第二讲 数列与数表





**1.等差数列**：

若干个数排成一列,称为数列。数列中的每一个数称为一项,其中第一项称为首项,最后一项称为末项,数列中数的个数称为项数。从第二项开始,后项与其相邻的前项之差都相等的数列称为等差数列,后项与前项的差称为公差。

例如:等差数列:3、6、9、…、96,这是一个首项为3,末项为96,项数为32,公差为3的数列。

计算等差数列的相关公式:

通项公式:第几项=首项+(项数-1)×公差

项数公式:项数=(末项-首项)÷公差+1

求和公式:总和=(首项+末项)×项数÷2

在等差数列中,如果已知首项、末项、公差,求总和时,应先求出项数,然后再利用等差数列求和公式求和。

某些问题以转化为求若干个数的和解决这些问题时先要判断这些数是否成为等差数列，如果是等差数列才可以运用它的一些公式。

在解决自然数的数字问题时，应根据题目的具体特点，有时可考虑将题中的数适当分组，并将每组中的数合理配对，使问题得以顺利解决。

**2.斐波那契数列**：1，1，2，3，5，8，13，21，34…这个以1，1分别为第1项、第2项，以后各项都等于前两项之和的无穷数列，就是斐波那契数列。

**3.周期数列与周期**：从某一项开始，重复出现同一段数的数列称为周期数列，其重复出现的这一段数的个数则称为此数列的周期。

例如： 8，1，2，3，8，4，5，7，6，3，8，4，5，7，6，3，8，4，5，7，6……

这是一个周期数列，周期为6。

**4.寻找数列的规律，通常有以下几种办法**：

1寻找各项与项数间的关系。

2考虑此项与它前一项之间的关系。

3考虑此项与它前两项之间的关系。

4数列本身要与其他数列对比才能发现其规律，这类情形稍微复杂些。

5有时可以将数列的项恰当分组以寻求规律。（“分组”是难点）

6常常需要根据题中的已知条件求出数列的若干项之后，找到周期，探求规律。



1.逐步了解首项、末项、项数、公差与和之间的关系。

2.在解题中应用数列相关知识。



**例1：有一个数列：4、7、10、13、…、25，这个数列共有多少项?**

**分析：**仔细观察可以发现，后项与其相邻的前项之差都是3，所以这是一个以4为首项，以公差为3的等差数列，根据等差数列的项数公式即可解答。

**解：**由等差数列的项数公式:项数=(末项-首项)÷公差+1,可得,项数=(25-4)÷3+1=8,所以这个数列共有8项。

**例2：有一等差数列：2，7,12,17，…，这个等差数列的第100项是多少？**

**分析：**仔细观察可以发现，后项与其相邻的前项之差等于5，所以这是一个以2为首项，以公差为5的等差数列，根据等差数列的通项公式即可解答

**解：**由等差数列的通项公式:第几项=首项+(项数-1)×公差,可得,第100项=2+(1OO-1)×5=497,所以这个等差数列的第100项是497。

**例3：计算2+4+6+8+…+1990的和。**

**分析：**仔细观察数列中的特点，相邻两个数都相差2，所以可以用等差数列的求和公式来求。

**解：**因为首项是2,末项是1990,公差是2,昕以,项数=(1990-2)÷2+1=995,再根据等差数列的求和公式:总和=(首项+末项)×项数÷2,解出2+4+6+8+…+1990=(2+1990)×995÷2=991020。

**例4：计算（1+3+5+…+l99l)-（2+4+6+…+1990）**

**分析：**仔细观察算式中的被减数与减数，可以发现它们都是等差数列相加，根据题意可以知道首项、末项和公差，但并没有给出项数，这需要我们求项数，按照这样的思路求得项数后，再运用求和公式即可解答。

**解：**被减数的项数=(1991-1)÷2+1=996，所以被减数的总和=(1+1991)×996÷2=992016;减数的项数=(l990-2)÷2+1=995,所以减数的总和=(2+1990)×995÷2=991020.所以原式=992016-991020=996。

**例5：已知一列数：2,5,8,11,14，…，80，…，求80是这列数中第几个数。**

**分析：**仔细观察这列数可以发现，后项与其相邻的前项之差等于3，所以这是一个以2为首项，以公差为3的等差数列，求80是这列数中第几个数，实际上是求该数列的项数。

**解：**这列数的首项是2,末项是80,公差是3,运用公式:项数=(末项-首项)÷公差+1

即(80-2)÷3+1=27,所以80是该数列的第27项。

**例6：小王看一本书第一天看了20页，以后每天都比前一天多看2页，第30天看了78页正好看完。这本书共有多少页？**

**分析：**根据条件“以后每天比前一天多看2页”可以知道他每天看的页数都是按照一定规律排列的数，即20、22、24、…、76、78。要求这本书共有多少页也就是求出这列数的和。

**解：**由题意可知，这列数是一个等差数列，首项=20，末项=78，项数=30，所以这本书共有（20+78）×30÷2=1470（页）

答：这本书共有1470页。

**例7：建筑工地上堆着一些钢管(如图所示),求这堆钢管一共有多少根。**



**分析：**根据图可以知道，这是一个以3为首项，以1为公差的等差数列，求钢管一共有多少根其实是求这列数的和。

**解：**求钢管一共有多少根,其实就是求3+4+5+…+9+10的和。

项数=(10-3)÷1+1=8,根据公式求和为:

3+4+5+…+9+10

=(3+10)×8÷2

=13×8÷ 2

=52(根)。

答：这堆钢管一共有52根。

**例8：四（1）班45位同学举行一次同学联欢会，同学们在一起一一握手，且每两个人只能握一次手，同学们共握了多少次手？**

**分析：**假设45位同学排成一队，第1位同学一次与其他同学握手，一共握了44次，第2位同学因与第1位同学已握手，只需要与另外43位同学握手，一共握了43次，这样第3位同学只需与另外的42位同学握手，…，依次类推。握手的次数分别为：44,43,42，…，3,2,1，这样应用等差数列求和公式即可解答。

**解：**根据以上分析，可以把本题转化为求一个等差数列的和

即 44+43+42+…+3+2+1

=（44+1）×44÷2

=990（次）

答：同学们共握了990次手。



**A**

1.有一个数列:2,6,10,14,…,106,这个数列共有多少项?。

**答案：**这个数列共有27项

2.求1,5,9,13,…,这个等差数列的第3O项。

**答案：**这个等差数列的第30项是117。

3.计算1+2+3+4+…+53+54+55的和。

**答案：**1+2+3+4+…+53+54+55=(l+55)×55÷2=1540。

4.计算(1+3+5+7+…+2003)-(2+4+6+8+…+2002)

**答案：**1002

5.有一列数是这样排列的:3,11,19,27,35,43,51,…,求第12个数是多少。

**答案：**第12个数是91

**B**

6.一等差数列,首项=7,公差=3,项数=15,它的末项是多少?

**答案：**它的末项是49。

7.计算(2OO1+1999+1997+1995)-(2OOO+1998+1996+1994)。

**答案：**4

8.文丽学英语单词,第一天学会了3个，以后每天都比前一天多学会1个，最后一天学会了21个。文丽在这些天中共学会了多少个英语单词？

**答案：**文丽每天学会的单词个数是一个等差数列，即3、4、5、6、…、21。首项=3，末项=21，项数=（21-3）÷2+1=10。所以，文丽在这些天中共学会了（3+21）×10÷2=120(个)

答：文丽在这些天中共学会了120个英语单词。

9.李师傅做一批零件，第一天做了25 个，以后每天都比前一天多做2个，第20天做了63个正好做完。这批零件共有多少个？

**答案：**（25+63）×20÷2=880（个）

10.有60把锁的钥匙搞乱了,为了使每把锁都配上自己的钥匙,至多试多少次?

**答案：**59+58+57+…+2+1=(59+1)×59÷2=1770(次)

**C**

11.一些同样粗细的圆木,像如图所示一样均匀地堆放在一起,已知最下面一层有70根。一共有多少根圆木？



**答案：**2485根。

12.用3根等长的火柴棍摆成一个等边三角形,用这样的等边三角形，按下图所示铺满一个大的等边三角形,如果这个大的等边三角形的底边能放10根火柴棒,那么这个大的等边三角形中一共要放多少根火柴棒?



**答案：**如果把图中最上端的一个三角形看做第一层,与第一层紧相连的3个三角形(2个向上的三角形,一个向下的三角形)看做第二层,那么这个图中一共有10层三角形。

不难看出,这10层三角形每层所需火柴棒根数,自上而下依次为:3,6,9,…,3×10。

它们成等差数列,且首项为3,公差为3,项数为10。

求火柴的总根数,也就是求这个等差数列各项的和。

即: 3+6+9+…+30

=(3+30) × 10÷ 2

=33× 5

=165(根)

答：这个大的等边三角形中一共要放165根火柴棒。

13.有一些锁的钥匙搞乱了,已知至多要试28次,就能使每把锁都配上自己的钥匙。一共有几把锁的钥匙搞乱了?

**答案：**一共有8把锁的钥匙搞乱了。

14.学校进行书法大赛，每个选手都要和其他所有选手各赛一场。如果有16人参加比赛，一共要进行多少场比赛？

**答案：**15+14+13+…+3+2+1=（15+1）×15÷2=120（场）

15.在一次元旦晚会上，一共有48位同学和5位老师，每一位同学或老师都要和其他同学握一次手。那么一共握了多少次手？

**答案：**根据题意，一共有48+5=53（人）参加了这次晚会。所以，一共握手的次数为：

52+51+50+…+3+2+1=（52+1）×52÷2=1378（次）

答：一共握了1378次手。



1.有一个数列:5,8,11,…,92,95,98,这个数列共有多少项?

**答案：**这个数列共有19项

2.求等差数列2,5,8,11,…的第100项。

**答案：**这个等差数列的第100项是299。

3.计算5+10+15+20+⋯ +190+195+200的和。

**答案：**首项=5,末项=200,公差=5,项数=(200-5)÷5+1=40,5+10+15+20+…+190+195+200=(5+200)×40÷2=4100。

4.有一列数是这样排列的:2,11,20,29,38,47,56,…,求785是第几个数。

**答案：**785是第88个数

5.计算(2+4+6+…+100)-(1+3+5+…+99)

**答案：**50





1.在等差数列中,首项=1,末项=57,公差=2,这个等差数列共有多少项?

**答案：**这个等差数列共有29项。

2.计算100+99+98+…+61+60的和

**答案：**3280

3.在等差数列6,13,20,27,…中,从左到右数第几个数是1994?

**答案：**第285个数是1994。

4.小李读一本短篇小说，她第一天读了20页这个等差数列共有多少项?

**答案：**这个等差数列共有29项。

5.用相同的小立方体摆成如图所示的形状,如果共摆成10层,那么最下面有多少个小立方体?



**答案：**55个

6.一辆公共汽车有66个座位,空车出发后,第一站上一位乘客,第二站上两位乘客,第三站上三位乘客,依次类推,第几站后,车上坐满乘客?

**答案：**第11站后，车上坐满乘客。

7.一次朋友聚会，大家见面时总共握手28次。如果参加聚会的人和其余的每个人只握手一次，问参加聚会的共有多少人？

**答案：**设共有n人参加了聚会，因为要求参加聚会的人和其余的每个人只握手一次，所以一共握手（n-1）+（n-2）+…+2+1=n×（n-1）÷2，因为共握手28次，所以n×（n-1）÷2=28，即n×（n-1）=56.又因为n是正整数，通过计算，可知8×7=56，n=8，所以参加聚会的共有8人。

答：参加聚会的共有8人。

8.有50把锁的钥匙搞乱了,为了使每把锁都配上自己的钥匙,至多要试多少次?

**答案：**开第一把锁时，如果不凑巧，试了49把钥匙还不行，那所剩的一把就一定能把它打开，即开第一把锁至多需要试49次，同理，开第二把锁至多需要48次，开第三把锁至多需试47次，…，等打开第49把锁，剩下的最后一把不用试，一定能打开。

根据以上分析,可以把本题转化为求一个等差数列的和，

即 49+48+47+…+2+1

=(49+1)×49÷ 2

=1225(次)

答：至多要试1225次。