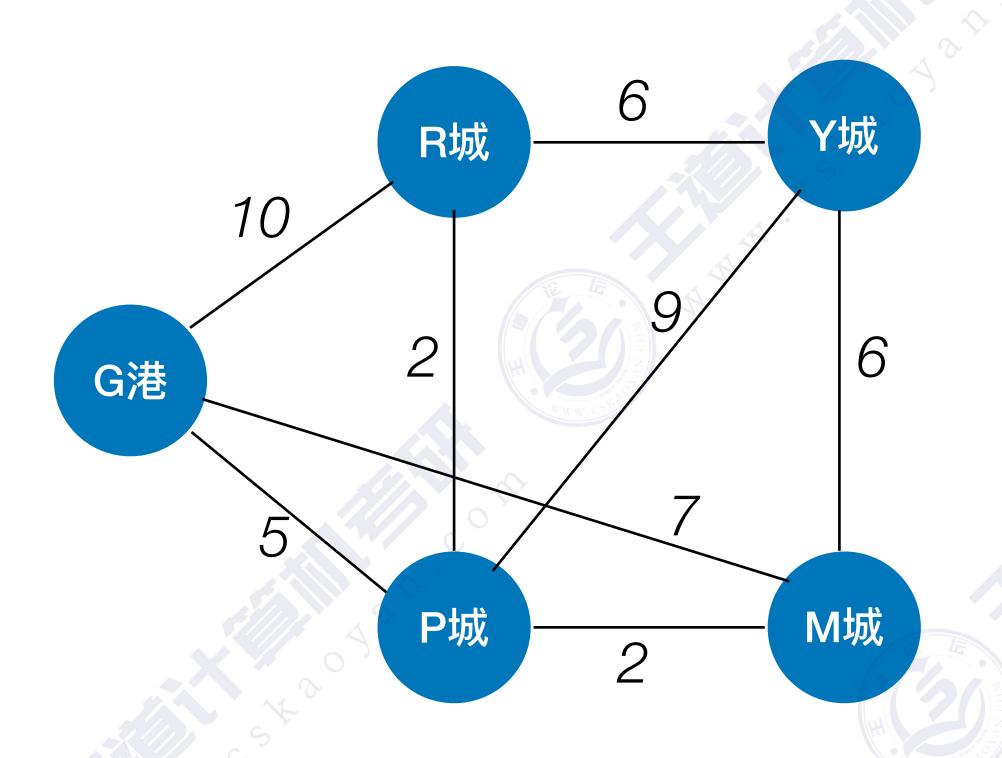


最短路径问题



"G港"是个物流集散中心,经常需要往各个城市运东西, 怎么运送距离最近?——单源最短路径问题

各个城市之间也需要互相往来,相互之间怎么走距离最近? ——每对顶点间的最短路径

单源最短路径

BFS算法(无权图)

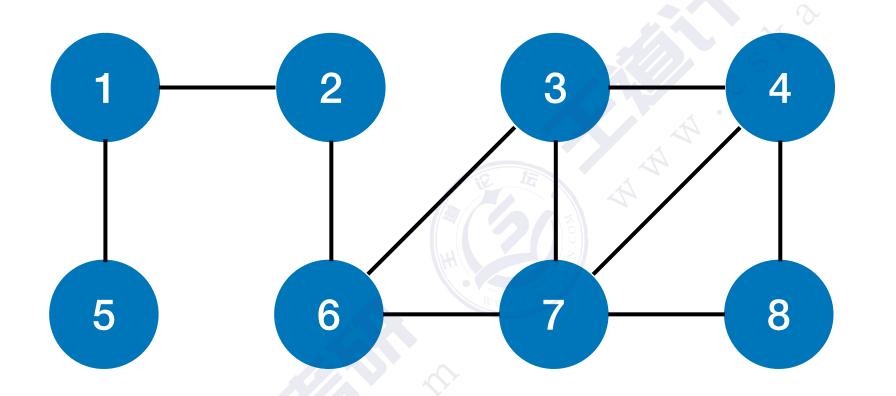
Dijkstra 算法(带权图、无权图)

最短路径问题

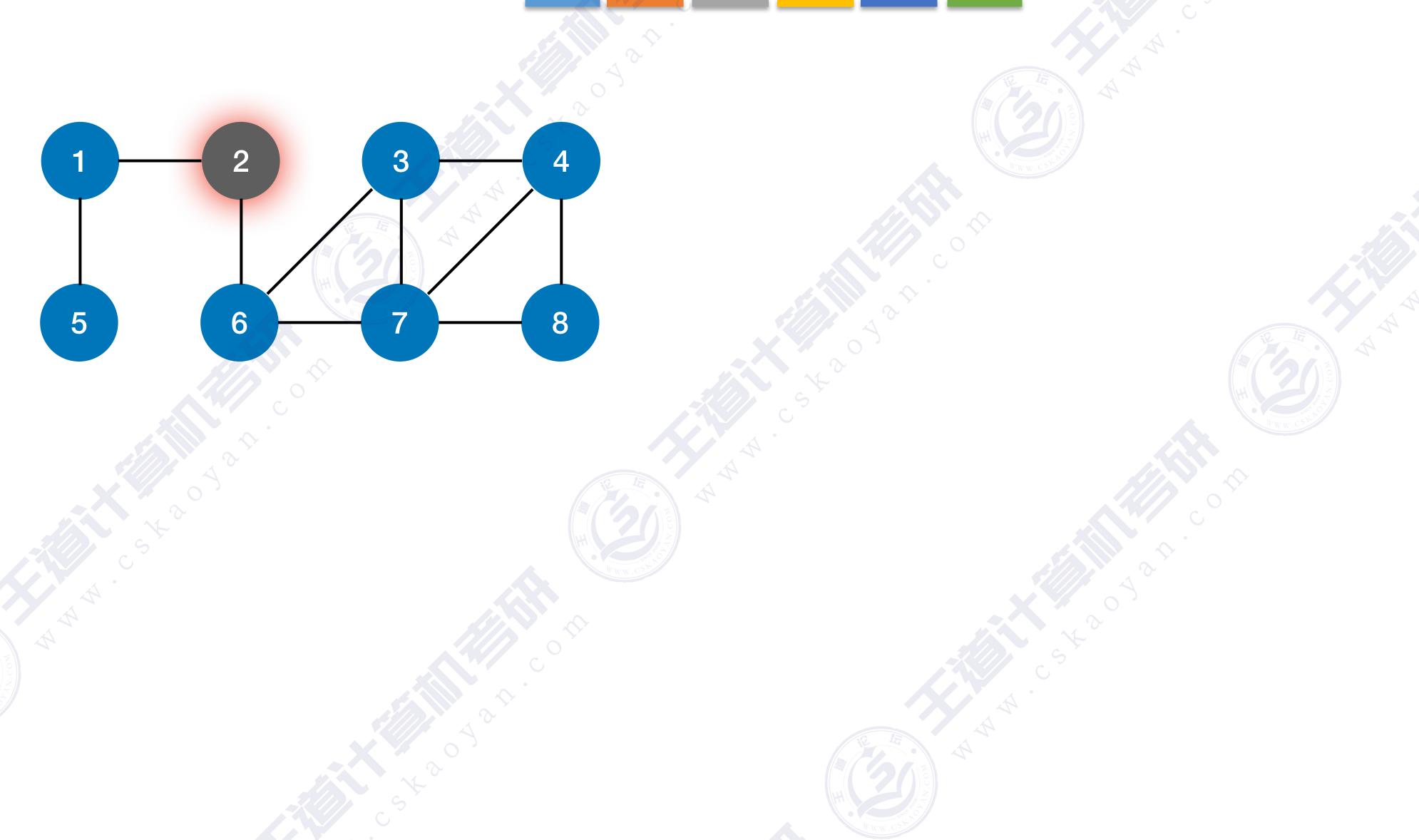
各顶点间的最短路径

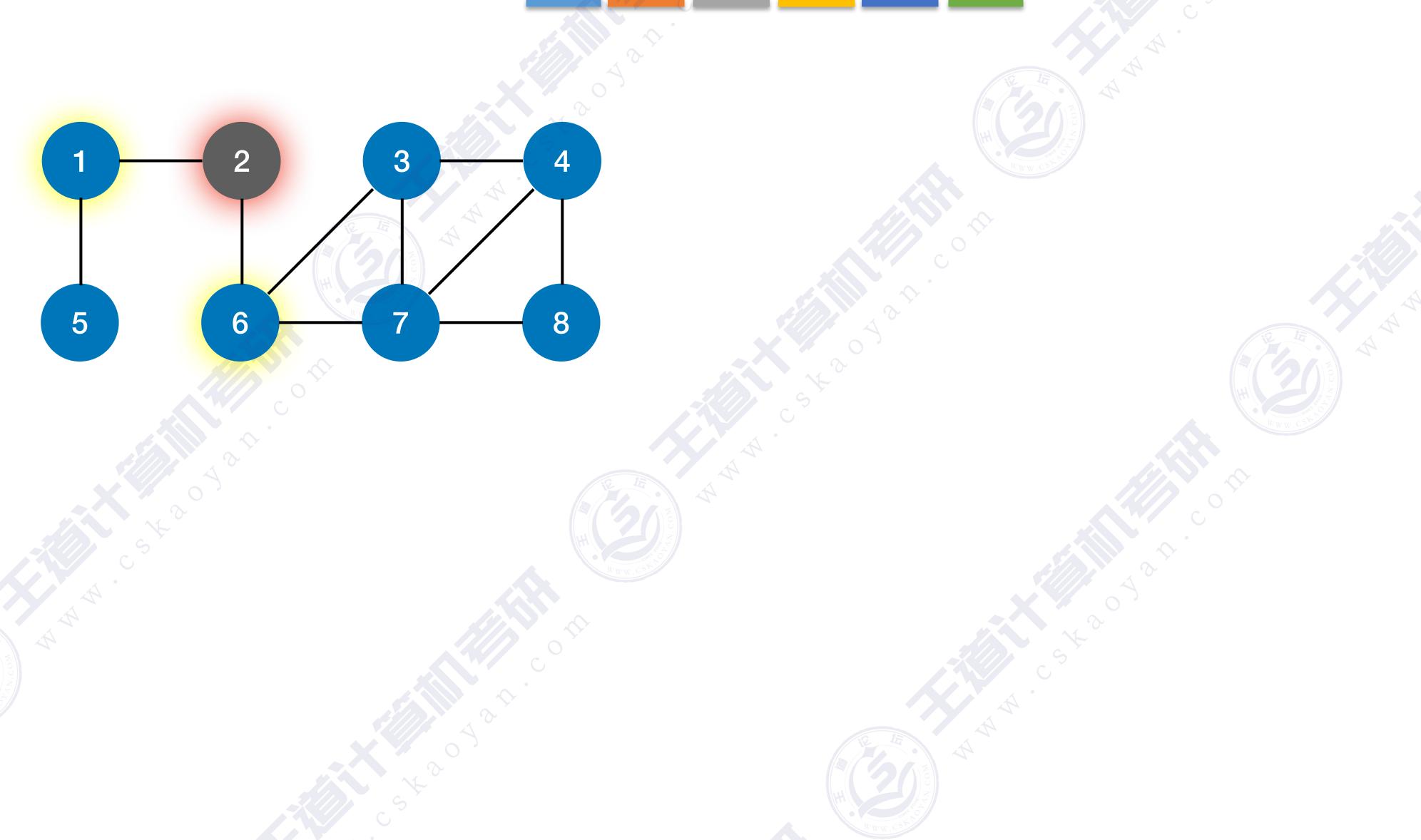
Θ

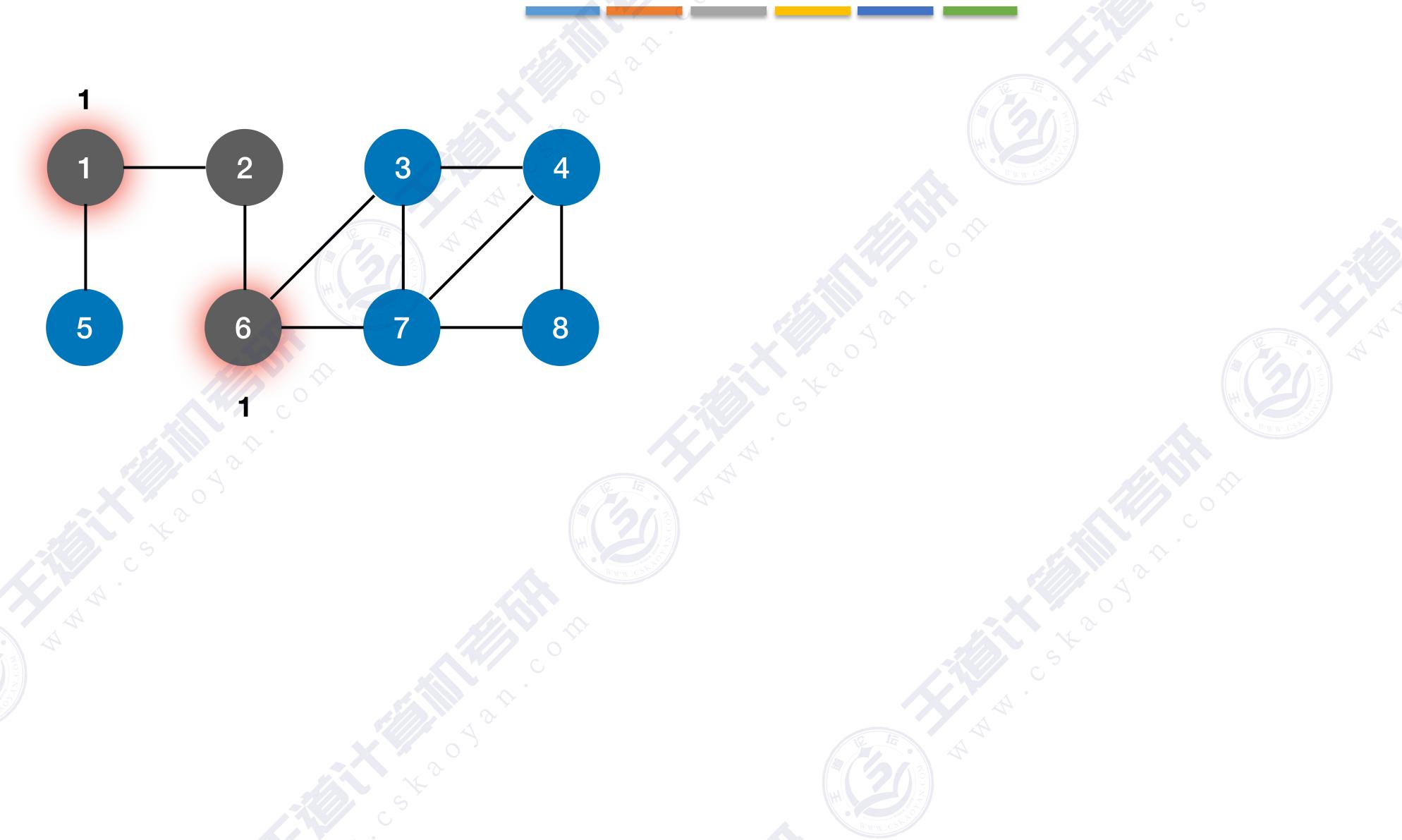
Floyd 算法(带权图、无权图)

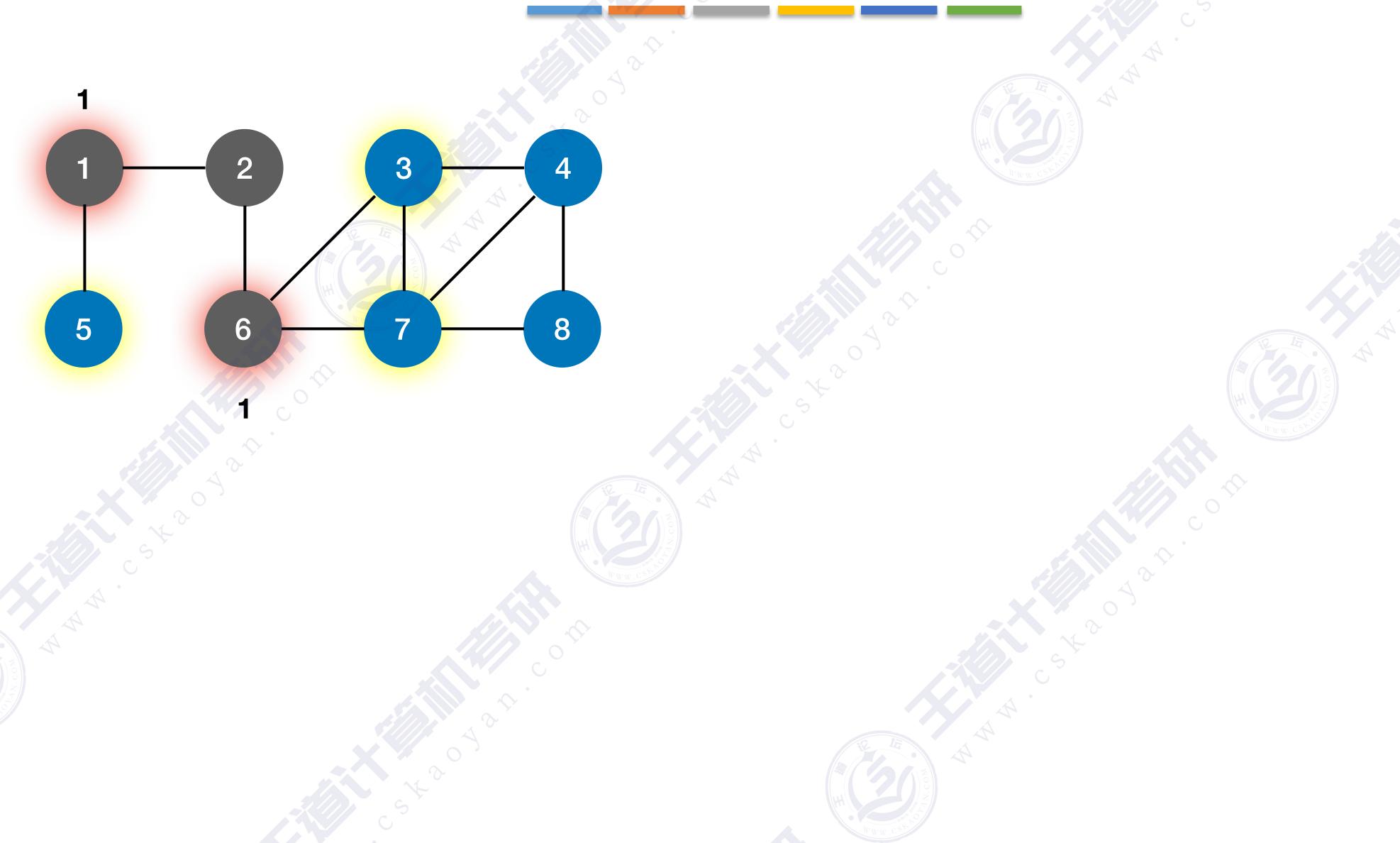


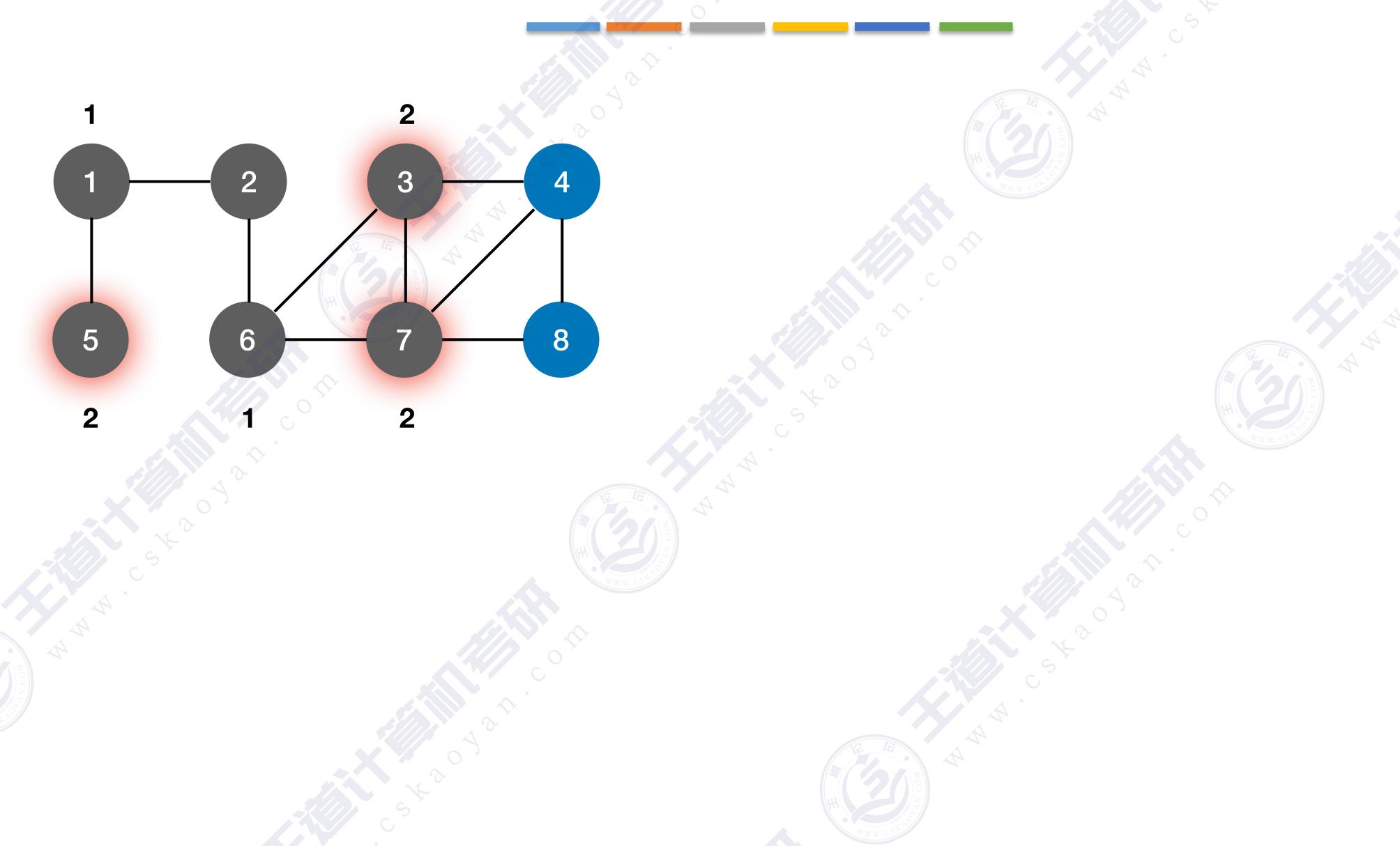
注:无权图可以视为一种特殊的带权图,只是每条边的权值都为1

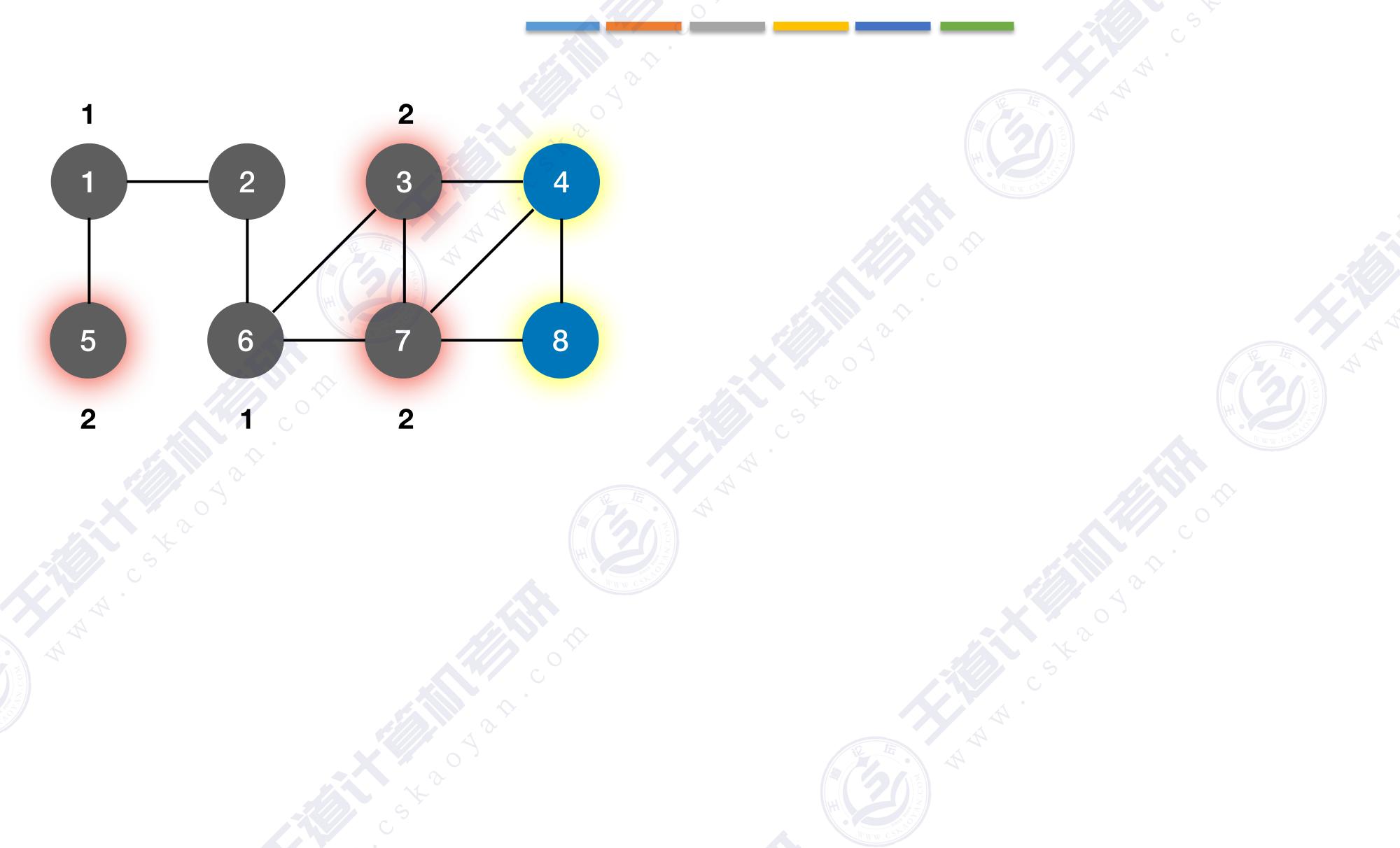


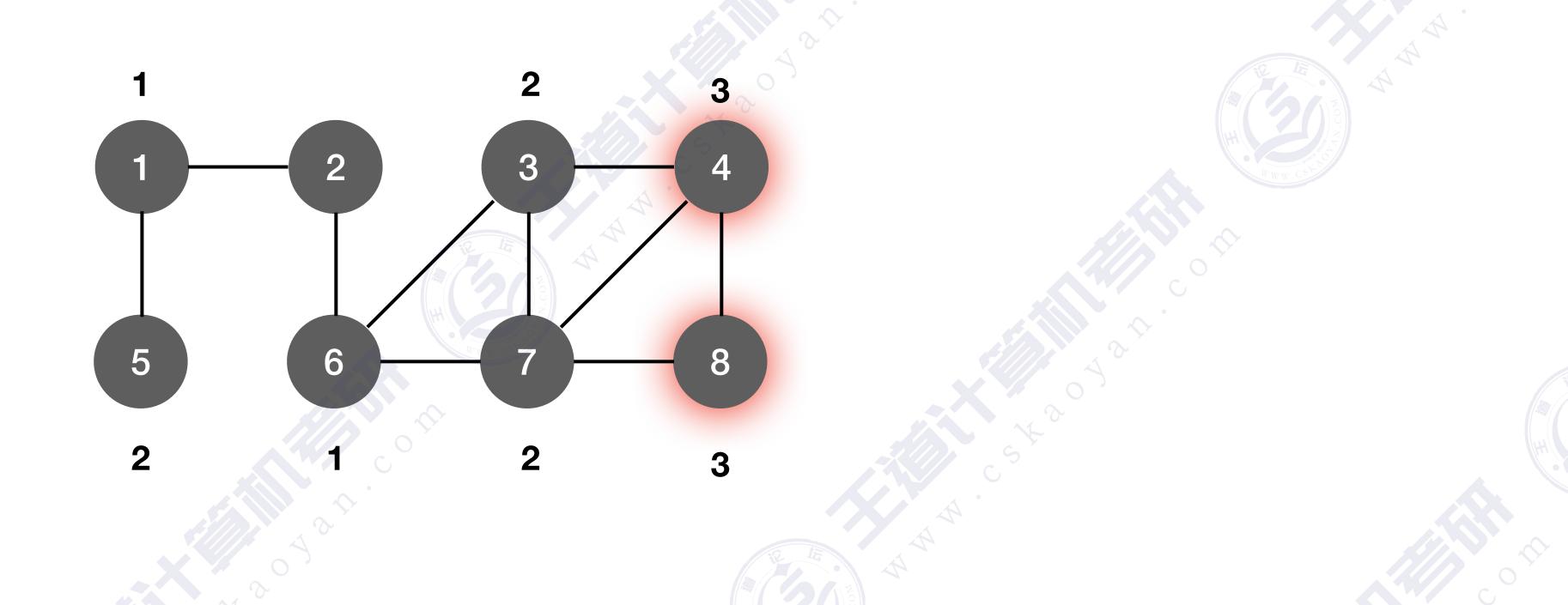




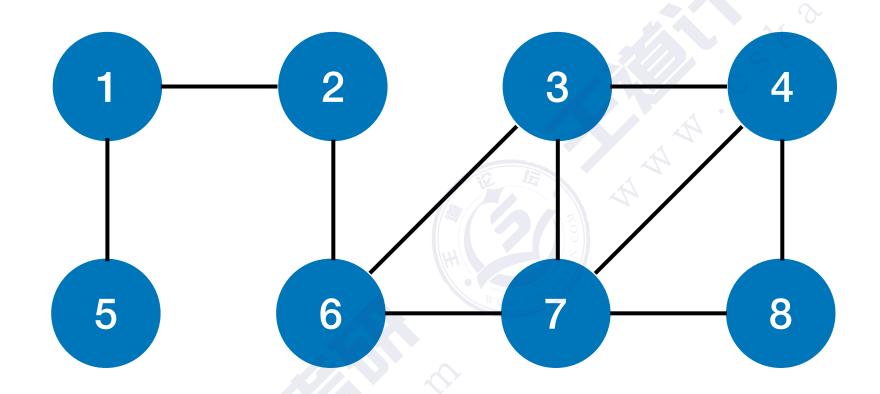






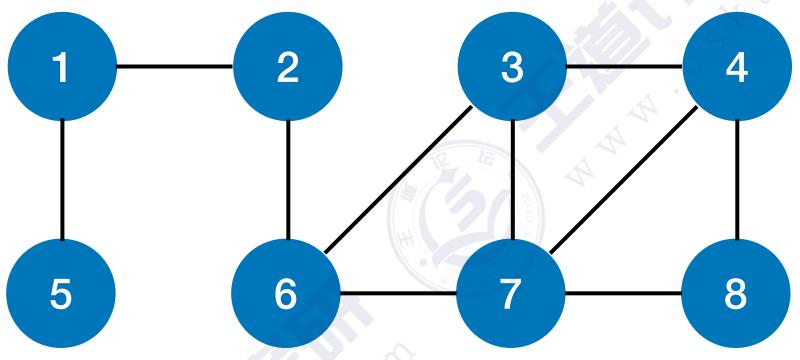


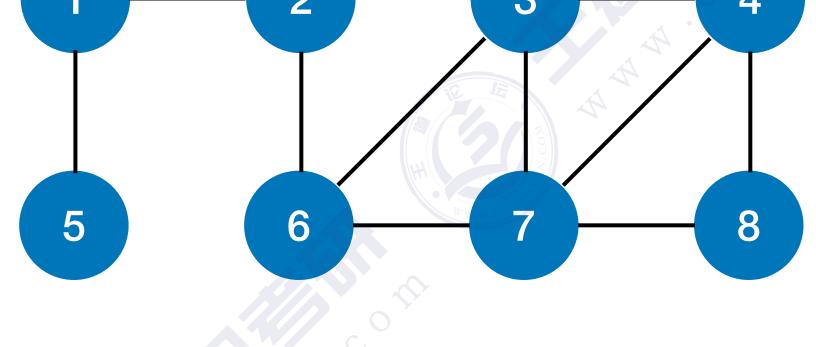
初始都为false



```
bool visited[MAX_VERTEX_NUM];
                               //访问标记数组
//广度优先遍历
void BFS(Graph G,int v){
                        //从顶点v出发,广度优先遍历图G
   visit(v);
                            //访问初始顶点/
   visited[v]=TRUE;
                            //对v做已访问标记
   Enqueue(Q,v);
                            //顶点<math>v入队列Q
   while(!isEmpty(Q)){
       DeQueue(Q,v);
                            //顶点/出队列
       for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))
          //检测v所有邻接点
           if(!visited[w]){
                            //w为v的尚未访问的邻接顶点
              visit(w);
                            //访问顶点w
              visited[w]=TRUE;//对w做已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                           //顶点w入队列
          }//if
    }//while
```

visited false false false false false false



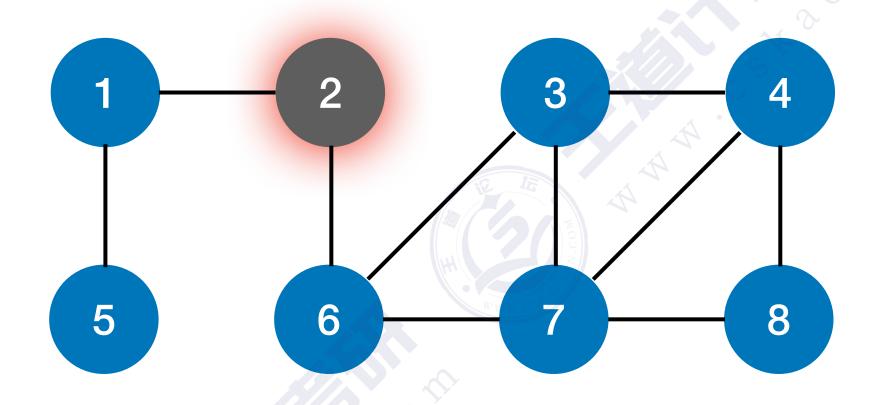




	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
path[]	-1	-1	-1)	-19	-1	-1	-1	-1

```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i] = \infty;
                 //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                 //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                 //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
           if(!visited[w]){
                                〉//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
              path[w]=u;
                                //最短路径应从u到w
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
           }//if
   }//while
```

visited false false false false false false

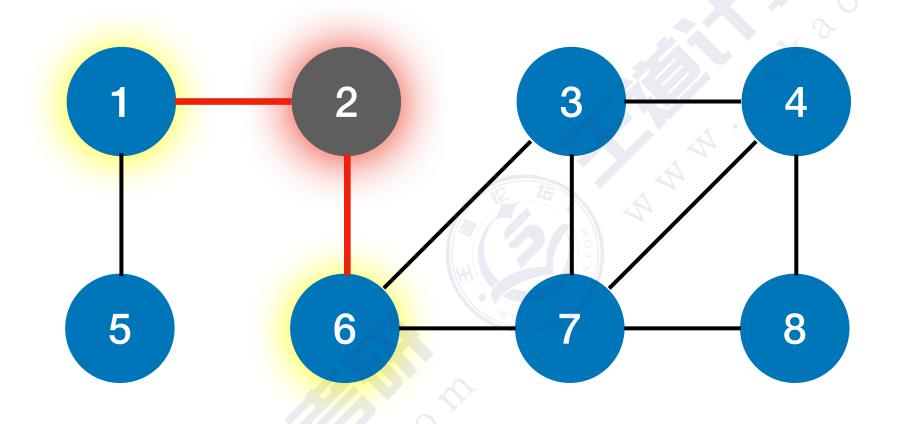


2

	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	∞	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
path[]	-1	-1	-1	-19	-1	-1	-1	-1

```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               〉//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                                //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

1 2 3 4 5 6 7 8 visited false true false false false false false false

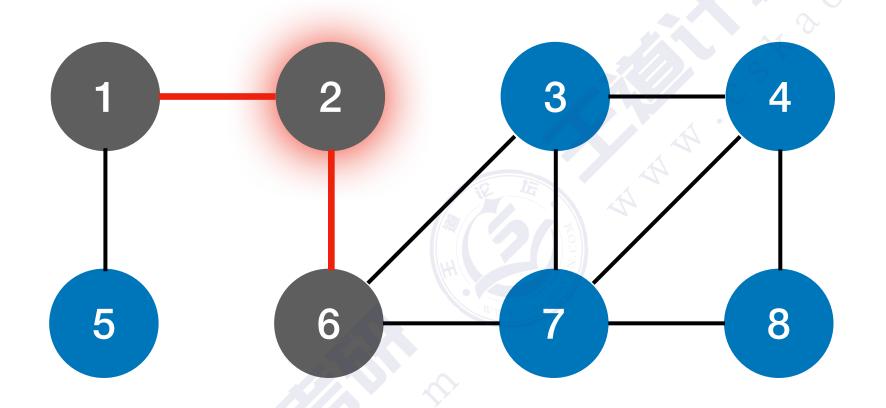


2

	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	∞	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
path[]	-1	-1	-1	-19	-1	-1	-1	-1

```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               〉//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

1 2 3 4 5 6 7 8 visited false true false false false false false false

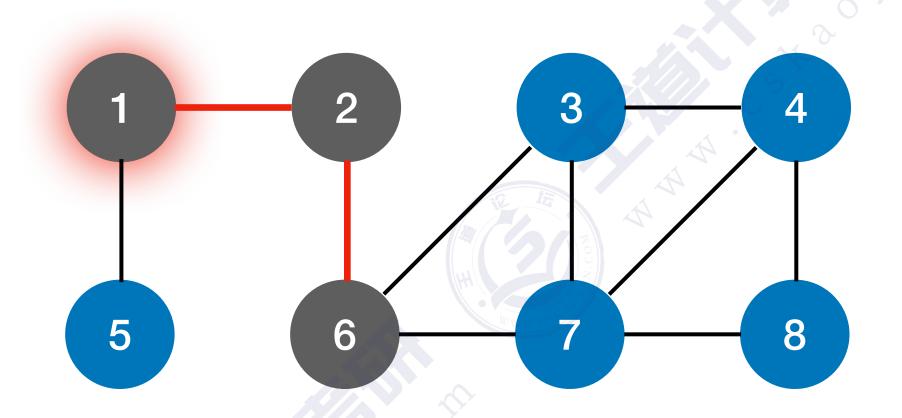




	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	∞	∞	∞	1	∞	∞
path[]	2	-1	-1	-19	-1	2	-1	-1

```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               ◇//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

1 2 3 4 5 6 7 8 visited true true false false false true false false

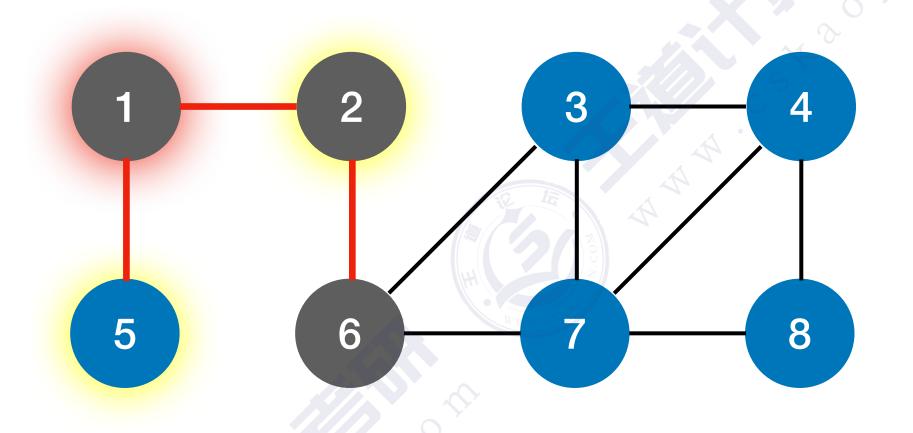




	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	∞	∞	∞	1	∞	∞
path[]	2	-1	-1	-19	-1	2	-1	-1

```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               ◇//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

1 2 3 4 5 6 7 8 visited true true false false false true false false

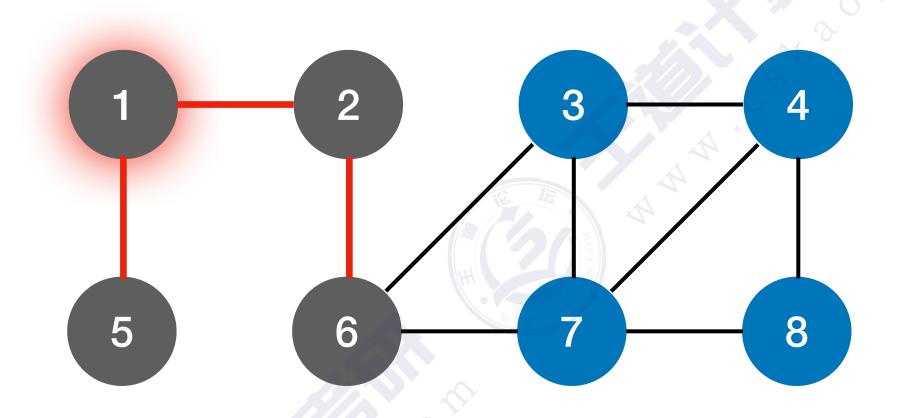


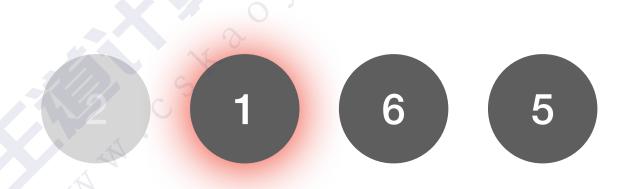


	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	∞	∞	∞	1	∞	∞
path[]	2	-1	-1	-19	-1	2	-1	-1

```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               ◇//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

1 2 3 4 5 6 7 8 visited true true false false false true false false

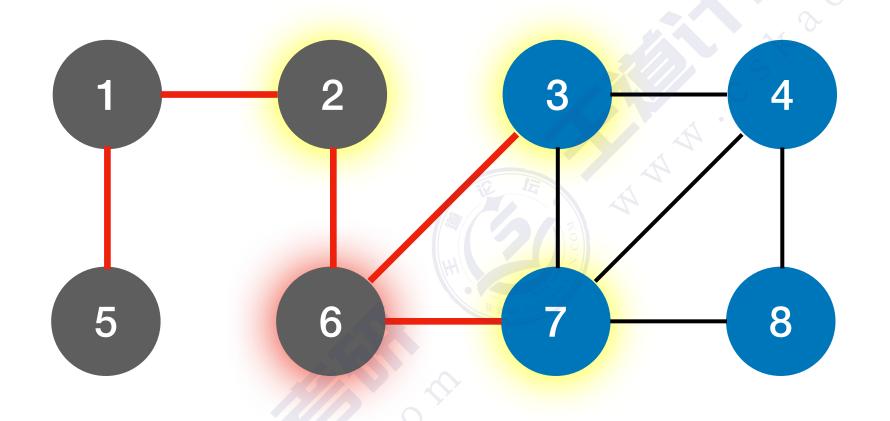




	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	∞	∞	2	1	∞	∞
path[]	2	-1	-1	-19	7	2	-1	-1

```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               ◇//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

1 2 3 4 5 6 7 8 visited true true false false true true false false

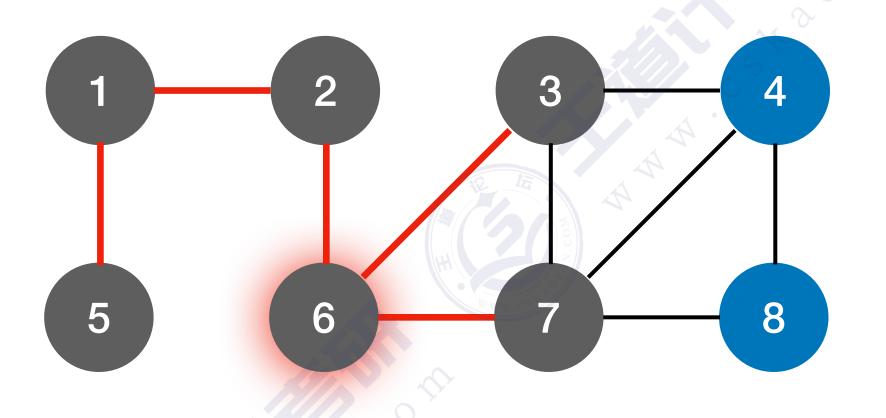


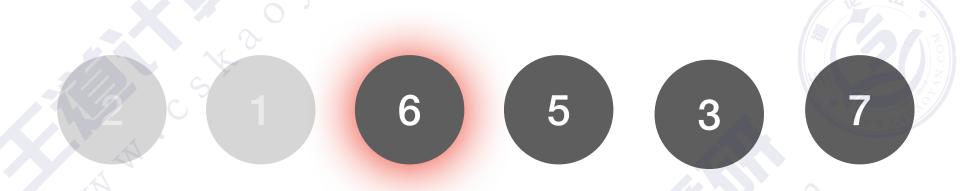


	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	∞	∞	2	1	∞	∞
path[]	2	-1	-1	-19	7	2	-1	-1

```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               ◇//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                               //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

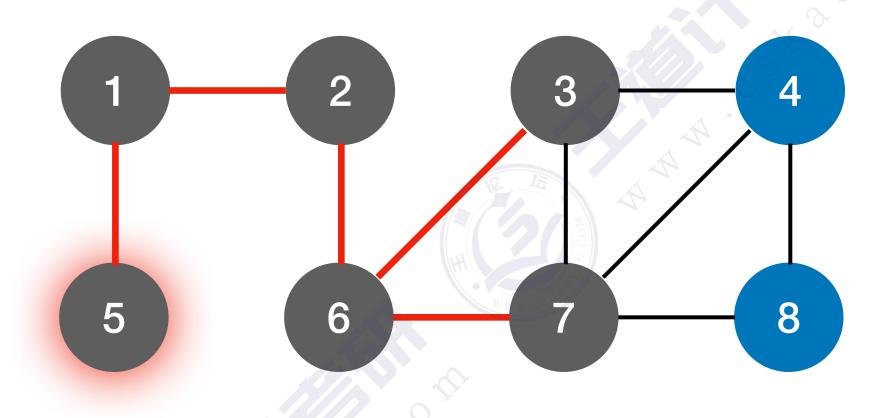
1 2 3 4 5 6 7 8 visited true true false false true true false false

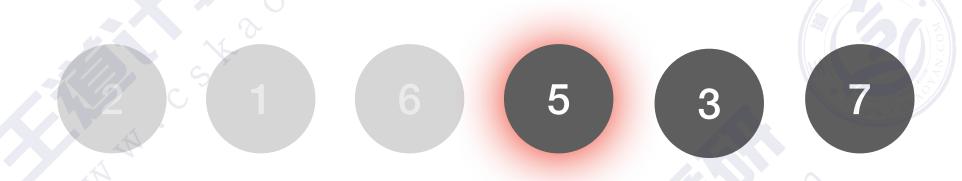




	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	2	∞	2	1	2	∞
path[]	2	-1	6	-19	1	2	6	-1

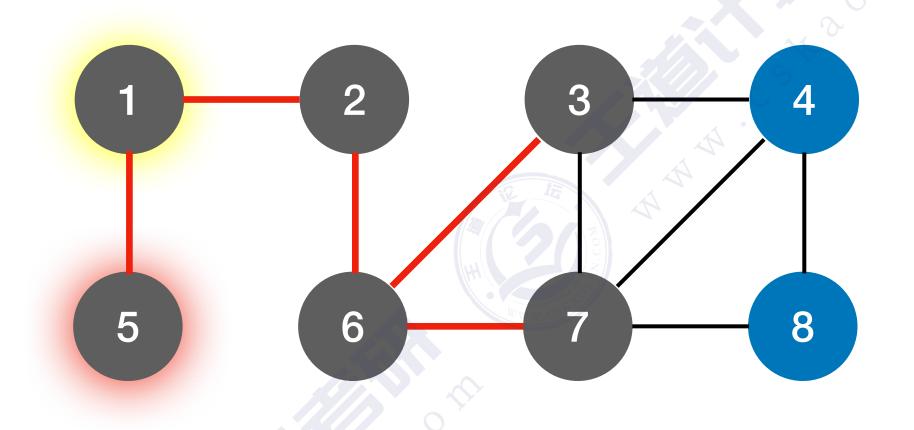
```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i] = \infty;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
           if(!visited[w]){
                               ◇//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                                //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

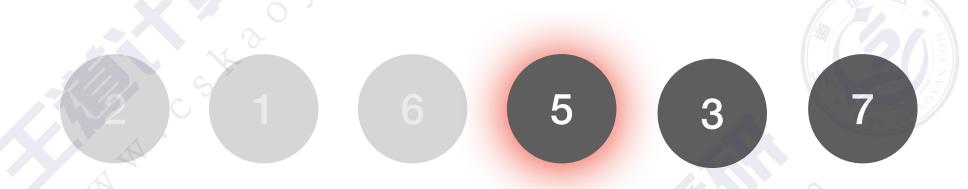




	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	2	∞	2	1	2	∞
path[]	2	-1	6	-19	1	2	6	-1

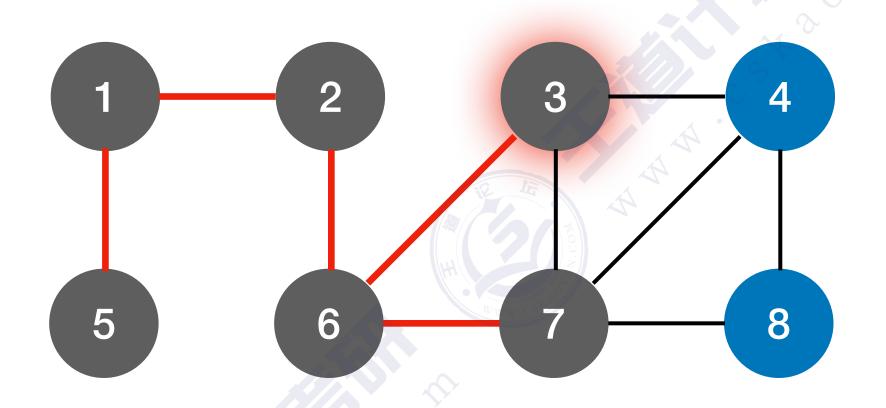
```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               ◇//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                               //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```





	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	2	∞	2	1	2	∞
path[]	2	-1	6	-19	1	2	6	-1

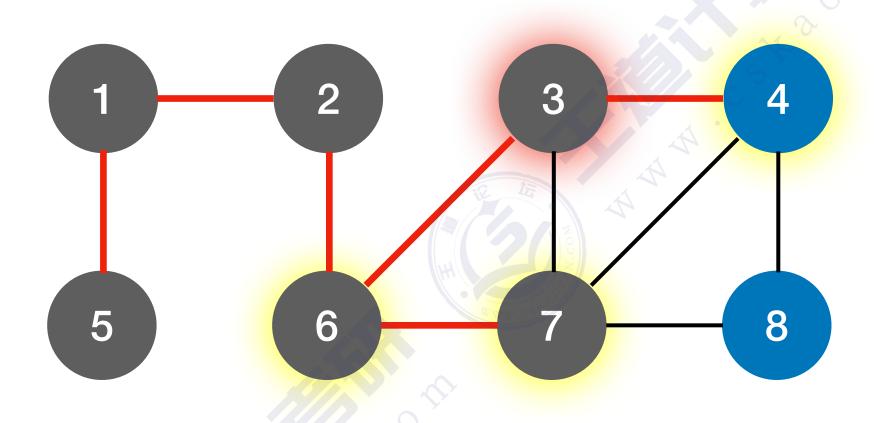
```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               ◇//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                               //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```





	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	2	∞	2	1	2	∞
path[]	2	-1	6	-19	7	2	6	-1

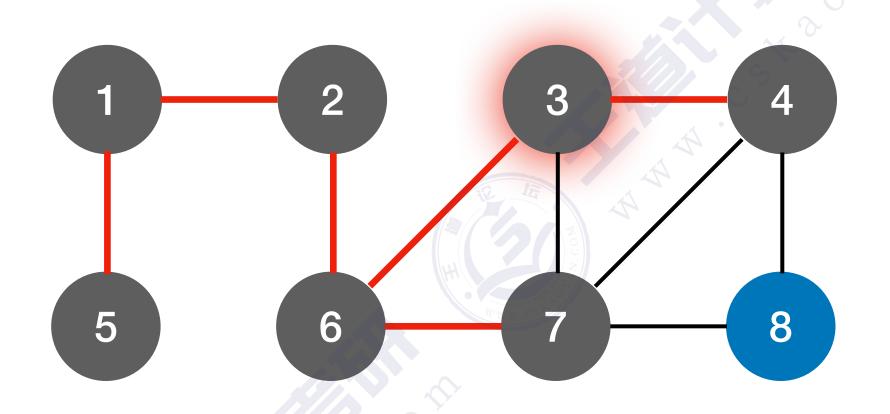
```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               ◇//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                               //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```





	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	2	∞	2	1	2	∞
path[]	2	-1	6	-19	1	2	6	-1

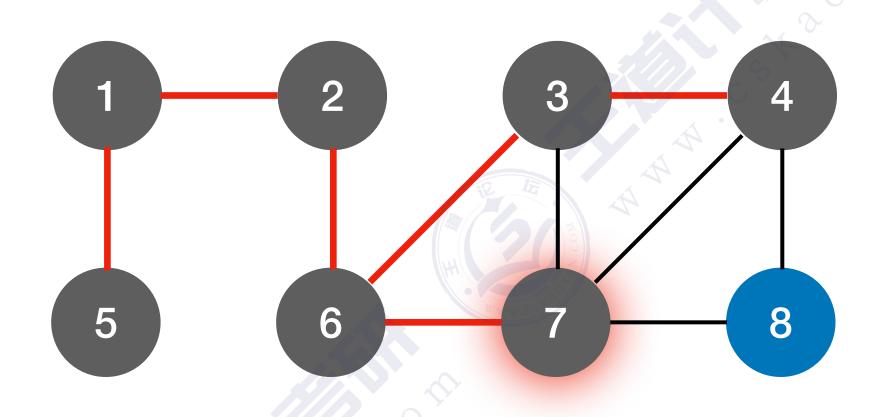
```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               ◇//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                               //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

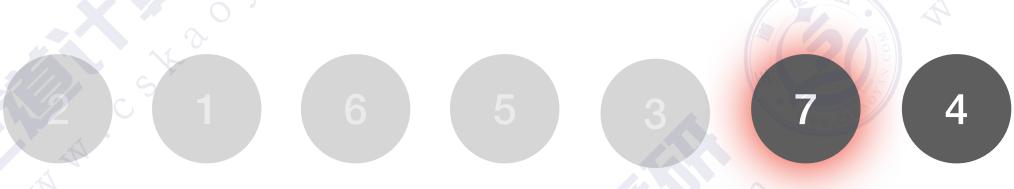




	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	2	3	2	1	2	∞
path[]	2	-1	6	3	¥.	2	6	-1

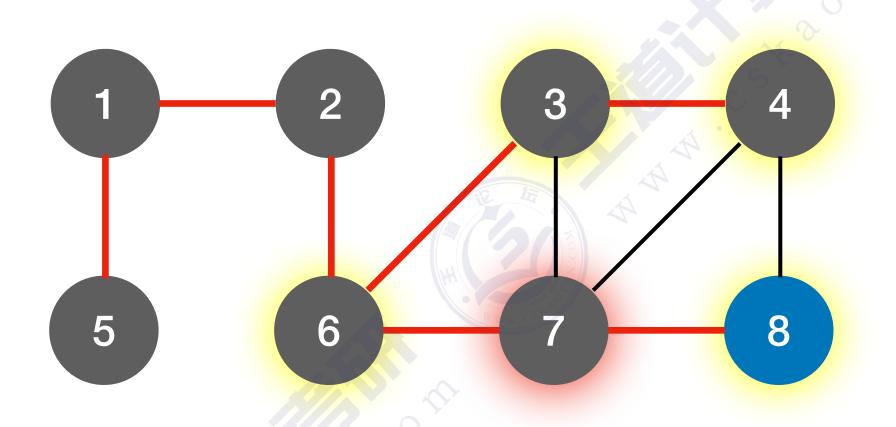
```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               ◇//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

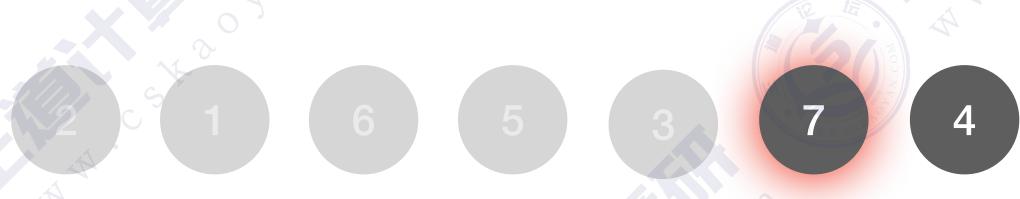




	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	2	3	2	1	2	∞
path[]	2	-1	6	3	7	2	6	-1

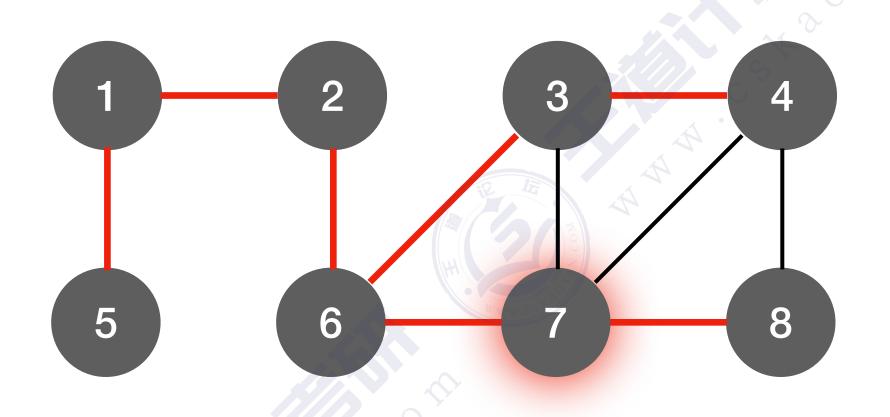
```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               〉//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```





	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	2	3	2	1	2	∞
path[]	2	-1	6	3	1	2	6	-1

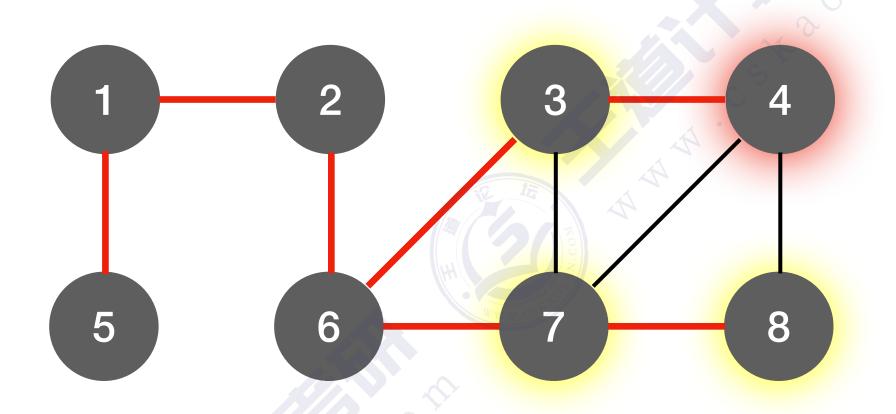
```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               〉//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```





	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	2	3	2	1	2	3
path[]	2	-1	6	3	1	2	6	7

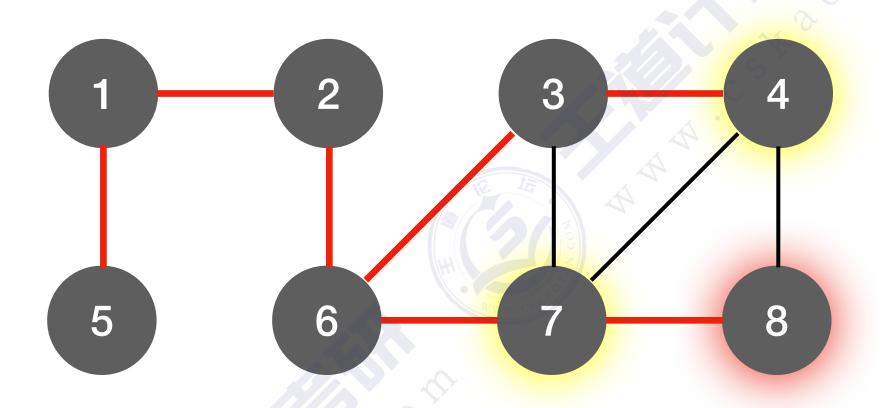
```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               〉//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```



	3	Tww.cs	4

	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	2	3	2	1	2	3
path[]	2	-1	6	3		2	6	7

```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                 //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
       DeQueue(Q,u);
                                //队头元素u出队
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               〉//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
              path[w]=u;
                                //最短路径应从u到w
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

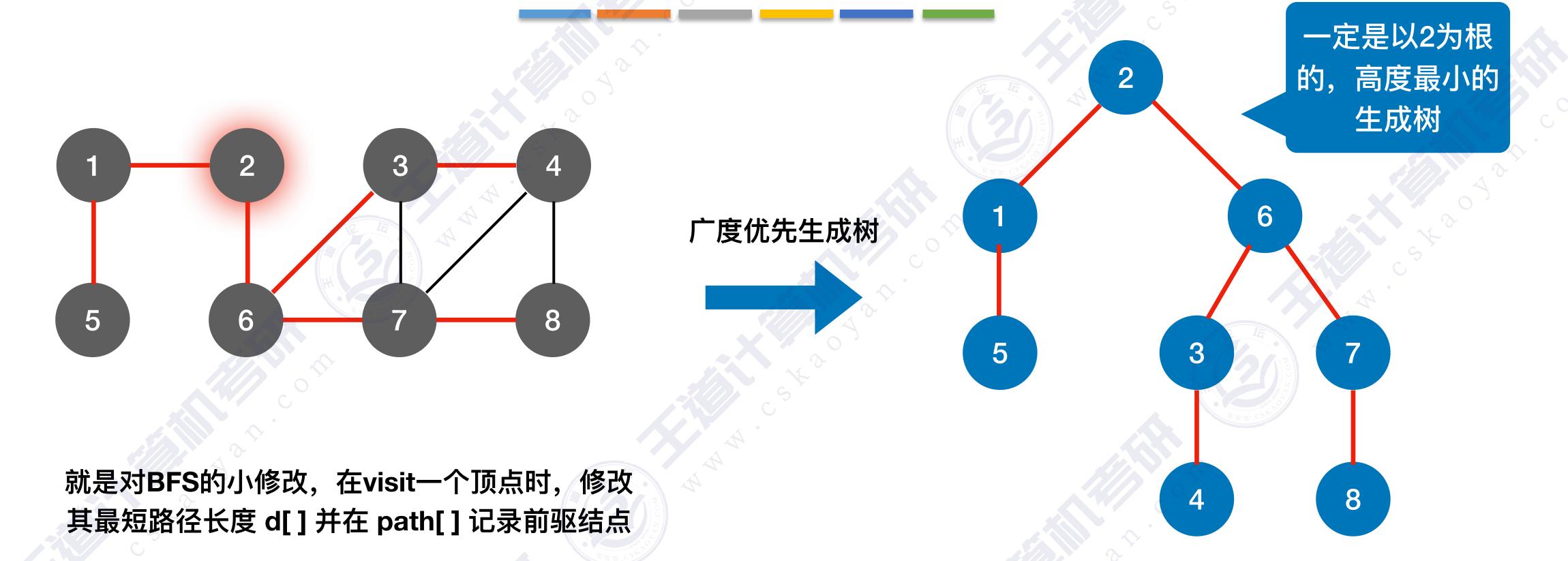




	1	2	3	4	5	6	7	8
d[]	1	0	2	3	2	1	2	3
path[]	2	-1	6	3		2	6	7

```
//求顶点 u 到其他顶点的最短路径
void BFS_MIN_Distance(Graph G,int u){
   //d[i]表示从u到i结点的最短路径
   for(i=0;i<G.vexnum;++i){</pre>
       d[i]=∞;
                //初始化路径长度
       path[i]=-1; //最短路径从哪个顶点过来
   d[u]=0;
   visited[u]=TRUE;
   EnQueue(Q,u);
   while(!isEmpty(Q)){
                                //BFS算法主过程
                                //队头元素u出队
       DeQueue(Q,u);
       for(w=FirstNeighbor(G,u);w>=0;w=NextNeighbor(G,u,w))
          if(!visited[w]){
                               〉//w为u的尚未访问的邻接顶点
              d[w]=d[u]+1;
                                //路径长度加1
                               //最短路径应从u到w
              path[w]=u;
              visited[w]=TRUE;
                                //设已访问标记
              EnQueue(Q,w);
                                //顶点w入队
          }//if
   }//while
```

知识点回顾与重要考点





	1	2	3	4	5	6	70	8
d[]	1	0	2	3	2	10	2	3
path[]	2	-1	6	3	1	2	6	7

2到8的最短路径长度 = d[8] = 3

通过path数组可知,2到8的最短路径为:8 <- 7 <- 6 <- 2