第5讲 排列



**乘法原理**：一般地，如果完成一件事需要n个步骤，其中，做第一步有种不同的方法，做第二步有种不同的方法，…，做第n步有种不同的方法，那么，完成这件事一共有N=m1×m2×…×mn种不同的方法．

**加法原理**：一般地，如果完成一件事有k类方法，第一类方法中有种不同做法，第二类方法中有种不同做法，…，第k类方法中有种不同的做法，则完成这件事共有N=m1×m2×…×mn种不同的方法．

**排列的定义**：一般地，从n个不同的元素中任取出m个（m≤n）元素，按照一定的顺序排成一列．叫做从n个不同元素中取出m个元素的一个排列．

由排列的定义可以看出，两个排列相同，不仅要求这两个排列中的元素完全相同，而且各元素的先后顺序也一样．如果两个排列的元素不完全相同．或者各元素的排列顺序不完全一样，则这就是两个不同的排列．

从n个不同元素中取出m个（m≤n）元素的所有排列的个数，叫做从n个不同元素中取出m个元素的排列数，我们把它记作。

一般地，从n个不同元素中取出m个元素（m≤n）排成一列的问题，可以看成是从n个不同元素中取出m个，排在m个不同的位置上的问题，而排列数就是所有可能排法的个数。那么，每个排列共需要m步，二每一步又有若干种不同的方法，排列数可以这样计算：

第一步：先排第一个位置上的元素，可以从n个元素中任选一个，有n种不同的选法；

第二步：排第二个位置上的元素．这时，由于第一个位置已用去了一个元素，只剩下（n-1）个不同的元素可供选择，共有（n-1）种不同的选法；

第三步：排第三个位置上的元素，有（n-2）种不同的选法；

…

第m步：排第m个位置上的元素．由于前面已经排了（m-1）个位置，用去了（m-1）个元素．这样，第m个位置上只能从剩下的[n-（m-1）]=（n-m+1）个元素中选择，有（n-m+1）种不同的选法．

由乘法原理知，共有：n（n-1）（n-2）…（n-m+1）种不同的排法，即：



这里，m≤n；且等号右边从n开始，后面每个因数比前一个因数小1，共有m个因数相乘．

一般地，对于m=n的情况，排列数公式变为



表示从n个不同元素中取n个元素排成一列所构成排列的排列数．

这种n个排列全部取出的排列，叫做n个不同元素的**全排列**．



教学重点：培养学生的思维的有序性、全面性

教学难点：根据需要引导总结计算规律



例1 某人到食堂去买饭，主食有三种，副食有五种，他主食和副食各买一种，共有多少种不同的买法？

**分析** 某人买饭要分两步完成，即先买一种主食，再买一种副食（或先买副食后买主食）．其中，买主食有3种不同的方法，买副食有5种不同的方法．故可以由乘法原理解决．

**解：**由乘法原理，主食和副食各买一种共有3×5=15种不同的方法．

补充说明：由例题可以看出，乘法原理运用的范围是：①这件事要分几个彼此互不影响的独立步骤来完成；②每个步骤各有若干种不同的方法来完成．这样的问题就可以使用乘法原理解决问题．

例2 由数字0、1、2、3组成三位数，问：

①可组成多少个不相等的三位数？

②可组成多少个没有重复数字的三位数？

**分析** 在确定由0、1、2、3组成的三位数的过程中，应该一位一位地去确定．所以，每个问题都可以看成是分三个步骤来完成．

①要求组成不相等的三位数．所以，数字可以重复使用，百位上，不能取0，故有3种不同的取法；十位上，可以在四个数字中任取一个，有4种不同的取法；个位上，也有4种不同的取法，由乘法原理，共可组成3×4×4=48个不相等的三位数．

②要求组成的三位数中没有重复数字，百位上，不能取0，有3种不同的取法；十位上，由于百位已在1、2、3中取走一个，故只剩下0和其余两个数字，故有3种取法；个位上，由于百位和十位已各取走一个数字，故只能在剩下的两个数字中取，有2种取法，由乘法原理，共有3×3×2=18个没有重复数字的三位数．

**解**：由乘法原理

①共可组成3×4×4=48（个）不同的三位数；

②共可组成38×3×2=18（个）没有重复数字的三位数．

例3 计算

**分析：**排列的计算

**解**： 

=60 =1568

例4 有两个相同的正方体，每个正方体的六个面上分别标有数字1、2、3、4、5、6．将两个正方体放到桌面上，向上的一面数字之和为偶数的有多少种情形？

**分析** 要使两个数字之和为偶数，只要这两个数字的奇偶性相同，即这两个数字要么同为奇数，要么同为偶数，所以，要分两大类来考虑．

第一类，两个数字同为奇数．由于放两个正方体可认为是一个一个地放．放第一个正方体时，出现奇数有三种可能，即1，3，5；放第二个正方体，出现奇数也有三种可能，由乘法原理，这时共有3×3=9种不同的情形．

第二类，两个数字同为偶数，类似第一类的讨论方法，也有3×3=9种不同情形．

最后再由加法原理即可求解．

**解**：两个正方体向上的一面同为奇数共有3×3=9（种）不同的情形；

　两个正方体向上的一面同为偶数共有3×3=9（种）不同的情形．

　所以，两个正方体向上的一面数字之和为偶数的共有3×3+3×3=18（种）不同的情形．

例5 有五面颜色不同的小旗，任意取出三面排成一行表示一种信号，问：共可以表示多少种不同的信号？

**分析** 这里五面不同颜色的小旗就是五个不同的元素，三面小旗表示一种信号，就是有三个位置．我们的问题就是要从五个不同的元素中取三个，排在三个位置的问题．由于信号不仅与旗子的颜色有关，而且与不同旗子所在的位置有关，所以是排列问题，且其中n=5，m=3．

**解**：由排列数公式知，共可组成种不同的信号．

补充说明：这个问题也可以用乘法原理来做，一般，乘法原理中与顺序有关的问题常常可以用排列数公式做，用排列数公式解决问题时，可避免一步步地分析考虑，使问题简化．

例6 用1、2、3、4、5、6、7、8可组成多少个没有重复数字的五位数？

**分析** 这是一个从8个元素中取5个元素的排列问题，且知n=8，m=5．

**解**：由排列数公式，共可组成：个不同的五位数．



**A**

1. 书架上有6本不同的外语书，4本不同的语文书，从中任取外语、语文书各一本，有多少种不同的取法？

**答案**：从架上各取一本共有6×4=24种不同的取法．

2．书架上有6本不同的画报和7本不同的书，从中最多拿两本（不能不拿），有多少种不同的拿法？

**答案**：从书架上最多拿两本共有6+7+15+21+6×7=91（种）不同的拿法。

提示：拿两本的情况分为2本画报或2本书或一本画报一本书．

3计算

**答案**： 

=336 =40320

4. 幼儿园里3名小朋友去坐6把不同的椅子（每人只能坐一把），有多少种不同的坐法？

**答案**：由排列公式，共有：种不同的坐法．

5．有红、黄、蓝三种信号旗，把任意两面上、下挂在旗杆上都可以表示一种信号，问共可以组成多少种不同的信号？

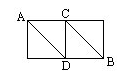
**答案**：6种

**B**

1. 王英、赵明、李刚三人约好每人报名参加学校运动会的跳远、跳高、100米跑、200米跑四项中的一项比赛，问：报名的结果会出现多少种不同的情形？

**答案**：由乘法原理，报名的结果共有4×4×4=64种不同的情形．

2. 如下页图，一只小甲虫要从A点出发沿着线段爬到B点，要求任何点和线段不可重复经过．问：这只甲虫有多少种不同的走法？



**答案**：从A点先经过C到B点共有：1×3=3（种）不同的走法．

从A点先经过D到B点共有：2×3=6（种）不同的走法．

所以，从A点到B点共有：3+6=9（种）不同的走法．

3. 计算

（1） （2）

**答案：**（1）=708 （2）=9126

4. 有4个同学一起去郊游，照相时，必须有一名同学给其他3人拍照，共可能有多少种拍照情况？（照相时3人站成一排）

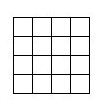
**答案**：由排列数公式，共可能有：种不同的拍照情况。

5．班集体中选出了5名班委，他们要分别担任班长，学习委员、生活委员、宣传委员和体育委员．问：有多少种不同的分工方式？

**答案**：120种。

**C**

1. 右图中共有16个方格，要把A、B、C、D四个不同的棋子放在方格里，并使每行每列只能出现一个棋子．问：共有多少种不同的放法？



**答案**：由乘法原理，共有16×9×4×1=576种不同的放法．

2．在1～1000的自然数中，一共有多少个数字0？

**答案**：9+180-9+3=183（个）．

3 计算

**答案：**（1）=3320 （2）=31

4. 4名同学到照相馆照相．他们要排成一排，问：共有多少种不同的排法？

**答案**：由排列数公式知，共有种不同的排法．

5．由数字1、2、3、4、5、6可以组成多少没有重复数字的

①三位数？

②个位是5的三位数？

③百位是1的五位数？

④六位数？

**答案**：①120 ②20 ③120 ④720



1. 某罪犯要从甲地途经乙地和丙地逃到丁地，现在知道从甲地到乙地有3条路可以走，从乙地到丙地有2条路可以走，从丙地到丁地有4条路可以走．问，罪犯共有多少种逃走的方法？

**答案：**3×2×4=24（种）．

2.从甲地到乙地有三条路，从乙地到丙地有三条路，从甲地到丁地有两条路，从丁地到丙地有四条路，问：从甲地到丙地共有多少种走法？

**答案：**3×3+2×4=17（种）．

3．计算

** **

**答案：**1680；156

4. 5个人并排站成一排，其中甲必须站在中间有多少种不同的站法？

**答案**：由排列数公式知，共有种不同的排法．

5．某铁路线共有14个车站，这条铁路线共需要多少种不同的车票．

**答案：**　182种



1.一个篮球队，五名队员A、B、C、D、E，由于某种原因，C不能做中锋，而其余四人可以分配到五个位置的任何一个上．问：共有多少种不同的站位方法？

**答案**：4×4×3×2×1=96（种）．

2.学校组织读书活动，要求每个同学读一本书．小明到图书馆借书时，图书馆有不同的外语书150本，不同的科技书200本，不同的小说100本．那么，小明借一本书可以有多少种不同的选法？

**答案**：小明借一本书共有：150+200+100=450（种）不同的选法．

3. 一个口袋内装有3个小球，另一个口袋内装有8个小球，所有这些小球颜色各不相同．问：①从两个口袋内任取一个小球，有多少种不同的取法？

②从两个口袋内各取一个小球，有多少种不同的取法？

**答案**：①从两个口袋中任取一个小球共有3+8=11（种），不同的取法．

　②从两个口袋中各取一个小球共有　3×8=24（种）不同的取法．

4.计算

**答案**：12；4

5. 某客轮航行于天津、青岛、大连三个城市之间．问：应准备有多少种不同船票？

**答案**：6种

6．由数字1、2、3、4、5、6、7、8可组成多少个

①三位数？

②三位偶数？

③没有重复数字的三位偶数？

④百位为8的没有重复数字的三位数？

⑤百位为8的没有重复数字的三位偶数？

**答案**：①8×8×8=512（个）； ②4×8×8=256（个）；

③4×7×6=168（个）； ④1×7×6=42（个）；

⑤1×3×6=18（个）．

7．某市的电话号码是六位数的，首位不能是0，其余各位数上可以是0～9中的任何一个，并且不同位上的数字可以重复．那么，这个城市最多可容纳多少部电话机？

**答案**：9×10×10×10×10×10=900000（部）．

8.由数字1、2、3、4、5、6共可组成多少个没有重复数字的四位奇数？

**答案**：180

9. 某人要从北京到大连拿一份资料，之后再到天津开会．其中，他从北京到大连可以乘长途汽车、火车或飞机，而他从大连到天津却只想乘船．那么，他从北京经大连到天津共有多少种不同的走法？

**答案**：6种

10. 现有一角的人民币4张，贰角的人民币2张，壹元的人民币3张，如果从中至少取一张，至多取9张，那么，共可以配成多少种不同的钱数？

**答案**9×4-1=35种不同的情形．