一片正在生长的草地”，问题就不那么简单了。因为草每天走在生长，草的数量在不断变化。这类工作总量不固定（均匀变化）的问题就是“牛吃草”问题。



**解题思路培养：**解答这类题的关键是要想办法从变化中找到不变的量。牧场上原有的草是不变的，新长出的草虽然在变化，因为是匀速生长，所以每天新长出的草是不变的。正确计算草地上原有的草及每天长出的草，问题就容易解决了。

**掌握四个基本：**公式解决牛吃草问题常用到四个基本公式，分别是︰   
　　假设定一头牛一天吃草量为“1”   
　　1）草的生长速度＝（对应的牛头数×吃的较多天数－相应的牛头数×吃的较少天数）÷（吃的较多天数－吃的较少天数）；   
　　2）原有草量＝牛头数×吃的天数－草的生长速度×吃的天数；`   
  3）吃的天数＝原有草量÷（牛头数－草的生长速度）；   
　　4）牛头数＝原有草量÷吃的天数＋草的生长速度。



1.牧场上有一片牧草，可供27头牛吃6周，或者供23头牛吃9周。如果牧草每周匀速生长，可供21头牛吃几周？

**答案：**12周

**解析：**27×6=16223×9=207207-162=4545/(9-6)=15每周生长数

162-15×6=72(原有量)72/(21-15)=12周

2.有一口水井，如果水位降低，水就不断地匀速涌出，且到了一定的水位就不再上升。现在用水桶吊水，如果每分吊4桶，则15分钟能吊干，如果每分钟吊8桶，则7分吊干。现在需要5分钟吊干，每分钟应吊多少桶水？

**答案：**11桶

**解析：**4×15=608×7=5660-56=44/(15-7)=0.5(每分钟涌量)

60-15×0、5=52、5（原有水量）52、5+/(5×0.5)/5=11桶

3.有一片牧草，每天以均匀的速度生长，现在派17人去割草，30天才能把草割完，如果派19人去割草，则24天就能割完。如果需要6天割完，需要派多少人去割草？

**答案：**49人

**解析：**17×30=51019×24=456510-456=5454/(30-24)=9每天生长量

510-30×9=240原有草量240+6×9=294294/6=49人

4.有一桶酒，每天都因桶有裂缝而要漏掉等量的酒，现在这桶酒如果给6人喝，4天可喝完；如果由4人喝，5天可喝完。这桶酒每天漏掉的酒可供几人喝一天？

**答案：**4人

**解析：**6×4=244×5=2024-20=44/(5-4)=4每天漏掉数

24+4×4=40原有数

这桶酒每天漏掉的酒可供4人喝一天

5.一水库存水量一定，河水均匀入库。5台抽水机连续20天可抽干；6台同样的抽水机连续15天可抽干。若要6天抽干，需要多少台同样的抽水机？

**答案：**12台

**解析：**5×20=1006×15=90100-90=1010/（20-15）=2每天入库数

100-20×2=60原有库存数60+2×6=7272/6=12台

6.自动扶梯以均匀速度由下往上行驶，小明和小红要从扶梯上楼，已知小明每分钟走20梯级，小红每分钟走14梯级，结果小明4分钟到达楼上，小红用5分钟到达楼上，求扶梯共有多少级？

**答案：**120

**解析：**20×4=8014×5=7080-70=1010/（5-4）=10每分钟减少数

80+4×10=120原有数70+5×10=120



**A**

1.牧场上长满了牧草，牧草每天匀速生长，这片牧草可供10头牛吃20天，可供15

头牛吃10天。问：这片牧草可供25头牛吃多少天？

**答案：**5天

**解析：**假设1头牛1天吃的草的数量是1份 草每天的生长量：（200-150）÷（20-10）=5份10×20=200份……原草量+20天的生长量 原草量：200-20×5=100 或150-10×5=100份15×10=150份……原草量+10天的生长量

100÷（25-5）=5天

**2.**牧场上长满了青草，而且每天还在匀速生长，这片牧场上的草可供9头牛吃20天，可供15头牛吃10天，如果要供18头牛吃，可吃几天？

**解析：**假设1头牛1天吃的草的数量是1份 草每天的生长量：（180-150）÷（20-10）=3份

9×20=180份……原草量+20天的生长量 原草量：180-20×3=120份 或150-10×3=120份

15×10=150份……原草量+10天的生长量 120÷（18-3）=8天

**3.**由于天气逐渐冷起来，牧场上的草不仅不长大，反而以固定速度在减少。已知某块

草地上的草可供20头牛吃5天，或可供15头牛吃6天。照此计算，可供多少头牛吃10天？

**解析：**假设1头牛1天吃的草的数量是1份 草每天的减少量：（100-90）÷（6-5）=10份

20×5=100份……原草量-5天的减少量 原草量：100+5×10=150 或90+6×10=150份

15×6=90份……原草量-6天的减少量 （150-10×10）÷10=5头

**4.**由于天气逐渐寒冷，牧场上的牧草每天以均匀的速度减少，经测算，牧场上的草可供30头牛吃8天，可供25头牛吃9天，那么可供21头牛吃几天？

**解析：**假设1头牛1天吃的草的数量是1份 草每天的减少量：（240-225）÷（9-8）=15份

30×8=240份……原草量-8天的减少量 原草量：240+8×15=360份或220+9×15=360份

25×9=225份……原草量-9天的减少量 360÷（21+15）=10天

**5.**自动扶梯以均匀速度由下往上行驶着，两位性急的孩子要从扶梯上楼。已知男孩每

分钟走20级梯级，女孩每分钟走15级梯级，结果男孩用了5分钟到达楼上，女孩用了6分钟到达楼上。问：该扶梯共有多少级？

**解析：**男孩：20×5 =100（级） 自动扶梯的级数-5分钟减少的级数

女孩;15×6=90（级） 自动扶梯的级数-6分钟减少的级数

每分钟减少的级数=(20×5-15×6) ÷(6-5)=10(级)

自动扶梯的级数=20×5+5×10=150（级）

**B**

**6.**两个顽皮孩子逆着自动扶梯行驶的方向行走，男孩每秒可走3级阶梯，女孩每秒可走2级阶梯，结果从扶梯的一端到达另一端男孩走了100秒，女孩走了300秒。问该扶梯共有多少级？

**解析：**3×100=300自动扶梯级数+100秒新增的级数

2×300=600自动扶梯级数+300秒新增的级数

每秒新增的级数：（2×300-3×100）÷（300-100）=1.5（级）

自动扶梯级数=3×100-100×1.5=150（级）

**7.**有一片牧场，操每天都在匀速生长（每天的增长量相等），如果放牧24头牛，则6天吃完草，如果放牧21头牛，则8天吃完草，设每头牛每天的吃草量相等，问：要使草永远吃不完，最多只能放牧几头牛？

**解析：**假设1头1天吃1个单位

24\*6=144

21\*8=168

168-144=24

每天长的草可供24/2=12头牛吃

最多只能放12头牛

**8.**有一片草地，草每天生长的速度相同。这片草地可供5头牛吃40天，或6供头牛吃30天。如果4头牛吃了30天后，又增加2头牛一起吃，这片草地还可以再吃几天？

**解析：**假设1头1天吃1个单位

5\*40=200；6\*30=180

200-180=20

每天长的草:20/(40-30)=2

原有草：200-2\*40=120

4\*30=120 ，30\*2=60 60/4=15天

9.假设地球上新增长资源的增长速度是一定的，照此推算，地球上的资源可供110亿人生活90年，或可供90亿人生活210年，为了人类不断繁衍，那么地球最多可以养活多少亿人？

**解析：**假设1亿人头1天吃1个单位

110\*90=9900；90\*210=18900

18900-9900=9000

9000/(210-90)=75

**10.**两只蜗牛由于耐不住阳光照射，从井顶走向井底，白天往下走，一只蜗牛一个白天能走20分米，另一只只能走15分米；黑夜里往下滑，两只蜗牛下滑速度相同，结果一只蜗牛5昼夜到达井底，另一只却恰好用了6昼夜。问井深是多少？

**解析：**20×5=10015\*6=90100-90=1010/(6-5)=10黒夜下滑数

100+5×10=15015×6+10×6=150

**C**

11.李村组织农民抗旱，从一个有地下泉的池塘担水浇地。如果50人担水，20小时可把池水担完。如果70人担水，10小时可把池水担完。现有130人担水，几小时可把池水担完？

**解析：**50×20=100070×10=7001000-700=300300/(20-10)=30每小时增加1000-30×20=400原有

400/(130-30)=4小时

12.一片青草地，每天都匀速长出青草，这片青草可供27头牛吃6周或23头牛吃9周，那么这片草地可供21头牛吃几周？

**解析：**这片草地上的草的数量每天都在变化，解题的关键应找到不变量——即原来的草的数量。因为总草量可以分成两部分：原有的草与新长出的草。新长出的草虽然在变，但应注意到是匀速生长，因而这片草地每天新长出的草的数量也是不变的。

假设1头牛一周吃的草的数量为1份，那么27头牛6周需要吃27×6=162（份），此时新草与原有的草均被吃完；23头牛9周需吃23×9=207（份），此时新草与原有的草也均被吃完。而162份是原有的草的数量与6周新长出的草的数量的总和；207份是原有的草的数量与9周新长出的草的数量的总和，因此每周新长出的草的份数为：（207-162）÷（9-6）=15（份），所以，原有草的数量为：162-15×6=72（份）。这片草地每周新长草15份相当于可安排15头牛专吃新长出来的草，于是这片草地可供21 头牛吃72÷（21-15）＝12（周）

13.一块1000平方米的牧场能让12头牛吃16个星期，或让18头牛吃8个星期，那么一块4000平方米的牧场6个星期能养活多少头牛？

**解析：**12×16-18×8=192-144=4848/(16-8)=6每星期生长数

192-16×6==96原有数96+6×6=132132/6=2222×4=88头

14.有一只船有一个漏洞，水用均匀的速度进入船内，发现漏洞时已经进了一些水。如果用12个人淘水，3小时可以淘完。如果只有5个人淘水，要10小时才能淘完。现在要想2小时淘完，需要多少人？

**解析：**12×3=365×10=5050-36=1414/(10-3)=2每小时增加数

36-3×2=30原有30+2×2=3434/2=17人

15.有一个水井，水不断由泉涌出，井满则溢出。若用4台抽水机，15小时可把井水抽干。若用8台抽水机，7小时可把井水抽干。现在要用几台抽水机，能5小时把井水抽干？

**解析：**4×15=608×7=5660-56=44/(15-7)=0.560-15×0.5=52.552.5+5×0.5=5555/5=11台



1. 一片草地，每天都匀速长出青草。如果可供24头牛吃6天，或20头牛吃10天吃完。那么可供19头牛吃几天？

**答案：**12天

**解析**：6天时共有草：24×6＝144

10天时共有草：20×10＝200

草每天生长的速度为：（200－144）÷（10－6）＝14

原有草量：144－6×14＝60

可供19头牛： 60÷（19－14）＝12（天）

2.牧场有一片青草，每天生成速度相同。现在这片牧场可供16头牛吃20天，或者供80只羊吃12天，如果一头牛一天吃草量等于4只羊一天的吃草量，那么10头牛与60只羊一起吃可以吃多少天？

**解析**：思路，把羊转化为牛   
4羊＝1牛，“也可以供80只羊吃12天”相当于“20头牛吃12天”   
现在是“10头牛与60只羊一起吃这一片草”相当于“10＋60÷4＝25头牛吃草”   
[16-x]\*20=[20-x]\*12=[25-x]\*y   
x=10     y=8   
 3.某牧场上长满牧草,,每天匀速生长,这片牧草供17头牛吃30天,19头牛吃24天,现有一群牛吃了6天,主人卖掉了4头牛,余下的牛吃了两天后刚好把草吃完,问这群牛原有几头?   
**解析**：设原有Y头，x还是“剪草的”   
[17-x]\*30=[19-x]\*24=[y-x]\*6+[y-4-x]\*2   
注意：剩下的2天已经卖掉了4头牛，要分开计算   
（y-x-4）\*（6+2），这样列式就错了   
x=9   y=40   
 4.某市水库水量的增长速度是一定的，可供全市12万人使用20年，在迁入3万人之后，只能供全市人民使用15年，市政府号召大家节约用水，希望将水库的使用寿命延长至30年，那么居民平均需要节约用水量的比例是多少?( )   
A. 2/5 B. 2/7 C. 1/3 D. 1/4  **答案：**A

**解析：**   
[12-x]\*20=[15-x]\*15=[y-x]\*30   
x=3    y=9   
15-9=6   
即多出6万人，这6万人要用15万人的6/15=2/5   
 5.有一个水池，池底有一个出水口，用3台抽水机24小时可将水抽完，用9台抽水机12小时可将水抽完。如果仅靠出水口出水，那么多长时间将水漏完？  
**解析：**（3-X）\*24=（9-X）\*12 得X=-3(不要理会负数，按正3理解好了)  
带入X到上式，（（3+3）\*24）/X=48所以是48



　　1.旅客在车站候车室等车,并且排队的乘客按一定速度增加,检查速度也一定,当车站放一个检票口,需用半小时把所有乘客解决完毕,当开放2个检票口时,只要10分钟就把所有乘客OK了 求增加人数的速度还有原来的人数

**解析**：设一个检票口一分钟一个人

　　1个检票口30分钟30个人

　　2个检票口10分钟20个人

　　(30-20)÷(30-10)=0.5个人

　　原有1×30-30×0.5=15人

　　或2×10-10×0.5=15人

　　2.有三块草地，面积分别是5，15，24亩。草地上的草一样厚，而且长得一样快。第一块草地可供10头牛吃30天，第二块草地可供28头牛吃45天，问第三块地可供多少头牛吃80天？

**解析**：这是一道是比较复杂的牛吃草问题。

　　把每头牛每天吃的草看作1份。

　　因为第一块草地5亩面积原有草量＋5亩面积30天长的草＝10×30＝300份

　　所以每亩面积原有草量和每亩面积30天长的草是300÷5＝60份

　　因为第二块草地15亩面积原有草量＋15亩面积45天长的草＝28×45＝1260份

　　所以每亩面积原有草量和每亩面积45天长的草是1260÷15＝84份

　　所以45－30＝15天，每亩面积长84－60＝24份

　　所以，每亩面积每天长24÷15＝1.6份

　　所以，每亩原有草量60－30×1.6＝12份

　　第三块地面积是24亩，所以每天要长1.6×24＝38.4份，原有草就有24×12＝288份

　　新生长的每天就要用38.4头牛去吃，其余的牛每天去吃原有的草，那么原有的草就要够吃80天，因此288÷80＝3.6头牛

　　所以，一共需要38.4＋3.6＝42头牛来吃。

　　两种解法：

解法一：

设每头牛每天的吃草量为1，则每亩30天的总草量为：10\*30/5=60；每亩45天的总草量为：28\*45/15=84那么每亩每天的新生长草量为(84-60)/(45-30)=1.6每亩原有草量为60-1.6\*30=12，那么24亩原有草量为12\*24=288，24亩80天新长草量为24\*1.6\*80=3072，24亩80天共有草量3072+288=3360，所有3360/80=42(头)

解法二：

10头牛30天吃5亩可推出30头牛30天吃15亩，根据28头牛45天吃15亩，可以推出15亩每天新长草量 (28×45-30×30)/(45-30)=24；15亩原有草量：1260-24×45=180；15亩80天所需牛180/80+24(头)24亩需牛：(180/80+24)\*(24/15)=42头

3.一只船有一个漏洞，水以均匀速度进入船内，发现漏洞时已经进了一些水。如果有12个人淘水，3小时可以淘完；如果只有5人淘水，要10小时才能淘完。求17人几小时可以淘完？

**解析：**这是一道变相的“牛吃草”问题。与上题不同的是，最后一问给出了人数（相当于“牛数”），求时间。设每人每小时淘水量为1，按以下步骤计算：

（1）求每小时进水量

因为，3小时内的总水量＝1×12×3＝原有水量＋3小时进水量

10小时内的总水量＝1×5×10＝原有水量＋10小时进水量

所以，（10－3）小时内的进水量为    1×5×10－1×12×3＝14

因此，每小时的进水量为    14÷（10－3）＝2

（2）求淘水前原有水量

原有水量＝1×12×3－3小时进水量＝36－2×3＝30

（3）求17人几小时淘完

17人每小时淘水量为17，因为每小时漏进水为2，所以实际上船中每小时减少的水量为（17－2），所以17人淘完水的时间是

30÷（17－2）＝2（小时）

答：17人2小时可以淘完水。

1. 牧场上有一片均匀生长的牧草，可供27头牛吃6天，或供23头牛吃9天。那么它可供21头牛吃几天？   
    **解析：**将它想象成一个非常理想化的数学模型：假设27头牛中有X头是“剪草工”   
   ，这X头牛只负责吃“每天新长出的草，并且把它们吃完”，这样以来草场相当于不长草，永远维持原来的草量，而剩下的(27－X)头牛是真正的“顾客”，它们负责把草场原来的草吃完。（请慢慢理解，这是关键）   
    设每天新增加草量恰可供X头牛吃一天,21牛可吃Y天（后面所有X均为此意）   
   可供27头牛吃6天，列式:（27－X）·6 注：（27－X）头牛6天把草场吃完   
   可供23头牛吃9天，列式:（23－X）·9 注：（23－X）头牛9天把草场吃完   
   可供21头牛吃几天？列式：（21－X）·Y 注：（21－X）头牛Y天把草场吃完   
   因为草场草量已被“清洁工”修理过，总草量相同，所以，联立上面1、2、3   
   （27－X）·6＝（23－X）·9＝（21－X）·Y   
   （27－X）·6＝（23－X）·9 【1】   
   （23－X）·9＝（21－X）·Y 【2】   
   解这个方程组，得  X＝15（头）     Y＝12（天）   
    5.有三块草地，面积分别为5，6和8公顷．草地上的草一样厚，而且长得一样快．第一块草地可供11头牛吃10天，第二块草地可供12头牛吃14天．问：第三块草地可供19头牛吃多少天？   
    **解析：**现在是三块面积不同的草地．为了解决这个问题，需要将三块草地的面积统一起来．（这是面积不同时得解题关键）   
   求【5，6，8】得最小公倍数为120   
   1、因为5公顷草地可供11头牛吃10天，120÷5＝24，所以120公顷草地可供11\*24＝264(头)牛吃10天．   
   2、因为6公顷草地可供12头牛吃14天，120÷6＝20，所以120公顷草地可供12\*20＝240(头)牛吃14天．   
   3、120÷8＝15，问题变为：120公顷草地可供19\*15＝285(头)牛吃几天？   
   这样一来，例2就转化为例1，同理可得：   
   （264－X）·10＝（240－X）·14＝（285－X）·Y   
   （264－X）·10＝（240－X）·14    【1】   
   （240－X）·14＝（285－X）·Y    【2】   
   解方程组：X=180（头）    Y=8（天）   
   典型例题“牛吃草”已介绍完毕。

6.有三块草地，面积分别为5，6，和8公顷。草地上的草一样厚，而且长得一样快。第一块草荐地可供11头牛吃10天，第二块草地可供12头牛吃14天。问第三块草地可供19头牛吃多少天？

**解析：**前几天我们接触的是在同一块草地上，同一个水池中，现在是三块面积不同的草地。为了解决这个问题，只需将三块草地的面积统一起来。即

[5，6，8]=120

这样，第一块5公顷可供11头牛吃10天，120÷5=24，变为120公顷草地可供11×24=264（头）牛吃10天

第二块6公顷可供12头牛吃14天，120÷6=20，变为120公顷草地可供12×20=240（头）牛吃14天。

120÷8=15。问题变成：120公顷草地可供19×15=285（头）牛吃几天？

因为草地面积相同，可忽略具体公顷数，原题可变为：

一块草地匀速生长，可供264头牛吃10天或供240头牛吃14天， 那么可供285头牛齿及天？即

每天新长出的草：（240×14—264×10）÷（14—10）=180（份）

草地原有草：（264—180）×10=840（份）

可供285头牛吃的时间：840÷（285—180）=8（天）

答：第三块草地可供19头牛吃8天。

7.一片草地，每天都匀速长出青草，如果可供24头牛吃6天，或20头牛吃10天那么可供18头牛吃几天？

**答案：**15天．

**解析：**设1头牛1天吃的草为1份。则每天新生的草量是（20×10-24×6）÷(10-6)=14份，原来的草量是（24-14）×6=60份。可供18头牛吃60÷（18-14）=15

8.由于天气逐渐变冷，牧场上的草每天以固定的速度在减少，经计算，牧

场上的草可供20头牛吃5天，或可供16头牛吃6天。那么，可供11头牛吃几天？

**答案：**8天

**解析：**设一头牛一天吃的草量为一份。牧场每天减少的草量：（20×5-16×6）÷（6-5）=4份，原来的草量：（20+4）× 5=120份，可供11头牛吃120÷(11+4)=8天。