

Universitatea Tehnică a Moldovei
Facultatea *Calculatoare, Informatică și Microelectronică*
Specialitatea *Tehnologii Informaționale*



Raport

la lucrarea de laborator nr. 3

Tema: “*Calculul caracteristicilor cinematice ale mișcării punctului*”

Disciplina: “Mecanică teoretică”

Varianta 3

A efectuat:

Student grupa TI-231 FR

Apareci Aurica

A verificat:

Asistent universitar

Andronic Silvia

Chișinău 2024

Cuprins

1. Cadru teoretic.....	3
2. Repere teoretice	4
3. Mersul lucrării.....	4
3.1 Exercițiul 1.....	4
3.2 Exercițiul 2.....	5
3.3 Exercițiul 3.....	5
4. Concluzii.....	7

1. Cadru teoretic

Scopul lucrării: Familiarizarea cu calculele cinematice ale miscarii punctului in MATLAB.

Sarcina I: De declarat funcția din tabel file-funcție și de construit graficele pe segmentul dat cu ajutorul *plot* (pasul 0.05) și *fplot*:

Funcția	Segmentul
$f(x) = \sqrt{\frac{ \sin 21\pi x }{2 + \sin 20\pi x}}$	$x \in [0,1]$

Sarcina II: De scris două file-funcții. Prima are parametrul de intrare - t, iar parametrii de ieșire valorile coordonatelor punctului material în timpul mișcării (x și y) pentru timpul respectiv. A doua are parametrii de intrare numărul ferestrei grafice și pasul de calcul al coordonatelor x și y, iar la ieșire afișează traiectoria punctului în intervalul dat de timp și poziția punctului pe traiectorie pentru un moment de timp ales aleatoriu din intervalul dat.

a) De construit graficul traiectoriei plane a punctului material cu ajutorul comenzilor *comet* și *plot*. De arătat poziția punctului pe traiectorie pentru un moment de timp ales aleatoriu din intervalul dat.

b) De calculat viteza, accelerația, accelerația tangențială, accelerația normală și raza curburii traiectoriei pentru momentul de timp ales.

c) De arătat pe graficul traiectoriei toți vectorii din punctul precedent, utilizând pentru aceasta instrumentele ferestrei grafice.

d) De construit un tabel cu toate rezultatele obținute.

x(t)	y(t)	t
$x(t) = 9 \sin \frac{t}{10} - \frac{1}{2} \sin \frac{9}{10} t$	$y(t) = 9 \cos \frac{1}{10} t + \frac{1}{2} \cos \frac{9}{10} t$	$[0, 4\pi]$

Sarcina III: De scris două file-funcții. Prima are parametrul de intrare - t, iar parametrii de ieșire valorile coordonatelor punctului material în timpul mișcării pentru timpul respectiv. A doua are parametrii de intrare numărul ferestrei grafice și pasul de calcul al coordonatelor x și y, iar la ieșire afișează traiectoria punctului în intervalul dat de timp și poziția punctului pe traiectorie pentru un moment de timp ales aleatoriu din intervalul dat.

a) De construit graficul traiectoriei spațiale a punctului material cu ajutorul comenzilor *comet3* și *plot3*. De arătat poziția punctului pe traiectorie pentru un moment de timp ales aleatoriu din intervalul dat. De experimentat diferite valori ale asului de calcul.

b) De calculat viteza, accelerația, accelerația tangențială, accelerația normală și raza curburii traiectoriei pentru momentul de timp ales.

c) De construit un tabel cu toate rezultatele obținute.

x(t); y(t); z(t);	t
$x(t) = e^{-t} \cos t \quad y(t) = \sin t \quad z(t) = 1.2t^{1.3}$	$[0, 4\pi]$

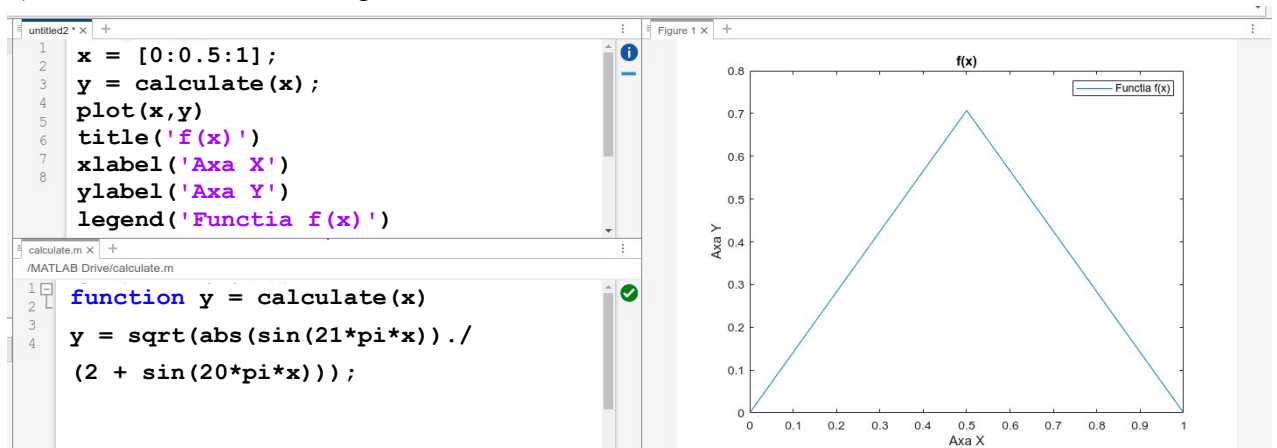
2. Repere teoretice

Cinematica punctului. Mișcarea punctului poate fi descrisă prin trei metode principale: metoda vectorială; metoda coordonatelor carteziene și metoda naturală. În cazul **metodei vectoriale** mișcarea este descrisă de ecuația mișcării $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ ce reprezintă dependența razei vectoriale \mathbf{r} (vectorul de poziție) de timpul t . În cazul **metodei coordonatelor** carteziene sunt date ecuațiile mișcării $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$; x , y , z sunt coordonatele carteziene ale punctului. **Metoda naturală** presupune cunoașterea coordonatei naturale σ ca funcție de timp: $\sigma = \sigma(t)$. Dacă cunoaștem ecuațiile mișcării, putem determina caracteristicile cinematice ale mișcării punctului. Principalele notații: a_n – accelerația normală, este orientată spre centrul curburii perpendicular la vectorul vitezei; a_τ – accelerația tangențială, este orientată pe tangentă la traiectorie și coincide după direcție cu vectorul vitezei la mișcarea accelerată și este opusă la mișcarea întârziată; a – accelerația totală; R – raza curburii.

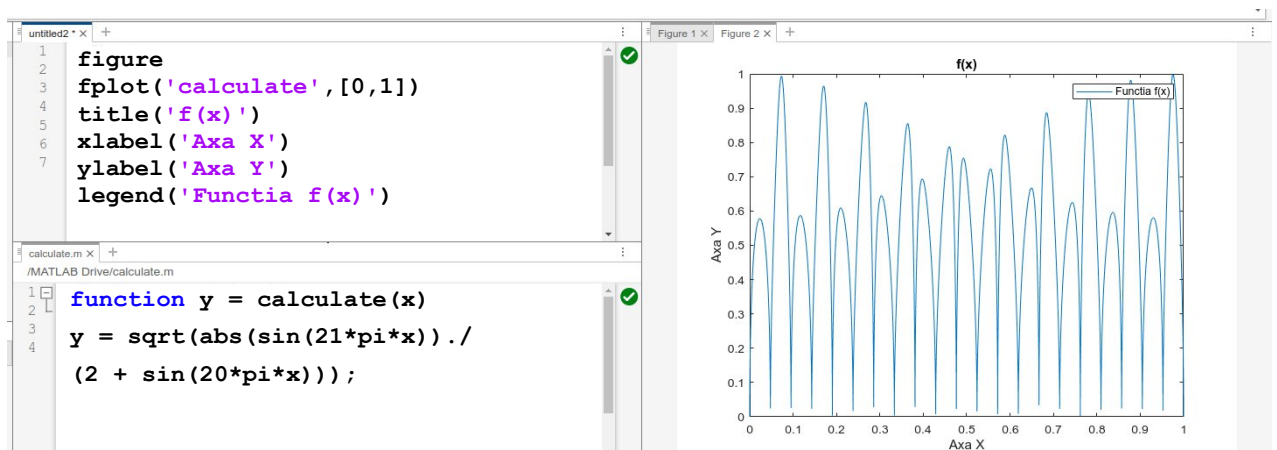
3. Mersul lucrării

3.1 Exercițiul 1

a) Prin intermediul funcției *plot*

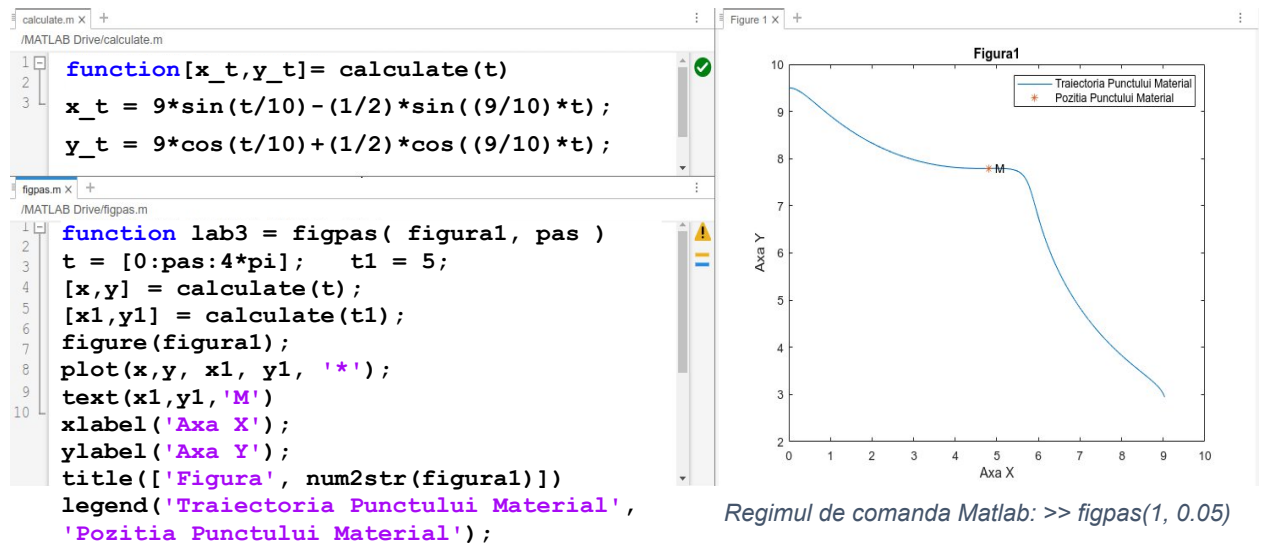


b) Prin intermediul funcției *fplot*



3.2 Exercițiul 2

a) De construit graficul traiectoriei plane a punctului material cu ajutorul comenzilor comet sau plot. De arătat poziția punctului pe traiectorie pentru un moment de timp ales aleatoriu din intervalul dat. (timpul ales aleatoriu $t_1 = 5s$)



b) De calculat viteza, accelerația, accelerația tangențială, accelerația normală și raza curbării traiectoriei pentru momentul de timp ales. De arătat pe graficul traiectoriei, toți vectorii utilizând pentru aceasta instrumentele ferestrei grafice.

```

t1=rand*(4*pi);
t=0:0.05:4*pi;
[x,y]=calculate(t);
figure(1);
plot(x,y);
grid on
xlabel('Axa x');
ylabel('Axa y');
title('Traectoria');
[x1,y1]=calculate(t1);
hold on
plot(x1,y1,'r*');
syms t
[x,y]=calculate(t);
Vx=diff(x);
Vy=diff(y);
V=sqrt((Vx.^2)+(Vy.^2));
t=t1;
disp(['t = ',num2str(t1),'viteza punctului: v=',num2str(eval(V)),'m/s'])

ax=diff(Vx);
ay=diff(Vy);
a=sqrt((ax.^2)+(ay.^2));
disp(['t = ',num2str(t1),'acceleratia punctului: a=',num2str(eval(a)),' m/s^2'])

at=(ax.*Vx+ay.*Vy)./sqrt(Vx.^2+Vy.^2);
disp(['t = ',num2str(t1),'acceleratia tangentiala: a',num2str(eval(at)),' m/s^2'])

an=sqrt((a.^2)-(at.^2));
disp(['t = ',num2str(t1),'acceleratia normala: a=',num2str(eval(an)),' m/s^2'])

r0=(Vx.^2+Vy.^2)./an;
disp(['t = ',num2str(t1),' raza curbării: ro=',num2str(eval(r0)),' m'])

```

$$V_x = \frac{dx}{dt}, \quad V_y = \frac{dy}{dt}$$

Determinarea vitezei din derivatele parțiale ale coordonatelor x și y în raport cu timpul

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

Determinarea modului vitezei

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Determinarea modului accelerației

$$a_t = \frac{a_x \cdot V_x + a_y \cdot V_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$$

Determinarea accelerației de-a lungul traiectoriei (tangentele)

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} \quad r_0 = \frac{V^2}{a_n}$$

Determinarea accelerației normale

Rezultatele obtinute:

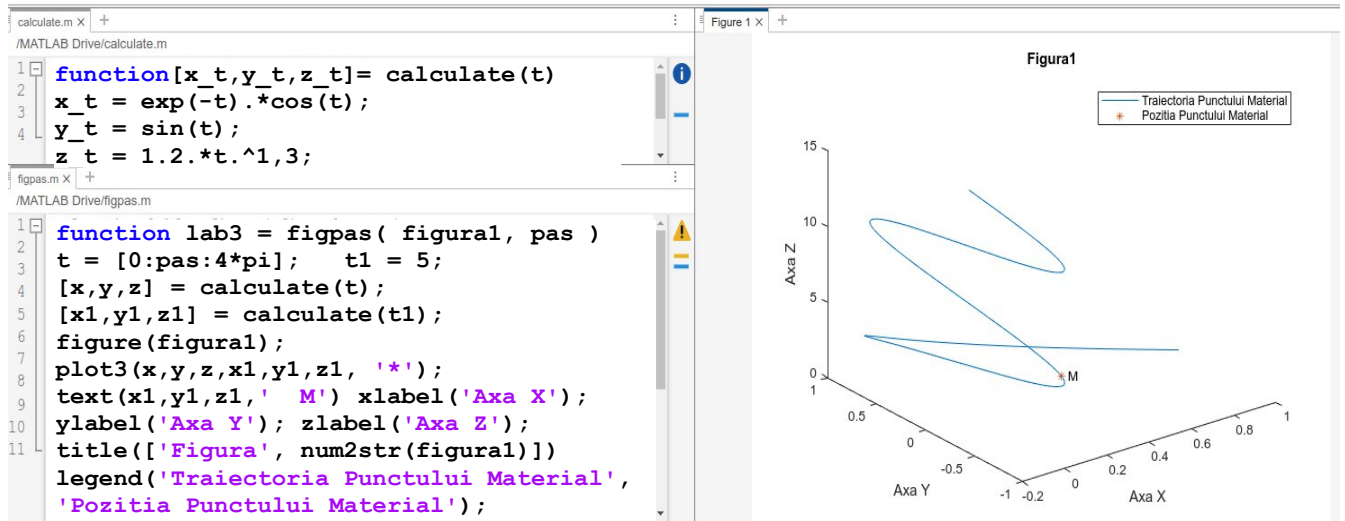
t = 10.2381 viteza punctului: v=1.2526m/s
t = 10.2381 acceleratia punctului: a=0.34934 m/s^2
t = 10.2381 acceleratia tangentiala a punctului: a=-0.23492 m/s^2
t = 10.2381 acceleratia normala a punctului: a=0.25855 m/s^2
t = 10.2381 raza curburii: ro=6.0686 m

d) De construit un tabel cu toate rezultatele obținute.

x	y	v	a1	at1	an1	ro
x(t)	y(t)	1.2526 m/s	0.34934 m/s^2	-0.23492 m/s^2	0.25855 m/s^2	6.0686 m

3.3 Exercițiul 3

a) De construit graficul traiectoriei spațiale a punctului material cu ajutorul comenzilor *comet3* și *plot3*. De arătat poziția punctului pe traiectorie pentru un moment de timp ales aleatoriu din intervalul dat. De experimentat diferite valori ale asului de calcul.



Regimul de comanda Matlab: >> figpas(1, 0.05)

b) De calculat viteza, accelerația, accelerația tangențială, accelerația normală și raza curburii traiectoriei pentru momentul de timp ales.

```
syms t;
t1 = 5;
[x,y,z] = calculate(t);
%Viteza v1
vx = diff(x); vy = diff(y); vz = diff(z);
v = sqrt(vx^2 + vy^2 + vz^2);
v1 = double(vpa(subs(v, t1)))
%Acceleratia a1
ax = diff(x,2); ay = diff(y,2); az = diff(z,2);
a = sqrt(ax^2+ay^2+az^2);
a1 = double(vpa(subs(a, t1)))
%Acceleratia tangentiala at1
at = abs(diff(v));
at1 = double(vpa(subs(at, t1)))
%Acceleratia normala an1
an = sqrt(a^2 - at^2);
an1 = double(vpa(subs(an, t1)))
%Raza de curbura p1
p = v^2/an;
p1 = double(vpa(subs(p, t1)))
```

c) De construit un tabel cu toate rezultatele obținute.

x	y	z	v	a1	at1	an1	ro
x(t)	y(t)	z(t)	1.2526 m/s	0.34934 m/s ²	-0.23492 m/s ²	0.25855 m/s ²	6.0686 m

4. Concluzii

În această lucrare de laborator am utilizat MATLAB pentru a efectua calcule cinematice ale mișcării unui punct material și pentru a reprezenta grafic traiectoriile acestuia în spațiu și pe un plan. În **Sarcina I**, am declarat funcțiile necesare și am construit graficele mișcării punctului material utilizând comenzi precum *plot* și *fplot* pe segmentul dat. Această etapă a ajutat la vizualizarea clară a traiectoriilor punctului în funcție de coordonatele sale.

În **Sarcina II**, am scris două file-funcții pentru a calcula și afișa poziția punctului în mișcare, atât în plan, cât și pe o traiectorie aleatorie. Am construit graficul traiectoriei plane, și am calculat parametrii cinematice esențiali, precum viteza, accelerația, accelerația tangențială și normală, și raza curburii traiectoriei la un moment de timp ales aleatoriu.

În **Sarcina III**, am repetat exercițiile pentru traiectoria spațială, utilizând comenzile *comet3* și *plot3*, explorând reprezentarea 3D a mișcării punctului material. Am experimentat diferite valori ale pasului de calcul și am calculat din nou parametrii cinematice relevanți, centralizând rezultatele într-un tabel.

Prin intermediul acestor exerciții, am dobândit o înțelegere mai profundă a calculelor cinematice și a vizualizării mișcării unui punct material folosind MATLAB, consolidându-mi abilitățile în aplicarea conceptelor teoretice din mecanică în medii de calcul numeric.

Anexe (Tema 1: Cinematica punctului)

Limita raportului dintre unghiul de adiacență și valoarea absolută a lungimii arcului $MM_1 = \Delta s$ se numește **curbura** curbei în punctul M , adică

$$k = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\theta}{|\Delta s|}. \quad (21)$$

Mărimea inversă curburii se numește **raza de curbura** a curbei în punctul M

$$\rho = \frac{1}{k}. \quad (22)$$

- Proiecția accelerației pe direcția $\vec{\tau}$

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv_\tau}{dt} \quad (25)$$

se numește **accelerație tangențială**.

- Proiecția accelerației pe normala principală

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{\rho} \quad (26)$$

se numește **accelerație normală**.

Accelerația tangențială caracterizează schimbarea modului vitezei iar accelerația normală caracterizează schimbarea vitezei după direcție.

Modulul accelerației este egal cu:

$$\vec{a} = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (27)$$

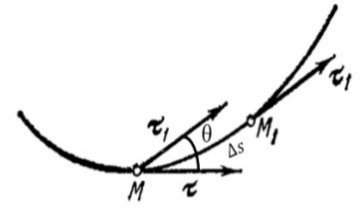


Fig. 11