**第八讲 比例模型**



**1鸟头模型**

两个三角形中有一个角相等或互补，这两个三角形叫做共角三角形．

鸟头模型：有相等（或互补）的内角的两个三角形，其面积比等于相等（或互补）内角的夹边乘积之比.

A D

S1

S1

D A

E E

B C B C

即有关系式存在。

**2、风筝模型 （蝶形定理）**

任意四边形中的比例关系：

①或者

②

蝶形定理为我们提供了解决不规则四边形的面积问题的一个途径．通过构造模型，一方面可以使不规则四边形的面积关系与四边形内的三角形相联系；另一方面，也可以得到与面积对应的对角线的比例关系．梯形中比例关系



①

②；

③的对应份数为．

**3相似模型**



①；

②



正确识别各种图形所属的模型，并正确熟练运用比例模型中的关系



例1如图在中，分别是上的点，且，，平方厘米，求的面积．



**答案** 70平方厘米

**解析**连接，，



，所以，设份，则份，平方厘米，所以份是平方厘米，份就是平方厘米，的面积是平方厘米



例2 已知的面积为平方厘米，，求的面积．



**答案**24平方厘米

**解析**

，

设份，则份，份，份，份，恰好是平方厘米，所以平方厘米

例3 如图，长方形的面积是36，是的三等分点，，则阴影部分的面积为．



**答案** 2.7

**解析**如图，连接．根据蝶形定理，，所以；，所以．又，，所以阴影部分面积为：．

例4 如图，已知，，，，线段将图形分成两部分，左边部分面积是38，右边部分面积是65，那么三角形的面积是．



**答案** 40

**解析**连接，．

根据题意可知，；；

所以，，，，，

于是：；；

可得．故三角形的面积是40．

例5 四边形的对角线与交于点(如图所示)．如果三角形的面积等于三角形的面积的，且，，那么的长度是的长度的\_\_\_\_\_\_\_\_\_倍．



**答案** 2:1

**解析**∵，∴，∴

例6 如图， 中，，，互相平行，，

则 ．



**答案** 1:3:5

**解析**设份，根据面积比等于相似比的平方，

所以，，

因此份，份，

进而有份，份，所以



A

1如图，三角形的面积为3平方厘米，其中，，

三角形的面积是多少？



**答案** 12.5平方厘米

**解析**

由于，所以可以用共角定理，设份，份，则份，

份，由共角定理，设份，恰好是平方厘米，所以份是平方厘米，份就是平方厘米，三角形的面积是平方厘米

2 如图，平行四边形，，，，，平行四边形的面积是， 求平行四边形与四边形的面积比．



**答案** 1/18

**解析**连接、．根据共角定理

∵在和中，与互补，

∴．

又，所以．

同理可得，，．

所以．

所以．

3如图，三角形的面积是，是的中点，点在上，且，与交于点．则四边形的面积等于．



**答案** 5/12

**解析**方法一：连接，根据燕尾定理，，,

设份，则份，份，份，如图所标所以



方法二：连接，由题目条件可得到，

，所以，

，

而．所以则四边形的面积等于．

4 如图，四边形被两条对角线分成4个三角形，其中三个三角形的面积已知，

求：⑴三角形的面积；⑵？



**答案** 6 1:3

**解析**⑴根据蝶形定理，，那么；

⑵根据蝶形定理，．

5 如图，平行四边形的对角线交于点，、、、的面积依次是2、4、4和6．求：⑴求的面积；⑵求的面积．



**答案**  4 2/3

**解析**⑴根据题意可知，的面积为，那么和的面积都是，所以的面积为；

⑵由于的面积为8，的面积为6，所以的面积为，

根据蝶形定理，，所以，

那么．

B

6如图，长方形中，，，三角形的面积为平方厘米，求长方形的面积．



**答案** 平方厘米

**解析**连接，．

因为，，所以．

因为，，所以平方厘米，所以平方厘米．因为，所以长方形的面积是平方厘米．



7 如图，正方形面积为平方厘米，是边上的中点．求图中阴影部分的面积．



**答案** 1平方厘米

**解析**因为是边上的中点，所以，根据梯形蝶形定理可以知道

，设份，则 份，所以正方形的面积为份，份，所以，所以平方厘米．

8 在下图的正方形中，是边的中点，与相交于点，三角形的面积为1平方厘米，那么正方形面积是平方厘米．



**答案 12**平方厘米

**解析**连接，根据题意可知，根据蝶形定理得(平方厘米)，(平方厘米)，那么(平方厘米)．

9 已知是平行四边形，，三角形的面积为6平方厘米．则阴影部分的面积是平方厘米．



**答案** 21平方厘米

**解析** 连接．

由于是平行四边形，，所以，

根据梯形蝶形定理，，所以(平方厘米)，(平方厘米)，又(平方厘米)，阴影部分面积为(平方厘米)．

10右图中是梯形，是平行四边形，已知三角形面积如图所示(单位：平方厘米)阴影部分的面积是平方厘米．



**答案** 6平方厘米

**解析** 连接．由于与是平行的，所以也是梯形，那么．

根据蝶形定理，，故，

所以(平方厘米)．

C

11右图中是梯形，是平行四边形，已知三角形面积如图所示(单位：平方厘米)，阴影部分的面积是平方厘米．



**答案** 4平方厘米

**解析**连接．由于与是平行的，所以也是梯形，那么．

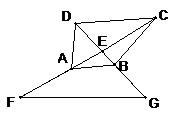
根据蝶形定理，，故，所以(平方厘米)．

另解：在平行四边形中，(平方厘米)，

所以(平方厘米)，

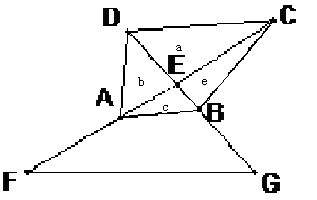
根据蝶形定理，阴影部分的面积为(平方厘米)．

**12 在四边形ABCD中，其对角线AC、DB交于E点。且AF=CE，DE=BG。已知四边形ABCD的面积为1，求△EFG的面积。**



**答案**  1

**解析**  
  
  
分别用a、b、c、d表示△CDE、△ADE、△ABE、△BCE。  
由鸟头模型，可知：  
a:S△EFG=(CE×DE):(EF×EG);  
b:S△EFG=(AE×DE):(EF×EG);  
c:S△EFG＝(AE×BE):(EF×EG);  
d:S△EFG＝(CE×BE):(EF×EG).  
因此，(a+b+c+d):4S△EFG＝(CE×DE+AE×DE+AE×BE+CE×BE):(EF×EG)=[DE×(AE+CE)+BE×(AE+CE)]:(EF×EG)=[(AE+CE)×(BE+DE)]:(EF×EG)=(AC×BD):(EF×EG)。  
因为AF=EC、DE＝BG，可知BD=EG、EF＝AC，因此(AC×BD):(EF×EG)=1，即S△EFG＝S四边形ABCD=1



13 如图所示，正方形边长为6厘米，，．三角形的面积为\_\_\_\_\_\_\_平方厘米．



答案 10平方厘米

解析 由题意知、，可得．根据”共角定理”可得，

；而；所以；同理得，;，，

故(平方厘米)．

14 如图，已知三角形面积为，延长至，使；延长至，使；延长至，使，求三角形的面积．



**答案** 18

**解析**用共角定理∵在和中，与互补，

∴．

又，所以．



同理可得，．

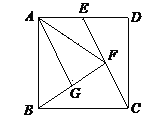


所以．



．

15 如图所示，正方形边长为厘米，是的中点，是的中点，是的中点，三角形的面积是多少平方厘米？



**答案** 12平方厘米

**解析**连接、．

因为，根据”当两个三角形有一个角相等或互补时，这两个三角形的面积比等于夹这个角的两边长度的乘积比”，，再根据”当两个三角形有一个角相等或互补时，这两个三角形的面积比等于夹这个角的两边长度的乘积比”，得到，，，所以平方厘米．



1如图，三角形ABC被分成了甲(阴影部分)、乙两部分，，，乙部分面积是甲部分面积的几倍？



**答案** 5

**解析**连接．∵，∴，



又∵，∴，∴，



2如图在中，在的延长线上，在上，且，，平方厘米，求的面积．



**答案**平方厘米

**解析**连接， 所以，设份，则份，平方厘米，所以份是平方厘米，份就是平方厘米，的面积是平方厘米．



3 长方形的面积为36，、、为各边中点，为边上任意一点，问阴影部分面积是多少？



**答案** 13.5

**解析**寻找可利用的条件，连接、，如下图：





可得：、、，而



即；



，．



所以阴影部分的面积是：



4如图所示，在平行四边形ABCD中，E为AB的中点，，三角形AFE(图中阴影部分)的面积为8平方厘米．平行四边形的面积是多少平方厘米？



答案 48平方厘米

解析 连接FB．三角形AFB面积是三角形CFB面积的2倍，而三角形AFB面积是三角形AEF面积的2倍，所以三角形ABC面积是三角形AEF面积的3倍；又因为平行四边形的面积是三角形ABC面积的2倍，所以平行四边形的面积是三角形AFE面积的倍．因此，平行四边形的面积为(平方厘米)．



5 如图， 中，，，，，互相平行，，则 ．



**答案** 1:3:5:7:9

**解析** 设份，，因此份，进而有份，同理有份，份，份．

所以有





1如图在中，分别是上的点，且，，平方厘米，求的面积．



**答案** 70平方厘米

**解析**连接，，

，所以，设份，则份，平方厘米，所以份是平方厘米，份就是平方厘米，的面积是平方厘米．

2如图，三角形中，是的5倍，是的3倍，如果三角形的面积等于1，那么三角形的面积是多少？



**答案** 15

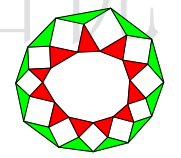
**解析**连接．

∵ ∴又∵∴，∴．

3 如图，园林小路由白色正方形石板和红、青两色的三角形石板铺成. 问：内圈

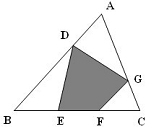
红色三角形石板的总面积大，还是外圈青色三角形石板的总面积大？

**答案**一样大



**解析**图中有多个。因为白色石板均为正方形（如图）。因此AB=AD、AE=AC，推出S△ADE:S△ABC＝  (AD×AE):（AB×AC)＝1:1，即两三角形面积相等。同理可知内圈红色三角形面积应该等于外圈青色三角形面积，所以内外总面积相等。

**4、如下图，在三角形ABC中，BD=2AD，AG=2CG，E、F为BC边上的三等分点，求四边形DGFE面积占三角形ABC的几分之几？**



**答案**4/9

**解析** 三角形ADG的面积：三角形ABC的面积=(AD:AB)×(AG:AC)=(1：3)×(2：3)=2/9

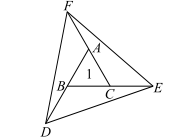
三角形CGF的面积：三角形ABC的面积=(CG:AC)×(CF:BC)=(1：3)×(1：3)=1/9

三角形BED的面积：三角形ABC的面积=(BD:AB)×(BE:BC)=(2：3)×(1：3)=2/9

**四边形DGFE=1-**2/9-1/9-2/9=4/9

5 已知三角形 ABC 面积为 1， 分别延长 AB、 BC、 CA 至 D、 E、 F， 使 BD =AB  ，

CE =BC , AF =AC，求三角形 DEF 的面积.

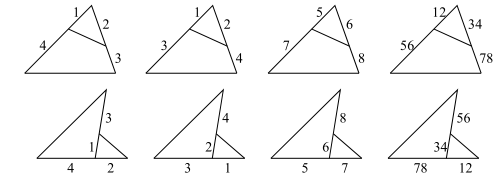


**答案** 7

**解析**

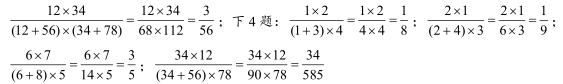


6 以下各个示意图中均有两个三角形，给出了某些线段的长度，请求出小三角形和大三角形的面积比.

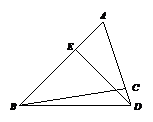


**答案** 2/25 1/12 5/28 3/56 1/8 1/9 3/5 34/585

**解析**



7 **AC的长云是AD的五分之四，且△AED的面积是△ABC面积的一半。请问：AE是AB的几分之几？**



**答案 2/5**

**解析**因为“AC的长云是AD的五分之四”，所以S△ABC:S△ABD＝4:5，又因为S△AED是S△ABC的一半，可知S△AED占2份，S△AED:S△ABD＝2:5。因此AE是AB的五分之二。

8 如图，平行，且，，，求的长．



**答案** 10

**解析** ，所以