

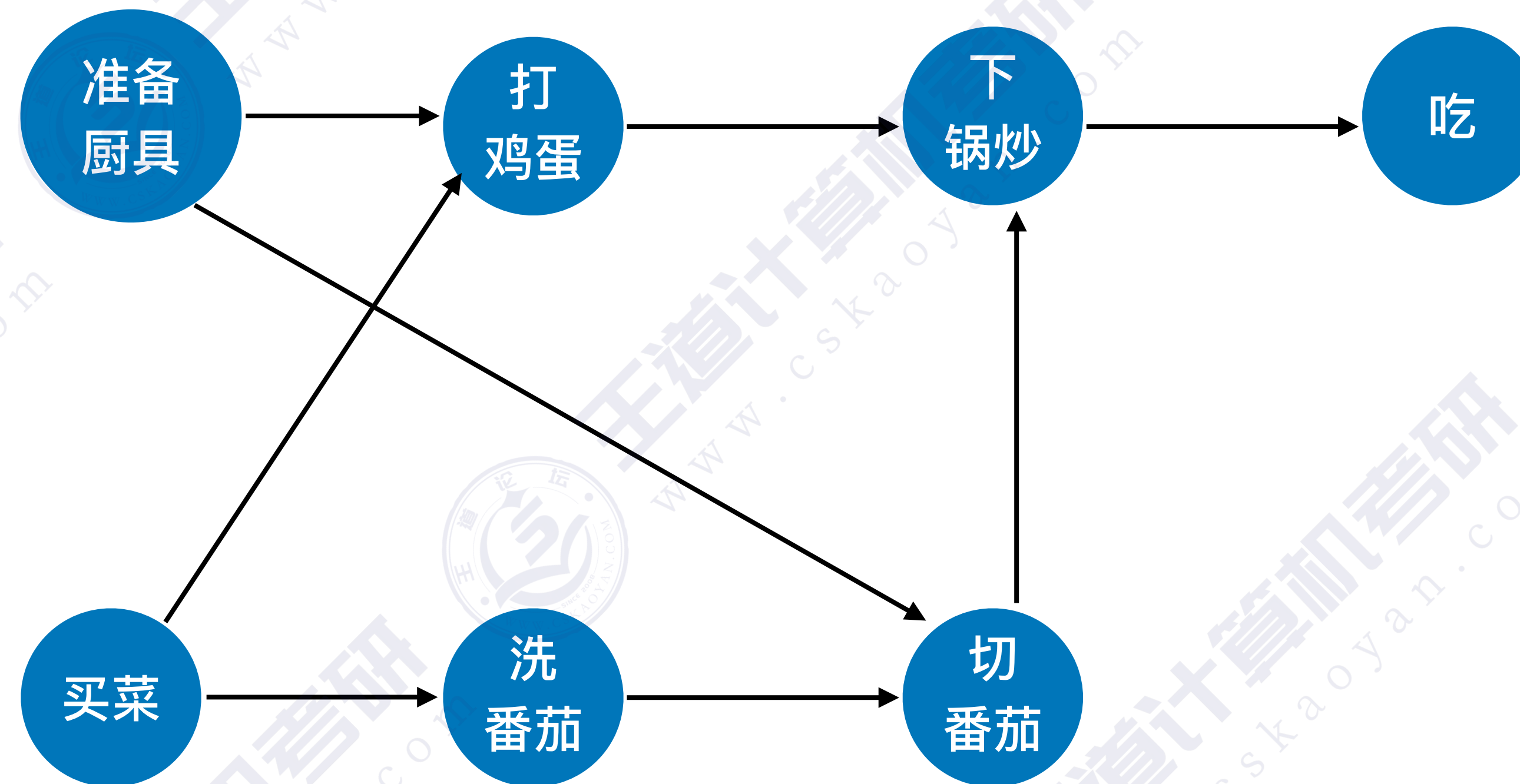
本节内容

拓扑排序

AOV网

AOV网(Activity On Vertex NetWork, 用顶点表示活动的网):

用DAG图(有向无环图)表示一个工程。顶点表示活动, 有向边 $\langle V_i, V_j \rangle$ 表示活动 V_i 必须先于活动 V_j 进行

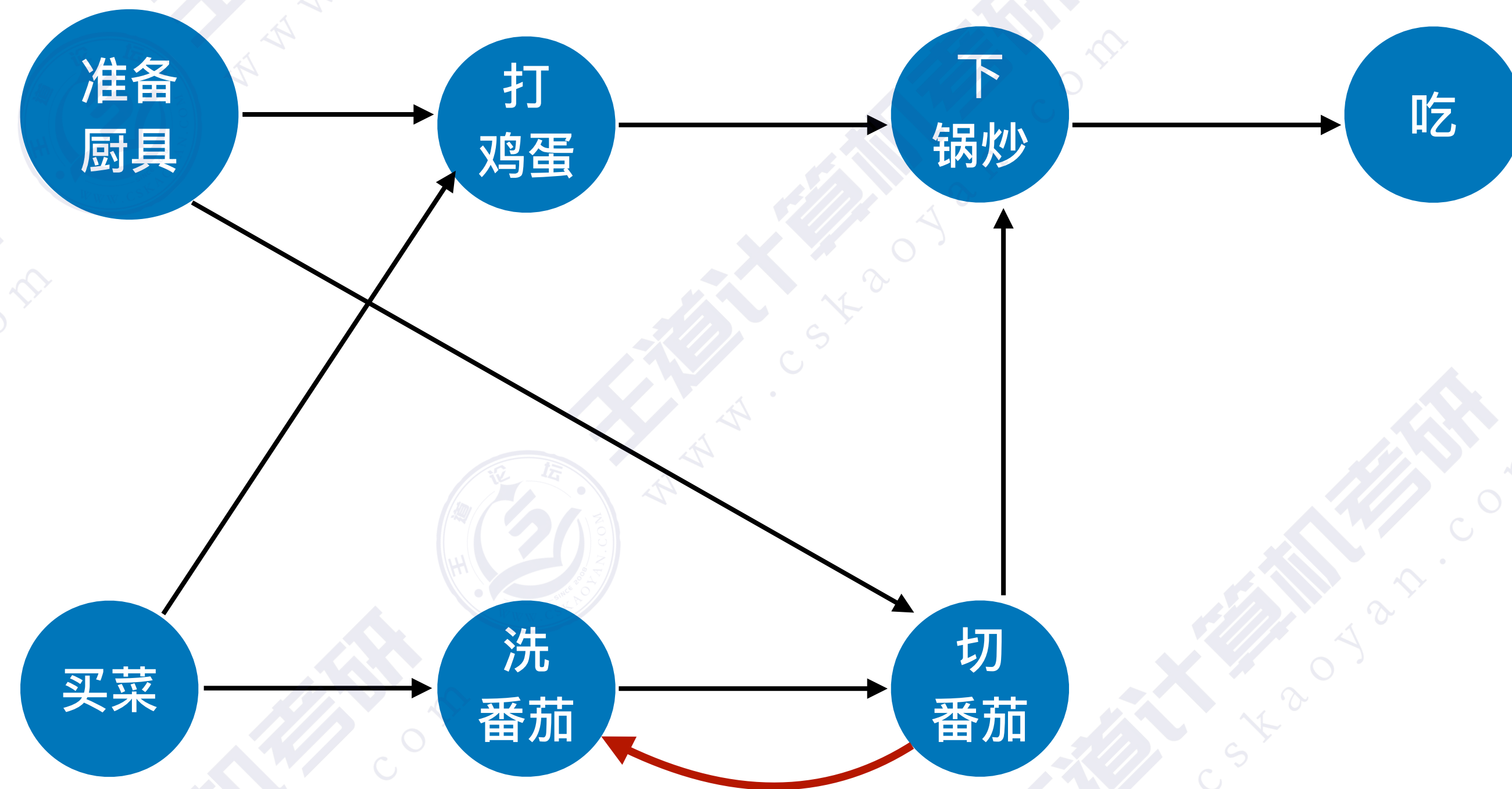


表示“番茄炒蛋工程”的AOV网

AOV网

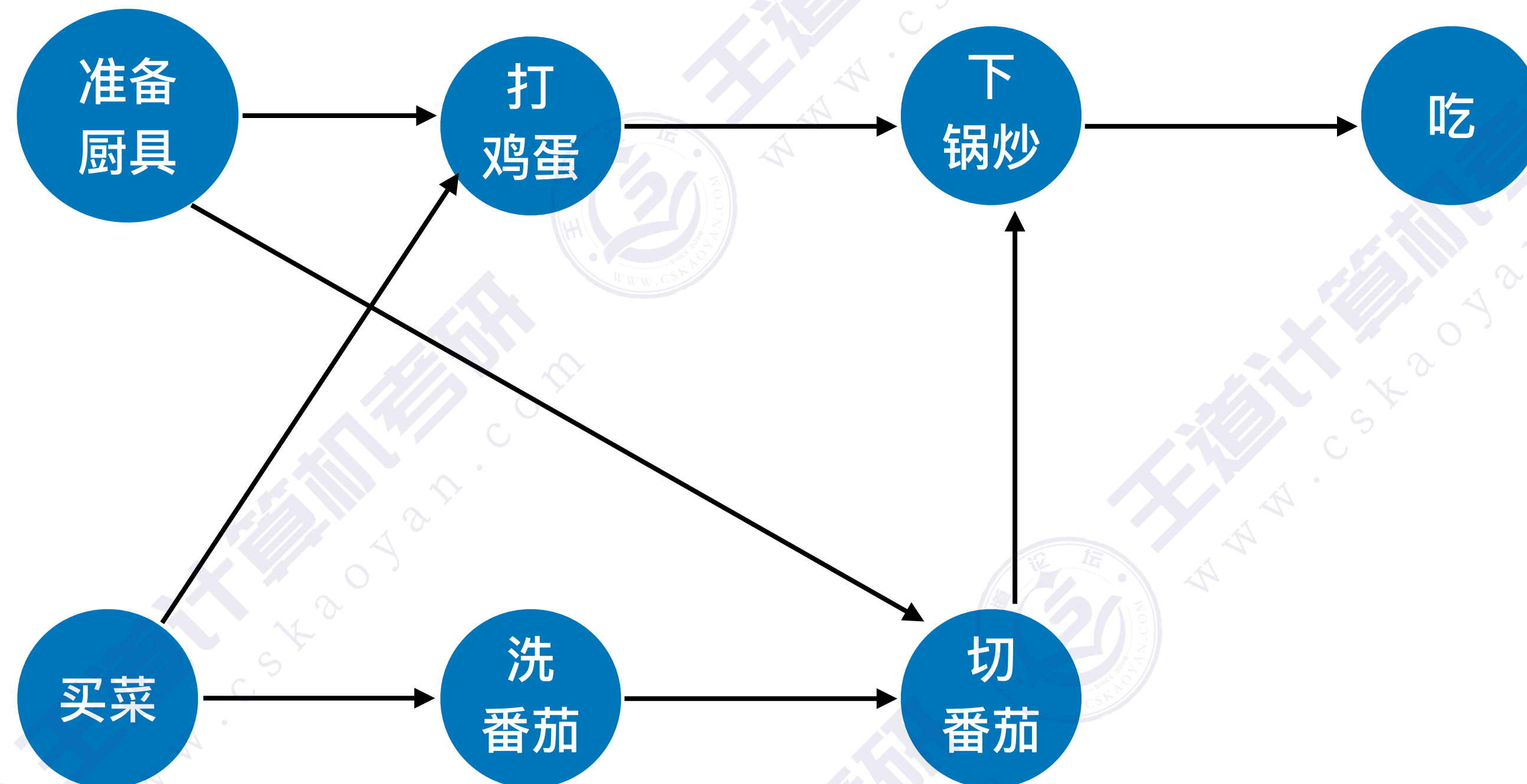
AOV网(Activity On Vertex NetWork, 用顶点表示活动的网):

用DAG图(有向无环图)表示一个工程。顶点表示活动, 有向边 $\langle V_i, V_j \rangle$ 表示活动 V_i 必须先于活动 V_j 进行



不是AOV网

拓扑排序

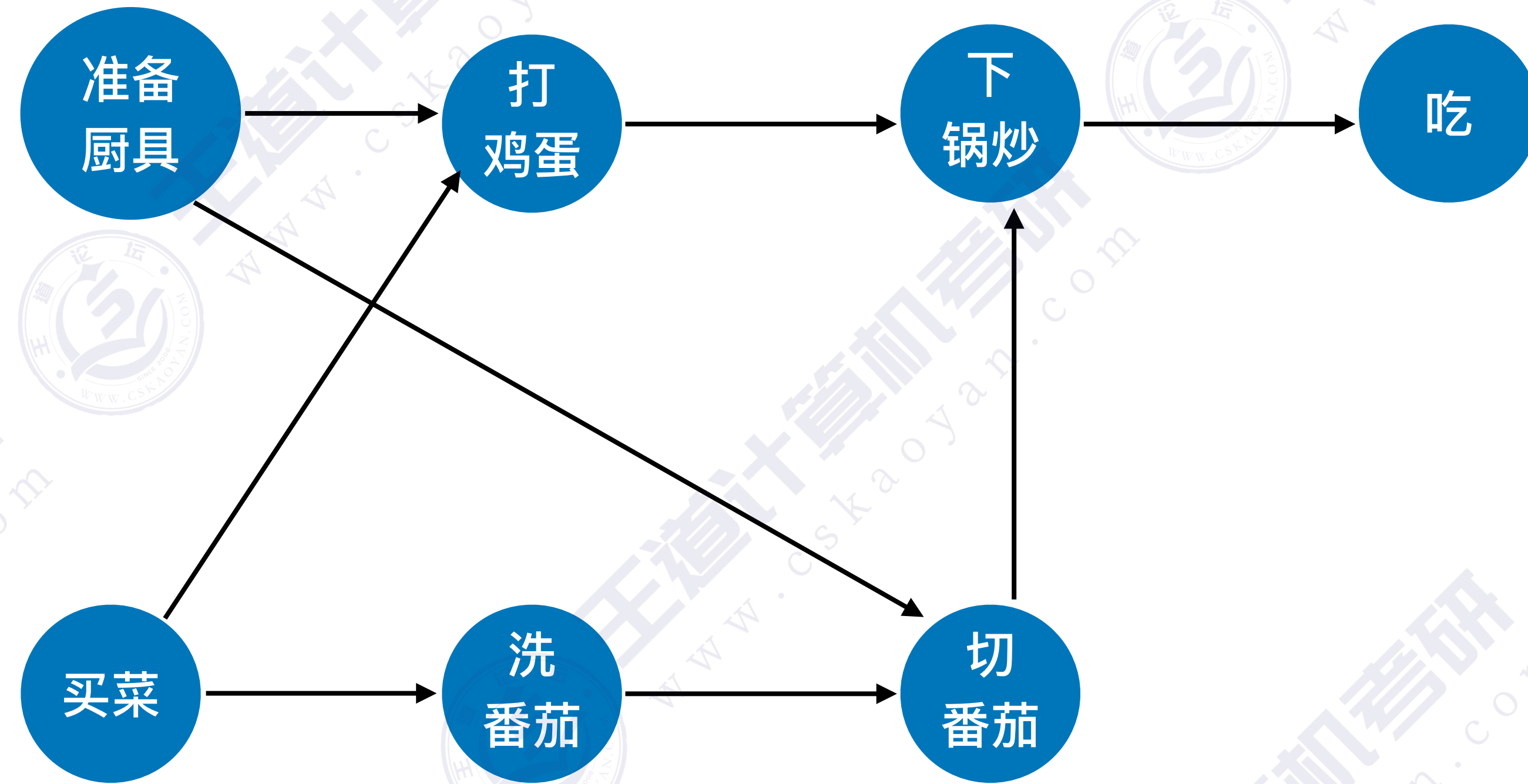


拓扑排序：在图论中，由一个**有向无环图**的顶点组成的序列，当且仅当满足下列条件时，称为该图的一个拓扑排序：

- ① 每个顶点出现且只出现一次。
- ② 若顶点A在序列中排在顶点B的前面，则在图中不存在从顶点B到顶点A的路径。

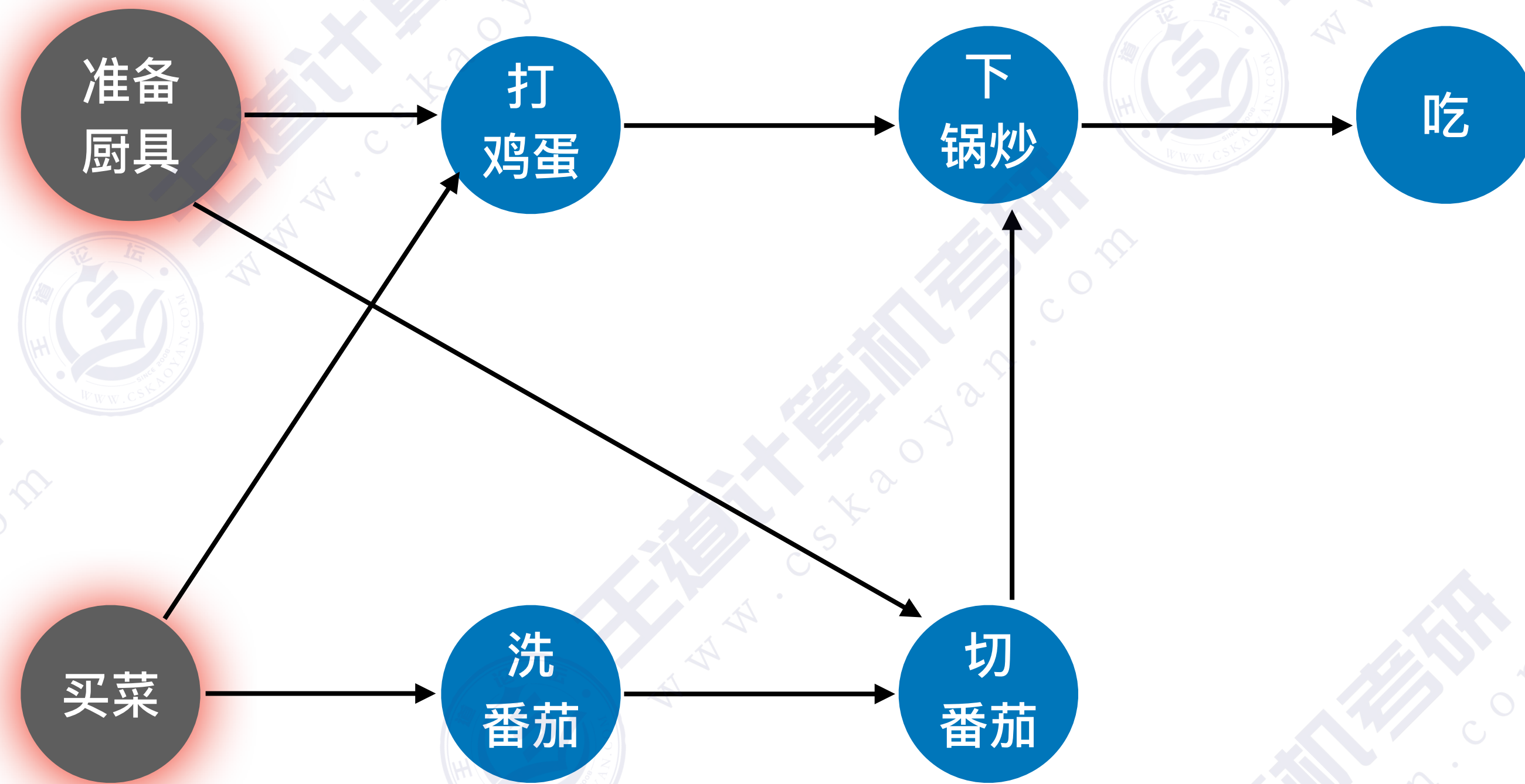
或定义为：拓扑排序是对有向无环图的顶点的一种排序，它使得若存在一条从顶点A到顶点B的路径，则在排序中顶点B出现在顶点A的后面。每个AOV网都有一个或多个拓扑排序序列。

拓扑排序



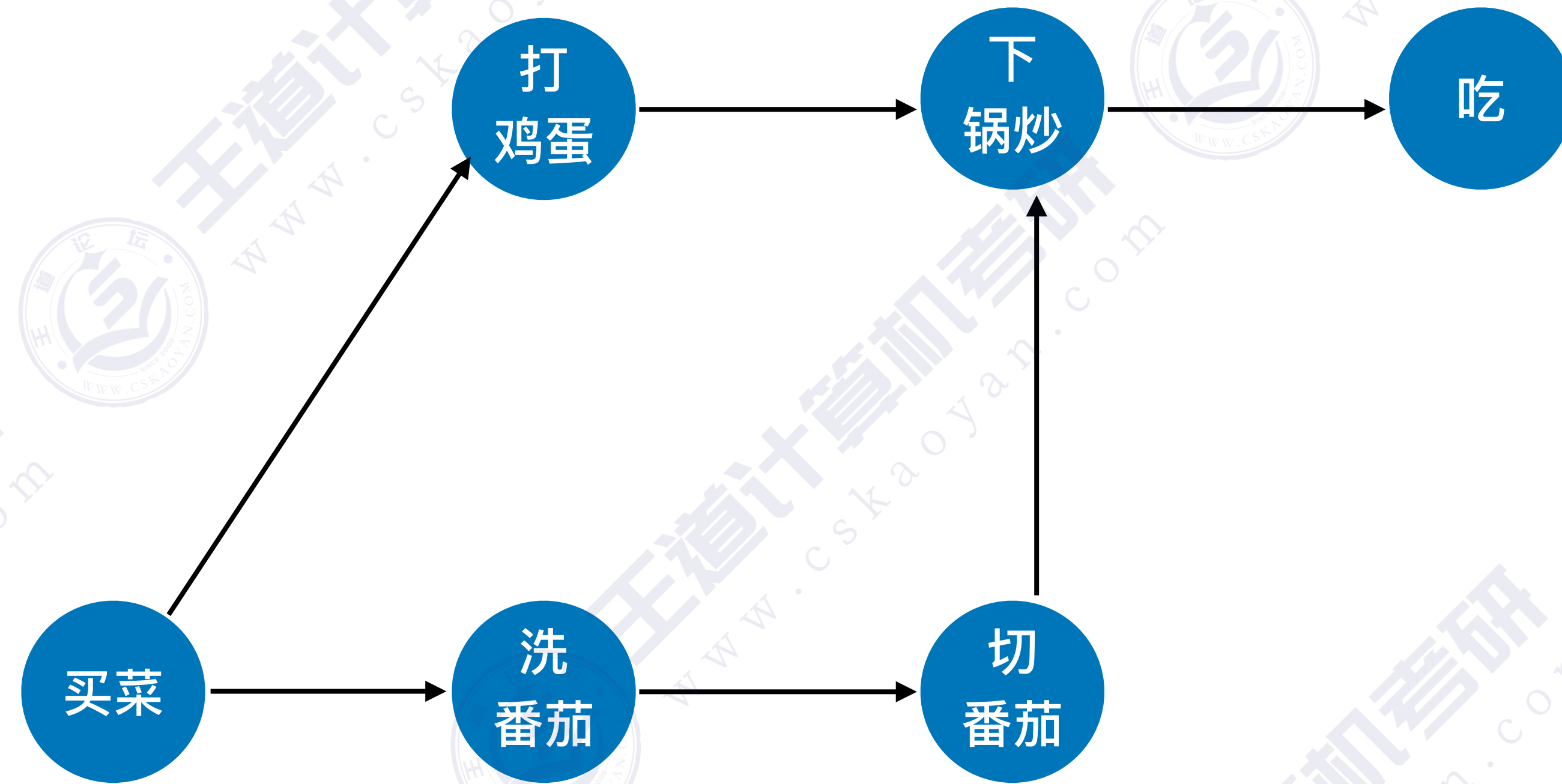
拓扑排序：找到做事的先后顺序

拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

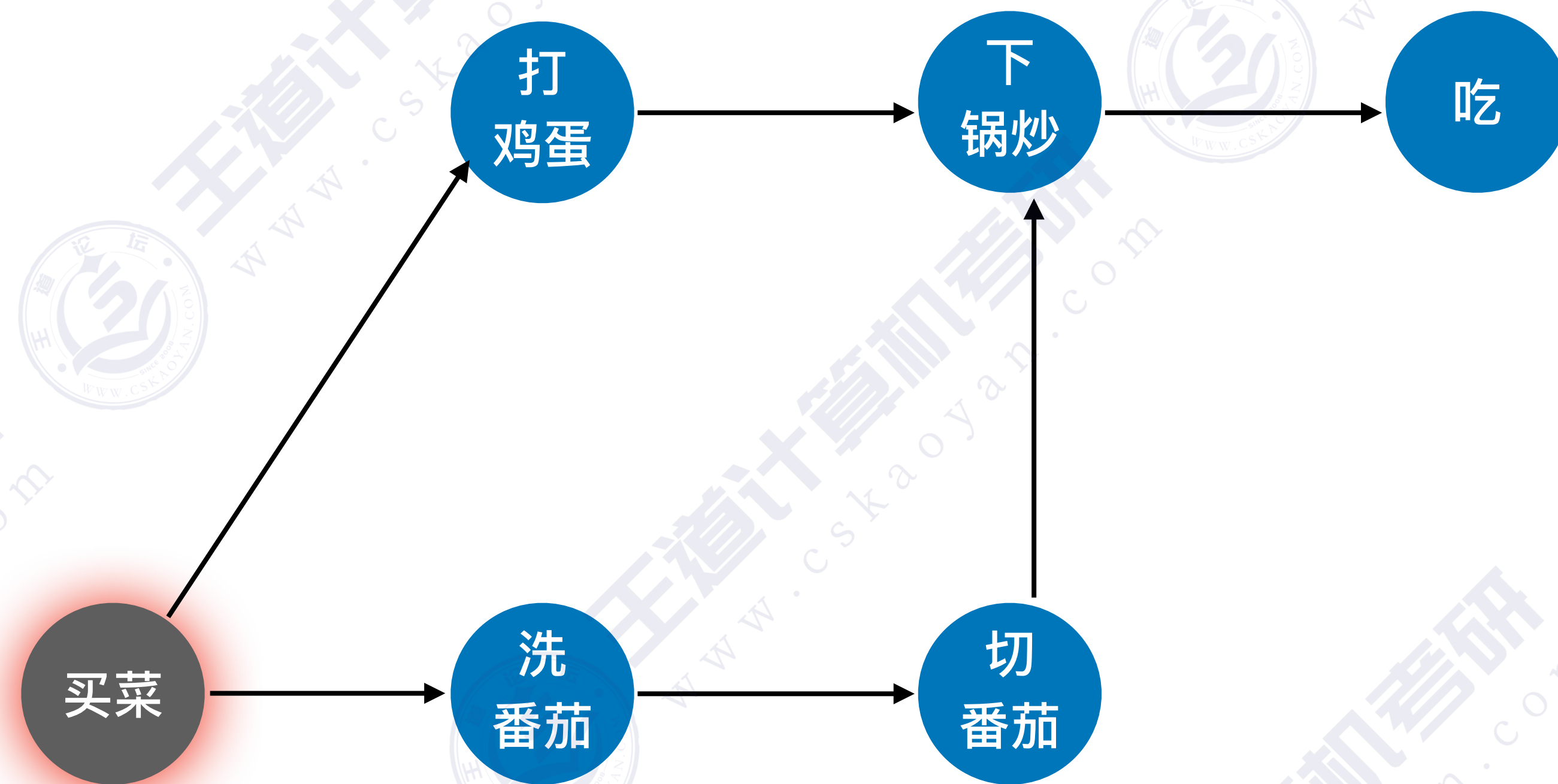
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

准备
厨具

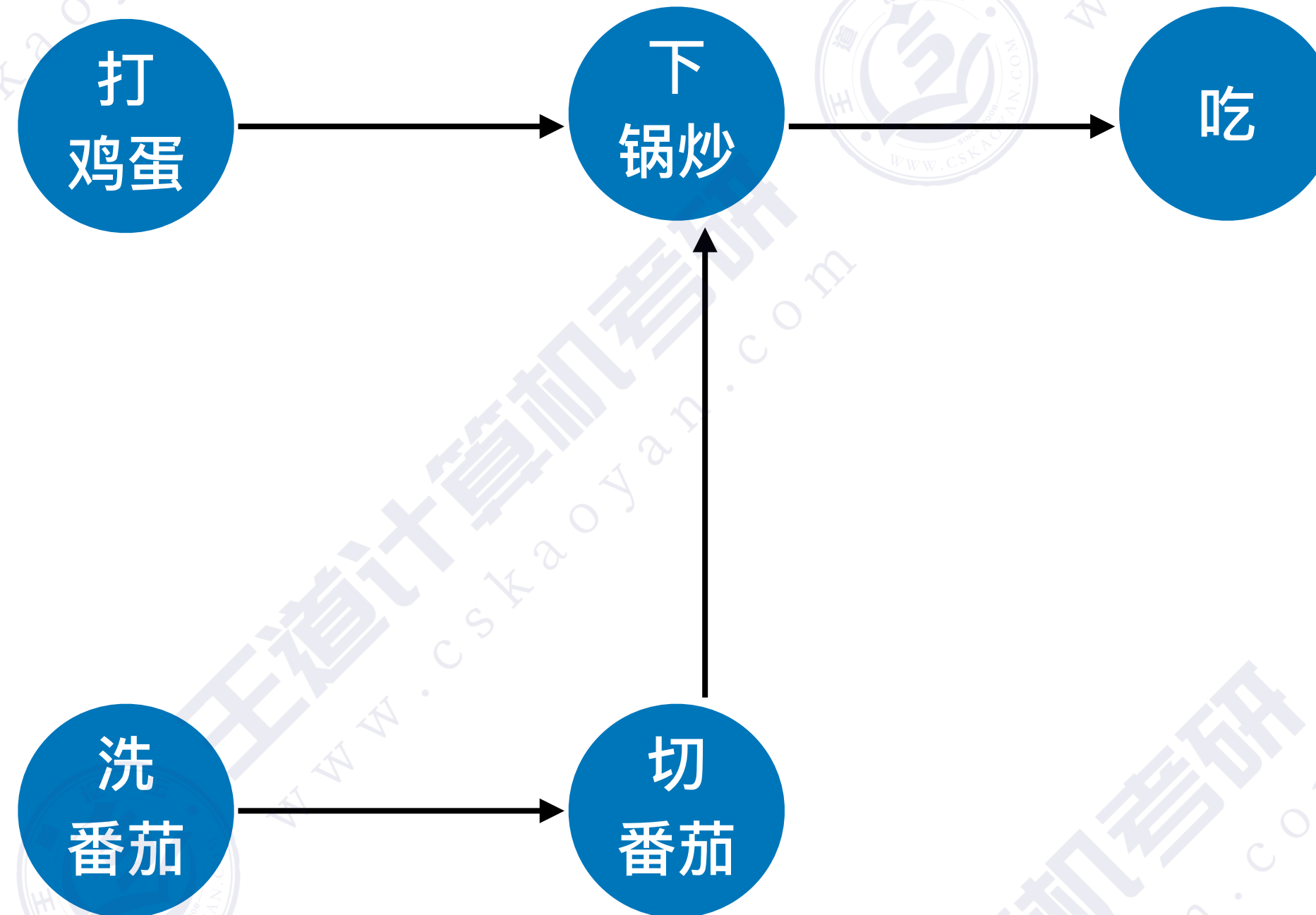
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

准备
厨具

拓扑排序

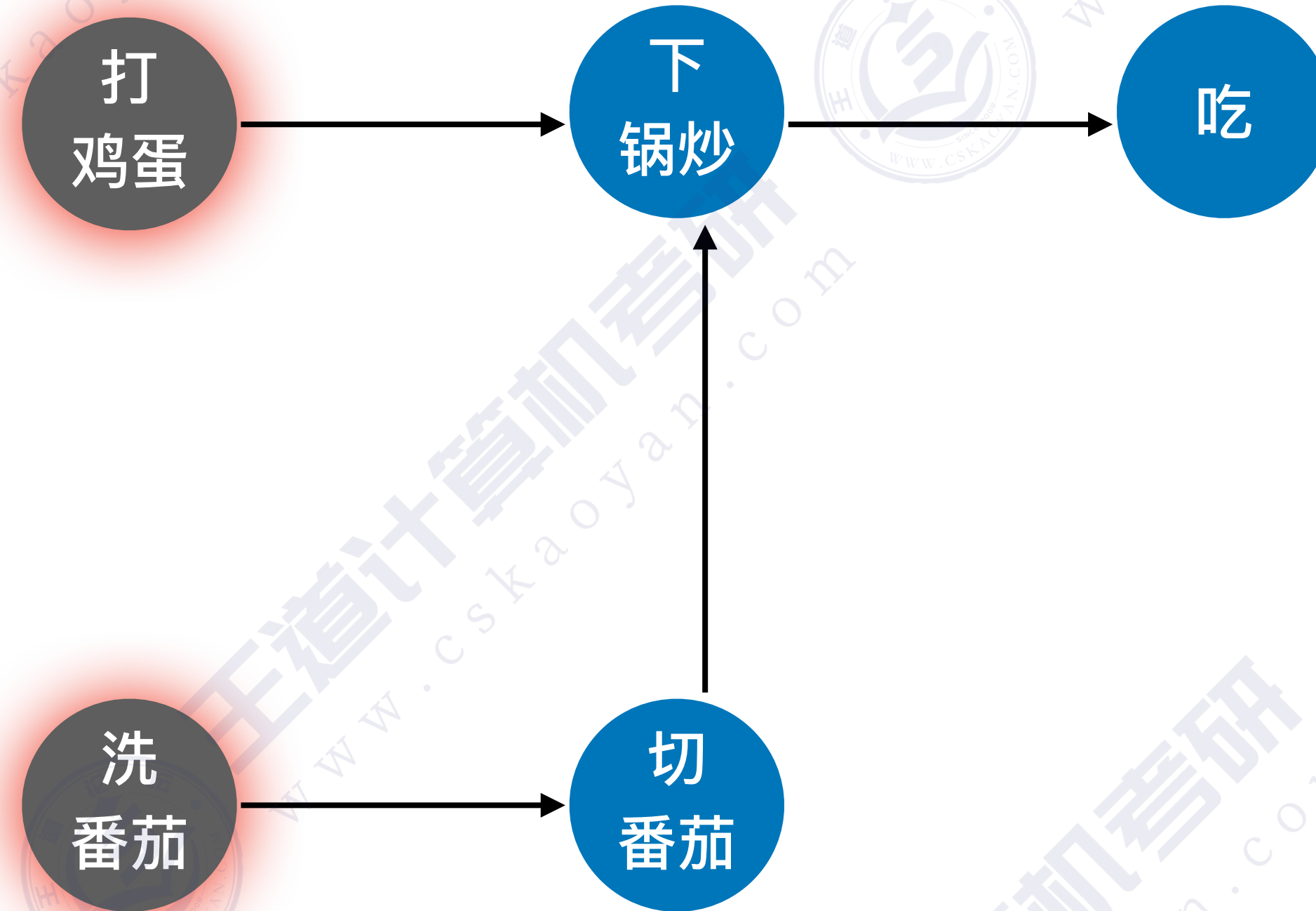


拓扑排序：找到做事的先后顺序

准备
厨具

买菜

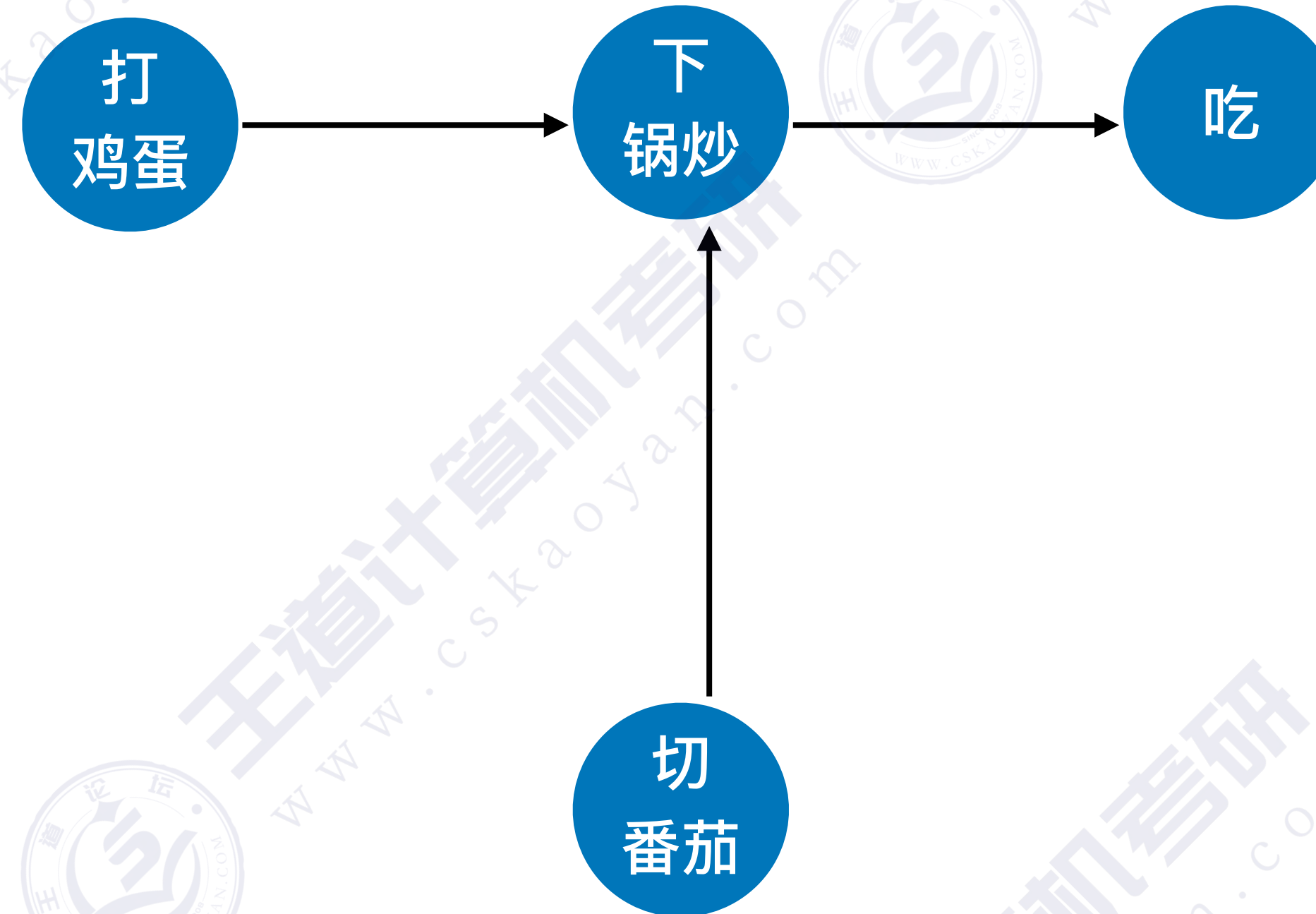
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



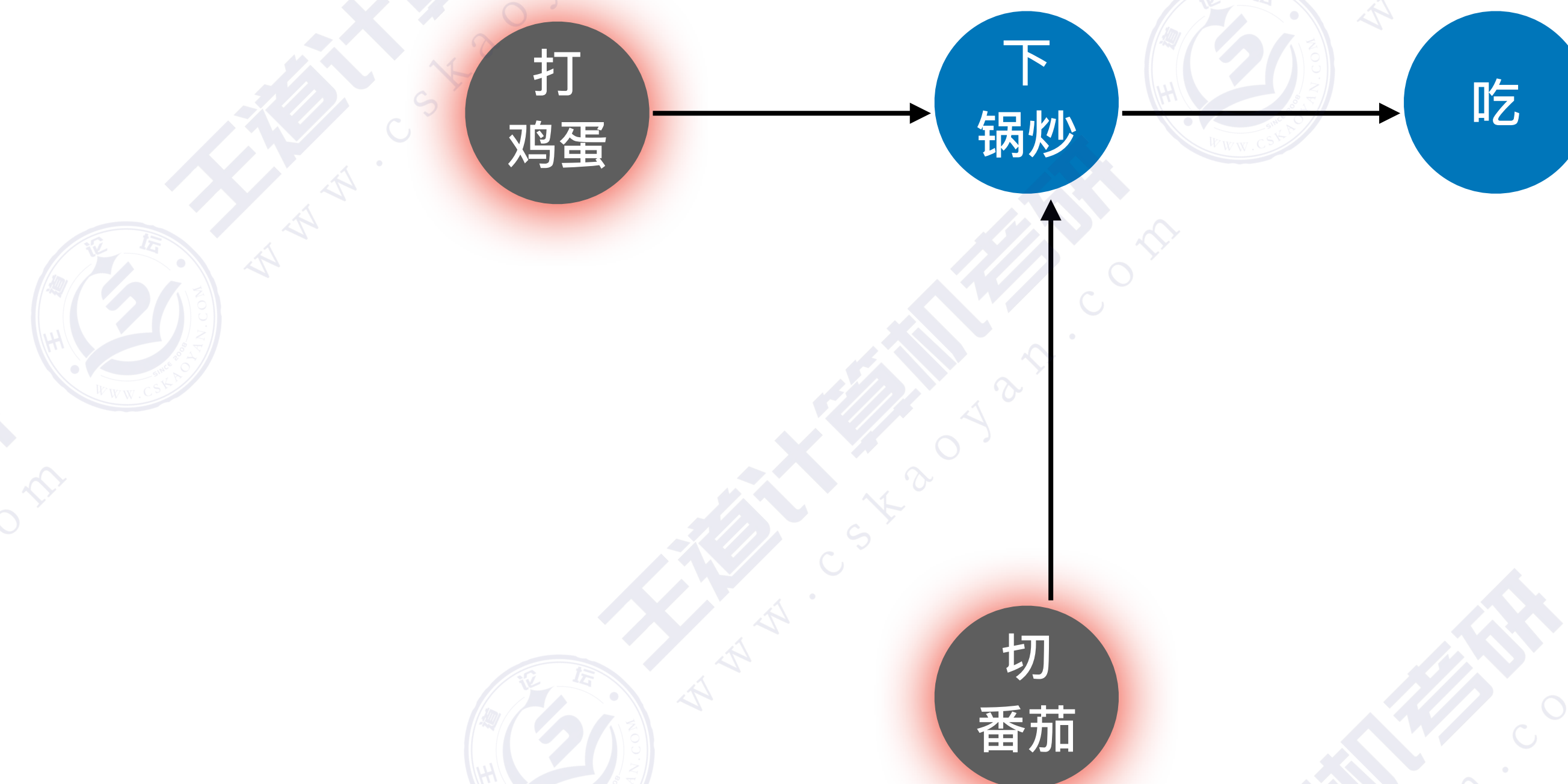
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



打鸡蛋

下锅炒

吃

拓扑排序：找到做事的先后顺序

准备
厨具

买菜

洗
番茄

切
番茄

拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



拓扑排序的实现：

- ① 从AOV网中选择一个没有前驱（入度为0）的顶点并输出。
- ② 从网中删除该顶点和所有以它为起点的有向边。
- ③ 重复①和②直到当前的AOV网为空或当前网中不存在无前驱的顶点为止。

准备
厨具

买菜

洗
番茄

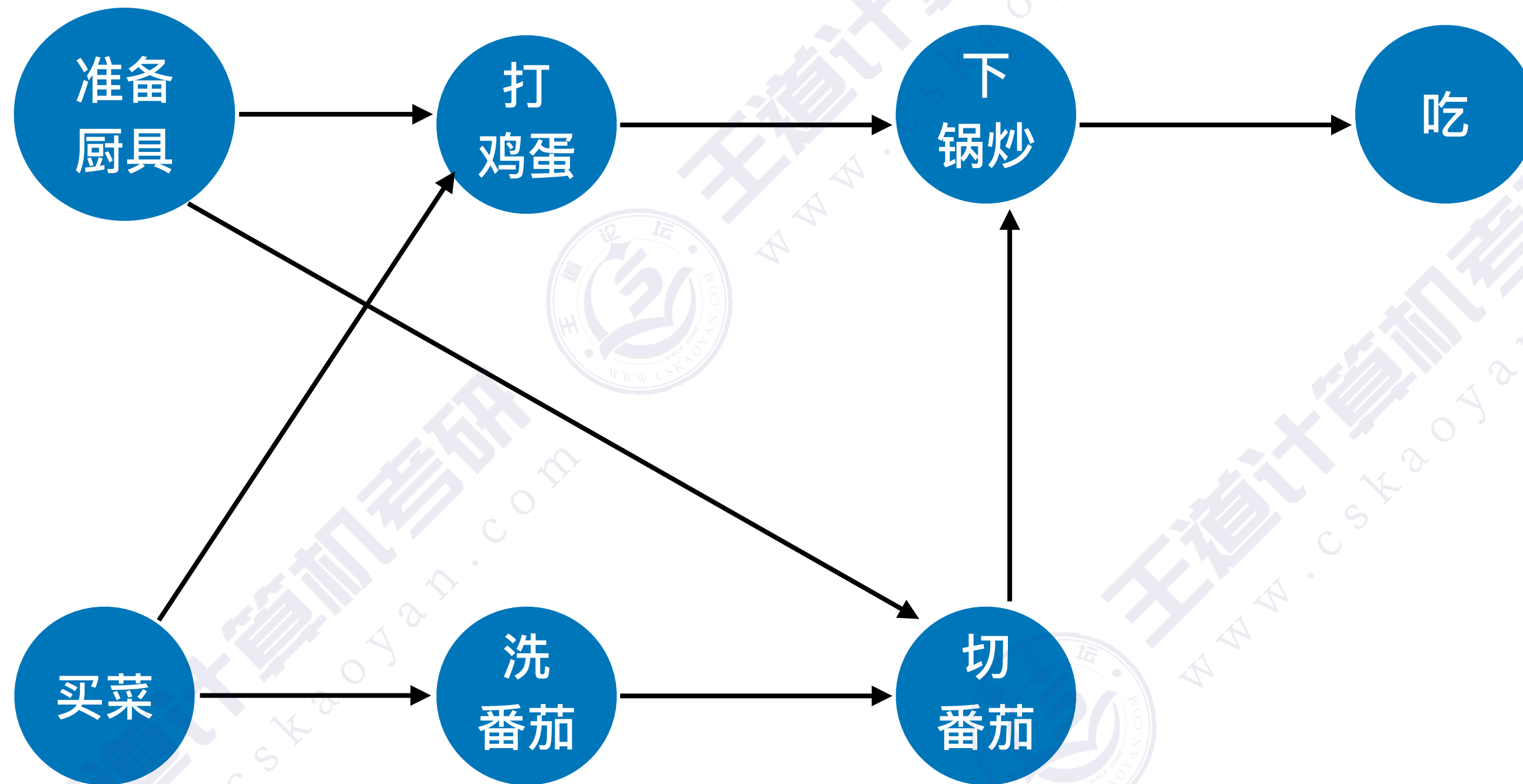
切
番茄

打
鸡蛋

下
锅炒

吃

拓扑排序



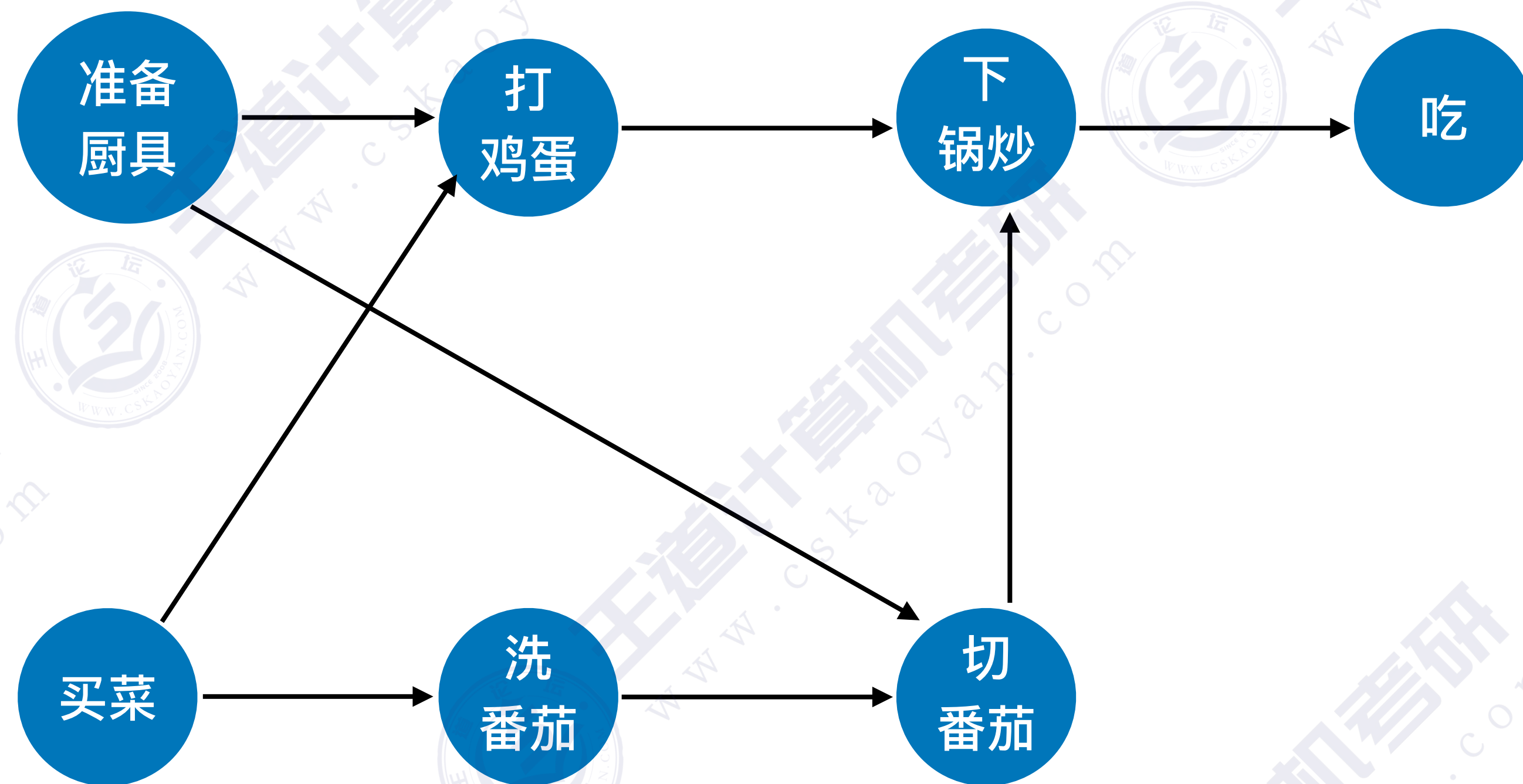
拓扑排序：在图论中，由一个**有向无环图**的顶点组成的序列，当且仅当满足下列条件时，称为该图的一个拓扑排序：

- ① 每个顶点出现且只出现一次。
- ② 若顶点A在序列中排在顶点B的前面，则在图中不存在从顶点B到顶点A的路径。

或定义为：拓扑排序是对有向无环图的顶点的一种排序，它使得若存在一条从顶点A到顶点B的路径，则在排序中顶点B出现在顶点A的后面。**每个AOV网都有一个或多个拓扑排序序列。**



拓扑排序

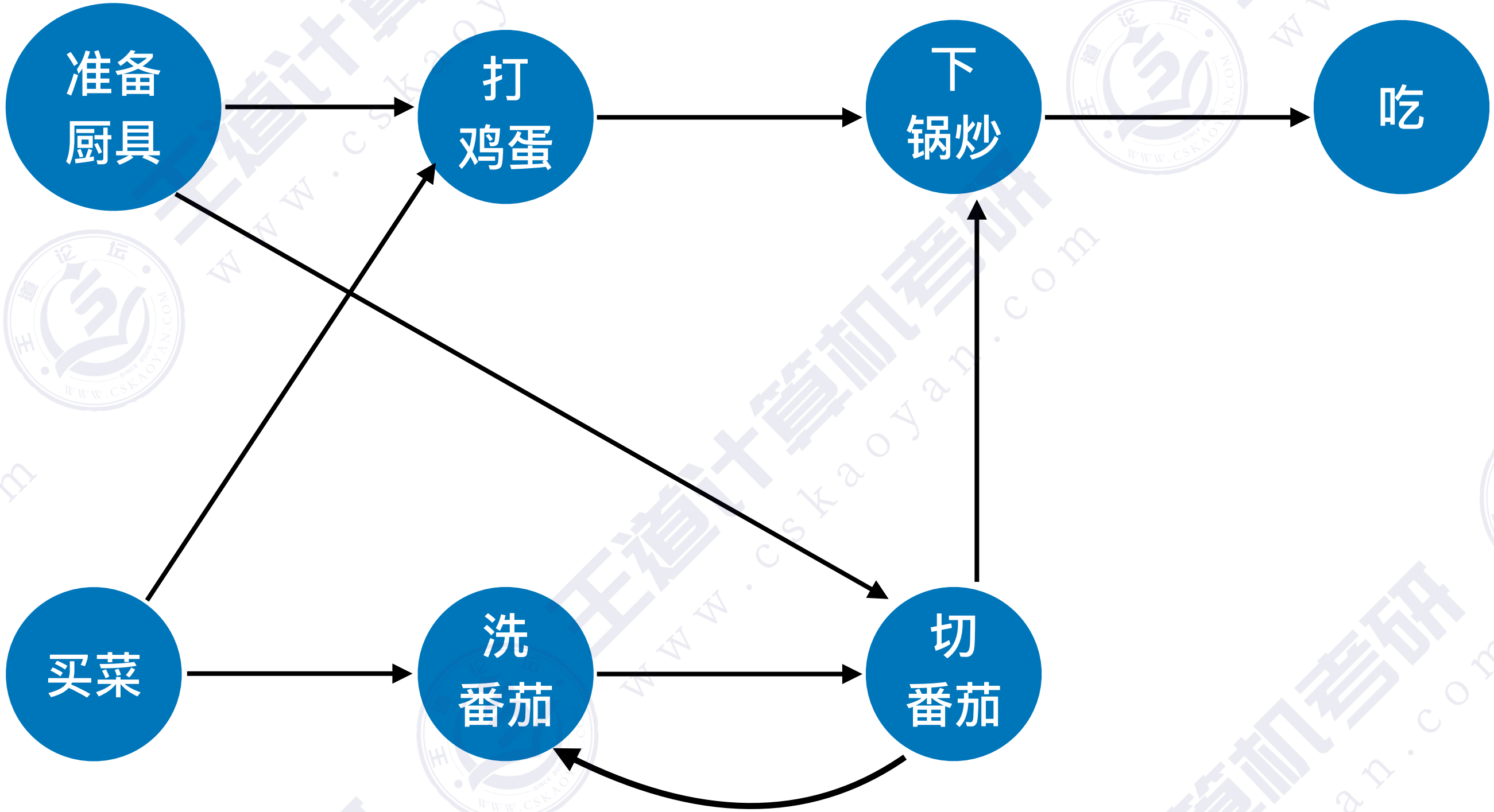


拓扑排序的实现:

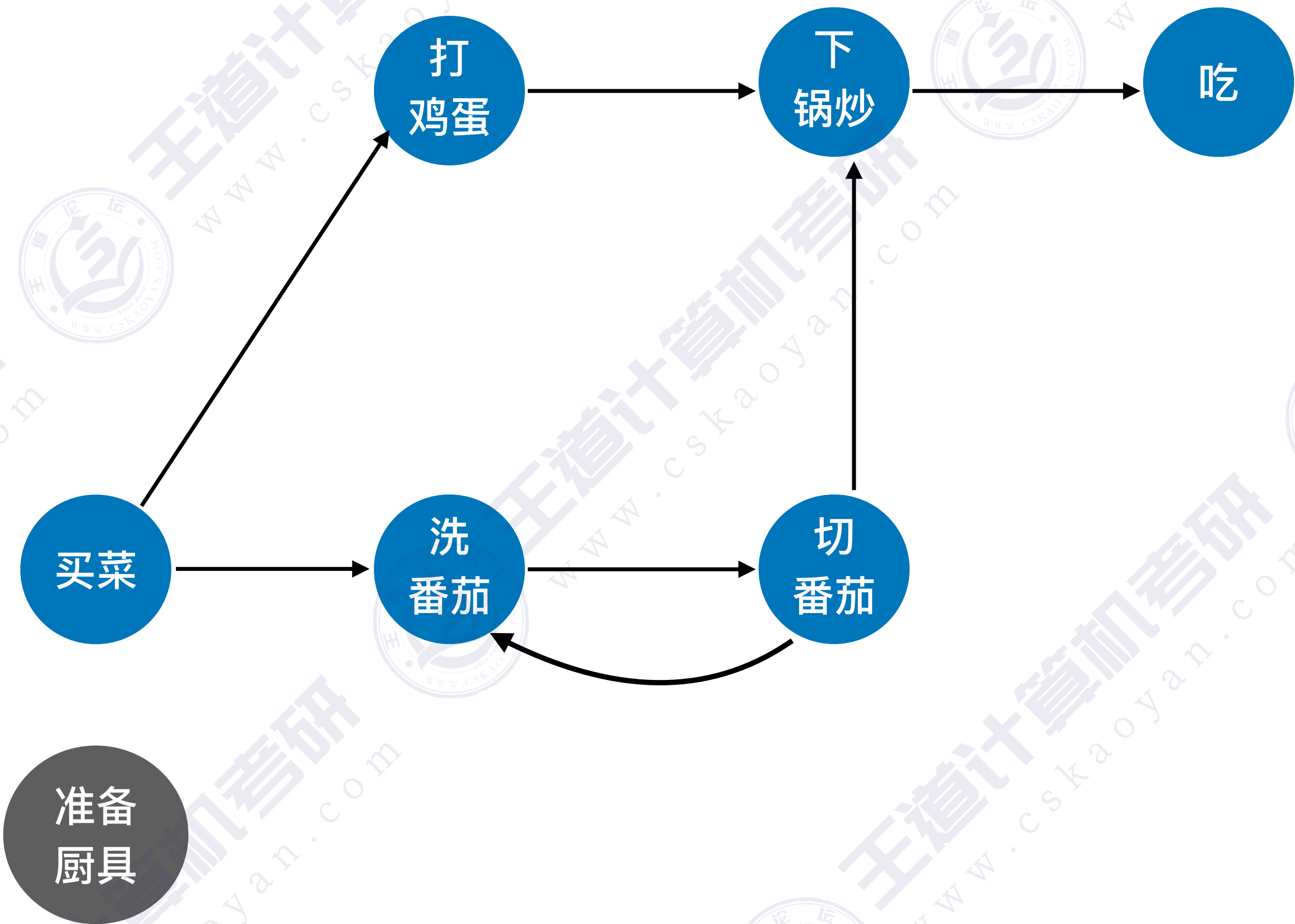
- ① 从AOV网中选择一个没有前驱的顶点并输出。
- ② 从网中删除该顶点和所有以它为起点的有向边。
- ③ 重复①和②直到当前的AOV网为空或当前网中不存在无前驱的顶点为止。

说明有回路

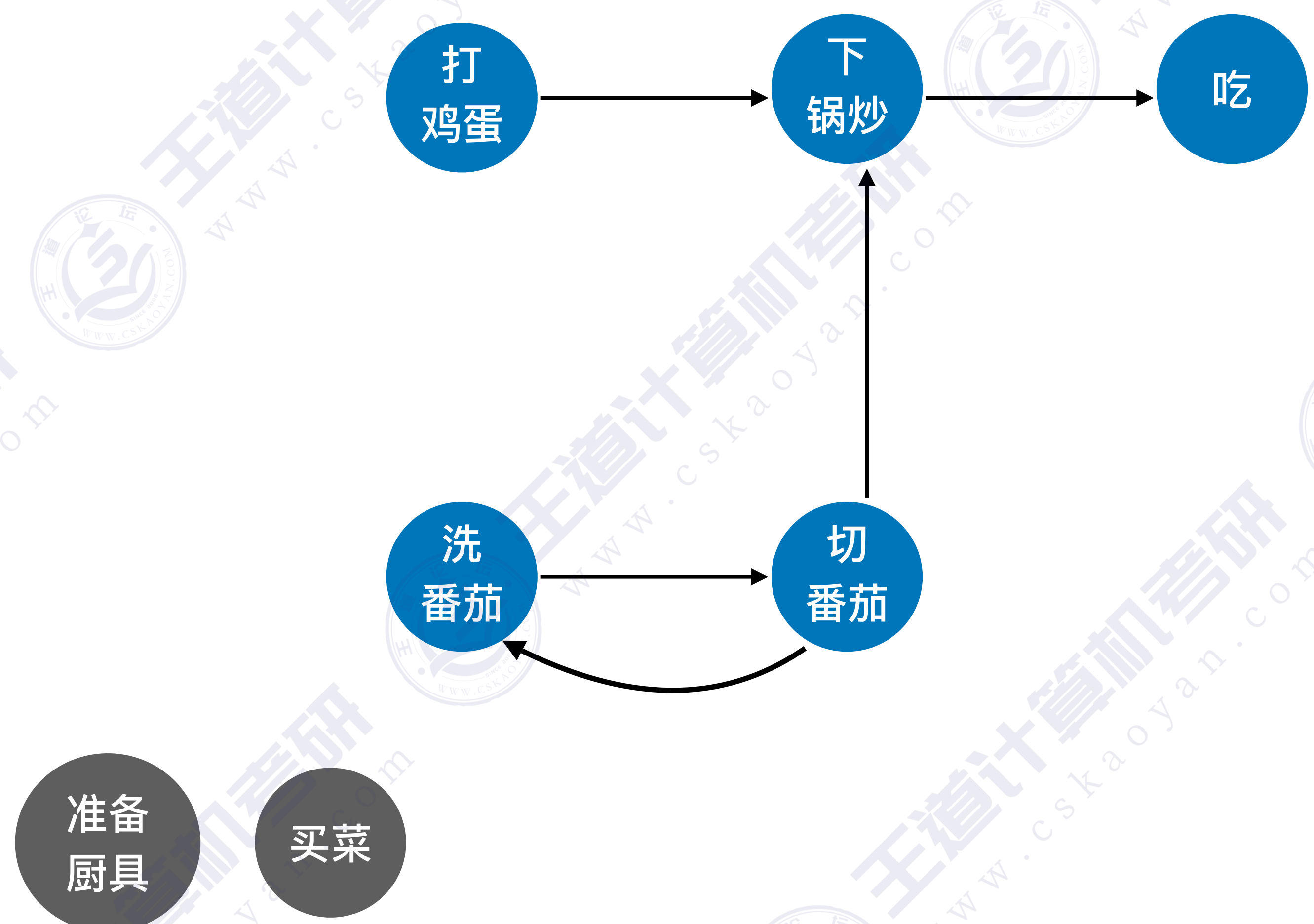
对有回路的图进行拓扑排序



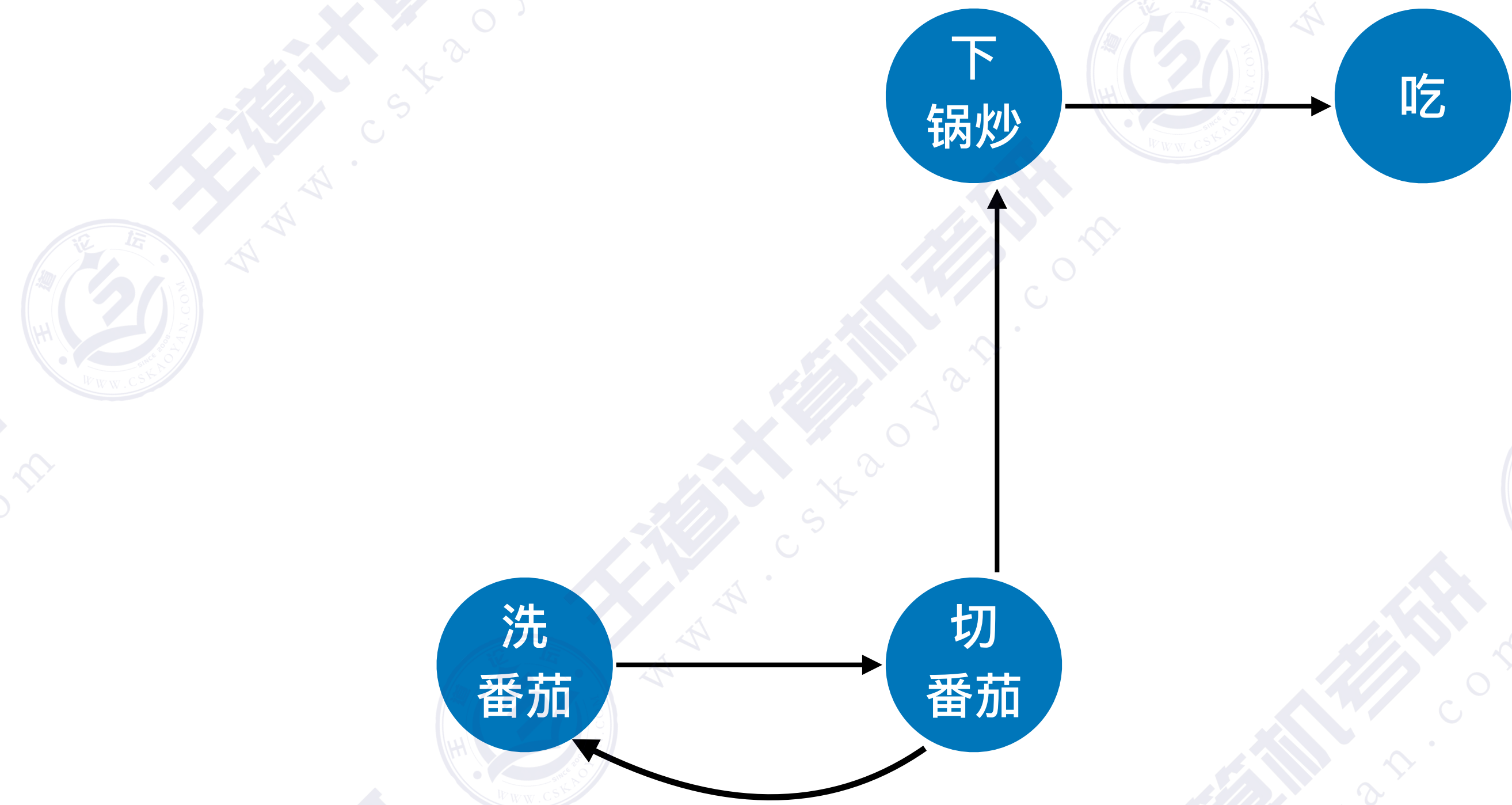
对有回路的图进行拓扑排序



对有回路的图进行拓扑排序



对有回路的图进行拓扑排序

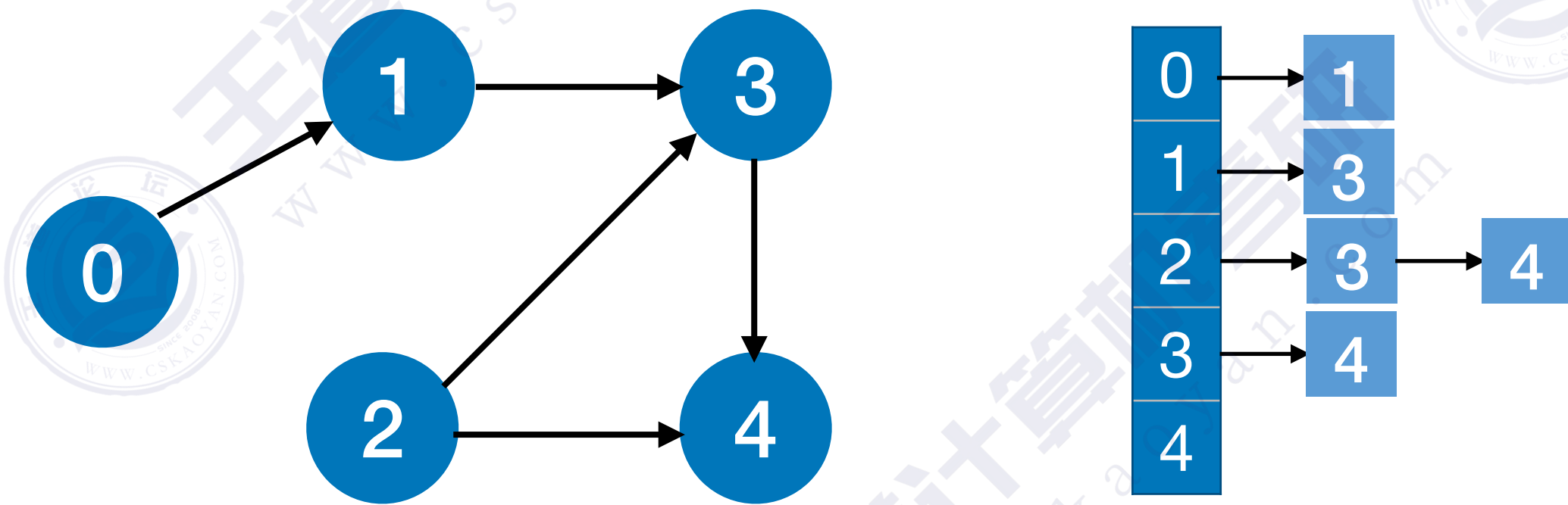


当前所有顶点入度>0,
说明原图存在回路


```

#define MaxVertexNum 100      //图中顶点数目的最大值
typedef struct ArcNode{      //边表结点
    int adjvex;              //该弧所指向的顶点的位置
    struct ArcNode *nextarc; //指向下一条弧的指针
    //InfoType info;         //网的边权值
}ArcNode;
typedef struct VNode{        //顶点表结点
    VertexType data;         //顶点信息
    ArcNode *firstarc;       //指向第一条依附该顶点的弧的指针
}VNode, AdjList[MaxVertexNum];
typedef struct{
    AdjList vertices;        //邻接表
    int vexnum, arcnum;      //图的顶点数和弧数
} Graph;                    //Graph是以邻接表存储的图类型

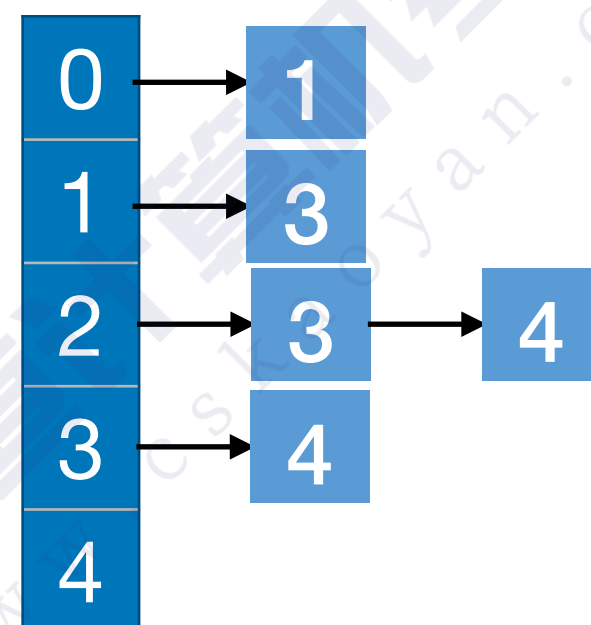
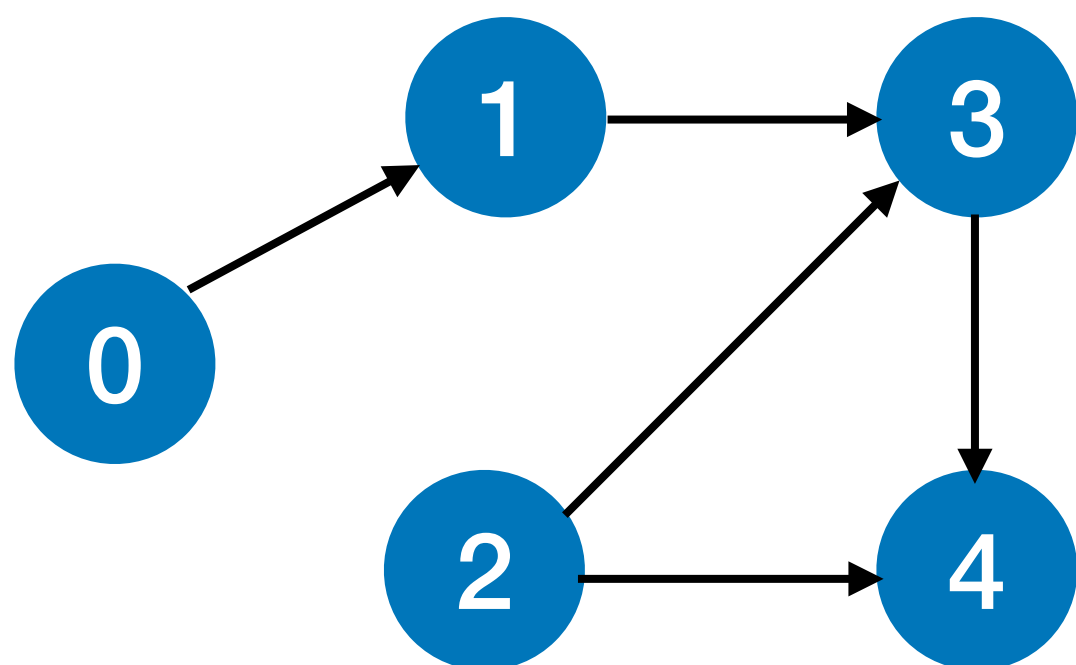
```



```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);    //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;          //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){   //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);         //栈顶元素出栈
        print[count++]=i; //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v); //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;    //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;     //拓扑排序成功
}

```

indegree[]

0
1
0
2
2

当前顶
点入度

print[]

-1
-1
-1
-1
-1

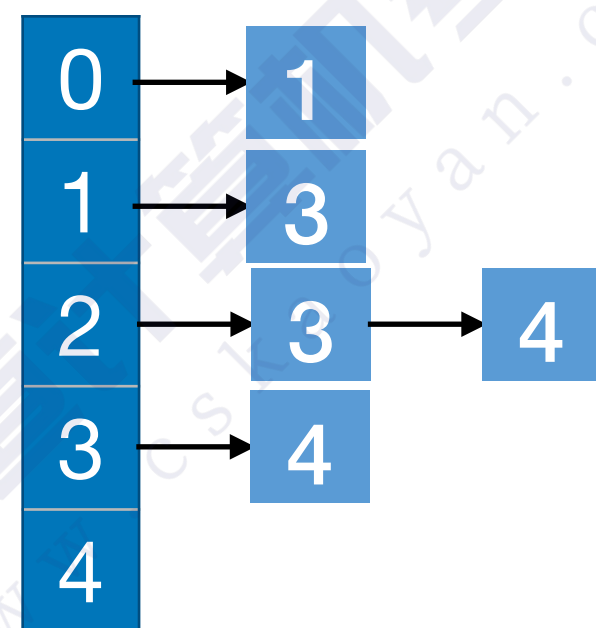
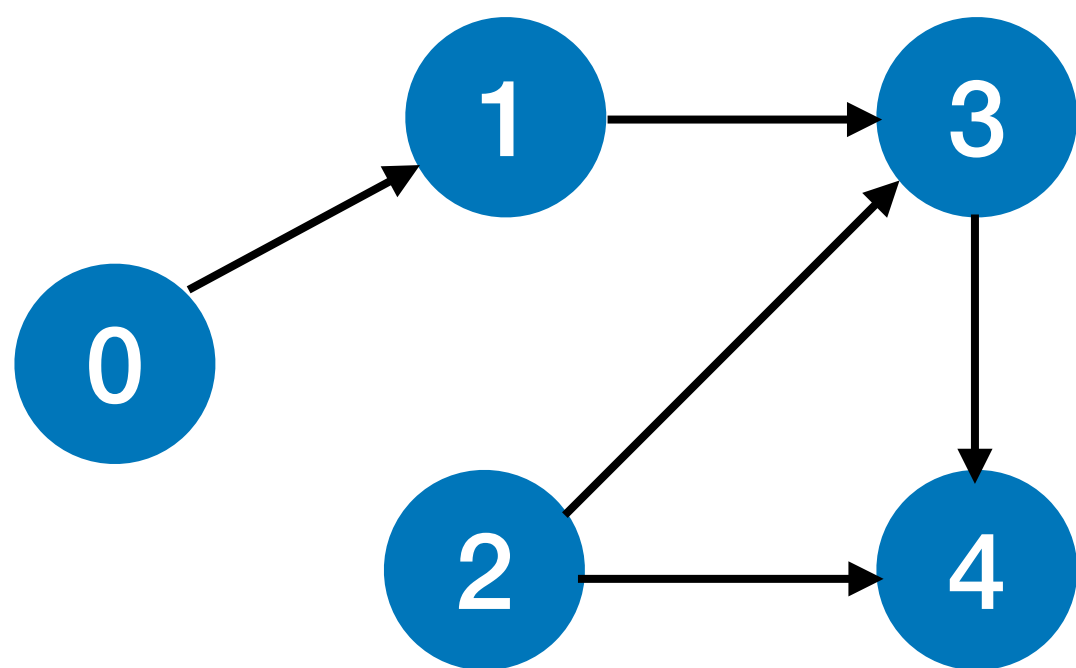
记录拓
扑序列

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);      //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);  //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
1
0
2
2

当前顶
点入度

print[]

-1
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

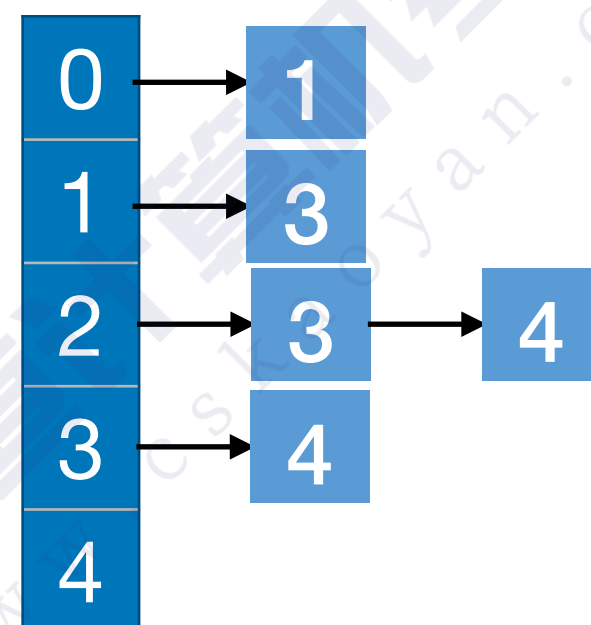
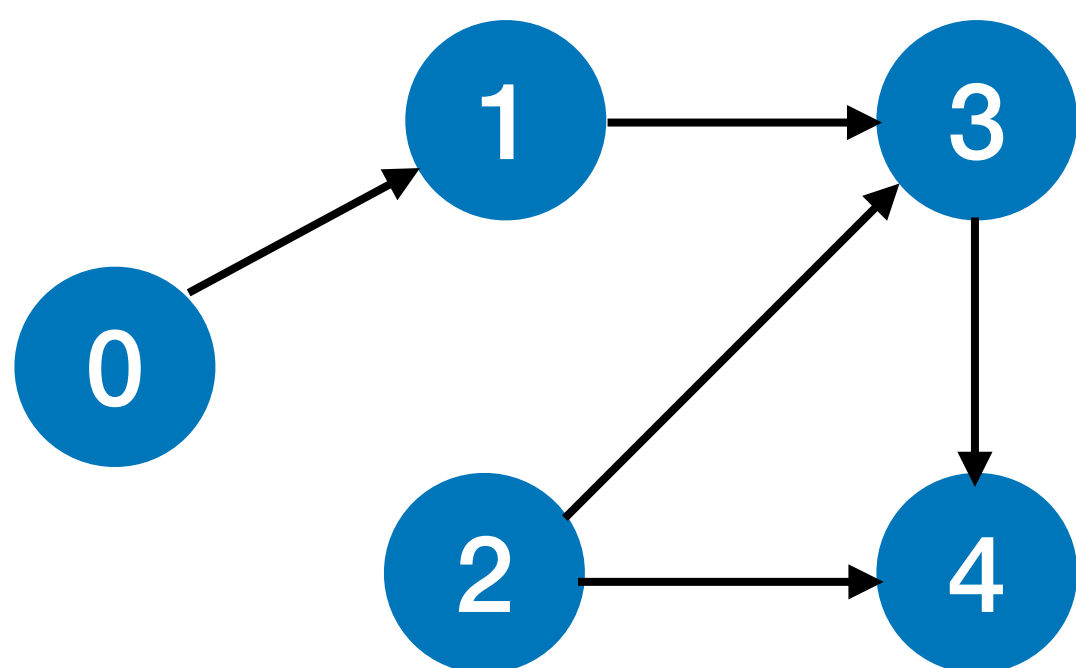


S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

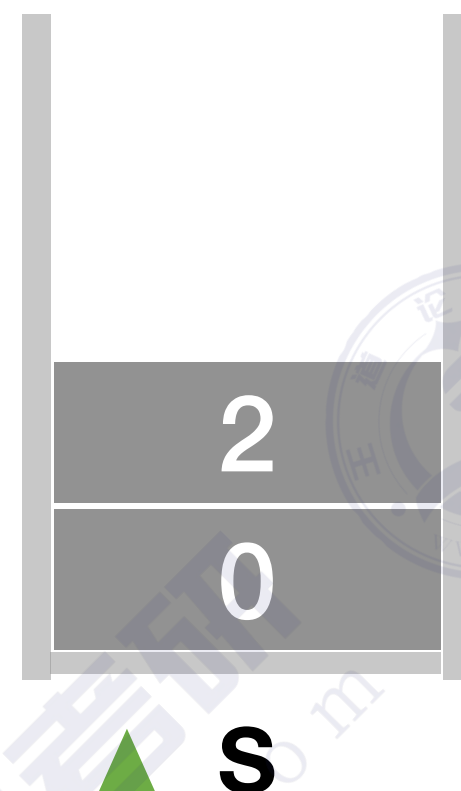
0
1
0
2
2

当前顶
点入度

print[]

-1
-1
-1
-1
-1

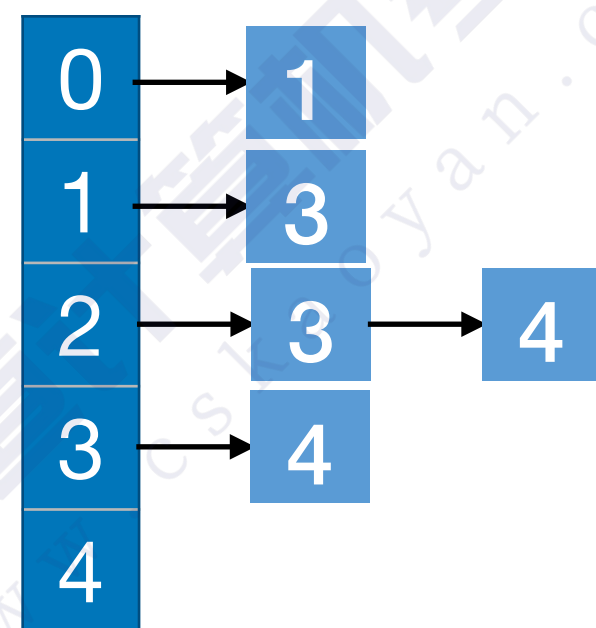
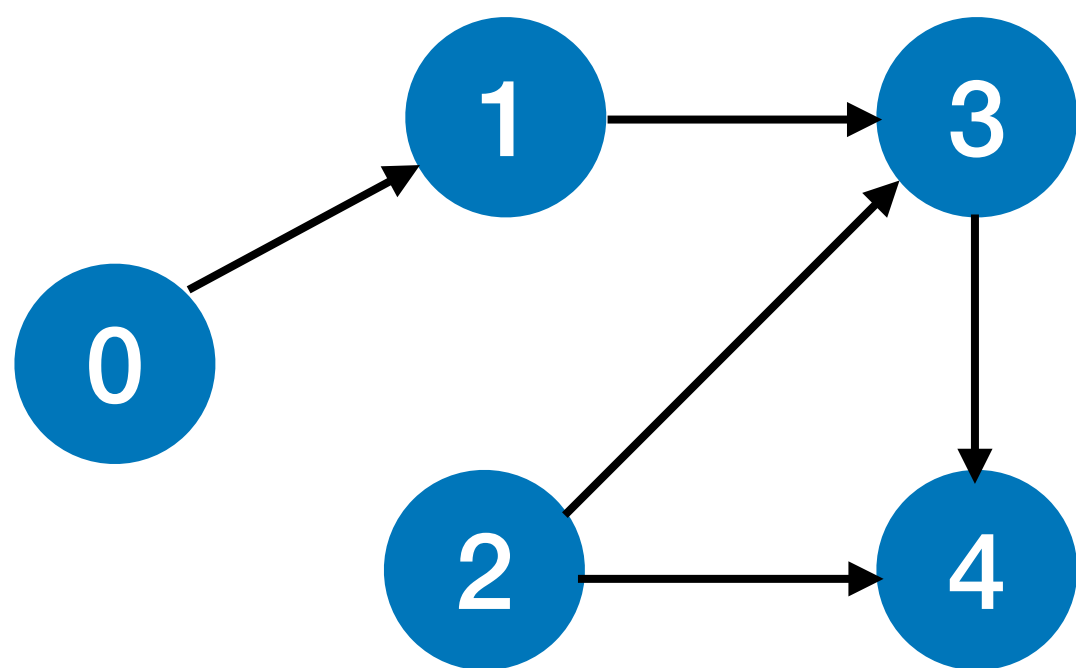
记录拓
扑序列



保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);      //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);  //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
1
0
2
2

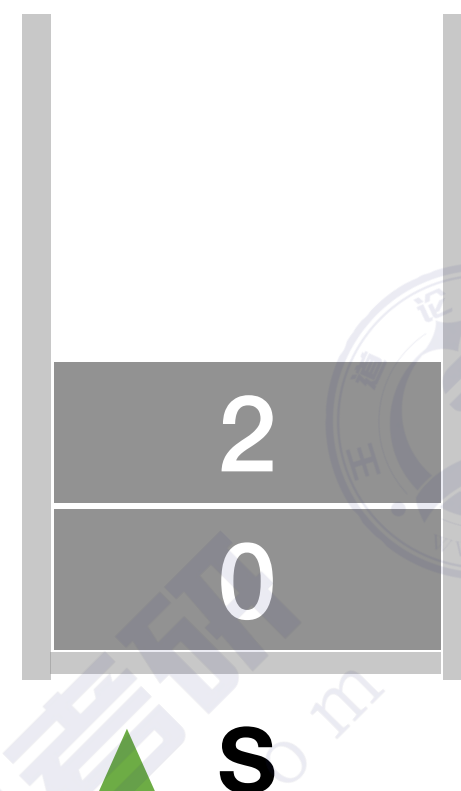
当前顶
点入度

print[]

-1
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

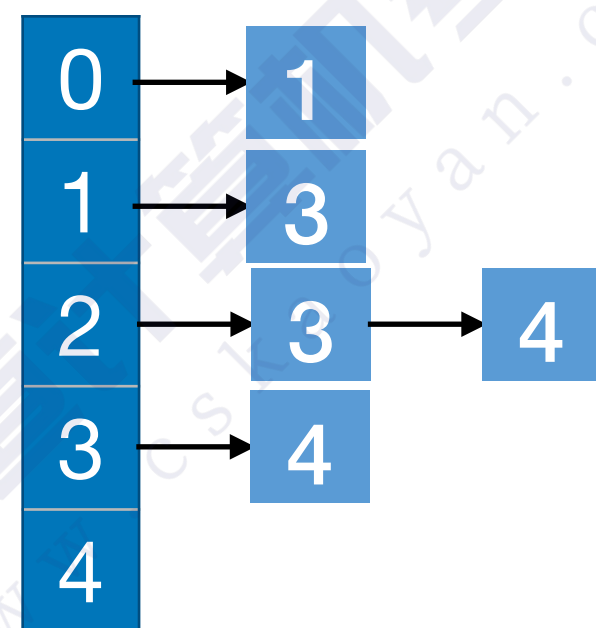
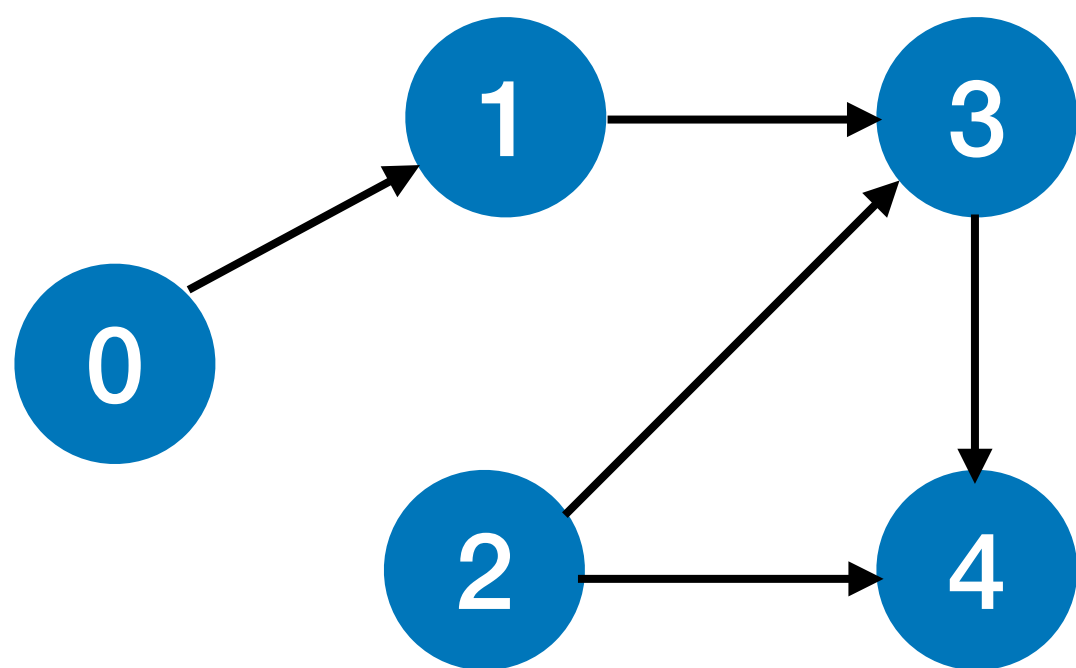
count



保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
1
0
2
2

当前顶
点入度

print[]

2
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

← count

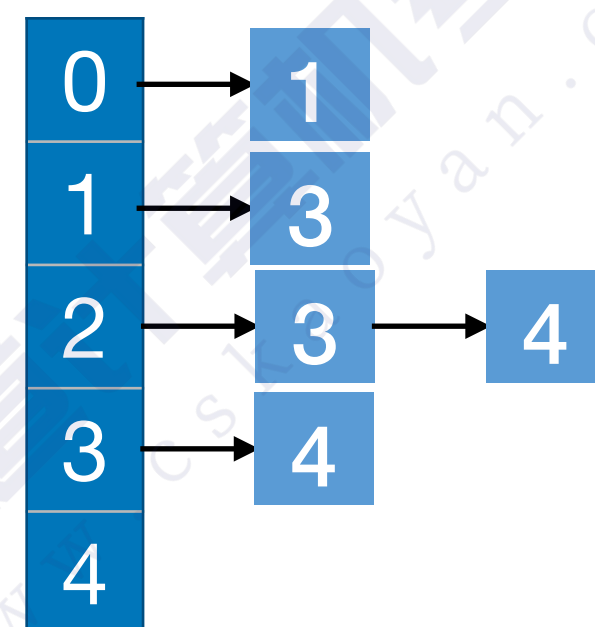
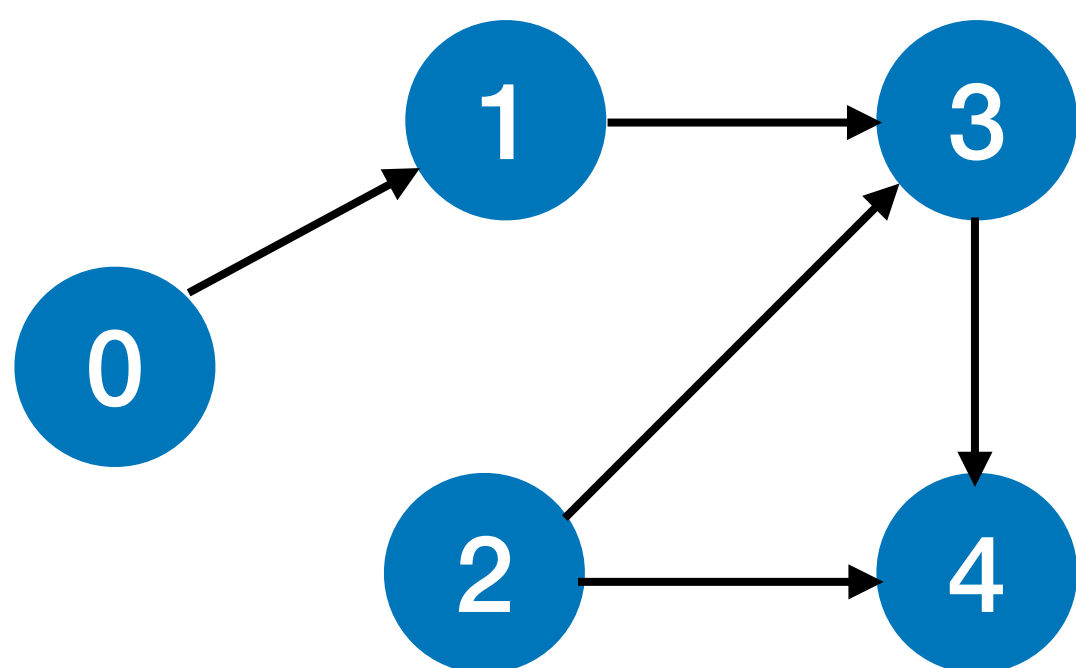
S



保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){     //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);    //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
1
0
2
2

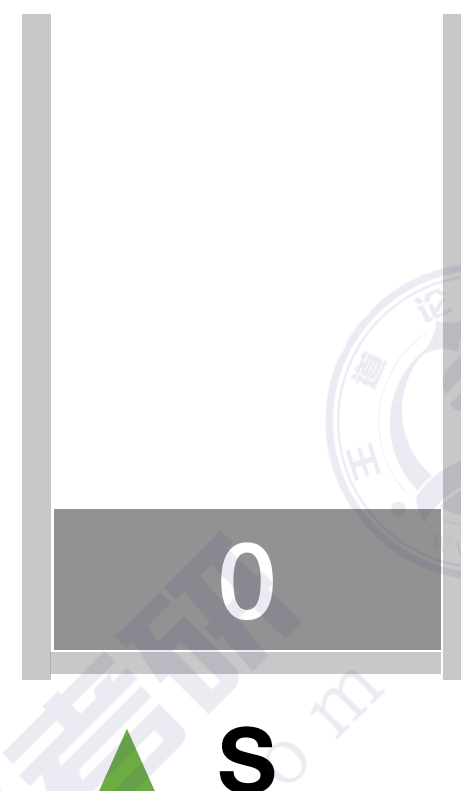
当前顶
点入度

print[]

2
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

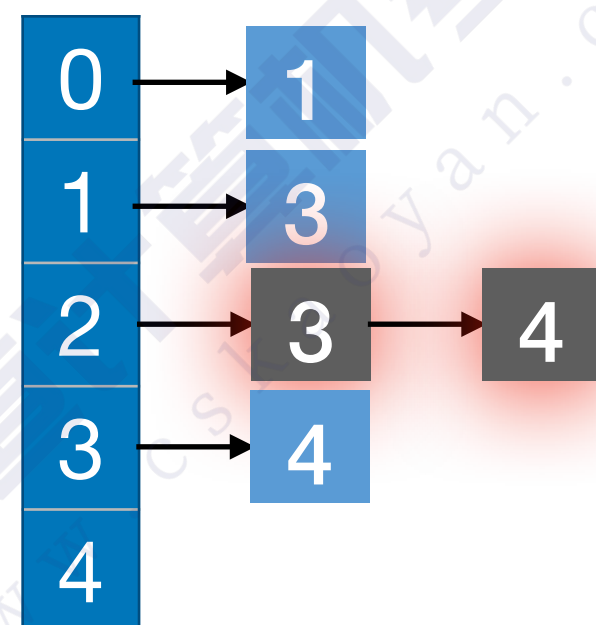
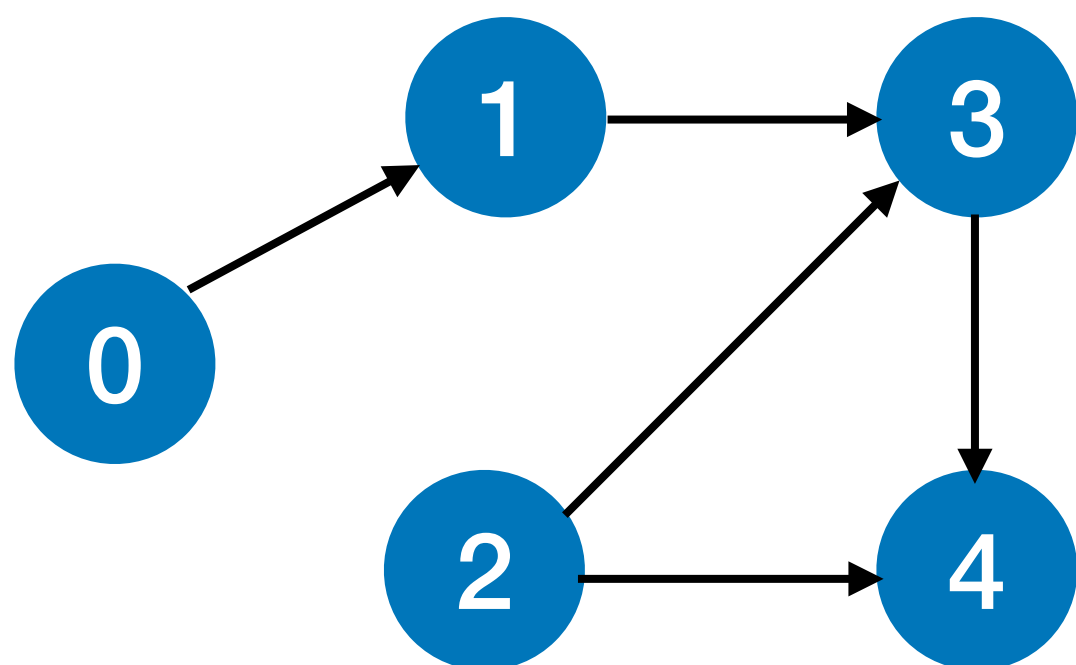
← count



保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);      //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);  //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
1
0
2
2

当前顶
点入度

print[]

2
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

count

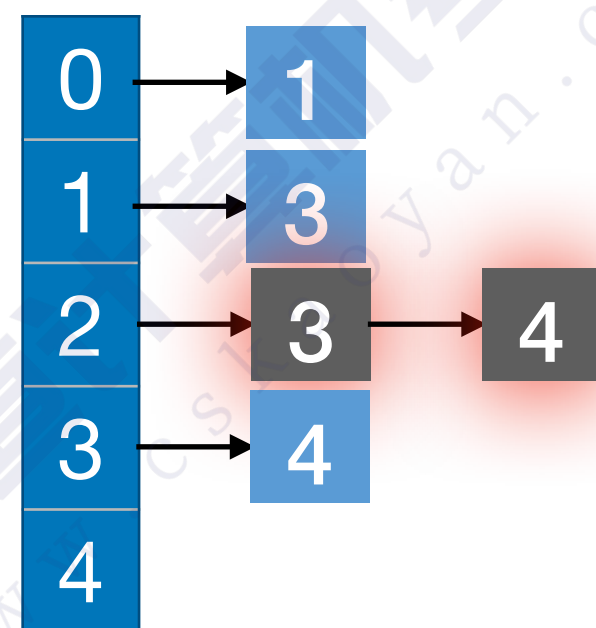
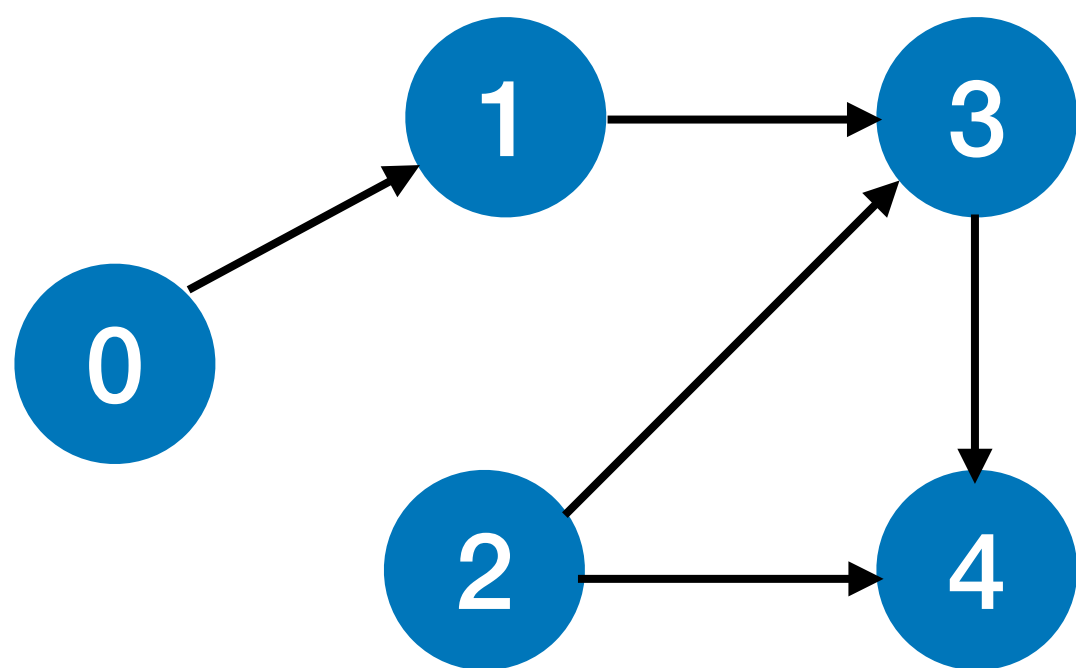
S



保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
1
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

count

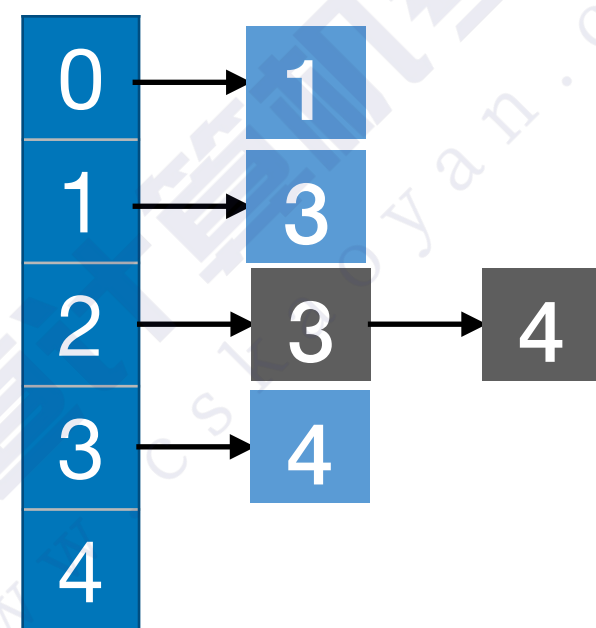
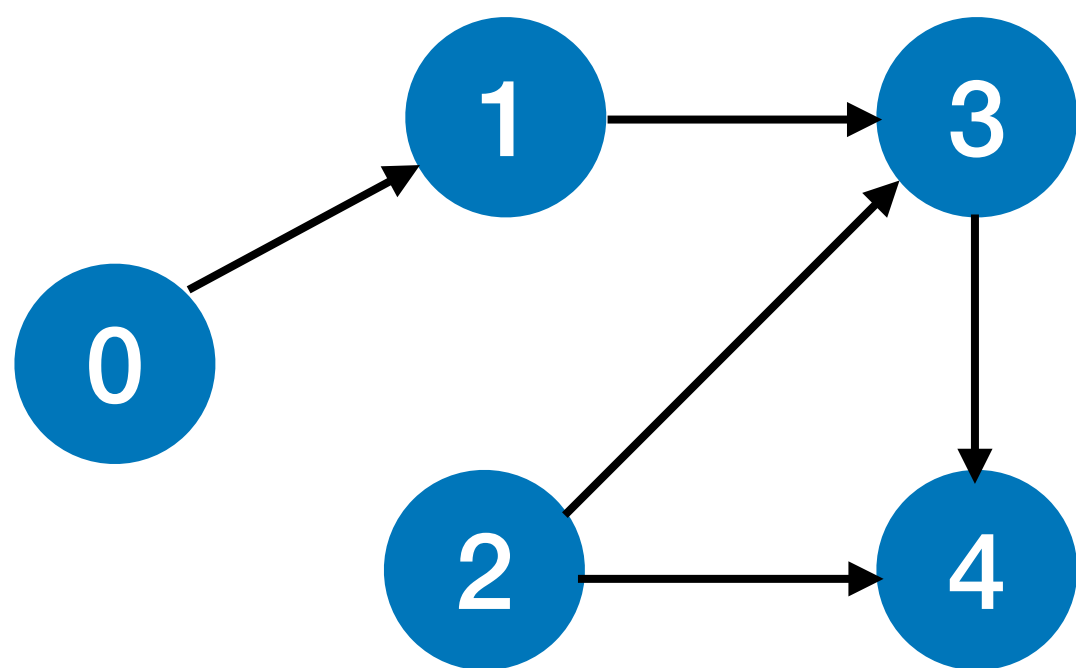
S



保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
1
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

count

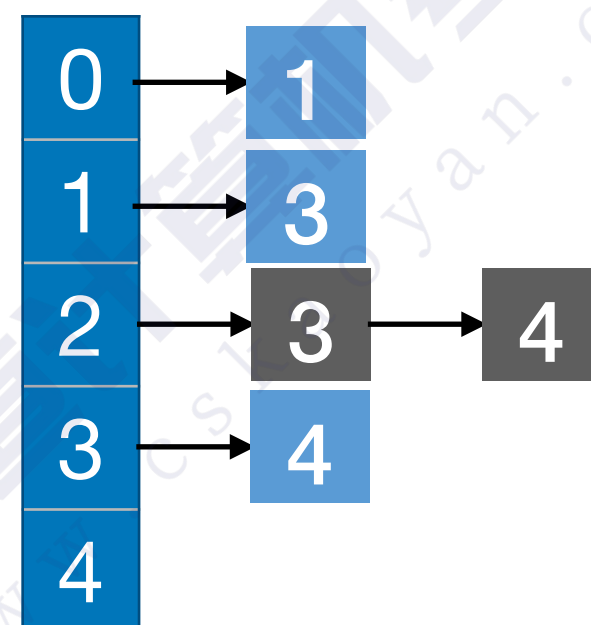
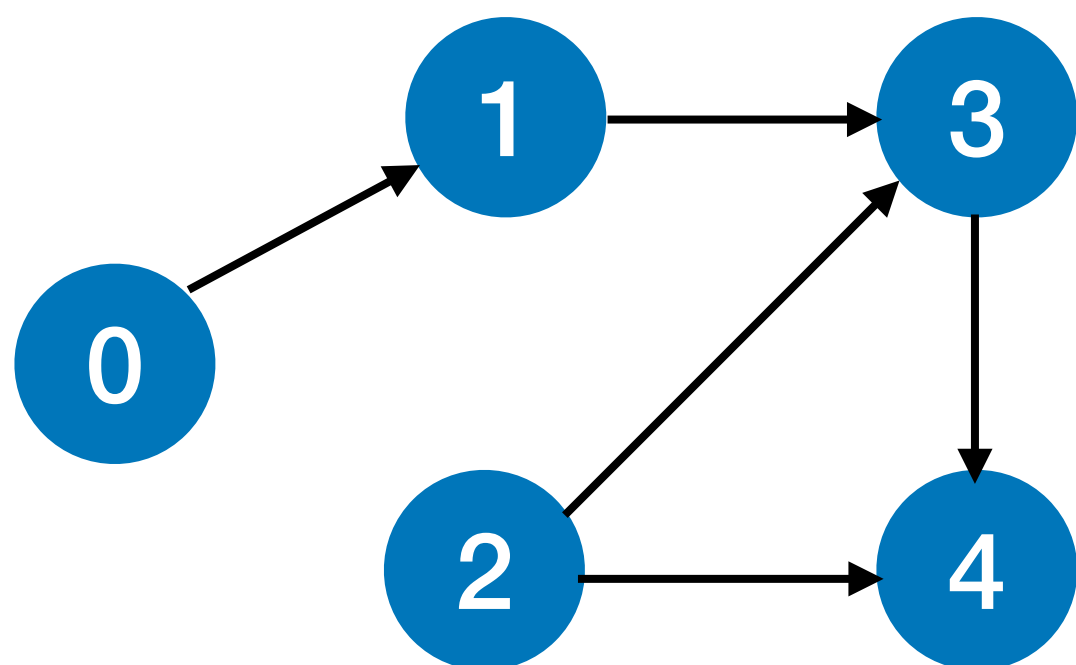
S



保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
1
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

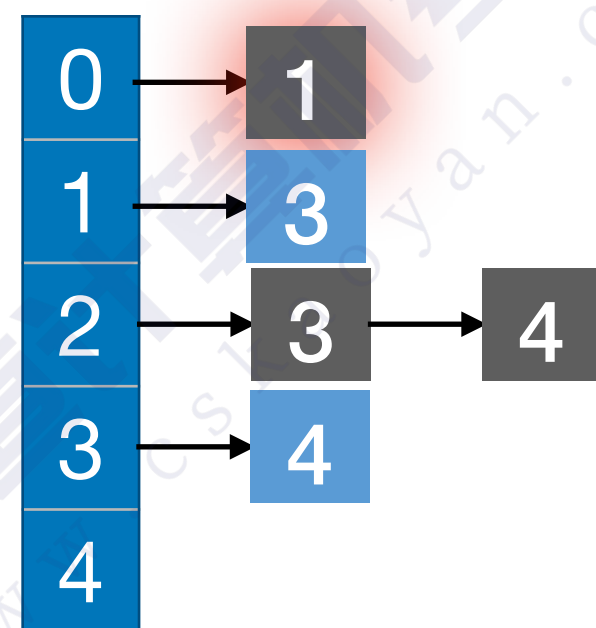
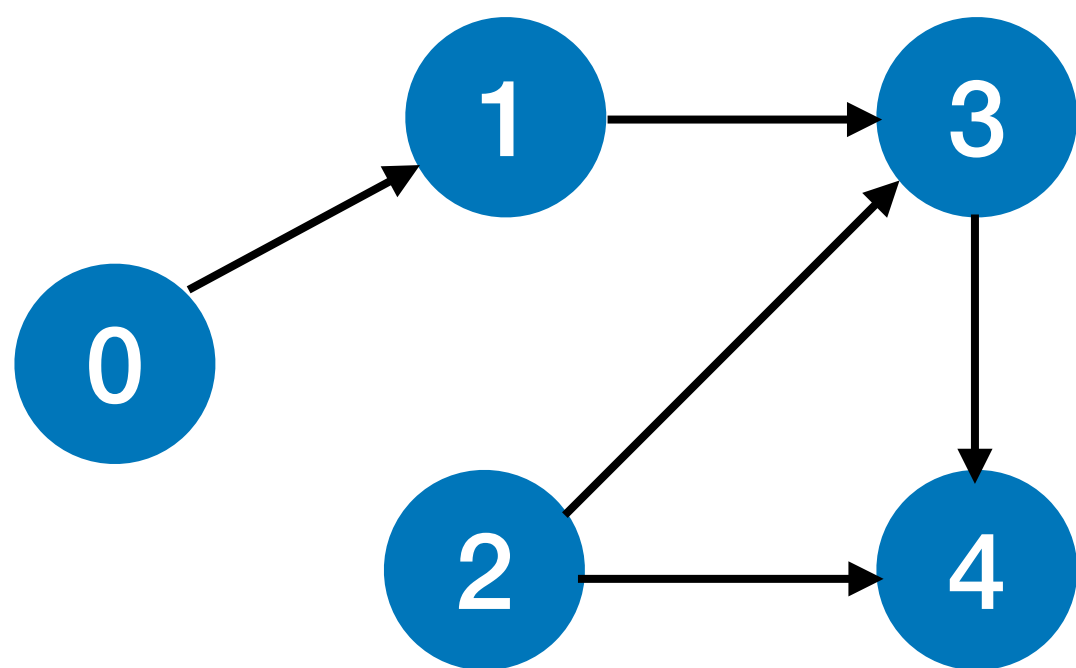
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
        int count=0;         //计数，记录当前已经输出的顶点数
    }
    while(!IsEmpty(S)){     //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);    //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
1
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

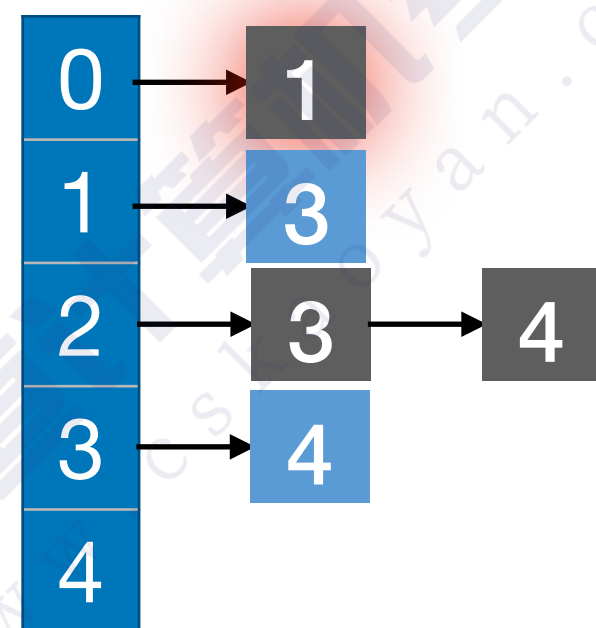
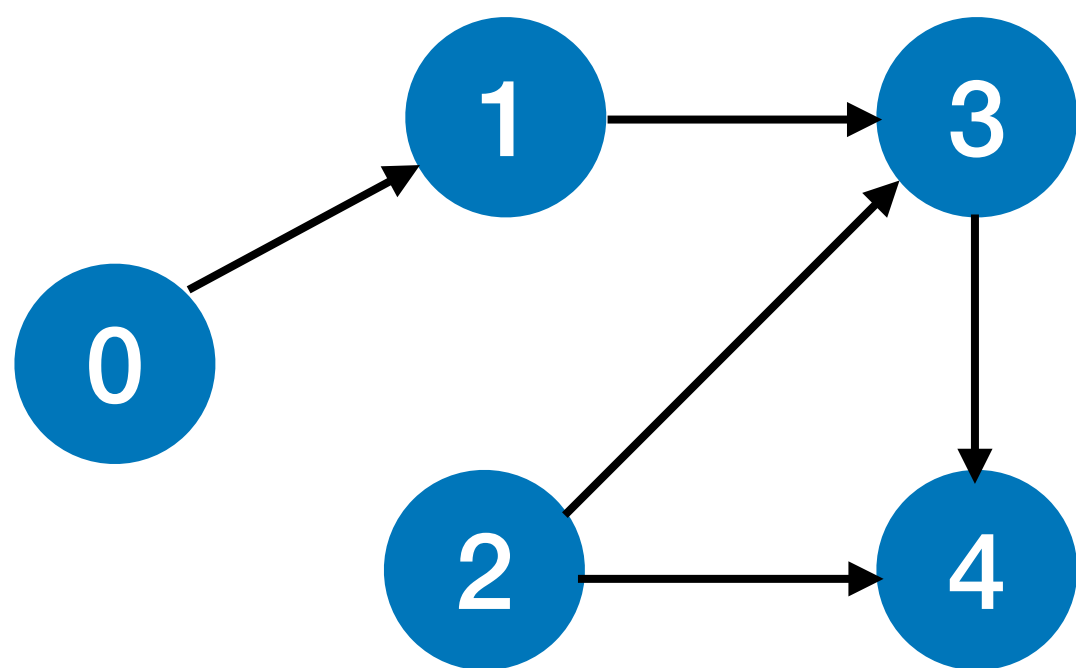
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
        int count=0;         //计数，记录当前已经输出的顶点数
    }
    while(!IsEmpty(S)){     //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);    //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

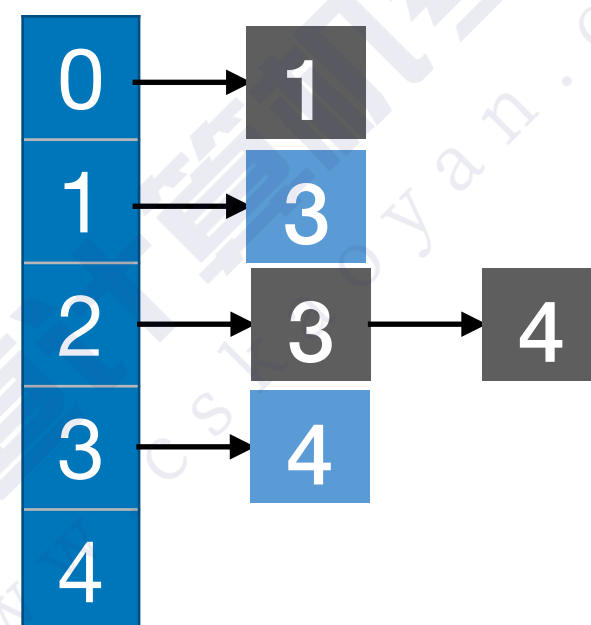
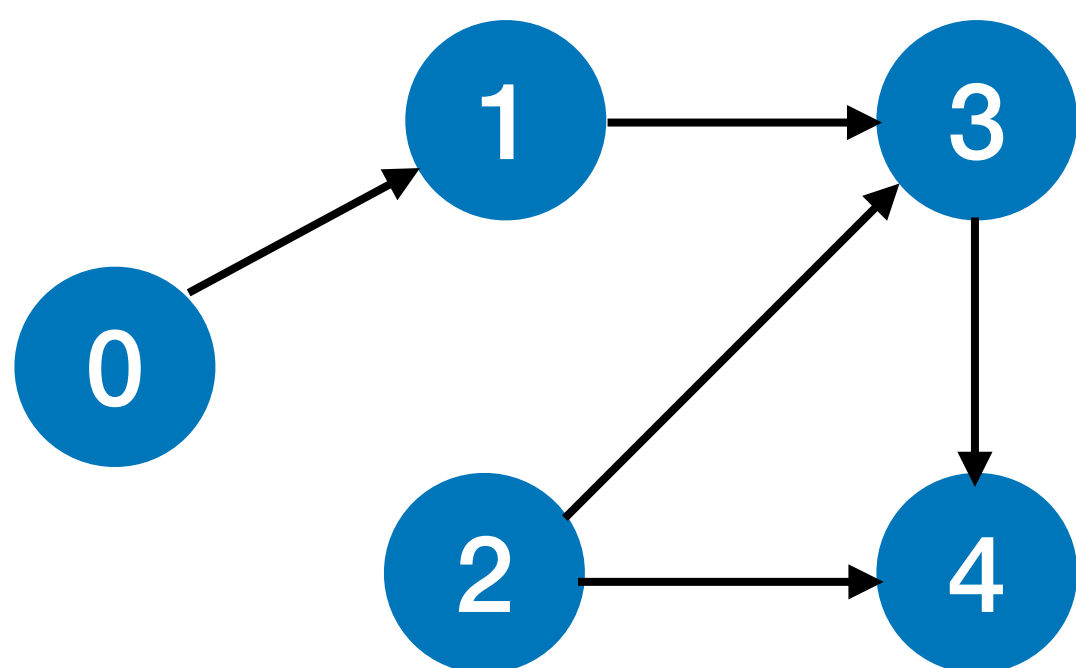
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
        int count=0;         //计数，记录当前已经输出的顶点数
    }
    while(!IsEmpty(S)){     //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

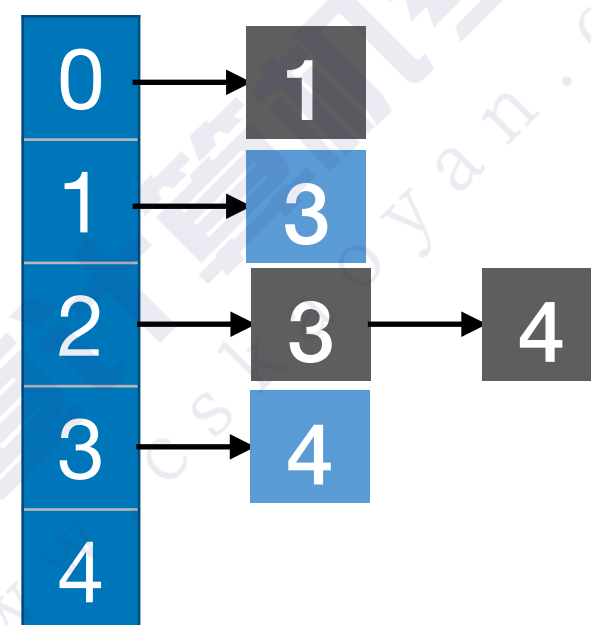
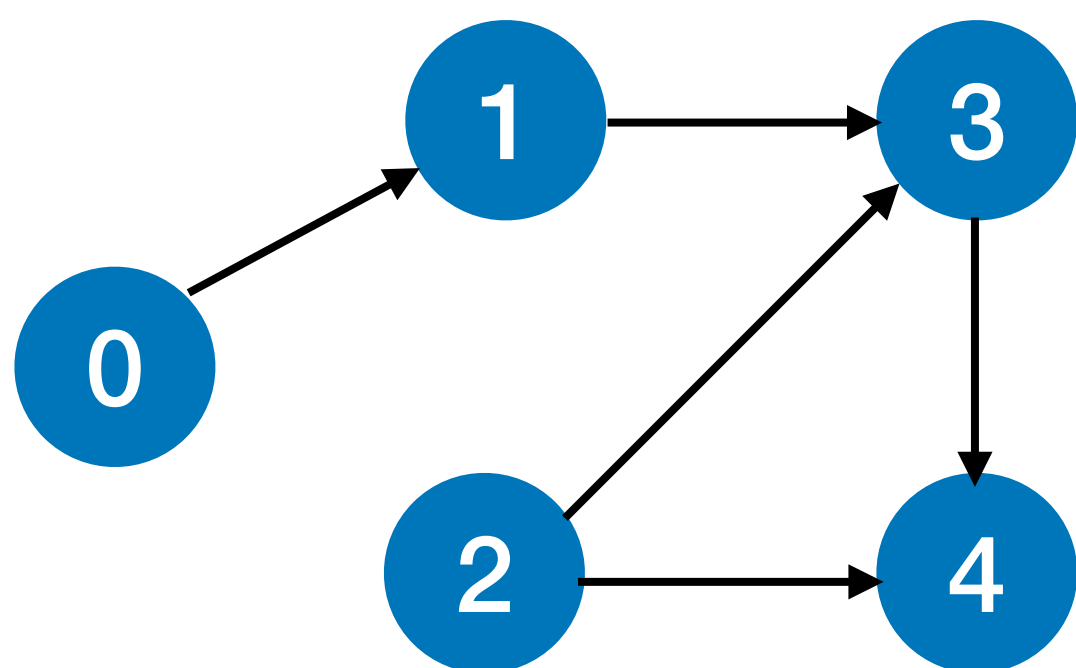
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){     //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);    //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
0
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
-1
-1

记录拓
扑序列

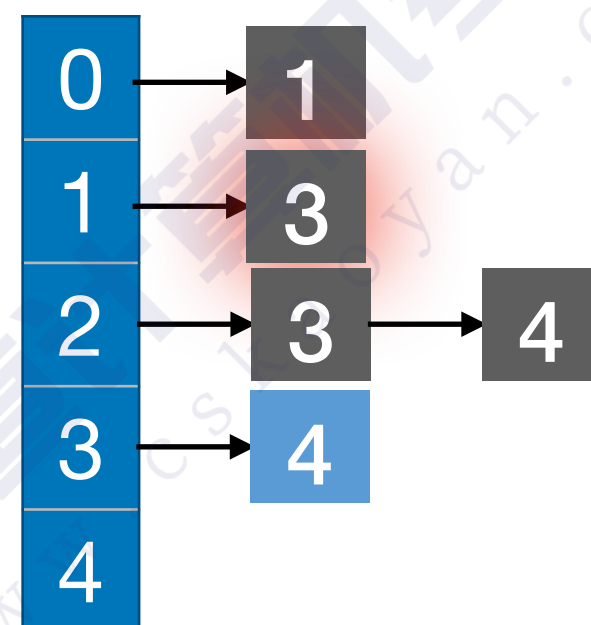
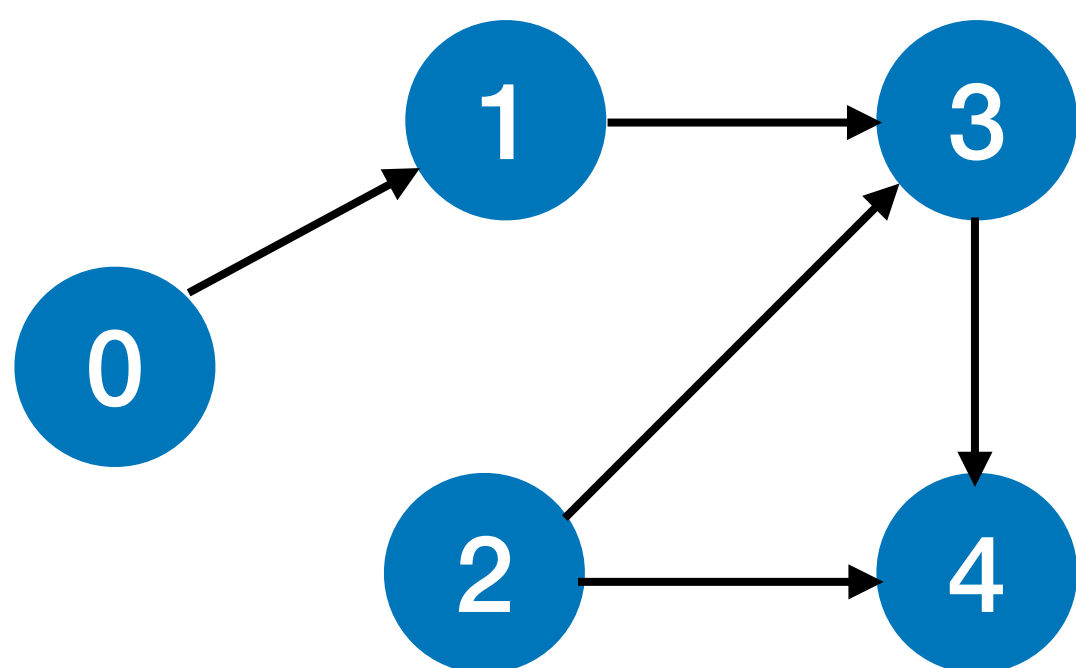
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
-1
-1

记录拓
扑序列

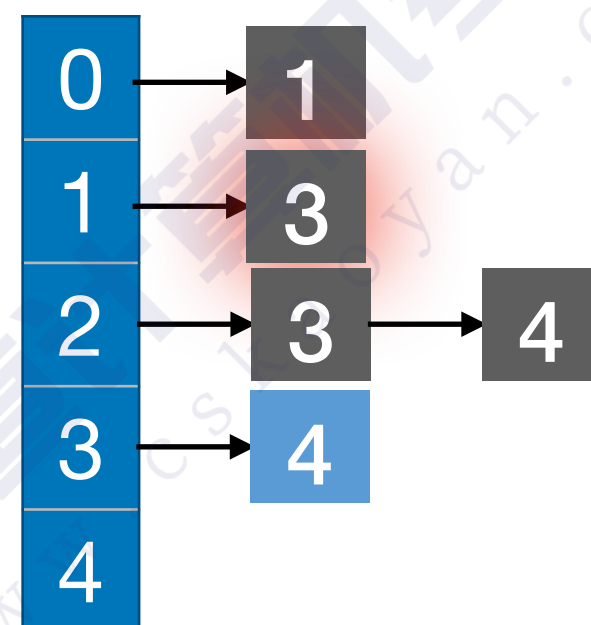
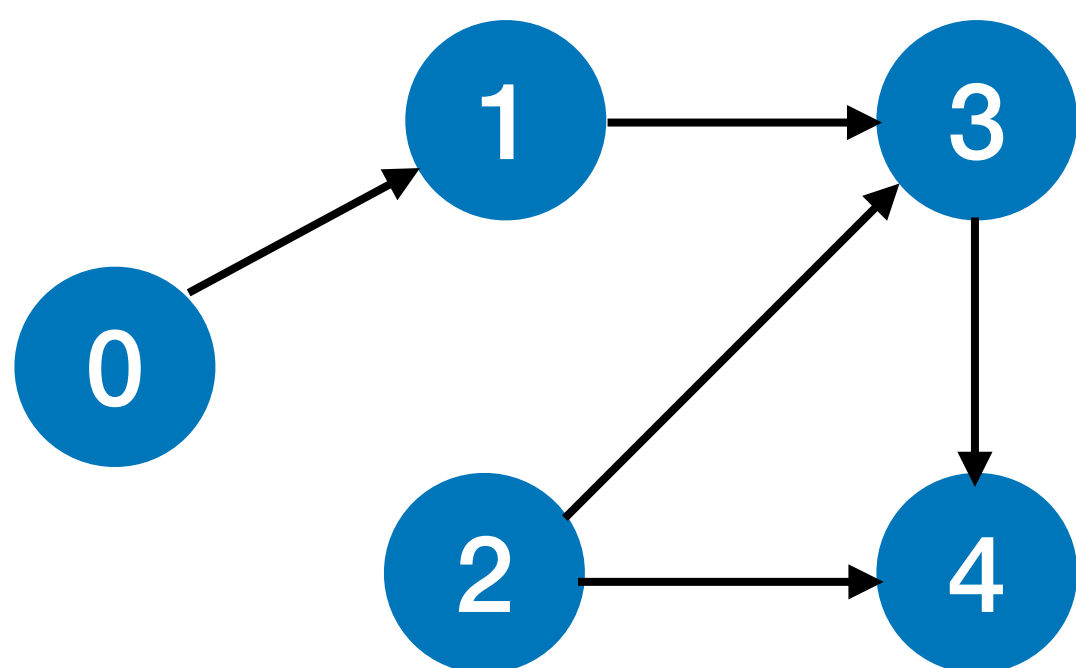
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
0
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
-1
-1

记录拓
扑序列

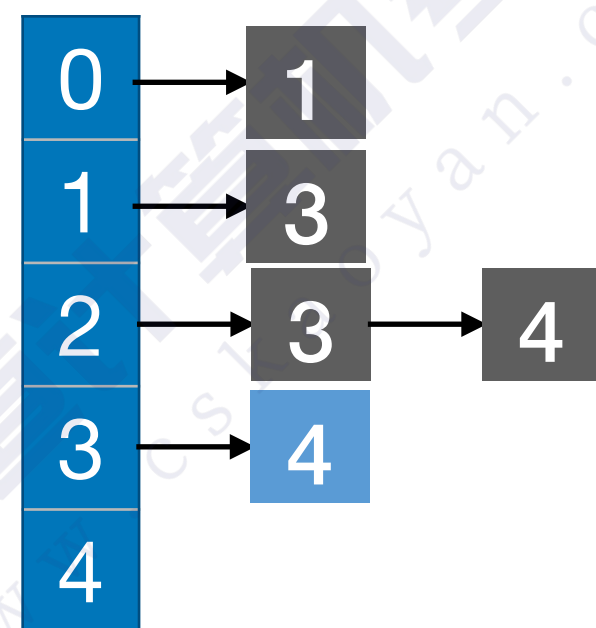
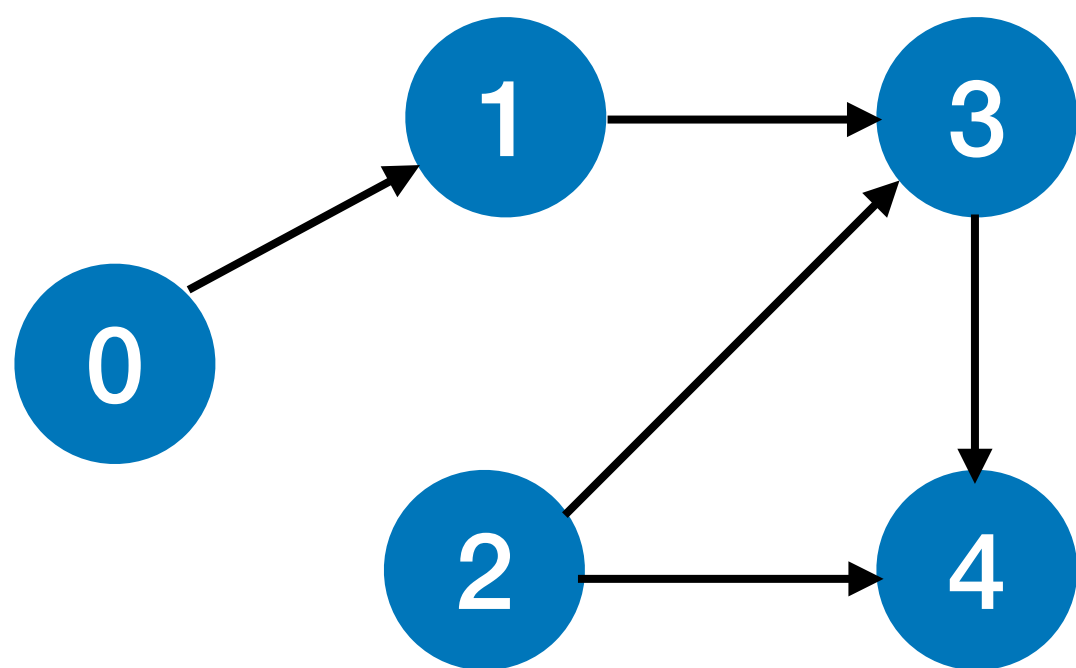
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
0
0
0
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
-1
-1

记录拓
扑序列

count

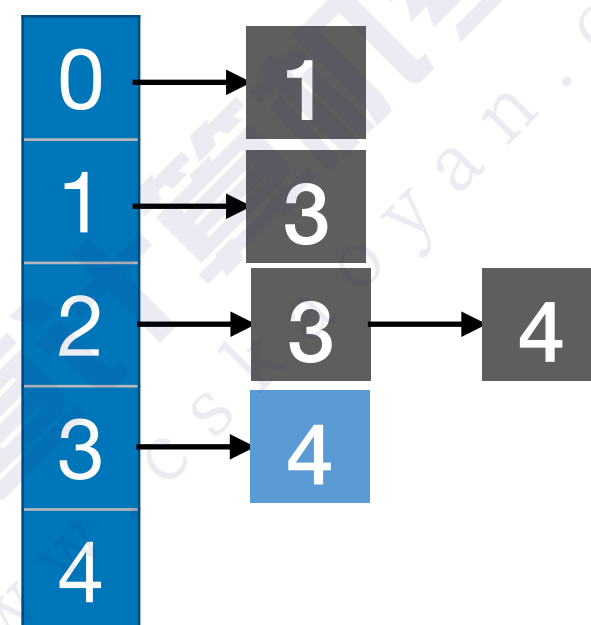
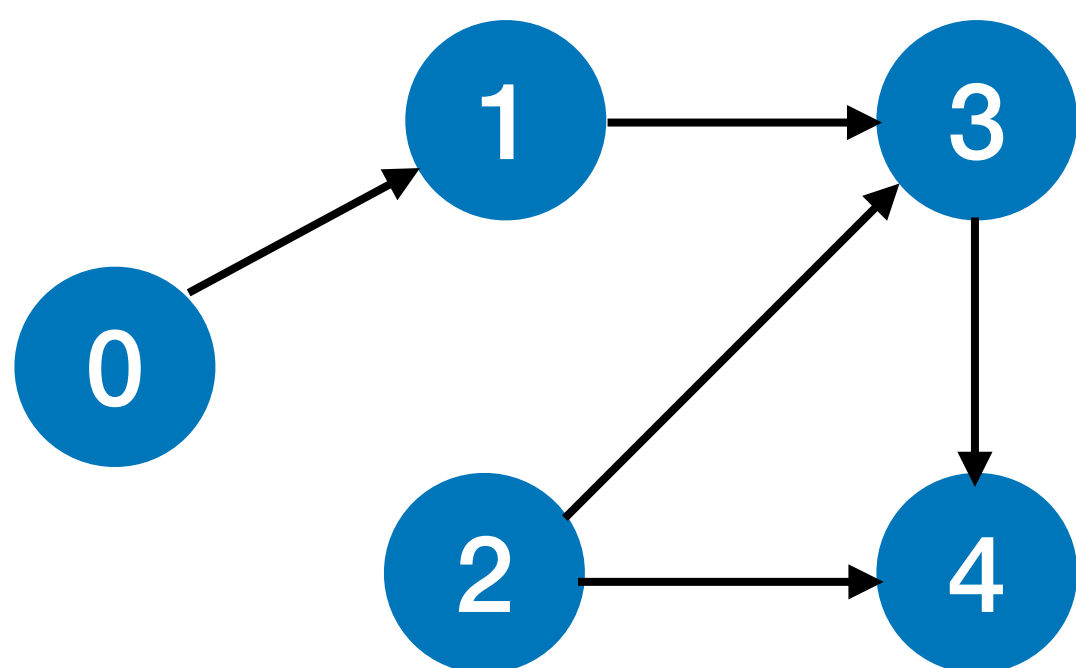
S



保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
        int count=0;        //计数，记录当前已经输出的顶点数
    }
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);    //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
0
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
3
-1

记录拓
扑序列

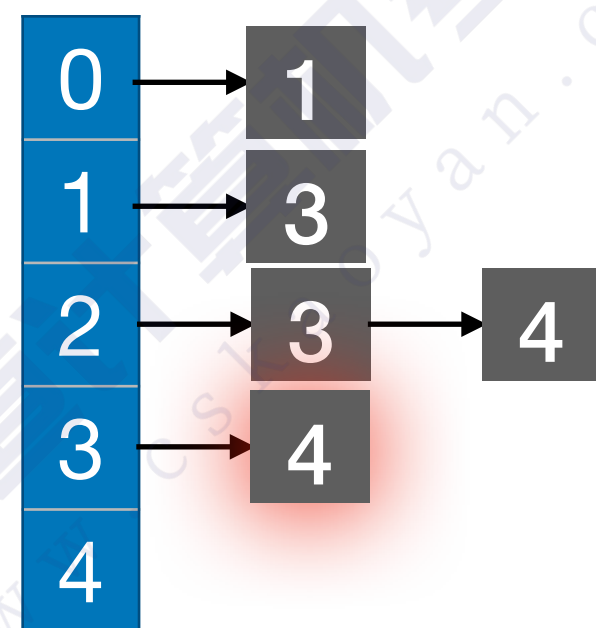
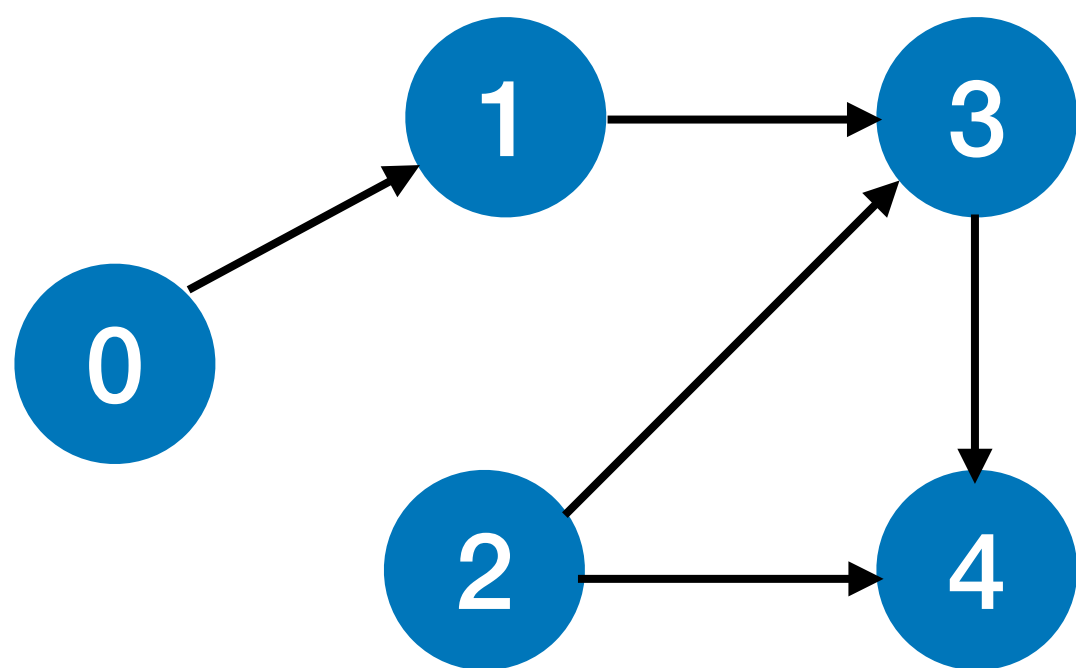
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
0
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
3
-1

记录拓
扑序列

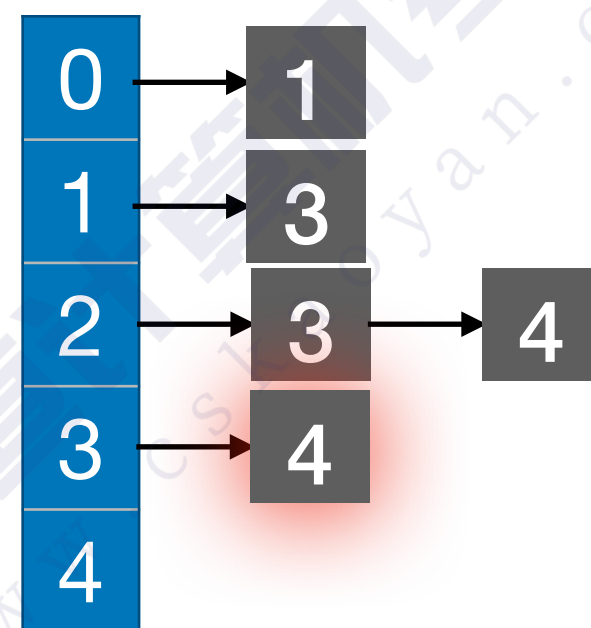
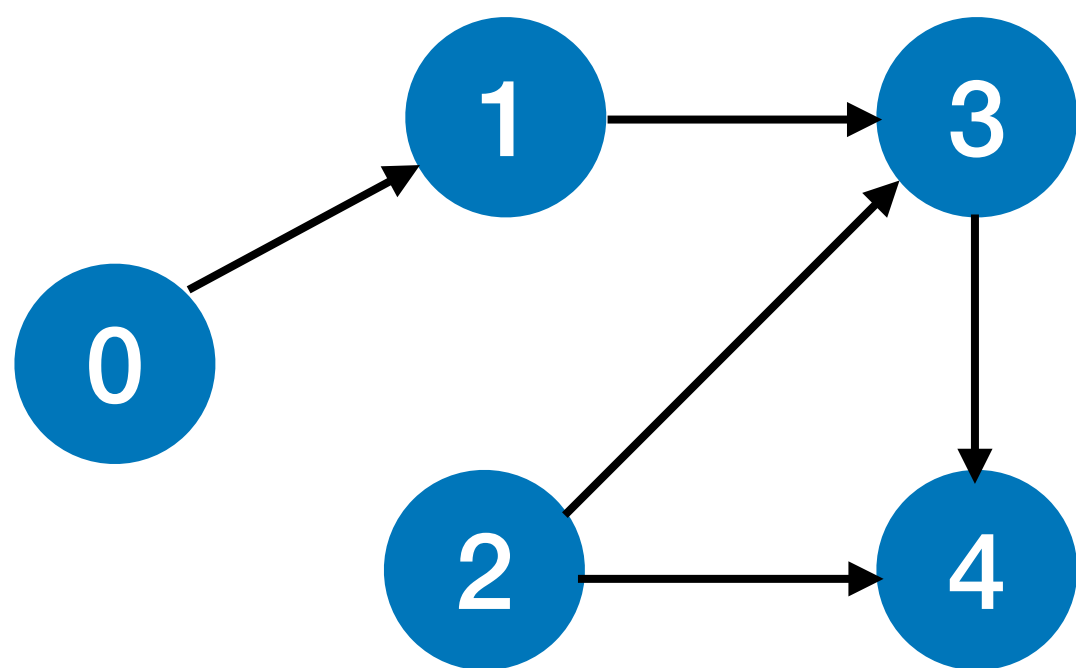
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){     //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);    //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
0
0

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
3
-1

记录拓
扑序列

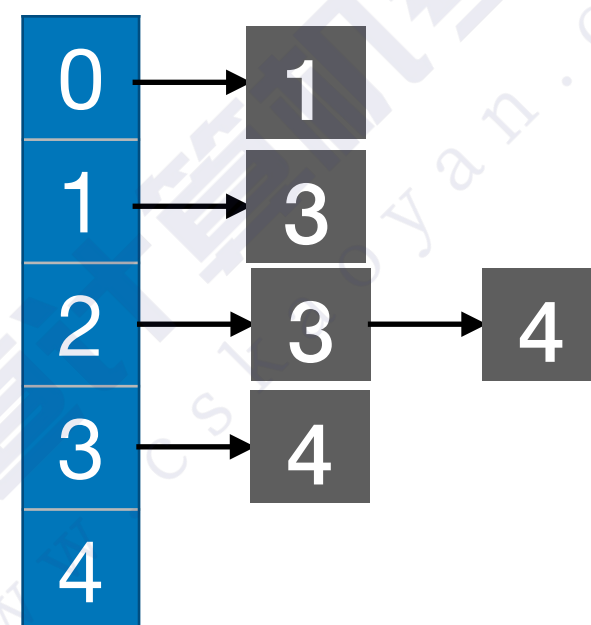
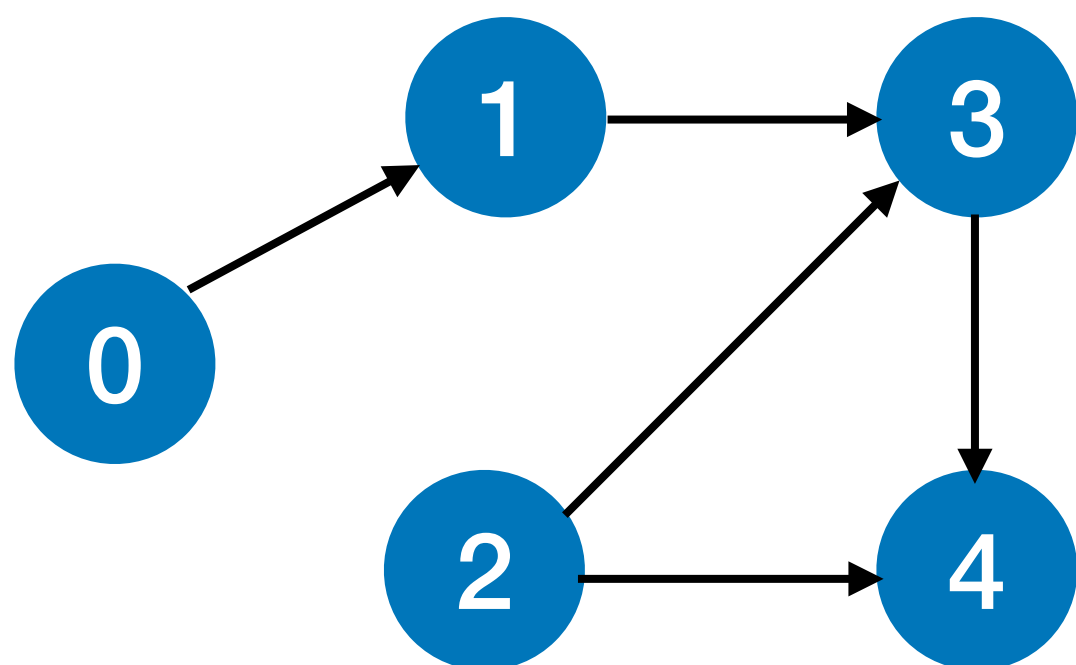
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
        int count=0;         //计数，记录当前已经输出的顶点数
    }
    while(!IsEmpty(S)){     //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);    //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
0
0

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
3
-1

记录拓
扑序列

count

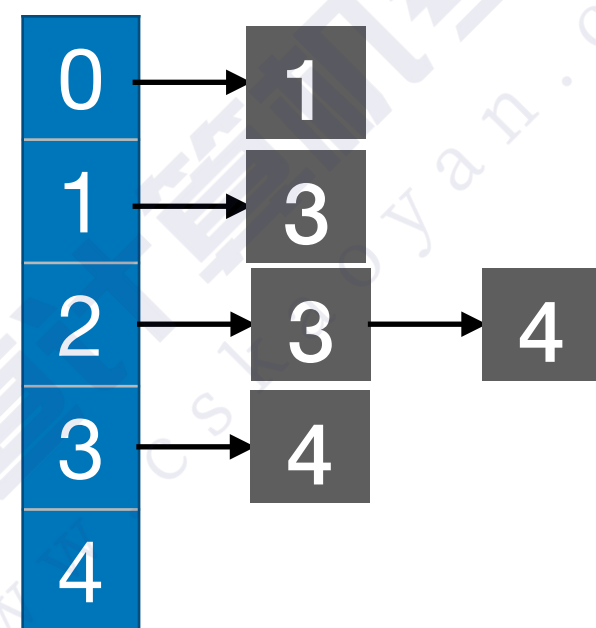
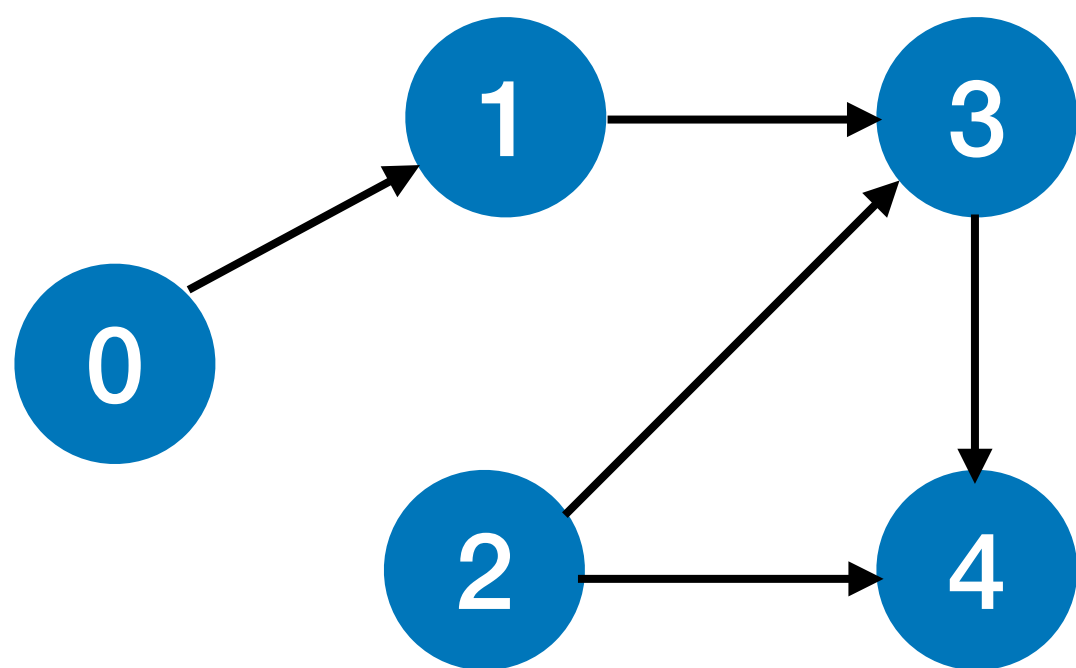
S



保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
        int count=0;         //计数，记录当前已经输出的顶点数
    }
    while(!IsEmpty(S)){     //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);    //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
0
0
0
0

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
3
4

记录拓
扑序列

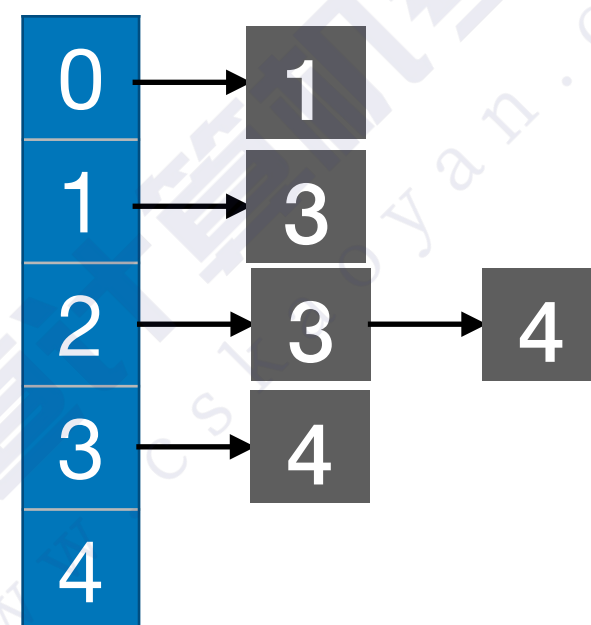
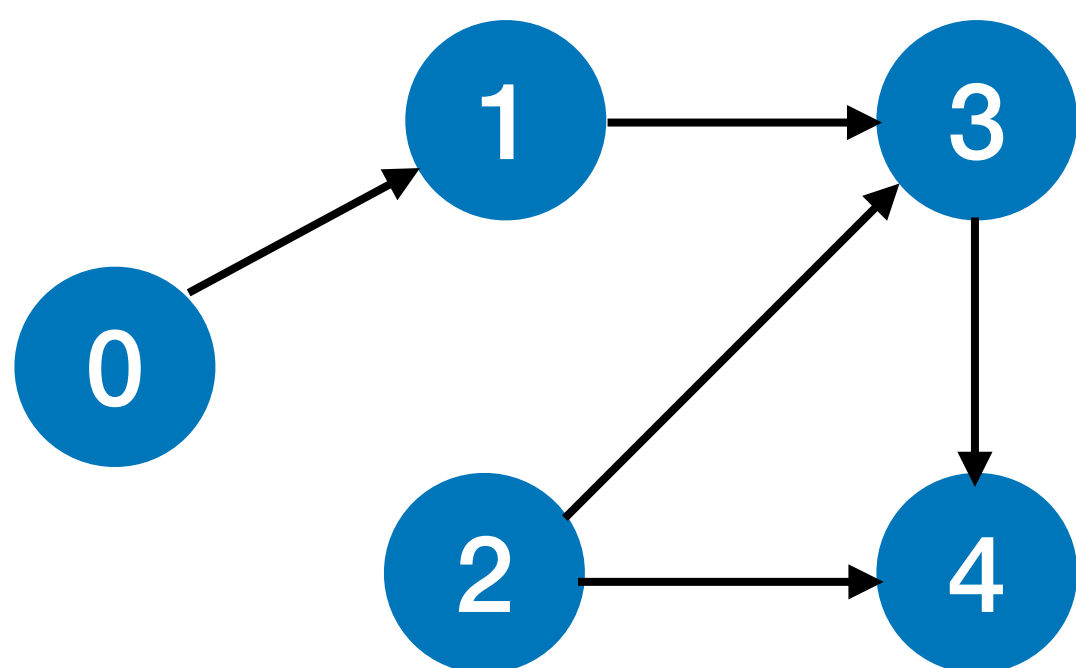
count

保存度为0的顶点
(也可用队列)

S

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```

每个顶点都需要处理一次

每条边都需要处理一次

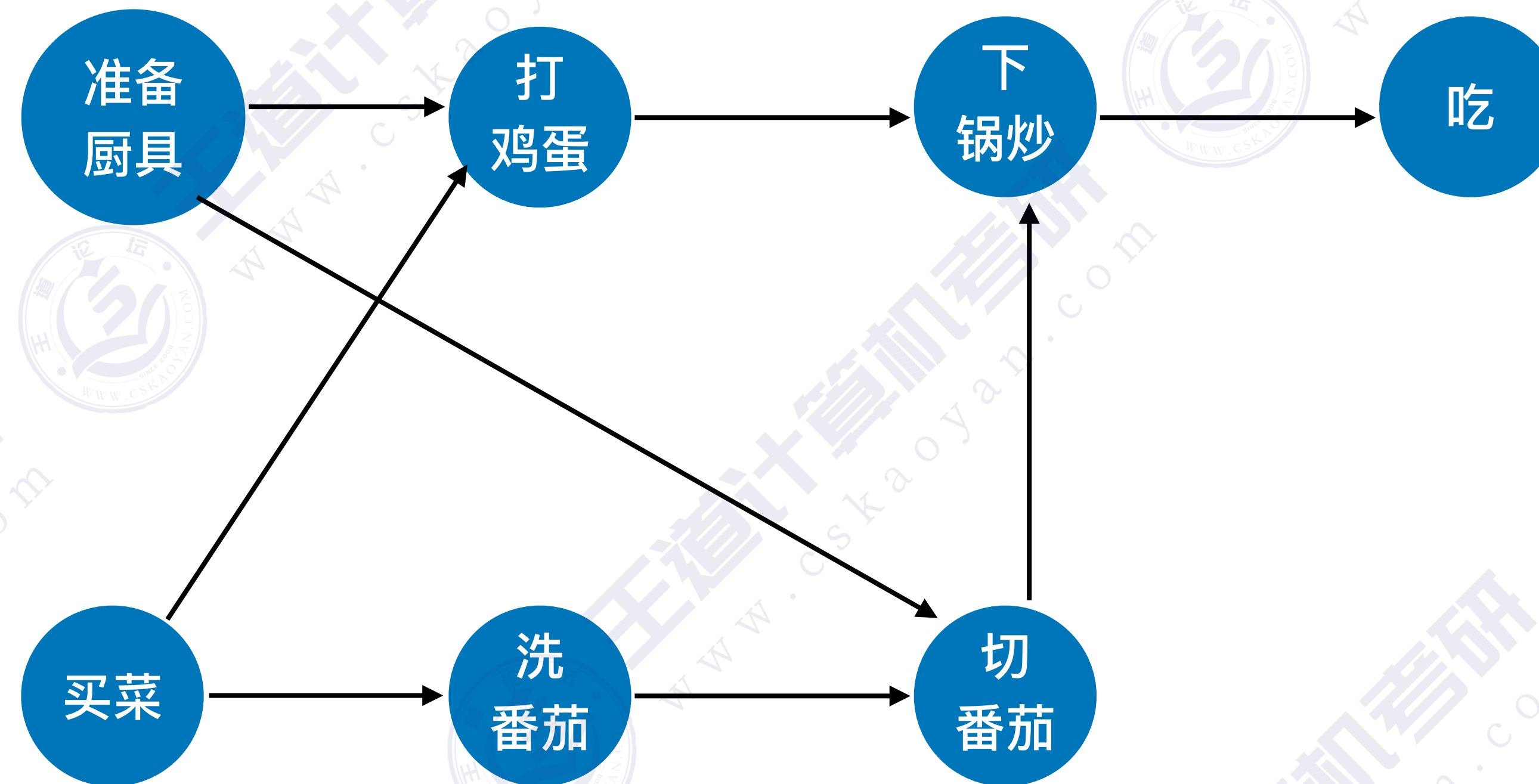
时间复杂度: $O(|V|+|E|)$

若采用邻接矩阵, 则需 $O(|V|^2)$

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈, 存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
        int count=0;         //计数, 记录当前已经输出的顶点数
        while(!IsEmpty(S)){  //栈不空, 则存在入度为0的顶点
            Pop(S,i);         //栈顶元素出栈
            print[count++]=i;  //输出顶点i
            for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
                //将所有i指向的顶点的入度减1, 并且将入度减为0的顶点压入栈s
                v=p->adjvex;
                if(!(--indegree[v]))
                    Push(S,v); //入度为0, 则入栈
            }
        } //while
        if(count<G.vexnum)
            return false;     //排序失败, 有向图中有回路
        else
            return true;       //拓扑排序成功
    }
}
  
```

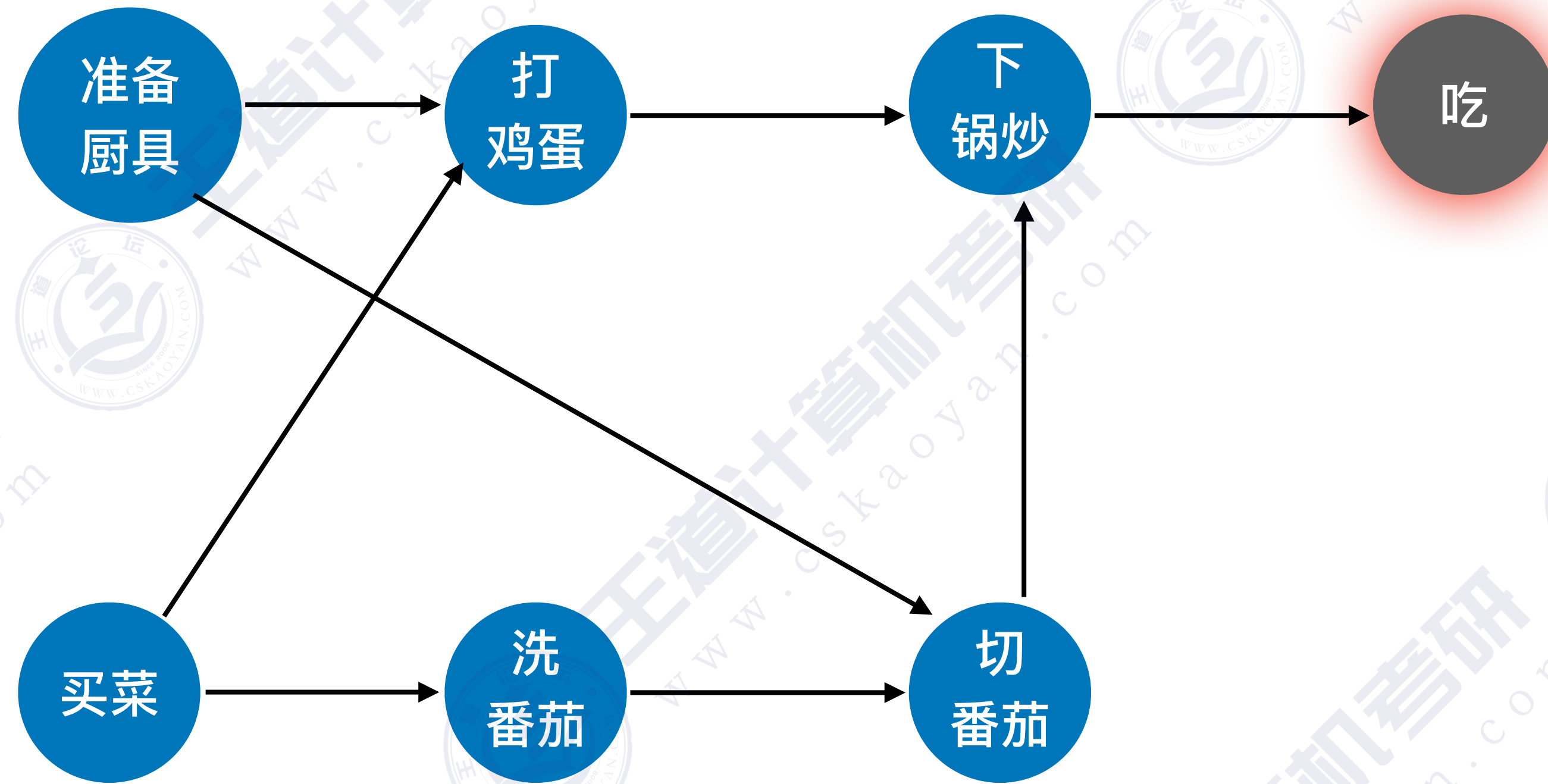
逆拓扑排序



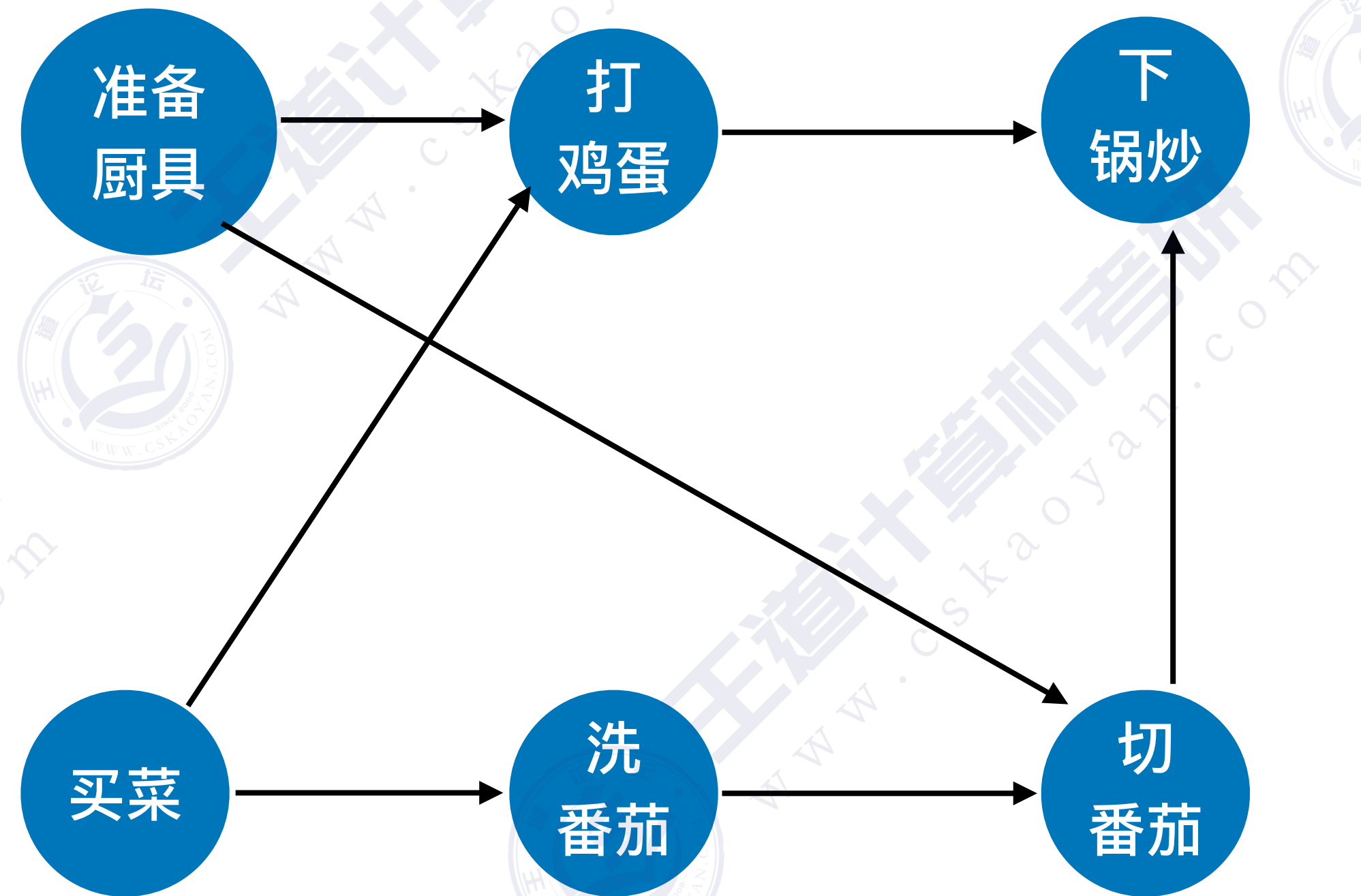
对一个AOV网，如果采用下列步骤进行排序，则称之为**逆拓扑排序**：

- ① 从AOV网中选择一个没有后继（**出度为0**）的顶点并输出。
- ② 从网中删除该顶点和所有以它为终点的有向边。
- ③ 重复①和②直到当前的AOV网为空。

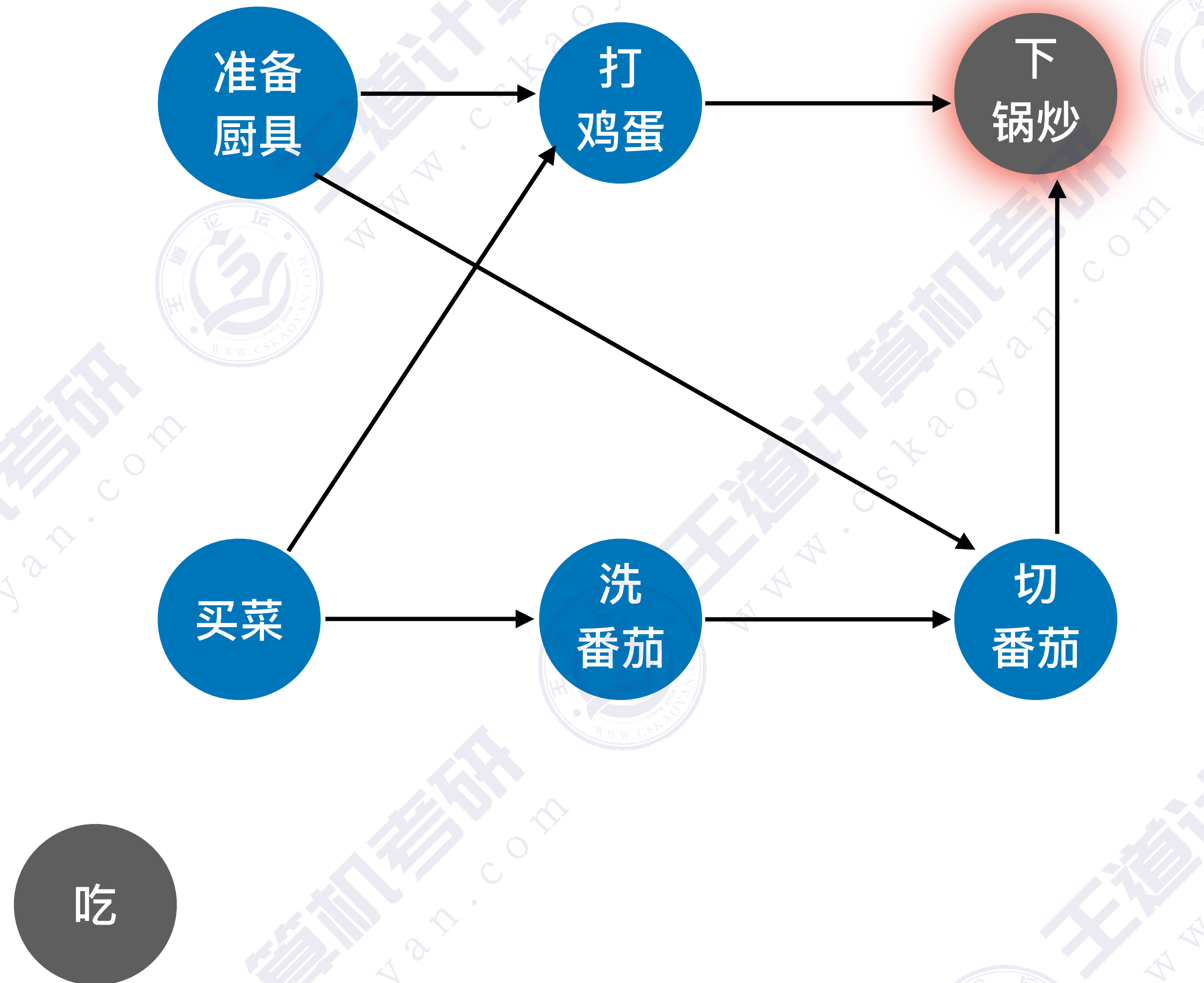
逆拓扑排序



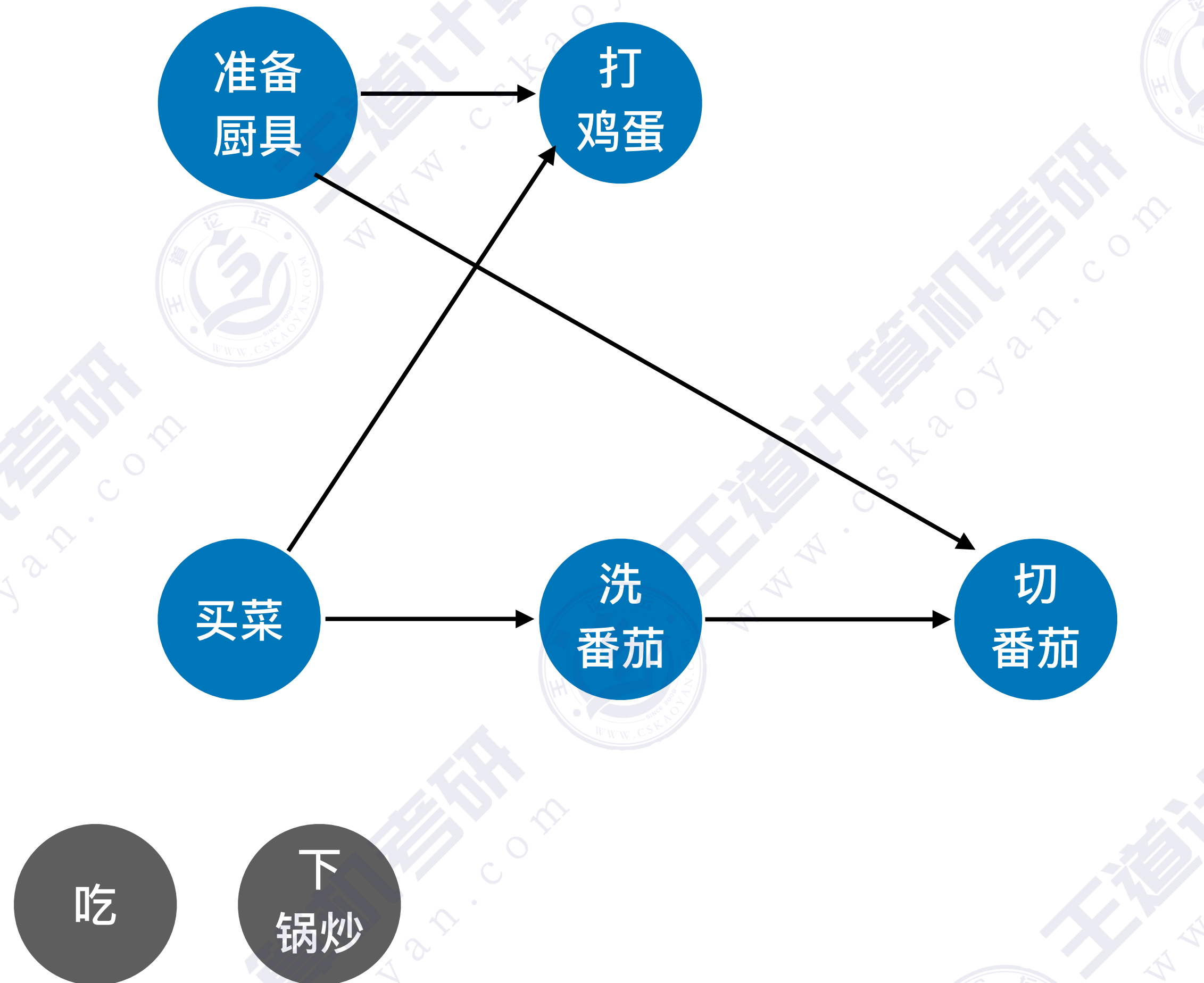
逆拓扑排序



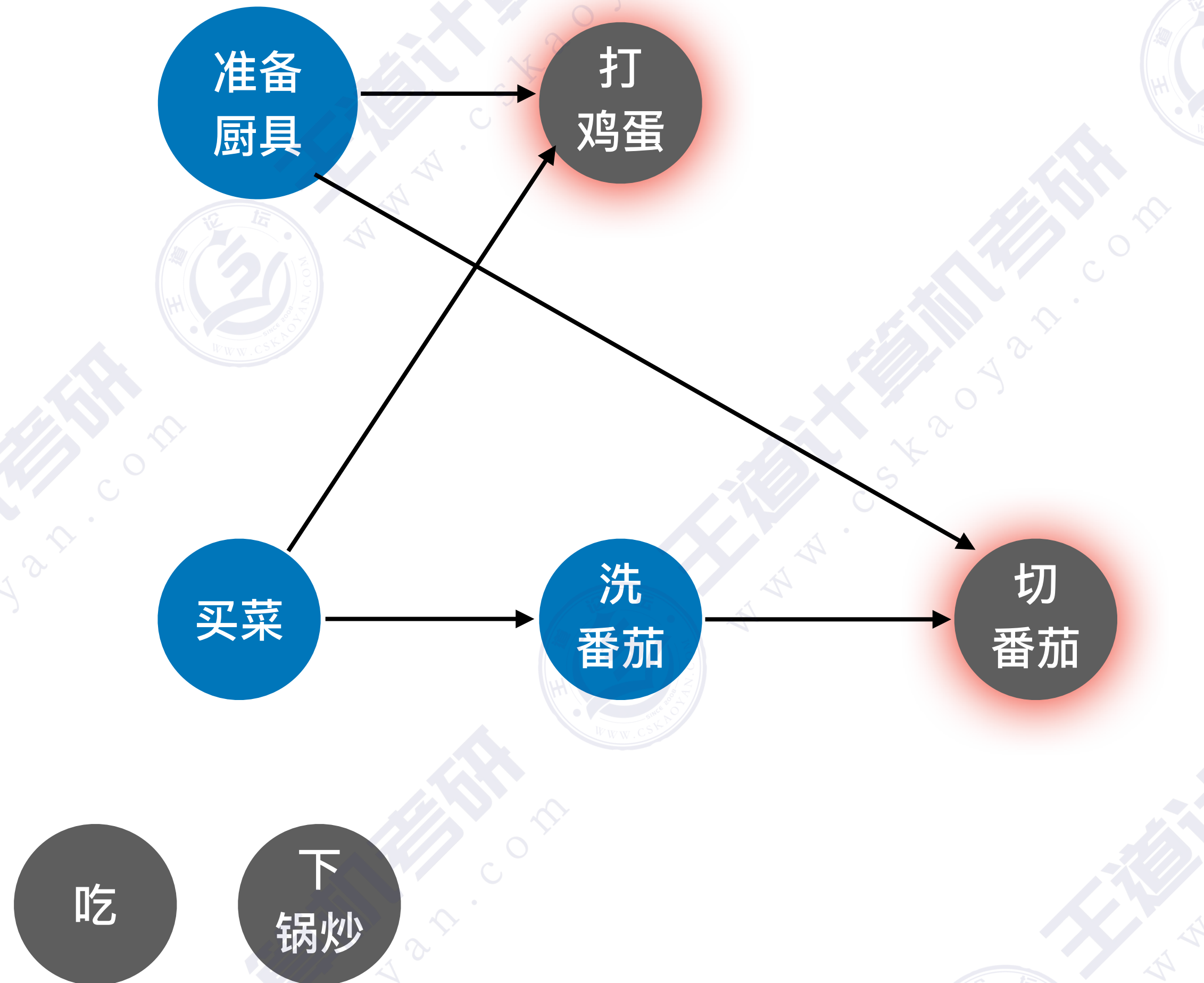
逆拓扑排序



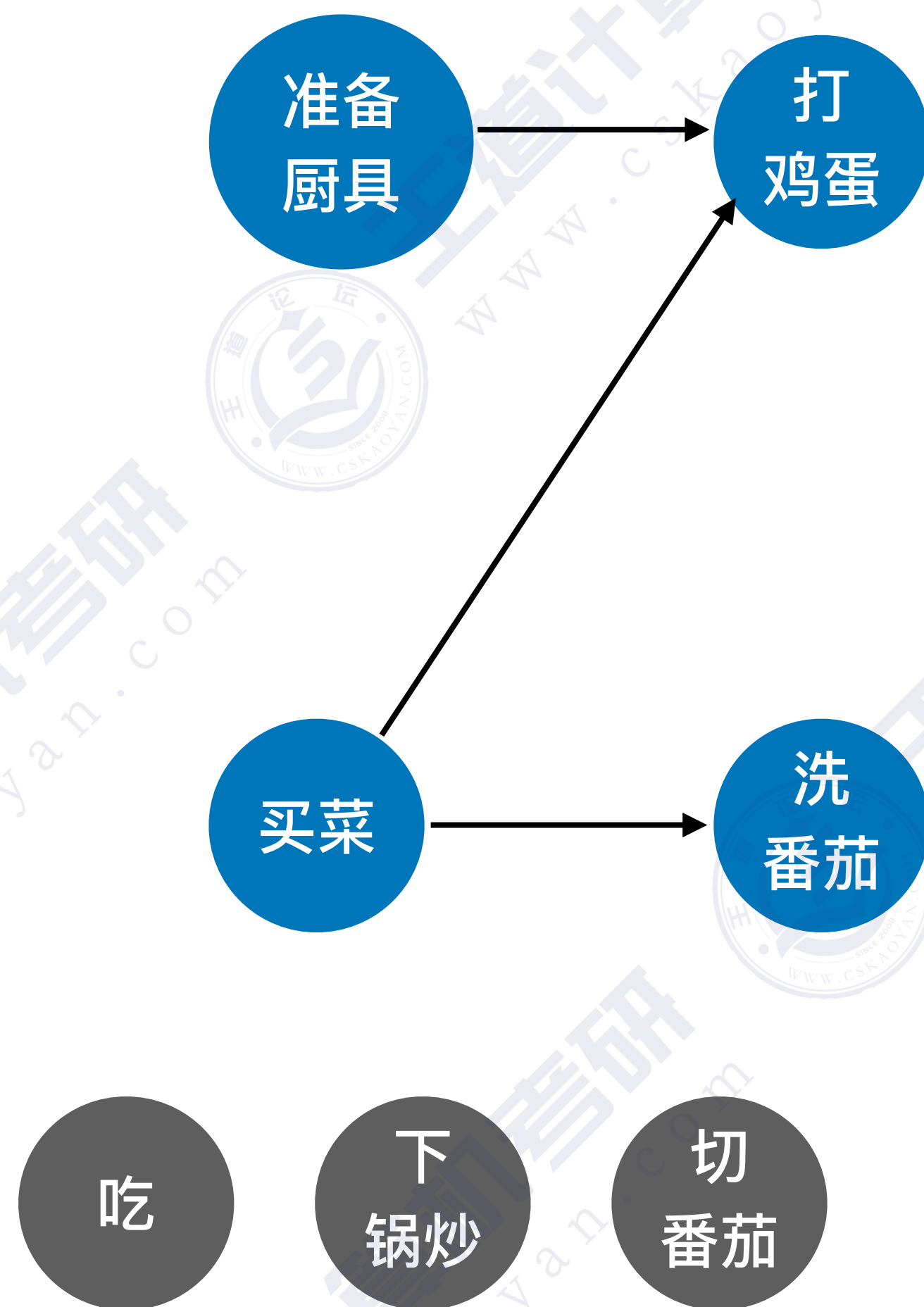
逆拓扑排序



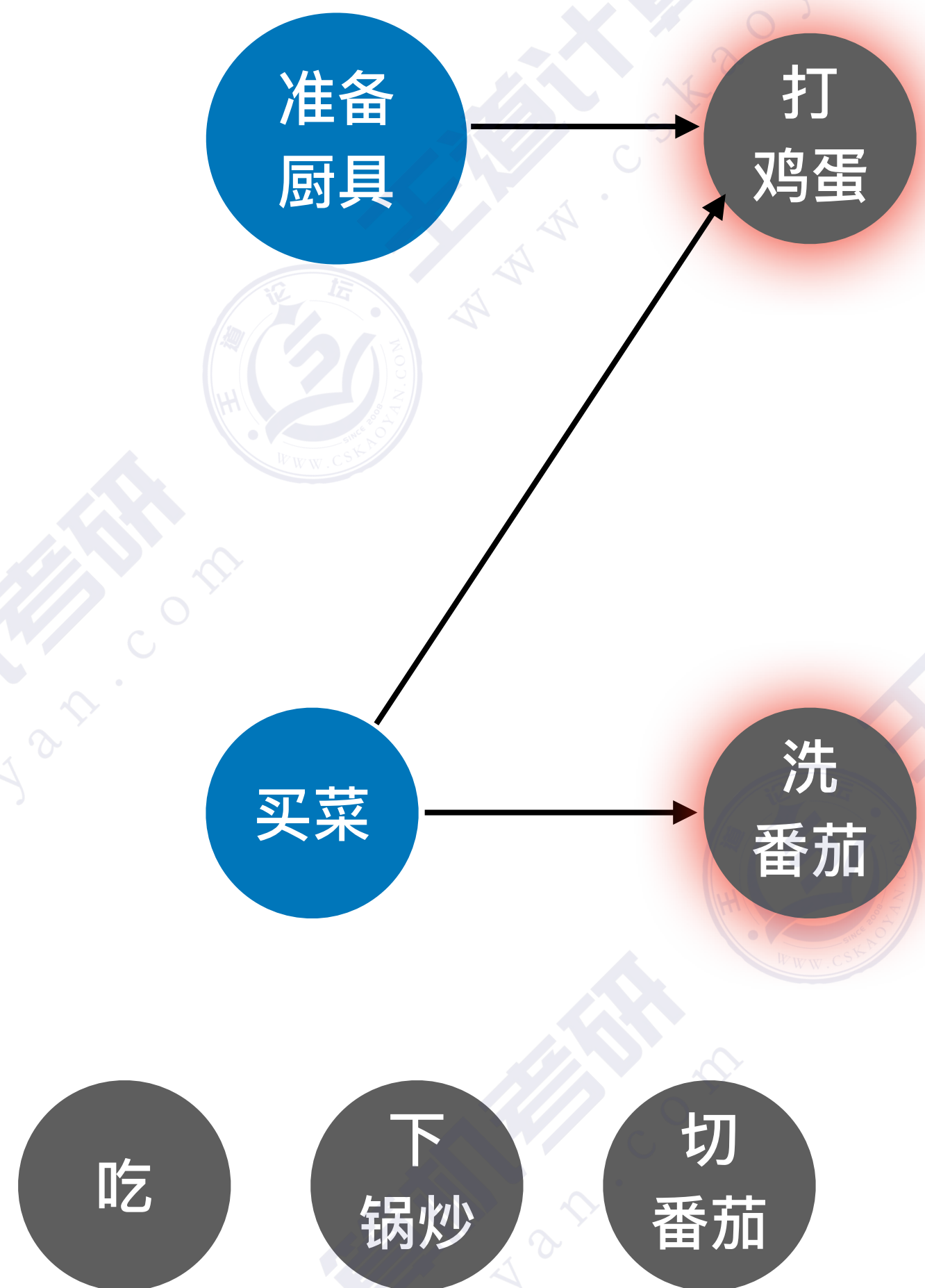
逆拓扑排序



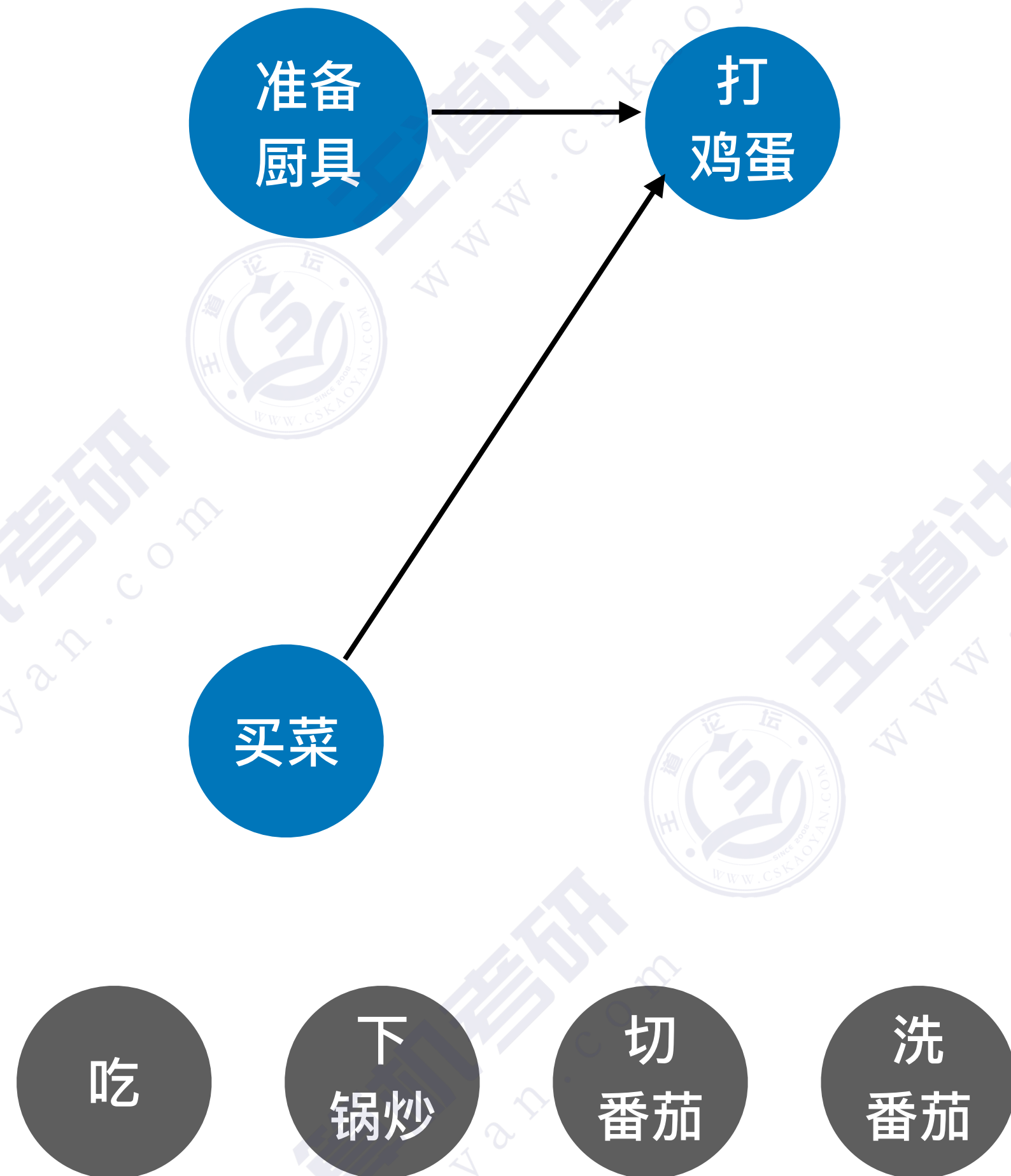
逆拓扑排序



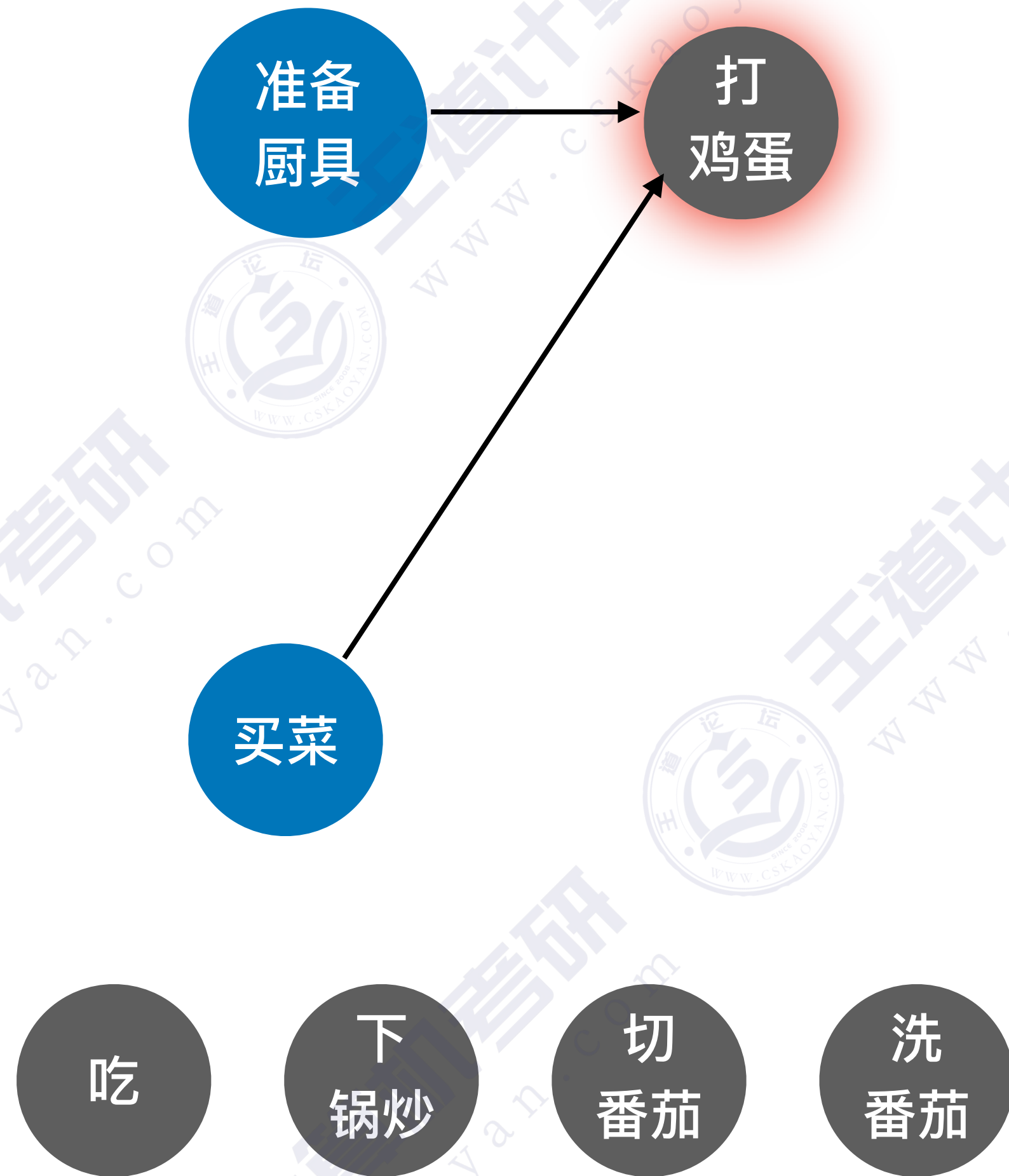
逆拓扑排序



逆拓扑排序



逆拓扑排序



逆拓扑排序



准备
厨具

买菜

吃

下
锅炒

切
番茄

洗
番茄

打
鸡蛋

逆拓扑排序



准备
厨具

买菜

吃

下
锅炒

切
番茄

洗
番茄

打
鸡蛋

逆拓扑排序



对一个AOV网**逆拓扑排序**:

- ① 从AOV网中选择一个没有后继（**出度为0**）的顶点并输出。
- ② 从网中删除该顶点和所有以它为终点的有向边。
- ③ 重复①和②直到当前的AOV网为空。

吃

下
锅炒

切
番茄

洗
番茄

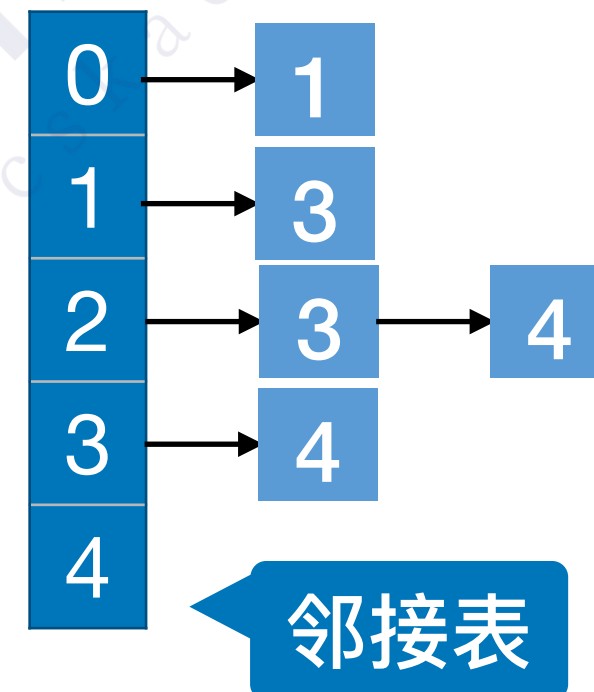
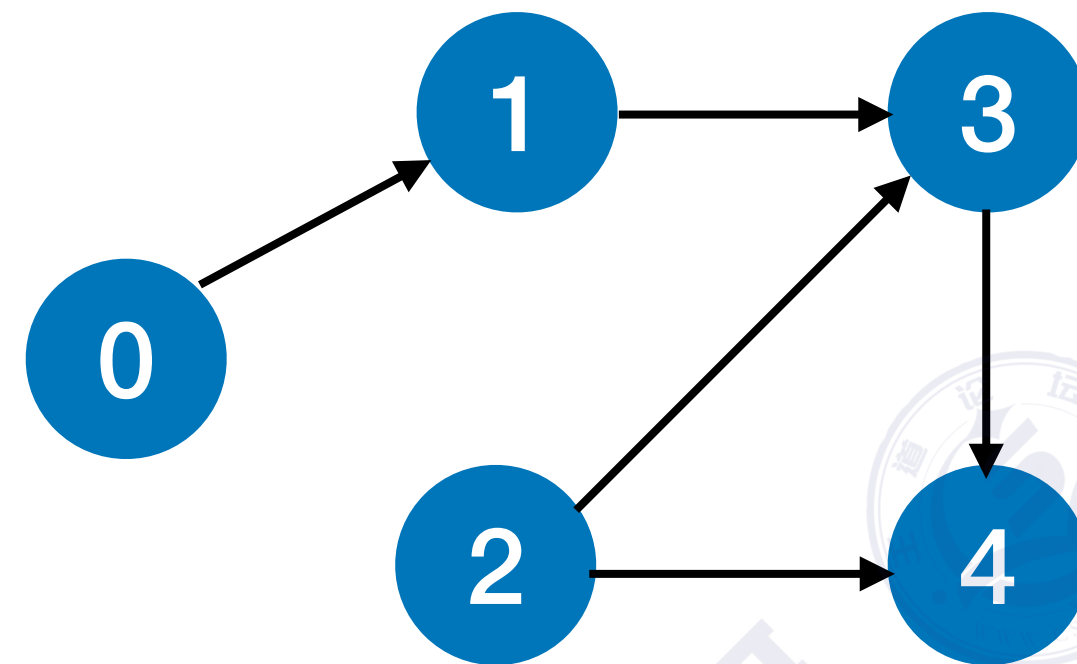
打
鸡蛋

准备
厨具

买菜

逆拓扑排序的实现

拓扑排序的实现

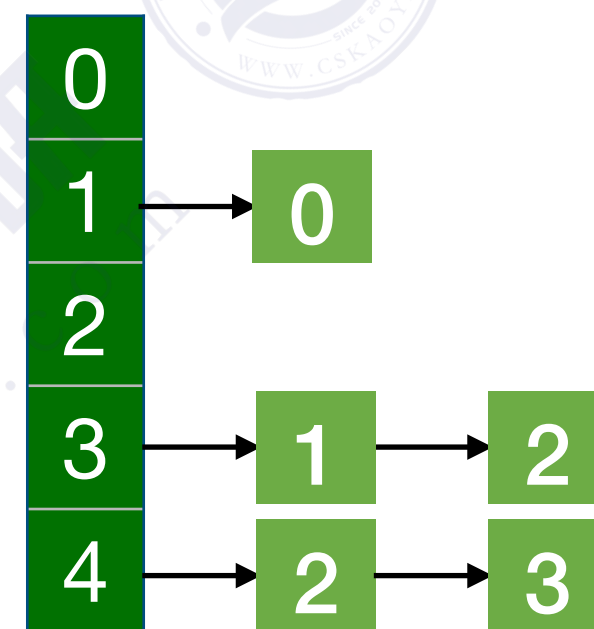


练习：模仿拓扑排序的思想实现**逆拓扑排序**

思考：使用不同的存储结构来对时间复杂度的影响

	0	1	2	3	4
0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	0	1	1
3	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0

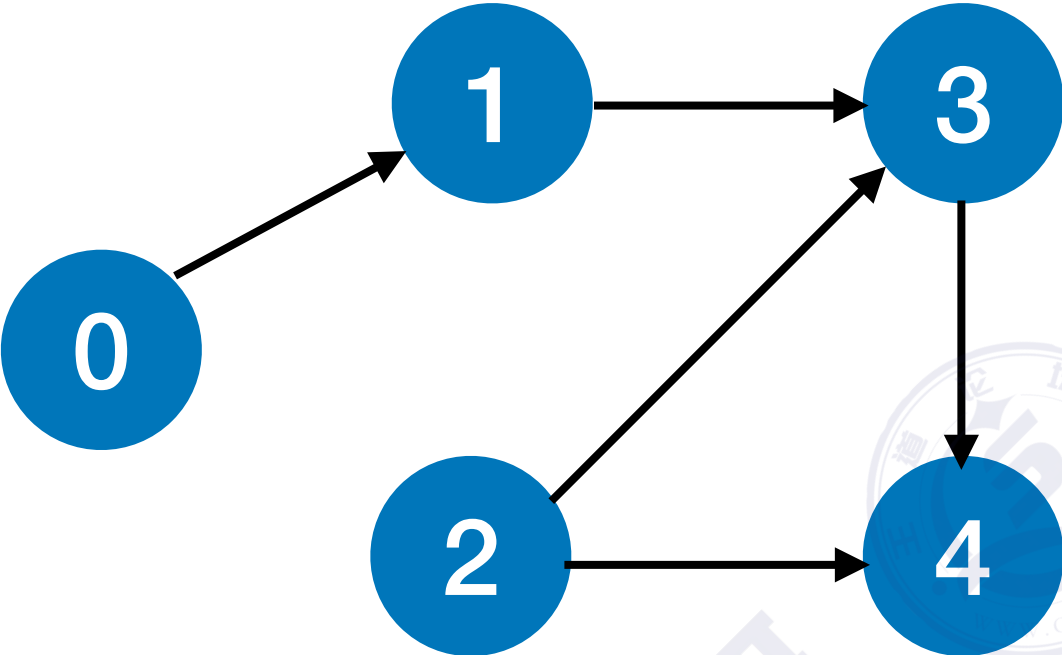
邻接矩阵



逆邻接表

```
bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }//while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
```

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

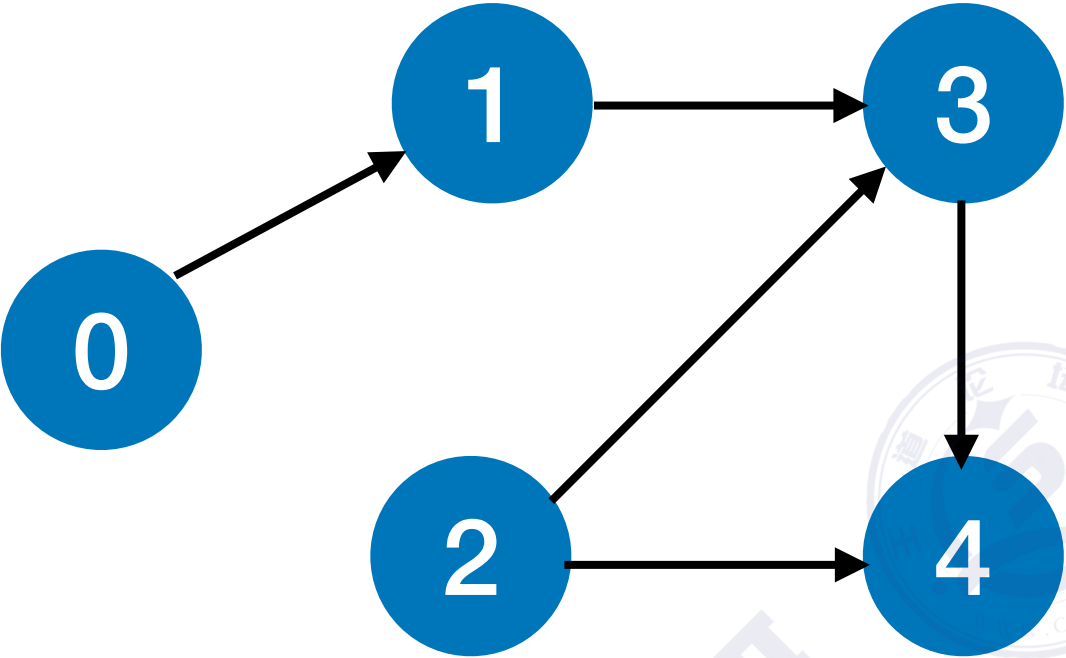


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visit(v);  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//访问顶点v
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//if

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

//初始化已访问标记数据

//本代码中是从v=0开始遍历

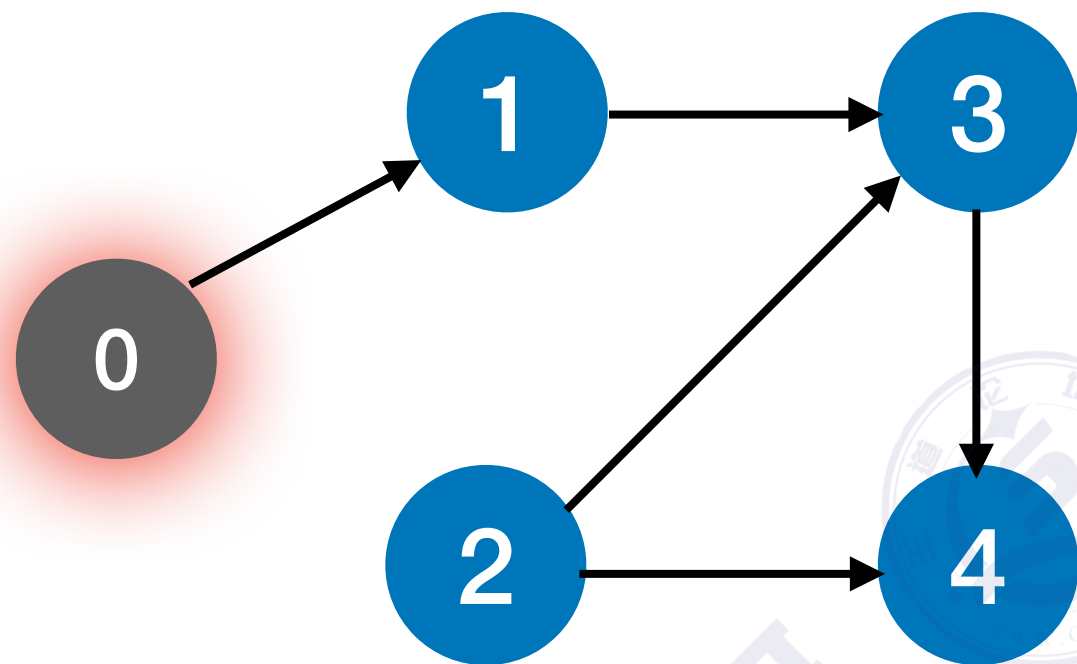
//从顶点v出发，深度优先遍历图G

//设已访问标记

//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



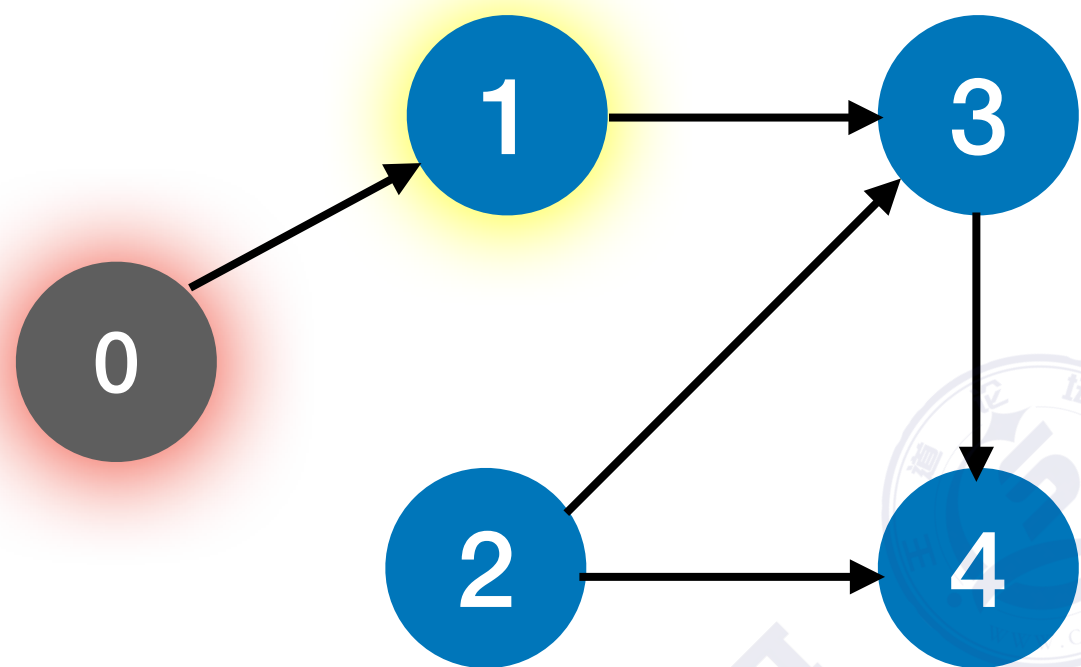
```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

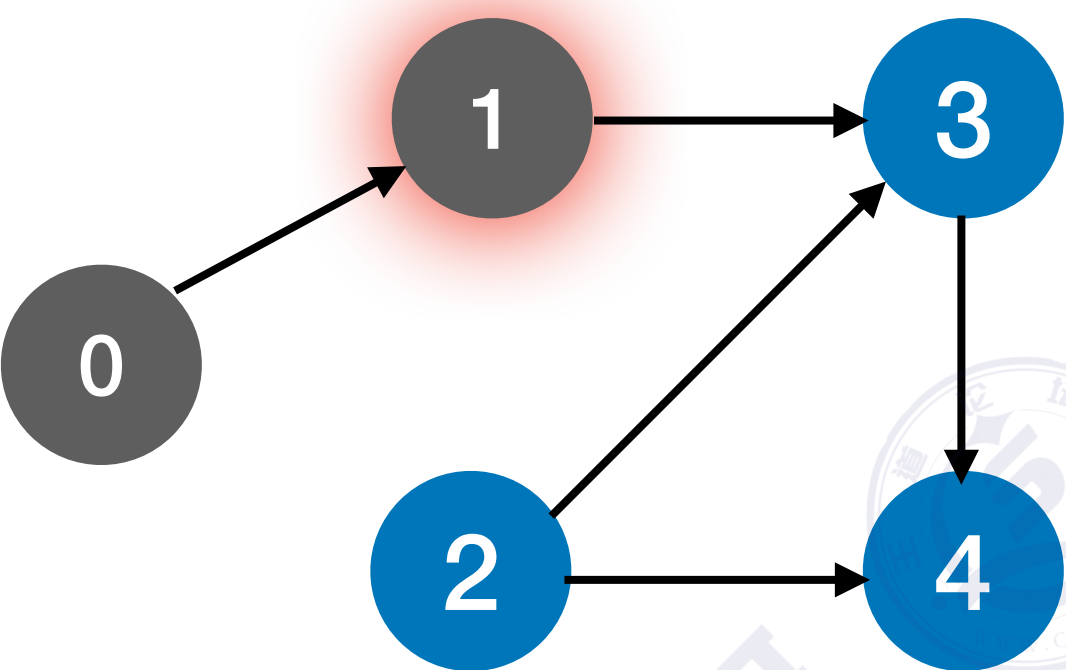
逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    //对图G进行深度优先遍历  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    //初始化已访问标记数据  
    //本代码中是从v=0开始遍历  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    //从顶点v出发, 深度优先遍历图G  
    //设已访问标记  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        //w为u的尚未访问的邻接顶点  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    //if  
    print(v);  
    //输出顶点  
}
```

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

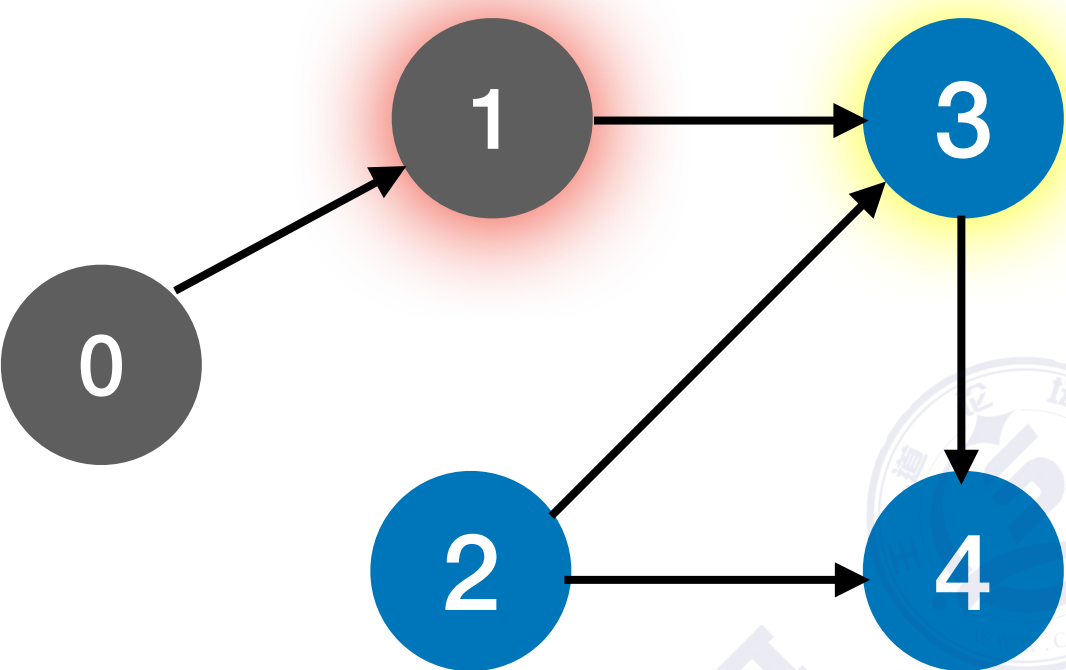


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

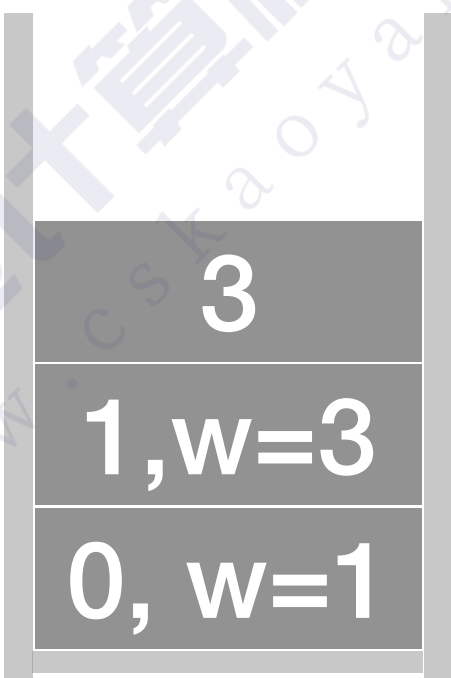
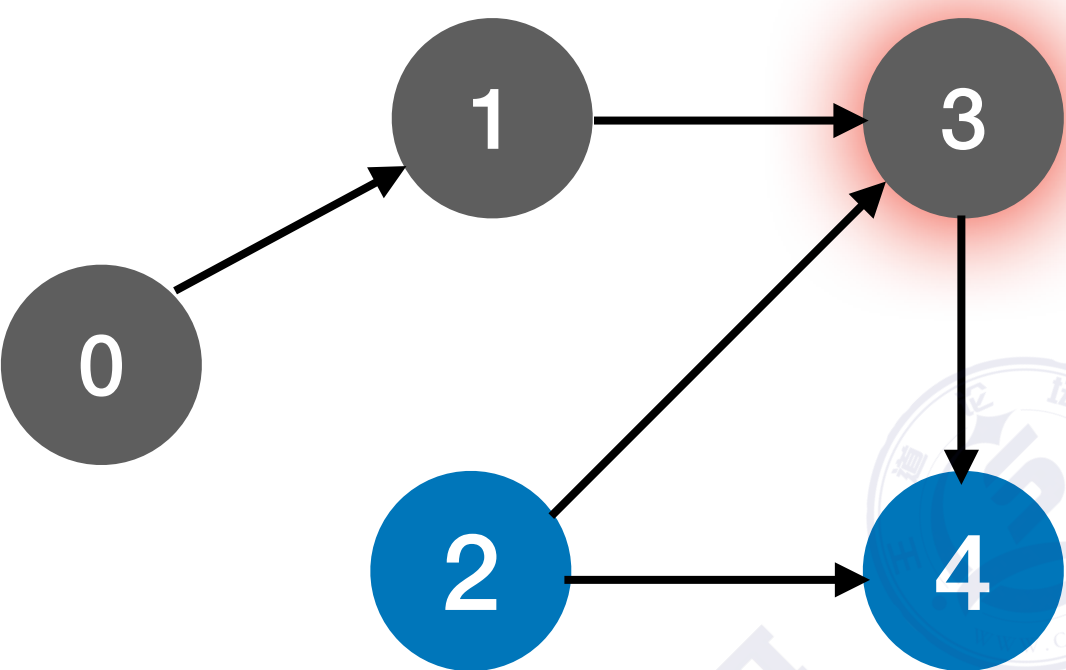
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记

//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

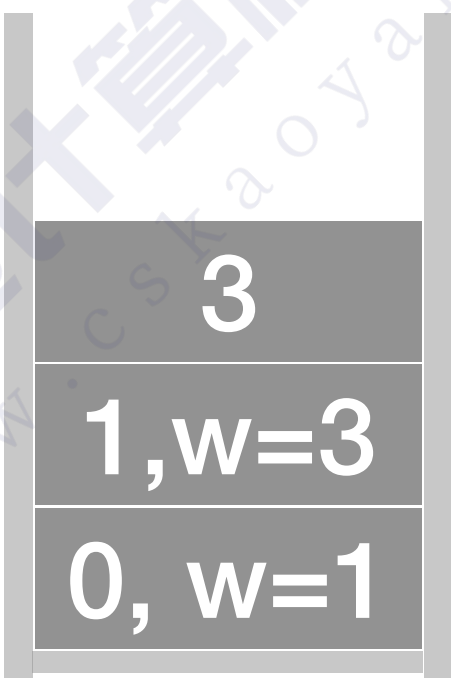
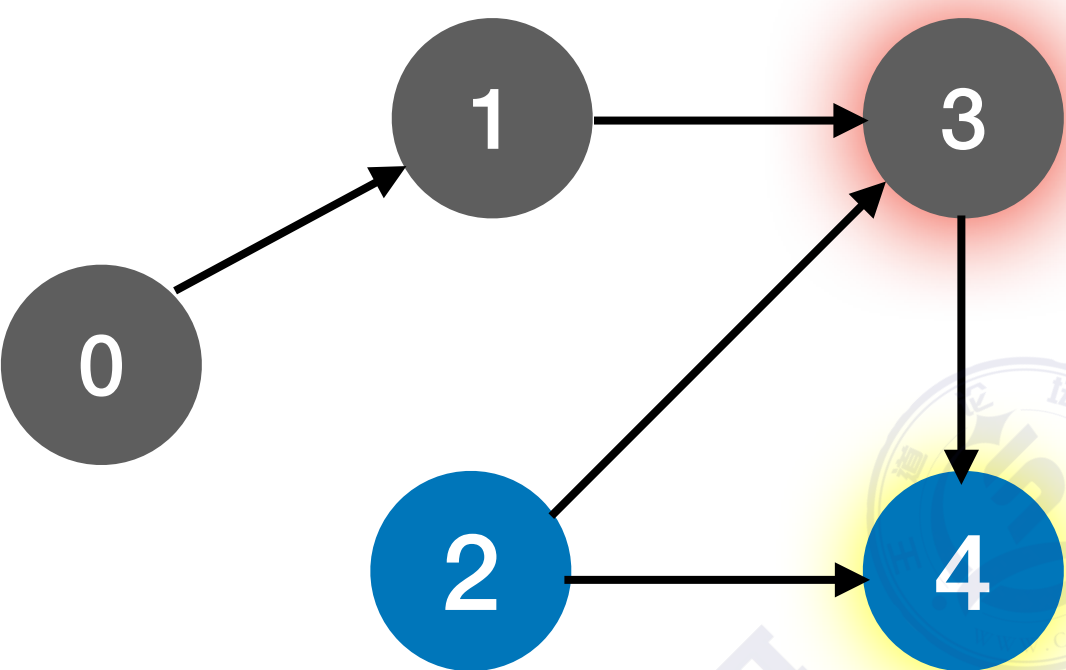
//对图G进行深度优先遍历

//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

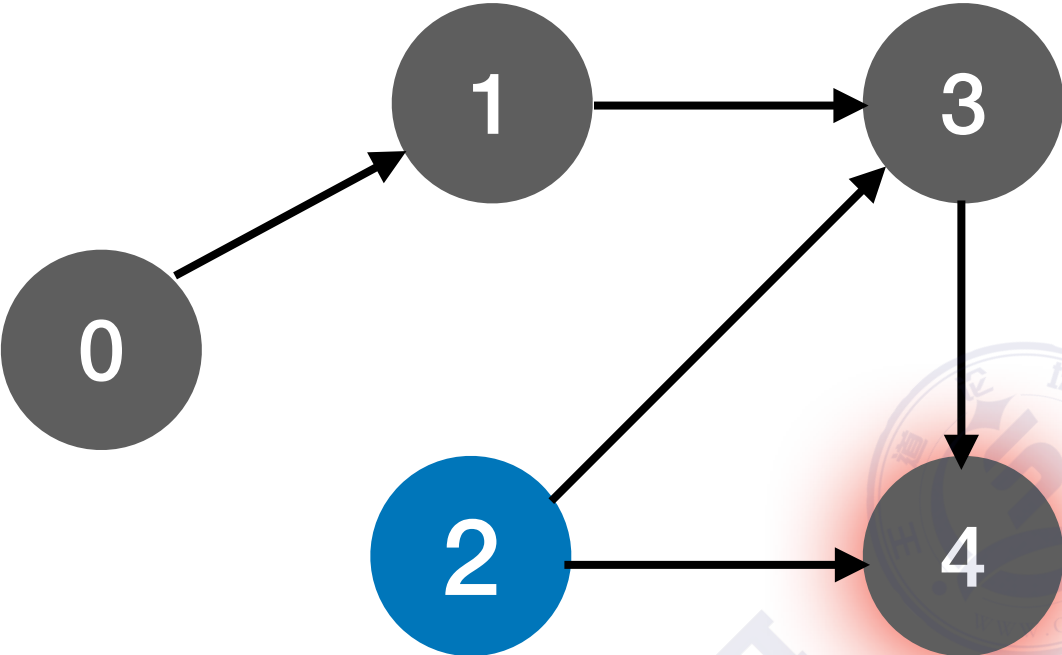
//对图G进行深度优先遍历

//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



4
3,w=4
1,w=3
0, w=1

递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

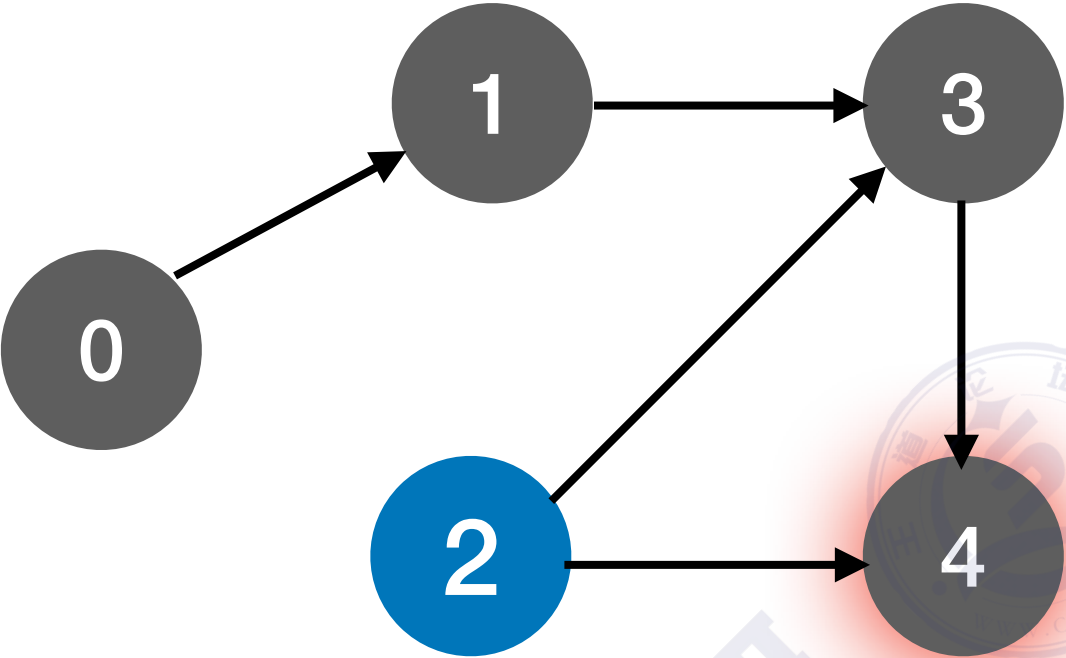
//对图G进行深度优先遍历

//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



4
3,w=4
1,w=3
0, w=1

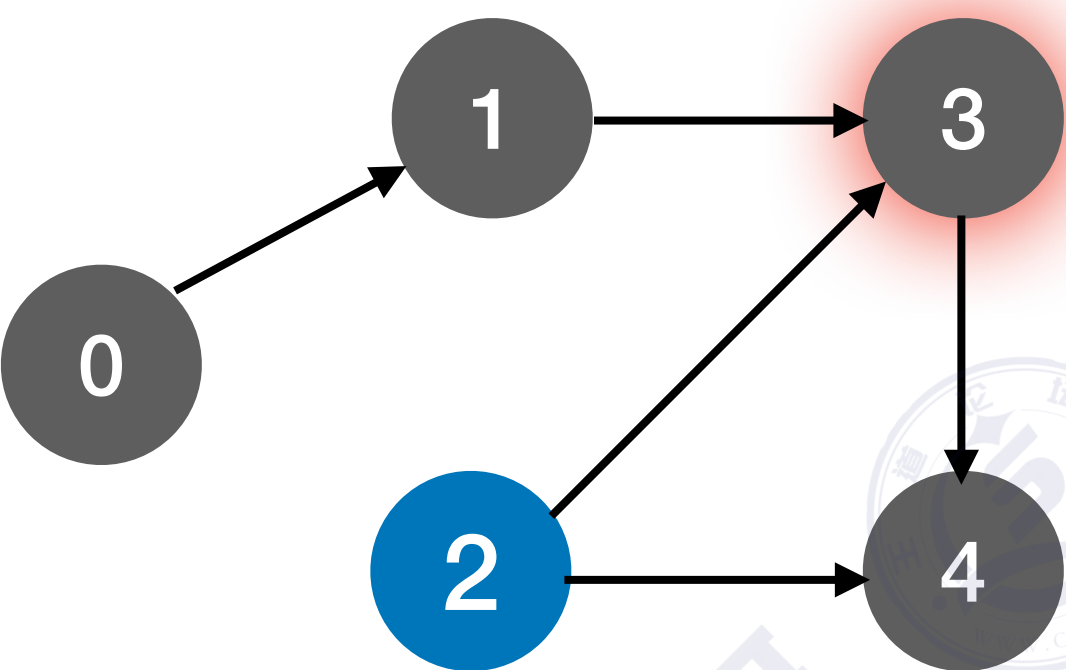
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    //if  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序序列：4

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



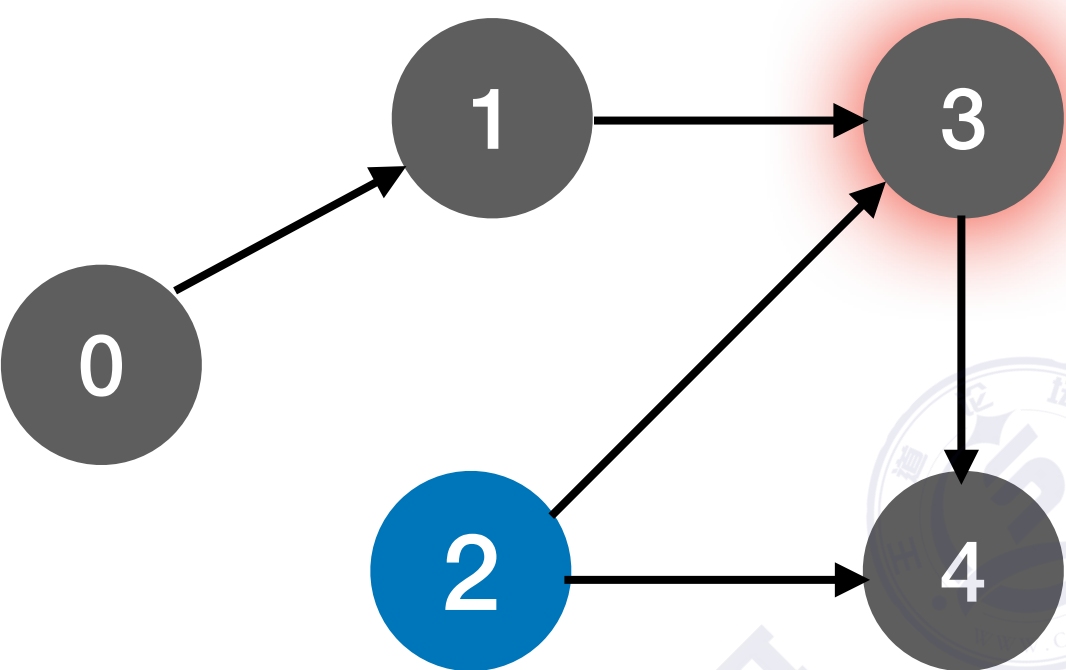
3, w=4
1, w=3
0, w=1

递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    //对图G进行深度优先遍历  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    //初始化已访问标记数据  
    //本代码中是从v=0开始遍历  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    //从顶点v出发, 深度优先遍历图G  
    //设已访问标记  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            //w为u的尚未访问的邻接顶点  
            DFS(G,w);  
        }  
    //if  
    print(v);  
    //输出顶点  
}
```

逆拓扑排序序列: 4

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



3,w=4
1,w=3
0, w=1

递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

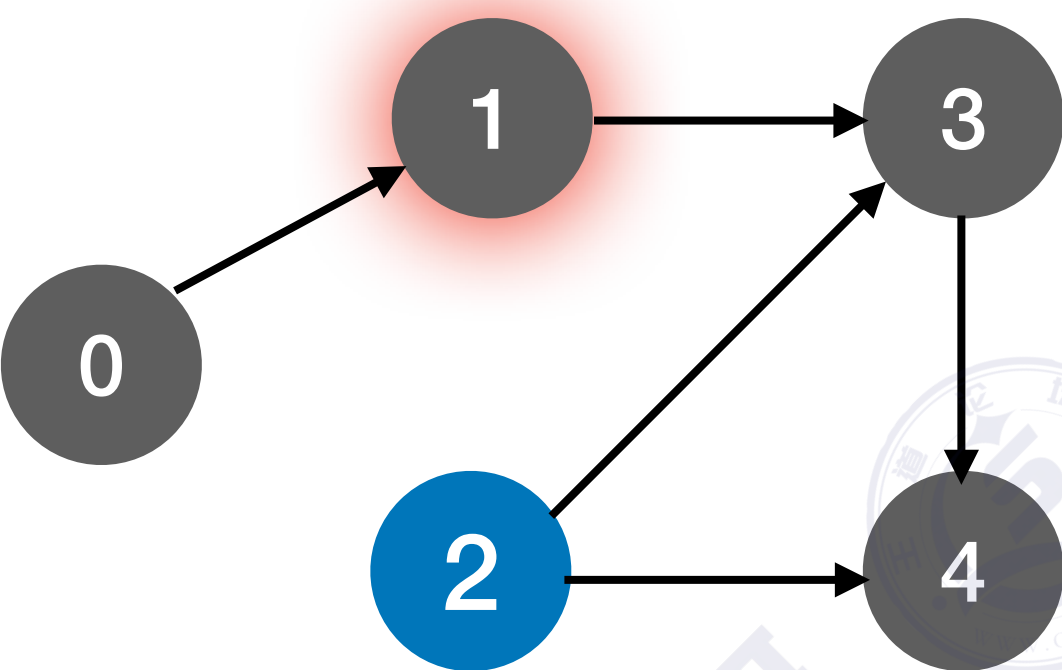
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序序列: 4 3

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

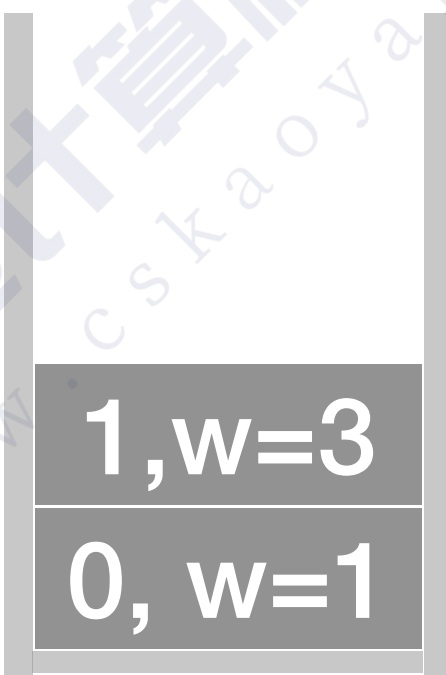
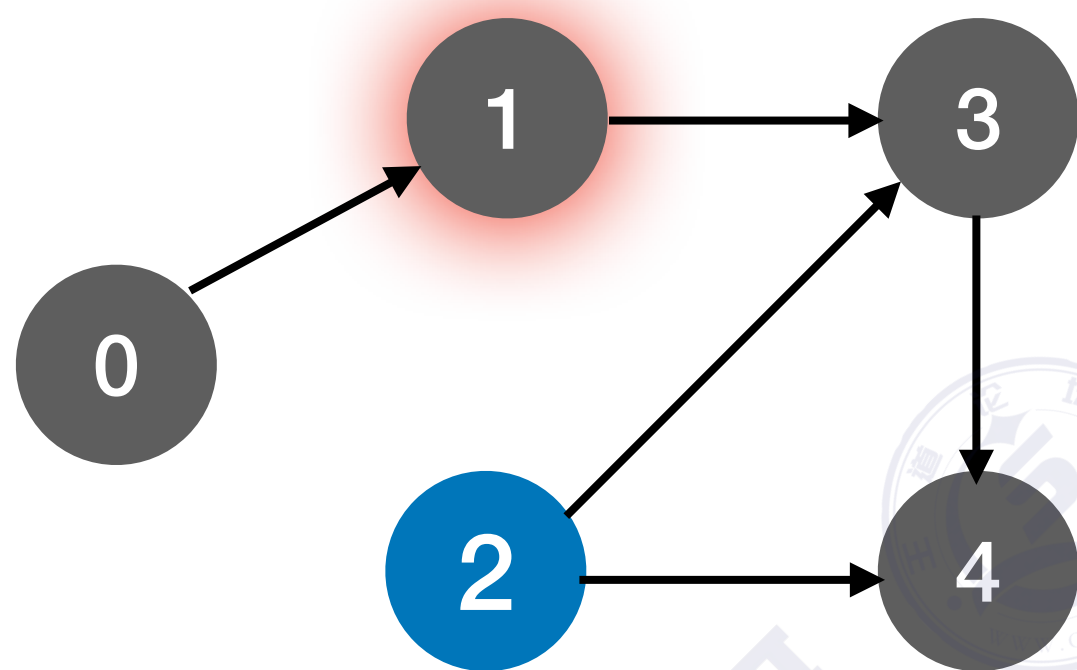


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    //对图G进行深度优先遍历  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    //初始化已访问标记数据  
    //本代码中是从v=0开始遍历  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    //从顶点v出发, 深度优先遍历图G  
    //设已访问标记  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        //w为u的尚未访问的邻接顶点  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    //if  
    print(v);  
    //输出顶点  
}
```

逆拓扑排序序列: 4 3

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

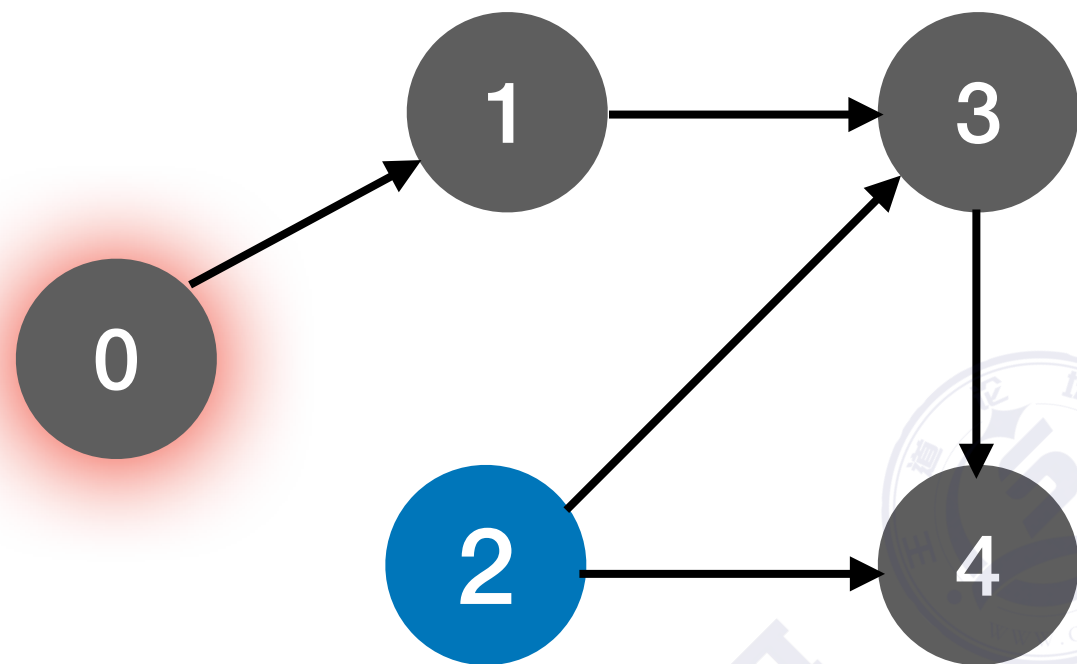
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序序列: 4 3 1

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

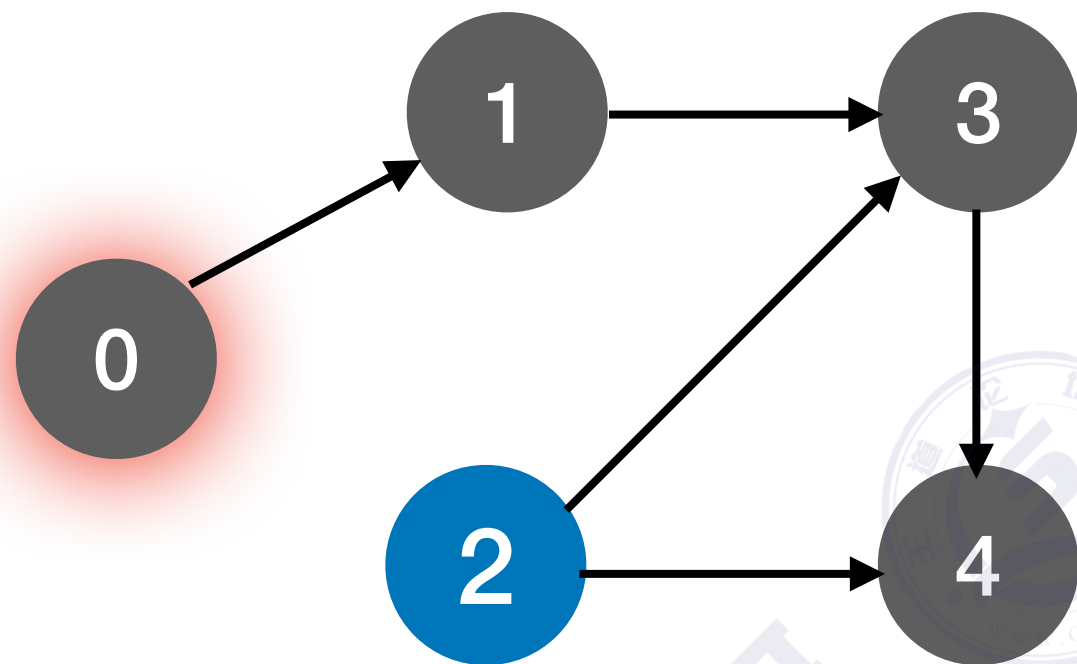
//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序序列: 4 3 1

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

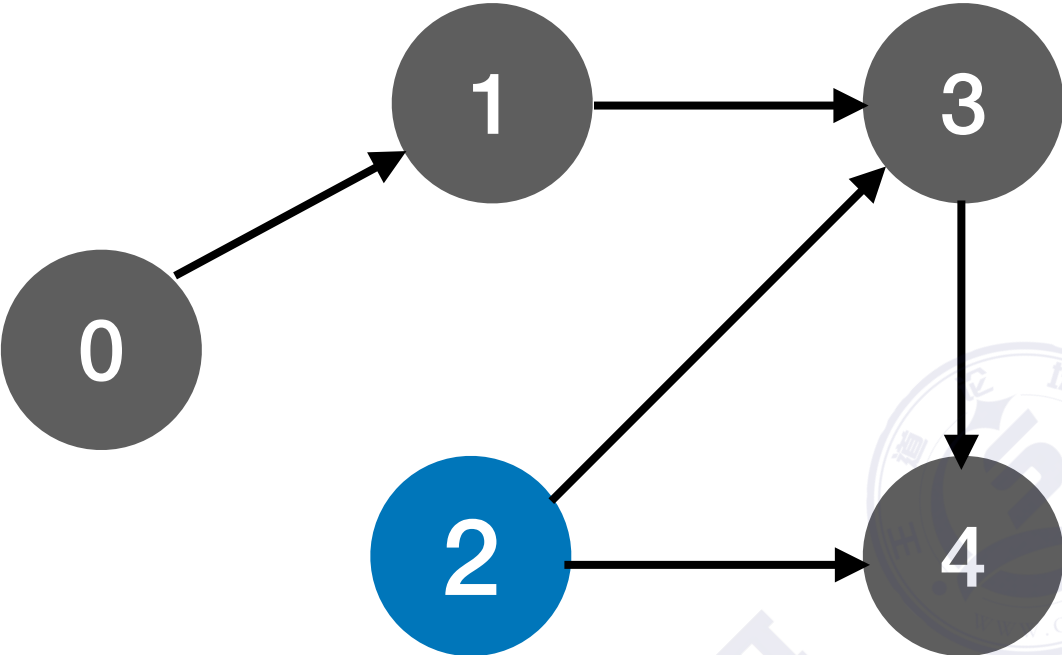
//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序序列: 4 3 1 0

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

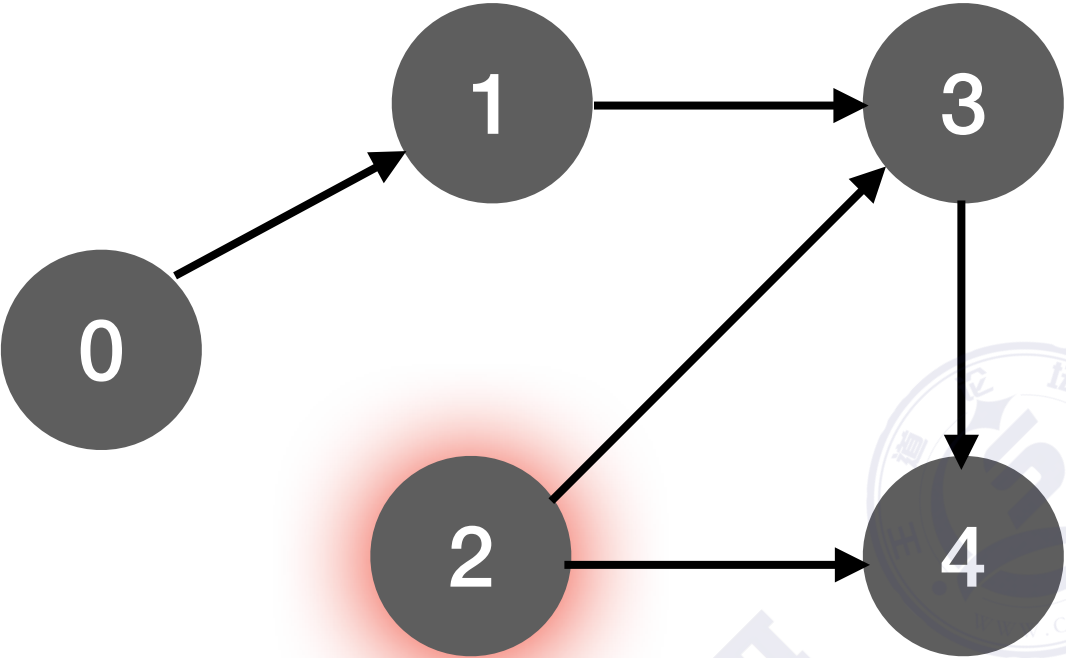
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序序列: 4 3 1 0

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

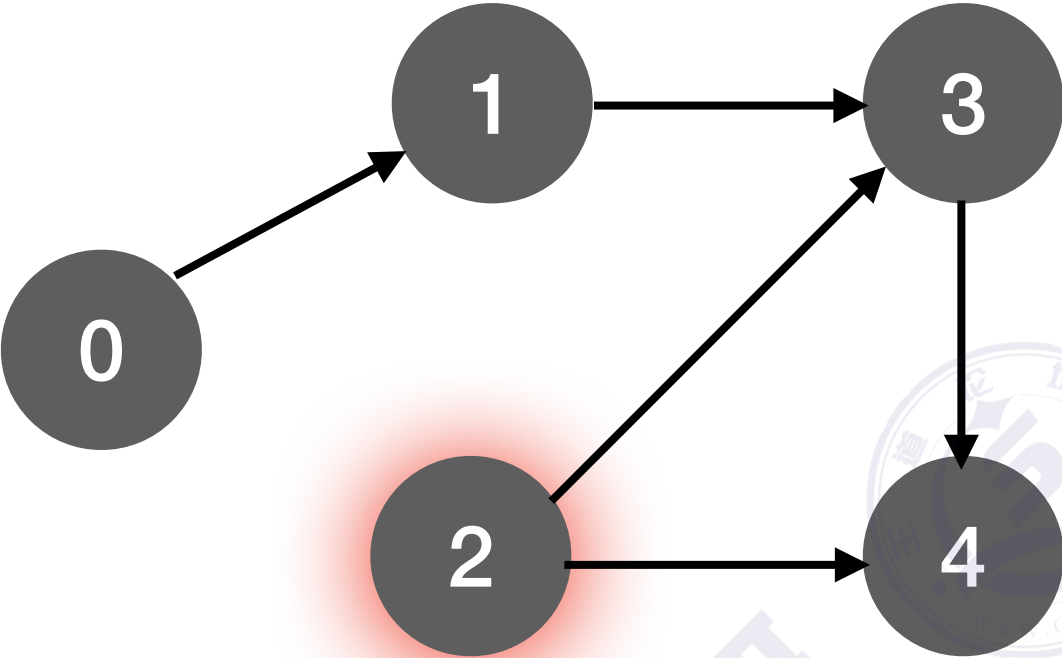
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序序列: 4 3 1 0

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



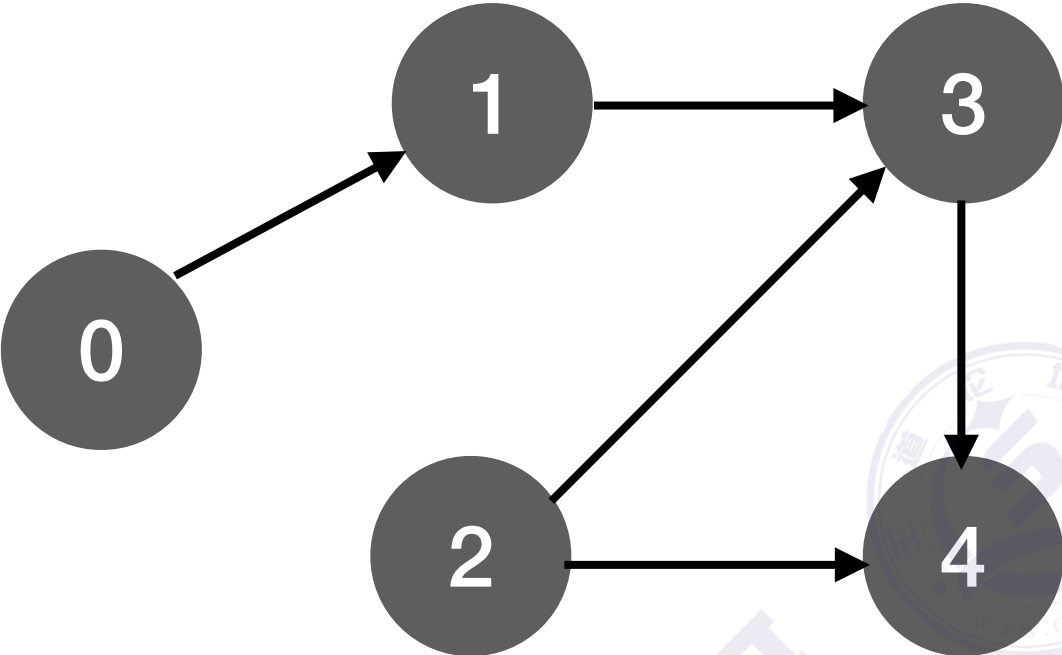
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序序列: 4 3 1 0 2

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



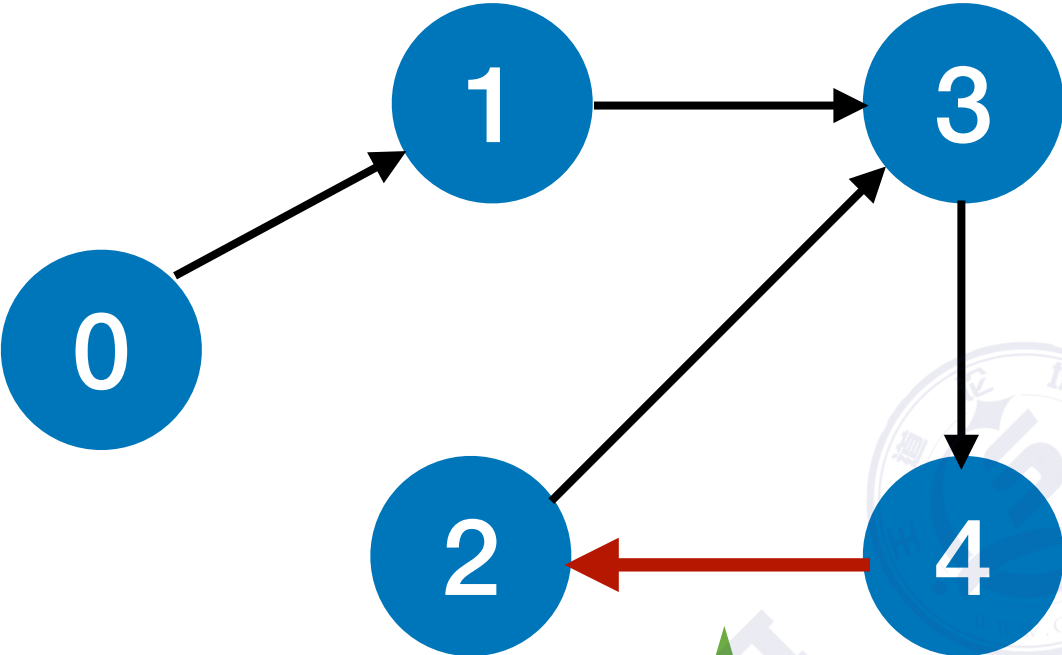
递归栈

DFS实现逆拓扑排序：
在顶点退栈前输出

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    //对图G进行深度优先遍历  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    //初始化已访问标记数据  
    //本代码中是从v=0开始遍历  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    //从顶点v出发，深度优先遍历图G  
    //设已访问标记  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            //w为u的尚未访问的邻接顶点  
            DFS(G,w);  
        }  
    //if  
    print(v);  
    //输出顶点  
}
```

逆拓扑排序序列：4 3 1 0 2

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



思考：如果存在回路，则不存在逆拓扑排序序列，如何判断回路？

DFS实现逆拓扑排序：
在顶点退栈前输出

递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    //if  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

知识点回顾与重要考点

顶点代表活动，有向边 $\langle V_i, V_j \rangle$ 表示活动 V_i 必须先于 V_j 进行

AOV 网

AOV 网一定是 DAG 图，不能有环

拓扑排序

① 从 AOV 网中选择一个没有前驱（入度为 0）的顶点并输出

② 从网中删除该顶点和所有以它为起点的有向边

③ 重复 ① 和 ② 直到当前的 AOV 网为空

拓扑排序

逆拓扑排序

① 从 AOV 网中选择一个没有后继（出度为 0）的顶点并输出

② 从网中删除该顶点和所有以它为终点的有向边

③ 重复 ① 和 ② 直到当前的 AOV 网为空

另一种实现方式：用 DFS 实现拓扑排序/逆拓扑排序

性质

拓扑排序、逆拓扑排序序列可能不唯一

若图中有环，则不存在拓扑排序序列/逆拓扑排序序列