第十八讲 工程问题





工程问题指的是与工程建造有关的数学问题。然而其内容已不仅是工程方面的，还包括水管注水、行路等许多方面。

工程问题常涉及到工作量、工作效率和工作时间，且这三者之间具有如下关系式：

工作量=工作效率×工作时间

工作时间=工作量÷工作效率

工作效率=工作量÷工作时间

工作量指工作的多少，它可以是全部工作量，一般用单位“1”表示；也可是部分工作量，常用分数表示。例如，工程的一半表示成，工程的三分之一表示成。

工作效率指工作的快慢，也就是单位时间里所干的工作量。工作效率的单位是一个复合单位，用“工作量／天”或“工作量／时”等表示。但在不引起误会的情况下，一般不写工作效率的单位。

工程问题可分为两类：一类是已知具体工作量，另一类是未给具体工作量。在解答工程问题时，我们要遵循以下原则：一是工作量没有具体给出的，可设工作量为单位“1”；二是由于工作总量为“1”，那么，参与这项工作的每个人（队）单独做的工作效率可用此人（队）单独做的工作时间的倒数表示。

解题过程中，我们会发现，解答工程问题，常常是围绕找工作效率进行中，有些工作效率可以通过工作时间得到，而有些则要根据“工程”进程变化规律得到。在解题时，我们要弄清原来的、现在的之间的关系，以两者关系为突破口解答问题。



由于工程问题是研究工作量、工作效率和工作时间三者间关系的问题。因此我们就要从题目中发掘出三者之中的两者，特别是找出工作效率，这往往是解题的关键，也是本讲的重点内容。



例1：甲、乙、丙三人合修一堵围墙，甲、乙合修6天完成了，乙、丙合修2天完成余下工程的，剩下的再由甲、乙、丙三人合修5天完成，现领工资共180元，按工作量分配，甲、乙、丙应各领多少元？

**思路剖析**

此题看上去有点复杂，其实问题的关键在于求出甲、乙、丙三个各自的工作效率。

　　由已知条件，甲、乙合作6天完成了，故可求出甲、乙两人的工作效率和，即，同样可求出乙、丙两人工作效率以及甲、乙、丙三人工作效率的和。从而可求出甲、乙、丙三人各自的工作效率，进而根据他们各自完成的工作天数（即工作量）求出他们应领到的工资。

**解答**

因为甲、乙合修了6天完成工作的，所以甲、乙两人的工作效率和为。

　　剩下的工作量为，剩下工作量的为，由乙、丙两天完成，所以乙、丙的工作效率和为。

　　最后剩下的工作量为，由甲、乙、丙三人5天完成，所以甲、乙、丙三个的工作效率和为。因此，甲的工作效率为。

　　因此，甲的工作效率为，丙的工作效率为，乙的工作效率为。进而，甲完成的工作量为，乙完成的工作量为，丙完成的工作量为。

　　所以，甲应领工资，乙应领工资，丙应领工资

例2：一项工程，甲单独完成要30天，乙单独完成要45天，丙单独完成要90天。现由甲、乙、丙三个合作完成此工程。在工作过程中甲休息了2天，乙休息了3天，丙没有休息，最后把这项工程完成了。问这项工程前后一共用了多少天？

**思路剖析**

本题实际上是求丙一共工作了天数，解题的关键在于怎样处理三个人工作时间不一致的问题。我们可进行如下处理：以丙的工作天数为所求，把甲、乙两人看作未休息，在工作总量上加上甲、乙丙人未休息所作的工作量，这样就可以看作三个人的工作时间相同，即丙的工作时间，从而求出这个数。

**解答**

把这项工程看作“1”，指甲休息2天，乙休息3天的工作量加在总工作量上，看成三人的工作时间与丙相同。

　　答：完成这项工程前后一共用了17天。

例3：一项工程，乙队先单独做4天，继而甲、丙两队合做6天，剩下的工程甲队又独做9天才全部完成。已知乙队完成的是甲队完成的，丙队完成的是乙队完成的2倍。甲、乙、丙三队独做，各需要多少天完成？

**思路剖析**

已知乙队完成的是甲队完成的，丙队完成的是乙队完成的2倍，按“甲、乙、丙三队共同完成一项工程”为等量关系列方程分别求出甲、乙、丙各完成全部工程的几分之几。然后用甲、乙、丙完成任务的几分之几：即甲、乙、丙各自的工作量，分别除以各自的工作时间，就可得到他们各自的工作效率，进而求出甲、乙、丙三队独做各需要多少天。

**解答**

设甲队完成了x，则乙队完成了，丙队完成了。



　　因此，甲队独做时间为：，乙单独做时间为：，丙队独做时间为：。

　　答：甲、乙、丙独做分别需要30、24、18天。

例4：一个水池装了一根进水管和3根粗细相同的出水管。单开一根进水管20分钟可将水池注满，单开一根出水管45分钟可将水池的水放完。现在水池中有池水，4根水管一起打开，多少分钟后水池的水还剩下？

**思路剖析**

由题目条件知，水池原有水，减至，所以水池的水减少了，因此我们要从“放水”这个角度来考虑问题。由于既有进水，又有出水，所以放水的工作效率应为放水效率与进水效率的差。

**解答**

因为一根进水管20分钟可将水池注满，所以它的进水效率为。一根出水管45分钟可将水池水放完。所以一根出水管放水效率为。水池原有水，后减少到，所以放水量为。4根水管齐开，流水的工作效率为。所以，花费的时间为。

　　答：需16分钟。

例5：2个蟹将和4个虾兵能打扫龙宫的，8个蟹将和10虾兵在同样的时间里就能打扫完全部龙宫，如果单让蟹将去打扫与单让虾兵去打扫进行比较，那么要打扫完全部龙宫，虾兵比蟹将要多几个？

**思路剖析**

我们把打扫完全部龙宫的工作量看作“1”，那么由题目知，2个蟹将和4个虾兵完成，8个蟹将和10个虾兵完成“1”。两相比较可知，当把第一个条件转化成2×4个蟹将和4×4个虾兵完成，就能消去蟹将，得出（4×4－10）个虾兵完成。这既可看作（4×4－10）个虾兵能打扫完全部龙宫的，也可看作（4×4－10）个虾兵占所需虾兵总数的。根据后者就可以比较简捷地求出单让虾兵打扫需要多少个，进而求出单让蟹将打扫需要多少个，使问题得到解决。

**解答**

单让虾兵打扫所需要的个数为



　　单让蟹将打扫所需要的个数为

　　所以，虾兵与蟹将要多30－12=18（个）。

例6：一比工人到甲、乙两上工地进行清理工作，甲工地的工作量是乙工地工作量的倍。上午去甲工地，其他工人到乙工地，到傍晚时，甲工地的工作已做完，乙工地的工作还需4名工人再做一天。那么这批工人有多少人？

**思路剖析**

题目本身比较复杂，涉及的“量”与“关系”比较多，然而解题的关键在于抓住“甲工地的工作做完，乙工地的工作还需4名工人再做1天”找到乙工地剩余工作量相当于甲工地的几分之几。

**解答**

根据上午去甲工地人数是去乙工地人数的3倍，可知上午去甲工地人数是这批工人的，去乙工地人数是这批工人的。又下午去甲工地人数是这批工人，可知去乙工地人数是这批工人的。

　　由此可知，甲工地上、下午所完成的工作量之比是，即上午完成甲工地总工作量的，下午完成甲工地总工作量的。这样，上午乙工地完成的工作量相当于甲工地的，下午乙工地完成的工作量相当于甲工地的，这样乙工地剩余的工作量相当于甲工地的。

　　因为乙工地剩下的工作量还需要4名工人再做1天，所以这批工人数是。

例7：一个空水池有甲、乙两根进水管和一根排水管，单开甲管需5分钟注满水池，单开乙管需10分钟注满水池，满池水如果单开排水管需要6分钟流尽。某次池中无水，打开甲管若干分钟后，发现排水管未关上，随即关上排水管，同时打开乙管。又过了同样时间，水池的注了水。如果继续注满水池，前后一共花了多少时间？

**思路剖析**

一方面，可以根据：，列出方程来求解。

　　另外，由题目知甲、乙管及排水管的工效率以及两上阶段所用时间相等，可求出工作效率和，进而求解。

**解答**

☆解法一：设打甲管未发现排水管关上这段时间为x分钟，列出方程得：



　　那么注满水池共需

　　☆解法二：由题目知：甲管的工作效率为，排水管的工作效率为，那么在单开甲管，没有发现排水管未关上这段时间内，每分钟只能注入：的水；又关上排水管，同时打开乙管后每分钟注入：的水。

　　我们又知道这段时间相等。所以，可以认为用的工作效率之和注水若干分钟后，水池注入，以后继续注水时间为。因此，注满水池，前后一共花了1.5+2.5=4(分钟)。

　　答：注满水池共用4分钟。

例8：一件工作，甲做了5小时以后由乙来做，3小时可以完成。乙做9小时后由甲来做，也是3小时可以完成，那么甲做1小时后由乙来做，多少小时可以完成？

**思路剖析**

我们根据题目条件可以利用下面两个等式来解题：

　　甲5小时的工作量+乙3小时的工作量=“1” （1）

　　甲3小时的工作量+乙9小时的工作量=“1” （2）

　　比较（1）式、（2）式可得：甲的工作效率是乙的3倍。因此，甲做了5小时工作后，由乙接做3小时可以完成。可以看作甲单独做6小时完成全部工作，所以甲的工作效率为，那么乙的工作效率为。

**解答**

☆解法一：因甲的工作效率是乙的（9－3）÷（5－3）=3（倍），甲的工作效率是。

　　所以，乙要完成全部工作还需

　　☆解法二：因甲的工作效率是乙的（9－3）÷（5－3）=3（倍），乙的工作效率是。

　　所以，乙要完成全部工作还需。

**点津**

工程问题往往数量关系复杂，题型多样，富于变化，这就要求我们在解答过程中抓住关键，即工作效率或工作效率和，这也是不易掌握、容易出错的地方。有的时候工作效率是在题目中直接给出来的，如例2、例4等，而有时工作效率并未直接给出，需要我们根据题意自己确定，如例1等。这就要求我们费一番脑筋，认真分析数量关系，进而求解。在学习本讲知识时，还需注意多从不同角度入手考虑问题，试着一题多解，逐步提高解题能力。

**A**

1．有一项工作，甲单独工作需要6天完成，乙单独工作需要30天完成。（1）请问：甲、乙二人合作需要几天完成？（2）如果甲先单独工作了3天，乙才参加工作，请问：乙参加进来后几天完成这项工作？（3）如果甲、乙合做这项工作，但是中途甲休息了一天，请问：完成这项工作一共用了几天时间？

**分析与解答：**（1）因甲单独6天完成这项工作，所以甲的工作效率为，同样乙的工作效率为

甲、乙两人合做的工作效率就应为

+=

所以甲、乙合做需要的天数为

1÷=5（天）

（2）甲先做3天，完成的工作量为×3=,剩余工作量为。甲、乙合做完成乘余工作所用的时间应为

÷（+）=÷=

（3）甲、乙共同工作，但甲中途休息了一天，可以这样考虑：假设甲不休息，那么甲、乙两人完成的总的工作量为1+=

因此完成这件工作所花费的时间应为

（1+）÷（+）==

2．一件工作，甲、乙两人合作30天可以完成，共同做了6天后，甲离开了，由乙继续做了40天才完成。请问：如果这件工作由甲或乙单独完成各需要多少天？

**解答：**共做了6天后，

原来，甲做24天，乙做24天，

现在，甲做0天，乙做40=（24+16）天。

这说明原来甲24天做的工作，可由乙做16天来代替。因此甲的工作效率是乙的工作效率的=

如果乙独做，所需时间是

30+30×=50（天）

如果甲独做，所需时间是

50÷=75（天）

答：甲单独做需要75天，乙单独做需要50天。

3．一件工作，甲5小时先完成了，乙6小时又完成了剩下任务的一半，最后余下的部分由甲、乙二人合作，请问：还需要多少时间才能完成？

**分析：**这道题是工程问题与分数应用题的复合题。解题时先要分别求出甲、乙工作效率，再把余下的工作量转化为占单位“1”（总工作量）的几分之几？

**解：**甲工作效率：÷5=

乙工作效率：(1-)×÷6=

余下部分甲、乙合作需要几小时：

(1-)×(1-)÷(+)=(小时)

答：还需要小时才能完成任务。

4．某工程先由甲独做63天，再由乙单独做28天即可完成；如果由甲、乙两人合作，需48天完成。现在甲先单独做42天，然后再由乙来单独完成，请问：乙还需要做多少天？

**分解与解答：**先对比如下：

甲做63天，乙做28天；

甲做48天，乙做48天。

就知道甲少做63-48=15（天），乙要多做48-28=20（天），由此得出甲的工作效率是乙的工作效率的=(倍)

甲先单独做42天，比63天少做了63-42=21（天），相当于乙要做21×=28（天）

因此，乙还要做

28+28= 56（天）。

答：乙还需要做56天。

5．一项工程，甲队单独干20天可以完成，甲队做了8天后，由于另有任务，剩下的工作由乙队单独做15天完成。请问：乙队单独完成这项工作需多少天？

**分析与解答：**甲队单独干20天可完成,每天完成工程的，现在甲队干了8天，完成了全部工程的×8=，这时工程余下1-=余下的工程队单独干了15天完成，由此可知，乙队每天完成了全部工程的÷15=

即：乙队单独完成这项工程所需的时间为



答：乙队单独完成这项工程需25天。

**B**

6．有甲、乙两项工作，张明单独完成甲工作要10天，单独完成乙工作要15天；李红单独完成甲工作要8天，单独完成乙工作要20天。如果每项工作都可以由两人合作，那么这两项工作都完成最少需要多少天？

**分解与解答：**很明显，李红做甲工作的工作效率高，张明做乙工作的工作效率高。因此让李红先做甲，张明先做乙。

设乙的工作量为60份（15与20的最小公倍数），张明每天完成4份，李红每天完成3份。

8天，李红就能完成甲工作。此时张明还余下乙工作（60-4×8）份。由张明、李红合作需要

（60-4×8）÷（4+3）=4（天）。

8+4=12（天）

答：这两项工作都完成最少需要12天。

7．师傅和徒弟二人合作生产一批零件，6天可以完成任务。师傅先做5天后，因事外出，由徒弟接着做3天。共完成任务的。如果每人单独做这批零件各需几天？

**分析：**设一批零件为单位“1”，其中6天完成任务，用表示师徒的工效和，要求每人单独做各需几天，首先要求出各自的工效，关键在于把师傅先做5天，接着徒弟做3天转化为师徒二人合作3天，师傅再做2天。

**解：**师傅工效：(-×3)÷2=

徒弟工效：-=

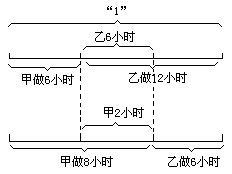
师傅单独做需几天：1÷=10（天）

徒弟单独做需几天：1÷=15（天）

答：如果单独做，师傅需10天，徒弟需15天。

8．一件工作甲先做6小时，乙接着做12小时可以完成。甲先做8小时，乙接着做6小时也可以完成。如果甲做3小时后由乙接着做，还需要多少小时完成？

**分析：**设一件工作为单位“1”。甲做6小时，乙再做12小时完成或者甲先做8小时，乙再做6小时都可完成，用图表示它们的关系如下：



由图不难看出甲2小时工作量＝乙6小时工作量，∴甲1小时工作量＝乙3小时工作量。可用“代换方法”解答这个问题。

**解答：**①若由乙单独做共需几小时：

6×3＋12＝30（小时）。

②若由甲单独做需几小时：

8＋6÷3＝10（小时）。

③甲先做3小时后乙接着做还需几小时：

（10－3）× 3＝21（小时）。

答：乙还需21小时完成。

9．加工一批零件，甲、乙合作24天可以完成。现在由甲先做16天，然后乙再做12天，还剩下这批零件的没有完成。已知甲每天比乙多加工3个零件，请问：这批零件一共多少个？

**分析：**欲求这批零件共多少个，由题中条件只需知道甲、乙二人每天共做多少个即可，然后这就转化为求甲、乙两人单独做各需多少天，有了这个结论后，只需算出3个零件相当于总数的几分之几即可。由条件知甲做16天，乙做12天完成工程的，也即相当于甲乙二人合做12天，另外加上甲又做4天共完成这批零件的；又知道甲乙二人合做24天可以完成，因此甲单独做所用天数可求出，那么乙单独做所用天数也就迎刃而解。

**解答：**① 甲、乙合作12天，完成了总工程的几分之几？

×12=

② 甲1天能完成全工程的几分之几？



③ 乙1天可完成全工程的几分之几？



④ 这批零件共多少个？

 (个)

答：这批零件共360个。

10．一项工程，甲队单独做20天完成，乙队单独做30天完成。现在他们两队一起做，其间甲队休息了3天，乙队休息了若干天.从开始到完成共用了16天。请问：乙队休息了多少天？

**解一：**①如果16天两队都不休息，可以完成的工作量是

16×（+）=

②由于两队休息期间未做的工作量是



③乙队休息期间未做的工作量是



④乙队休息的天数是



答：乙队休息了5天半。

**解二：**设全部工作量为60份。甲每天完成3份，乙每天完成2份。两队休息期间未做的工作量是（3+2）×16-60=20（份）。因此乙休息天数是（20- 3 × 3）÷ 2= 5.5（天）。

**解三：**甲队做2天，相当于乙队做3天。

甲队休息3天，相当于乙队休息4.5天。

如果甲队16天都不休息，只余下甲队4天工作量，相当于乙队6天工作量，乙休息天数是。

16-6-4.5=5.5（天）

**C**

**11.**甲、乙、丙三人合修一堵围墙，甲、乙合修6天完成了，乙、丙合修2天完成余下工程的，剩下的再由甲、乙、丙三人合修5天完成。现领工资共180元，按工作量分配，请问：甲、乙、丙应各得多少元？

**分析：**这道题稍微复杂一点，请同学们仔细审题，问题的关键是要求出甲、乙、丙三人各自的工作效率。

由已知条件，甲、乙合修6天完成了，故可求出甲、乙两人的工作效率的和。同样可求出乙、丙工作效率的和及甲、乙、丙三人工作效率的和，从而可分别求出甲、乙、丙各自的工作效率，进而根据他们各自的工作天数求出他们应得的工资。

**解：**因甲、乙合修了6天完成工作的，所以甲、乙两人工作效率的和为。

剩下工作量为，剩下工作量的为，由乙、丙2天完成，所以乙、丙的工作效率的和为。

最后剩下工作量为，由甲、乙、丙三人5天完成，所以甲、乙、丙三人的工作效率的和为。

从而甲的工作效率为。

丙的工作效率为。

乙的工作效率为。

甲完成的工作量为。

乙完成的工作量为。

丙完成的工作量为。

然后，根据“按比分配”的方法进行计算。

因此，甲应得工资为（元）。

乙应得工资为（元）。

丙应得工资为（元）。

答：甲应得工资33元，乙应得工资91元，丙应得工资56元。

**12.**一项工程，甲、乙、丙三人合作需要13天完成。如果丙休息2天，乙就要多做4天，或者由甲、乙两人合作1天。请问：这项工程由甲独做需要多少天？

**分析与解答：**丙2天的工作量，相当乙4天的工作量。丙的工作效率是乙的工作效率的4÷2=2（倍），“甲、乙合作1天”，与“乙做4天”的工作量相等。也就是甲做1天，相当于乙做3天，甲的工作效率是乙的工作效率的3倍。

乙做13天，甲只要天；丙做13天，乙要26天，而甲只要天。

他们共同做13天的工作量，由甲单独完成，甲需要

（天）

答：甲独做需要26天。

**说明：**事实上，当我们算出甲、乙、丙三人工作效率之比是3：2：1，就知甲做1天，相当于乙、丙合作1天。三人合作需13天，其中乙、丙两人完成的工作量，可转化为甲再做13天来完成。

小学算术要充分利用给出数据的特殊性。第二种解题思路是“比例”灵活运用的典型，如果你心算较好，很快就能得出答案。

**13.**师徒三人合作承包一项工程，8天能够全部完成。已知师傅单独做所需的天数与两个徒弟合作所需天数相同。师傅与徒弟甲合作所需的天数的4倍与徒弟乙单独完成这项工程所需的天数相同。请问：两徒弟单独完成这项工程各需多少天？

**分析与解答：**因为师徒三人合作8天能够完成，所以师徒三人合作的工作效率为。又由于师傅单独完成与两徒弟合作完成这项工程所需的天数相等，所以师傅的工作效率为。

因为师傅与徒弟甲合作完成这项工程所需天数的4倍与徒弟乙单独完成这项工程所需的天数相等，所以师傅与徒弟甲合作的工作效率是徒弟乙的工作效率的4倍。由此可知师徒三人合作的工作效率是徒弟乙的工作效率的5倍。所以徒弟乙的工作效率为：



因此，徒弟乙单独完成这项工程需：

（天）

徒弟甲单独完成这项工程需：



答：若单独完成这项工程，甲需天，乙需40天。

**14.**一个水池有两个排水管甲和乙，一个进水管丙，如果同时开放甲、丙两管，20小时可将满池水排空；如果同时开放乙、丙两管，30小时可将满池水排空，若单独开丙管，60小时可将空池注满。请问：如果同时打开甲、乙、丙三水管，要排空水池中的满池水，需要几小时？

**分析与解答：**由于题中告诉我们三个条件：①同时开启排水管甲和进水管丙，用20小时可将满池水排空，由此可知，甲水管工作20小时与丙水管工作20小时的工作量之差恰好是满池水。②已知同时开启排水管乙和进水管丙，用30小时可将满池水排空，由此可知乙、丙两水管同时工作30小时的工作量之差也恰好是满池水。③已知丙水管工作60小时，可将空池注满水，故其工作效率为。

利用上述三个条件我们可以求得甲、乙两水管的工作效率，进而计算出同时开启甲、乙、丙三水管将满池水排空所用的时间。

由条件①和条件②计算甲的工作效率为：



由条件②和条件③计算乙的工作效率为：



所以同时开启甲、乙、丙三水管将满池水排空所用的时间为：



（小时）

答：同时开启甲、乙、丙三水管将满池水排空需10小时。

**说明：**这个问题也可以用下面的方法来计算：

由甲、丙同时开启20小时，可将满池水排空，知甲、乙合作的工作效率为；

由乙、丙同时开启30小时，可将满池水排空，知乙、丙合作的工作效率为；

又单独开启丙水管，60小时可将水池注满水，知丙的工作效率为。

所以甲、乙、丙三水管同时开的工作效率为：

。

所以甲、乙、丙三水管同时开启将满池水排空所用的时间为：

（小时）。

**15.**一个水池，地下水从四壁渗入池中，每小时渗入水量是固定的。打开A管，8小时可将满池水排空，打开C管，12小时可将满池水排空。如果打开A，B两管，4小时可将水排空。

请问：打开B，C两管，要几小时才能将满池水排空？

**分析与解答：**设满水池的水量为“1”。

A管每小时排出小时渗入水量，

A管4小时排出小时渗入水量。

因为A，B合开时，4小时将满池水排完，所以B管4小时的排水量为，每小时排水量为。C管每小时排水量是小时的渗水量。

因此，B，C两管齐开，每小时排水量是小时的渗入量。

B，C两管齐开，排光满水池的水，所需时间是（小时）=4小时48分。

答：B，C两管齐开要4小时48分才将满池水排完。

**说明：**本题水池原有水（满池）和渗入水量也要分开考虑。由于不知具体数量，像工程问题不知工作量的具体数量一样，这里把两种水量分别设成“1”。但这两种量要避免混淆。事实上，也可以整数化，把原有水设为8与12的最小公倍数24。

**16.**蓄水池有甲、丙两条进水管，和乙、丁两条排水管。要灌满一池水，单开甲管需3小时，单开丙管需要5小时。要排光一池水，单开乙管需要4小时，单开丁管需要6小时。现在池内有池水。如果按甲、乙、丙、丁、甲、乙、…的顺序轮流打开1小时，请问：多少时间后水开始溢出水池？

**分析与解答：**甲、乙、丙、丁各管各开1小时后，水池中的水就增加。

我们注意到，每次四个水管轮流打开后，水池中的水不能超过池的，否则开甲管的过程中水池里的水就会溢出。

因为，所以甲、乙、丙、丁这样循环4次后，

水池中的水还不到。循环5次以后（20小时），池中的水已有

。

这样，再开甲管小时后，水就开始溢出了。

答：小时后水池开始溢水。

**说明：**此题与广为流传的“青蛙爬井”是相仿的：一只掉进了枯井的青蛙，它要往上爬30分米才能到达井口，每小时它总是爬3分米，又滑下2分米。请问：这只青蛙需要多少小时才能爬到井口？

看起来它每小时只往上爬3-2=1（分米），但爬了27小时后，它再爬1小时，往上爬了3分米已到达井口。

因此，答案是28小时，而不是30小时。



**1.**一件工作，甲单独工做9天可以完成，乙单独工做6天可以完成。现在甲先单独做了3天，余下的工作由乙继续完成。请问：乙需要单独做几天可以完成剩余的工作？

**分析与解答一**：甲做了3天，完成的工作量是3/9=1/3，乙还需要完成的工作量是1-1/3=2/3。乙每天能完成的工作量（工作效率）是，完成余下工作量所需时间是+=4（天）

答：乙需要单独做4天可完成剩余工作.

**分析与解答二：**9与6的最小公倍数是18。假设全部工作量是18份。甲每天完成2份，乙每天完成3份。乙完成余下工作所需时间是

（18- 2 × 3）÷ 3= 4（天）

**分析与解答三：**甲与乙的工作效率之比是

6∶ 9= 2∶ 3

甲做了3天，相当于乙做了2天，乙完成余下工作所需时间是

6-2=4（天）

**2.**某服装公司预计30天完成一批服装加工任务。先由18名工人工作了12天。完成了任务的，现因任务紧急，需要提前6天完成全部加工任务。请问：需要增加多少名工人？

**分析**：要想求出增加的工人人数，就必须知道还剩多少工作量，还剩多少时间以及每个工人的工作效率。这三个量都可由已知条件中获得。

**分析：**由18人修12天完成了全部工程的，可通过18×12求出用一天完成工作量共需要的总人数，也可通过18×12求出用一个完成工作量共需要的总天数，所以由÷(18×12)求出1人1天完成全工程的几分之几(即一人的工效)。

**解答：**① 1人1天完成全部工程的几分之几（即一人的工效）：

÷（18×12）=

② 剩余工作量若要提前6天完成共需多少人：

（1-）÷[×（30-12-6）]

=÷

＝36（人）

③ 需增加几人：

36－18＝18（人）

答：还要增加18人。

**说明**：本题有更简单的解法如下：

18名工人12天完，接着又干12天又完成（一共用了24天），剩下由增加的工人在12天完成，显然增加的工人人数也为18人。

**3.**一件工程，甲队单独做10天完成，乙队单独做30天完成。现在两队合作，其间甲队休息了2天，乙队休息了8天（不存在两队同一天休息的情况）。请问：开始到完工共用了多少天时间？

**分析与解答一：“**甲队休息了2天，乙队休息了8天”的意思就是：甲队单独做8天，乙队单独做2天，共完成工作量

×8+×2=

余下的工作量是两队共同合作的，需要的天数是

（1-）÷（+）=1

2+8+ 1= 11（天）

答：从开始到完工共用了11天。

**分析与解答二：**设全部工作量为30份。甲每天完成3份，乙每天完成1份。在甲队单独做8天，乙队单独做2天之后，还需两队合作

（30- 3 × 8- 1× 2）÷（3+1）= 1（天）

**分析与解答三：**甲队做1天相当于乙队做3天。在甲队单独做8天后，还余下（甲队）10-8= 2（天）工作量。相当于乙队要做2×3=6（天）。乙队单独做2天后，还余下（乙队）6-2=4（天）工作量。4=3+1，其中3天可由甲队1天完成，因此两队只需再合作1天。从开始到完工共用了11天。

**4.**一项工程，甲单独完成需12天，乙单独完成需9天。若甲先做若干天后乙接着做，共用10天完成，请问：甲单独工做了几天？

**分析：**解答工程问题时，除了用一般的算术方法解答外，还可以根据题目的条件，找到等量关系，列方程解题。

**解答：**设甲做了x天。那么，

甲完成工作量，乙做的天数10-X。

乙完成工作量（10-X）×，

因此+（10-X）×=1

+=1

等式的两边同乘36，得到：3x＋40－4x＝36，

x＝4

答：甲单独做了4天。

**5.**一项工程，甲单独做要12小时完成，乙单独做要18小时完成。若甲先做1小时，然后乙接替甲做1小时，再由甲接替乙做1小时，……，两人如此交替工作，请问：完成任务时，共用了多少小时？

**分析：**要想求出共用多少小时？可以设想把这些小时重新分配：甲做1小时，乙做1小时，他们相当于合作1小时，也即是每2小时，相当于合做1小时。这样先大致算一下一共进行了多少个这样的2小时，余下部分问题就好解决了。

**解答：**①若甲、乙两人合作共需多少小时？

1÷（+）=1÷=（小时）

②甲、乙两人各单独做7小时后，还剩多少？

1-7×（+）=1-=

③余下的由甲独做需多少小时？

÷=（小时）

④共用了多少小时？

7×2+=（小时）

答：共用了小时

**6.**甲、乙合作一件工作，由于配合得好，甲的工作效率比原来自己单独做时提高，乙的工作效率比单独做时提高。甲、乙两个合作6小时，完成全部工作的。第二天乙又单独做了6小时，还留下这件工作的尚未完成。请问：如果这件工作始终由甲一个人单独来做，需要多少小时？

**分析与解答：**①乙6小时单独工作完成的工作量是

1--=

②乙每小时完成的工作量是

÷6=

③两人合作6小时，甲完成的工作量是

-×（1+）×6=

④甲单独做时每小时完成的工作量

÷6÷（1+）=

⑤甲单独做这件工作需要的时间是

1÷=33（小时）

答：甲单独完成这件工作需要33小时。





1．一项工程，甲2小时完成了，乙5小时完成了剩下的，余下的部分由甲、乙合作完成，甲共工作了\_\_\_\_\_\_小时。

解：

　　甲的工作效率为，乙的工作效率为，甲、乙的工作效率和为。又因余下的工作量为，进而甲、乙合作的时间为。所以，甲共工作了。

2．一个水池，甲、乙两管同时开，5小时灌满，乙、丙两管同时开，4小时灌满。如果乙管先开6小时，还需要甲、丙两管同时开2小时才能灌满（这时乙管关闭），那么乙管单独开灌满水池要\_\_\_\_\_\_小时。

解：

　　把“乙管先开6小时，甲、丙管同时开2小时”，转化为“甲、乙合开2小时，乙、丙合开2小时，然后乙单独开2小时”，这样就可求出乙管单独开灌满水池所需时间。



3．甲、乙两车同时从A、B两地相对开出，经8小时相遇，相遇后两车继续前进，甲车又用了6小时到达B地，乙车要\_\_\_\_\_\_小时才能从B地到达A地。

解：

　　设乙8小时走的路程为S，甲只需6小时走完，故甲的速度是每小时，乙的速度是每小时。甲走完AB需要8+6=14（小时），则AB路程为。从而可知，乙走完BA即AB需要。

4．一项工程，甲单独做工12小时完成，乙单独做要18小时完成，若甲先做1小时，然后乙接替甲做1小时，再由甲接替乙1小时，……，两人如此交替工作，问完成任务时共用了多少小时？

解：

　　可以把时间重新分配：甲做1小时，乙做1小时，它们相当于合做1小时，也即是每2小时即为合作1小时。

　　甲、乙合作所需时间：

　　甲、乙两人各单独做7小时还剩余的工作量：

　　余下的由甲单独做需：

　　所以，共用了。

5．地下水从一个水池的四壁渗入，每小时渗入该水池的水量是固定的。当这个水池水满时，打开A管，8小时可将水池排空；打开B管，10小时可将水池排空；打开C管，12小时可将水池排空。如果打开A、B两管4小时可将水池排空，那么打开B、C两管，将水池排空需要多少时间？

解：

　　把满池水看作“1”。A管8小时把水排空，表明A管8小时的排水量为“1”加8小时的渗水量，设每小时渗水量为x，则A管每小时的排水量为；类似地，B管每小时的排水量为；C管每小时的排水量为。于是A、B两管同时打开，一小时的排水量即可表示为，又可表示为，由此就可求出每小时的渗水量相当满池水的几分之几。

　　再设想B、C同时打开，每小时渗入的水全由B排出，那么B、C两管每小时将排出水为，这样就可求出所需时间。

　　据以上分析可得方程

　　解得



　　答：打开B、C两管，将水池排空需小时。

6．甲、乙、丙、丁四人共同生产一批零件，甲生产的占其他三人总数的，乙生产的占其他三人生产总数的，丙生产的占其他三人生产总数的。已知丁生产了60个，求甲、乙、丙各生产零件多少个？

解：

　　因为甲生产的占其他三人生产量的，设其他三人生产量为“1”，则甲的生产量占总产量的。同理，乙的产量占总产量的；丙的产量占总产量的，则丁的产量占总产量的。又因为丁生产了60个，所以零件的总数为：。进而甲生产的零件个数为，乙生产的零件个数为，丙生产的零件个数为：。

7．抄一份书稿，甲的工作效率等于乙、丙二人的工作效率之和；丙的工作效率相当于甲、乙二人工作效率和的；如果三人合抄需要8天就能完成。那么乙一个单抄需要多少天才能完成？

解：

　　假设抄写这份书稿的工作量为“1”，由已知三人合抄8天完成这份书稿，可知甲、乙、丙三人的工作效率之和是，由甲每天的工作效率等于乙、丙二人每天的工作效率的和，利用代换法知甲每天的工作效率等于。

　　同样，由丙每天的工作效率相同于甲、乙二人每天的工作效率之和的，可知甲、乙二人每天的工作效率之和等于。

　　因此，乙每天的工作效率等于：。所以，乙单独抄写需要24天才能完成。

8．一组割草的人要把两片草地的草割掉，大的草地比小的大一倍。全体组员先用半天时间割大的草地，到下午，他们对半分开，一半仍留在大草地上，到傍晚时正好把大草地割完；另一半到小草地去割，到傍晚时还剩一小块，这一小块由1人去割，正好1天割完。问这组共有多少人？

解：

　　本题实际上隐含着每个人的工作效率相同这个条件。要求出有多少人，关键是求出1个人的工作效率，也就是1个人1天的工作量，还要求出全组人1天的工作量。

　　设大片草地的面积为单位“1”，则小片草地的面积为。根据题中条件，可以知道，一半组员半天割，则一天割了，全组人员1天割了。由此还知道所剩的一小块面积应是：，也就是1人1天的工作量为。所以全组人数是。