**第九讲 工程问题**



**1基本公式：**

工作总量=工作效率×工作时间

工作效率=工作总量÷工作时间

工作时间=工作总量÷工作效率

**2解题关键：** 这类题一般不给出总量，所以要把工作总量看做单位“1”，那么工效=1/时间

**3用分数解工程问题的方法：**

把工作总量看作单位“1”。

分别找出各自的工作效率和合作工作效率。

根据“工程总量÷工作效率和=合作的时间”列式解答。

**4基本题型**

普通合作问题、交替工作问题、功效变化问题、方程组型问题、水池注水问题



**熟记基本公式，把工作总量看作单位1**



例1、一项工作，甲独做12天完成，乙独做20天完成。

①甲乙合做1天完成全工程的几分之几？

②甲乙合做3天完成全工程的几分之几？还剩几分之几没完成？

③甲乙合做几天可完成全工程？

④甲乙合做几天完成全工程的一半？

⑤甲乙合做5天后，余下的再由乙单独完成，还需几天？

⑥甲先做2天后，余下的乙也参加同做，还需几天完成？

**答案**：①2/15 ②2/5 3/5 ③ 15/2 ④ 15/4 ⑤ 20/3 ⑥75/12

**解析**：①甲乙合做1天完成全工程的 1/12 + 1/20=2/15

②甲乙合做3天完成全工程的2/15 ×3= 2/5 还剩1-2/5=3/5

③ 1÷2/15=15/2 ④ 1/2 ÷ 2/15 =15/4 ⑤甲乙合做5天完成2/15 ×5=2/3 还剩 1-2/3=1/3 乙单独完成，还需1/3 ÷ 1/20 = 20/3 ⑥甲先做2天完成1/12 ×2=1/6 还剩 1-1/6=5/6 5/6 ÷ 2/15 =75/12

例2、一堆沙子，甲车运完要6小时，乙车运完要8小时，丙车运完要9小时。

①甲、乙、丙三车合运1小时，可以运走这堆沙子的几分之几？

②甲、乙、丙同时合运几小时可运完？

③甲、乙、丙合运几小时，还剩这堆沙子的2/3？

④甲、乙同时合运3小时后，丙也参加，还需几小时运完？

**答案：**① 29/72 ② 72/29 ③ 24/29 ④ 9/29

**解析：**①甲车的工作效率为1/6,乙车的工作效率为1/8,丙车的工作效率为1/9.

甲、乙、丙三车合运1小时，可以运走这堆沙子的1/6+1/8+1/9=29/72

② 1÷29/72=72/29

③ 1/3 ÷ 29/72 =24/29

④甲、乙同时合运3小时后完成 (1/6+1/8)×3=7/8 ，1-7/8=1/8

1/8 ÷ 29/72 = 9/29

例3 、一件工作，甲单独做12小时完成，乙单独做9小时可以完成。如果按照甲先乙后的顺序，每人每次1小时轮流进行，完成这件工作需要几小时？

**答案 ：**31/3

**解析：**设这件工作为“1”，则甲、乙的工作效率分别是1/12和1/9。按照甲先乙后的顺序，每人每次1小时轮流进行，甲、乙各工作1小时，完成这件工作的7/36，甲、乙这样轮流进行了5次，即10小时后，完成了工作的35/36，还剩下这件工作的1/36，剩下的工作由甲来完成，还需要1/3小时，因此完成这件工作需要31/3小时。

例4 甲、乙两项工程分别由一、二队来完成。在晴天，一队完成甲工程需要12天。二队完成乙工程需要15天；在雨天，一队的工作效率要下降40％，二队的工作效率要下降10％。结果两队同时完成这两项工程，那么在施工的日子里，雨天有多少天？

**答案：** 10

**解析：**晴天，一队完成甲工程的工作效率为1/12 ，二队完成乙工程的工作效率为1/15，

雨天，一队完成甲工程的工作效率为1/12×60%=1/20 ，二队完成乙工程的工作效率为

1/15×90％=3/50

设雨天x天，（1-1/20x）÷1/12 = （1-3/50 x）÷1/15 x= 10

例5 一家商店要进行装修，若请甲、乙两个装修组同时施工，8天可以完成，需付两组费用共3520元；若先请甲组单独做6天，再请乙组单独做12天可完成，需付两组费用共3480元，问：(1)甲、乙两组工作一天，商店应各付多少元？(2)已知甲组单独做需12天完成，乙组单独做需24天完成，单独请哪组，商店所付费用最少？

**答案：**甲组单独做一天商店应付300元，乙组单独做一天商店应付140元。

乙组单独做费用最少

**解析：**(1)设甲组单独做一天商店应付x元，乙组单独做一天商店应付y元，依题意得：  
　　　　　   
　　　　　解得  
　　　　　 答：甲组单独做一天商店应付300元，乙组单独做一天商店应付140元。  
　 　　(2)单独请甲组做，需付款300×12＝3600元，单独请乙组做，需付款24×140＝3360元，  
　　　　　故请乙组单独做费用最少。  
　　　　　答：请乙组单独做费用最少。



例6 一个游泳池，甲管放满水需6小时，甲、乙两管同时放水，放满需4小时。如果只用乙管放水，则放满需多少小时？

答案：12小时  
解析：设游泳池放满水的工作量为1，甲管放满水需6小时，则甲每小时完成工作量的1/6甲、乙两管同时放水，放满需4小时，则甲乙共同注水，每小时可注游泳池的1/4，则乙每小时注水的量为1/4－1/6＝1/12，则如果只用乙管放水，则放满需12小时。  
另法：甲乙同时放水需要4小时=甲4乙4=甲6 则乙=0.5甲，需要12小时。



**A**

1、修一条路，甲队独修要12天，乙队独修要15天。

①两队合修，多少天可以完成？

②甲队先修4天后，剩下的由乙队来修，还要多少天才能修完？

③两队合修5天后，剩下的由甲队来修，还要多少天才能修完？

**答案：**①20/3 ②10 ③ 3

**解析：**①甲乙合修一天完成1/12+1/15=3/201÷3/20=20/3

②甲队先修4天后完成1/12×4=1/3 ，还剩1-1/3=2/3，2/3 ÷ 1/15 =10

③两队合修5天后完成 3/20 × 5=3/4，还剩1-3/4=1/4，1/4 ÷ 1/12 =3

1. 一件工作，甲做9天可以完成，乙做6天可以完成。现在甲先做了3天，余下的工作由乙继续完成，乙还需要做几天可以完成全部工作？

**答案：** 4

**解析：** 甲的工作效率为1/9，乙的工作效率为1/6.甲先做了3天完成1/9× 3=1/3，还剩1-1/3=2/3. 2/3 ÷ 1/6 = 4

3一件工程，甲、乙合作６天可以完成。现在甲、乙合作２天后，余下的工程由乙独做又用８天正好做完。这件工程如果由甲单独做，需要几天完成？

**答案：**12  
**解析：**甲、乙合作２天，甲2乙2，剩下应该是甲4乙4=乙8.则甲=乙，所以甲单独完成需要甲6+乙6=12天。

4、加工一批零件，单独1人做，甲要10天完成，乙要15天完成，丙要12天完成。如果先由甲、 乙两人合做5天后，剩下的由丙1人做，还要几天完成？

**答案：** 2

**解析：** 甲的工作效率1/10，乙的工作效率1/15，丙工作效率1/12.甲、 乙两人合做5天后完成（1/10+1/15）×5=5/6. 还剩1-5/6=1/6，丙还需做1/6÷1/12=2天

1. 甲乙两个水管单独开，注满一池水，分别需要20小时，16小时.丙水管单独开，排一池水要10小时，若水池没水，同时打开甲乙两水管，5小时后，再打开排水管丙，问水池注满还是要多少小时?

**答案：**5

**解析：**1/20+1/16=9/80表示甲乙的工作效率

　　9/80×5=45/80表示5小时后进水量

　　1-45/80=35/80表示还要的进水量

　　35/80÷(9/80-1/10)=35表示还要35小时注满

　　答：5小时后还要35小时就能将水池注满。

**B**

6 一件工程，甲、乙合作６天可以完成。现在甲、乙合作２天后，余下的工程由乙独做又用８天正好做完。这件工程如果由甲单独做，需要几天完成？

**答案：** 12   
**解析：**甲、乙合作２天，甲2乙2，剩下应该是甲4乙4=乙8.则甲=乙，所以甲单独完成需要12天。

7、一项工作，甲、乙两人合作8天完成，乙、丙两人合作9天完成，丙、甲两人合作18天完成。那么丙一个人来做，完成这项工作需要多少天？

**答案**： 48

**解析：** 甲、乙两人合作一天完成1/8，乙、丙两人合作一天完成1/9，丙、甲两人合作一天完成1/18，甲-丙=1/8-1/9=1/72，甲+丙=1/18，丙的工作效率=（1/18-1/72）÷2=1/48，完成这项工作需要1 ÷1/48=48天

8有一条公路，甲队独修需10天，乙队独修需12天，丙队独修需15天，现在让三个队合修，但中间甲队撤出去到另外工地，结果用了6天才把这条公路修完。当甲队撤出后，乙、丙两队一同合修了多少天才完成？

**答案：** 34/15

**解析：** 甲的工作效率=1/10，乙的工作效率=1/12， ,丙的工作效率=1/15

设当甲队撤出后，乙、丙两队一同合修了x天才完成.

(1/10+1/12+1/15)(6-x)+(1/12+1/15)x=1 x=34/15

9 一件工程，甲、乙两人合作8天可以完成，乙、丙两人合作6天可以完成，丙、丁两人合作12天可以完成。那么甲、丁两人合作多少天可以完成？

**答案：** 24

**解析：** 总量为1，工作效率 甲+乙=1/8，乙+丙=1/6，丙+丁=1/12，

则甲+丁=1/8-1/6+1/12=1/24 甲、丁两人合作1÷1/24=24天可以完成

10 抄一份书稿，甲每天的工作效率等于乙、丙二人每天的工作效率的和；丙的工作效率相当甲、乙每天工作效率和的 。如果三人合抄，只需8天就完成了，那么乙一人单独抄，需要多少天才能完成？

**答案：** 6

**解析：**工作总量为1，依题意，工作效率甲=乙+丙①，丙=（甲+乙）×1/5②，甲+乙+丙=1/8③，①代入②得，乙=2丙④，①代入③得，乙+丙=1/4⑤。由④⑤得乙=1/6 ，乙一人单独抄，需要1÷1/6=6天才能完成。

11 一份稿件,甲、乙、丙三人单独打各需20、24、30小时。现在三人合打，但甲因中途另有任务提前撤出，结果用12小时全部完成。那么，甲只打了几小时？

**答案：** 2  
**解析：**设打这份稿件的总工作量是“1”，则甲、乙、丙三人的工作效率分别1/20、1/24和1/30。在甲中途撤出前后，其实乙、丙二人始终在打这份稿件，乙、丙12小时打了这份稿件的9/10，还剩下稿件的1/10，这就是甲打的。所以，甲只打了2小时。

**C**  
12 铺设一条自来水管道，甲队单独铺设8天可以完成，而乙队每天可铺设50米。如果

甲、乙两队同时铺设，4天可以完成全长的2／3，这条管道全长是多少米?  
　　A 1000米    B 1100米    C 1200米    D 1300米

**答案：** C

**解析：**设乙需要X天完成这项工程，依题意可列方程  
　　（1/8+1/X）×4=2/3   
　　解得X=24  
　　也即乙每天可完成总工程的1/24，也即50米，所以管道总长为1200米。  
　　所以，正确答案为C。  
　　另法：甲4天完成1/2，乙4天完成200米=1/6，全长1200米。

13.两根同样长的蜡烛，点完一根粗蜡烛要2小时，而点完一根细蜡烛要1小时，一天晚上停电，小芳同时点燃了这两根蜡烛看书，若干分钟后来电了，小芳将两支蜡烛同时熄灭，发现粗蜡烛的长是细蜡烛的2倍，问：停电多少分钟?

**答案：**40分钟。

**解析：**设停电了x分钟

　　根据题意列方程

　　1-1/120\*x=(1-1/60\*x)\*2

　　解得x=40

14.一项工程，第一天甲做，第二天乙做，第三天甲做，第四天乙做，这样交替轮流做，

恰好用整数天完工;如果第一天乙做，第二天甲做，第三天乙做，第四天甲做，这样交替轮流做，那么完工时间要比前一种多半天。已知乙单独做这项工程需17天完成，甲单独做这项工程要多少天完成?

**答案：**8.5

**解析：**由题意可知

1/甲+1/乙+1/甲+1/乙+……+1/甲=1

1/乙+1/甲+1/乙+1/甲+……+1/乙+1/甲×0.5=1

(1/甲表示甲的工作效率、1/乙表示乙的工作效率，最后结束必须如上所示，否则第二种做法就不比第一种多0.5天)

1/甲=1/乙+1/甲×0.5(因为前面的工作量都相等)

得到1/甲=1/乙×2

又因为1/乙=1/17

所以1/甲=2/17，甲等于17÷2=8.5天

15.修一条水渠，单独修，甲队需要20天完成，乙队需要30天完成。如果两队合作，由于彼此施工有影响，他们的工作效率就要降低，甲队的工作效率是原来的五分之四，乙队工作效率只有原来的十分之九。现在计划16天修完这条水渠，且要求两队合作的天数尽可能少，那么两队要合作几天?

**答案：**10

**解析：**由题意得，甲的工效为1/20，乙的工效为1/30，甲乙的合作工效为1/20\*4/5+1/30\*9/10=7/100，可知甲乙合作工效>甲的工效>乙的工效。

又因为，要求“两队合作的天数尽可能少”，所以应该让做的快的甲多做，16天内实在来不及的才应该让甲乙合作完成。只有这样才能“两队合作的天数尽可能少”。

设合作时间为x天，则甲独做时间为(16-x)天

1/20\*(16-x)+7/100\*x=1x=10

答：甲乙最短合作10天

16 一个水池有两个排水管甲和乙，一个进水管丙.若同时开放甲、丙两管，20小时可将满池水排空；若同时开放乙、丙两水管，30小时可将满池水排空，若单独开丙管，60小时可将空池注满.若同时打开甲、乙、丙三水管，要排空水池中的满池水，需几小时？

**答案：**10

**解析：**工程问题最好采用方程法。  
　　由题可设甲X小时排空池水，乙Y小时排空池水，则可列方程组  
　　1/X-1/60=1/20  解得X=15  
　　1/Y-1/60=1/30  解得Y=20  
　　则三个水管全部打开，则需要1÷（1/15+1/20-1/60）=10  
　　所以，同时开启甲、乙、丙三水管将满池水排空需10小时。



1.师徒俩人加工同样多的零件。当师傅完成了1/2时，徒弟完成了120个。当师傅完成了任务时，徒弟完成了4/5这批零件共有多少个?

**答案：**300个

**解析：**120÷(4/5÷2)=300个

可以这样想：师傅第一次完成了1/2，第二次也是1/2，两次一共全部完工，那么徒弟第二次后共完成了4/5，可以推算出第一次完成了4/5的一半是2/5，刚好是120个。

2.一件工作，甲、乙合做需4小时完成，乙、丙合做需5小时完成。现在先请甲、丙合做2小时后，余下的乙还需做6小时完成。乙单独做完这件工作要多少小时?

**答案：** 20

**解析：**由题意知，1/4表示甲乙合作1小时的工作量，1/5表示乙丙合作1小时的工作量

(1/4+1/5)×2=9/10表示甲做了2小时、乙做了4小时、丙做了2小时的工作量。

根据“甲、丙合做2小时后，余下的乙还需做6小时完成”可知甲做2小时、乙做6小时、丙做2小时一共的工作量为1。

所以1-9/10=1/10表示乙做6-4=2小时的工作量。

1/10÷2=1/20表示乙的工作效率。

1÷1/20=20小时表示乙单独完成需要20小时。

答：乙单独完成需要20小时。

3.某工程队需要在规定日期内完成，若由甲队去做，恰好如期完成，若乙队去做，要超过规定日期三天完成，若先由甲乙合作二天，再由乙队单独做，恰好如期完成，问规定日期为几天?

**答案：**6天

**解析：**由“若乙队去做，要超过规定日期三天完成，若先由甲乙合作二天，再由乙队单独做，恰好如期完成，”可知：乙做3天的工作量=甲2天的工作量

即：甲乙的工作效率比是3：2

甲、乙分别做全部的的工作时间比是2：3

时间比的差是1份

实际时间的差是3天

所以3÷(3-2)×2=6天，就是甲的时间，也就是规定日期

方程方法：[1/x+1/(x+2)]×2+1/(x+2)×(x-2)=1解得x=6

1. 小明家准备装修一套新住房，若甲、乙两个装饰公司合作6周完成需工钱5.2万元；若甲公司单独做4周后，剩下的由乙公司来做，还需9周完成，需工钱4.8万元.若只选一个公司单独完成，从节约开支的角度考虑，小明家应选甲公司还是乙公司？请你说明理由.   
   **答案**：选乙

**解析：**设甲、乙两公司每周完成总工程的和，由题意得：  
　　　　， 解得：  
　　　　所以甲、乙单独完成这项工程分别需要10周、15周。  
　　　　设需要付甲、乙每周的工钱分别是万元，万元，根据题意得：  
　　　　，解得：  
　故甲公司单独完成需工钱：（万元）；乙公司单独完成需工钱：（万元）。   
　答：甲公司单独完成需6万元，乙公司单独完成需4万元，故从节约的角度考虑，应选乙公司单独完成.



5 、甲乙两根进水管，单开甲管10小时注满水池，单开乙管15小时注满水池，若两管齐开，几小时可注满水池？

**答案：** 6

**解析：**单开甲管每小时注入1/10，单开乙管每小时注入1/15,两管齐开每小时注入1/10+1/15=1/6 注满水池需1÷1/6=6

6一个池上装有3根水管。甲管为进水管，乙管为出水管，20分钟可将满池水放完，丙管也是出水管，30分钟可将满池水放完。现在先打开甲管，当水池水刚溢出时，打开乙,丙两管用了18分钟放完，当打开甲管注满水是，再打开乙管，而不开丙管，多少分钟将水放完?

**答案:** 45分钟。

**解析：**1÷(1/20+1/30)=12 表示乙丙合作将满池水放完需要的分钟数。

1/12\*(18-12)=1/12\*6=1/2 表示乙丙合作将漫池水放完后，还多放了6分钟的水，也就是甲18分钟进的水。1/2÷18=1/36 表示甲每分钟进水

最后就是1÷(1/20-1/36)=45分钟。



1 .一批树苗，如果分给男女生栽，平均每人栽6棵;如果单份给女生栽，平均每人栽10棵。单份给男生栽，平均每人栽几棵?

**答案:** 15棵

**解析：**1÷(1/6-1/10)=15棵

2 蓄水池有甲丙两条进水管和乙丁两台排水管。要注满一池水，单开甲管要3小时，单开丙管要5小时。要排光一池水，单开乙管要4小时，单开丁管要6小时。现知池内有1/6池水，如果按甲乙丙丁、甲乙丙丁……的顺序轮流各开一小时，问多少时间后，水开始溢出水池？

**答案：** 20.75  
**解析：**甲乙丙丁四条水管各开一个小时以后，也就是一个轮回，水池的水量是：

（1/3+1/5）-（1/4+1/6）=7/60；   
当N个轮回结束，水池水量超过2/3时候，再单独开甲就要有水溢出。  
1/6+N × 7/60=2/3  解得N≈4.3，取N=5  
1-1/6-5 ×7/60=1/4 需要3/4小时。则总时间为4×5+3/4=20.75

3 一项工程，甲独做需10天，乙独做需15天，如果两人合做，他们的工作效率就要降低，甲只能完成原来的，乙只能完成原来的，现在要8天完成这项工程，两人合作天数尽可能少，那么两人要合作多少天？



**答案：** 5

**解析：**甲单独做的工作效率为1/10, 乙单独做的工作效率为1/15。甲乙合作后，甲的工作效率为1/10× 4/5 =2/25 ，乙的工作效率为1/15× 9/10 =3/50 ，甲乙合作每小时完成2/25+3/50=7/50。

甲的速度比乙快，正确做法甲单独做+两人合作，

设两人要合作x天,则 1/10×（8-x）+ 7/50×x=1 x=5

4 某项工程，甲单独做需36天完成，乙单独做需45天完成。如果开工时甲、乙两队合

做，中途甲队退出转做新的工程，那么乙队又做了18天才完成任务。问：甲队干了多少天？

**答案：** 12

**解析**：甲的工作效率为1/36，乙的工作效率为1/45，乙队做了18天完成1/45×18=2/5

甲乙共完成了1-2/5=3/5，甲乙合作3/5÷（1/36+1/45）=12

5 单独完成某工程，甲队需10天，乙队需15天，丙队需20天。开始三个队一起干，因工作需要甲队中途撤走了，结果一共用了6天完成这一工程。问：甲队实际工作了几天？

**答案：** 3

**解析：** 甲的工作效率=1/10，乙的工作效率=1/15，丙的工作效率=1/20；甲乙丙合作一天完成1/10+1/15+1/20=13/60；乙丙合作一天完成1/15+1/20=7/60；

设甲队实际工作了x天，13/60×（6-x）+7/60 ×x=1 x=3

6 一批零件，张师傅独做20时完成，王师傅独做30时完成。如果两人同时做，那么完成任务时张师傅比王师傅多做60个零件。这批零件共有多少个？

**答案：** 300

**解析：** 把工作总量看作单位1，则张师傅的工作效率为1/20，王师傅的工作效率为1/30.

张师傅王张师傅完成总量需1÷（1/20+1/30）=12小时。

张师傅比王师傅多做（1/20-1/30）×12=1/5. 这批零件共有 60÷1/5=300 个

7 搬运一个仓库的货物，甲需要10小时，乙需要12小时，丙需要15小时.有同样的仓库A和B，甲在A仓库、乙在B仓库同时开始搬运货物，丙开始帮助甲搬运，中途又转向帮助乙搬运.最后两个仓库货物同时搬完.问丙帮助甲、乙各多少时间？

**答案：** 丙帮助甲、乙各3小时，5小时

**解析：** 根据题意三个人一共完成两个仓库的任务，因三个人自始至终都在工作，所用时间2÷（1/10+1/12+1/15）=8小时，在这个工程甲完成一个仓库的1/10×8= 4/5 ，则丙运这个仓库的1-4/5=1/5，丙帮甲用了1/5÷1/15=3小时，则帮乙工作8-3=5小时。

8 一部书稿，甲单独打字要14小时完成，乙单独打字要20小时完成。如果先由甲打1小时，然后由乙接着甲打1小时，再由甲接替乙打1小时，……两人如此交替工作。那么，打完这部书稿时，甲、乙二人共用了多少小时？

**答案：** 16.4

**解析：** 甲的工作效率1/14，乙的工作效率1/20，甲乙工作一小时完成1/14+1/20=17/140，

甲乙完成8个交替后，还剩1-17/140×8=1/35，甲在需1/35÷1/14=2/5

甲乙共用 8×2+2/5=16.4小时