第九讲 整除和位值原理





**整除问题**

**1.整除的概念**

**2.整除的基本性质**

**3.数的整除特征**

**4.位值原理**

**5.位值原理的表达形式**



1.理解整除的概念，会用整除的性质解决有关问题。

2.理解位值原理的含义，能区分位值原理与字母乘法的区别。

3.掌握整除的性质，并熟练应用被2、3、4、5、8、9、11整除的数的特征。



**例1：证明：当时，必是9的倍数。**

**例2：有一个两位数，把数码1加在它的前面可以得到一个三位数，加在它的后面也可以得到一个三位数，这两个三位数相差666。求原来的两位数。**

**例3：a，b，c是1～9中的三个不同的数码，用它们组成的六个没有重复数字的三位数之和是（a+b+c）的多少倍？**

**例4：用2，8，7三张数字卡片可以组成若干个不同的三位数，所有这些三位数的平均值是多少？**

**例5：一个两位数，各位数字的和的5倍比原数大6，求这个两位数。**

**例6：将一个三位数的数字重新排列，在所得到的三位数中，用最大的减去最小的，正好等于原来的三位数，求原来的三位数。**



**A**

1.一个自然数与13的和是5的倍数，与13的差是6的倍数，则满足条件的最小自然数是．

2.有三个正整数a、b、c其中a与b互质且b与c也互质，给出下面四个判断：①(a+c)2不能被b整除，②a2+c2不能被b整除：③(a+b)2不能被c整除；④a2+b2不能被c整除，其中，不正确的判断有( )．

A．4个 B．3个 C 2个 D．1个

3.已知7位数是72的倍数，求出所有的符合条件的7位数．

4.(1)一个自然数N被10除余9，被9除余8，被8除余7，被7除余6，被6除余5，被5除余4，被3除余2，被2除余1，则N的最小值是．

(北京市竞赛题)

(2)若1059、1417、2312分别被自然数x除时，所得的余数都是y，则x—y的值等于( )．

A．15 B．1 C．164 D．174

(“五羊杯”竞赛题)

(3)设N=，试问N被7除余几?并证明你的结论． (安徽省竞赛题)

5.盒中原有7个球，一位魔术师从中任取几个球，把每一个小球都变成了7个小球，将其放回盒中，他又从盒中任取一些小球，把每一个小球又都变成了7个小球后放回盒中，如此进行，到某一时刻魔术师停止取球变魔术时，盒中球的总数可能是( )

A．1990个 B．1991个 C 1992个 D．1993个

**B**

6.在100以内同时被2、3、5整除的正整数有多少个?

7.某商场向顾客发放9999张购物券，每张购物券上印有一个四位数的号码，从0001到9999号，如果号码的前两位数字之和等于后两位数字之和，则称这张购物券为“幸运券”．证明：这个商场所发放的购物券中，所有的幸运券的号码之和能被101整除．

8.写出都是合数的13个连续自然数．

9.已知定由“若大于3的三个质数a、b、c满足关系式20+5b=c，则a+b+c是整数n的倍数”．试问：这个定理中的整数n的最大可能值是多少?请证明你的结论．

10.一个正整数N的各位数字不全相等，如果将N的各位数字重新排列，必可得到一个最大数和一个最小数，若最大数与最小数的差正好等于原来的数N，则称N为“新生数”，试求所有的三位“新生数”．

11.设N是所求的三位“新生数”，它的各位数字分别为a、b、c (a、b、c不全相等)，将其各位数字重新排列后，连同原数共得6个三位数：，不妨设其中的最大数为，则最小数为．由“新生数”的定义，得N=—=(100a+l0b+c)一(100c+l0b+d)=99(a—c)．

**C**

12.从左向右将编号为1至2002号的2002个同学排成一行，从左向右从1到11报数，报到11的同学原地不动，其余同学出列；然后，留下的同学再从左向右从1到11报数，报到11的同学留下，其余同学出列；留下的同学再从左向左从1到11地报数，报到11的同学留下，其余同学出列．问最后留下的同学有多少?他们的编号是几号?

13.在一种游戏中，魔术师请一个人随意想一个三位数的和N，把N告诉魔术师，于是魔术师就能说出这个人所想的数．现在设N=3194，请你做魔术师，求出数来．

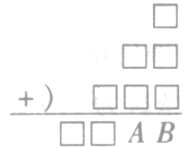
14.某公园门票价格对达到一定人数的团队按团队票优惠．现有A、B、C三个旅游团共72人，如果各团单独购票，门票费依次为360元、384元、480元；如果三个团合起来购票，总共可少花72元．

(1)这三个旅游团各有多少人?

(2)在下面填写一种票价方案，使其与上述购票情况相符．

|  |  |
| --- | --- |
| 售票处 | |
| 普通票 | 团体票(须满人) |
| 每人 |  |

15.在下边的加法算式中，每个口表示一个数字，任意两个数字都不同：试求A和B乘积的最大值．



16.任给一个自然数N，把N的各位数字按相反的顺序写出来，得到一个新的自然数N′，试证明：能被9整数．

17.证明：111111+112112十113113能被10整除．



1.在下列数中，哪些能被4整除？哪些能被9整除？哪些能被3整除？

28、96、120、225、540、768、423、224、292

2.（1）五位数A1A72能被12整除；（2）五位数4B97B能被12整除，求这两个五位数。

3.有一个四位整数16□□，如果要让这个四位数同时能被2、3、4、5整除，那么这个四位数的末两位上应是什么数？

4.要使六位数能被36整除，而且所得的商最小，问这个六位数是多少？

5.已知2002年的1月l日是星期二，那么

（1）2002年的12月5日是星期几？

（2）20年后的1月l日将是星期几？

6.检验下面的算式是否正确：

（l）65343+35892+38462=139587

（2）2708×358=968464。

7.已知两个整数相除商是13，余数是8，并且被除数与除数的差是308，求这两个整数。

8.有一列数字：l，2，9，4，7，1，2，9，4，7…（1）第307个数是多少？（2）这307个数相加的和是多少？





**1.**在□内填上适当的数字，使（1）34□□能同时被2、3、4、5、9整除；（2）7□36□能被24整除；（3）□1996□□能同时被8、9、25整除．

**2.**把915连续写多少次，所组成的数就能被9整除，并且这个数最小．

**3.**希希买了九支铅笔，两支圆珠笔，三个练习本和五块橡皮．她看到圆珠笔每支3角9分，橡皮每块6分，其余她没注意．售货员要她付3元8角，希希马上说：“阿姨你算错了．”请问售货员的帐算错了没有？为什么？

**4.**三个数分别是346，734，983，请再写一个比996大的三位数，使这四个数的平均数是一个整数．

**5.**甲、乙两数的和是1088，甲数除以乙数的商是11，余数是32，求甲、乙两的数值。

**6.**小雨有一盒糖，每7颗一数还余4颗，每5颗一数又少3颗，每3颗，每3颗一数恰好数完，这盒糖至少有多少颗？

**7.**今年国庆节是星期三，10月17日是星期几？

**8.**节日的街上挂起了一串串的彩灯，从第一盏开始，按照5盏红灯，4盏黄灯，3盏绿灯，2盏蓝灯的顺序重复地排下去，问第1996盏灯是什么颜色？