第十九讲 排列组合





1. 排列问题

在实际生活中经常会遇到这样的问题，就是要把一些事物排在一起，构成一列，计算有多少种排法，就是排列问题．在排的过程中，不仅与参与排列的事物有关，而且与各事物所在的先后顺序有关．

一般地，从个不同的元素中取出()个元素，按照一定的顺序排成一列，叫做从个不同元素中取出个元素的一个排列．

根据排列的定义，两个排列相同，指的是两个排列的元素完全相同，并且元素的排列顺序也相同．如果两个排列中，元素不完全相同，它们是不同的排列；如果两个排列中，虽然元素完全相同，但元素的排列顺序不同，它们也是不同的排列．

排列的基本问题是计算排列的总个数．

从个不同的元素中取出()个元素的所有排列的个数，叫做从个不同的元素的排列中取出个元素的排列数，我们把它记做．

根据排列的定义，做一个元素的排列由个步骤完成：

步骤：从个不同的元素中任取一个元素排在第一位，有种方法；

步骤：从剩下的()个元素中任取一个元素排在第二位，有()种方法；

……

步骤：从剩下的个元素中任取一个元素排在第个位置，有(种)方法；

由乘法原理，从个不同元素中取出个元素的排列数是，即，这里，，且等号右边从开始，后面每个因数比前一个因数小，共有个因数相乘．

1. 排列数

一般地，对于的情况，排列数公式变为．

表示从个不同元素中取个元素排成一列所构成排列的排列数．这种个排列全部取出的排列，叫做个不同元素的全排列．式子右边是从开始，后面每一个因数比前一个因数小，一直乘到的乘积，记为，读做的阶乘，则还可以写为：，其中．

在排列问题中，有时候会要求某些物体或元素必须相邻；求某些物体必须相邻的方法数量，可以将这些物体当作一个整体捆绑在一起进行计算．

1. 组合问题

日常生活中有很多“分组”问题．如在体育比赛中，把参赛队分为几个组，从全班同学中选出几人参加某项活动等等．这种“分组”问题，就是我们将要讨论的组合问题，这里，我们将着重研究有多少种分组方法的问题．

一般地，从个不同元素中取出个()元素组成一组不计较组内各元素的次序，叫做从个不同元素中取出个元素的一个组合．

从排列和组合的定义可以知道，排列与元素的顺序有关，而组合与顺序无关．如果两个组合中的元素完全相同，那么不管元素的顺序如何，都是相同的组合，只有当两个组合中的元素不完全相同时，才是不同的组合．

从个不同元素中取出个元素()的所有组合的个数，叫做从个不同元素中取出个不同元素的组合数．记作．

一般地，求从个不同元素中取出的个元素的排列数可分成以下两步：

第一步：从个不同元素中取出个元素组成一组，共有种方法；

　　第二步：将每一个组合中的个元素进行全排列，共有种排法．

根据乘法原理，得到．

因此，组合数．

这个公式就是组合数公式．

1. 组合数的重要性质

一般地，组合数有下面的重要性质：()

这个公式的直观意义是：表示从个元素中取出个元素组成一组的所有分组方法．表示从个元素中取出()个元素组成一组的所有分组方法．显然，从个元素中选出个元素的分组方法恰是从个元素中选个元素剩下的()个元素的分组方法．

例如，从人中选人开会的方法和从人中选出人不去开会的方法是一样多的，即．

规定，．

1. 插板法一般用来解决求分解一定数量的无差别物体的方法的总数，使用插板法一般有三个要求：①所要分解的物体一般是相同的：②所要分解的物体必须全部分完：③参与分物体的组至少都分到1个物体，不能有没分到物体的组出现．

在有些题目中，已知条件与上面的三个要求并不一定完全相符，对此应当对已知条件进行适当的变形，使得它与一般的要求相符，再适用插板法．

1. **使用插板法一般有如下三种类型：**
2. 个人分个东西，要求每个人至少有一个．这个时候我们只需要把所有的东西排成一排，在其中的个空隙中放上个插板，所以分法的数目为．
3. 个人分个东西，要求每个人至少有个．这个时候，我们先发给每个人个，还剩下个东西，这个时候，我们把剩下的东西按照类型⑴来处理就可以了．所以分法的数目为．
4. 个人分个东西，允许有人没有分到．这个时候，我们不妨先借来个东西，每个人多发1个，这样就和类型⑴一样了，不过这时候物品总数变成了个，因此分法的数目为．



1.使学生正确理解排列、组合的意义；正确区分排列、组合问题；

2.了解排列、排列数和组合数的意义，能根据具体的问题，写出符合要求的排列或组合；

3.掌握排列组合的计算公式以及组合数与排列数之间的关系；

4.会、分析与数字有关的计数问题，以及与其他专题的综合运用，培养学生的抽象能力和逻辑思维能力；

通过本讲的学习，对排列组合的一些计数问题进行归纳总结，重点掌握排列与组合的联系和区别，并掌握一些排列组合技巧，如捆绑法、挡板法等。

5.根据不同题目灵活运用计数方法进行计数。



**例1：小新、阿呆等七个同学照像，分别求出在下列条件下有多少种站法？**

**（1）七个人排成一排；**

**（2）七个人排成一排，小新必须站在中间.**

**（3）七个人排成一排，小新、阿呆必须有一人站在中间.**

**（4）七个人排成一排，小新、阿呆必须都站在两边.**

**（5）七个人排成一排，小新、阿呆都没有站在边上.**

**（6）七个人战成两排，前排三人，后排四人.**

**（7）七个人战成两排，前排三人，后排四人. 小新、阿呆不在同一排。**

* 1. （1）（种）。

（2）只需排其余6个人站剩下的6个位置．（种）.

（3）先确定中间的位置站谁，冉排剩下的6个位置．2×=1440(种)．

（4）先排两边，再排剩下的5个位置，其中两边的小新和阿呆还可以互换位置． (种)．

（5）先排两边，从除小新、阿呆之外的5个人中选2人，再排剩下的5个人，（种）.

（6）七个人排成一排时，7个位置就是各不相同的．现在排成两排，不管前后排各有几个人，7个位置还是各不相同的，所以本题实质就是7个元素的全排列．（种）.

（7）可以分为两类情况：“小新在前，阿呆在后”和“小新在前，阿呆在后”，两种情况是对等的，所以只要求出其中一种的排法数，再乘以2即可．4×3××2=2880(种)．排队问题，一般先考虑特殊情况再去全排列。

**例2：用1、2、3、4、5、6可以组成多少个没有重复数字的个位是5的三位数？**

1. 个位数字已知，问题变成从从个元素中取个元素的排列问题，已知，，根据排列数公式，一共可以组成(个)符合题意的三位数。

**例3：用、、、、这五个数字，不许重复，位数不限，能写出多少个3的倍数？**

* 1. 按位数来分类考虑：

⑴ 一位数只有个；

⑵ 两位数：由与，与，与，与四组数字组成，每一组可以组成(个)不同的两位数，共可组成(个)不同的两位数；

⑶ 三位数：由，与；，与；，与；，与四组数字组成，每一组可以组成(个)不同的三位数，共可组成(个)不同的三位数；

⑷ 四位数：可由，，，这四个数字组成，有(个)不同的四位数；

⑸ 五位数：可由，，，，组成，共有(个)不同的五位数．

由加法原理，一共有(个)能被整除的数，即的倍数．

**例4：某管理员忘记了自己小保险柜的密码数字，只记得是由四个非数码组成，且四个数码之和是，那么确保打开保险柜至少要试几次？**

* 1. 四个非数码之和等于9的组合有1，1，1，6；1，1，2，5；1，1，3，4；1，2，2，4；1，2，3，3；2，2，2，3六种。

第一种中，可以组成多少个密码呢？只要考虑的位置就可以了，可以任意选择个位置中的一个，其余位置放，共有种选择；

第二种中，先考虑放，有种选择，再考虑的位置，可以有种选择，剩下的位置放，共有(种)选择同样的方法，可以得出第三、四、五种都各有种选择．最后一种，与第一种的情形相似，的位置有种选择，其余位置放，共有种选择．

综上所述，由加法原理，一共可以组成(个)不同的四位数，即确保能打开保险柜至少要试次．

**例5：两对三胞胎喜相逢，他们围坐在桌子旁，要求每个人都不与自己的同胞兄妹相邻，(同一位置上坐不同的人算不同的坐法)，那么共有多少种不同的坐法？**

1. 第一个位置在个人中任选一个，有(种)选法，第二个位置在另一胞胎的人中任选一个，有(种)选法．同理，第，，，个位置依次有，，，种选法．由乘法原理，不同的坐法有(种)。

**例6：一种电子表在6时24分30秒时的显示为6:24：30，那么从8时到9时这段时间里，此表的5个数字都不相同的时刻一共有多少个?**

* 1. 设*A*:*BC*是满足题意的时刻，有*A*为8，*B*、*D*应从0，1，2，3，4，5这6个数字中选择两个不同的数字，所以有种选法，而*C*、*E*应从剩下的7个数字中选择两个不同的数字，所以有种选法，所以共有×=1260种选法。

从8时到9时这段时间里，此表的5个数字都不相同的时刻一共有1260个。

**例7：一个六位数能被11整除，它的各位数字非零且互不相同的．将这个六位数的6个数字重新排列，最少还能排出多少个能被11整除的六位数?**

* 1. 设这个六位数为，则有、的差为0或11的倍数．且*a*、*b*、*c*、*d*、*e*、*f*均不为0，任何一个数作为首位都是一个六位数。

先考虑*a*、*c*、*e*偶数位内，*b*、*d*、*f*奇数位内的组内交换，有×=36种顺序；

再考虑形如这种奇数位与偶数位的组间调换，也有×=36种顺序。

所以，用均不为0的*a*、*b*、*c*、*d*、*e*、*f*最少可排出36+36=72个能被11整除的数(包含原来的)。

所以最少还能排出72-1=71个能被11整除的六位数。

**例8：已知在由甲、乙、丙、丁、戊共5名同学进行的手工制作比赛中，决出了第一至第五名的名次．甲、乙两名参赛者去询问成绩，回答者对甲说：“很遗憾，你和乙都未拿到冠军．”对乙说：“你当然不会是最差的．”从这个回答分析，5人的名次排列共有多少种不同的情况？**

* 1. 这道题乍一看不太像是排列问题，这就需要灵活地对问题进行转化．仔细审题，已知“甲和乙都未拿到冠军”，而且“乙不是最差的”，也就等价于人排成一排，甲、乙都不站在排头且乙不站在排尾的排法数，因为乙的限制最多，所以先排乙，有种排法，再排甲，也有种排法，剩下的人随意排，有(种)排法．由乘法原理，一共有(种)不同的排法。

**例9：名男生，名女生，全体排成一行，问下列情形各有多少种不同的排法：**

**⑴ 甲不在中间也不在两端；**

**⑵ 甲、乙两人必须排在两端；**

**⑶ 男、女生分别排在一起；**

**⑷ 男女相间．**

* 1. ⑴ 先排甲，个位置除了中间和两端之外的个位置都可以，有种选择，剩下的个人随

意排，也就是个元素全排列的问题，有(种)选择．由乘法原理，共有(种)排法．

⑵ 甲、乙先排，有(种)排法；剩下的个人随意排，有

(种)排法．由乘法原理，共有(种)排法．

⑶ 分别把男生、女生看成一个整体进行排列，有(种)不同排列方法，再分别对男生、女生内部进行排列，分别是个元素与个元素的全排列问题，分别有

(种)和(种)排法．

由乘法原理，共有(种)排法．

⑷ 先排名男生，有(种)排法，再把名女生排到个空档中，有(种)排法．由乘法原理，一共有(种)排法。

**例10：一台晚会上有个演唱节目和个舞蹈节目．求：**

**⑴ 当个舞蹈节目要排在一起时，有多少不同的安排节目的顺序？**

**⑵ 当要求每个舞蹈节目之间至少安排个演唱节目时，一共有多少不同的安排节目的顺序？**

* 1. ⑴ 先将个舞蹈节目看成个节目，与个演唱节目一起排，则是个元素全排列的问题，有  
     (种)方法．第二步再排个舞蹈节目，也就是个舞蹈节  
      目全排列的问题，有(种)方法．

根据乘法原理，一共有(种)方法．

⑵ 首先将个演唱节目排成一列(如下图中的“□”)，是个元素全排列的问题，一共有(种)方法．

×□×□×□×□×□×□×

第二步，再将个舞蹈节目排在一头一尾或个演唱节目之间(即上图中“×”的位置)，这相当于从个“×”中选个来排，一共有(种)方法．

根据乘法原理，一共有(种)方法。



**A**

**1.用1、2、3、4、5这五个数字可组成多少个比大且百位数字不是的无重复数字的五位数？**

* 1. 可以分两类来看：

⑴ 把3排在最高位上，其余4个数可以任意放到其余4个数位上，是4个元素全排列的问题，有(种)放法，对应24个不同的五位数；

⑵ 把2，4，5放在最高位上，有3种选择，百位上有除已确定的最高位数字和3之外的3个数字可以选择，有3种选择，其余的3个数字可以任意放到其余3个数位上，有种选择．由乘法原理，可以组成(个)不同的五位数。

由加法原理，可以组成(个)不同的五位数。

**2.用0到9十个数字组成没有重复数字的四位数；若将这些四位数按从小到大的顺序排列，则5687是第几个数？**

1. 从高位到低位逐层分类：

⑴ 千位上排，，或时，千位有种选择，而百、十、个位可以从中除千位已确定的数字之外的个数字中选择，因为数字不重复，也就是从个元素中取个的排列问题，所以百、十、个位可有(种)排列方式．由乘法原理，有(个)．

⑵ 千位上排，百位上排时，千位有种选择，百位有种选择，十、个位可以从剩下的八个数字中选择．也就是从个元素中取个的排列问题，即，由乘法原理，有(个)．

⑶ 千位上排，百位上排，十位上排，，，，，时，个位也从剩下的七个数字中选择，有(个)．

⑷ 千位上排，百位上排，十位上排时，比小的数的个位可以选择，，，，共个．

综上所述，比小的四位数有(个)，故比小是第个四位数．

**3.用1、2、3、4、5、6六张数字卡片，每次取三张卡片组成三位数，一共可以组成多少个不同的偶数？**

1. 由于组成偶数，个位上的数应从，，中选一张，有种选法；十位和百位上的数可以从剩下的张中选二张，有(种)选法．由乘法原理，一共可以组成(个)不同的偶数．

**4.五位同学扮成奥运会吉祥物福娃贝贝、晶晶、欢欢、迎迎和妮妮，排成一排表演节目。如果贝贝和妮妮不相邻，共有（ ）种不同的排法。**

* 1. 五位同学的排列方式共有5×4×3×2×1=120（种）。

如果将相邻的贝贝和妮妮看作一人，那么四人的排列方式共有4×3×2×1=24（种）。

因为贝贝和妮妮可以交换位置，所以贝贝和妮妮相邻的排列方式有24×2=48(种)；

贝贝和妮妮不相邻的排列方式有120-48=72（种）。

**5.由个不同的独唱节目和个不同的合唱节目组成一台晚会，要求任意两个合唱节目不相邻，开始和最后一个节目必须是合唱，则这台晚会节目的编排方法共有多少种？**

1. 先排独唱节目，四个节目随意排，是个元素全排列的问题，有种排法；其次在独唱节目的首尾排合唱节目，有三个节目，两个位置，也就是从三个节目选两个进行排列的问题，有(种)排法；再在独唱节目之间的个位置中排一个合唱节目，有种排法．由乘法原理，一共有(种)不同的编排方法．

**B**

**6.⑴从1，2，…，8中任取3个数组成无重复数字的三位数，共有多少个？（只要求列式）**

**⑵从8位候选人中任选三位分别任团支书，组织委员，宣传委员，共有多少种不同的选法？**

**⑶3位同学坐8个座位，每个座位坐1人，共有几种坐法？**

**⑷8个人坐3个座位，每个座位坐1人，共有多少种坐法？**

**⑸一火车站有8股车道，停放3列火车，有多少种不同的停放方法？**

**⑹8种不同的菜籽，任选3种种在不同土质的三块土地上，有多少种不同的种法？**

1. ⑴按顺序，有百位、十位、个位三个位置，8个数字（8个元素）取出3个往上排，有种．

⑵3种职务3个位置，从8位候选人（8个元素）任取3位往上排，有种．

⑶3位同学看成是三个位置，任取8个座位号（8个元素）中的3个往上排（座号找人），每确定一种号码即对应一种坐法，有种．

⑷3个坐位排号1，2，3三个位置，从8人中任取3个往上排（人找座位），有种．

⑸3列火车编为1，2，3号，从8股车道中任取3股往上排，共有种．

⑹土地编1，2，3号，从8种菜籽中任选3种往上排，有种。

**7.现有男同学3人，女同学4人(女同学中有一人叫王红)，从中选出男女同学各2人，分别参加数学、英语、音乐、美术四个兴趣小组：**

**(1)共有多少种选法?**

**(2)其中参加美术小组的是女同学的选法有多少种?**

**(3)参加数学小组的不是女同学王红的选法有多少种?**

**(4)参加数学小组的不是女同学王红，且参加美术小组的是女同学的选法有多少种?**

1. （1）从3个男同学中选出2人，有=3种选法。从4个女同学中选出2人，有=6种选法。在四个人确定的情况下，参加四个不同的小组有4×3×2×1=24种选法。

3×6×24=432，所以共有432种选法。

（2）在四个人确定的情况下，参加美术小组的是女同学时有2×3×2×1=12种选法。

3×6×12=216，所以其中参加美术小组的是女同学的选法有216种。

（3）考虑参加数学小组的是王红时的选法，此时的问题相当于从3个男同学中选出2人，从3个女同学中选出1人，3个人参加3个小组时的选法。

3×3×3×2×1=54，所以参加数学小组的是王红时的选法有54种，432-54=378，所以参加数学小组的不是女同学王红的选法有378种。

（4）考虑参加数学小组的是王红且参加美术小组的是女同学时的选法，此时的问题相当于从3个男同学中选出2人参加两个不同的小组，从3个女同学中选出1人参加美术小组时的选法。

3×2×3=18，所以参加数学小组的是王红且参加美术小组的是女同学时的选法有18种，216-18=198，所以参加数学小组的不是女同学王红，且参加美术小组的是女同学的选法有198种。

**8.某校举行男生乒乓球比赛，比赛分成3个阶段进行，第一阶段：将参加比赛的48名选手分成8个小组，每组6人，分别进行单循环赛；第二阶段：将8个小组产生的前2名共16人再分成个小组，每组人，分别进行单循环赛；第三阶段：由4个小组产生的个第名进行场半决赛和场决赛，确定至名的名次．问：整个赛程一共需要进行多少场比赛？**

1. 第一阶段中，每个小组内部的个人每人要赛一场，组内赛场，共个小组，有场；第二阶段中，每个小组内部人中每人赛一场，组内赛场，共个小组，有场；第三阶段赛场．根据加法原理，整个赛程一共有场比赛。

**9.由数字1，2，3组成五位数，要求这五位数中1，2，3至少各出现一次，那么这样的五位数共有\_\_\_\_\_\_\_\_个。(2007年“迎春杯”高年级组决赛)**

1. 这是一道组合计数问题．由于题目中仅要求，，至少各出现一次，没有确定，，出现的具体次数，所以可以采取分类枚举的方法进行统计，也可以从反面想，从由组成的五位数中，去掉仅有个或个数字组成的五位数即可．

(法1)分两类：⑴，，中恰有一个数字出现次，这样的数有(个)；⑵，，中有两个数字各出现次，这样的数有(个)．符合题意的五位数共有(个)．

(法2)从反面想，由，，组成的五位数共有个，由，，中的某个数字组成的五位数共有个，由，，中的某个数字组成的五位数共有个，所以符合题意的五位数共有(个)。

**10. 个人围成一圈，从中选出两个不相邻的人，共有多少种不同选法？**

1. (法1)乘法原理．按题意，分别站在每个人的立场上，当自己被选中后，另一个被选中的，可以是除了自己和左右相邻的两人之外的所有人，每个人都有种选择，总共就有种选择，但是需要注意的是，选择的过程中，会出现“选了甲、乙，选了乙、甲”这样的情况本来是同一种选择，而却算作了两种，所以最后的结果应该是()(种)．

(法2)排除法．可以从所有的两人组合中排除掉相邻的情况，总的组合数为，而被选的两个人相邻的情况有种，所以共有(种)。

**11. 8个人站队，冬冬必须站在小悦和阿奇的中间（不一定相邻），小慧和大智不能相邻，小光和大亮必须相邻，满足要求的站法一共有多少种？**

1. 冬冬要站在小悦和阿奇的中间，就意味着只要为这三个人选定了三个位置，中间的位置就一定要留给冬冬，而两边的位置可以任意地分配给小悦和阿奇．

小慧和大智不能相邻的互补事件是小慧和大智必须相邻

小光和大亮必须相邻，则可以将两人捆绑考虑

只满足第一、三个条件的站法总数为：（种）

同时满足第一、三个条件，满足小慧和大智必须相邻的站法总数为：（种）

因此同时满足三个条件的站法总数为：（种）。

**C**

**12.小明有10块大白兔奶糖,从今天起,每天至少吃一块.那么他一共有多少种不同的吃法?**

1. 我们将10块大白兔奶糖从左至右排成一列,如果在其中9个间隙中的某个位置插入“木棍”,则将*lO*块糖分成了两部分。

我们记从左至右,第1部分是第1天吃的,第2部分是第2天吃的,…，

如:○○○|○○○○○○○表示第一天吃了3粒,第二天吃了剩下的7粒：

○○○○ | ○○○| ○○○表示第一天吃了4粒,第二天吃了3粒,第三天吃了剩下的3粒．

不难知晓,每一种插入方法对应一种吃法,而9个间隙,每个间隙可以插人也可以不插入,且相互独立，故共有29=512种不同的插入方法,即512种不同的吃法。

**13.小红有10块糖，每天至少吃1块，7天吃完，她共有多少种不同的吃法？**

1. 分三种情况来考虑：

⑴ 当小红最多一天吃块时，其余各每天吃块，吃块的这天可以是这七天里的任何一天，有种吃法；

⑵ 当小红最多一天吃块时，必有一天吃块，其余五天每天吃块，先选吃块的那天，有种选择，再选吃块的那天，有种选择，由乘法原理，有种吃法；

⑶ 当小红最多一天吃块时，必有三天每天吃块，其四天每天吃块，从天中选天，有(种)吃法。

根据加法原理，小红一共有(种)不同的吃法．

还可以用挡板法来解这道题，块糖有个空，选个空放挡板，有(种)不同的吃法。

**14.把20个苹果分给3个小朋友，每人最少分3个，可以有多少种不同的分法？**

* 1. (法1)先给每人2个，还有14个苹果，每人至少分一个，13个空插2个板，有种分法．

(法2)也可以按分苹果最多的人分的个数分类枚举。

**15.有10粒糖，分三天吃完，每天至少吃一粒，共有多少种不同的吃法？**

1. 如图：○○|○○○○|○○○○，将10粒糖如下图所示排成一排，这样每两颗之间共有9个空，从头开始吃，若相邻两块糖是分在两天吃的，就在其间画一条竖线隔开表示之前的糖和之后的糖不是在同一天吃掉的，九个空中画两条竖线，一共有种方法．

**16.某池塘中有三只游船，船可乘坐人，船可乘坐人，船可乘坐人，今有个成人和个儿童要分乘这些游船，为安全起见，有儿童乘坐的游船上必须至少有个成人陪同，那么他们人乘坐这三支游船的所有安全乘船方法共有多少种？**

1. 由于有儿童乘坐的游船上必须至少有个成人陪同，所以儿童不能乘坐船．

⑴若这人都不乘坐船，则恰好坐满两船，①若两个儿童在同一条船上，只能在船上，此时船上还必须有个成人，有种方法；②若两个儿童不在同一条船上，即分别在两船上，则船上有个儿童和个成人，个儿童有种选择，个成人有种选择，所以有种方法．故人都不乘坐船有种安全方法；

⑵若这人中有人乘坐船，这个人必定是个成人，有种选择．其余的个成人与个儿童，①若两个儿童在同一条船上，只能在船上，此时船上还必须有个成人，有种方法，所以此时有种方法；②若两个儿童不在同一条船上，那么船上有个儿童和个成人，此时个儿童和个成人均有种选择，所以此种情况下有种方法；故人中有人乘坐船有种安全方法．所以，共有种安全乘法．

**17.从名男生，名女生中选出人参加游泳比赛．在下列条件下，分别有多少种选法？  
⑴恰有名女生入选；⑵至少有两名女生入选；⑶某两名女生，某两名男生必须入选；  
⑷某两名女生，某两名男生不能同时入选；⑸某两名女生，某两名男生最多入选两人。**

1. ⑴恰有名女生入选，说明男生有人入选，应为种；

⑵要求至少两名女生人选，那么“只有一名女生入选”和“没有女生入选”都不符合要求．运用包含与排除的方法，从所有可能的选法中减去不符合要求的情况：

；

⑶人必须入选，则从剩下的人中再选出另外人，有种；

⑷从所有的选法种中减去这个人同时入选的种：

．

⑸分三类情况：人无人入选；人仅有人入选；人中有人入选，共：

。

**18.在6名内科医生和4名外科医生中，内科主任和外科主任各一名，现要组成5人医疗小组送医下乡，按照下列条件各有多少种选派方法？  
⑴ 有3名内科医生和2名外科医生；  
⑵ 既有内科医生，又有外科医生；  
⑶ 至少有一名主任参加；  
⑷ 既有主任，又有外科医生。**

1. ⑴ 先从名内科医生中选名，有种选法；再从名外科医生中选名，

共有种选法．根据乘法原理，一共有选派方法种．

⑵ 用“去杂法”较方便，先考虑从名医生中任意选派人，有 种选派方法；再考虑只有外科医生或只有内科医生的情况．由于外科医生只有人，所以不可能只派外科医生．如果只派内科医生，有种选派方法．所以，一共有种既有内科医生又有外科医生的选派方法。

⑶ 如果选名主任，则不是主任的名医生要选人，有种选派方法；如果选名主任，则不是主任的名医生要选人，有种选派方法．根据加法原理，一共有种选派方法．

⑷ 分两类讨论：

①若选外科主任，则其余人可任意选取，有种选取方法；

②若不选外科主任，则必选内科主任，且剩余人不能全选内科医生，用“去杂法”有种选取法．

根据加法原理，一共有种选派方法。

**19.在10名学生中，有5人会装电脑，有3人会安装音响设备，其余2人既会安装电脑，又会安装音响设备，今选派由人组成的安装小组，组内安装电脑要人，安装音响设备要人，共有多少种不同的选人方案？**

1. 按具有双项技术的学生分类：

⑴ 两人都不选派，有(种)选派方法；

⑵ 两人中选派人，有种选法．而针对此人的任务又分两类：

若此人要安装电脑，则还需人安装电脑，有(种)选法，而另外会安装音响设备的人全选派上，只有种选法．由乘法原理，有(种)选法；

若此人安装音响设备，则还需从人中选人安装音响设备，有(种)选法，需从人中选人安装电脑，有(种)选法．由乘法原理，有(种)选法．

根据加法原理，有(种)选法；

综上所述，一共有(种)选派方法．

⑶ 两人全派，针对两人的任务可分类讨论如下：

①两人全安装电脑，则还需要从人中选人安装电脑，另外会安装音响设备的人全选上安装音响设备，有(种)选派方案；

②两人一个安装电脑，一个安装音响设备，有(种)选派方案；

③两人全安装音响设备，有(种)选派方案．

根据加法原理，共有(种)选派方案．

综合以上所述，符合条件的方案一共有(种)．

**20.有11名外语翻译人员，其中名是英语翻译员，名是日语翻译员，另外两名英语、日语都精通．从中找出人，使他们组成两个翻译小组，其中人翻译英文，另人翻译日文，这两个小组能同时工作．问这样的分配名单共可以开出多少张？**

1. 针对两名英语、日语都精通人员(以下称多面手)的参考情况分成三类：

⑴ 多面手不参加，则需从名英语翻译员中选出人，有种选择，需从名日语翻译员中选出人，有种选择．由乘法原理，有种选择．

⑵ 多面手中有一人入选，有种选择，而选出的这个人又有参加英文或日文翻译两种可能：

如果参加英文翻译，则需从名英语翻译员中再选出人，有种选择，需从名日语翻译员中选出人，有种选择．由乘法原理，有种选择；

如果参加日文翻译，则需从名英语翻译员中选出人，有种选择，需从名日语翻译员中再选出名，有种选择．由乘法原理，有种选择．根据加法原理，多面手中有一人入选，有种选择．

⑶ 多面手中两人均入选，对应一种选择，但此时又分三种情况：

①两人都译英文；②两人都译日文；③两人各译一个语种．

情况①中，还需从名英语翻译员中选出人，有种选择．需从名日语翻译员中选人，种选择．由乘法原理，有种选择．

情况②中，需从名英语翻译员中选出人，有种选择．还需从名日语翻译员中选出人，有种选择．根据乘法原理，共有种选择．

情况③中，两人各译一个语种，有两种安排即两种选择．剩下的需从名英语翻译员中选出人，有种选择，需从名日语翻译员中选出人，有种选择．由乘法原理，有种选择．

根据加法原理，多面手中两人均入选，一共有种选择．

综上所述，由加法原理，这样的分配名单共可以开出张．



1. 千位数字与十位数字之差为2（大减小），且不含重复数字的四位数有多少个？

解答：=15×56=840（个）

1. 恰有两位数字相同的三位数共有多少个？

解答：

9×10×10－9－（＋2×）＝243（个）

计算三位数字各不相同的三位数时，我们是把“不包含0”、“包含0”两类情况分别计算得到的，共有＋2×＝648个。我们也可以利用分步计数原理来进行计算，同样得到：9×9×8＝648个。

恰有两位数字相同的三位数共有243个

1. 某管理员忘记了自己小保险柜的密码数字，只记得是由四个非0数码组成，且四个数码之和是9。为确保打开保险柜，至少要试多少次？

解答：

＋＋＋＋＋＝56（次）

为确保打开保险柜，至少要试56次

1. 从3，5，7，11这四个质数中任取两个数相乘，可以得到多少个不同的乘积？

解答：



故可以组成6个不同的乘积。

1. 平面内有7个点，任何3点都不在同一条直线上，以每三点为顶点画一个三角形，一共可以画多少个三角形？

解答：

（个）

故可以画出35个三角形。





1. 甲、乙、丙、丁四人各有一个作业本混放在一起，四人每人随便拿了一本。问：
2. 甲拿到自己作业本的拿法有多少种？

（2）至少有一人没拿到自己作业本的拿法有多少种？

解答：

甲拿到自己的作业本，剩下乙、丙、丁和3本作业本，拿法没有限制，等价于一个全排列。

甲拿到自己作业本的拿法有：（种）

用包含与排除的方法，先求出总的拿法，再减去其中所有人都拿到了自己的作业本的情况。

这样的拿法有（种）

1. 书架上有4本不同的漫画书，5本不同的童话书，3本不同的故事书，全部竖起排成一排，如果同类型的书不要分开，一共有多少种排法？

解答：

每种书内部任意排序，分别有，，种排法，然后再排三种类型的顺序，有种排法，整个过程分4步完成。



＝4×3×2×1×5×4×3×2×1×3×2×1×3×2×1

＝103680（种）

一共有103680种不同排法。

1. 用数字1、2、3、4、5、6可以组成多少个没有重复数字的：

①三位偶数；②四位数；③个位是6的五位数；④尾数不是25的六位数。

解答：

①三位偶数：个位只有2、4、6个数字可选，即。个位确定后，还剩下5个数字，可以作为十位和百位，即。

②四位数：从6个数字中选出4个，作为四位数的千位、百位、十位、个位。排列顺序不同，所代表的四位数就不同。

③个位是6的五位数：题目等价于“用1、2、3、4、5组成无重复数字的四位数”。

④尾数不是25的六位数：运用包含与排除的方法，从所有的可能情况中减掉尾数是25的。

①（个）。

②（个）。

③（个）。

④（个）。

1. 用数码0，1，2，3，4，可以组成多少个小于1000的没有重复数字的自然数？

解答：

小于1000的自然数包括一位数、两位数、三位数，可以分类计算。注意“0”是自然数，且不能作两位数、三位数的首项。

5＋＋＝69（个）

可以组成69个小于1000的没有重复数字的自然数。

1. 4名男生和2名女生去照相，要求两名女生必须紧挨着站在正中间，有几种排法？

解答：

给6个人分配6个位置的问题。我们把位置从左到右进行编号1～6，两名女生站在中间，即只能站在3、4号位置上，但她们俩可以互换位置，即。4个男生站在剩下的1、2、5、6号位置上，没有特殊要求，即。

由分步计数原理：

（种）

故有48种排法。

1. 用0、1、2、3、7、8六个数字可以组成个能被9整除的没有重复数字的四位数。

解答：

根据能被9整除的数的数字特征，在0、1、2、3、7、8这六个数字中，只有1、2、7、8和0、3、7、8组成的四位数能被9整除。

用1、2、7、8可以组成（个）；

用0、3、7、8可以组成（个）；

共计24+18=42（个）。

则可以组成42个满足要求的四位数。

1. 5个人并排站在一起，如果甲必须站在中间，有多少种不同的站法？

解答：

由于甲必须站在中间，那么实际上就是其余四个人去站剩下的四个位置，这是一个全排列问题，且n=4，

共有4×3×2×1＝24种不同站法。

1. 5个人排队，其中甲必须不站在两端的排法一共有多少种？

解答：

甲的位置受限制，我们可以先排甲，既然他不能站在两端，那么还剩3个位置可以选择，然后排其余的4个人站剩下的4个位置。

（种）

则共有72种站法。

9． 张华、李明等七个同学照像，分别求出在下列条件下有多少种站法：

解答：

（1）七个人排成一排；

7个元素全排列。

（种）

（2）七个人排成一排，张华必须站在中间；

只需排其余6个人站剩下的6个位置。

（种）

（3）七个人排成一排，张华、李明必须有一人站在中间；

先确定中间的位置站谁，再排剩下的6个位置。

（种）

（4）七个人排成一排，张华、李明必须站在两边；

先排两边，再排剩下的5个位置，其中两边的张华和李明还可以互换位置。

（种）

（5）七个人排成一排，张华、李明都没有站在边上；

同样先排两边，从除张华、李明之外的5个人中选2人分列左右两边，再排剩下的5个人。

（种）

（6）七个人排成两排，前排三人，后排四人；

七个人排成一排时，7个位置就是各不相同的。现在排成两排，不管前后排各有几个人，7个位置还是各不相同的，所以本题实质就是7个元素的全排列。

（种）

（7）七个人排成两排，前排三人，后排四人，张华、李明不在同一排。

可以分为两类情况：“张华在前，李明在后”和“李明在前，张华在后”，两种情况是对等的，所以只要求出其中一种的排法数，再乘以2即可。

（种）

1. 工厂从100件产品中任意抽出三件进行检查，问：
2. 一共有多少种不同的抽法？
3. 如果100件产品有2件次品，抽出的3件中恰好有一件是次品的抽法有多少种？
4. 如果100件产品中有2件次品，抽出的3件中至少有一件是次品的抽法有多少种？

解答：

（1）

共有161700种抽法；

（2）

3件中恰好有一件是次品的抽法有9506种；

（3）

3件中至少有一件是次品的抽法有9604种。