**第十九讲定义新运算**



1. 定义新运算
2. 基本概念：定义一种新的运算符号，这个新的运算符号包含有多种基本（混合）运算。
3. 基本思路：严格按照新定义的运算规则，把已知的数代入，转化为加减乘除的运算，然后按照基本运算过程、规律进行运算。
4. 关键问题：正确理解定义的运算符号的意义。
5. 注意事项：①新的运算不一定符合运算规律，特别注意运算顺序。

②每个新定义的运算符号只能在本题中使用。

我们学过的常用运算有：＋、－、×、÷等.

如：2＋3＝5 2×3＝6

都是2和3，为什么运算结果不同呢？主要是运算方式不同，实际是对应法则不同.可见一种运算实际就是两个数与一个数的一种对应方法，对应法则不同就是不同的运算.当然，这个对应法则应该是对任意两个数，通过这个法则都有一个唯一确定的数与它们对应.只要符合这个要求，不同的法则就是不同的运算.在这一讲中，我们定义了一些新的运算形式，它们与我们常用的“＋”，“－”，“×”，“÷”运算不相同.

1. 定义新运算分类
2. 直接运算型
3. 反解未知数型
4. 观察规律型
5. 其他类型综合



1. 正确理解新运算的规律。
2. 把不熟悉的新运算变化成我们熟悉的运算。
3. 新运算也要遵守运算规律。



**例1**.规定a\*b=(b＋a)×b，求(2\*3)\*5。

**答案：**100。

**解析：**(2\*3)\*5=　[(3＋2)×3]\*5=15\*5=(5＋15)×5=100

**例2**.对于数 a， b， c， d，规定〈a， b， c，d〉=2ab-c＋d。已知〈1，3，5，x〉=7，求x的值。

**答案：**6。

**解析：**＜1，3， 5，x＞＝2×1×3-5＋x＝1＋x。

**例3**.如果a△b表示(a-2)×b，例如　　3△4=(3-2)×4=4，　那么当( a△2)△3=12时， a等于几？

**答案：**5。

**解析：**（a△2）△3=［（a－2）×2］△3＝（2a－4）△3

　　＝（2a-4-2）×3＝6a-18，

　　由6a-18=12，解得a=5。

**例4**.



**答案：**6。

**解析：**x。5－5。x＝（3x-2×5）-（3×5-2x）＝5x-25，由5x-25＝5，解得x＝6。

**例5**.对于任意的两个自然数a和b，规定新运算“\*”：a\*b＝a(a＋1)(a＋2)…(a＋b-1)。如果(x\*3)\*2＝3660，那么x等于几？

**答案：**3。

**解析：**a\*b的含意为，从a开始的b个连续自然数相乘。由3660＝60×61知，x\*3=60。三个连续自然数的乘积等于60。只有3×4×5，得到x＝3。

**例6**.有A，B，C，D四种装置，将一个数输入一种装置后会输出另一个数。装置A∶将输入的数加上5；装置B∶将输入的数除以2；装置C∶将输入的数减去4；装置D∶将输入的数乘以3。这些装置可以连接，如装置A后面连接装置B就写成A·B，输入1后，经过A·B，输出3。

　　(1)输入9，经过A·B·C·D，输出几？

　　(2)经过B·D·A·C，输出的是100，输入的是几？

　　(3)输入7，输出的还是7，用尽量少的装置该怎样连接？

**答案：**（1）9；（2）66；（3）C·D·A·B。

**解析：**（2）{［（100＋4）－5］÷3}×2=66。



**A**

**1.** 定义运算“⊙”如下: 对于两个自然数*a*和*b*,它们的最大公约数与最小公倍数的差记为*a*⊙*b*.

比如:10和14,最小公倍数为70,最大公约数为2,则10⊙14=70-2=68.求12⊙21,5⊙15;

**答案：**81,10。

**2.** 两个不等的自然数*a*和*b*,较大的数除以较小的数,余数记为*a*☉*b*,比如5☉2=1,7☉25=4,6☉8=2. 求1991☉2000,(5☉19)☉19,(19☉5)☉5;

**答案：**9,3,1。

**3.** 如果、、是3个整数，则它们满足加法交换律和结合律，即  
⑴；⑵。  
现在规定一种运算"\*"，它对于整数 a、 b、c 、d 满足：  
。  
例：  
请你举例说明，"\*"运算是否满足交换律、结合律。



**答案：**不满足。

**4.**“华”、“杯”、“赛”三个字的四角号码分别是“2440”、“4199”和“3088”，将“华杯赛”的编码取为244041993088，如果这个编码从左起的奇数位的数码不变，偶数位的数码改变为关于9的补码，例如：0变9，1变8等，那么“华杯赛”新的编码是\_\_\_\_\_\_\_\_.

**答案：**254948903981。

**5.** 对于任意的两个自然数和，规定新运算： ，其中、表示自然数.⑴求1100的值；⑵已知1075，求为多少？

**答案：**5050；3。

**B**

**6.** 已知：10△3=14， 8△7=2， △，根据这几个算式找规律，如果   
△=1，那么=.

**答案：**1 /8。

**7.** 国际统一书号*ISBN*由10个数字组成，前面9个数字分成3组，分别用来表示区域、出版社和书名，最后一个数字则作为核检之用。核检码可以根据前9个数字按照一定的顺序算得。如：某书的书号是*ISBN* 7-107-17543-2，它的核检码的计算顺序是：  
 ①7×10＋1×9＋0×8＋7×7＋1×6＋7×5＋5×4＋4×3＋3×2＝207；  
②207÷11＝18……9；     
③11－9＝2。这里的2就是该书号的核检码。  
依照上面的顺序，求书号*ISBN*-7-303-07618-□的核检码。

**答案：**2。

**8.** 对于任意两个数，定义新运算◆和，规则如下：◆=，.如：◆=，.由此计算：◆

**答案：**17/25。

**9.** 对于任意两个数，定义新运算，运算规则如下：◆=，.按此规则计算：◆=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,◆

**答案：**5.4;188/165。

**10.** 用表示的小数部分，表示不超过的最大整数。例如：记，请计算的值。

**答案：**0.4；0。

**C**

**11.** 表示成;表示成.试求下列的值:

(1)  
(2)  
(3);

(4)如果*x*, *y*分别表示若干个2的数的乘积,试证明:.

**答案：**7;81;8;略。

**12.** 对于任意有理数*x*, *y*,定义一种运算“※”，规定:*x*※*y*=,其中的表示已知数,等式右边是通常的加、减、乘运算.又知道1※2=3,2※3=4,*x*※*m*=*x*(*m*≠0),则*m*的数值是 \_\_\_\_\_\_\_\_\_。

**答案：**-4。

**13.** 两个不等的自然数*a*和*b*,较大的数除以较小的数,余数记为*a*☉*b*,比如5☉2=1,7☉25=4,6☉8=2. (1)已知11☉*x*=2,而*x*小于20,求*x*; (2)已知(19☉*x*)☉19=5,而*x*小于50,求*x*.

**答案：**3,9,13;12，26，33，45。

1. 设*a*,*b*是两个非零的数,定义*a*※*b*. (1)计算(2※3)※4与2※(3※4).(2)如果已知*a*是一个自然数,且*a*※3=2,试求出*a*的值.

**答案：**407/312,49/600;3。

**15.** 定义运算“⊙”如下: 对于两个自然数*a*和*b*,它们的最大公约数与最小公倍数的差记为*a*⊙*b*. 比如:10和14,最小公倍数为70,最大公约数为2,则10⊙14=70-2=68.已知6⊙*x*=27,求*x*的值.

**答案：**15。



**1.** 定义运算“△”如下：对于两个自然数a和b，它们的最大公约数与最小公倍数的和记为a△b。例如：　　4△ 6=(4，6)＋[4，6]=2＋12=14。　根据上面定义的运算， 18△12等于几？

**答案：**42。

**2.**两个整数a和b，a除以b的余数记为a7b。例如，135=3。根据这样定义的运算，(269) 4等于几？



**答案：**0。

**3.** 规定：符号“△”为选择两数中较大的数的运算，“ ”为选择两数中较小的数的运算，例如，3△5=5，3 5=3。请计算下式：　　[(70 3)△5]×[ 5 (3△7)]。

**答案：**25。

**4.** 规定： 6\* 2=6＋66=72，　　2\*3=2＋22＋222=246，　　1\*4=1＋11＋111＋1111=1234。求7\*5。

**答案：**86415。

**5.** 如果用φ(a)表示 a的所有约数的个数，例如φ(4)=3，那么φ(φ(18))等于几？

**答案：**4。



**1.** 如果 1※2＝1＋11，2※3＝2＋22＋222 ，3※4＝3＋33＋333＋3333

计算 （3※2）×5。

**答案：**180。

**2.** 规定新运算※，*a*※*b*=3*a*-2*b*.若*x*※(4※1)=7,则*x*=.

**答案：**9。

**3.** 规定△, 计算：（2△1）（11△10）\_\_\_\_\_\_.

**答案：**505。

**4.** 规定:6※2=6+66=72，2※3=2+22+222=246,1※4=1+11+111+1111=1234. 7※5=

**答案：**86415。

**5.** 如图2一只甲虫从画有方格的木板上的*A*点出发，沿着一段一段的横线、竖线爬行到*B*，图1中的路线对应下面的算式：.请在图2中用粗线画出对应于算式：的路线．



**答案：**如上右图所示。

**6.** “⊙”表示一种新的运算符号，已知：2⊙3；7⊙2；3⊙5，……按此规则，如果*n*⊙868，那么，*n*\_\_\_\_.

**答案：**5。

**7.** 羊和狼在一起时，狼要吃掉羊.所以关于羊及狼，我们规定一种运算，用符号△表示：羊△羊=羊；羊△狼=狼；狼△羊=狼；狼△狼=狼，以上运算的意思是：羊与羊在一起还是羊，狼与狼在一起还是狼，但是狼与羊在一起便只剩下狼了。小朋友总是希望羊能战胜狼.所以我们规定另一种运算，用符号☆表示：羊☆羊=羊；羊☆狼=羊；狼☆羊=羊；狼☆狼=狼，这个运算的意思是：羊与羊在一起还是羊，狼与狼在一起还是狼，但由于羊能战胜狼，当狼与羊在一起时，它便被羊赶走而只剩下羊了。对羊或狼，可以用上面规定的运算作混合运算，混合运算的法规是从左到右，括号内先算.运算的结果或是羊，或是狼．求下式的结果：羊△(狼☆羊)☆羊△(狼△狼)

**答案：**狼。

**8.** 一个数*n*的数字中为奇数的那些数字的和记为，为偶数的那些数字的和记为，例如，．

 ；＝．

**答案：**501；400。