第九讲 整除和位值原理





**整除问题**

整除是我们很早接触的一个概念，对于它的性质我们也比较熟悉，不过它在题目表现出来的很大的灵活性和很强的技巧性，仍然是值得我们不断学习和思考的．下面我们先回顾一下相关知识：

**1.整除的概念**

a，b，c为整数，且，如果a÷b=c，即整数a除以整数b，得到的商是整数c且没有余数，那么称作n能被b整除，或者是说b能整除a，记作HWOCRTEMP_ROC590；否则，称为a不能被b整除，或是说b不能整除n．如果整数a能够被整数b整除，则a叫做b的倍数，b叫做a的约数．

**2.整除的基本性质**

①如果a，b都能够被c整除，那么它们的和与差也能够被c整除．即：如果HWOCRTEMP_ROC600，那么HWOCRTEMP_ROC610

②如果b与c的积能整除a，那么b与c都能整除a．即：如果HWOCRTEMP_ROC620，那么HWOCRTEMP_ROC630

③如果c能整除b，b能整除a，那么c能整除a．即：如果HWOCRTEMP_ROC640

④如果b，c都能够整除，且b与c互质，那么b与c的乘积能整除a．即：HWOCRTEMP_ROC650HWOCRTEMP_ROC660

**3.数的整除特征**

①能被2整除的数的特征：个位数字是0，2，4，6，8；

②能被3(或9)整除的数的特征：各位的数字之和能够被3(或9)整除；

③能被4(或25)整除的数的特征：末两位数能够被4(或25)整除；

④能被5整除的数的特征：个位数字是0或5；

⑤能被7(或11、13)整除的数的特征：一个整数的末三位与末三位以前的数字所组成的数之⑥差能够被7(或1、11、13)整除；

⑦能被8(或125)整除的数的特征：末三位数能够被8(或125)整除；

⑧能被11整除的数的特征：奇数位上的数字之和与偶数位上的数字之和的差能够被11整除．

**4.位值原理**

同一个数字，由于它在所写的数里的位置不同，所表示的数也不同。也就是说，每一个数字除了本身的值以外，还有一个“位置值”。例如“5”，写在个位上，就表示5个一；写在十位上，就表示5个十；写在百位上，就表示5个百；等等。这种把数字和数位结合起来表示数的原则，称为写数的**位值原理**。

　　用阿拉伯数字和位值原理，可以表示出一切整数。例如，926表示9个百，2个十，6个一，即926=9×100+2×10+6。根据问题的需要，有时我们也用字母代替阿拉伯数字表示数，如：表示a个百，b个十，c个一。

其中a可以是1～9中的数码，但不能是0，b和c是0～9中的数码。

**5.位值原理的表达形式**

以三位数为例：

上面的横线表示这是用位值原理表示的一个数，用以区别



1.理解整除的概念，会用整除的性质解决有关问题。

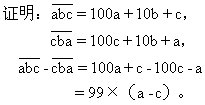
2.理解位值原理的含义，能区分位值原理与字母乘法的区别。

3.掌握整除的性质，并熟练应用被2、3、4、5、8、9、11整除的数的特征。



**例1：证明：当时，必是9的倍数。**

分析：与的数字顺序恰好相反，我们称与互为反序数，互为反序数的两个数之差必能被9整除。



**例2：有一个两位数，把数码1加在它的前面可以得到一个三位数，加在它的后面也可以得到一个三位数，这两个三位数相差666。求原来的两位数。**

**分析与解**：由位值原则知道，把数码1加在一个两位数前面，等于加了100；把数码1加在一个两位数后面，等于这个两位数乘以10后再加1。

　　设这个两位数为x。由题意得到

　　（10x+1）-（100+x）=666，

　　10x+1-100-x=666，

　　10x-x=666-1+100，

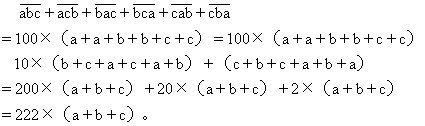
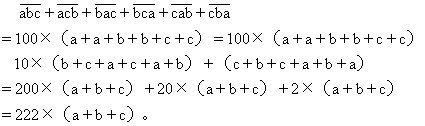
　　 9x=765，

　　x=85。

　　原来的两位数是85。

**例3：a，b，c是1～9中的三个不同的数码，用它们组成的六个没有重复数字的三位数之和是（a+b+c）的多少倍？**

**分析与解**：用a，b，c组成的六个不同数字是http://www.xiao5.cn/TK/ktlx/5/_OLE2881.JPG



这六个数的和等于将六个数的百位、十位、个位分别相加，得到

　　所以，六个数的和是（a+b+c）的222倍。

**例4：用2，8，7三张数字卡片可以组成若干个不同的三位数，所有这些三位数的平均值是多少？**

**分析与解**：由例3知，可以组成的六个三位数之和是（2+8+7）×222，

　　所以平均值是（2+8+7）×222÷6=629。

**例5：一个两位数，各位数字的和的5倍比原数大6，求这个两位数。**

分析与解：设这两个数为，则有

　　（a+b）×5-（10a+b）=6，

　　5a+5b-10a-b=6，

　　4b-5a=6。

　　当b=4，a=2或b=9，a=6时，4b-5a=6成立，所以这个两位数是24或69。

**例6：将一个三位数的数字重新排列，在所得到的三位数中，用最大的减去最小的，正好等于原来的三位数，求原来的三位数。**

**分析与解**：设原来的三位数的三个数字分别是a，b，c。若

http://www.xiao5.cn/TK/ktlx/5/_OLE2884.JPG

http://www.xiao5.cn/TK/ktlx/5/_OLE2885.JPG

　　由上式知，所求三位数是99的倍数，可能值为198，297，396，495，594，693，792，891。经验证，只有495符合题意，即原来的三位数是495。



**A**

1.一个自然数与13的和是5的倍数，与13的差是6的倍数，则满足条件的最小自然数是．

**答案：37**

2.有三个正整数a、b、c其中a与b互质且b与c也互质，给出下面四个判断：①(a+c)2不能被b整除，②a2+c2不能被b整除：③(a+b)2不能被c整除；④a2+b2不能被c整除，其中，不正确的判断有( )．

A．4个 B．3个 C 2个 D．1个

**答案：A**

3.已知7位数是72的倍数，求出所有的符合条件的7位数．

**答案：符合条件的7位数是：1287216，1287936，1287576**

4.(1)一个自然数N被10除余9，被9除余8，被8除余7，被7除余6，被6除余5，被5除余4，被3除余2，被2除余1，则N的最小值是．

(北京市竞赛题)

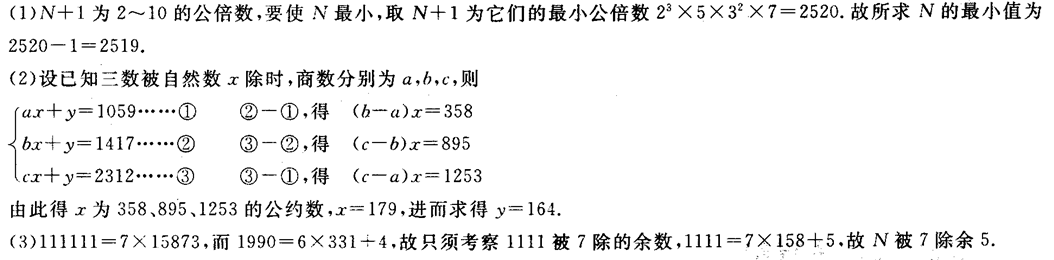
(2)若1059、1417、2312分别被自然数x除时，所得的余数都是y，则x—y的值等于( )．

A．15 B．1 C．164 D．174

(“五羊杯”竞赛题)

(3)设N=，试问N被7除余几?并证明你的结论． (安徽省竞赛题)

**答案：**



5.盒中原有7个球，一位魔术师从中任取几个球，把每一个小球都变成了7个小球，将其放回盒中，他又从盒中任取一些小球，把每一个小球又都变成了7个小球后放回盒中，如此进行，到某一时刻魔术师停止取球变魔术时，盒中球的总数可能是( )

A．1990个 B．1991个 C 1992个 D．1993个

**答案：**D

**B**

6.在100以内同时被2、3、5整除的正整数有多少个?

**答案：30、60、90三个．**

7.某商场向顾客发放9999张购物券，每张购物券上印有一个四位数的号码，从0001到9999号，如果号码的前两位数字之和等于后两位数字之和，则称这张购物券为“幸运券”．证明：这个商场所发放的购物券中，所有的幸运券的号码之和能被101整除．

**答案：**显然，号码为9999是幸运券，除这张外，如果某个号码n是幸运券，那么号m=9999—n也是幸运券，由于9是奇数，所以m≠n．由于m+n=9999相加时不出现进位，这就是说，除去号码9999这张幸运券外，其余所有幸运券可全部两两配对，而每一对两个号码之和均为9999，即所有幸运券号码之和是9999的整倍数，而101│9999，故知所有幸运券号码之和也能被101整除

思考：“如果某个号码n是幸运券，那么号m=9999—n也是幸运券”，这是解决问题的关键，请你考虑这句话合理性．

若六位数是99的倍数，求整数a、b的值．

∵能被9整除，∴8+1+a+b+9+3=21+a+b能被9整除，得3+a+b=9kl(k1为整数)． ①

又能被11整除，∴8—1+a—b+9—3=13+a—b能被11整除，得2+a—b=11k2(k2为整数)． ②

∵ 0≤a，b≤9 ∴ 0≤a+b≤18，－9≤a－b≤9．

由①、②两式，得3≤<9k1≤21，－7≤11k2≤1l，

知k1=1，或k1=2；k2=0，或，而3+a+b与2+a—b的奇偶性相异，而k1=2，k2=1不符合题意．

故把k1=1，k2=0代人①、②两式，解方程组可求得a=2，b=4．

8.写出都是合数的13个连续自然数．

**答案：**方法一：直接寻找

从2开始，在自然数2，3，4，5，6，…中把质数全部划去，若划去的两个质数之间的自然数个数不小于13个，则从中取13个连续的自然数，就是符合要求的一组解，例如：自然数114，115，116，…，126就是符合题意的一组解．

方法二：构造法

我们知道，若一个自然数a是2的倍数，则a+2也是2的倍数，若是3的倍数，则a+3也是3的倍数，…，若a是14的倍数，则a+14也母14的倍数，所以只要取a为2，3，…，14的倍数，则a+2，a+3，…a+14分别为2，3，…，14的倍数，从而它们是13个连续的自然．

所以，取a=2×3×4×…×14，则a+2，a+3，…，a+14必为13个都是合数的连续的自然数．

9.已知定由“若大于3的三个质数a、b、c满足关系式20+5b=c，则a+b+c是整数n的倍数”．试问：这个定理中的整数n的最大可能值是多少?请证明你的结论．

**答案：**先将a+b+c化为3(a+2b)的形式，说明a+b+c是3的倍数，然后利用整除的性质对a、b被3整除后的余数加以讨论得出a+2b也为3的倍数．

∵a+b+2a+5b=3(a+2b)，

显然，3│a+b+c

若设a、b被3整除后的余数分别为ra、rb，则ra≠0， rb ≠0．

若ra≠rb，则ra=2，rb=1或ra=1，rb=2，则2a+5b =2(3m+2)+5(3n+1)=3(2m+5n+3)，或者2a+5b=2(3p+1)+5(3q+2)；3(2P+59+4)，即2a+5b为合数与已知c为质数矛盾．

∴ 只有ra=rb，则ra=rb=1或ra=rb=2．

于是a+2b必是3的倍数，从而a+b+c是9的倍数．

又2a+5b=2×11十5×5=47时，

a+b+c=11+5+47=63，

2a+5b =2×13十5×7=61时，

a+b+c =13+7+61=81，

而(63，81)=9，故9为最大可能值．

10.一个正整数N的各位数字不全相等，如果将N的各位数字重新排列，必可得到一个最大数和一个最小数，若最大数与最小数的差正好等于原来的数N，则称N为“新生数”，试求所有的三位“新生数”．

**答案：**将所有的三位“新生数”写出来，然后设出最大数、最小数，求差后分析求出所有三位“新生数”的可能值，再进行筛选确定．

11.设N是所求的三位“新生数”，它的各位数字分别为a、b、c (a、b、c不全相等)，将其各位数字重新排列后，连同原数共得6个三位数：，不妨设其中的最大数为，则最小数为．由“新生数”的定义，得N=—=(100a+l0b+c)一(100c+l0b+d)=99(a—c)．

**答案：**由上式知N为99的整数倍，这样的三位数可能为：198，297，396，495，594，693，792，891，990．这九个数中，只有954－459=495符合条件，故495是唯一的三位‘新生数”．

**C**

12.从左向右将编号为1至2002号的2002个同学排成一行，从左向右从1到11报数，报到11的同学原地不动，其余同学出列；然后，留下的同学再从左向右从1到11报数，报到11的同学留下，其余同学出列；留下的同学再从左向左从1到11地报数，报到11的同学留下，其余同学出列．问最后留下的同学有多少?他们的编号是几号?

**答案：**由题意，第一次报数后留下的同学，他们的编号必为11的倍数；第二次报数后留下的同学，他们的编号必为112=121的倍数；第三次报数后留下的同学，他们的编号必为113=1331的倍数．

因此，最后留下的同学编号为1331的倍数，我们知道从1~2002中，1331的倍数只有一个，即1331号，所以，最后留下一位同学，其编号为1331．

13.在一种游戏中，魔术师请一个人随意想一个三位数的和N，把N告诉魔术师，于是魔术师就能说出这个人所想的数．现在设N=3194，请你做魔术师，求出数来．

**答案：**将也加到和N上，这样a、b、c就在每一位上都恰好出现两次，所以有+N=222(a+b+c)

从而3194<222(a+b+c) <3194+1000，而a、b、c是整数．

所以15≤<a十b十c≤18．

因为222×15—3194=136，222×16—3194=358，222×17-3194=580，222×18-3194=802，

其中只有3+5+8=16能满足①式，所以=358．

14.某公园门票价格对达到一定人数的团队按团队票优惠．现有A、B、C三个旅游团共72人，如果各团单独购票，门票费依次为360元、384元、480元；如果三个团合起来购票，总共可少花72元．

(1)这三个旅游团各有多少人?

(2)在下面填写一种票价方案，使其与上述购票情况相符．

|  |  |
| --- | --- |
| 售票处 | |
| 普通票 | 团体票(须满人) |
| 每人 |  |

**答案：**(1)360+384+480－72=1152(元)，

1152÷72=16(元／人)，即团体票是每人16元．

因为16不能整除360，所以A团未达到优惠人数．

若三个团都未达到优惠人数，则三个团的人数比为360：384：480=15：16：20，即三个团的人数分别为，这都不是整数(只要指出其中某一个不是整数即可)，不可能．所以B、C两团至少有一个团本来就已达到优惠人数．

这有三种可能：①只有C团达到；②只有B团达到；③B、C两团都达到．

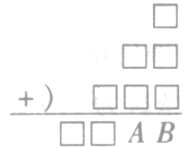
对于①，可得C团人数为480÷16=30，A、B两团共有42人，A团人数为15/31×42，不是整数，不可能．

刘于②，可得B团人数为384÷16=24，A、C两团共有48人，A团人数为15/35×48，不是整数，不可能．

所以必是③成立，即C团有30人，B团有24人，A团有18人．

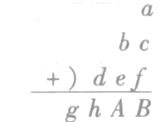
|  |  |
| --- | --- |
| 售票处 | |
| 普通票 | 团体票(须满20人) |
| 每人20元 | 每人16元(或／或8折优惠) |

15.在下边的加法算式中，每个口表示一个数字，任意两个数字都不同：试求A和B乘积的最大值．



**答案：**先通过运算的进位，将能确定的口确定下来，再来分析求出A和B乘积的最大值．

设算式为



显然，g=1，d=9，h=0．

a+c+f=10+B ，b+e=9+A，∴A≤6．

2（A+B）+19=2+3+4+5+6+7+8=35，∴A+B=8．

要想A×B最大，∵A≤6，∴取A=5，B=3．此时b=6，e=8，a=2，c=4；f=7，

故A×B最大值为15．

16.任给一个自然数N，把N的各位数字按相反的顺序写出来，得到一个新的自然数N′，试证明：能被9整数．

**答案：**令N=，则N′=．所以，N除以9所得的余数等于a1+a2+…+an除以9所得的余数，而N′除以9所得的余数等于an+an-1+…+ a1除以9所得的的余数．显然，a1+a2+…+an= an+an-1+…+ a1．因此，N与N′除以9所得的余数相同，从而能被9整除．

17.证明：111111+112112十113113能被10整除．

**答案：**要证明111111+112112十113113能被10整除，只需证明111111+112112十113113的末位数字为0，即证111111、112112、113113三个数的末位数字和为10．

证明：111111的末位数字显然为1；112112=(1124)28，而1124的末位数字是6，所以112112的末位数字也是6；113113=(1134)28×113．1134的末位数字是1，所以113113的末位数字是3．

∴111111、112112、113113三个数的末位数字和为10，

∴111”’十112n’十113m能被10整除．

注：本题是将证明被10整除转化为求三数的末位数字之和为10．解决数学问题时，常将未知的问题转化为熟知的问题，复杂的问题转化为简单的问题，这就是化归思想．



1.在下列数中，哪些能被4整除？哪些能被9整除？哪些能被3整除？

28、96、120、225、540、768、423、224、292

**分析：**

由可以被4、9、3整除的数的特征来考察这些数。可被4整除的数要看数字的末两位。可被9或3整除的数的特征相似，都是要先求出各个数位上的数字之和能否被9或3整除。

**答案：**

能被4整除的数：28、96、120、540、768、224

能被9整除的数：225、540、423

能被3整除的数：96、120、225、540、768、423、294

2.（1）五位数A1A72能被12整除；（2）五位数4B97B能被12整除，求这两个五位数。

**分析：**

由于12=3×4，且3与4互质，那么能被12整除的数应具有的特点是既能被3整除也能被4整除。

**答案：**

（1）A1A72可被3整除则A+1+A+7+2=10+2A能被3整除，A取l、4。因为末两位数72可被4整除，那么A1A72可被4整除。

所以这个五位数是1l172或41472。

（2）4B97B可被3整除，则4+B+9+7+B=20+2B能被3整除，B取2、5、8。再由能被4整除的条件，末两位数7B要能被4整数，B可以取2或6。同时符合上述两个条件的B取值只有2，所以这个五位数是42972。

3.有一个四位整数16□□，如果要让这个四位数同时能被2、3、4、5整除，那么这个四位数的末两位上应是什么数？

**分析：**

由于满足能被2、3、4整除的数比较多，所以先来看满足可以被5整除的数的特点，即个位数是0或5。但若在个位填5，则不满足可以被2整除的条件，所以个位数字一定是0，若使这个四位数可以被4整除，则□0是4的整数倍，满足条件的有00、20、40、60、80。最后再用可被3整除的条件来限制，找出正确的答案。

**答案：**

在1600、1620、1640、1660、1680这些数中易知1620与1680可以被3整除。

则这个四位数的末两位上是20或80。

4.要使六位数能被36整除，而且所得的商最小，问这个六位数是多少？

**分析：**

由于能被36整除，36=4×9，且4与9互质，所以这个六位数既能被4整除，又能被9整除。再考虑“所得的商最小”这个条件，应首先是A尽量小，其次是B尽量小，最后是C尽量小。

**答案：**

使能被4整除，则能被4整除，因此C可能取1、3、5、7、9。

使能被9整除，则1+8+A+B+C+6=15+A+B+C能被9整除。要使所得的商最小，就要使这个六位数尽可能小，即尽量小。因此首先是A尽量小，其次是B尽量小，最后是C尽量小。先试取A=0。此六位数的数字之和为A+B+C，欲使B、C尽量小，而且（15+B+C）能被9整除，则（B+C）取3，因为B+C=3，且C只能取l、3、5、7、9。则C=3，B=0。

当A=0，B=0，C=3时，此六位数能被36整除，而且所得的商最小，为180036÷36=5001。

5.已知2002年的1月l日是星期二，那么

（1）2002年的12月5日是星期几？

（2）20年后的1月l日将是星期几？

**分析：**

因为星期是按规律重复出现的现象，星期一、星期二、……星期日、星期—……每7天重复一次。所以要知道12月5日是星期几，须知从1月1日到12月5日之间有多少个7天。

求20年后的某天是星期几的算法相同。

**答案：**

（1）在2002年中从1月至12月，其中2月是28天，l、3、5、7、8、10月都是31天，4、6、9、11月都是30天，因此从1月1日到12月5日总共有，28+6×31+4×30+5=339（天）

由于一星期有7天，339=7×48+3，所以从1月1日到12月5日的339天中，共有48星期零3天，这3天就是从星期二起的3天，第三天是星期四。所以12月5日是星期四。

（2）先求出这20年总共有多少天。由于每年有365天，20年就有20×365=7300（天），而每四年有一个闰年，20年中有5个闰年，所以20年总共有20×365+5=7305（天）。

由于一个星期有7天，7305=7×1043+4说明20年中有1043个星期零4天，2002年1月1日是星期二，所以20年后的1月1日从星期二往后推4天，应该是星期六。

6.检验下面的算式是否正确：

（l）65343+35892+38462=139587

（2）2708×358=968464。

**分析：**

根据余数的特征，我们可以利用“弃九数”，不经过计算判断正误。等号左右两边若弃九数相等，则等式可能成立。若弃九数不等，则等式一定不成立。而且两个因数的弃九数相乘，所得的数的弃九数应当等于两个因数的乘积的九余数。如果不等，则乘法计算有错误。

**答案：**

（1）求各个加数的弃九数：

65343（6+5+3+4+3）÷9=2……3

35892（3+5+8+9+2）÷9=3……0

38462（3+8+4+6+2）÷9=2……5

139587（1+3+9+5+8+7）÷9=3……6

等号左边弃九数的和：3+5=8，右边弃九数为6。8≠6，则原算式计算有误。

（2）2708（2+7+0+8）÷9=l……8

358（3+5+8）÷9=1……7

8×7=56（5+6）÷9=1……2

968464（9+6+8+4+6+4）÷9=4……l

左边乘积的弃九数为2，右边结果弃九数为1。2≠1，所以此算式有误。

7.已知两个整数相除商是13，余数是8，并且被除数与除数的差是308，求这两个整数。

**分析：**

由题中条件有：被除数÷除数=13……8

被除数-除数=308，即被除数比除数大12倍多8，那么308=除数×12+8，则两数可求。

**答案：**

除数=（308-8）÷（13-l）

=25

被除数=308+25=333

答：被除数是333，除数是25。

8.有一列数字：l，2，9，4，7，1，2，9，4，7…（1）第307个数是多少？（2）这307个数相加的和是多少？

**分析：**

观察这一列数的循环规律，是按照l、2、9、4、7这个顺序每五个数依次重复排列的，一个循环是5个数，要看307个数中有几个这样的循环。

**答案：**

（1）307=5×61+2可知307里面有61个（1、2、9、4、7），还余两个数，所以第307个数是2。

（2）每个循环之和：l+2+9+4+7=22，307个数中有61个循环及一个l、一个2。

所以这307个数的和为：22×61+l+2=1345

答：第307个数是2，307个数的和为1345。





**1.**在□内填上适当的数字，使（1）34□□能同时被2、3、4、5、9整除；（2）7□36□能被24整除；（3）□1996□□能同时被8、9、25整除．

**分析：**（1）题目要求34□□能同时被2、3、4、5、9整除，因为能被4整除的数一定能被2整除，能被9整除的数一定能被3整除，所以34□□只要能被4、9、5整除，就一定能被2、3、4、5、9整除．先考虑能被5整除的条件．个位是0或5，再考虑能被4整除的条件，由于4不能整除34□5，所以个位必须是0，最后考虑能被9整除的条件，34□0的各个数位上的数字和是9的倍数，3+4+□+0=7+□，这时十位数字只能是2，问题得以解决．

（2）题目要求7□36□能被24整除，24=3×8，而3与8互质，根据整除的性质，考虑被24整除，只要分别考虑被3、8整除就行了．先考虑被8整除的条件，7□36□的末三位数所组成的数36□能被8整除，所以个位数字只能是0或8，当个位数字为0时，由于要求7□360能被3整除，所以7+□+3+6+0=16+□能被3整除，这样千位数字只能是2或5或8；当个位数字为8时，由于要求7□368能被3整除，所以7+□+3+6+8=24+□能被3整除，这样千位数字只能是0或3或6或9．

（3）题目要求□1996□□能同时被8、9、25整除，首先考虑能被25整除的条件，□1996□□的末两位数能被25整除，末两位数只能是00，25，50，75．其次考虑能被8整除的条件，□1996□□的末三位数字组成的数能被8整除，但600，625，650，675这四个数中，只有600这个数能被8整除．最后□199600这个数能被9整除，其各个数位上的数字和□+1+9+9+9+6+0=25+□能被9整除，所以第七位数字是2．

**解：**（1）因为34□□能同时被2、3、4、5、9整除，因此只要34□□能同时被4、5、9整除．由于34□□能被5整除，所以个位数字只能是0或5，又因为4不能整除34□5，所以个位必须是0，又34□0能被9整除，3+4+□+0=7+□能被9整除，所以十位数字只能是2．3420能同时被2、3、4、5、9整除．

（2）因为24=3×8，3与8互质，7□36□被8整除的条件是，7□36□的末三位数所组成的数36□能被8整除，所以个位数字只能是0或8；当个位数字是0时，7□360能被3整除，7+□+3+6+0=16+□能被3整除，所以千位数字只能是2或5或8；当个位数字是8时，7□368能被3整除，7+□+3+6+8=24+□能被3整除，所以千位数字只能是0或3或6或9．所以所求的数为72360，75360，78360，70368，73368，76368，79368．

（3）因为□1996□□能被25整除，□1996□□的末两位数能被25整除，这样末两位数只能是00，25，50，75；又因为□1996□□能被8整除，但□1996□□的末三位数600，625，650，675这四个数中，只有600能被8整除；而□199600又能被9整除，□+1+9+9+6+0+0=25+□能被9整除，所在第七位数字只能是2．所以2199600能同时被8、9、25整除．

**2.**把915连续写多少次，所组成的数就能被9整除，并且这个数最小．

**分析：**要求这个数能被9整除，而9+1+5=15显然不能被9整除，但3×15能被9整除，因此只要把915连续写3次，所组成的数就能被9整除，并且这个数最小．

**解：**因为9+1+5=15，15不能被9整除，而3×15能被9整除，所以只要把915连续写3次，即915915915必能被9整除，且这个数最小．

**3.**希希买了九支铅笔，两支圆珠笔，三个练习本和五块橡皮．她看到圆珠笔每支3角9分，橡皮每块6分，其余她没注意．售货员要她付3元8角，希希马上说：“阿姨你算错了．”请问售货员的帐算错了没有？为什么？

**分析：**根据圆珠笔与橡皮的单价，可以算出圆珠笔、橡皮共需39×2+6×5=108（分），而3元8角即380分减去108分等于272分，这272分是买九支铅笔、三个练习本的价格，这9与3正好是3的倍数，也就是说九支铅笔与三个练习本的总价钱应是3的倍数（无论它们各自的单价是多少），而272不是3的倍数，显然是售货员把账算错了．

**解：**两支圆珠笔和五块橡皮的总钱数39×2+6×5=108（分）3元8角即380分，380-108=272（分）应是九支铅笔与三个练习本付的总价钱，因为九支铅笔与三个练习本的总价钱必是3的倍数，而272不是3的倍数，所以售货员把账给算错了．

**4.**三个数分别是346，734，983，请再写一个比996大的三位数，使这四个数的平均数是一个整数．

**分析：**要使这四个数的平均数是一个整数，说明这四个数的和必是4的倍数．因为346+734+983=2063，被4除余3，比996大的三位数只有997被4除余1，这时2063+997=3060必能被4整除．

**解：**因为346+734+983=2063，被4除余3，比996大的三位数只有997被4除余1，且2063+997必能被4整除，所以第四个数为997．

**5.**甲、乙两数的和是1088，甲数除以乙数的商是11，余数是32，求甲、乙两的数值。

**分析：**根据甲数除以乙数商11余32，甲数=乙数×11+32，又根据甲、乙两数之和为1088，所以1088相当于比乙数的（11+1）倍多32。

**解：**乙数：（1088-32）÷12=88，

甲数：1088-88=1000

**6.**小雨有一盒糖，每7颗一数还余4颗，每5颗一数又少3颗，每3颗，每3颗一数恰好数完，这盒糖至少有多少颗？

**分析与解：**3颗一数恰好数完，说明糖的颗数应是3的倍数，而7颗一数余4个，相当于7颗一数差：7-4=3（颗），5颗一数也差3颗，说明糖的数量比3、5、7的最小公倍数少3。

因为3×5×7=105，105-3=102（颗）

答：这盒糖至少有102颗。

**7.**今年国庆节是星期三，10月17日是星期几？

**分析与解：**可以这样想：一个星期有7天，国庆节是星期三，以后的日期依次是星期四、星期五、星期六、星期日、星期一……，每7天为一个周期。从10月1日到10月17日共有（17-1）天，即16天，先算一算16天共有多少个这样的周期：16÷7=2……2，余数是2也就是两个星期后，从星期三开始再数2天，即星期五。

**8.**节日的街上挂起了一串串的彩灯，从第一盏开始，按照5盏红灯，4盏黄灯，3盏绿灯，2盏蓝灯的顺序重复地排下去，问第1996盏灯是什么颜色？

**分析：**因为彩灯是按照5盏红灯，4盏黄灯，3盏绿灯，2盏蓝灯的顺序重复地排下去，要求第1996盏灯是什么颜色，只要用1996除以5＋4＋3＋2的余数是几，就可判断第1996盏灯是什么颜色了．

**解：**1996÷（5＋4＋3＋2）=142…4

　　所以第1996盏灯是红色．