第七讲 列方程解应用题（一）





在小学数学中，列方程解应用题与用算术方法解应用题是有密切联系的。它们都是以四则运算和常见的数量关系为基础，通过分析题目里的数量关系，根据四则运算的意义列式解答的。但是，两种解答方法的解题思路却不同。由于数量关系的多样性和叙述方式的不同，用算术方法解答应用题，时常要用逆向思考，列式比较困难，解法的变化也比较多。用列方程的方法解答应用题，由于引进了字母表示未知数，可以使未知数直接参与运算，使题目中的数量关系更加清楚，把未知数当成已知数来用，使我们很容易理清数量关系，正确解决问题。特别是在解比较复杂的或有特殊解法的应用题时，用方程往往比较容易。

**1.基本概念：**

（1）像4x+2=9这样的等式，只含有一个未知数x，而且未知数x的指数为1的方程叫做一元一次方程；

（2）像2x+y=8这样的等式，含有两个未知数x、y，而且未知数的指数都为1的方程叫做二元一次方程；把两个二元一次方程用“﹛”写在一起，就组成了一个二元一次方程组；

（3）如果有两个未知数，一般需要两个方程才能求出唯一解，如果有三个未知数，一般需要三个方程才能求出唯一解.

**2.列方程解应用题的一般步骤是：**

①审清题意，弄清楚题目意思以及数量之间的关系；

　　②合理设未知数x，设未知数的方法有两种：直接设未知数（问什么设什么），间接设未知数；

　　③依题意确定等量关系，根据等量关系列出方程；

　　④解方程；

　　⑤将结果代入原题检验。

概括成五个字就是：“审、设、列、解、验”.

列方程解应用题的关键是找到正确的等量关系。寻找等量关系的常用方法是：根据题中“不变量”找等量关系。



1.理解一元一次方程、二元一次方程（组）及确定方程解的概念，会解一元一次方程、二元一次方程组；

2.能根据题意列方程解答问题。



**例1：解下列方程：**

（1） （2）

（3） （4）

（5） （6）

（7） （8）

**分析：**（1）移项得：，注意把“同类”放在等号的同侧，移项过程中注意变号；化简得：，等式两边同时除以2可得，把代入原式，满足等式。

以下各题不再写检验步骤，请教师强调学生答案要检验。

（2）

（3）

（4）

（5）



（6）

请教师强调学生在解答时要注意：移项变号、同类放在等式一边、（4）中去括号时每一项都要发生相应变化、（6）中每一项都同时扩大6倍、（5）中可以先简化运算的一定要先化简。

（7）法1：代入消元法



由（1）得：

把（3）代入（2）得：



解得：

把代入（3）得：

所以可得：

（8）法2：加减消元法



建议教师将（7）、（8）贯穿起来，让学生深刻体会：（1）代入消元法，以及代入消元法在什么情况下好用；（2）加减消元法，其本质是找（制造）到一个未知数的系数相等，再利用等式加减得到结果.

**例2：汽车以每小时72公里的速度笔直地开向****寂静的山谷，驾驶员按一声喇叭，4秒后听到回音，听到回音时汽车离山谷多远？（声音的速度以340米/秒计算）**

**分析：**72千米/小时=72000米/3600秒=2米/秒，设听到回音时汽车离山谷x米，根据题意可得：

340×4=2x+2×4，解得x=676（米）.

**例3：用绳子测井深，绳子两折时,余60厘米,绳子三折时,差40厘米，求绳长和井深？**

**分析：**法1：设井深是x厘米，则有：2x+60×2=3x-40×3 ，井深x=240（厘米），绳长600厘米；

法2：设绳长是y厘米，则有：解得绳长（厘米），井深240厘米。

**例4：箱子里面有红、白两种玻璃球，红球数比白球数的3倍多两个，每次从箱子里取出7个白球，15个红球．如果经过若干次以后，箱子里只剩下3个白球，53个红球，那么，箱子里原有红球比白球多多少个?**

**分析：**设取球的次数为x次．那么原有的白球数为（3+7x），红球数为（53+15x）．再根据题中的第一个条件：53+15x=3×（3+7x）+2，解得x=7，所以原有红球158个，原有白球52个，红球比白球多106个．此题用逆向思维较难求解，但是用方程则思路非常清晰简单．

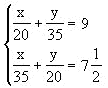
**例5：小新去动物园看猩猩，有的猩猩在洞中，有的在外面玩耍。他就问管理员叔叔共有多少只猩猩，管理员叔叔开心的答道：“头数加只数，只数减头数，头数乘只数，只数除头数，把四个得数相加恰好是100 .”那么聪明的你知道一共有多少只猩猩吗？**

**分析：**设动物园有x只猩猩，依题意有：（x+x）+（x-x）+x×x+x÷x=100，即2x+0+ x×x+1=100，亦即：

x（x+2）=99，又ｘ整数，只有唯一解ｘ=9．

**例6：从甲地到乙地的公路，只有上坡路和下坡路，没有平路。一辆汽车上坡时每小时行驶20千米，下坡时每小时行驶35千米。车从甲地开往乙地需9小时，从乙地到甲地需7.5小时，问：甲乙两地公路有多少千米？从甲地到乙地须行驶多少千米的上坡路？**

**分析：**从甲地到乙地的上坡路，就是从乙地到甲地的下坡路；从甲地到乙地下坡路，就是从乙地到甲地的上坡路。设从甲地到乙地的上坡路为x千米，下坡路为y千米，依题意得



解得x＝140，y=70，所以甲、乙两地间的公路有210千米，从甲地到乙地须行驶140千米的上坡路.

**例7：幼儿园有三个班，甲班比乙班多4人，乙班比丙班多4人.老师给小孩分枣，甲班每个小孩比乙班每个小孩少分了3个枣，乙班每个小孩比丙班每个小孩少分了5个枣，结果甲班比乙班总共多分了3个枣，乙班比丙班总共多分了5个枣，三个班总共分了多少个枣？**

**分析：**法1：设甲班有x人，则乙班有（x－4）人，丙班有（x－8）人；甲班每人分得y个枣，则乙班每人分得（y+3）个，丁班每人分得（y+8）个．那么有甲班共分得xy个枣，乙班共分得(x-4)(y+3)枣，丙班共分得(x-8)(y+8)个枣．

，整理有，解得．

因此，甲班小孩19人，每个小孩分枣12个；乙班小孩15人，每个小孩分枣15个；丙班小孩11人，每个小孩分枣20个．19×12+15×15+11×20＝673(个) ，所以，三班共分673个枣．

法2：



先看甲、丙两班，有甲班x人比丙班x人少分8x颗枣，而甲班共分得枣比丙班多8个，所以甲班多出的8人共分得8x+8颗枣，即每人分得x+1颗枣．那有



再看乙、丙班，乙班x人比丙班x人少分5x颗枣，而乙班共分得的枣比丙班多5个枣，所以乙班多出的4人共分得5x+x颗枣，即每人分得(5x+5)÷4颗枣．有(5x+5)÷4＝x+4，解得x＝11．因此，甲班小孩19人，每个小孩分枣12个；乙班小孩15人，每个小孩分枣15个；丙班小孩11人，每个小孩分枣20个．19×12+15×15+11×20＝673(个) ，所以三班共分673个枣．



**A**

1.有两种不同规格的油桶若干个，大的能装8千克油，小的能装5千克油，44千克油恰好装满这些油桶。问：大、小油桶各几个？

**分析：**设有大油桶x个，小油桶y个。由题意8x+5y=44，知8x≤44，所以x＝0、1、2、3、4、5。相应的将x的所有可能值代入方程，可得x＝3时，y=4 . 此题在解答时，也可联系数论的知识，注意到能被5整除的数的特点，便可轻松求解.

2.小华和小强各用6角4分买了若干支铅笔，他们买来的铅笔中都是5分一支和7分一支的两种，而且小华买来的铅笔比小强多．小华比小强多买来铅笔＿＿支．

**分析：**设买5分一支的铅笔ｍ支，7分一支的铅笔n支。则：5×ｍ+7×ｎ=64， 64—7×n是5的倍数．用n=0，1，2，3，4，5，6，7，8代入检验，只有n=2，7满足这一要求，得出相应的ｍ=10，3．即小华买铅笔lO+2＝12支，小强买铅笔7+3=10支，小华比小强多买2支．

3.小明玩套圈游戏，套中小鸡一次得9分，套中小猴得5分，套中小狗得2分。小明共套了10次，每次都套中了，每个小玩具都至少被套中一次，小明套10次共得61分。问：小明至多套中小鸡几次？

**分析：**设套中小鸡x次，套中小猴y次，则套中小狗（10-x-y）次。

根据得61分可列方程：9x+5y+2（10-x-y）=61，化简后得7x=41－3y。显然y越小，x越大。将y=1代入得7x=38，无整数解；若y=2，7x=35，解得x=5，所以小明至多套中小鸡5次.

4.甲、乙、丙、丁四人共做零件270个。如果甲多做10个，乙少做10个，丙的个数乘以2，丁做的个数除以2，那么四人做的零件数恰好相等，问丙实际做了多少个？

**分析:**设四人做的零件数恰好都为x，根据题意可得：

（x-10）+（x+10）+（x÷2）+（x×2）=270 ，解得x=60 ，丙实际做了60÷2=30（个 ）.

5.有甲乙丙三个人，当甲的年龄是乙的2倍时；丙是22岁，当乙的年龄是丙的2倍，甲是31岁；当甲60岁时，丙是多少岁?

**分析：**设丙22岁时，乙的年龄是x岁，当时甲的年龄就是2x岁．那么甲是3l岁时，乙是(31-x)岁，丙是22+（31-2x）=53-2x岁，且有：31-x=2×（53-2x），解得x=25，所以乙25岁时，甲50岁，丙22岁．那么甲60岁时，丙32岁．

利用方程解年龄问题．设定乙的年龄之后，我们可以把各个时期甲、乙、丙的年龄都用含有x的式子表达出来，继而很方便地建立等量关系．

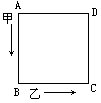
**B**

6.有甲、乙、丙三堆石子，从甲堆中取出8个给乙堆后，甲、乙两堆的石子数就相等了；再从乙堆中取出6个给丙堆，乙、丙两堆石子个数就也相等了；此时又从丙堆中取2个给甲堆，使甲堆石子数是丙堆石子数的两倍，问：原来甲堆有多少个石子?

**分析：**设甲堆原来有x个石子，那么甲堆取出8个给乙后，甲乙两堆都是(x-8)个石子；然后乙取6个给丙，乙丙的石子数都变成了x-8-6=x-14；再从丙堆取2个给甲堆，那么甲堆变为x-8+2=x-6，丙堆变为

x-14-2=x-16，此时有关系：x-6=2（x-16），解得x=26．

题目中的变化过程比较多，在设立未知数后，一步步跟上分析，把每一步的变化结果都用x的式子表示出来，最后建立等量关系.

7.如右图，沿着边长为90米的正方形，按逆时针方向，甲从A出发，每分钟走65米，乙从B出发，每分钟走72米。当乙第一次追上甲时在正方形的哪一条边上？

**分析：**这是环形追及问题，这类问题可以先看成“直线”追及问题，求出乙追上甲所需要的时间，再回到“环行”追及问题，根据乙在这段时间内所走路程，推算出乙应在正方形哪一条边上。设追上甲时乙走了x分。依题意，甲在乙前方3×90=270（米），故有72x＝65x+270.解得：x=，在这段时间内乙走了：，由于正方形边长为90米，共四条边，故由，可以推算出这时甲和乙应在正方形的DA边上.

8.小明从自己家到奶奶家时，前一半路程步行，后一半路程乘车；他从奶奶家回家时，前1/3时间乘车，后2/3时间步行．结果去奶奶家的时间比回家所用的时间多2小时．已知小明步行每小时行5千米，乘车每小时行15千米，那么小明从自己家到奶奶家的路程是多少千米?

**分析：**设小明家到奶奶家的路程为x千米，而小明从奶奶家返回家里所需要的时间是y小时，那么根据题意有：



用方程解题关键在于未知数设定的合理性，解答中的一个路程未知数，一个时间未知数，恰好能够把题目中的所有关系都利用到．

9.有甲、乙、丙、丁4个人，每三个人的平均年龄加上余下一人的年龄之和分别为29，23，21和17，这4人中最大年龄与最小年龄的差是多少？

**分析：**设甲、乙、丙、丁4个人的年龄分别为a、b、c、d，那么有：



10.小萌在邮局寄了3种信，平信每封8分，航空信每封1角，挂号信每封2角，她共用了1元2角2分。那么小萌寄的这3种信的总和最少是多少封？

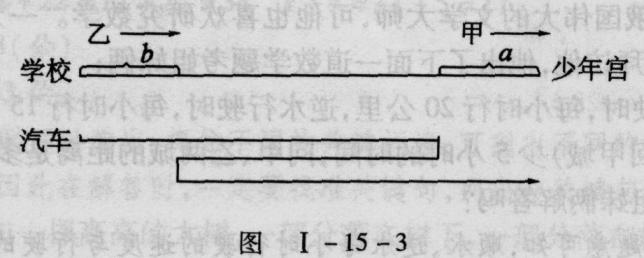
**分析：**平信每封8分，航空信分封1角=10分，挂号信每封2角=20分。共用了1元2角2分=122分。设小萌发了平信X封，航空信Y封，挂号信Z封。得方程：8X+10Y+20Z=122，要使这3种信的总和最少，则挂号信应最多；再则航空信也尽可能多。因总钱数的个位是2，则平信最少是4封。8×4=32分。其余信的总钱数为122-32=90分。90/20=4……10。则挂号信4封，航空信10/10=1封。4+4+1=9封。

**C**

11.五年级二班数学考试的平均分数是85分，其中的人得80分以上（含80分），他们的平均分数是90分。求低于80分的人的平均分。

**分析：**设该班级有名同学，低于80分的人的平均分为，则得方程:  ,解得x=75.

12.有两个班的小学生要到少年宫参加活动，但只有一辆车接送，甲班的学生坐车从学校出发的同时，乙班的学生开始步行，车到中途某处，让甲班的学生下车步行，车立刻返回接乙班的学生上车并直接开往少年宫，两班学生正好同时到达。已知学生步行速度为每小时4千米，载学生时车速为每小时40千米，空车时速度为每小时50千米。求甲班学生应步行全程的几分之几?（学生上下车时间不计）

**分析：**因为每班步行和坐车的行程总和一样长，又同时出发，同时到达，所以甲、乙两班的步行距离和坐车距离都相等。也就是说图上乙步行的距离b千米和甲步行的距离a千米相等。而根据题意我们又可以找到下列等量关系：

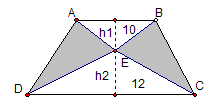
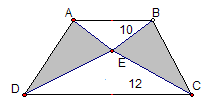
乙班步行b千米(也就是a千米)所用的时间等于汽车送完甲队又原路返回遇到乙队共用的时间。然后根据等量关系列方程解答即可。

设全程为x千米，甲、乙两班分别步行a、b千米，根据题意得：



所以甲班步行了全程的.

13.如图，在一个梯形内有两个三角形的面积分别为10和12，已知梯形的上底是下底长的。那么余下的阴影部分的面积是多少？

****

**分析：**设上底为，那么下底为，则上下两个三角形的高分别为，

，梯形的高是，其面积为，阴影部分面积为。

14.甲、乙二人搬砖，甲搬的砖数是18的倍数，乙搬的砖数是23的倍数，两人共搬了300块砖。问：甲、乙二人谁搬的砖多？多几块？

**分析：**设甲搬的是18x块，乙搬的是23y块，那么18x+23y=300，观察发现18x和300都是6的倍数，所以y也是6的倍数，y=6时 18x=162 x=9，y=12时 18x=24 x=4/3 矛盾，所以甲搬了162块，乙搬了138块，甲比乙多24块。

15.某人在公路上行走，往返公共汽车每隔4分就有一辆与此人迎面相遇，每隔6分就有一辆从背后超过此人。如果人与汽车均为匀速运动，那么汽车站每隔几分发一班车？

**分析：**此题看起来似乎不易找到相等关系，注意到某人在公路上行走与迎面开来的车相遇，是相遇问题，人与汽车4分所行的路程之和恰是两辆相继同向行驶的公共汽车的距离；每隔6分就有一辆车从背后超过此人是追及问题，车与人6分所行的路程差恰是两车的距离，再引进速度这一未知常量作参数，问题就解决了。

设汽车站每隔x分发一班车，某人的速度是v1，汽车的速度为v2，依题意得：





**1.**甲、乙、丙三位同学每人得到相同数目的果汁糖．甲花了若干天将糖吃完，乙每天吃3块，比甲晚1天吃完；丙每天吃4块，比甲早2天吃完，问：他们每人得到多少果汁糖？

**分析：**由于题目中乙、丙吃完糖所用的时间均与甲所用的时间有关，故不妨设甲用天将糖吃完．又根据三位同学有相同数目的糖建立方程，则，解得．由或，可知他们每人得到36块果汁糖。

**2.**今年兄弟俩人的岁数加起来是55岁，曾经有一年，哥哥的岁数是今年弟弟的岁数，那时哥哥的岁数恰好是弟弟的两倍，问哥哥和弟弟今年年龄分别是多大？

**分析：**设今年哥哥*x*岁，则今年弟弟是岁．过去某年哥哥岁数是岁，那是在。即年前，当时弟弟岁数是即．列方程为



（岁）

答：哥哥今年33岁，弟弟今年岁

**3.**有两支香，第一支长厘米；第二支长厘米，同时点燃后，都是平均每分钟燃掉厘米，多少分钟后第一支香的长度是第二支香的长度的倍?

**分析：**设分钟后第一支香是第二支香长度的倍。由题意得：，分钟后第一支香的长度是第二支香的长度的倍。

**4.**小龙、小虎、小方和小圆四个孩子共有45个球，但不知道每个人各有几个球，如果变动一下，小龙的球减少2个，小虎的球增加2个，小方的球增加一倍，小圆的球减少一半，那么四个人球的个数就一样多了．求原来每个人各有几个球？

**分析：**设变动后四个孩子都有球个，则变动前这四个孩子拥有的球数分别为、、、；则可列方程得，化简为，解得；因此，原来这四个孩子分别有球12、8、5、20个．

**5.**松鼠妈妈采松子，晴天每天可采20个，雨天每天可采12个，它一连几天采了112个松子，平均每天采14个，问，这几天当中有几天有雨？

**分析：**先求出松鼠妈妈采松子的天数：（天）．设有*x*天下雨，则有天晴天．雨天共采个，晴天共采个．列方程



答：这几天中有6天有雨

**6.**八年前，甲的年龄是乙的年龄的倍；而现在甲的年龄是乙的年龄的倍，那么甲今年多少岁？

**分析：**设今年甲的年龄为岁，则乙的年龄为岁，由八年前的年龄关系列方程如下：，解得，所以甲今年18岁．

**7.**大强参加6次测验，第三、四次的平均分比前两次的平均分多2分，比后两次的平均分少2分．如果后三次的平均分比前三次的平均分多3分，那么第四次比第三次多得多少分？

**分析：**设第三次分数是*a*分，第四次的分数为分，则前两次的分数之和分，最后两次的分数之和分，有，解得，即第四次比第三次多得1分． a作为一个辅助的未知数，能够帮助我们理解题目从而顺利地列出方程，而在解的过程中*a*消去，也不用求*a*的值，这就是我们说的“设而不求法”，在下一讲中会着重体现．

**8.**一个半圆形区域的周长等于它的面积，这个半圆的半径是．(精确到，)

**分析：**设半圆的半径为，则，即，所以，半圆的半径．





1．一个数的4倍加上3乘以0.7的积，和是，则这个数是多少？

**分析：**方程法，设这个数为x，4x+3×0.7＝，x＝1.1 ．

2．某校有学生465人，其中女生的比男生的少20人，那么男生比女生少多少人?

**分析：**设女生为x人，那么男生为（465-x）人，根据题意有：，解得x=240，所以女生有240人，男生有225人，男生比女生少15人．

3．某班原分成两个小组活动，第一组26人，第二组22人，根据学校活动器材的数量，要将一组人数调整为二组人数的一半，应从一组调多少人到二组去？

**分析：**设应从第一组调x人到第二组去，根据题意可得：26-x=（26+22）÷3 ，解得x=10 .

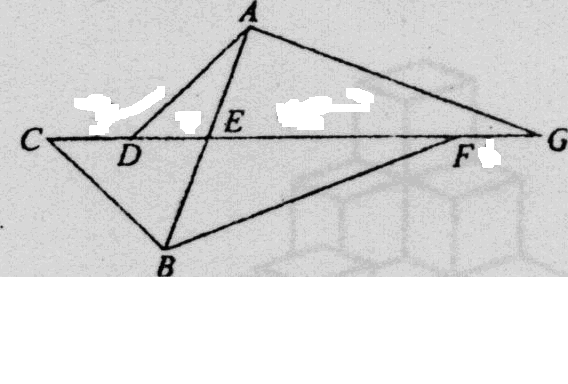
4．现有一笔钱，都是硬币。其中2分硬币比5分硬币多24个。按钱数算，5分的钱数比2分的钱数多3角，还有53个1分硬币，这笔钱一共有多少分？

**分析：**设5分硬币有个，则2分硬币有（24+）个，依据5分的钱数=2分的钱数+3角，可得方程，解得，则2分英镑有24+26=50个，共有5×26+2×50+1×53=283（分）。

5．甲、乙、丙共有100本课外书．甲的本数除以乙的本数，丙的本数除以甲的本数，商都是5，而且余数也都是1．乙有书\_\_\_\_本．

**分析：**设乙有课外书X本，依题意甲有课外书(5X+1)本，丙有课外书5(5x+1)+1=25x+6(本)，于是有(5x+1)+X+(25x+6)=100，即3lx=93 解得，X=3，于是乙有课外书3本．

6．如图，已知CD=5，DE=7，EF=15，FG=6．直线AB,将图形分成两部分，左边部分面积是38，右边部分面积是65．那么三角形ADG面积是多少?



**分析：**不妨设△ADE的面积=a ，因为DE：EG = 7：（15+6）=1：3，

所以 △AGE的面积=3a ；不妨设△CEB的面积=4b ，因为 CE ：EF = （5+7）：15 =4：5 ，所以 △BEF的面积=5b ；根据题意可得：a+4b=38 ，3a+ 5b=65，解得：a=10 ， b=7 ；那么三角形ADG面积=△ADE+△AGE=4a=40 。

7．设A和B都是自然数，并且满足：+=，那么，A+B=。

**分析：**把等式的左边通分，比较左右两边的分子，得3A+11B=17。故B=1，A=2，A+B=3．

8.某校师生为贫困地区捐款1995元．这个学校共有35名教师，14个教学班．各班学生人数相同且多于30人不超过45人．如果平均每人捐款的钱数是整数，那么平均每人捐款多少元？

**分析：**设每班有a(30＜a≤45)名学生，每人平均捐款x元(x是整数)，依题意有：x(14a+35)=1995．于是14a+35|1995．又3l＜a≤45，所以469＜14a+35≤665，而1995=3×5×7×19，在469与665之间它的约数仅有665，故14a+35=665，x=3，平均每人捐款3元．