本节内容

二叉树

常考性质

二叉树的常考性质

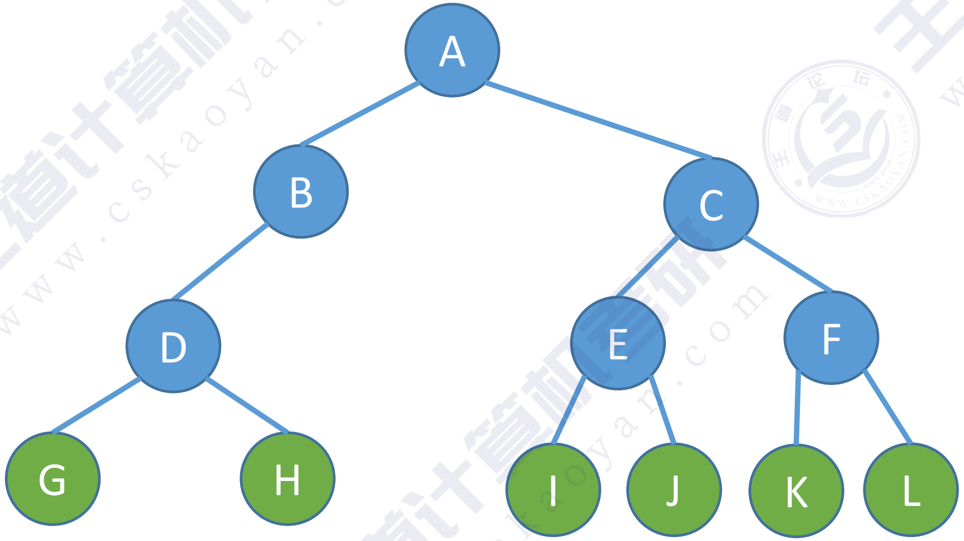
常见考点1：设非空二叉树中度为0、1和2的结点个数分别为n_0、n_1和n_2，则$n_0 = n_2 + 1$
（叶子结点比二分支结点多一个）

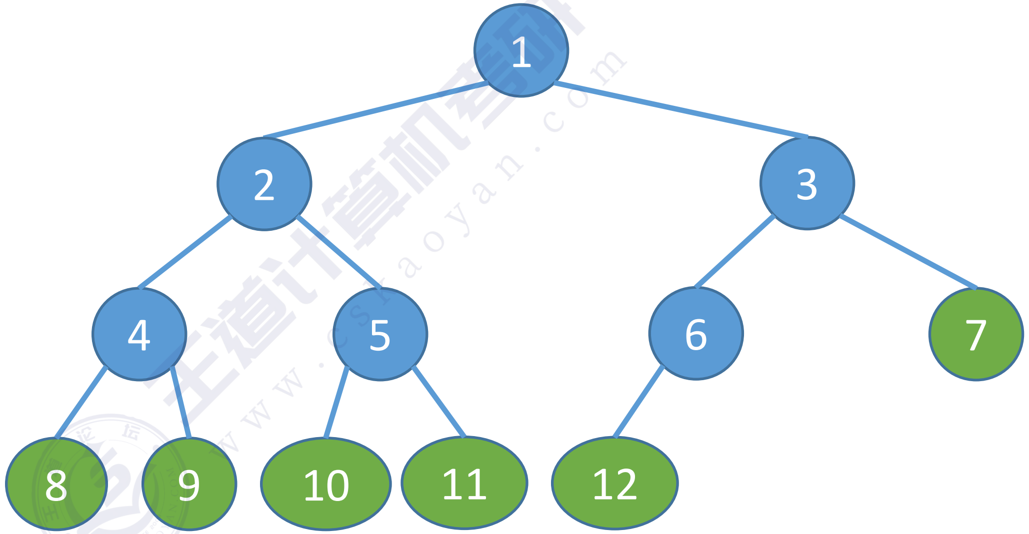
假设树中结点总数为 n，则
① $n = n_0 + n_1 + n_2$
② $n = n_1 + 2n_2 + 1$

树的结点数=总度数+1

② - ①

$$n_0 = n_2 + 1$$

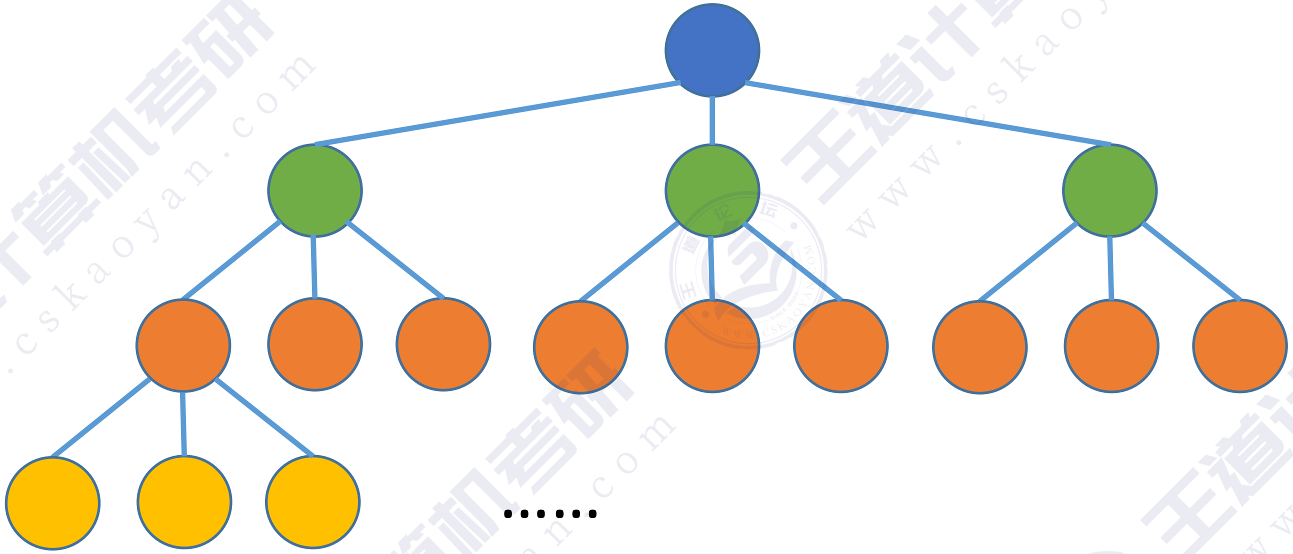




二叉树的常考性质

常见考点2：二叉树第 i 层至多有 2^{i-1} 个结点（i≥1）

m叉树第 i 层至多有 m^{i-1} 个结点（i≥1）



第 1 层：m^0

第 2 层：m^1

第 3 层：m^2

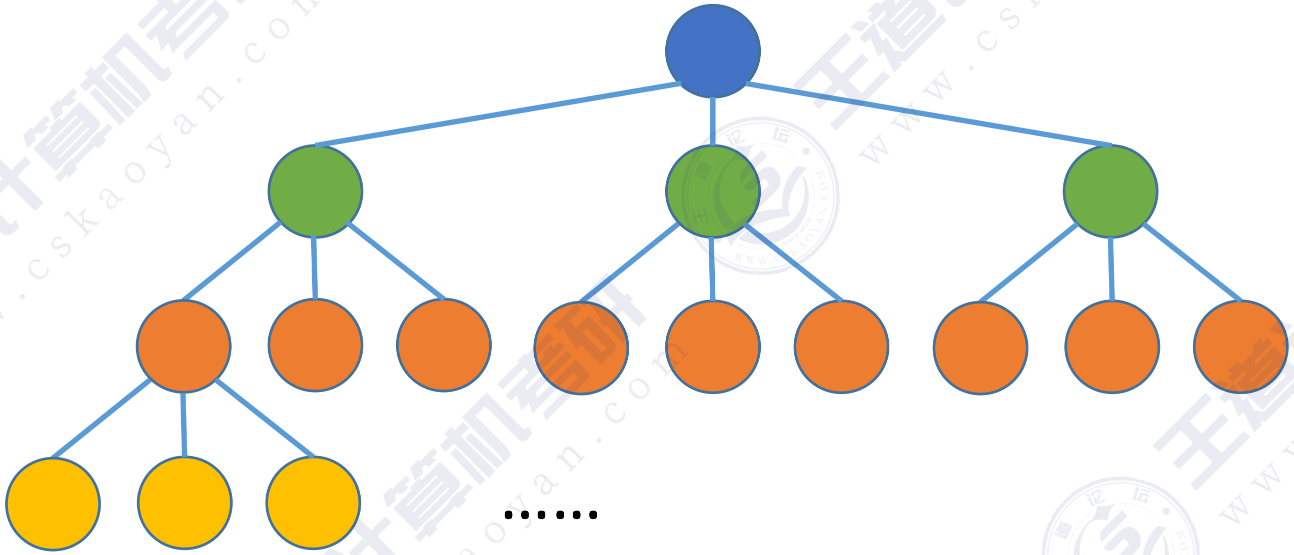
第 4 层：m^3

二叉树的常考性质

常见考点3：高度为h的二叉树至多有 2^h-1个结点（满二叉树）

高度为h的m叉树至多有 $\dfrac{m^h-1}{m-1}$个结点

等比数列求和公式：$a+aq+aq^2+\cdots+aq^{n-1}=\dfrac{a(1-qn)}{1-q}$



第 1 层：m^0

第 2 层：m^1

第 3 层：m^2

第 4 层：m^3

完全二叉树的常考性质

常见考点1：具有n个（$n > 0$）结点的完全二叉树的高度h为$\lceil \log_2(n+1) \rceil$或$\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

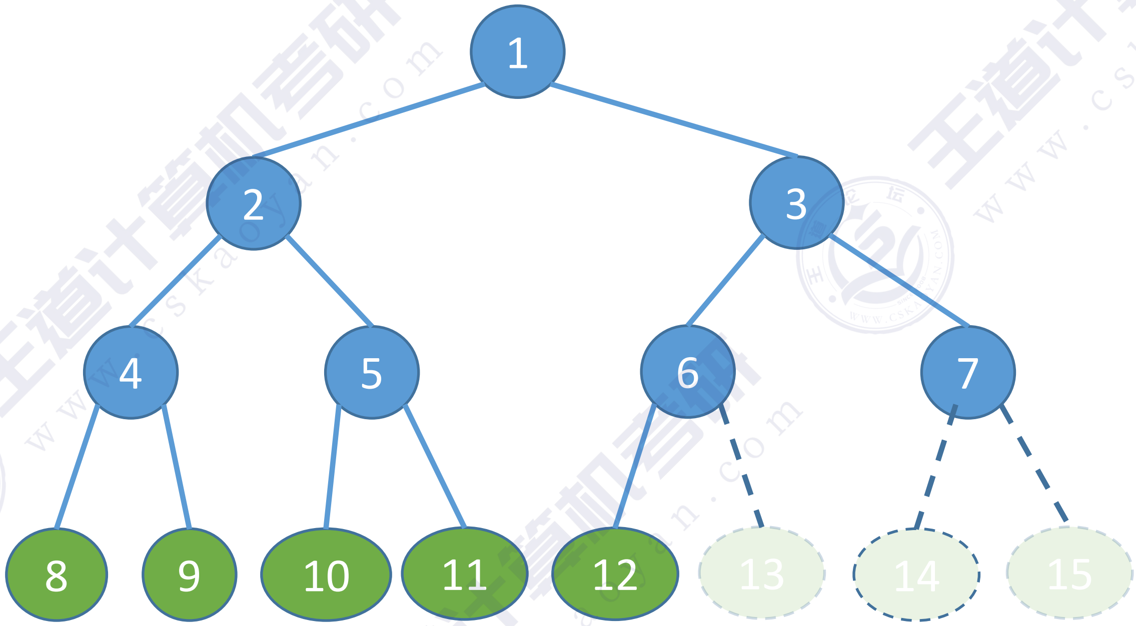
高为 h 的满二叉树共有 $2^h - 1$ 个结点
高为 h-1 的满二叉树共有 $2^{h-1} - 1$个结点

$$2^{h-1} - 1 < n \le 2^h - 1$$

$$2^{h-1} < n + 1 \le 2^h$$

$$h - 1 < \log_2(n+1) \le h$$

$$h = \lceil \log_2(n+1) \rceil$$



完全二叉树的常考性质

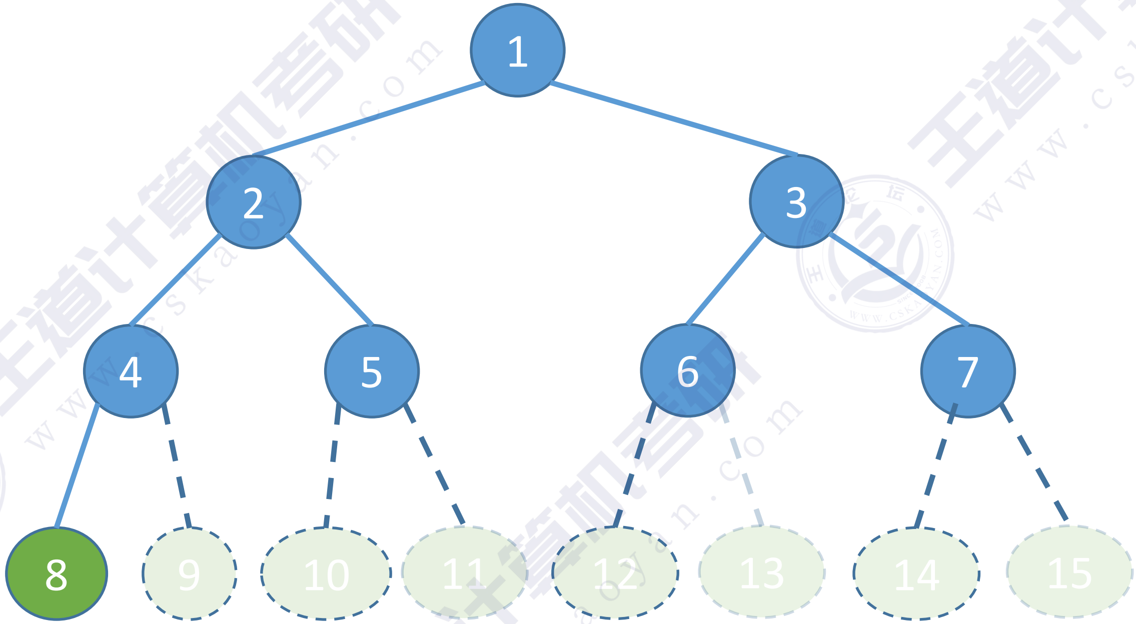
常见考点1：具有n个（$n>0$）结点的完全二叉树的高度h为$\lceil \log_2(n+1) \rceil$或$\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

高为 h-1 的满二叉树共有 $2^{h-1}-1$个结点
高为 h 的完全二叉树至少 2^{h-1} 个结点
至多 2^h-1 个结点

$$2^{h-1} \le n < 2^h$$

$$h-1 \le \log_2 n < h$$

$$h = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$



第 i 个结点所在层次为$\lceil \log_2(n+1) \rceil$或$\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

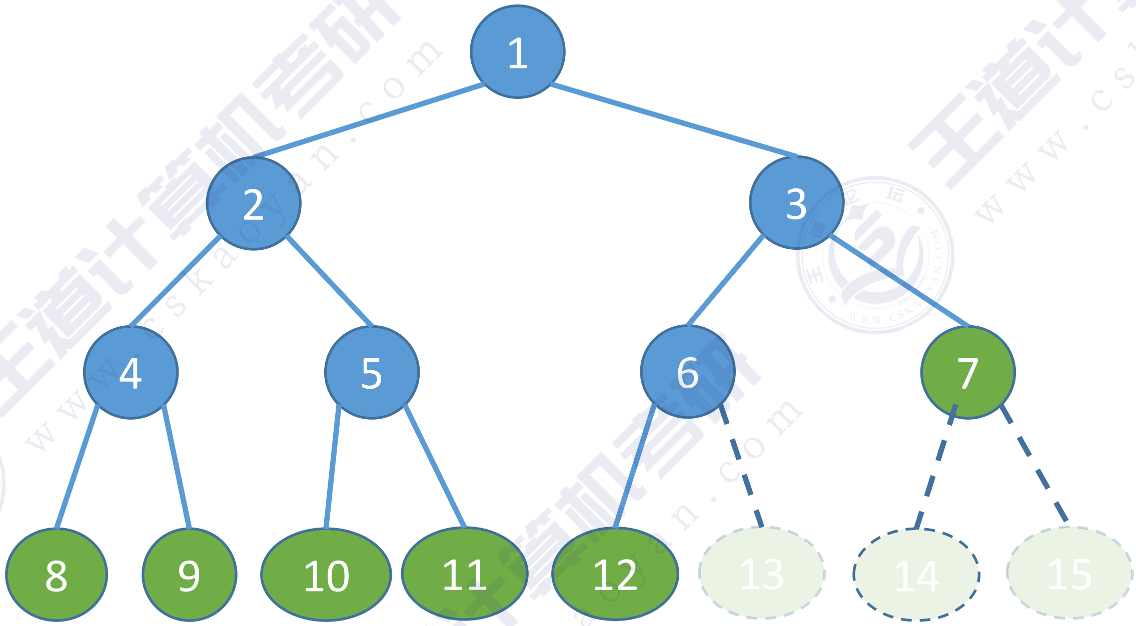
完全二叉树的常考性质

常见考点2：对于完全二叉树，可以由的结点数 n 推出度为0、1和2的结点个数为n_0、n_1和n_2

完全二叉树最多只有一个度为1的结点，即

n_1=0或1

$n_0 = n_2 + 1$ → $n_0 + n_2$ 一定是奇数



若完全二叉树有2k个（偶数）个结点，则必有 n_1=1， n_0 = k， n_2 = k-1

若完全二叉树有2k-1个（奇数）个结点，则必有 n_1=0， n_0 = k， n_2 = k-1

知识回顾与重要考点

二叉树：

- $n_0 = n_2 + 1$
- 第 i 层至多有 2^{i-1} 个结点（i≥1）
- 高度为h的二叉树至多有 $2^h - 1$个结点

完全二叉树：

- 具有n个（$n > 0$）结点的完全二叉树的高度h为$\lceil \log_2(n + 1) \rceil$或$\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$
- 对于完全二叉树，可以由的结点数 n 推出为0、1和2的结点个数为n_0、n_1和n_2（突破点：完全二叉树最多只会有一个度为1的结点）