第十六讲 特殊图形





1. 长方体和正方体

如右图，长方体共有六个面(每个面都是长方形)，八个顶点，十二条棱．



①在六个面中，两个对面是全等的，即三组对面两两全等．

(叠放在一起能够完全重合的两个图形称为全等图形．)

②长方体的表面积和体积的计算公式是：

长方体的表面积：；

长方体的体积：．

③正方体是各棱相等的长方体，它是长方体的特例，它的六个面都是正方形．

如果它的棱长为，那么：，．

二、圆柱与圆锥

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 立体图形 | 表面积 | 体积 |
| 圆柱 |  |  |
| 圆锥 | 注：是母线，即从顶点到底面圆上的线段长 |  |



1.掌握立体图形的特征，能通过分析图形的特征解题。

2.灵活应用公式解题。



**例1：如右图，在一个棱长为**10**的立方体上截取一个长为**8**，宽为**3**，高为**2**的小长方体，那么新的几何体的表面积是多少？**



1. 我们从三个方向(前后、左右、上下)考虑，新几何体的表面积仍为原立方体的表面积：10106600．

**例2：右图是一个边长为**4**厘米的正方体，分别在前后、左右、上下各面的中心位置挖去一个边长**l**厘米的正方体，做成一种玩具．它的表面积是多少平方厘米?（图中只画出了前面、右面、上面挖去的正方体）**



1. 原正方体的表面积是44696(平方厘米)．每一个面被挖去一个边长是1厘米的正方形，同时又增加了5个边长是1厘米的正方体作为玩具的表面积的组成部分．总的来看，每一个面都增加了4个边长是1厘米的正方形．

从而，它的表面积是：9646120平方厘米．

**例3：下图是一个棱长为**2**厘米的正方体，在正方体上表面的正中，向下挖一个棱长为**1**厘米的正方体小洞，接着在小洞的底面正中向下挖一个棱长为****厘米的正方形小洞，第三个正方形小洞的挖法和前两个相同为****厘米，那么最后得到的立体图形的表面积是多少平方厘米？**



1. 我们仍然从3个方向考虑．平行于上下表面的各面面积之和：2228(平方厘米)；左右方向、前后方向：22416(平方厘米)，1144(平方厘米)，41(平方厘米)，4(平方厘米)，这个立体图形的表面积为：41(平方厘米).

**例4：一个正方体木块，棱长是**1**米，沿着水平方向将它锯成**2**片，每片又锯成**3**长条，每条又锯成**4**小块，共得到大大小小的长方体**24**块，那么这**24**块长方体的表面积之和是多少？**

****

1. 锯一次增加两个面，锯的总次数转化为增加的面数的公式为：锯的总次数2增加的面数．

原正方体表面积：1166(平方米)，一共锯了(21)(31)(41)6次，

6112618(平方米)．

**例5：如图，**25**块边长为**1**的正方体积木拼成一个几何体，表面积最小是多少？**



1. 当小积木互相重合的面最多时表面积最小.

设想27块边长为1的正方形积木，当拼成一个的正方体时，表面积最小，现在要去掉2块小积木，只有在两个角上各去掉一块小积木，或在同一个角去掉两块相邻的积木时，表面积不会增加，该几何体表面积为54.

**例6：要把**12**件同样的长***a***、宽***b***、高***h***的长方体物品拼装成一件大的长方体，使打包后表面积最小，该如何打包？**

**⑴当***b*****2*h***时，如何打包？**

**⑵当***b*****2*h***时，如何打包？**

**⑶当***b*****2*h***时，如何打包？**

1. 图2和图3正面的面积相同，侧面面积正面周长长方体长，所以正面的周长愈大表面积越大，图2的正面周长是8*h*6*b*，图3的周长是12*h*4*b*.两者的周长之差为2（*b*2*h*）.

当*b*2*h*时，图2和图3周长相等，可随意打包；当*b*2*h*时，按图2打包；当*b*2*h*时，按图3打包.

****



（分A/B/C易、中、难三档，每档题目数量根据课程难度自行搭配，总共不少于15道题。题后附答案，“答案”二字加粗）

**A**

**1.在一个棱长为**50**厘米的正方体木块，在它的八个角上各挖去一个棱长为**5**厘米的小正方体，问剩下的立体图形的表面积是多少？**

1. 对于和长方体相关的立体图形表面积，一般从上下、左右、前后3个方向考虑．变化前后的表面积不变：5050615000(平方厘米)．

**2.一个表面积为的长方体如图切成**27**个小长方体，这**27**个小长方体表面积的和是．**

****

* 1. 每一刀增加两个切面，增加的表面积等于与切面平行的两个表面积，所以每个方向切两刀后，表面积增加到原来的3倍，即表面积的和为．

**3.要把**6**件同样的长**17**、宽**7**、高**3**的长方体物品拼装成一件大的长方体，表面积最小是多少？**

1. 考虑所有的包装方法，因为6123，所以一共有两种拼接方式：

第一种按长宽高116拼接，重叠面有三种选择，共3种包装方法.

第二种按长宽高123拼接，有3个长方体并列方向的重叠面有三种选择，有2个长方体并列方向的重叠面剩下2种选择，一共有6种包装方法.

其中表面积最小的包装方法如图所示，表面积为1034.

****

**4.如图，在一个棱长为**5**分米的正方体上放一个棱长为**4**分米的小正方体，求这个立体图形的表面积．**



1. 我们把上面的小正方体想象成是可以向下“压缩”的，“压缩”后我们发现：小正方体的上面与大正方体上面中的阴影部分合在一起，正好是大正方体的上面.这样这个立体图形的表面积就可以分成这样两部分：上下方向：大正方体的两个底面；四周方向(左右、前后方向)：小正方体的四个侧面，大正方体的四个侧面．上下方向：(平方分米)；侧面：(平方分米)，(平方分米)．这个立体图形的表面积为：(平方分米)．

**5.如图，棱长分别为厘米、厘米、厘米、厘米的四个正方体紧贴在一起，则所得到的多面体的表面积是\_\_\_\_\_\_\_平方厘米．**



1. (法1)四个正方体的表面积之和为：(平方厘米)，

重叠部分的面积为：(平方厘米)，

所以，所得到的多面体的表面积为：(平方厘米)．

(法2)三视图法．从前后面观察到的面积为平方厘米,从左右两个面观察到的面积为平方厘米，从上下能观察到的面积为平方厘米．

表面积为(平方厘米)．

**B**

**6.把**19**个棱长为**1**厘米的正方体重叠在一起，按右图中的方式拼成一个立体图形.，求这个立体图形的表面积．**

****

1. 从上下、左右、前后观察到的的平面图形如下面三图表示．因此，这个立体图形的表面积为：2个上面个左面个前面．上表面的面积为：9平方厘米，左表面的面积为：8平方厘米，前表面的面积为：10平方厘米．因此，这个立体图形的总表面积为：(平方厘米)．



上下面 左右面 前后面

**7.用棱长是**1**厘米的立方块拼成如右图所示的立体图形，问该图形的表面积是多少平方厘米?**



1. 该图形的上、左、前三个方向的表面分别由9、7、7块正方形组成．

该图形的表面积等于个小正方形的面积，所以该图形表面积为46平方厘米．

**8.有**30**个边长为**1**米的正方体，在地面上摆成右上图的形式，然后把露出的表面涂成红色．求被涂成红色的表面积．**



1. ****(平方米)．

**9.棱长是厘米（为整数）的正方体的若干面涂上红色，然后将其切割成棱长是**1**厘米的小正方体．至少有一面红色的小正方体个数和表面没有红色的小正方体个数的比为，此时的最小值是多少?**

1. 切割成棱长是1厘米的小正方体共有个，由于其中至少有一面是红色的小正方体与没有红色面的个数之比为，而，所以小正方体的总数是25的倍数，即是25的倍数，那么是5的倍数．

当时，要使得至少有一面的小正方体有65个，可以将原正方体的正面、上面和下面涂色，此时至少一面涂红色的小正方体有个，表面没有红色的小正方体有

个，个数比恰好是，符合题意.因此，的最小值是5．

**10.有**64**个边长为**1**厘米的同样大小的小正方体，其中**34**个为白色的，**30**个为黑色的．现将它们拼成一个的大正方体，在大正方体的表面上白色部分最多可以是多少平方厘米？**

1. 要使大正方体的表面上白色部分最多，相当于要使大正方体表面上黑色部分最少，那么就要使得黑色小正方体尽量不露出来．

在整个大正方体中，没有露在表面的小正方体有(个)，用黑色的；在面上但不在边上的小正方体有(个)，其中个用黑色．

这样，在表面的个的正方形中，有22个是黑色，(个)是白色，所以在大正方体的表面上白色部分最多可以是74平方厘米．

**C**

**11.三个完全一样的长方体，棱长总和是**288**厘米，每个长方体相交于一个顶点的三条棱长恰是三个连续的自然数，给这三个长方体涂色，一个涂一面，一个涂两面，一个涂三面．涂色后把三个长方体都切成棱长为**1**厘米的小正方体，只有一个面涂色的小正方体最少有多少个？**

1. 每个长方体的棱长和是厘米，所以，每个长方体长、宽、高的和是厘米．因为，每个长方体相交于一个顶点的三条棱长恰是三个连续的自然数，所以，每个长方体的长、宽、高分别是9厘米、8厘米、7厘米．

要求切割后只有一个面涂色的小正方体最少有多少个，则需每一个长方体按题意涂色时，应让切割后只有一个面涂色的小正方体最少．所以，涂一面的长方体应涂一个面，有个；

涂两面的长方体，若两面不相邻，应涂两个面，有个；若两面相邻，应涂一个面和一个面，此时有个，所以涂两面的最少有105个；

涂三面的长方体，若三面不两两相邻，应涂两个面、一个面，有个；若三面两两相邻，有个，所以涂三面的最少有146个．

那么切割后只有一个面涂色的小正方体最少有个．

**12.把一个大长方体木块表面上涂满红色后，分割成若干个同样大小的小正方体，其中恰好有两个面涂上红色的小正方体恰好是**100**块，那么至少要把这个大长方体分割成多少个小正方体？**

1. 设小正方体的棱长为1，考虑两种不同的情况，一种是长方体的长、宽、高中有一个是1的情况，另一种是长方体的长、宽、高都大于1的情况．

当长方体的长、宽、高中有一个是1时，分割后只有一层小正方体，其中有两个面涂上红色的小正方体是去掉最外层一圈的小正方体后剩下的那些．因为有两个面涂上红色的小正方体恰好是100块，设，那么分成的小正方体个数为

，为了使小正方体的个数尽量少，应使最小，而两数之积一定，差越小积越小，所以当时它们的和最小，此时共有

个小正方体．

当长方体的长、宽、高都大于1时，有两个面涂上红色的小正方体是去掉8个顶点所在的小正方体后12条棱上剩余的小正方体，因为有两个面涂上红色的小正方体恰好是100块，所以长方体的长、宽、高之和是．由于三个数的和一定，差越大积越小，为了使小正方体的个数尽量少，应该令，此时共有个小正方体．

因为，所以至少要把这个大长方体分割成108个小正方体．

**13.把正方体的六个表面都划分成**9**个相等的正方形．用红、黄、蓝三种颜色去染这些小正方形，要求有公共边的正方形染不同的颜色，那么，用红色染的正方形最多有多少个？**



1. 一个面最多有5个方格可染成红色（见左下图）．因为染有5个红色方格的面不能相邻，可以相对，所以至多有两个面可以染成5个红色方格．

****

其余四个面中，每个面的四个角上的方格不能再染成红色，至多能染4个红色方格（见上中图）．因为染有4个红色方格的面也不能相邻，可以相对，所以至多有两个面可以染成4个红色方格．最后剩下两个相对的面，每个面最多可以染2个红色方格（见右上图）．所以，红色方格最多有（个）．

（另解）事实上上述的解法并不严密，“如果最初的假设并没有两个相对的有5个红色方格的面，是否其他的四个面上可以出现更多的红色方格呢？”这种解法回避了这个问题，如果我们从约束染色方格数的本质原因入手，可严格说明是红色方格数的最大值**．**

对于同一个平面上的格网，如果按照国际象棋棋盘的方式染色，那么至少有一半的格子可以染成红色．但是现在需要染色的是一个正方体的表面，因此在分析问题时应该兼顾棱、角等面与面相交的地方：



⑴⑵⑶

⑴如图，每个角上三个方向的3个方格必须染成不同的三种颜色，所以8个角上最多只能有8个方格染成红色**．**

⑵如图，阴影部分是首尾相接由个方格组成的环，这9个方格中只能有个方格能染成同一种颜色(如果有5个方格染同一种颜色，必然出现相邻，可以用抽屉原理反证之：先去掉一个白格，剩下的然后两两相邻的分成四个抽屉，必然有一个抽屉中有两个红色方格)，像这样的环，在正方体表面最多能找到不重叠的两道（关于正方体中心对称的两道），涉及的个方格中最多能有个可染成红色．

⑶剩下个方格，分布在条棱上，这个格子中只能有个能染成红色**．**

综上所述，能被染成红色的方格最多能有个格子能染成红色，第一种解法中已经给出个红方格的染色方法，所以个格子染成红色是最多的情况．

**14.一个长、宽、高分别为厘米、厘米、厘米的长方形.现从它的上面尽可能大的切下一个正方体，然后从剩余的部分再尽可能大的切下一个正方体，最后再从第二次剩余的部分尽可能大的切下一个正方体，剩下的体积是多少立方厘米？**

* + 1. 本题的关键是确定三次切下的正方体的棱长.由于，为了方便起见.我们先考虑长、宽、高分别为厘米、厘米、厘米的长方体.

因为，容易知道第一次切下的正方体棱长应该是厘米，第二次切时，切下棱长为厘米的正方体符合要求.第三次切时，切下棱长为厘米的正方体符合要求．

那么对于原长方体来说，三次切下的正方体的棱长分别是12厘米、9厘米和6厘米，所以剩下的体积应是：（立方厘米）.



**15.有黑白两种颜色的正方体积木，把它摆成右图所示的形状，已知相邻(有公共面)的积木颜色不同，标的为黑色，图中共有黑色积木多少块？**



1. 分层来看，如下图(切面平行于纸面)共有黑色积木17块.





**1.有许多相同的立方体，每个立方体的六个面上都写着同一个数字(不同的立方体可以写相同的数字)先将写着**2**的立方体与写着**1**的立方体的三个面相邻，再将写着**3**的立方体写着**2**的立方体相邻(见左下图)．依这样构成右下图所示的立方体，它的六个面上的所有数字之和是多少?**



1. 第一层如下图，第二层、第三层依次比上面一层每格都多1(见下图)．



上面的9个数之和是27，由对称性知，上面、前面、右面的所有数之和都是27．同理，下面的9个数之和是45，下面、左面、后面的所有数之和都是45．所以六个面上所有数之和是．

**2.如图所示，一个的立方体，在一个方向上开有的孔，在另一个方向上开有的孔，在第三个方向上开有的孔，剩余部分的体积是多少？表面积为多少？**



1. 求体积：

开了的孔，挖去，开了的孔，

挖去；开了的孔，

挖去，

剩余部分的体积是：．

(另解)将整个图形切片，如果切面平行于纸面，那么五个切片分别如图：



得到总体积为：．

求表面积：

　　　　表面积可以看成外部和内部两部分．外部的表面积为，内部的面积可以分为前

　　　　后、左右、上下三个方向，面积分别为、

、，所以总的表面积为

．

　　　　(另解)运用类似于三视图的方法，记录每一方向上的不同位置上的裸露正方形个数：

　　　　前后方向：

上下方向：　　左右方向：



　　　　总表面积为．

【总结】“切片法”：全面打洞(例如本题，五层一样)，挖块成线(例如本题，在前一层的基础上，一条线一条

线地挖)，这里体现的思想方法是：化整为零，有序思考！

**3.如图，原来的大正方体是由个小正方体所构成的**．**其中有些小正方体已经被挖除，图中涂黑色的部分就是贯穿整个大正方体的挖除部分**．**请问剩下的部分共有多少个小正方体？**



1. 对于这一类从立体图形中间挖掉一部分后再求体积（或小正方体数目）的题目一般可以采用“切片法”来做，所谓“切片法”，就是把整个立体图形切成一片一片的（或一层一层的），然后分别计算每一片或每一层的体积或小正方体数目，最后再把它们相加．

采用切片法，俯视第一层到第五层的图形依次如下，其中黑色部分表示挖除掉的部分．



从图中可以看出，第1、2、3、4、5层剩下的小正方体分别有22个、11个、11个、6个、22个，所以总共还剩下（个）小正方体．

**4.一个由**125**个同样的小正方体组成的大正方体，从这个大正方体中抽出若干个小正方体，把大正方体中相对的两面打通，右图就是抽空的状态．右图中剩下的小正方体有多少个？**

1. 解法一：(用“容斥原理”来解)由正面图形抽出的小正方体有个，由侧面图形抽出的小正方体有个，由底面图形抽出的小正方体有个，正面图形和侧面图形重合抽出的小正方体有个，正面图形和底面图形重合抽出的小正方体有个，底面图形和侧面图形重合抽出的小正方体有个，三个面的图形共同重合抽出的小正方体有4个．根据容斥原理，，所以共抽出了52个小正方体．，所以右图中剩下的小正方体有73个．

注意这里的三者共同抽出的小正方体是4个，必须知道是哪4块，这是最让人头疼的事．

但你可以先构造空的两个方向上共同部分的模型，再由第三个方向来穿过“花墙”．

这里，化虚为实的思想方法很重要．

解法二：(用“切片法”来解)

可以从上到下切五层，得：

⑴从上到下五层，如图：



⑵或者，从右到左五片，如图：



请注意这里的挖空的技巧是：先认一种方向．

比如：从上到下的每一层，首先都应该有第一层的空四块的情况，即——

如果挖第二层：第(1)步，把中间这些位置的四块挖走如图：



第(2)步，把从右向左的两块成线地挖走．(请注意挖通的效果就是成线挖去)，如图：



第(3)步，把从前向后的一块(请注意跟第二层有关的只是一块！)挖成线！如图：



**5.右图中的⑴⑵⑶⑷是同样的小等边三角形，⑸⑹也是等边三角形且边长为⑴的**2**倍，⑺⑻⑼⑽是同样的等腰直角三角形，⑾是正方形．那么，以⑸⑹⑺⑻⑼⑽⑾为平面展开图的立体图形的体积是以⑴⑵⑶⑷为平面展开图的立体图形体积的倍．**



1. 本题中的两个图都是立体图形的平面展开图，将它们还原成立体图形，可得到如下两图：



其中左图是以⑴⑵⑶⑷为平面展开图的立体图形，是一个四个面都是正三角形的正四面体，右图以⑸⑹⑺⑻⑼⑽⑾为平面展开图的立体图形，是一个不规则图形，底面是⑾，四个侧面是⑺⑻⑼⑽，两个斜面是⑸⑹．

对于这两个立体图形的体积，可以采用套模法来求，也就是对于这种我们不熟悉的立体图形，用一些我们熟悉的基本立体图形来套，看看它们与基本立体图形相比，缺少了哪些部分．

由于左图四个面都是正三角形，右图底面是正方形，侧面是等腰直角三角形，想到都用正方体来套．

对于左图来说，相当于由一个正方体切去4个角后得到(如下左图，切去、、、)；而对于右图来说，相当于由一个正方体切去2个角后得到(如下右图，切去、)．



假设左图中的立方体的棱长为，右图中的立方体的棱长为，则以⑴⑵⑶⑷为平面展开图的立体图形的体积为：，

以⑸⑹⑺⑻⑼⑽⑾为平面展开图的立体图形的体积为．

由于右图中的立方体的棱长即是题中正方形⑾的边长，而左图中的立方体的每一个面的对角线恰好是正三角形⑴的边长，通过将等腰直角三角形⑺分成4个相同的小等腰直角三角形可以得到右图中的立方体的棱长是左图中的立方体的棱长的2倍，即．

那么以⑴⑵⑶⑷为平面展开图的立体图形的体积与以⑸⑹⑺⑻⑼⑽⑾为平面展开图的立体图形的体积的比为：，也就是说以⑸⑹⑺⑻⑼⑽⑾为平面展开图的立体图形的体积是以⑴⑵⑶⑷为平面展开图的立体图形体积的16倍．





**1.图⑴和图⑵是以正方形和等边三角形为面的立体图形的展开图，图中所有的边长都相同．请问：图⑴能围起来的立体图形的体积是图⑵能围起来的立体图形的体积的几倍？**

****

**图⑴图⑵**

1. 首先，我们把展开图折成立体图形，见下列示意图：



图⑴ 图⑵

对于这类题目，一般采用“套模法”，即用一个我们熟悉的基本立体图形来套，这样做基于两点考虑，一是如果有类似的模型，可以直接应用其计算公式；二是如果可以补上一块或者放到某个模型里面，那么可以从这个模型入手．

我们把图⑴中的立体图形切成两半，再转一转，正好放进去！我们看到图⑴与图⑶的图形位置的微妙关系：



图⑶图⑷

由图⑷可见，图⑴这个立体的体积与图⑶这个被切去了8个角后的立体图形的体积相等．

假设立方体的1条边的长度是1，那么一个角的体积是，所以切掉8个角后的体积是．

再看图⑵中的正四面体，这个正四面体的棱长与图⑶中的每一条实线线段相等，所以应该用边长为的立方体来套．如果把图⑵的立体图形放入边长为的立方体里的话是可以放进去的．



这是切去了四个角后的图形，从上面的分析可知一个角的体积为，所以图⑵的体积是：，那么前者的体积是后者的倍．

**2.如图，用高都是米，底面半径分别为米、米和米的个圆柱组成一个物体．问这个物体的表面积是多少平方米？(取)**



1. 从上面看到图形是右上图，所以上下底面积和为(立方米)，侧面积为(立方米)，所以该物体的表面积是(立方米)．

**3.有一个圆柱体的零件，高厘米，底面直径是厘米，零件的一端有一个圆柱形的圆孔，圆孔的直径是厘米，孔深厘米(见右图)．如果将这个零件接触空气的部分涂上防锈漆，那么一共要涂多少平方厘米？**

****

* 1. 涂漆的面积等于大圆柱表面积与小圆柱侧面积之和，为

(平方厘米)．

**4.圆柱体的侧面展开，放平，是边长分别为10厘米和12厘米的长方形，那么这个圆柱体的体积是\_\_\_\_\_\_\_\_立方厘米．(结果用表示)**

* 1. 当圆柱的高是12厘米时体积为(立方厘米)

当圆柱的高是12厘米时体积为(立方厘米)．所以圆柱体的体积为立方厘米或立方厘米．

**5.如右图，是一个长方形铁皮，利用图中的阴影部分，刚好能做成一个油桶(接头处忽略不计)，求这个油桶的容积．()**

****

* 1. 圆的直径为：(米)，而油桶的高为2个直径长，即为：，故体积为立方米．

**6.如图，有一张长方形铁皮，剪下图中两个圆及一块长方形，正好可以做成**1**个圆柱体，这个圆柱体的底面半径为**10**厘米，那么原来长方形铁皮的面积是多少平方厘米？()**



* 1. 做成的圆柱体的侧面是由中间的长方形卷成的，可见这个长方形的长与旁边的圆的周长相等，则剪下的长方形的长，即圆柱体底面圆的周长为：(厘米)，

原来的长方形的面积为：(平方厘米)．

**7.把一个高是8厘米的圆柱体，沿水平方向锯去2厘米后，剩下的圆柱体的表面积比原来的圆柱体表面积减少平方厘米．原来的圆柱体的体积是多少立方厘米？**

* 1. 沿水平方向锯去2厘米后，剩下的圆柱体的表面积比原来的圆柱体表面积减少的部分为减掉的2厘米圆柱体的侧面积，所以原来圆柱体的底面周长为厘米，底面半径为厘米，所以原来的圆柱体的体积是(立方厘米)．

**8.一个圆柱体的体积是立方厘米，底面半径是**2**厘米．将它的底面平均分成若干个扇形后，再截开拼成一个和它等底等高的长方体，表面积增加了多少平方厘米？()**

****

* 1. 从图中可以看出，拼成的长方体的底面积与原来圆柱体的底面积相同，长方体的前后两个侧面面积与原来圆柱体的侧面面积相等，所以增加的表面积就是长方体左右两个侧面的面积．

(法1)这两个侧面都是长方形，且长等于原来圆柱体的高，宽等于圆柱体底面半径．

可知，圆柱体的高为(厘米)，所以增加的表面积为(平方厘米)；

(法2)根据长方体的体积公式推导．增加的两个面是长方体的侧面，侧面面积与长方体的长的乘积就是长方体的体积．由于长方体的体积与圆柱体的体积相等，为立方厘米，而拼成的长方体的长等于圆柱体底面周长的一半，为厘米，所以侧面长方形的面积为平方厘米，所以增加的表面积为平方厘米．

**9.一个拧紧瓶盖的瓶子里面装着一些水**(**如图**)**，由图中的数据可推知瓶子的容积是\_\_\_\_\_\_\_ 立方厘米**．**(取)**



1. 由于瓶子倒立过来后其中水的体积不变，所以空气部分的体积也不变，从图中可以看出，瓶中的水构成高为厘米的圆柱，空气部分构成高为厘米的圆柱，瓶子的容积为这两部分之和，所以瓶子的容积为：(立方厘米)．

**10.一个酒精瓶，它的瓶身呈圆柱形(不包括瓶颈)，如图．已知它的容积为立方厘米．当瓶子正放时，瓶内的酒精的液面高为**6**厘米；瓶子倒放时，空余部分的高为**2**厘米．问：瓶内酒精的体积是多少立方厘米？合多少升？**



1. 由题意，液体的体积是不变的，瓶内空余部分的体积也是不变的，因此可知液体体积是空余部分体积的倍．所以酒精的体积为立方厘米，而立方厘米毫升升．

**11.一个盖着瓶盖的瓶子里面装着一些水，瓶底面积为平方厘米，(如下图所示)，请你根据图中标明的数据，计算瓶子的容积是＿＿＿＿＿＿．**

**　　　　　　**

1. 由已知条件知，第二个图上部空白部分的高为，从而水与空着的部分的比为，由图1知水的体积为，所以总的容积为立方厘米．

**12.一个盛有水的圆柱形容器，底面内半径为5厘米，深20厘米，水深15厘米．今将一个底面半径为2厘米，高为17厘米的铁圆柱垂直放入容器中．求这时容器的水深是多少厘米？**

1. 若圆柱体能完全浸入水中，则水深与容器底面面积的乘积应等于原有水的体积与圆柱体在水中体积之和，因而水深为：(厘米)．

它比圆柱体的高度要大，可见圆柱体可以完全浸入水中．

于是所求的水深便是厘米．

**13.有甲、乙两只圆柱形玻璃杯，其内直径依次是10厘米、20厘米，杯中盛有适量的水．甲杯中沉没着一铁块，当取出此铁块后，甲杯中的水位下降了2厘米；然后将铁块沉没于乙杯，且乙杯中的水未外溢．问：这时乙杯中的水位上升了多少厘米？**

1. 两个圆柱直径的比是，所以底面面积的比是．铁块在两个杯中排开的水的体积相同，所以乙杯中水升高的高度应当是甲杯中下降的高度的，即(厘米)．

**14.如图，甲、乙两容器相同，甲容器中水的高度是锥高的，乙容器中水的高度是锥高的，比较甲、乙两容器，哪一只容器中盛的水多？多的是少的的几倍？**

****

* 1. 设圆锥容器的底面半径为，高为，则甲、乙容器中水面半径均为，则有，

，，

，即甲容器中的水多，甲容器中的水是乙容器中水的倍．

**15.如图，有一卷紧紧缠绕在一起的塑料薄膜，薄膜的直径为**20**厘米，中间有一直径为**8**厘米的卷轴，已知薄膜的厚度为厘米，则薄膜展开后的面积是平方米．**



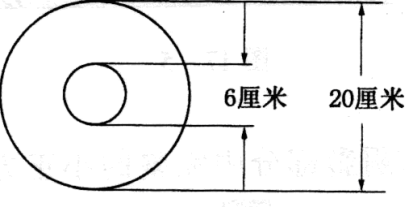
* 1. 缠绕在一起时塑料薄膜的体积为：(立方厘米)，薄膜展开后为一个长方体，体积保持不变，而厚度为厘米，所以薄膜展开后的面积为

平方厘米平方米．

另解：也可以先求出展开后薄膜的长度，再求其面积．

由于展开前后薄膜的侧面的面积不变，展开前为(平方厘米)，展开后为一个长方形，宽为厘米，所以长为厘米，所以展开后薄膜的面积为平方厘米平方米．

**16.图为一卷紧绕成的牛皮纸，纸卷直径为20厘米，中间有一直径为6厘米的卷轴．已知纸的厚度为 毫米，问：这卷纸展开后大约有多长？**



1. 将这卷纸展开后，它的侧面可以近似的看成一个长方形，它的长度就等于面积除以宽．这里的宽就是纸的厚度，而面积就是一个圆环的面积．

因此，纸的长度 ：

(厘米)

所以，这卷纸展开后大约米．

**17.如图，是直角三角形，、的长分别是**3**和**4**．将绕旋转一周，求扫出的立体图形的体积．()**



* 1. 如右上图所示，扫出的立体图形是一个圆锥，这个圆锥的底面半径为3，高为4，

体积为：．

**18.已知直角三角形的三条边长分别为，，，分别以这三边轴，旋转一周，所形成的立体图形中，体积最小的是多少立方厘米？(取)**

* 1. 以的边为轴旋转一周所得到的是底面半径是，高是的圆锥体，体积为

以的边为轴旋转一周所得到的是底面半径是，高是的圆锥体，体积为

以的边为轴旋转一周所得到的是底面半径是斜边上的高的两个圆锥，高之和是的两个圆的组合体，体积为

**19.如图，直角三角形如果以边为轴旋转一周，那么所形成的圆锥的体积为，以边为轴旋转一周，那么所形成的圆锥的体积为，那么如果以为轴旋转一周，那么所形成的几何体的体积是多少？**

****

1. 设，，那么以边为轴旋转一周，所形成的圆锥的体积为，以边为轴旋转一周，那么所形成的圆锥的体积为，由此可得到两条等式：

，两条等式相除得到，将这条比例式再代入原来的方程中就能得到，根据勾股定理，直角三角形的斜边的长度为，那么斜边上的高为．

如果以为轴旋转一周，那么所形成的几何体相当于两个底面相等的圆锥叠在一起，底面半径为，高的和为5，所以体积是．

**20.如图，是矩形，，，对角线、相交．、分别是与的中点，图中的阴影部分以为轴旋转一周，则白色部分扫出的立体图形的体积是多少立方厘米？(取**3**)**

****

* 1. 扫出的图形如右上图所示，白色部分实际上是一个圆柱减去两个圆锥后所形成的图形．

两个圆锥的体积之和为(立方厘米)；

圆柱的体积为(立方厘米)，

所以白色部分扫出的体积为(立方厘米)．